



PSSC ΦΥΣΙΚΗ

Έκτη έκδοση



Τυπωμένο
σε χαρτί
ανακυκλωμένο

HABER-SCHAIM

DODGE

WALTER

Απόδοση στα ελληνικά από την αγγλική έκδοση του βιβλίου ^{PSSC}PHYSICS (έκτη έκδοση του 1985) του εκδοτικού οίκου D.C. Heath and Company Lexington, Massachusetts Toronto

4

Copyright© 1989 by D.C. Heath and Company, Lexington, Massachusetts, U.S.A. All Rights Reserved. Authorized translation from the original English edition copyright© 1981 by D.C. Heath and Company. No part of the material covered by this copyright may be reproduced in any form without written permission of D.C. Heath and Company.

Ι Δ Ρ Υ Μ Α Ε Υ Γ Ε Ν Ι Δ Ο Υ

PSSC Φ Υ Σ Ι Κ Η

Έκτη έκδοση

Απόδοση στα ελληνικά:
ΘΑΝΑΣΗΣ ΚΩΣΤΙΚΑΣ
Ε.Κ.Ε.Φ.Ε. ΔΗΜΟΚΡΙΤΟΣ

ΑΘΗΝΑ
1995

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΕΚΔΟΣΕΩΝ ΙΔΡΥΜΑΤΟΣ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ

Μιχαήλ Αγγελόπουλος, καθηγητής ΕΜΠ, Πρόεδρος.

Αλέξανδρος Σταυρόπουλος, καθηγητής Πανεπιστημίου Πειραιώς, Αντιπρόεδρος.

Ιωάννης Τεγόπουλος, καθηγητής ΕΜΠ.

Σταμάτης Παλαιοκρασσάς, Σύμβουλος – Αντιπρόεδρος Παιδαγωγικού Ινστιτούτου.

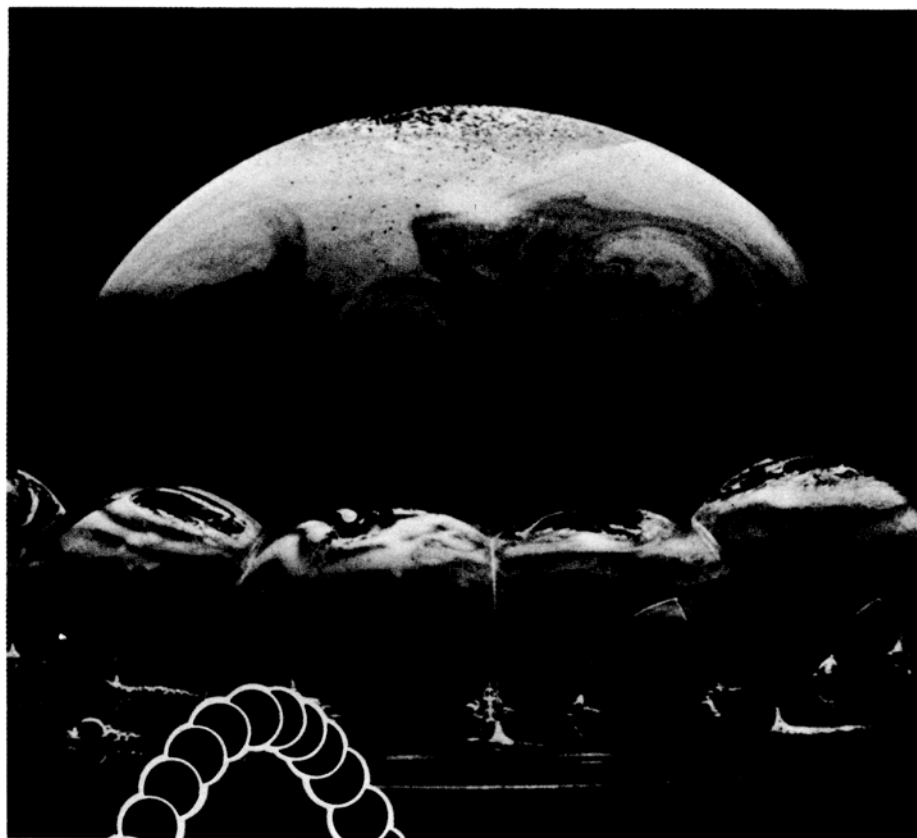
Εμμανουήλ Τρανούδης, Δ/ντής Σπ. Δευτ. Εκπαιδεύσεως ΥΠΕΠΘ.

Σύμβουλος επί των εκδόσεων του Ιδρύματος **Κων. Μανάφης**, καθηγ. Φιλ. Σχολής Παν/μίου Αθηνών.

Γραμματέας της Επιτροπής, **Γεώργιος Ανδρεάκος**.

PSSC

Φ Υ Σ Ι Κ Η



Έκτη έκδοση

HABER-SCHAIM

DODGE

WALTER

Πρόλογος Ιδρύματος Ευγενίδου

Το Ίδρυμα Ευγενίδου από πολύ νωρίς υιοθέτησε τη μετάφραση ή προσαρμογή καταξιωμένων διεθνώς διδακτικών και άλλων εγχειριδίων.

Χαρακτηριστικό είναι ότι το πρώτο βιβλίο, από τα υπερτριακόσια που έχει ήδη συγγράψει και εκδόσει μέχρι σήμερα, ήταν η προσαρμογή στα ελληνικά του βιβλίου του R. Cluzel «Les Mathématiques en 1re Année d'apprentissage», από τον αείμνηστο καθηγητή των μαθηματικών του ΕΜΠ Νικ. Κρητικό. Με το βιβλίο εκείνο προσήγγισαν τη μαθηματική σκέψη και αντελήφθησαν τη σημασία των μαθηματικών για τα τεχνικά μαθήματα γενιές ολόκληρες μαθητών των τότε κατωτέρων Τεχνικών Σχολών.

Ακολούθησε η μετάφραση των βιβλίων: Ιατρικός οδηγός για πλοία, Οδηγός ασφάλειας δεξαμενοπλοίων, Πυρόσβεση-Πυροπροστασία και Πυρασφάλεια στα πλοία, Πρόληψη ατυχημάτων επί του πλοίου «εν πλώ» και «εν όρμω» και Ωκεανογραφία, εγχειρίδια μη καθαρώς διδακτικά αλλά απαραίτητα για τους ναυτιλλομένους.

Η Φυσική, μαζί με τη Χημεία και τα Μαθηματικά, είναι οι Επιστήμες στις οποίες θεμελιώνονται, χωρίς υπερβολή, όλοι οι κλάδοι της Τεχνολογίας. Η ανάπτυξη νέων γνώσεων στη Φυσική οδηγεί αργά ή γρήγορα στην ανάπτυξη νέων τεχνολογικών εφαρμογών. Έτσι, η κατασκευή και λειτουργία των ηλεκτρικών μηχανών, γεννητριών και κινητήρων βασίζεται στον ηλεκτρομαγνητισμό, ενώ οι μηχανές εσωτερικής καύσεως προϋποθέτουν γνώσεις Θερμοδυναμικής.

Το Ίδρυμα Ευγενίδου, στην προσπάθεια που καταβάλλει επί δεκαετίες με τις εκδόσεις του για την άρτια κατάρτιση των τεχνικών μας, απεφάσισε να προβεί στη μετάφραση και ενός εξωσχολικού βιβλίου Φυσικής διεθνούς ακτινοβολίας.

Η μακρόχρονη εκδοτική πείρα του Ιδρύματος επέτρεψε την επιλογή του παρουσιαζόμενου βιβλίου Φυσικής, του οποίου οι συνεχείς βελτιώσεις από τη χρήση του στην πράξη, εγγυώνται την ποιότητά του. Βασικό προτέρημα του βιβλίου είναι ότι η γραπτή έκθεση της ύλης γίνεται σε ύφος ζωντανό που διεγείρει το ενδιαφέρον και ευχαριστεί το μαθητή, σαν ένας ζωηρός προφορικός λόγος ταιριαστός με την ηλικία του. Εξάλλου η προσέγγιση, η ξεκάθαρη και κυριολεκτούσα γλωσσική διατύπωση διδάσκουν σιγά-σιγά το μαθητή να εκφράζει τη σκέψη του με τη γλώσσα της επιστήμης και προάγουν τη διανοητική του μόρφωση.

Το Ι.Ε. πιστεύει ότι η χρησιμότητα του βιβλίου αυτού δεν περιορίζεται μόνο στους μαθητές και σπουδαστές, αλλά επεκτείνεται και σε όσους διδάσκουν το σχετικό μάθημα, παρά το γεγονός ότι τα περιεχόμενά του δεν συμπίπτουν με το επίσημο αναλυτικό πρόγραμμα διδασκίας ύλης του μαθήματος στα σχολεία μας.

Το Ίδρυμα ευχαριστεί τον εκδοτικό οίκο D.C. HEATH AND COMPANY για την παραχώρηση των δικαιωμάτων μεταφράσεως και τον κ. Κωστήκα που απέδωσε επιστημονικά το κείμενο στα ελληνικά.

Πρόλογος

Η ξεκάθαρη αφηγηματική γραμμή και το αίσθημα ενός ειδικού σκοπού χαρακτήρισαν τη Φυσική PSSC από τα πρώτα της δήματα. Οι τάξεις που τελείωσαν το μάθημα πήραν μία συνεκτική εικόνα της φυσικής του εικοστού αιώνα. Οι τάξεις που προχώρησαν με βραδύτερο ρυθμό έφθασαν επίσης σε ικανοποιητική κατανόηση της φυσικής, αλλά έχασαν ένα μέρος της εικόνας. Η παράλειψη κεφαλαίων στη διάδρομή του μαθήματος δημιουργούσε προβλήματα εξαιτίας του ειρμού που υπάρχει στη δομή του μαθήματος.

Στην έκδοση αυτή, που ακολουθεί γενικά τη σειρά της πέμπτης εκδόσεως, το κείμενο διαιρείται σε ένα πυρήνα με 22 συναρτημένα κεφάλαια και 5 προαιρετικά παράπλευρα κεφάλαια. Η διάταξη αυτή δίνει την ευκαιρία και στις ταχύρρυθμες και στις πιο αργές τάξεις να γνωρίσουν τις θεμελιώδεις ιδέες της σύγχρονης κβαντικής φυσικής, ένα θέμα που είναι το ίδιο σημαντικό για τη σύγχρονη σκέψη και τεχνολογία όσο και για τα κλασικά θεμέλια στα οποία στηρίζεται.

Τα προαιρετικά κεφάλαια είναι:

Κεφάλαιο 5: Βαρύτητα σε μεγάλη κλίμακα

Κεφάλαιο 10: Μετατροπή ενέργειας και εντροπία

Κεφάλαιο 13: Ηλεκτρονικές λογικές πύλες και δυαδική πρόσθεση

Κεφάλαιο 16: Ηλεκτρομαγνητική επαγωγή

Κεφάλαιο 19: Σχηματισμός εικόνων από κάτοπτρα και φακούς

Τα κεφάλαια αυτά μπορούν να διδαχθούν σε οποιοδήποτε χρόνο, αφού φθάσει η διδασκαλία σε αυτά. Δεν υπάρχει εξάρτηση του ενός από το άλλο, ούτε κανένα από τα κεφάλαια του πυρήνα εξαρτάται από αυτά τα κεφάλαια.

Τα κεφάλαια 10 και 13 είναι καινούργια σ' αυτή την έκδοση. Ανταποκρίνονται στην αυξανόμενη σημασία του προβλήματος της ενέργειας και της ψηφιακής επικοινωνίας στην καθημερινή ζωή.

Ουσιαστικές αναθεωρήσεις έγιναν στα κεφάλαια για την κινητική και τη δυναμική ενέργεια, όπου χρησιμοποιήθηκε μία πιο συγκεκριμένη προσέγγιση.

Αναθεωρήθηκαν επίσης τα κεφάλαια για τον ηλεκτρισμό και τη γεωμετρική οπτική, ώστε να γίνει δυνατή η διάκριση σε κεφάλαια πυρήνα και παράπλευρα κεφάλαια. Το υλικό που σχετίζεται με τη μάζα, το φορτίο και τις διαστάσεις του ατομικού πυρήνα είναι συγκεντρωμένο τώρα στο κεφάλαιο 17.

Ευχαριστίες

Παρόλη την εξέλιξη που συντελέσθηκε κατά τα προηγούμενα 25 χρόνια, η Φυσική PSSC οφείλει ακόμη την ύπαρξή της στην αρχική ομάδα που την ανέπτυξε.

Το ιστορικό του μεγέθους της αρχικής προσπάθειας και τα σημαντικότερα σημεία της μετέπειτα εξέλιξέως περιέχονται στο παράρτημα.

Θέλομε να ευχαριστήσουμε τα τμήματα συντάξεως και εικονογραφήσεως της D.C. Heath and Company για τη βοήθειά τους και τον Edward A. Shore για τη φωτογράφιση των νέων πειραματικών διατάξεων.

Uri Haber Schaim

John H. Dodge

James A. Walter

Ιούνιος 1985

Πίνακας Περιεχομένων

Εισαγωγή: Η μελέτη της φυσικής

1. Το διάβασμα στη φυσική	1
2. Φυσική στο εργαστήριο και στην καθημερινή ζωή	3

1 Ευθύγραμμη κίνηση

1-1 Θέση και μετατόπιση πάνω σε ευθεία γραμμή	5
1-2 Ομαλή κίνηση: Σταθερή ταχύτητα	8
Πρόσθετα θέματα: Το ξεπέρασμα του φράγματος του ήχου	12
1-3 Στιγμαία ταχύτητα	13
1-4 Προσδιορισμός διαγραμμάτων ταχύτητας-χρόνου από διαγράμματα θέσεως-χρόνου	17
1-5 Μετατόπιση από διαγράμματα ταχύτητας-χρόνου	20
1-6 Επιτάχυνση	22
1-7 Σταθερή επιτάχυνση: Μερικές χρήσιμες σχέσεις	26

2 Ο νόμος του Νεύτωνα για την κίνηση

2-1 Απόψεις γύρω από τη δύναμη και την κίνηση	31
2-2 Κίνηση χωρίς δύναμη	33
2-3 Αλλαγές στην ταχύτητα υπό την επίδραση σταθερής δυνάμεως	37
2-4 Εξάρτηση της επιταχύνσεως από το μέγεθος της δυνάμεως	39
2-5 Ο νόμος του Νεύτωνα: Μάζα αδράνειας	42
2-6 Μάζα αδράνειας και μάζα βαρύτητας	43
2-7 Η μονάδα δυνάμεως	44
2-8 Ο νόμος του Νεύτωνα και κινούμενα σώματα	45

3 Κίνηση σε τρεις διαστάσεις

3-1 Θέση και μετατόπιση	49
3-2 Πρόσθεση και αφαίρεση μετατοπίσεων	52
3-3 Διανυσματικές συνιστώσες	53
3-4 Πολλαπλασιασμός διανυσμάτων με βαθμωτά μεγέθη	55
3-5 Μεταβολές ταχύτητας και σταθερή διανυσματική επιτάχυνση	56
3-6 Μεταβλητή επιτάχυνση	58
3-7 Κυκλική κίνηση	60
3-8 Συστήματα αναφοράς	62
3-9 Πώς προσθέτουμε δυνάμεις. Η συνολική ή συνισταμένη δύναμη	65

3-10 Ο διανυσματικός χαρακτήρας του νόμου του Νεύτωνα	67
---	----

4 Κίνηση υπό την επίδραση μερικών συνηθισμένων δυνάμεων

4-1 Βάρος	73
4-2 Ελεύθερη πτώση	74
4-3 Αντίσταση του αέρα: Κατακόρυφη κίνηση μέσα στην ατμόσφαιρα	76
4-4 Ιδανική κίνηση του δλήματος	77
4-5 Η δύναμη που ασκείται από ελατήριο: Απλή αρμονική κίνηση	81
4-6 Το απλό εκκρεμές	84
4-7 Πειραματικά συστήματα αναφοράς	85
4-8 Πραγματικές και πλασματικές δυνάμεις	86
4-9 Ο νόμος του Νεύτωνα κι η περιστροφή της γης	89
4-10 Ο νόμος του Νεύτωνα και ένα διαστημόπλοιο με «σδησμένη μηχανή»	91

5 Η βαρύτητα σε μεγάλη κλίμακα

5-1 Το πεδίο βαρύτητας κοντά στη γη	97
5-2 Δορυφόροι της γης	98
5-3 Η κίνηση της σελήνης	100
5-4 Οι νόμοι του Κέπλερ	101
5-5 Παγκόσμια έλξη	103
5-6 Εργαστηριακοί έλεγχοι του νόμου της παγκόσμιας έλξεως	105
5-7 Από τους αρχαίους Έλληνες στον Kepler: Σύνομη ιστορική ανασκόπηση	108
Πρόσθετα θέματα: Ο πλανήτης Δίας	109

6 Ορμή και διατήρηση της ορμής

6-2 Όθηση	119
6-2 Ορμή	121
6-3 Μεταβολές ορμής όταν δύο σώματα αλληλεπιδρούν	123
6-4 Ο νόμος διατηρήσεως της ορμής	128
6-5 Πύραυλοι	131
6-6 Το κέντρο μάζας	132
6-7 Το σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας	134
6-8 Διατήρηση της ορμής και ο τρίτος νόμος του Νεύτωνα	136

7 Κινητική ενέργεια

7-1 Έργο και κινητική ενέργεια	143
7-2 Έργο: Μια γενίκευση	145
7-3 Η μεταφορά κινητικής ενέργειας από ένα σώμα σε άλλο	148
7-4 Δυνάμεις αλληλεπιδράσεως και ελαστικές συγκρούσεις	151
7-5 Διατήρηση κινητικής ενέργειας και ορμής Πώς προκύπτουν οι εξισώσεις για τα v_1 και v_2	153
7-6 Κινητική ενέργεια και το κέντρο μάζας	156
7-7 Απώλεια κινητικής ενέργειας σε αλληλεπίδραση με τριβή	158

8 Δυναμική ενέργεια

8-1 Περισσότερα στοιχεία για τη σύγκρουση δύο μαγνητών	161
8-2 Δυναμική ενέργεια	162
8-3 Μια ειδική τάξη αλληλεπιδρώντων σωμάτων	164
8-4 Ελαστική δυναμική ενέργεια	165
8-5 Ενέργεια στην απλή αρμονική ταλάντωση	168
8-6 Δυναμική ενέργεια βαρύτητας κοντά στην επιφάνεια της γης	169
8-7 Το δυναμικό της βαρύτητας	171
8-8 Η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας	173

9 Μοριακή κίνηση, εσωτερική ενέργεια και διατήρηση της ενέργειας

9-1 Ο όγκος και η θερμοκρασία ενός αερίου	179
9-2 Ο όγκος και η πίεση ενός αερίου. Ο νόμος του Boyle	183
9-3 Ο γενικός νόμος των αερίων και η σταθερά του Boltzmann	186
9-4 Η δυναμική των αερίων	188
9-5 Το αποτέλεσμα της κατανομής των ταχυτήτων	191
9-6 Θερμοκρασία και κινητική θεωρία των αερίων. Εσωτερική ενέργεια	193
9-7 Η εσωτερική ενέργεια διατομικών αερίων	195
9-8 Η εσωτερική ενέργεια των στερεών. Μοριακή θερμοχωρητικότητα	196
9-9 Ειδικές θερμότητες υπό σταθερό όγκο και σταθερή θερμοκρασία. Ειδική θερμότητα	198

10 Μετατροπή ενέργειας και εντροπία

10-1 Μετατροπές ενέργειας	203
---------------------------	-----

10-2 Ανεμόμυλοι ως μετατροπείς ενέργειας	204
10-3 Ροή θερμότητας	207
10-4 Ο ατμοστρόβιλος: Μια θερμική μηχανή	208
10-5 Η μέγιστη απόδοση των θερμικών μηχανών	211
10-6 Εντροπία	213
10-7 Μεταβολές εντροπίας σε μερικές άλλες περιπτώσεις	215
10-8 Ο δεύτερος νόμος της θερμοδυναμικής	217

11 Ηλεκτρικό φορτίο και ηλεκτρική δύναμη

11-1 Ηλεκτρισμένα αντικείμενα	221
11-2 Μερικά πειράματα με φορτισμένα και αφόρτιστα αντικείμενα	223
11-3 Ηλεκτροστατική επαγωγή	227
11-4 Ένα μοντέλο για το ηλεκτρικό φορτίο	229
11-5 Δύναμη ως συνάρτηση αποστάσεως	231
11-6 Ο νόμος του Coulomb	232
11-7 Ηλεκτρικά πεδία	234
11-8 Μέτρηση μικρών ηλεκτρικών δυνάμεων	238
11-9 Το στοιχειώδες φορτίο	241
11-10 Μπαταρίες και ηλεκτρικά πεδία	242
11-11 Η σταθερά στο νόμο του Coulomb	246
11-12 Η διατήρηση του φορτίου	249

12 Φορτίο και ενέργεια σε ηλεκτρικά κυκλώματα

12-1 Μπαταρίες και διαφορά δυναμικού	253
12-2 Η διαφορά δυναμικού που παρέχουν διάφορες μπαταρίες	255
12-3 Το volt: Μία μονάδα για τη διαφορά δυναμικού	257
12-4 Φορτίο και ρεύμα: Το coulomb και το ampere	259
12-5 Ηλεκτρικό έργο και ισχύς	262
12-6 Αντίσταση: Ο νόμος του Ohm	264
12-7 Στοιχεία κυκλώματος παράλληλα και σε σειρά	267
12-8 Κάτι που χρειάζεται προσοχή	271

13 Ηλεκτρονικές λογικές πύλες και δυαδική πρόσθεση

13-1 Πρόσθεση δυαδικών αριθμών	275
13-2 Είσοδος και έξοδος	277
13-3 Δίοδοι	278

13-4 Η πύλη AND	280
13-5 Η πύλη OR	281
13-6 Το τρανζίστορ: Μια πύλη NOT	282
13-7 Η πύλη αποκλειστικού OR και ο ημιπροσθετής	284
13-8 Ολοκληρωμένα κυκλώματα	285
13-9 Πλήρεις προσθετές	286

14 Κίνηση φορτισμένων σωματιδίων σε ηλεκτρικά πεδία

14-1 Φορτία σε μέταλλα: Ηλεκτρόνια	289
14-2 Αγωγιμότητα των αερίων: Ιόντα	294
14-3 Η κινητική ενέργεια φορτισμένων σωματιδίων	295
14-4 Απόκλιση ηλεκτρονίων	297
14-5 Βολτ και ηλεκτρονιοβόλτ	299
14-6 Παλμογράφοι	300
14-7 Μέτρηση της ταχύτητας των ηλεκτρονίων και ιόντων	304

15 Το μαγνητικό πεδίο

15-1 Μαγνητική βελόνα	311
15-2 Μαγνητικά πεδία μαγνητών και ρευμάτων	312
15-3 Διανυσματική πρόσθεση μαγνητικών πεδίων	316
15-4 Δυνάμεις σε ρεύματα μέσα σε μαγνητικά πεδία-Μονάδα μαγνητικού πεδίου	318
15-5 Όργανα ηλεκτρικών μετρήσεων και κινητήρες	320
15-6 Δυνάμεις μεταξύ δύο ρευμάτων	323
15-7 Δυνάμεις σε φορτισμένα σωματίδια που κινούνται μέσα σε μαγνητικό πεδίο	325
15-8 Χρησιμοποίηση μαγνητικών πεδίων για τη μέτρηση της μάζας φορτισμένων σωματιδίων	327
15-9 Σωματίδια άλφα	329

16 Ηλεκτρομαγνητική επαγωγή

16-1 Επαγόμενο ρεύμα	335
16-2 Σχετική κίνηση	336
16-3 Μεταβολή της μαγνητικής ροής	337
Πρόσθετα θέματα: Μια γεννήτρια ηλεκτρικής ισχύος	343
16-4 Εναλλασσόμενα ρεύματα	344
16-5 Επαγόμενη ΗΕΔ	346
16-6 Φορά της επαγόμενης ΗΕΔ	348

16-7 Ηλεκτρικά πεδία γύρω από μεταβαλλόμενες μαγνητικές ροές	349
--	-----

17 Το άτομο

17-1 Η σκέδαση των σωματιδίων άλφα και το μοντέλο Rutherford για τα άτομα	355
17-2 Δυναμική ενέργεια στο πεδίο Coulomb	360
17-3 Οι τροχιές των σωματιδίων άλφα στο ηλεκτρικό πεδίο του πυρήνα	361
17-4 Γωνιακή κατανομή σκεδάσεως	363
17-5 Το ηλεκτρικό φορτίο και το μέγεθος πυρήνων του ατόμου	366
17-6 Ατομικές μάζες: Ισότοπα	368
17-7 Το νετρόνιο	370
17-8 Η απορρόφηση των νετρονίων: Βήτα Διάσπαση και Σχάση	373

18 Φως: Διάδοση, ανάκλαση κι διάθλαση

18-1 Πώς ταξιδεύει το φως	379
18-2 Η ταχύτητα του φωτός	381
18-3 Δέσμες φωτός, λεπτές δέσμες και ακτίνες	383
18-4 Ανάκλαση και διάχυση	386
18-5 Διάθλαση	390
18-6 Ο δείκτης διαθλάσεως	395
18-7 Η διέλευση του φωτός από το γυαλί (ή νερό) στον αέρα: Αντιστρεπτότητα	396
18-8 Ο νόμος του Snell	399
18-9 Ολική ανάκλαση	401
18-10 Διάθλαση με πρίσματα: Διασκεδασμός	402
18-11 Λεπτές δέσμες και αλλαγή κλίμακας	405

19 Είδωλα που σχηματίζονται από κάτοπτρα και φακούς

19-1 Πώς βρίσκομε τη θέση αντικειμένων	411
19-2 Είδωλα από επίπεδα κάτοπτρα	412
19-3 Παραβολικά κάτοπτρα	415
19-4 Αστρονομικά τηλεσκόπια	417
19-5 Είδωλα κι ψευδαισθήσεις	420
19-6 Πραγματικά και φανταστικά είδωλα	425
19-7 Φακοί	426
Πρόσθετα θέματα: Οπτικές ίνες	429
19-8 Πραγματικά είδωλα που σχηματίζονται από φακούς	430

20 Φως, θερμότητα και ηλεκτρισμός

20-1 Ο Λαμπτήρας Πυρακτώσεως	437
------------------------------	-----

20-2 Υπέρυθρο και υπεριώδες φως	439
20-3 Ηλιακή ενέργεια	440
20-4 Το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο (ποιοτικά)	443
Πρόσθετα θέματα: Φωτοστοιχείο	446
20-5 Η κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων	447

21 Σωματιδιακό μοντέλο για το φως

21-1 Βασικά χαρακτηριστικά	451
21-2 Φωτισμός ως συνάρτηση της αποστάσεως	451
21-3 Η σωματιδιακή ερμηνεία του φωτοηλεκτρικού φαινομένου	453
21-4 Η ενέργεια των φωτονίων και η ταχύτητα του φωτός	455
21-5 Μια ειδική ιδιότητα της ταχύτητας του φωτός	456
21-6 Η πίεση του φωτός	459
Πρόσθετα θέματα: Ένας κομήτης	461
21-7 Δυσκολίες με το σωματιδιακό μοντέλο	462

22 Εισαγωγή στα κύματα

22-1 Κύμα: Κάτι αλλιώτικο που επίσης κινείται	465
22-2 Κύματα σε σπειροειδές ελατήριο	467
22-3 Επαλληλία: Παλμοί που διασταυρώνονται	469
22-4 Ανάκλαση και διέλευση	472
22-5 Εξιδανικεύσεις και προσεγγίσεις	476
22-6 Ένα κυματικό μοντέλο για το φως	477

23 Κύματα σε δύο διαστάσεις

23-1 Κύματα νερού	481
23-2 Επίπεδοι και κυκλικοί παλμοί	482
23-3 Ανάκλαση	483
23-4 Ταχύτητα διαδόσεως και περιοδικά κύματα	485
23-5 Διάθλαση	489
23-6 Διασκέδαση	493
23-7 Περίθλαση	495

24 Συμβολή κυμάτων

24-1 Συμβολή κυμάτων σε ένα ελατήριο	503
24-2 Συμβολή κυμάτων από δύο σημειακές πηγές	504
24-3 Το σχήμα των δεσμικών γραμμών	507

24-4 Μήκος κύματος, Απόσταση πηγών, Γωνίες	509
24-5 Φάση	511
24-6 Περίληψη και συμπεράσματα	514

25 Φωτεινά κύματα και φωτόνια

25-1 Η παρατήρηση της συμβολής του φωτός. Το πείραμα του Young	519
25-2 Χρώμα και το μήκος κύματος του φωτός	521
Πρόσθετα θέματα: Το δόρειο σέλας	522
25-3 Περίθλαση: Φαινόμενο συμβολής από μια σχισμή	526
25-4 Θεωρία περιθλάσεως από μια σχισμή	529
25-5 Πειραματικοί έλεγχοι με μια και δύο σχισμές	531
25-6 Ηλεκτρομαγνητικά κύματα και το ηλεκτρομαγνητικό φάσμα	532
25-7 Δυσκολίες με το κυματικό μοντέλο του φωτός	534
25-8 Η σύνθεση: Η ερμηνεία του φωτοηλεκτρικού φαινομένου από τον Αϊνστάιν	537
25-9 Κοκκώδης σύσταση και συμβολή: Μια νέα κινηματική	540
25-10 Φωτόνια και ηλεκτρομαγνητικά κύματα	543

26 Άτομα και φάσματα

26-1 Η σταθερότητα των ατόμων	549
26-2 Το πείραμα των Franck και Hertz. Ενεργειακές στάθμες ατόμων	551
26-3 Ανατομία των ατομικών φασμάτων: Διέγερση και εκπομπή	554
26-4 Φάσματα απορροφήσεως	560
26-5 Οι ενεργειακές στάθμες του υδρογόνου	562
26-6 Οι ενεργειακές στάθμες των πυρήνων	564

27 Υλικά κύματα

27-1 Νέα κινηματική για σωματίδια;	571
27-2 Ενδείξεις για υλικά κύματα	572
27-3 Στάσιμα κύματα	576
27-4 Σωματίδιο σε «κουτί»	578
27-5 Το μοντέλο στασίμων κυμάτων για το άτομο του υδρογόνου	581
27-6 Επίλογος	584
Πρόσθετα θέματα: Το ραδιοτηλεσκόπιο στο Arecibo	585

Σ' αυτό το μάθημα θα μελετήσετε τη φυσική ή τουλάχιστον μία επιλογή από αυτή. Σε γενικές γραμμές η γνώση που θα αποκτήσετε προέρχεται από τη συσσωρευμένη εμπειρία άλλων, από τους δικούς σας πειραματισμούς στο εργαστήριο και από την καθημερινή παρατήρηση του κόσμου γύρω σας. Επομένως, ίσως είναι χρήσιμα μερικά σχόλια για τον τρόπο, με τον οποίο μελετά και πειραματίζεται κανείς στη φυσική.

1. Το διάβασμα στη φυσική.

Το διάβασμα στη φυσική έχει πολλά κοινά σημεία με το διάβασμα σε άλλα πεδία. Μπορείτε όμως να αναπτύξετε χρήσιμες συνήθειες διαβάσματος, αν καταλάβετε ορισμένες διαφορές που υπάρχουν. Στο μυθιστόρημα η περιγραφή μιας σκηνής ή ενός γεγονότος μπορεί να είναι πολύ εκτεταμένη, επειδή πρέπει να συντελεσθεί μόνο με το γραπτό λόγο. Σε ένα κείμενο φυσικής οι λέξεις συνοδεύονται συχνά με μία φωτογραφία ή ένα διάγραμμα. Αυτά τα γραφήματα αποτελούν ουσιαστικό μέρος του κειμένου. Γι' αυτό το λόγο πρέπει να διαθέσετε το χρόνο που χρειάζεται, για να τα μελετήσετε προσεκτικά, όταν συναντάτε στο κείμενο μία αναφορά σ' αυτά.

Να ένα παράδειγμα από ένα από τα επόμενα κεφάλαια του κειμένου:

Όλα τα αντικείμενα, διαφανή ή αδιαφανή, ανακλούν ένα μέρος του φωτός που πέφτει επάνω τους. Οι περισσότερες επιφάνειες στέλνουν φως προς πολλές διευθύνσεις. Με τη βοήθεια αυτής της ανακλάσεως του φωτός μπορούμε να βλέπουμε φωτισμένα σώματα, παρατηρούμε την υφή και το χρώμα τους και τα ξεχωρίζουμε από το περιβάλλον τους.

Μερικά υλικά, όπως πολύ γυαλισμένα φύλλα αργύρου, αλουμινίου ή χάλυβα απορροφούν λίγο από το λευκό φως και ανακλούν επίσης με κανονικότερο τρόπο από τις πιο αδρές επιφάνειες. Ένας κοινός καθρέφτης αποτελείται από ένα λεπτό στρώμα αργύρου, που τοποθετείται στο πίσω μέρος ενός γυαλιού. Στο σχήμα 18-9, φως από μία λάμπα φωτίζει έναν καθρέφτη και ένα κομμάτι άσπρο χαρτί. Το χαρτί φαίνεται καλά φωτισμένο και άσπρο πάνω στο σκούρο φόντο. Ο καθρέφτης όμως φαίνεται πολύ σκούρος. Το φως που φθάνει και στις δύο επιφάνειες έχει



Σχήμα 18-9 Ανάκλαση και διάχυση του φωτός. Το λευκό χαρτί (στην αριστερή άκρη) στέλνει προς τη φωτογραφική μηχανή περισσότερο φως από όσο στέλνει ο καθρέφτης.

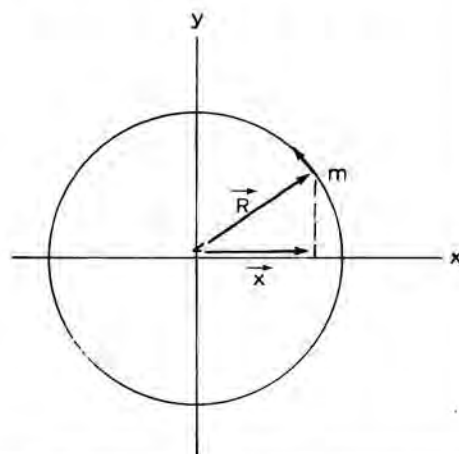
περίπου την ίδια ένταση. Ο καθρέφτης ανακλά το φως πολύ καλά, όπως φαίνεται από την ανάκλαση του λευκού κεριού. Τότε γιατί το χαρτί είναι πιο φωτεινό από τον καθρέφτη στην εικόνα;

Είναι βέβαιο ότι το σχήμα 18-9 έχει κεντρικό ρόλο στη δεύτερη παράγραφο. Η φωτογραφία είναι πιο πειστική από πολλές λέξεις. Σας δίνει επίσης τη δυνατότητα να κάνετε πρόσθετες παρατηρήσεις, όπως τις θέσεις των διαφόρων αντικειμένων και τη σχετική φωτεινότητα του καθρέφτη, του κεριού και των διαφόρων τμημάτων του χαρτιού.

Ακολουθεί άλλο ένα απόσπασμα. Αυτό συνοδεύεται από διάγραμμα.

Το σχήμα 4-11 δείχνει ένα σώμα με μάζα m , που κινείται επάνω σε ένα κύκλο με σταθερή ταχύτητα. Ας εξετάσουμε την οριζόντια συνιστώσα αυτής της κινήσεως.

Σχήμα 4-11 Ένα σώμα μάζας m κινείται επάνω σε ένα κύκλο με σταθερή ταχύτητα. Αυτή η κίνηση μπορεί να θεωρηθεί ότι έχει δυο συνιστώσες (κινήσεις) που σχηματίζουν μεταξύ τους ορθή γωνία – μία οριζόντια συνιστώσα και μία κατακόρυφη. Θα εξετάσουμε προσεκτικά την οριζόντια συνιστώσα.



Το διάγραμμα έχει πολύ διαφορετικό σκοπό από τη φωτογραφία στο προηγούμενο παράδειγμα. Ενώ η φωτογραφία καθιστούσε το κείμενο πιο ρεαλιστικό, το διάγραμμα χρησιμεύει για να εστιάσει την προσοχή σας στην αφηρημένη ιδέα που παρουσιάζεται στο κείμενο. Το σχήμα 4-11 δείχνει έναν κύκλο αλλά όχι και ένα κινούμενο σώμα. Ο λόγος είναι ότι ούτε το σχήμα ούτε οι διαστάσεις του σώματος έχουν σημασία για το συλλογισμό, παρά μόνο η μάζα και η θέση του. Το γράμμα m υποδεικνύει τη μάζα του σώματος και η άκρη του βέλους που παριστάνεται με $\vec{R}$ δείχνει τη θέση του σώματος.

Το κείμενο προϋποθέτει ότι γνωρίζετε τι σημαίνει «η οριζόντια συνιστώσα της κινήσεως». Η υπόθεση αυτή είναι λογική, όταν θα φτάσετε σ' αυτό το σημείο του μαθήματος. Ακόμη και τώρα όμως μπορείτε να καταλάβετε τι σημαίνει, αν εξετάσετε πιο καλά το σχήμα. Παρατηρήστε ότι οι άξονες φέρουν τα σύμβολα x και y . Υπάρχει επίσης ένα οριζόντιο βέλος, παριστάνεται με $\vec{x}$, που είναι η προβολή του $\vec{R}$ στον άξονα x . Ακόμη και αν δεν είσθε βέβαιοι, είναι λογικό να υποθέσετε ότι η «οριζόντια συνιστώσα της κινήσεως» αναφέρεται στην κίνηση του άκρου του ευθύγραμμου τμήματος, που σημειώνεται με $\vec{x}$.

Για να καταλάβετε καλύτερα αυτή την «οριζόντια συνιστώσα», θα μπορούσατε να αντιγράψετε το σχήμα στο τετράδιό σας και να βάλετε τη θέση του σώματος σε κάποια μεταγενέστερη χρονική στιγμή με τα δύο

βέλη $\vec{R}$ και $\vec{x}$, όπως δείχνει το σχήμα 1(α). Αν πάρετε ένα τόξο BC με μήκος ίσο με το τόξο AB, μπορείτε να έχετε μια ιδέα για το πού θα βρίσκεται το σώμα μετά από ένα ίσο χρονικό διάστημα, όπως φαίνεται στο σχήμα 1(β). Αυτές οι υποδείξεις τονίζουν το κύριο θέμα: Το διάβασμα ενός κειμένου φυσικής είναι κάτι περισσότερο από το διάβασμα των λέξεων. Περιλαμβάνει τη μελέτη των φωτογραφιών και των διαγραμμάτων με χαρτί και μολύδι στο χέρι.

Το μεγαλύτερο μέρος από το λεξιλόγιο που μεταχειριζόμαστε στη φυσική είναι το ίδιο με το λεξιλόγιο της καθημερινής ζωής. Υπάρχουν όμως μερικοί όροι, που χρησιμοποιούνται μόνο στη φυσική και στις συγγενείς επιστήμες. Οι όροι αυτοί θα εισαχθούν, όταν αποδειχθεί καθαρά ότι είναι αναγκαίοι. Είναι πολύ πιθανό ότι θα είναι νέες λέξεις για σας. Μερικοί όροι που χρησιμοποιούμε συχνά στην καθημερινή γλώσσα έχουν ειδική σημασία στη φυσική. Οι όροι **έργο**, **ενέργεια**, **ορμή** και **δυναμικό** είναι μερικά παραδείγματα. Όταν συναντάτε αυτούς τους όρους στο μάθημα, να θυμάσθε ότι το νόημά τους είναι πιο ακριβές στη φυσική παρά στην καθημερινή γλώσσα.

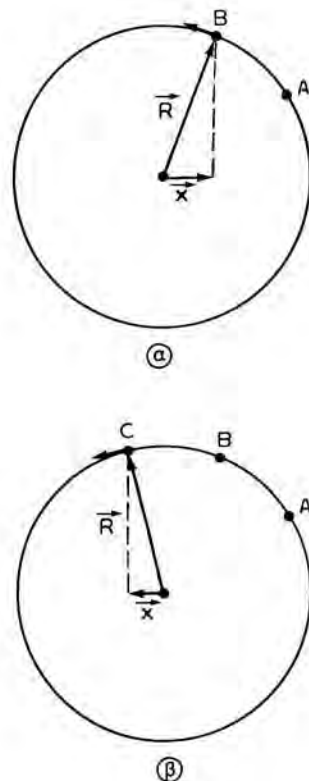
2. Φυσική στο εργαστήριο και στην καθημερινή ζωή.

Ένας από τους πιο εύστοχους ορισμούς για τη φυσική είναι ότι αποτελεί την προγραμματισμένη ανάκριση της φύσεως. Μία ανάκριση περιλαμβάνει το να θέτεις ερωτήσεις, να παίρνεις απαντήσεις, να ελέγχεις τις απαντήσεις και να θέτεις νέες ερωτήσεις μέχρι να διαμορφωθεί μία καθαρή εικόνα. Το φυσικό περιβάλλον γι' αυτή την ανάκριση της φύσεως είναι το εργαστήριο.

Θα βρείτε χρήσιμες υποδείξεις για την πειραματική σας δουλειά στην Εισαγωγή του Οδηγού για το εργαστήριο φυσικής της PSSC. Εδώ θέλουμε να επισημάνουμε ότι, για να αρχίσει κανείς να θέτει ερωτήσεις, πρέπει να έχει κάποια αρχική γνώση. Το μεγαλύτερο μέρος από αυτή την αρχική γνώση μπορείτε να το αποκτήσετε με παρατήρηση στην καθημερινή ζωή. Έχετε ήδη κάνει πολλές τέτοιες παρατηρήσεις χωρίς να αναρωτηθείτε γι' αυτές. Για παράδειγμα, μπορεί να παρατηρήσατε ότι η σκιά σας είναι μερικές φορές ξεκάθαρη, ενώ άλλες φορές όχι. Αναρωτηθήκατε ποτέ υπό ποιες συνθήκες είναι η σκιά σας ξεκάθαρη;

Όταν σταματά ξαφνικά το λεωφορείο με το οποίο ταξιδεύετε, φαίνεται σαν κάτι να ωθεί εσάς και τους συνεπιβάτες σας προς τα εμπρός. Είναι ίδιο αυτό το αίσθημα με την ώθηση που αισθάνεσθε, όταν συγκρούεσθε με κάποιον;

Οι απορίες και τα ερωτήματα δεν περιορίζονται φυσικά στο εργαστήριο. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τις αισθήσεις σας οπουδήποτε και σε κάθε χρονική στιγμή, για να αντιληφθείτε τον κόσμο γύρω σας. Εκεί ακριβώς αρχίζει η μελέτη της φυσικής.



Σχήμα 1 Η θέση του κινούμενου σώματος σε δύο μεταγενέστερες χρονικές στιγμές.



Ένα φορτηγό τρένο τρέχει πάνω σε σιδηροδρομική γραμμή με 65 χιλιόμετρα την ώρα. Μέσα από την ομίχλη, ένα χιλιόμετρο πιο πίσω, εμφανίζεται μία ταχεία αμαξοστοιχία, που τρέχει πάνω στην ίδια γραμμή με 120 χιλιόμετρα την ώρα. Ο μηχανοδηγός της ταχείας φρενάρει απότομα. Για να σταματήσει ο οδηγός του οχήματος, από τη στιγμή που θα φρενάρει (πεδήσει), χρειάζονται 3 χιλιόμετρα. Θα γίνει άραγε σύγκρουση; Το ζητούμενο είναι να υπολογίσουμε πού θα βρίσκονται τα τρένα σε ορισμένες χρονικές στιγμές και ειδικότερα, αν θα δρεθούν ποτέ στην ίδια θέση την ίδια στιγμή. Γενικότερα αναζητούμε τις σχέσεις μεταξύ των ταχυτήτων, θέσεων και χρόνων.

Το θέμα τέτοιων σχέσεων ονομάζεται γενικά κινηματική. Στη μελέτη της κινηματικής δεν ασχολούμαστε με ερωτήσεις, όπως: «Γιατί η ταχεία αμαξοστοιχία χρειάζεται 3 χιλιόμετρα για να σταματήσει;». Για να απαντήσουμε σε τέτοιου είδους ερωτήσεις, θα έπρεπε να μελετήσουμε με λεπτομέρεια τον τρόπο, με τον οποίο τα φρένα κάνουν το τρένο να σταματήσει. Τέτοιες ερωτήσεις θα μας απασχολήσουν σε επόμενα κεφάλαια. Εδώ εξετάζουμε την περιγραφή της κινήσεως. Θα αρχίσουμε με τη διερεύνηση της κινήσεως πάνω σε ευθεία τροχιά. Στο τρίτο κεφάλαιο θα επεκτείνουμε τη μελέτη μας στην περιγραφή γενικότερων κινήσεων. Στα δύο αυτά πρώτα κεφάλαια θα χρειασθεί να χρησιμοποιήσουμε την εμπειρία μας για τη μέτρηση του χρόνου και της θέσεως, γιατί κάθε κίνηση είναι αλλαγή της θέσεως, καθώς ο χρόνος κυλά. Βέβαια δεν θα σκεπτόμαστε σε κάθε δήμα τις μετρήσεις του χρόνου και της θέσεως, αλλά χωρίς αυτές η συζήτησή μας δεν θα είχε νόημα.

1-1 Θέση και μετατόπιση πάνω σε ευθεία γραμμή.

Το πρώτο δήμα στη μελέτη της κινήσεως είναι η περιγραφή της θέσεως ενός πράγματος που κινείται. Παρατηρήστε ένα αυτοκίνητο, που κινείται σε ευθύ αυτοκινητόδρομο ο οποίος έχει διεύθυνση ανατολής-δύσεως. Για να απαντήσουμε στην ερώτηση: «Πού βρίσκεται το αυτοκίνητο;» πρέπει να καθορίσουμε τη θέση του σχετικά με κάποιο ορισμένο σημείο. Οποιοδήποτε χαρακτηριστικό σημάδι του δρόμου μπορεί να χρησιμοποιήσει ως σημείο αναφοράς ή αρχή για τη μέτρηση της θέσεως.

Κατόπιν καθορίζουμε πόσο μακριά βρίσκεται το αυτοκίνητο από το σημάδι αυτό και προς ποια κατεύθυνση*, ανατολικά ή δυτικά. Τότε η περιγραφή της θέσεως είναι πλήρης. Έτσι, για παράδειγμα, λέμε ότι το αυτοκίνητο απέχει 5 km δυτικά από το κέντρο της πόλεως ή ότι βρίσκεται 3 km ανατολικά από τη γέφυρα του ποταμού. Δεν αρκεί να πούμε «5 km από το κέντρο της πόλεως». Δεν θα ήξερε κανείς, αν εννοούσαμε 5 km ανατολικά ή 5 km δυτικά.

Ομοίως, αν θέλετε να περιγράψετε τη θέση ενός σημείου πάνω σε ευθεία γραμμή, που έχετε σχεδιάσει, πρέπει να καθορίσετε κάποια αρχή και να δώσετε απόσταση και κατεύθυνση από αυτή την αρχή.

Αλλά τώρα η κατεύθυνση δεν μπορεί να προσδιορισθεί ως ανατολική ή δυτική, γιατί η γραμμή μπορεί να μην έχει αυτό τον προσανατολισμό.

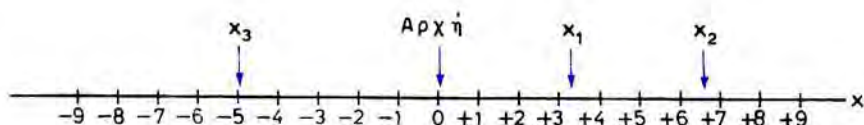
* Ο όρος κατεύθυνση άλλοτε σημαίνει διεύθυνση και φορά και άλλοτε απλώς φορά.

Ευθύγραμμη κίνηση

- 1-1 Θέση και μετατόπιση πάνω σε ευθεία γραμμή
- 1-2 Ομαλή κίνηση: Σταθερή ταχύτητα
ΠΡΟΣΘΕΤΑ ΘΕΜΑΤΑ: Το ξεπέρασμα του φράγματος του ήχου
- 1-3 Στιγμαία ταχύτητα
- 1-4 Προσδιορισμός διαγραμμάτων ταχύτητας-χρόνου από διαγράμματα θέσεως-χρόνου
- 1-5 Μετατόπιση από διαγράμματα ταχύτητας-χρόνου
- 1-6 Επιτάχυνση
- 1-7 Σταθερή επιτάχυνση: Μερικές χρήσιμες σχέσεις

Φωτογραφία αριστερά: Μια ταχεία αμαξοστοιχία που περνά από ένα σιδηροδρομικό σταθμό. Πώς θα φαινόταν ο σταθμός σε έναν παρατηρητή επάνω στο τρένο;

Σχήμα 1-1 *Ο άξονας των συντεταγμένων x .

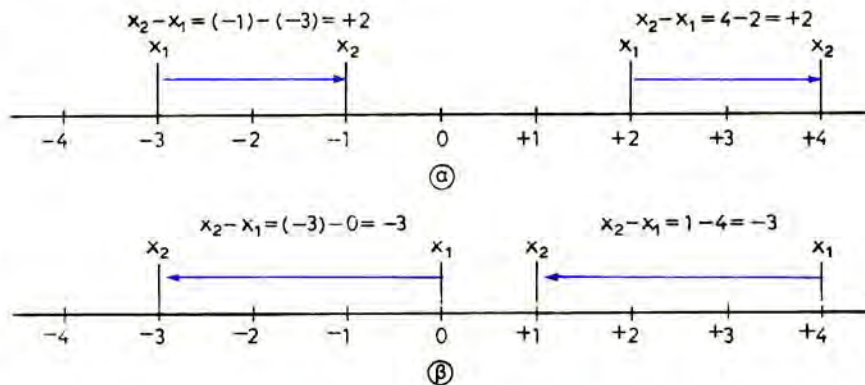


Θα μπορούσατε να πείτε «αριστερά και δεξιά», αλλά, αν κάποιος στεκόταν από την άλλη πλευρά της γραμμής πώς θα ερμήνευε αυτή την κατεύθυνση;

Για να μπορέσουμε να περιγράψουμε την κατεύθυνση (φορά) πάνω στην ευθεία με τρόπο, που να είναι ο ίδιος για όλους, θα ονομάσουμε την ευθεία από τη μια μεριά της αρχής θετική και από την άλλη αρνητική. Έτσι μπορούμε να καθορίσουμε τη θέση ενός σημείου πάνω στην ευθεία με ένα θετικό ή αρνητικό αριθμό, που δίνει συγχρόνως την απόστασή του (σε κατάλληλες μονάδες) και την κατεύθυνση σε σχέση με την αρχή. Ο αριθμός αυτός με το πρόσημο και τις μονάδες του ονομάζεται συντεταγμένη του σημείου. Αν καλέσουμε την ευθεία αυτή άξονα των συντεταγμένων x , θα συμβολίσουμε τις συντεταγμένες ως x_1 , x_2 , x_3 κλπ. (σχ. 1-1).

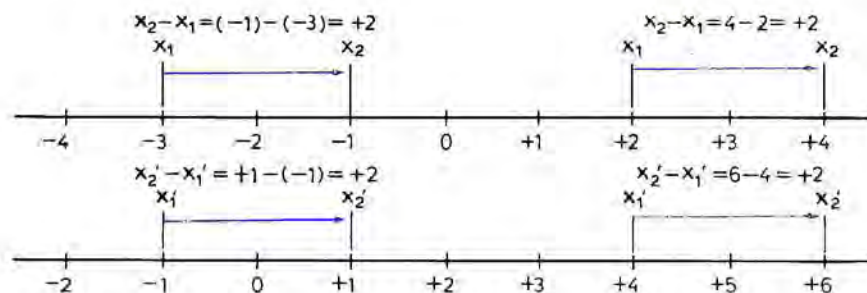
Κατά τη μελέτη της κινήσεως θα χρειασθεί συχνά να αναφερθούμε στην αλλαγή της θέσεως και γι' αυτό θα την ονομάσουμε ειδικά μετατόπιση. Όταν αντικείμενο κινείται από τη θέση x_1 στη θέση x_2 , η μετατόπιση δίνεται από τη διαφορά $x_2 - x_1$, δηλαδή τη συντεταγμένη της τελικής θέσεως μείον τη συντεταγμένη της αρχικής θέσεως. Η μετατόπιση μπορεί να είναι είτε θετική είτε αρνητική (θετική, όταν η x_2 είναι μεγαλύτερη της x_1 , και αρνητική, όταν η x_2 είναι μικρότερη της x_1). Το πρόσημο της μετατοπίσεως, δηλαδή αν είναι θετική ή αρνητική, εξαρτάται από τη φορά της κινήσεως και είναι ανεξάρτητο από τη θέση πάνω στη γραμμή των συντεταγμένων x , όπου γίνεται η μετατόπιση. Οι δύο μετατοπίσεις στο σχήμα 1-2 (α) είναι θετικές και ίσες μεταξύ τους. Οι μετατοπίσεις στο σχήμα 1-2 (β) είναι αρνητικές και επίσης ίσες μεταξύ τους.

Ακόμη οι μετατοπίσεις είναι ανεξάρτητες από το σημείο, που έχει εκλεγεί ως αρχή της ευθείας των συντεταγμένων. Το σχήμα 1-3 δείχνει τις συντεταγμένες θέσεως των ίδιων σημείων όπως, στο σχήμα 1-2, αλλά σε ευθεία συντεταγμένων, στην οποία η αρχή είναι σε διαφορετική θέση. Οι συντεταγμένες των θέσεων είναι διαφορετικές, αλλά οι μετατοπίσεις είναι ίδιες, επειδή υπολογίζονται ως διαφορές.

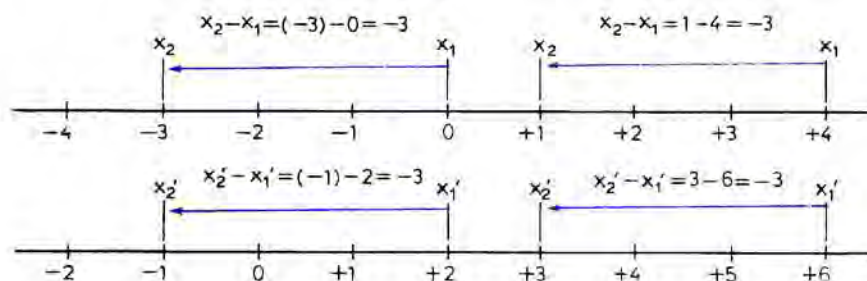


Σχήμα 1-2 Δύο ίσες μετατοπίσεις: (α) Θετική και (β) αρνητική.

* Στα σχήματα 1-1, 1-2 και 1-3 τα x μετρικούνται σε κατάλληλες μονάδες.



(α)



(β)

Σχήμα 1-3 Στο (α) δείχνονται επάνω οι ίδιες μετατοπίσεις όπως στο σχήμα 1-2 (α) και κάτω οι μετατοπίσεις αυτές σε άξονα συντεταγμένων με διαφορετική αρχή. Στο (β) οι μετατοπίσεις του σχήματος 1-2 (β) παριστάνονται επίσης με διαφορετική αρχή.

Διαφορές ή μεταβολές εμφανίζονται τόσο συχνά στις φυσικές επιστήμες και στα μαθηματικά, ώστε είναι χρήσιμος ειδικός συμβολισμός για την έκφρασή τους. Το κεφαλαίο Δ του ελληνικού αλφαβήτου χρησιμοποιείται διεθνώς, για να συμβολίσει «διαφορά» ή «διάστημα» ή «μεταβολή» ή «αύξηση» ή «μείωση». Έτσι Δα σημαίνει «μεταβολή στο α» ή «αύξηση στο α» και διαβάζεται «δέλτα άλφα». Δεν έχει νόημα να διαχωρίσουμε το Δ από το α. Ολόκληρο το σύμβολο Δα έχει μία ειδική σημασία: μεταβολή του α ή ένα διάστημα του α. Δεν σημαίνει ότι το Δ πολλαπλασιάζεται επί α.

Ειδικότερα, στην περίπτωση της μεταβολής θέσεων, η μετατόπιση γράφεται:

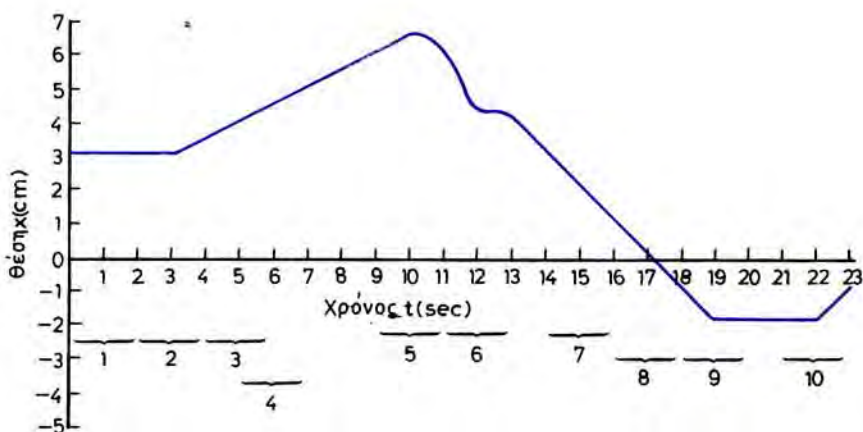
$$\Delta x = x_2 - x_1$$

όπου x_2 είναι η τελική θέση.

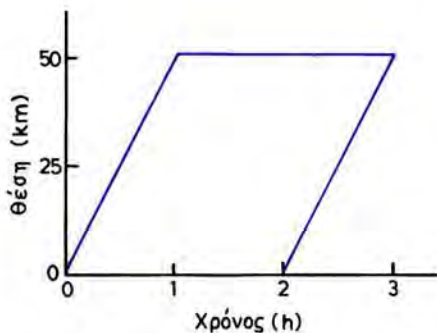
Για να περιγράψουμε την κίνηση ενός αντικειμένου πάνω σε κάποια ευθεία των συντεταγμένων, είναι χρήσιμο να κάνουμε γραφική παράσταση της θέσεως ως προς το χρόνο. Συνήθως σε τέτοιες γραφικές παραστάσεις τοποθετούμε το χρόνο στον οριζόντιο άξονα και τη θέση (συντεταγμένη της θέσεως) στον κατακόρυφο άξονα. Το σχήμα 1-4 είναι παράδειγμα μιας τέτοιας γραφικής παραστάσεως. Από τη γραφική παράσταση μπορεί κανείς αμέσως να μάθει πολλά ποιοτικά χαρακτηριστικά σχετικά με την κίνηση.

Το αντικείμενο βρισκόταν στη θέση $x = 3,0 \text{ cm}$ κατά τη χρονική στιγμή που έχει εκλεγεί ως χρόνος μηδέν. Έμεινε εκεί, ώσπου $t = 3,0 \text{ s}$. Σ' αυτή τη χρονική στιγμή άρχισε να απομακρύνεται από την αρχή. Η πιο απομακρυσμένη θέση του ήταν $x = 6,5 \text{ cm}$ και έφθασε εκεί σε $t = 10,2 \text{ s}$. Ύστερα άλλαξε φορά, πέρασε από την αρχή και σταμάτησε σε $x = -2 \text{ cm}$ κτλ.

Σχήμα 1-4 Γραφική παράσταση θέσεως-χρόνου.



	$x_1(m)$	$x_2(m)$
(1)	5	8
(2)	7	-2
(3)	-5	-2
(4)	15	12
(5)	0	2
(6)	-5	-8
(7)	-5	0



Σχήμα A

- Εκφράστε τη μεταβολή στις επόμενες ποσότητες χρησιμοποιώντας το συμβολισμό Δ :
 - Η θερμοκρασία T_1 ενός δωματίου στις 9 π.μ. ήταν 19°C και μία ώρα αργότερα η θερμοκρασία T_2 ήταν 25°C .
 - Η ένδειξη d_1 ενός οδομέτρου στην αρχή μιας διαδρομής ήταν 2380 km και η ένδειξη d_2 στο τέλος της διαδρομής ήταν 4060 km.
 - Η μάζα ενός ανθρώπου πριν αρχίσει δίαιτα ήταν 80 kg και μετά τη δίαιτα η μάζα του ήταν 70 kg.
- Στον πίνακα αριστερά ποιες μετατοπίσεις είναι ίσες;
- Είναι δυνατόν η γραφική παράσταση της διαδρομής ενός αυτοκινήτου που δίνεται στο σχήμα A να παριστάνει πραγματική περίπτωση; Εξηγήστε την απάντησή σας.

1-2 Ομαλή κίνηση: Σταθερή ταχύτητα.

Όλοι γνωρίζουμε τι σημαίνει γρήγορη και αργή κίνηση, αλλά ίσως δεν έχετε παρατηρήσει ότι υπάρχουν δύο διαφορετικοί (αν και συγγενείς) τρόποι, με τους οποίους εκφράζεται αυτή η διαφορά ποσοτικά. Στα αθλητικά λέμε ότι ο δρομέας α είναι ταχύτερος από το δρομέα β, αν ο α καλύπτει την ίδια απόσταση με τον β αλλά σε μικρότερο χρόνο. Όταν πρόκειται για αυτοκινητόδρομους, λέμε ότι στις εθνικές οδούς επιτρέπεται να οδηγεί κανείς ταχύτερα, γιατί επιτρέπεται να καλύψει περισσότερα χιλιόμετρα σε μία ώρα παρά σε ένα δευτερεύοντα δρόμο.

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη γραφική παράσταση, που δείχνει τη θέση ως συνάρτηση του χρόνου (σχ. 1-4), για να βρούμε πότε το αντικείμενο κινιόταν γρήγορα ή αργά. Αυτό θα το κάνουμε με τη δεύτερη μέθοδο, δηλαδή συγκρίνοντας μετατοπίσεις που έγιναν σε ίσα χρονικά διαστήματα. Επειδή ένα χρονικό διάστημα είναι η διαφορά μεταξύ δυο συνεταγμένων χρόνου t_1 και t_2 , αρμόζει να συμβολίσουμε τη διαφορά $t_2 - t_1$ με Δt .

Για παράδειγμα, ας συγκρίνουμε τις μετατοπίσεις του αντικειμένου, που η κίνησή του περιγράφεται στο σχήμα 1-4 για χρονικά διαστήματα $\Delta t = 2 \text{ s}$, αρχίζοντας σε διάφορες χρονικές στιγμές (πίνακας 1).

Πίνακας 1

Αριθμός διαστήματος	t_1 (s)	x_1 (cm)	t_2 (s)	x_2 (cm)	Δt (s)	Δx (cm)
1	0	3,0	2,0	3,0	2,0	0
2	2,0	3,0	4,0	3,5	2,0	0,5
3	4,0	3,5	6,0	4,5	2,0	1,0
4	5,0	4,0	7,0	5,0	2,0	1,0
5	9,0	6,0	11,0	6,0	2,0	0
6	11,0	6,0	13,0	4,0	2,0	-2,0
7	14,0	3,0	16,0	1,0	2,0	-2,0
8	16,0	1,0	18	-1,0	2,0	-2,0
9	18,0	-1,0	20,0	-2,0	2,0	-1,0
10	21,0	-2,0	23,0	-1,0	2,0	1,0

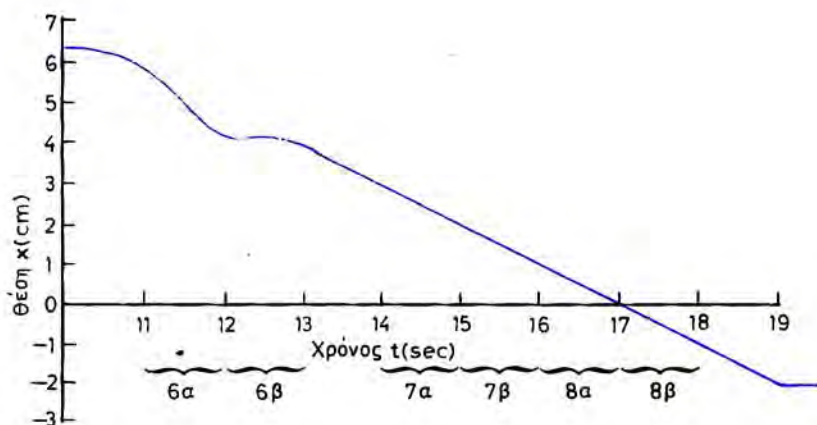
Ο πίνακας 1 μας λέει ότι το αντικείμενο κινήθηκε ταχύτερα κατά τα διαστήματα 6, 7 και 8 και ότι η κίνησή του ήταν προς τα αριστερά. (Στα διαστήματα αυτά το Δx είναι το μέγιστο κατά μέτρο και αρνητικό).

Στα διαστήματα 1 και 5 η μετατόπιση ήταν μηδενική. Αυτό σημαίνει ότι το αντικείμενο ήταν σταματημένο σ' αυτά τα χρονικά διαστήματα; Ο πίνακας μόνος του δεν αρκεί, για να απαντήσουμε στην ερώτηση. Ξαναγυρίζοντας στη γραφική παράσταση του σχήματος 1-4, βλέπετε ότι για κάθε χρονική στιγμή στο διάστημα 1 (δηλαδή μεταξύ $t = 0$ και $t = 2 \text{ s}$) το αντικείμενο ήταν σταματημένο σε $x = 3,0 \text{ cm}$. Κατά το διάστημα 5 όμως (μεταξύ $t = 9,0$ και $t = 11,0$) το αντικείμενο κινήθηκε αρχικά προς τα δεξιά (προς τα πάνω στην κλίμακα x) και κατόπιν προς τα αριστερά (προς τα κάτω στην κλίμακα x). Ήταν απλώς τυχαίο ότι στο τέλος του χρονικού διαστήματος βρέθηκε στην ίδια θέση όπως στην αρχή.

Ας εξετάσουμε τώρα την κίνηση κατά τα διαστήματα 6, 7 και 8. Η μετατόπιση και στα τρία ήταν $-2,0 \text{ cm}$. Η κίνηση ήταν η ίδια σ' αυτά τα διαστήματα; Για να απαντήσουμε σ' αυτή την ερώτηση, θα ξανασχεδιάσουμε το σχήμα 1-4 σε μεγαλύτερη κλίμακα, θα διαιρέσουμε το κάθε χρονικό διάστημα σε δύο ίσα μέρη και θα βρούμε τις αντίστοιχες μετατοπίσεις (σχ. 1-5). Τα αποτελέσματα φαίνονται στον πίνακα 2.

Από τον πίνακα βλέπουμε ότι η υποδιαίρεση του διαστήματος 6 δείχνει ότι υπήρχαν άνισες μετατοπίσεις, ενώ η υποδιαίρεση των διαστημάτων 7 και 8 δείχνει ίσες μετατοπίσεις μέσα στα όρια της ακρίβειας με την οποία διαβάζουμε τη γραφική παράσταση. Παραπάνω υποδιαιρέσεις των διαστημάτων 7 και 8 δείχνουν ότι για οποιαδήποτε ίσα χρονικά διαστήματα αυτές οι μικρότερες μετατοπίσεις είναι επίσης ίσες. Όταν η κίνηση έχει αυτό το χαρακτηριστικό, ονομάζεται **ομαλή κίνηση**. Σε μια γραφική παράσταση της θέσεως σε συνάρτηση με το χρόνο, τα μέρη που αντιστοιχούν σε ομαλή κίνηση πρέπει να είναι ευθύγραμμα τμήματα. Ίσες μεταβολές σε μία συντεταγμένη αντιστοιχούν σε ίσες μεταβολές στην άλλη.

Σχήμα 1-5 Μέρος του σχήματος 1-4 σχεδιασμένο σε μεγαλύτερη κλίμακα.



Πίνακας 2

Αριθμός διαστήματος	t_1 (s)	x_1 (cm)	t_2 (s)	x_2 (cm)	Δt (s)	Δx (cm)
6α	11,0	6,0	12,0	4,2	1,0	-1,8
6β	12,0	4,2	13,0	4,0	1,0	-0,2
7α	14,0	3,0	15,0	2,0	1,0	-1,0
7β	15,0	2,0	16,0	1,0	1,0	-1,0
8α	16,0	1,0	17,0	0	1,0	-1,0
8β	17,0	0	18,0	-1,0	1,0	-1,0

Μπορούμε να παρατηρήσουμε και από άλλη πλευρά την ομαλή κίνηση στα διαστήματα 7 και 8. Σε κάθε δευτερόλεπτο η μετατόπιση είναι 1,0 cm. Σε δυο δευτερόλεπτα είναι διπλάσια, δηλαδή 2,0 cm. Σε τρία δευτερόλεπτα είναι τριπλάσια, δηλαδή 3,0 cm κ.ο.κ. όσο η κίνηση είναι ομαλή. Μπορούμε να γενικεύσουμε αυτό το αποτέλεσμα ως εξής: αν για ίσα χρονικά διαστήματα οι μετατοπίσεις είναι ίσες, τότε η μετατόπιση είναι ανάλογη προς το χρονικό διάστημα:

$$\Delta x = v \Delta t$$

όπου v , ο συντελεστής αναλογίας, είναι η **ταχύτητα**.

Επειδή το Δx έχει διάσταση μήκους και το Δt διάσταση χρόνου, το v έχει διάσταση μήκους διά χρόνου ή μήκους στη μονάδα του χρόνου. Οι μονάδες της ταχύτητας εξαρτώνται από τις μονάδες, με τις οποίες εκφράζονται η μετατόπιση και ο χρόνος. Για παράδειγμα, αν το Δx εκφράζεται σε cm και το Δt σε δευτερόλεπτα, τότε το v δίνεται σε cm/s. Αυτό φαίνεται καλύτερα, αν γράψουμε:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

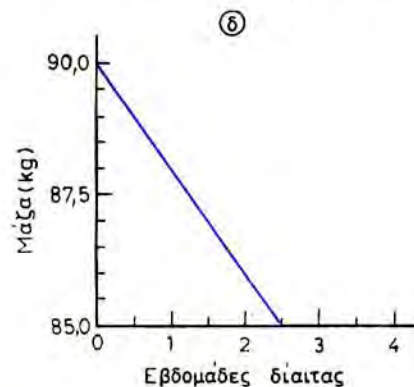
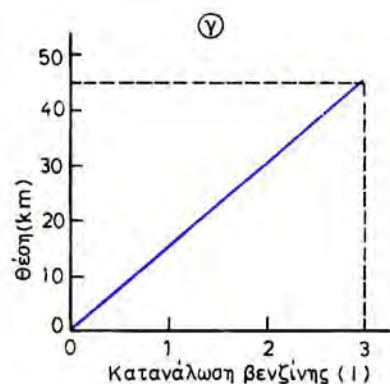
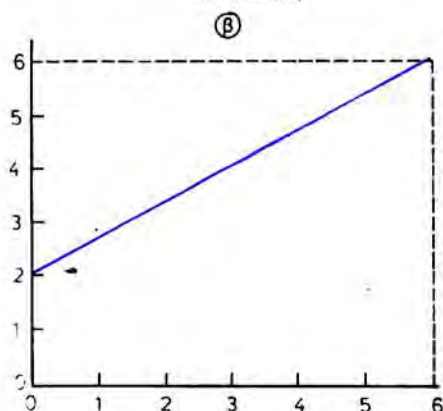
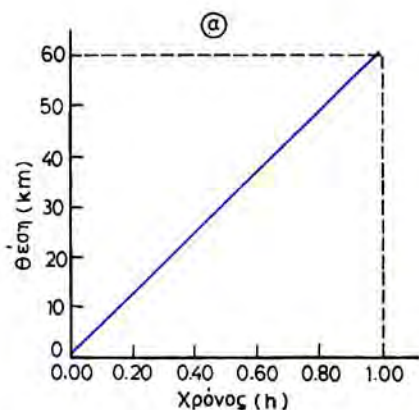
Για το ευθύγραμμο τμήμα της γραφικής παραστάσεως στο σχήμα 1-4, που εξετάσαμε παραπάνω,

$$v = - \frac{2,0 \text{ cm}}{2,0 \text{ s}} = - 1,0 \text{ cm/s}$$

Το πρόσημο της ταχύτητας είναι πάντοτε το ίδιο με το πρόσημο της μετατοπίσεως Δx , γιατί το Δt είναι πάντοτε θετικό. Το μέγεθος του πηλίκου $\Delta x / \Delta t$ είναι ένα μέτρο του πόσο απότομο είναι το ευθύγραμμο κομμάτι της γραφικής παραστάσεως x ως προς t και καλείται **κλίση*** της ευθείας.

Όταν ο καθορισμός ενός μεγέθους, όπως η ταχύτητα, γίνεται με το λόγο δυο μεταβολών, εννοείται ότι η μεταβολή στον αριθμητή γίνεται «κατά τη διάρκεια» της μεταβολής στον παρανομαστή. Έτσι $v = \Delta x / \Delta t$ (διαβάζεται «υ ίσον δέλτα x δια δέλτα t»), σημαίνει ότι «για να βρούμε την ταχύτητα, παίρνουμε τη μεταβολή της θέσεως Δx και τη διαιρούμε με το χρονικό διάστημα Δt , μέσα στο οποίο έγινε αυτή η μεταβολή». Πιο γενικά, όταν γράψουμε $\Delta a / \Delta b$, εννοούμε ότι θα χρησιμοποιήσουμε τη μεταβολή του a , που αντιστοιχεί στη δοσμένη μεταβολή του b .

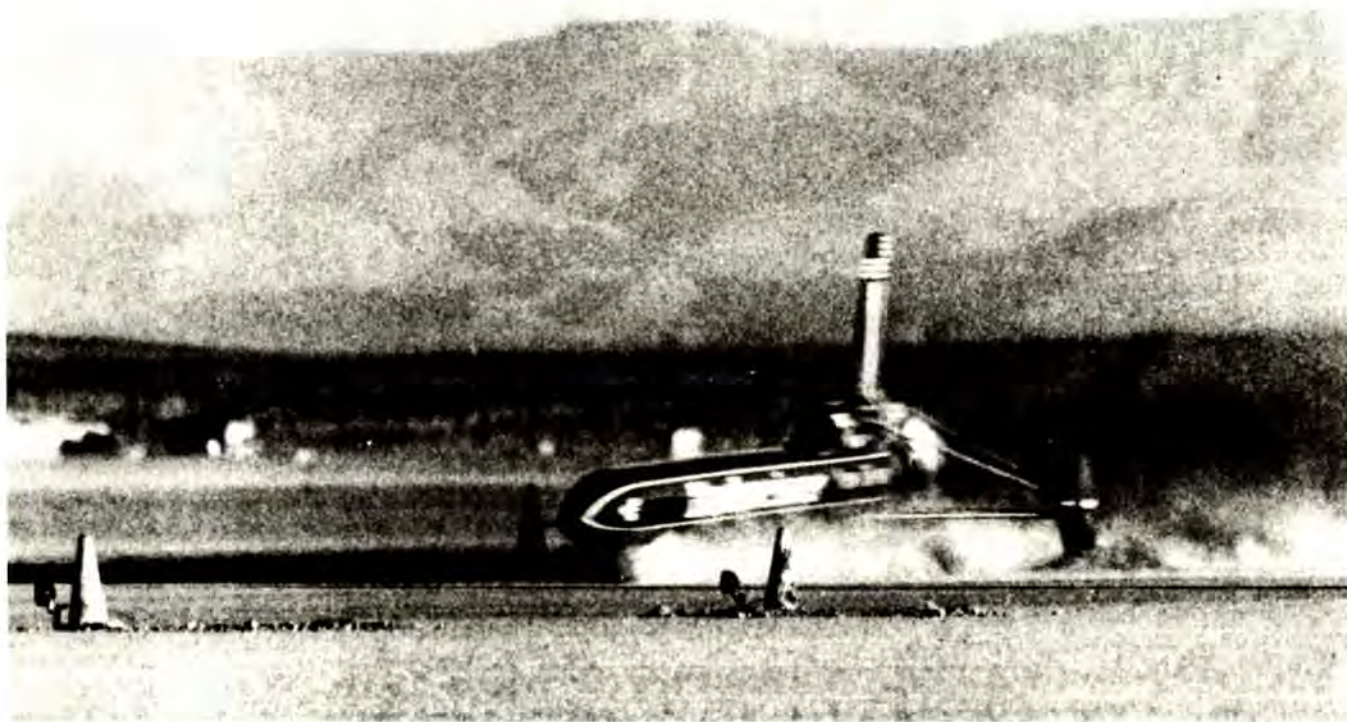
4. Να εκφράσετε τις παρακάτω ταχύτητες σε χιλιόμετρα/ώρα (km/hr). Δώστε παραδείγματα αντικειμένων, που κινούνται με τέτοιες ταχύτητες.
(α) 1 m/s, (β) 10 m/s, (γ) 25 m/s, (δ) 250 m/s, (ε) 8000 m/s.
5. Να βρείτε τα μέρη της γραφικής παραστάσεως στο σχήμα 1-4, σελίδα 8, όπου η κίνηση είναι ομαλή και προσδιορίστε την ταχύτητα του αντικειμένου σε αυτές τις περιοχές.
6. Να βρείτε την κλίση στις γραφικές παραστάσεις στο σχήμα Β. Προσδιορίστε τις μονάδες σε κάθε περίπτωση.



Σχήμα Β

*Λέγεται και βαθμίδα και συντελεστής διευσθύνσεως.

ΠΡΟΣΘΕΤΑ ΘΕΜΑΤΑ



Το ξεπέρασμα του φράγματος του ήχου.

Στις 15 Δεκεμβρίου 1979 ένα πυραυλοκίνητο αυτοκίνητο έτρεξε πάνω στη στεγνή άμμο της Rogers Dry Lake στην Καλιφόρνια με ταχύτητα 330 m/s.

Νωρίς το πρωί, η θερμοκρασία του αέρα της ερήμου ήταν -7°C . Σ' αυτή τη θερμοκρασία ο ήχος μεταδίδεται στον αέρα με ταχύτητα 327 m/s. Έτσι το πυραυλοκίνητο αυτοκίνητο ξεπέρασε την ταχύτητα του ήχου κατά 3 m/s. Κινήθηκε με υπερηχητική ταχύτητα.

Η ταχύτητα δεν μετρήθηκε από δύο παρατηρητές με συγχρονισμένα χρονόμετρα, τοποθετημένους κατά μήκος της τροχιάς. Αντί γι' αυτό η ταχύτητα μετρήθηκε έμμεσα με παρατήρηση της κινήσεως της εικόνας του αυτοκινήτου πάνω σε οθόνη ραντάρ. Για να είναι αξιόπιστες τέτοιες έμμεσες μέθοδοι μετρήσεως, πρέπει πρώτα να δοκιμασθούν με σύγκριση με άμεσες μεθόδους.

Αλλά γιατί είναι τόσο σπουδαίο να κινηθεί κάτι με ταχύτητα μεγαλύτερη από την ταχύτητα του ήχου; Τα αεροπλάνα πετάνε με υπερηχητικές ταχύτητες εδώ και 20 χρόνια. Εξάλλου τώρα που διαβάσετε αυτό το βιβλίο,

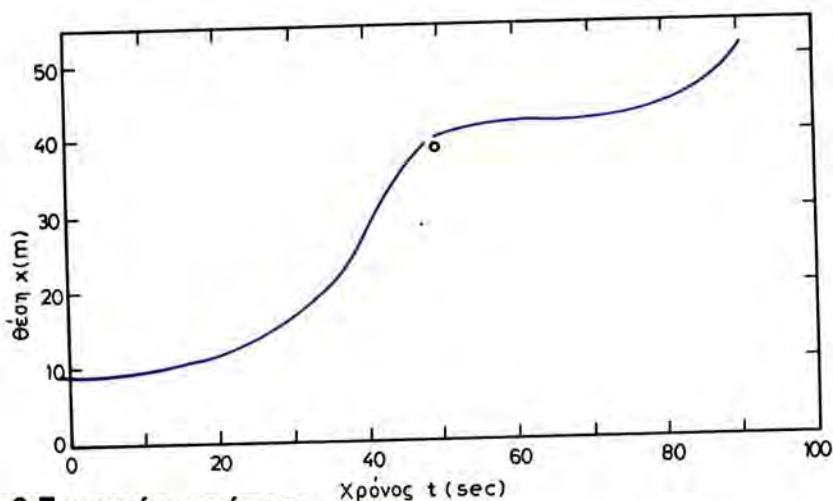
κινείσθε με ταχύτητα 3×10^4 m/s σε τροχιά γύρω από τον ήλιο και ούτε καν το καταλαβαίνετε.

Αυτό που είναι εντυπωσιακό δεν είναι η ταχύτητα καθεαυτή, αλλά η γρήγορη αλλαγή στην ταχύτητα. Το αυτοκίνητο χρειάστηκε μόνο 20 s, για να φτάσει τα 330 m/s. Αυτό αντιστοιχεί σε μέση επιτάχυνση περίπου 17 m/s^2 . (Στην πραγματικότητα η αρχική επιτάχυνση ήταν παραπάνω από τριπλάσια).

Ίσως αναρωτιέστε, γιατί το αυτοκίνητο ήταν τόσο μακρύ (12 m) και στενό (0,5 m). Γιατί μεταχειρίστηκαν μία μηχανή πυραύλου Sidewinder με ισχύ $4,8 \times 10^4$ ίππους; Γιατί η μηχανή δεν ήταν συνδεδεμένη με τους τροχούς, όπως γίνεται στα αυτοκίνητα αγώνων;

Στην πιο υψηλή ταχύτητα οι τροχοί έπαιρναν 150 στροφές το δευτερόλεπτο. Μήπως γ' αυτό το λόγο ήταν κατασκευασμένοι από σφυρηλατημένο αλουμίνιο και όχι ελαστικό;

Θα μπορούσατε να βρείτε τις απαντήσεις σ' αυτές τις ερωτήσεις, αφού μελετήσετε τα επόμενα κεφάλαια, όπου θα προχωρήσουμε πέρα από την περιγραφή της κινήσεως και θα εξετάσουμε την αιτία, που προκαλεί την κίνηση διαφόρων πραγμάτων.



Σχήμα 1-6 Διάγραμμα θέσεως-χρόνου για αντικείμενο, που κινείται με μεταβαλλόμενη ταχύτητα.

1-3 Στιγμιαία ταχύτητα.

Είδαμε ότι στην ομαλή κίνηση η μεταβολή της θέσεως, δηλαδή η μετατόπιση, είναι ανάλογη με τη μεταβολή του χρόνου. Αλλά οι περισσότερες κινήσεις δεν είναι ομαλές και οι γραφικές παραστάσεις τους θέσεως-χρόνου δεν έχουν ευθύγραμμα τμήματα. Υπάρχει τρόπος να μετρήσουμε πόσο γρήγορα κινείται ένα αντικείμενο, όταν η κίνησή του δεν είναι ομαλή;

Ας εξετάσουμε τη γραφική παράσταση θέσεως-χρόνου στο σχήμα 1-6. Πόσο γρήγορα κινείται το αυτοκίνητο τη χρονική στιγμή $t = 50$ s; Όπως είναι φανερό, επειδή η γραμμή είναι καμπύλη, η κίνηση κοντά σ' αυτή τη χρονική στιγμή δεν είναι ομαλή. Ας παρατηρήσουμε τώρα με μεγεθυντικό φακό το κομμάτι της γραφικής παραστάσεως μεταξύ $t = 45$ s και $t = 55$ s (σχ. 1-7).

Το μεγεθυμένο κομμάτι φαίνεται πιο ευθύ από ολόκληρη τη γραφική παράσταση, γιατί είναι μόνο μικρό τμήμα της. Μία ακόμη μεγαλύτερη μεγέθυνση δείχνεται στο σχήμα 1-8, που περιλαμβάνει το χρονικό διάστημα 0,5 s πριν και μετά τη χρονική στιγμή $t = 50$ s. Σ' αυτό το χρονικό διάστημα η γραμμή είναι σχεδόν ευθεία και μπορούμε να βρούμε την ταχύτητα μετρώντας την κλίση της «ευθείας» γραμμής. Στο σχήμα διαλέγουμε δύο σημεία 1 και 2 κοντά στα 50 s και από τη γραφική παράσταση βρίσκουμε:

$$\begin{aligned} t_1 &= 49,86 \text{ s} & x_1 &= 38,42 \text{ m,} \\ t_2 &= 50,16 \text{ s} & x_2 &= 38,58 \text{ m} \end{aligned}$$

Επομένως η κλίση δίνεται από τη σχέση:

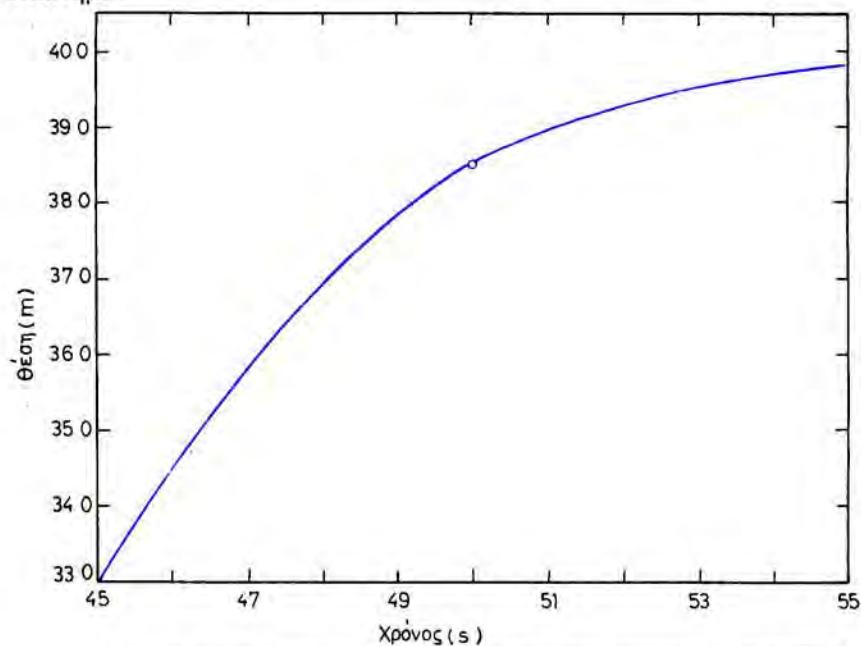
$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{+ 0,16 \text{ m}}{0,30 \text{ s}} \approx + 0,53 \text{ m / s}$$

και η ταχύτητα στο σημείο που αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή 50 s είναι πολύ κοντά στην τιμή $+ 0,53 \text{ m / s}$. Έτσι μπορούμε να πούμε ότι η ταχύτητα του αντικειμένου σε $t = 50$ s είναι με πολύ καλή προσέγγιση $0,53 \text{ m / s}$ προς τη θετική κατεύθυνση.

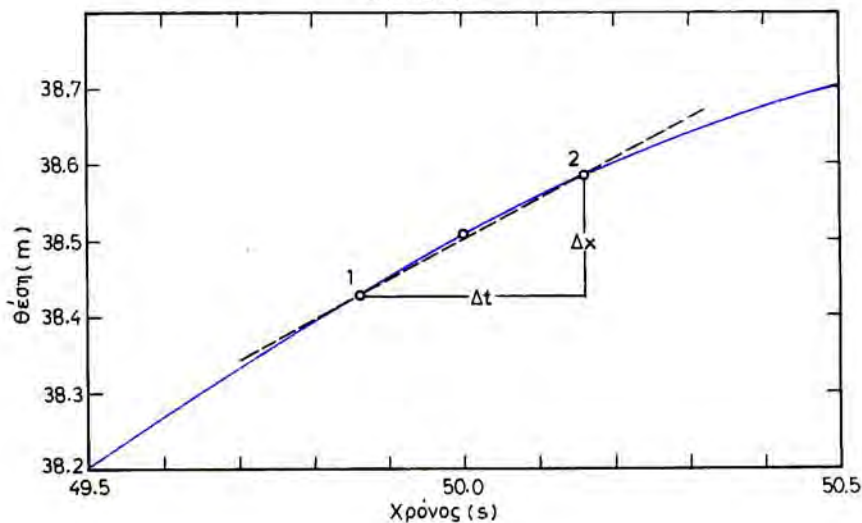
Το μεγεθυμένο κομμάτι μιας γραφικής παραστάσεως φαίνεται πιο ευθύ από ολόκληρη την παράσταση, γιατί στη μεγεθυμένη εικόνα βλέπουμε μόνο ένα μικρό τμήμα. Όταν κάνουμε αρκετά μεγάλη μεγέθυνση, βλέπουμε μόνο ένα μικρό διάστημα του x και t . Δηλαδή στην πραγματικότητα βρίσκουμε την κλίση ενός μικρού τμήματος της καμπύλης παίρνοντας το πηλίκο

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

για δύο σημεία 1 και 2 πολύ κοντά το ένα από το άλλο. Τα σημεία που παίρνουμε πρέπει να είναι αρκετά κοντά το ένα με το άλλο, ώστε η γραφική παράσταση να είναι ουσιαστικά ευθεία γραμμή σ' αυτό το διάστημα.



Σχήμα 1-7 Τμήμα της καμπύλης του σχήματος 1-6 σε μεγέθυνση.



Σχήμα 1-8 Όταν μεγεθυνθεί 100 φορές ένα μικρό μέρος της καμπύλης, είναι σχεδόν ευθύγραμμο.

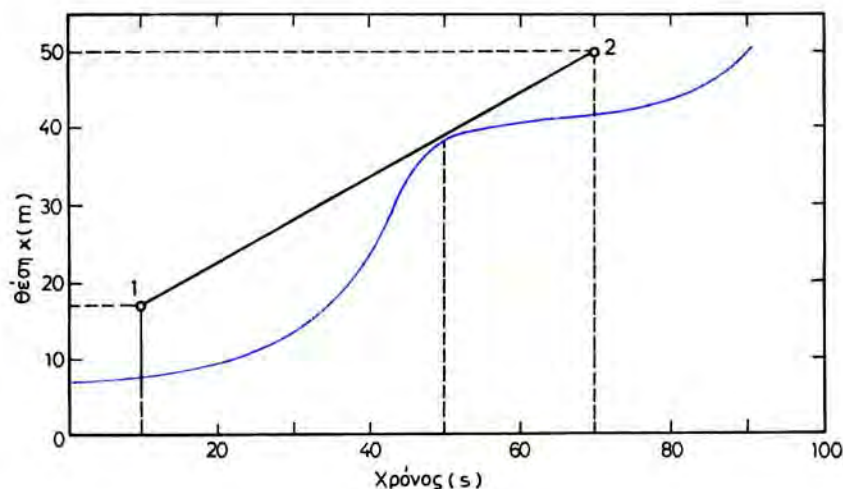
Όταν το μέρος του διαγράμματος που μεταχειριζόμαστε είναι σχεδόν ευθύγραμμο, βρίσκουμε περίπου την ίδια κλίση και επομένως την ίδια ταχύτητα, ανεξάρτητα από τα σημεία που παίρνουμε, για να την υπολογίσουμε. Για παράδειγμα, στο σχήμα 1-8, αν μετακινήσουμε τα σημεία 1 και 2 πολύ κοντά στο σημείο 50 s, βρίσκουμε το ίδιο αποτέλεσμα, όπως προηγουμένως. Δοκιμάστε το και εσείς. Επί πλέον, το Δx των σημείων που μεταχειριζόμαστε για να βρούμε το $\Delta x / \Delta t$, θα είναι μικρό, όταν το Δt είναι μικρό. Και αν το Δt είναι αρκετά μικρό, το $\Delta x / \Delta t$ δεν αλλάζει πολύ για καμπύλη θέσεως-χρόνου, που είναι ομαλή γύρω από ένα συγκεκριμένο σημείο. Λέμε λοιπόν ότι η ταχύτητα σε ορισμένη χρονική στιγμή, δηλαδή η **στιγμιαία ταχύτητα**, δίνεται από το όριο $\Delta x / \Delta t$, καθώς το Δt «πλησιάζει στο μηδέν», δηλαδή καθώς το Δt γίνεται όλο και πιο μικρό. Συμβολικά αυτός ο ορισμός γράφεται:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

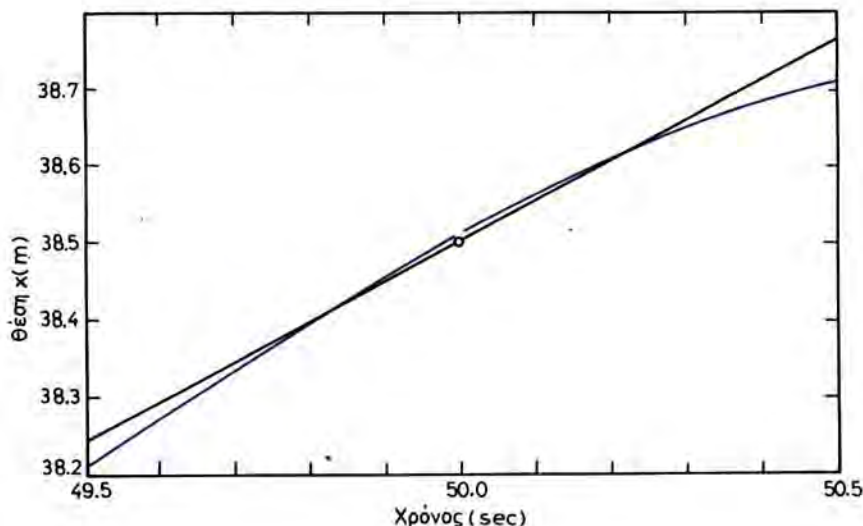
(διαβάζουμε το «lim» ως «το όριο καθώς το Δt τείνει στο 0»). Με τη λέξη «όριο» εννοούμε το αποτέλεσμα που προκύπτει αν πάρουμε δύο πολύ γειτονικές τιμές t_1 και t_2 οπότε ο λόγος δεν θα αλλάξει ουσιαστικά, αν πάρουμε ένα ακόμη μικρότερο χρονικό διάστημα μεταξύ των t_1 και t_2 .

Κατά την ανάπτυξη της έννοιας της στιγμιαίας ταχύτητας χρησιμοποιήσαμε τη μεγεθυμένη εικόνα του διαγράμματος θέσεως-χρόνου. Υπάρχει κάποιος απλούστερος τρόπος να βρίσκουμε την ταχύτητα χωρίς αυτή τη διαδικασία της μεγεθύνσεως;

Η απάντηση είναι «ναι»: σχεδιάστε μία εφαπτομένη και μετρήστε την κλίση της. Ας υποθέσουμε ότι φέρομε εφαπτομένη στην καμπύλη του σχήματος 1-6 στο σημείο όπου $t = 50$ s, όπως φαίνεται στο σχήμα 1-9. Σ' αυτό το σχήμα η εφαπτομένη διακρίνεται εύκολα από το γράφημα του x ως προς t . Αλλά αν μεγεθύνουμε εκατό φορές (σχ. 1-10), βλέπουμε ότι η εφαπτομένη δύσκολα διακρίνεται από την καμπύλη σε ένα μικρό διά-



Σχήμα 1-9 Για να βρούμε την ταχύτητα σε κάποια χρονική στιγμή, φέρομε την εφαπτομένη στην καμπύλη στο σημείο που εξετάζουμε. Έστερα βρίσκουμε την κλίση, παίρνοντας δύο σημεία επάνω στην εφαπτομένη. Η αριθμητική τιμή της κλίσεως είναι η ταχύτητα.



Σχήμα 1-10 Αν μεγεθύνουμε το σχήμα 1-9 100 φορές, η καμπύλη και η εφαπτομένη δεν ξεχωρίζουν κοντά στο σημείο επαφής.

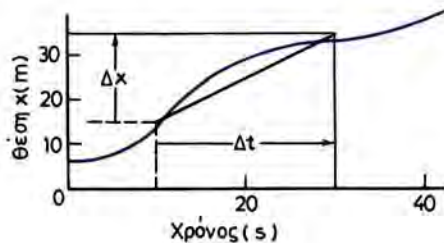
στημα γύρω από το σημείο επαφής. Σ' αυτή την περιοχή έχουν την ίδια κλίση. Άρα μπορούμε να μεταχειρισθούμε την κλίση της εφαπτομένης, για να προσδιορίσουμε την κλίση του διαγράμματος σε οποιοδήποτε συγκεκριμένο σημείο. Το σχήμα 1-9 δείχνει πώς να χρησιμοποιήσουμε αυτή τη μέθοδο, για να βρούμε την ταχύτητα του αντικειμένου σε $t = 50$ s. Πρώτα σχεδιάζουμε την εφαπτομένη στην καμπύλη στο σημείο που διαλέξαμε. Μετά παίρνουμε δύο κατάλληλα σημεία, που τα ονομάζουμε 1 και 2, επάνω στην εφαπτομένη. Διαβάζουμε τις τιμές των x_1 , x_2 και t_1 , t_2 και βρίσκουμε $x_2 - x_1 = 32$ m και $t_2 - t_1 = 60$ s. Άρα η κλίση είναι:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{+ 32 \text{ m}}{60 \text{ s}} \approx +0,53 \text{ m/s}$$

Επομένως τη στιγμή $t = 50$ s το αντικείμενο έχει μια στιγμιαία ταχύτητα 0,53 m/s.

Χρησιμοποιούμε τη λέξη στιγμιαία, για να διακρίνουμε την ταχύτητα σε μια χρονική στιγμή από τη **μέση ταχύτητα** μέσα σε ένα χρονικό διάστημα. Η μέση ταχύτητα στο χρονικό διάστημα Δt ορίζεται ως:

$$v_{\text{μέσ}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

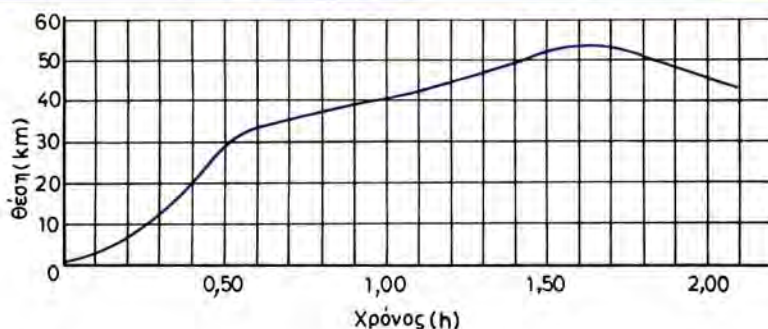


Σχήμα 1-11 Η κλίση της ευθείας γραμμής $= v_{\text{μέσ}} = \Delta x / \Delta t$.

Γραφικά η μέση ταχύτητα είναι η κλίση του ευθύγραμμου τμήματος, που συνδέει τα δυο σημεία στο διάγραμμα θέσεως-χρόνου, τα οποία βρίσκονται στις άκρες του χρονικού διαστήματος Δt (σχ. 1-11). Η μέση ταχύτητα είναι η σταθερή ταχύτητα, που θα άλλαζε τη θέση κατά Δx στο χρονικό διάστημα Δt .

Πιο γενικά, η τιμή της μέσης ταχύτητας εξαρτάται από το χρονικό διάστημα Δt που εξετάζουμε. Στο σχήμα 1-9 η μέση ταχύτητα στο χρονικό διάστημα 0 s ως 60 s δεν είναι η ίδια με τη μέση ταχύτητα στο χρονικό διάστημα 40 s ως 60 s.

Αν η στιγμιαία ταχύτητα μεταβάλλεται σημαντικά κατά το χρονικό διάστημα Δt , θα διαφέρει σχεδόν σε κάθε στιγμή από τη μέση ταχύτητα γι' αυτό το χρονικό διάστημα. Σε ορισμένες στιγμές μπορεί να είναι μεγαλύτερη, σε άλλες μικρότερη, από τη μέση ταχύτητα. Θα έχει την ίδια τιμή με τη μέση ταχύτητα μόνο στις χρονικές στιγμές που η εφαπτομένη της καμπύλης θέσεως-χρόνου είναι παράλληλη με την ευθεία γραμμή της μέσης ταχύτητας. Για παράδειγμα, στο διάγραμμα του σχήματος 1-11 μπορεί κανείς να επιβεβαιώσει ότι η μέση και η στιγμιαία ταχύτητα έχουν την ίδια τιμή μόνο για $t = 18 \text{ s}$. Μόνο στην ομαλή κίνηση η στιγμιαία ταχύτητα είναι ίση σε κάθε στιγμή με τη μέση ταχύτητα. Σ' αυτή την περίπτωση βρίσκουμε την ίδια τιμή της μέσης ταχύτητας είτε πάρουμε μικρό είτε μεγάλο χρονικό διάστημα.



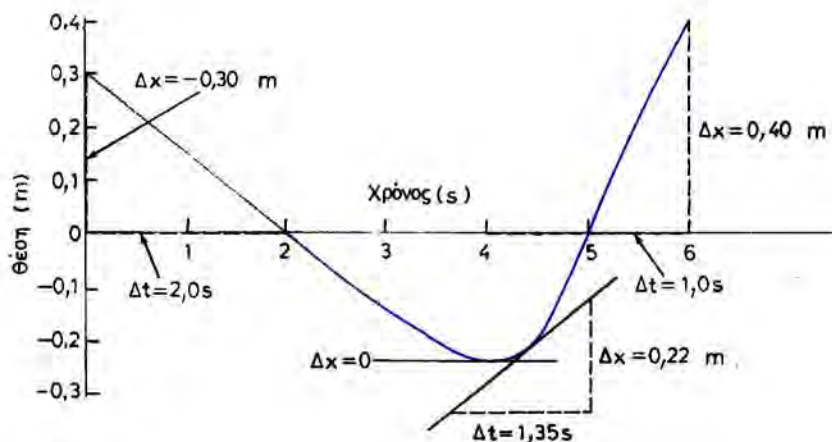
Σχήμα Γ

7. Προσδιορίσετε όλα τα σημεία στο διάγραμμα 1-4, όπου η στιγμιαία ταχύτητα είναι μηδενική.
8. Το σχήμα Γ δείχνει το διάγραμμα θέσεως-χρόνου ενός αυτοκινήτου.
 - (α) Σε ποια χρονική στιγμή κινείται το αυτοκίνητο με τη μέγιστη ταχύτητα (κατά μέτρο);
 - (β) Ποια είναι η ταχύτητα εκείνη τη στιγμή;
 - (γ) Με ποια ταχύτητα έτρεχε το αυτοκίνητο τη χρονική στιγμή 0,70 h;
 - (δ) Ποια ήταν η μέση ταχύτητα για τις πρώτες 0,70 h;
9. Ποια είναι η μέση ταχύτητα τα πρώτα 90 s στο διάγραμμα του σχήματος 1-9;
10. Ένα τρένο τρέχει με 95 km/h επί 0,52 h, κατόπιν με 50 km/h επί 0,24 h και τέλος με 100 km/h επί 0,71 h. Ποια είναι η μέση ταχύτητά του;

1-4 Προσδιορισμός διαγραμμάτων ταχύτητας-χρόνου από διαγράμματα θέσεως-χρόνου.

Τώρα που μάθαμε πώς να βρίσκουμε την ταχύτητα ενός κινούμενου αντικειμένου από το διάγραμμα θέσεως-χρόνου, μπορούμε να προχωρήσουμε στην κατασκευή του διαγράμματος της ταχύτητας από το διάγραμμα θέσεως-χρόνου. Για παράδειγμα, ας εξετάσουμε το διάγραμμα του σχήματος 1-12. Μεταξύ $t = 0$ και περίπου $t = 3 \text{ s}$ η κίνηση είναι ομαλή και μπορούμε να μετρήσουμε απευθείας την κλίση σε οποιοδήποτε σημείο. Μεταξύ $t = 3 \text{ s}$ και $t = 5 \text{ s}$ η ταχύτητα μεταβάλλεται και έτσι πρέπει να φέρομε τις εφαπτομένες σε αρκετά σημεία και να μετρήσουμε

Σχήμα 1-12 Προσδιορισμός της κλίσεως σε διάφορα σημεία ενός διαγράμματος θέσεως-χρόνου.



την κλίση τους. Μετά από $t = 5\text{ s}$ το διάγραμμα είναι πάλι ευθύγραμμο και μπορούμε πάλι να μετρήσουμε απευθείας την κλίση σε οποιοδήποτε σημείο.

Η μικρότερη τιμή της ταχύτητας (κατά μέτρο) είναι στην αρχή:

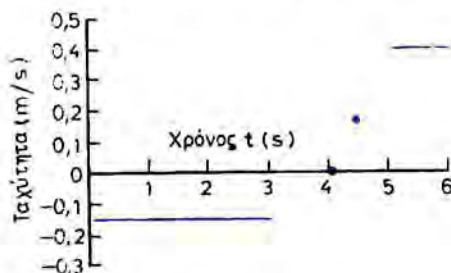
$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-0,30\text{ m}}{2,0\text{ s}} = -0,15\text{ m/s}$$

Η μεγαλύτερη τιμή είναι στο τέλος:

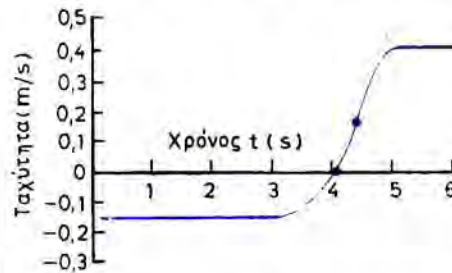
$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0,40\text{ m}}{1,0\text{ s}} = +0,40\text{ m/s}$$

Διαλέγοντας την κλίμακα του άξονα των ταχυτήτων με τρόπο που να περιλαμβάνει τις παραπάνω τιμές, μπορούμε να αρχίσουμε το διάγραμμα υ ως προς t , όπως φαίνεται στο σχήμα 1-13. Το επόμενο δήμα εξαρτάται από την ακρίβεια που θέλουμε να έχει το διάγραμμα.

Αν απαιτείται μεγάλη ακρίβεια, πρέπει να επιστρέψουμε στο σχήμα 1-12 και να μετρήσουμε την κλίση του καμπύλου τμήματος σε αρκετά σημεία. Αν όμως είναι αρκετό ένα πρόχειρο σχεδιάγραμμα, μπορούμε να αποτελειώσουμε το διάγραμμα με το χέρι, όπως φαίνεται στο σχήμα 1-14.



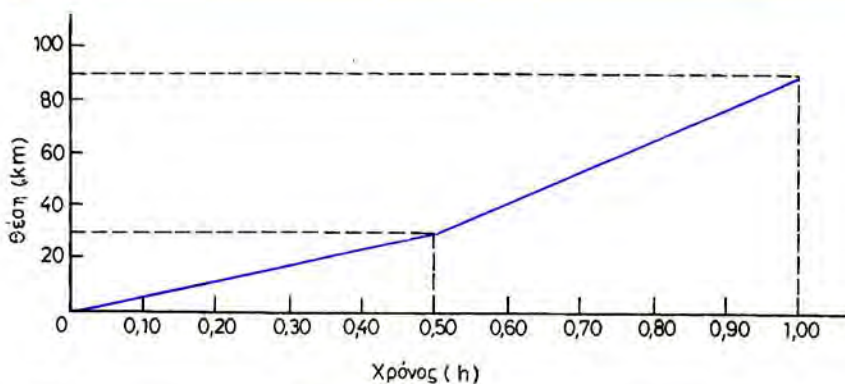
Σχήμα 1-13 Το πρώτο στάδιο κατασκευής του διαγράμματος ταχύτητας-χρόνου από τις κλίσεις στο σχήμα 1-12.



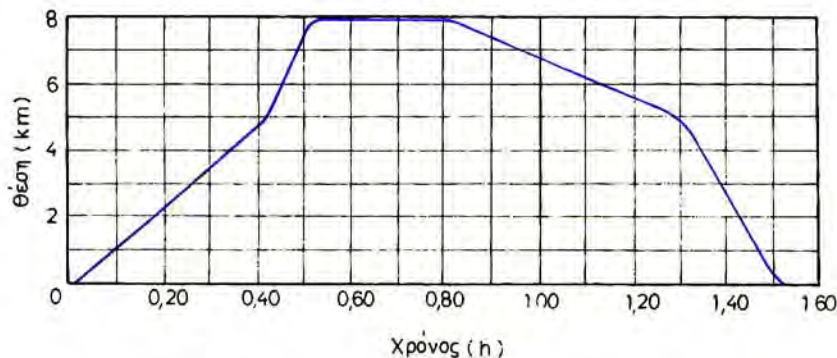
Σχήμα 1-14 Πρόχειρο σχεδιάγραμμα ολόκληρης της καμπύλης, που άρχισε στο σχήμα 1-13.

Μπορούμε να γενικεύσουμε τη μέθοδο που μεταχειριστήκαμε στο παραπάνω παράδειγμα για την κατασκευή του διαγράμματος ταχύτητας-χρόνου από το διάγραμμα θέσεως-χρόνου. Βρίσκουμε πρώτα τη μέγιστη και ελάχιστη τιμή της ταχύτητας, για να προσδιορίσουμε την κλίμακα του άξονα του v . Ύστερα βρίσκουμε τμήματα (στο διάγραμμα θέσεως-χρόνου) όπου η κίνηση είναι ομαλή και χαράζουμε στο διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου τις αντίστοιχες τιμές των σταθερών ταχυτήτων. Τέλος σημειώνουμε όσες τιμές χρειάζονται για τις στιγμιαίες ταχύτητες στα καμπύλα τμήματα του διαγράμματος θέσεως-χρόνου και σχεδιάζουμε την καμπύλη ταχύτητας-χρόνου.

11. Το διάγραμμα θέσεως-χρόνου αυτοκινήτου που κινείται σ' ένα δρόμο δείχνεται στο σχήμα Δ, σελίδα 19. Να κατασκευάσετε το διάγραμμα της ταχύτητας ως προς το χρόνο.
12. Η Μαρίνα πήγε στο σπίτι της Άννας με το ποδήλατό της όσο πιο γρήγορα μπορούσε. Μετά από λίγο γύρισε πάλι πίσω επίσης όσο πιο γρήγορα μπορούσε. Το σχήμα Ε, σελίδα 19, δείχνει το διάγραμμα θέσεως-χρόνου της διαδρομής της. Χαράξτε το διάγραμμα της ταχύτητας-χρόνου για τη διαδρομή της Μαρίνας. Από τα στοιχεία που δίνονται και από το διαγράμμα σας μπορείτε να δώσετε μία πιθανή περιγραφή του δρόμου μεταξύ των σπιτιών της Μαρίνας και της Άννας;
13. Να σχεδιάσετε το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου για το κινητό που έχει διάγραμμα θέσεως-χρόνου αυτό που δείχνει το σχήμα 1-4.

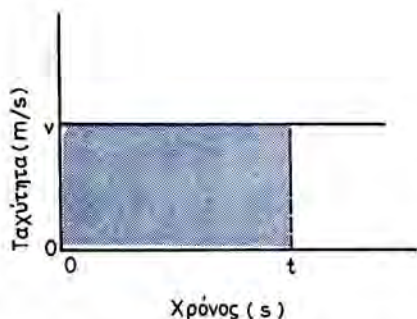


Σχήμα Δ Για την άσκηση 11.

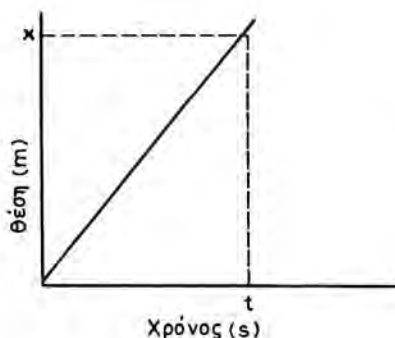


Σχήμα Ε Για την άσκηση 12.

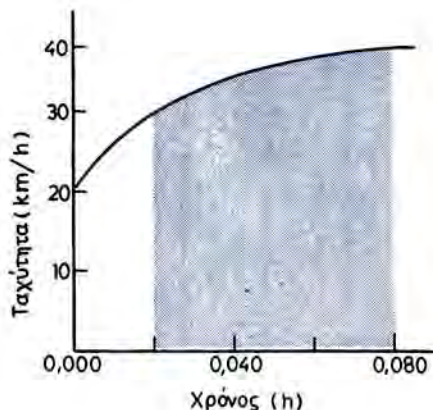
1-5 Μετατόπιση από διαγράμματα ταχύτητας-χρόνου.



Σχήμα 1-15 Το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας δίνεται από το γινόμενο vt .



Σχήμα 1-16 Το διάγραμμα $x = vt$.



Σχήμα 1-17 Το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου για επιταχυνόμενο αυτοκίνητο.

Μπορούμε να μετρήσουμε την ταχύτητα ενός αυτοκινήτου ως συνάρτηση του χρόνου χρησιμοποιώντας ταχύμετρο και ρολόι (με την προϋπόθεση ότι το αυτοκίνητο κινείται μόνο προς τα εμπρός). Μπορούμε να σημειώσουμε αυτά τα δεδομένα σε διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου. Πώς μπορούμε από ένα τέτοιο διάγραμμα να κατασκευάσουμε ένα διάγραμμα θέσεως-χρόνου; Θα απαντήσουμε σ' αυτή την ερώτηση σε δύο στάδια, πρώτα για κίνηση με σταθερή ταχύτητα και κατόπιν για κίνηση με μεταβλητή ταχύτητα.

Στην κίνηση με σταθερή ταχύτητα, η μετατόπιση, δηλαδή η μεταβολή της θέσεως, είναι ανάλογη προς τη μεταβολή του χρόνου:

$$\Delta x = v\Delta t$$

Σ' αυτή τη σχέση το χρονικό διάστημα Δt είναι ο χρόνος, που πέρασε από την αρχή της κινήσεως: $\Delta t = t - t_0$.

Μπορούμε να μηδενίσουμε το ρολόι μας στην αρχή της κινήσεως. Τότε $t_0 = 0$ και $\Delta t = t$. Παρομοίως, $\Delta x = x - x_0$, όπου x είναι η θέση του αντικείμενου σε χρόνο $t = 0$. Αν διαλέξουμε ως αρχή των συντεταγμένων τη θέση όπου βρισκόταν το αντικείμενο σε χρόνο $t = 0$, τότε $x_0 = 0$, και η σχέση $\Delta x = v\Delta t$ γίνεται: $x = vt$.

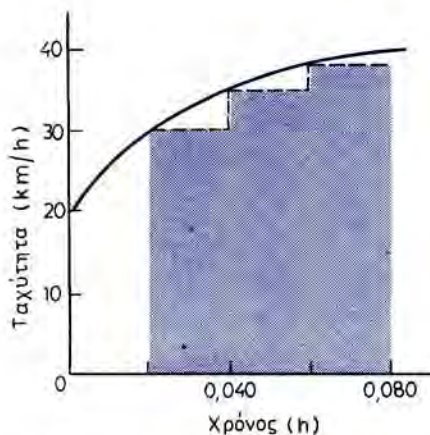
Λέμε λοιπόν ότι όταν η ομαλή κίνηση αρχίζει από την αρχή των συντεταγμένων, η θέση (ή η συντεταγμένη θέσεως) σε κάθε χρονική στιγμή ισούται με το γινόμενο της ταχύτητας επί το χρόνο.

Το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου, που αντιστοιχεί σε ομαλή κίνηση, είναι ευθεία γραμμή, παράλληλη προς τον άξονα t (σχ. 1-15). Σε κάθε χρονική στιγμή το γινόμενο vt είναι το «εμβαδόν» του ορθογωνίου παραλληλογράμμου μεταξύ της ευθείας της ταχύτητας και του οριζοντίου άξονα. Θέσαμε τη λέξη «εμβαδόν» σε εισαγωγικά, γιατί η δάση του ορθογωνίου δίνεται σε δευτερόλεπτα και το ύψος σε m/s. Έτσι το «εμβαδόν» έχει μονάδες $(\text{m/s}) \times \text{s} = \text{m}$ και όχι m^2 , όπως συμβαίνει στη γεωμετρία. Αν είχαμε εκφράσει την ταχύτητα σε km/h και το χρόνο σε ώρες, το «εμβαδόν» θα δινόταν σε km και όχι σε $(\text{km})^2$.

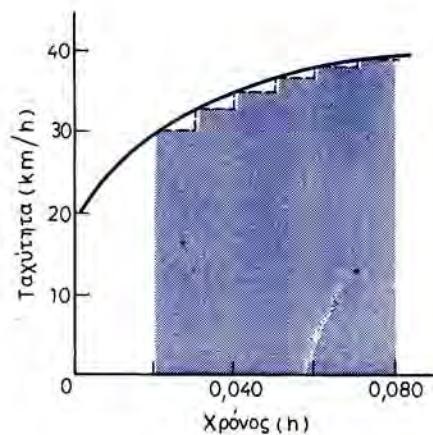
Υπολογίζοντας το εμβαδόν του ορθογωνίου για διάφορες τιμές του t , βρίσκουμε τις αντίστοιχες τιμές του x και με αυτές τις τιμές μπορούμε να κατασκευάσουμε ένα διάγραμμα θέσεως-χρόνου. Στην ειδική περίπτωση της σταθερής ταχύτητας αυτό θα ήταν μάλλον άδικος κόπος, γιατί μπορούμε να χαράξουμε κατευθείαν το διάγραμμα από τη σχέση $x = vt$ (σχ. 1-16).

Το αποτέλεσμα που βρήκαμε παραπάνω, δηλαδή ότι το εμβαδόν μεταξύ της καμπύλης της ταχύτητας-χρόνου και του άξονα του χρόνου είναι η μετατόπιση, είναι ιδιαίτερα σημαντικό, γιατί ισχύει για κάθε διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου. Για να καταλάβουμε ότι αυτό συμβαίνει πραγματικά, ας εξετάσουμε το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου για ένα πραγματικό αυτοκίνητο που επιταχύνεται (σχ. 1-17).

Μπορούμε να προσεγγίσουμε το διάγραμμα του σχήματος 1-17 με την «κλιμακωτή» καμπύλη του σχήματος 1-18. Η καμπύλη αυτή παριστάνει την κίνηση ενός φανταστικού αυτοκινήτου, που ξεκινά από την ίδια θέση όπως το πραγματικό αυτοκίνητο αλλά με ταχύτητα που αλλάζει



Σχήμα 1-18 Στο σχήμα αυτό φαίνεται ότι μπορούμε να προσεγγίσουμε τη μετατόπιση του αυτοκινήτου του σχήματος 1-17 με τη μετατόπιση ενός φανταστικού αυτοκινήτου, που κινείται με ταχύτητες διαφορετικές από το πραγματικό αυτοκίνητο.

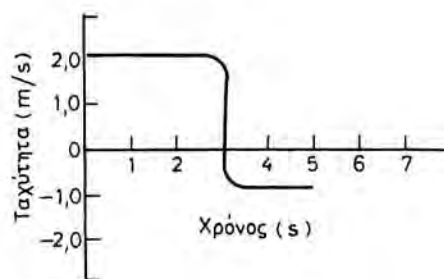


Σχήμα 1-19 Αν η ταχύτητα του φανταστικού αυτοκινήτου αλλάζει πιο συχνά, η προσέγγιση στην κίνηση του πραγματικού αυτοκινήτου είναι καλύτερη.

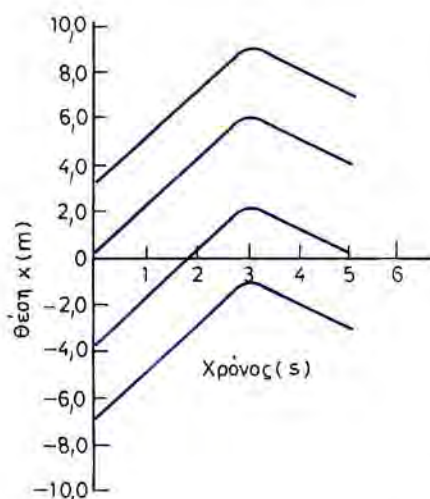
κλιμακωτά. Στην αρχή κάθε σκαλοπατιού η ταχύτητά του είναι ίση με την ταχύτητα του πραγματικού αυτοκινήτου. Ενώ η ταχύτητα του φανταστικού αυτοκινήτου μένει σταθερή, η ταχύτητα του πραγματικού αυτοκινήτου αυξάνεται και έτσι το πραγματικό αυτοκίνητο προηγείται όλο και πιο πολύ. Στο τέλος του σκαλοπατιού η ταχύτητα του φανταστικού αυτοκινήτου αυξάνεται ξαφνικά μέχρι την τιμή της ταχύτητας του πραγματικού αυτοκινήτου σ' αυτή τη χρονική στιγμή. Το φανταστικό αυτοκίνητο όμως δεν μπορεί να φθάσει ποτέ το πραγματικό αυτοκίνητο, γιατί το πραγματικό αυτοκίνητο κινείται ταχύτερα σχεδόν σε κάθε χρονική στιγμή.

Αν σχεδιάσουμε τα σκαλοπάτια πολύ μικρότερα και πιο πυκνά, όπως στο σχήμα 1-19, η ταχύτητα των δυο αυτοκινήτων θα διαφέρει λιγότερο και έτσι το πραγματικό αυτοκίνητο δεν θα προηγείται ποτέ πάρα πολύ. Η σκιασμένη επιφάνεια δίνει τη μετατόπιση του φανταστικού αυτοκινήτου στο χρονικό διάστημα που εξετάζουμε, αφού περιέχει μόνο ορθογώνια, που αντιστοιχούν σε διαστήματα σταθερής ταχύτητας, και έτσι είναι περίπου ίση με τη μετατόπιση του πραγματικού αυτοκινήτου. Αν χρησιμοποιήσουμε πολλά σκαλοπάτια, η σκιασμένη αυτή επιφάνεια είναι ουσιαστικά η σκιασμένη επιφάνεια κάτω από την καμπύλη του σχήματος 1-17 για το πραγματικό αυτοκίνητο. Βλέπουμε λοιπόν ότι η μετατόπιση του πραγματικού αυτοκινήτου δίνεται από το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη ταχύτητας-χρόνου.

Όταν υπολογίζουμε το εμβαδό μεταξύ της καμπύλης ταχύτητας-χρόνου και του άξονα t , πρέπει να θυμόμαστε ότι, αν το v είναι αρνητικό, το $v\Delta t$ είναι επίσης αρνητικό. Επομένως για τα διαστήματα της καμπύλης ταχύτητας-χρόνου, που βρίσκονται κάτω από τον άξονα του t , το εμβαδόν είναι αρνητικό. Για να βρούμε την ολική μετατόπιση, τα τμήματα πρέπει να προστεθούν με το σωστό πρόσημό τους (σχ. 1-20).



Σχήμα 1-20 Μεταξύ $t = 3,0$ s και $t = 5,0$ s η ταχύτητα είναι αρνητική. Έτσι το εμβαδόν ανάμεσα στην καμπύλη και τον άξονα του χρόνου περιγράφει αρνητική μετατόπιση.

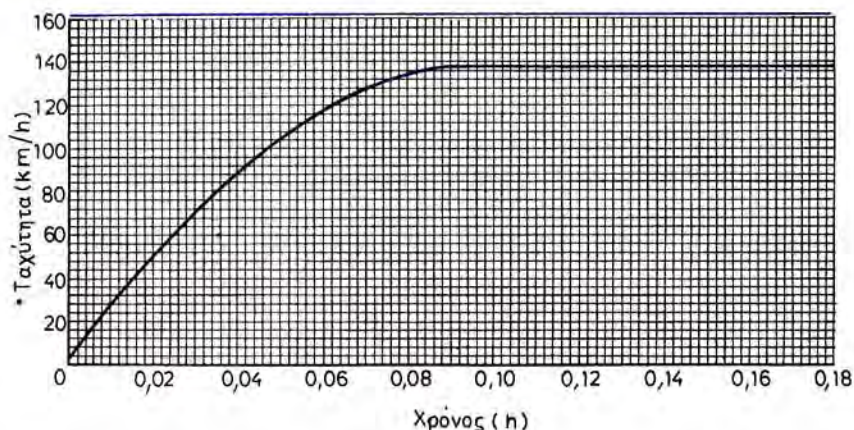


Σχήμα 1-21 Οι κινήσεις που περιγράφονται από τις τέσσερις καμπύλες, διαφέρουν μόνο ως προς την αρχική θέση του αντικειμένου. Και οι τέσσερις καμπύλες δίνουν το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου του σχήματος 1-20.

Τέλος, πρέπει να σημειώσουμε ότι το εμβαδόν μεταξύ της καμπύλης ταχύτητας-χρόνου και του άξονα του t μας δίνει μόνο τη μετατόπιση, δηλαδή την αλλαγή της θέσεως του κινούμενου αντικειμένου, ως συνάρτηση του χρόνου. Για να βρούμε τη θέση ως συνάρτηση του χρόνου, πρέπει να γνωρίζουμε πού βρισκόταν το αντικείμενο στη χρονική στιγμή $t = 0$, δηλαδή την αρχική του θέση. Για παράδειγμα, και οι τέσσερις καμπύλες θέσεως-χρόνου, που δείχνονται στο σχήμα 1-21, αντιστοιχούν στο διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου του σχήματος 1-20. Οι μετατοπίσεις για κάθε χρονικό διάστημα είναι ίσες και για τις τέσσερις καμπύλες, αλλά η θέση σε κάθε χρονική στιγμή είναι διαφορετική σε κάθε μία περίπτωση.

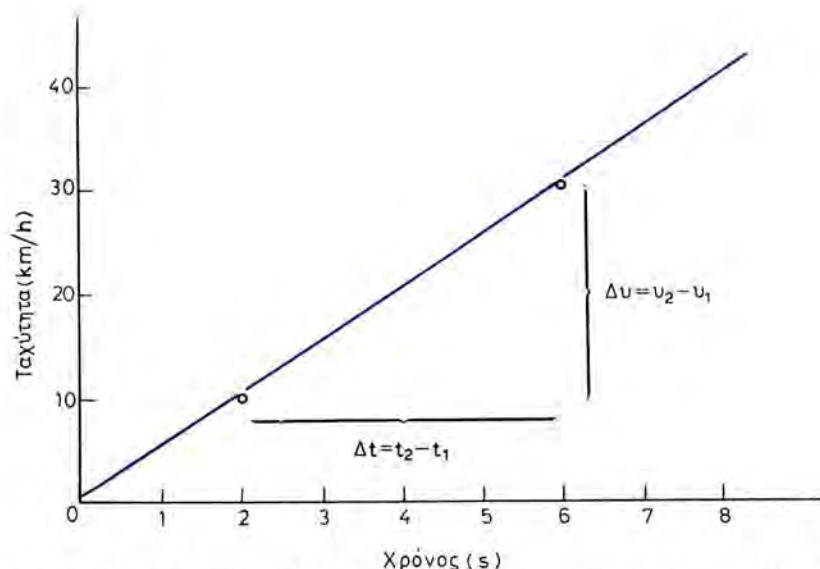
14. Να σχεδιάσετε το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου για τρένο, που πηγαίνει από την πόλη Α στην πόλη Γ με ενδιάμεσο σταθμό στην πόλη Β. Και οι τρεις πόλεις βρίσκονται σε ευθεία γραμμή.
15. Ποια είναι η μετατόπιση αυτοκινήτου που κινείται με σταθερή ταχύτητα 60 km/h (α) για 3 h και (β) για $\frac{1}{2} \text{ h}$;
16. Ένας άνθρωπος πηγαίνει ως τη γωνία του δρόμου, για να ταχυδρομήσει ένα γράμμα και γυρίζει πίσω. Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα της ταχύτητας και της θέσεως ως προς το χρόνο.
17. Ένα τρένο επιταχύνεται σύμφωνα με το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου που δείχνει το σχήμα Ζ. Πόση απόσταση έχει διανύσει τα πρώτα έξι λεπτά;

Σχήμα Ζ



1-6 Επιτάχυνση.

Μπορεί να ακούσετε έναν οδηγό να ισχυρίζεται ότι το αυτοκίνητό του φτάνει στα 80 km/h σε 10 δευτερόλεπτα από την εκκίνησή του. Ο οδηγός αυτός αναφέρεται στην **επιτάχυνση** του αυτοκινήτου του, δηλαδή πόσο γρήγορα αλλάζει η ταχύτητά του. Η επιτάχυνση ή αλλιώς ο ρυθμός αλλαγής της ταχύτητας εκφράζεται συνήθως ως η μεταβολή της ταχύτητας ανά δευτερόλεπτο. Με αυτό τον ορισμό αυτοκίνητο που φθά-



Σχήμα 1-22 Διάγραμμα ταχύτητας χρόνου με σταθερή κλίση.

νει τα 80 km / h σε 10 δευτερόλεπτα από την εκκίνησή του, έχει μέση επιτάχυνση 8 km / h ανά δευτερόλεπτο.

Ο ρυθμός αλλαγής της ταχύτητας, δηλαδή η επιτάχυνση, μπορεί να μετρηθεί με την κλίση του διαγράμματος ταχύτητας-χρόνου ακριβώς όπως ο ρυθμός αλλαγής της μετατοπίσεως μετριέται με την κλίση του διαγράμματος μετατοπίσεως-χρόνου.

Εξετάστε το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου, που δείχνει το σχήμα 1-22. Αφού το διάγραμμα είναι ευθεία γραμμή, η μεταβολή της ταχύτητας είναι ανάλογη με το χρονικό διάστημα:

$$\Delta v = a \Delta t$$

Η σταθερά αναλογίας a είναι η επιτάχυνση. Δίνεται από την κλίση $a = \Delta v / \Delta t$. Η μονάδα της επιταχύνσεως εξαρτάται από τις μονάδες που χρησιμοποιούνται για να εκφραστεί η μεταβολή της ταχύτητας και το χρονικό διάστημα μέσα στο οποίο συντελείται αυτή η μεταβολή. Π.χ. στο σχήμα 1-22 η ταχύτητα μετριέται σε χιλιόμετρα ανά ώρα (km / h) και το χρονικό διάστημα σε δευτερόλεπτα (s). Επομένως:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 \text{ km / h}}{4,0 \text{ s}} = \frac{5,0 \text{ km / h}}{\text{s}} = 5,0 \text{ km / h} \cdot \text{s}$$

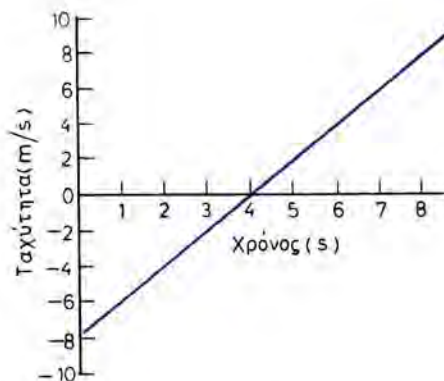
Ένα χιλιόμετρο είναι ίσο με $1,0 \times 10^3 \text{ m}$ και μία ώρα ίση με $3,6 \times 10^3 \text{ s}$. Αν λοιπόν τα όργανα μετρήσεως της ταχύτητας μετρούν ταχύτητες σε m / s, 20 km / h θα ισοδυναμούσε με:

$$\frac{20 \times 1,0 \times 10^3}{3,6 \times 10^3} \text{ m / s} = 5,6 \text{ m / s}$$

και η επιτάχυνση θα ήταν:

$$\frac{5,6 \text{ m / s}}{4,0 \text{ s}} = \frac{1,4 \text{ m / s}}{\text{s}} = 1,4 \frac{\text{m}}{\text{s} \cdot \text{s}}$$

Σχήμα 1-23 Σταθερή επιτάχυνση μπορεί να σημαίνει ελάττωση της ταχύτητας, στάση και κατόπιν αύξηση της ταχύτητας προς την αντίθετη κατεύθυνση.



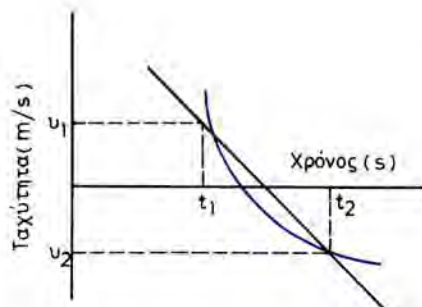
Οποιοσδήποτε και αν είναι οι μονάδες, η επιτάχυνση εκφράζεται πάντα ως:

$$\frac{\text{μήκος}}{(\text{χρόνος}) \times (\text{χρόνος})}$$

Αφού το Δt είναι πάντα θετικό, το πρόσημο του a είναι το ίδιο με το πρόσημο του Δv . Στο σχήμα 1-23 το Δv είναι πάντα θετικό, επομένως η επιτάχυνση είναι θετική, παρόλο που το κινητό εκκινείτο ταχύτερα στη χρονική στιγμή $t = 0$ παρά σε $t = 2,0 \text{ s}$ και ακόμη σε $t = 4,0 \text{ s}$ ήταν στιγμιαία ακίνητο! Αυτό δεν θα σας φανεί τόσο παράξενο, αν παρατηρήσετε ότι το κινητό πριν από το $t = 4,0 \text{ s}$ εκκινείτο προς τα αριστερά και η αλλαγή της ταχύτητάς του μεταξύ $t_1 = 0$ και $t_2 = 2 \text{ s}$ ήταν:

$$v_2 - v_1 = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}} - (-8 \frac{\text{m}}{\text{s}}) = +4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Θετική επιτάχυνση λοιπόν μπορεί να σημαίνει είτε αύξηση του μέτρου της ταχύτητας, αν η ταχύτητα είναι θετική, είτε ελάττωση του μέτρου της ταχύτητας, αν η ταχύτητα είναι αρνητική. Και αντίστροφα, αρνητική επιτάχυνση μπορεί να σημαίνει ελάττωση, αν η ταχύτητα είναι θετική, και αύξηση, αν η ταχύτητα είναι αρνητική.



Σχήμα 1-24 Η μέση επιτάχυνση μεταξύ

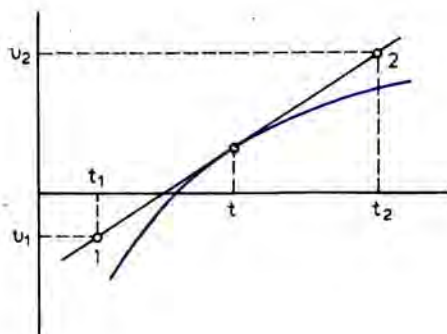
$$t_1 \text{ και } t_2 \text{ είναι: } a_{\text{μεσ}} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Για να το καταλάβετε αυτό, σκεφθείτε τι συμβαίνει, όταν ρίχνετε μία μπάλα προς τα επάνω. Μόλις αφήσει το χέρι σας, αρχίζει να μειώνεται το μέτρο της ταχύτητάς της. Όταν φθάσει στο μέγιστο ύψος της, αρχίζει να κατεβαίνει και να αυξάνεται το μέτρο της ταχύτητάς της. Αν διαλέξετε ως θετική τη διεύθυνση προς τα επάνω η μπάλα έχει αρνητική επιτάχυνση σ' όλη τη διάρκεια της κινήσεώς της.

Ποια είναι η επιτάχυνση ενός κινητού, όταν το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου δεν είναι ευθεία γραμμή (σχ. 1-24);

Μπορούμε να ορίσουμε τη μέση επιτάχυνση μεταξύ t_1 και t_2 ως:

$$a_{\text{μεσ}} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$



Σχήμα 1-25 Για να βρούμε τη στιγμιαία επιτάχυνση στη χρονική στιγμή t , φέρουμε την εφαπτομένη στην καμπύλη και χρησιμοποιούμε δυο ευνοϊκά σημεία για να υπολογίσουμε την κλίση της.

ανάλογα με τον τρόπο που ορίσαμε τη μέση ταχύτητα:

$$v_{\text{μεσ}} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

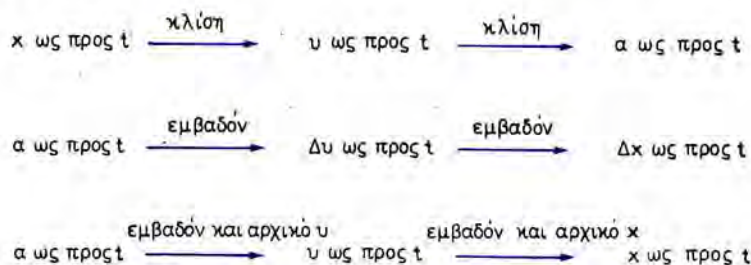
Ορίζουμε ανάλογα και τη **στιγμιαία επιτάχυνση** τη χρονική στιγμή t ως:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

που είναι η κλίση της εφαπτομένης στο διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου στη χρονική στιγμή t (σχ. 1-25). Αν βρούμε την επιτάχυνση σε διάφορες χρονικές στιγμές, μπορούμε να χαράξουμε ένα διάγραμμα επιταχύνσεως-χρόνου.

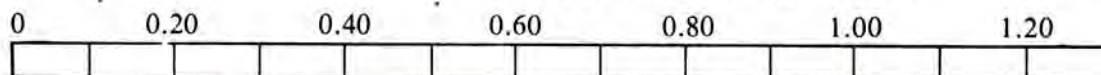
Είδαμε ότι η κλίση του διαγράμματος θέσεως-χρόνου δίνει την ταχύτητα και η κλίση του διαγράμματος ταχύτητας-χρόνου δίνει την επιτάχυνση. Αν θυμηθούμε τώρα ότι το εμβαδόν μεταξύ της καμπύλης ταχύτητας-χρόνου και του άξονα t δίνει την αλλαγή στη θέση, μπορούμε με παρόμοιο συλλογισμό να πούμε ότι το εμβαδόν μεταξύ της καμπύλης επιταχύνσεως-χρόνου και του άξονα t δίνει την αλλαγή στην ταχύτητα.

Για να βρούμε τη θέση ενός κινητού από το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου, πρέπει να γνωρίζουμε την αρχική του θέση, δηλαδή η μεταβολή θέσεως που υπολογίζεται από το εμβαδόν στο διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου δεν είναι αρκετή. Για παρόμοιο λόγο πρέπει να γνωρίζουμε την αρχική ταχύτητα, αν θέλουμε να βρούμε την ταχύτητα από το διάγραμμα επιταχύνσεως-χρόνου. Μπορούμε να συνοψίσουμε αυτές τις σχέσεις στο σχήμα 1-26.

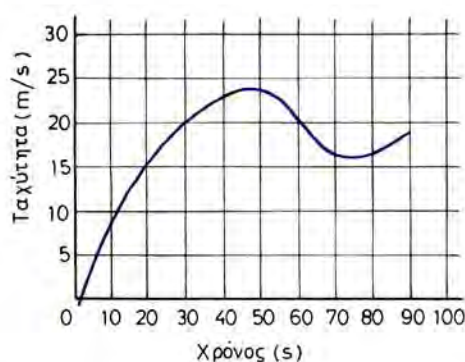


Σχήμα 1-26 Οι σχέσεις μεταξύ ταχύτητας και επιταχύνσεως ως συναρτήσεων του χρόνου.

18. Αυτοκίνητο που τρέχει με 30 km/h επιταχύνεται μέχρι τα 90 km/h σε $6,0 \text{ s}$. Ποια είναι η μέση επιτάχυνση;
 19. Να εκφράσετε την επιτάχυνση $1,0 \text{ km/h} \cdot \text{s}$ σε m/s^2 .



Σχήμα Η Η κλίμακα αυτή είναι σε μέτρα.



Σχήμα Θ

20. Το σχήμα Η είναι πολλαπλή φωτογράφιση μιας μπάλας που κινείται. Η φωτογράφιση έγινε σε διαστήματα $1/30 \text{ s}$. Η μπάλα κινείται από αριστερά προς τα δεξιά και το μηδέν της κλίμακας συμπίπτει με το δεξιό άκρο της μπάλας στην αρχική της θέση.
 (α) Χαράξτε ένα διάγραμμα θέσεως-χρόνου που να περιγράφει την κίνηση.
 (β) Από το διάγραμμά σας στο (α), κατασκευάστε το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου.
 (γ) Τι σας λέει το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου για την επιτάχυνση της μπάλας;
 21. Το σχήμα Θ δίνει το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου ενός αυτοκινήτου. Να υπολογίσετε από αυτό την επιτάχυνση ως συνάρτηση του χρόνου.

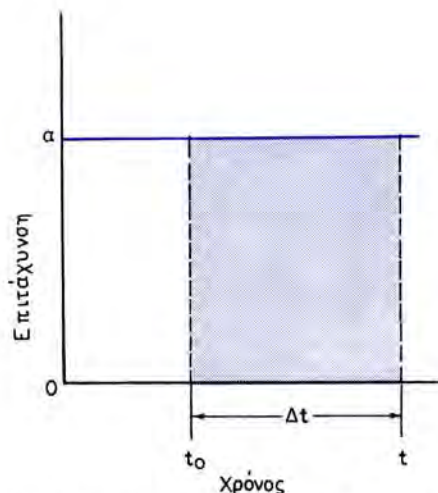
1-7 Σταθερή επιτάχυνση: Μερικές χρήσιμες σχέσεις.

Δεν είναι πολύ εύκολο να δημιουργήσουμε κίνηση με σταθερή επιτάχυνση. Η κίνηση όμως αυτή μπορεί να χρησιμεύσει, για να περιγράψουμε προσεγγιστικά κινήσεις που συμβαίνουν σε πολλές περιπτώσεις και έχουν σχεδόν σταθερή επιτάχυνση. Είναι χρήσιμο επομένως να έχουμε για άμεση αναφορά μερικές βασικές σχέσεις, που συνδέουν σταθερή επιτάχυνση, ταχύτητα, θέση και χρόνο.

Ας αρχίσουμε με κινητό, που κινείται με σταθερή επιτάχυνση a . Σε πολλές περιπτώσεις μπορούμε να δεχθούμε ότι η αρχή των διαγραμμάτων ταχύτητας-χρόνου και θέσεως-χρόνου συμπίπτει με την αρχή της κινήσεως. Αυτό όμως δεν μπορεί να γίνει πάντοτε. Θα θεωρήσουμε επομένως τη γενική περίπτωση όπου στο χρόνο t_0 το κινητό έχει ταχύτητα v_0 και θέση x_0 .

Σε χρονικό διάστημα $\Delta t = t - t_0$, η μεταβολή της ταχύτητας δίνεται από το εμβαδόν του διαγράμματος a ως προς t (σχ. 1-27).

$$\Delta v = a\Delta t \quad (1a)$$



Σχήμα 1-27 Το διάγραμμα α ως προς t για σταθερή επιτάχυνση.

Αν υ η ταχύτητα τη χρονική στιγμή t, τότε: $\Delta v = v - v_0$ και επομένως

$$v - v_0 = \alpha(t - t_0)$$

ή

$$v = v_0 + \alpha(t - t_0) \quad (16)$$

Το σχήμα 1-28 δείχνει το διάγραμμα υ ως προς t. Το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη αυτή δίνει τη μεταβολή στη θέση, δηλαδή τη μετατόπιση Δx. Το εμβαδόν αυτό αποτελείται από το εμβαδόν ενός ορθογωνίου παραλληλόγραμμου και ενός τριγώνου, όπως δείχνεται με διαφορετικές σκιάσεις.

$$\text{Εμβαδόν ορθογωνίου} = v_0 \Delta t$$

$$\text{Εμβαδόν τριγώνου} = \frac{1}{2} (\Delta v) (\Delta t) = \frac{1}{2} \alpha (\Delta t)^2$$

$$\text{Άρα:} \quad \Delta x = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} \alpha (\Delta t)^2$$

Αν αντικαταστήσουμε σ' αυτή τη σχέση τους πραγματικούς χρόνους και θέσεις, έχουμε:

$$x - x_0 = v_0 (t - t_0) + \frac{1}{2} \alpha (t - t_0)^2 \quad (2a)$$

ή

$$x = x_0 + v_0 (t - t_0) + \frac{1}{2} \alpha (t - t_0)^2 \quad (26)$$

Το διάγραμμα x ως προς t που αντιστοιχεί στην εξίσωση 26 δείχνεται στο σχήμα 1-29.

Από την εξίσωση 16 μπορούμε να οδηγηθούμε σε μία πολύ χρήσιμη σχέση μεταξύ ταχυτήτων και θέσεων. Αν υψώσουμε και τα δύο μέλη στο τετράγωνο, έχουμε:

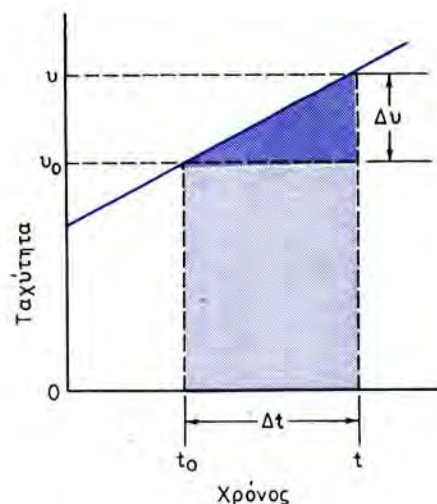
$$v^2 = v_0^2 + 2\alpha v_0 (t - t_0) + \alpha^2 (t - t_0)^2$$

ή

$$v^2 - v_0^2 = 2\alpha [v_0 (t - t_0) + \frac{1}{2} \alpha (t - t_0)^2]$$

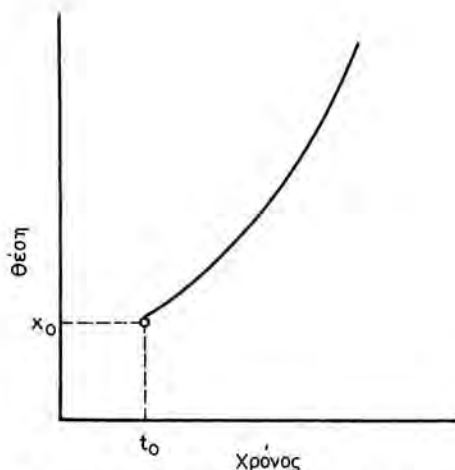
Αλλά σύμφωνα με την εξίσωση 2a, η έκφραση μέσα στις αγκύλες είναι ίση με $x - x_0$. Επομένως:

$$v^2 - v_0^2 = 2\alpha (x - x_0) = 2\alpha \Delta x \quad (3)$$



Σχήμα 1-28 Το διάγραμμα υ ως προς t για σταθερή επιτάχυνση.

Σχήμα 1-29 Το διάγραμμα x ως προς t για σταθερή επιτάχυνση. Η κλίση της καμπύλης στο t_0 είναι v_0 .



Λέμε, λοιπόν ότι, σύμφωνα με την εξίσωση 3, για κίνηση με σταθερή επιτάχυνση η μεταβολή του τετραγώνου της ταχύτητας ισούται με το διπλάσιο γινόμενο της επιταχύνσεως επί τη μετατόπιση. Θα χρησιμοποιήσουμε αυτή τη σχέση στα επόμενα κεφάλαια.

Σημειώστε ότι για $t_0 = 0$, $x_0 = 0$ και $v_0 = 0$ οι εξισώσεις 1-3 απλοποιούνται σημαντικά:

$$v = at \quad (4)$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 \quad (5)$$

και $v^2 = 2ax \quad (6)$

22. Ένα έλκυθρο που αρχικά ηρεμεί, αρχίζει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση $2,0 \text{ m/s}^2$.
 - (α) Πόσο γρήγορα τρέχει μετά από 5,0 δευτερόλεπτα;
 - (β) Πόσο διάστημα έχει κάνει σε 5,0 δευτερόλεπτα;
 - (γ) Ποια είναι η μέση ταχύτητα στα πρώτα 5,0 δευτερόλεπτα;
 - (δ) Πόσο διάστημα έχει διανύσει, όταν η ταχύτητα έχει φθάσει τα 40 m/s ;
23. Ένα αυτοκίνητο που αρχικά τρέχει με σταθερή ταχύτητα, επιταχύνεται με ρυθμό $1,0 \text{ m/s}^2$ επί 12 δευτερόλεπτα. Αν το αυτοκίνητο διανύσει 190 μέτρα σ' αυτό το χρονικό διάστημα των 12 δευτερολέπτων, πόση ήταν η ταχύτητά του, όταν άρχισε να επιταχύνεται;
24. Ένας πεζός τρέχει με τη μέγιστη ταχύτητά* του, $6,0 \text{ m/s}$, για να προφθάσει λεωφορείο σταματημένο σε φανάρι. Τη στιγμή που απέχει 25 μέτρα από το λεωφορείο το φως αλλάζει και το λεωφορείο επιταχύνεται ομαλά με επιτάχυνση $1,0 \text{ m/s}^2$. Να βρείτε, αν θα προφθάσει ή όχι το λεωφορείο και υπολογίστε αντίστοιχα είτε (α) πόσο διάστημα πρέπει να τρέξει, για να προφθάσει το λεωφορείο, είτε (β) την απόσταση της «απογοητεύσεώς του» (την πιο κοντινή απόσταση, που θα πλησιάσει το λεωφορείο).
Λύστε το πρόβλημα είτε χρησιμοποιώντας διάγραμμα είτε λύνοντας τις κατάλληλες εξισώσεις.

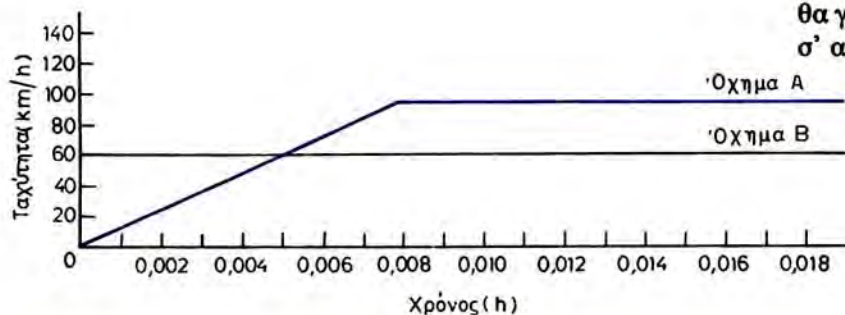
* Όταν κανείς λέει μέγιστη (ή ελάχιστη) ταχύτητα αναφέρεται στο μέτρο της ταχύτητας.

Για το σπίτι, την τάξη και το εργαστήριο.

25. Το αυτοκίνητο Α είναι σταματημένο σε φανάρι. Το φως γίνεται πράσινο και το Α ξεκινάει. Τη στιγμή αυτή το αυτοκίνητο Β το προσπερνά τρέχοντας με σταθερή ταχύτητα. Τα διαγράμματα ταχύτητας-χρόνου για τα Α και Β δείχνονται στο σχήμα Ι.

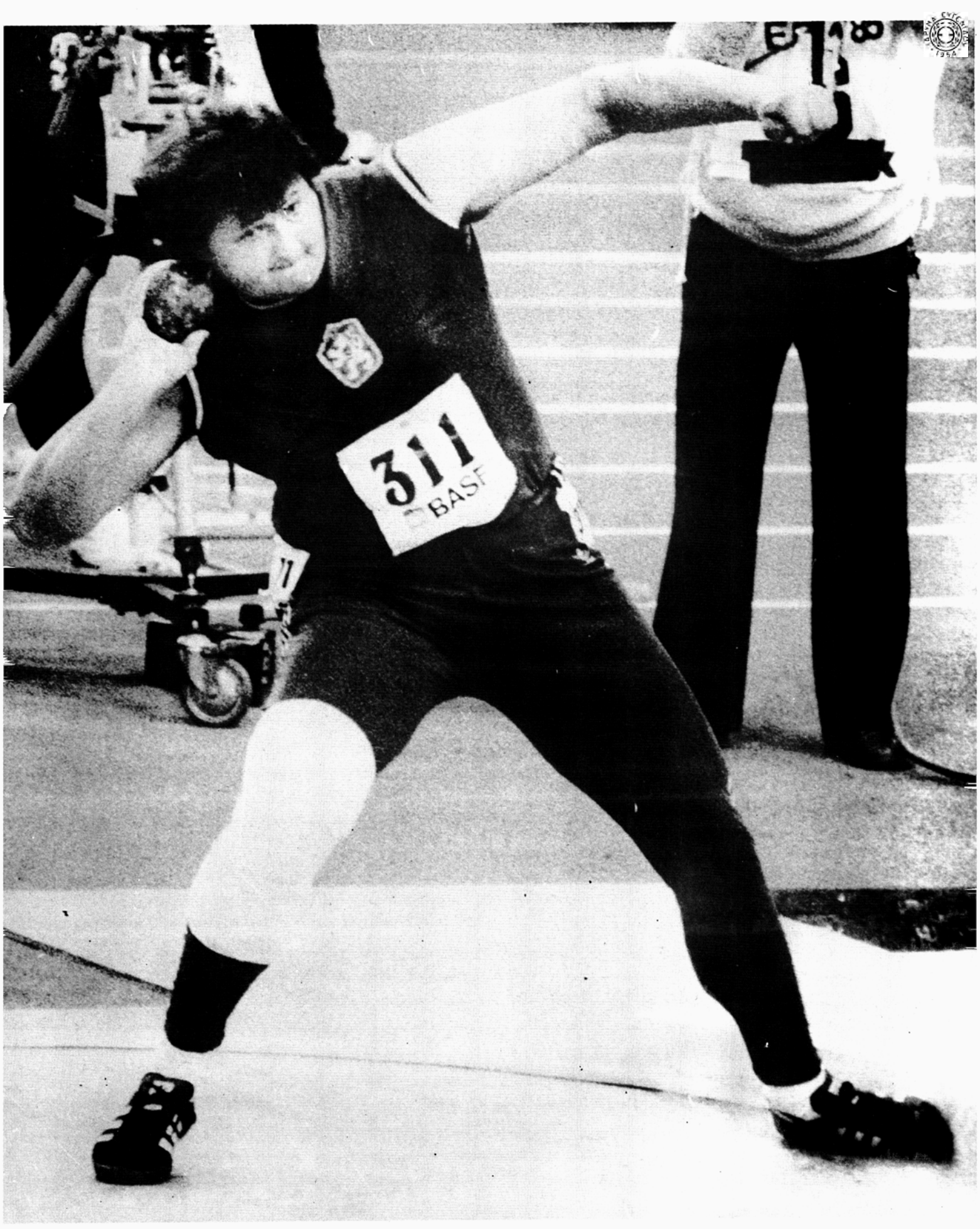
- Πόσο χρόνο θα χρειασθεί το Α, για να έχει την ίδια ταχύτητα με το Β;
 - Σ' εκείνη τη χρονική στιγμή, πόσο προπορεύεται το Β του Α;
 - Ποιο αυτοκίνητο είναι πρώτο και κατά πόσο διάστημα στο τέλος 0,012 ωρών;
 - Σε ποια χρονική στιγμή το αυτοκίνητο Α θα φθάσει το Β;
 - Πόσο διάστημα έχουν διανύσει από το φανάρι, όταν το Α θα φθάσει το Β;
26. Τα δεδομένα που ακολουθούν δίνουν τη στιγμιαία ταχύτητα αυτοκινήτου σε χρονικές στιγμές ανά διαστήματα 1 δευτερολέπτου. Σχεδιάστε την καμπύλη της ταχύτητας ως προς το χρόνο και χρησιμοποιήστε το διάγραμμά σας, για να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα.
- Με ποια ταχύτητα τρέχει το αυτοκίνητο τη χρονική στιγμή 2,65 s; Τη χρονική στιγμή 4,8 s;
 - Πόσο διάστημα έχει διανύσει το αυτοκίνητο μεταξύ των δύο χρονικών στιγμών του (α);

Χρόνος (s)	Ταχύτητα (m/s)
0,0	10,0
1,0	12,4
2,0	14,8
3,0	17,2
4,0	19,6
5,0	22,0
6,0	24,4



Σχήμα Ι. Για το πρόβλημα 25.

- Ένα αυτοκίνητο που κινείται σε αυτοκινητόδρομο ελαττώνει ομαλά την ταχύτητά του καθώς μπαίνει σε ένα μικρό χωριό. Σταματά σε ένα φανάρι στο κέντρο, συνεχίζει ως την άκρη του χωριού και αυξάνει πάλι την ταχύτητά του. Να σχεδιάσετε τις καμπύλες πάνω στο ίδιο διάγραμμα, που δείχνουν την ταχύτητά του, τη θέση του και την επιτάχυνσή του ως συναρτήσεις του χρόνου.
- Ένα αυτοκίνητο τρέχει πάνω σε δρόμο με σταθερή ταχύτητα. Προσπερνάει περιπολικό χωρίς διακριτικά, που είναι σταματημένο στην άκρη του δρόμου. Το περιπολικό «επιταχύνει», φθάνει το αυτοκίνητο που έτρεχε με υπερβολική ταχύτητα, το προσπερνάει και του κάνει σήμα να σταματήσει. Να σχεδιάσετε διάγραμμα, που να δείχνει τις ταχύτητες των δύο αυτοκινήτων ως συναρτήσεις του χρόνου.
- Να σχεδιάσετε το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου για μπάλα, που ρίχνεται κατακόρυφα από κάτω προς τα πάνω, από τη στιγμή που είναι ακίνητη στο χέρι, μέχρι που να φθάσει για πρώτη φορά στο έδαφος και προς στιγμήν αποκτήσει ταχύτητα μηδέν.
 - Θα έπρεπε το εμβαδόν μεταξύ της καμπύλης και του άξονα του χρόνου πάνω από αυτόν τον άξονα να είναι ίσο με το αντίστοιχο εμβαδόν κάτω από τον άξονα του χρόνου;
 - Να χρησιμοποιήσετε το διάγραμμα του (α), για να σχεδιάσετε το διάγραμμα επιταχύνσεως-χρόνου για την ίδια κίνηση.
- Ας υποθέσετε ότι η ταχεία που αναφέραμε στην αρχή αυτού του κεφαλαίου σταματά αφού επιβραδυνθεί με σταθερή επιβράδυνση. (Χρησιμοποιήστε τα στοιχεία που δόθηκαν στη σελ. 5)
 - Πόσο χρόνο χρειάζεται, για να σταματήσει;
 - Ποια είναι η επιβράδυνση κατά το φρενάρισμα;
 - Σχεδιάστε τις θέσεις ως προς το χρόνο των δύο τρένων πάνω στο ίδιο διάγραμμα και βρείτε αν θα γίνει σύγκρουση. Αν προτιμάτε, απαντήσετε σ' αυτό το ερώτημα αλγεβρικά.



Αυτοκίνητα τρέχουν στους αυτοκινητόδρομους ή μπαινοβγαίνουν στην κυκλοφορία' επιβατικά αεροπλάνα πετάνε ψηλά στον ουρανό αεριωθούμενα και τεχνητοί δορυφόροι διασχίζουν τον ουρανό' τα άστρα κάθε βράδυ εκτελούν την κανονική τους κίνηση. Τι είναι αυτό που προκαλεί την κίνηση, καθενός από αυτά τα σώματα; Τι προκαλεί την κίνηση οποιουδήποτε σώματος; Υπάρχει μήπως μια μοναδική αιτία για όλες τις κινήσεις; Είναι αναγκαίο να υπάρχει αιτία;

Στη μελέτη που κάναμε μέχρι τώρα για την κίνηση, ασχοληθήκαμε μόνο με την περιγραφή των κινήσεων χωρίς αναφορά στις αιτίες τους. Ο κλάδος αυτός της Φυσικής ονομάζεται **κινηματική**. Αλλά με την περιγραφή μόνο δεν θα μπορέσουμε ποτέ να ικανοποιήσουμε τις επιθυμίες μας να κάνουμε κάτι παραπάνω, να ελέγξουμε και να προβλέψουμε κινήσεις. Θα κάνουμε λοιπόν το επόμενο βήμα' θα εξετάσουμε τα αίτια που προκαλούν κινήσεις ή μεταβολές κινήσεως. Το μέρος αυτό της Φυσικής ονομάζεται **δυναμική** γιατί έχει να κάνει με δυνάμεις.

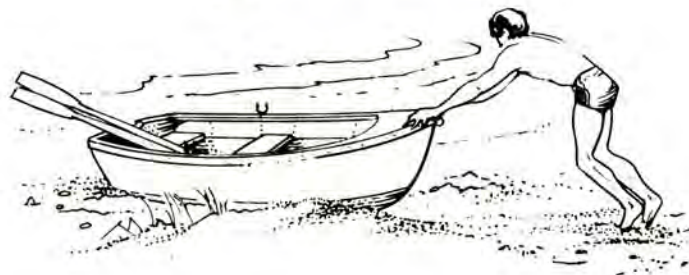
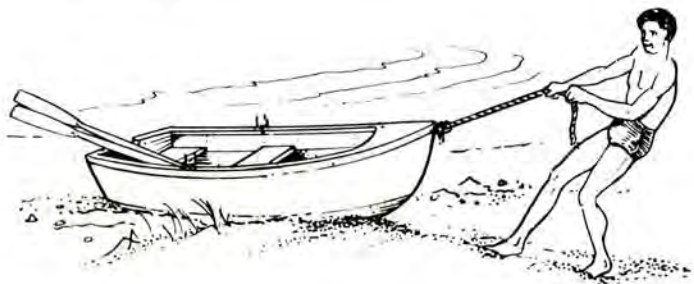
2-1 Απόψεις γύρω από τη δύναμη και την κίνηση.

Ο άνθρωπος άρχισε να αναρωτιέται για τις αιτίες της κινήσεως εδώ και περισσότερο από είκοσι πέντε αιώνες, αλλά οι απαντήσεις που έχουμε σήμερα δεν ήταν γνωστές πριν από τον καιρό του Γαλιλαίου (1564-1642) και του Νεύτωνα (1642-1727).

Ας αρχίσουμε με βάση την προσωπική μας εμπειρία. Τι πράγμα συσχετίζουμε με την «αιτία της κινήσεως»; Η απάντηση στην ερώτηση είναι: οι μυικές κινήσεις που κάνουμε, όταν σύρουμε ή ωθούμε κάτι (σχ. 2-1). Για να μετακινήσουμε ένα πιάνο μέσα στο δωμάτιο πρέπει να σπρώξουμε δυνατά, ενώ για να μετακινήσουμε ένα φύλλο χαρτί πάνω στο γραφείο μας, χρειάζεται πολύ λίγο σπρώξιμο. Ονομάζουμε αυτές τις έλξεις ή τις ωθήσεις **δυνάμεις**.

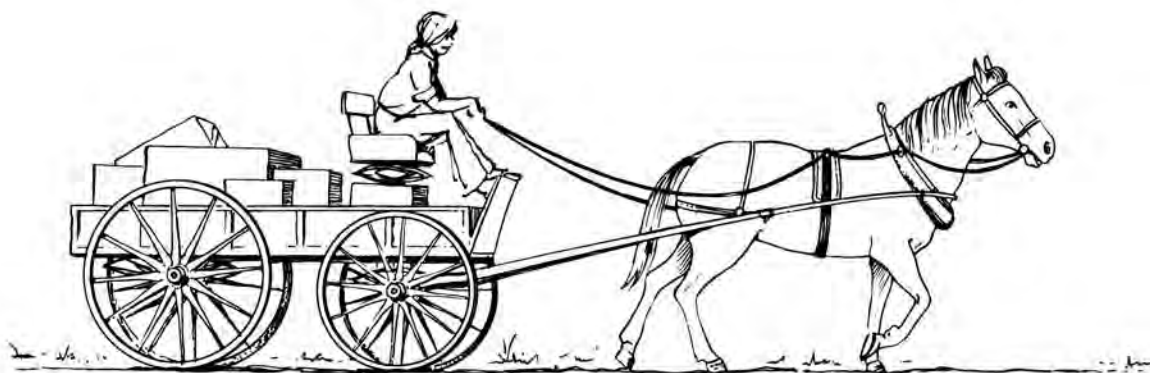
Είναι βέβαιο ότι η ιδέα της δυνάμεως, όπως τη μεταχειριζόμαστε στη φυσική, γεννήθηκε με αυτόν τον τρόπο. Αργότερα, όταν αυξήθηκαν οι γνώσεις μας, η ιδέα της δυνάμεως επεκτάθηκε έτσι, ώστε να περιλάβει όλες τις αιτίες της κινήσεως. Η έλξη του μαγνήτη πάνω σε ένα καρφί είναι μια δύναμη: μπορεί να αλλάξει την κίνηση του καρφιού με τον ίδιο τρόπο που την αλλάζει η μυική δύναμη.

Σχήμα 2-1 Κάθε ώθηση ή έλξη ονομάζεται δύναμη.



- 2-1 Απόψεις γύρω από τη δύναμη και την κίνηση
- 2-2 Κίνηση χωρίς δύναμη
- 2-3 Αλλαγές στην ταχύτητα υπό την επίδραση σταθερής δυνάμεως
- 2-4 Εξάρτηση της επιταχύνσεως από το μέγεθος της δυνάμεως
- 2-5 Νόμος του Νεύτωνα: Μάζα αδράνειας
- 2-6 Μάζα αδράνειας και μάζα βαρύτητας
- 2-7 Η μονάδα της δυνάμεως
- 2-8 Ο νόμος του Νεύτωνα και κινούμενα σώματα

Φωτογραφία αριστερά. Ο σκοπός της αθλήτριας είναι να ρίξει τη σφαίρα όσο το δυνατό μακρύτερα. Επάνω στη σφαίρα ενεργούν πολλές δυνάμεις. Μόνο μία δύναμη είναι υπό τον έλεγχο της αθλήτριας.



Σχήμα 2-2 Μόνιμη κίνηση φαίνεται να απαιτεί μόνιμη δύναμη.

Πιο συγκεκριμένα, ποια είναι η σχέση μεταξύ της δυνάμεως και της κινήσεως; Ας υποθέσουμε ότι μετακινούμε ένα γραφείο. Για να μπορέσουμε να έχουμε συνεχή κίνηση από τη μια άκρη του δωματίου ως την άλλη, πρέπει να ασκούμε δύναμη διαρκώς. Με την ίδια λογική το άλογο πρέπει να σέρνει διαρκώς το κάρο, για να το εξαναγκάσει να κυλά με σταθερή ταχύτητα. Η καθημερινή εμπειρία μας δείχνει ότι είναι αναγκαίο να εφαρμόζουμε μία δύναμη διαρκώς, για να διατηρήσουμε μια σταθερή κίνηση, όπως είναι η κίνηση επάνω σε ευθεία γραμμή με σταθερή ταχύτητα (σχ. 2-2). Ο Αριστοτέλης (384-322 π.Χ) είχε σημειώσει αυτό το γεγονός. Είχε συμπεράνει ότι, για να παράγουμε μία σταθερή ταχύτητα, χρειάζεται μία σταθερή δύναμη. Επομένως όταν λείψει η δύναμη, τα σώματα σταματούν.

Η υπόθεση ότι με την απουσία των εξωτερικών δυνάμεων τα σώματα σταματούν και μένουν ακίνητα μας βοηθεί να καταλάβουμε πολλές κινήσεις που παρατηρούμε, αλλά δεν εξηγεί *όλες* τις κινήσεις που συμβαίνουν στη φύση. Για παράδειγμα, οι αρχαίοι Έλληνες γνώριζαν ότι τα σώματα πέφτουν με αυξανόμενη ταχύτητα χωρίς την εφαρμογή καμιάς φανεράς εξωτερικής δυνάμεως. Γνώριζαν ακόμη τις κινήσεις του ηλίου, της σελήνης και των άστρων, που φαίνεται να συμβαίνουν χωρίς ωθήσεις ή έλξεις. Οι αρχαίοι Έλληνες πίστευαν ότι υπάρχουν τρία είδη κινήσεως. Πρέπει να εξηγήσουμε όχι μόνο την κίνηση των αντικειμένων, που μετακινούνται πάνω στην επιφάνεια της γης, αλλά ακόμη την κίνηση των σωμάτων, που πέφτουν στη γη και τις διαρκείς κινήσεις των ουρανίων σωμάτων. Ο Αριστοτέλης έδωσε την εξήγηση ότι η συνηθισμένη ύλη πέφτει στη γη, γιατί η γη είναι το κέντρο του σύμπαντος, προς το οποίο η ύλη φυσιολογικά κινείται. Υποστήριζε ότι η ουράνια ύλη είναι βασικά διαφορετική από τη γήινη και ότι υπακούει σε διαφορετικούς νόμους. Ο Αριστοτέλης πίστευε ότι η ουράνια ύλη είχε την ιδιότητα να παράγει την αναγκαία δύναμη, για να διατηρεί τις κινήσεις που παρατηρούσε.

Δεν πρέπει να νομίσουμε ότι είναι ανόητα τα ξεχωριστά πρότυπα (μοντέλα) για τρεις διαφορετικούς τύπους κινήσεως. Αλλά είναι προτιμότερο να εξηγήσουμε όσα μπορούμε περισσότερα με τις λιγότερες δυνατές υποθέσεις και με τη χρήση ενός μόνο προτύπου, παρά χρησιμοποιώντας διαφορετικά πρότυπα για κάθε καινούργια παρατήρηση. Ένας σύγχρονος Αριστοτέλης δεν θα εξηγούσε την αέναη φύση της ουράνιας

κινήσεως επικαλούμενος ένα ξεχωριστό είδος ύλης. Μπορούμε να στεί-
λομε τη δική μας γήινη ύλη στον ουράνιο χώρο. Τώρα πια είναι ενωμέ-
νος ο κόσμος των κινήσεων πάνω στη γη με αέναες κινήσεις των πλανη-
τών. Οι τεχνητοί δορυφόροι μας προσφέρουν ένα καλό παράδειγμα
ώστε να μη θεωρούμε ότι υπάρχει διαφορά μεταξύ γήινης και ουράνιας
ύλης.

Η κίνηση των σωμάτων που πέφτουν, των ουρανίων σωμάτων και των
σωμάτων που εμείς ωθούμε και σύρομε περιγράφονται πια με ένα μονα-
δικό βασικό νόμο της κινήσεως. Οι δορυφόροι σχεδιάστηκαν, κατασκευ-
άστηκαν και εκτοξεύθηκαν με βάση το νόμο αυτό. Η συμπεριφορά τους
είναι μία από τις πολλές αποδείξεις που έχουμε ότι ο νόμος της κινήσεως
τού Νεύτωνα περιέχει και τους τρεις τύπους κινήσεων, που έχουν
περιγραφεί από τον Αριστοτέλη.

2-2 Κίνηση χωρίς δύναμη.

Για δυο χιλιάδες χρόνια μετά την εποχή του Αριστοτέλη η φαινομενική
διαφορά μεταξύ ουράνιας κινήσεως και κινήσεως πάνω στη γη δυσκόλε-
ψε σημαντικά την πρόοδο της δυναμικής. Κατά το δέκατον έβδομο
αιώνα ο Γαλιλαίος πραγματοποίησε το πρώτο μεγάλο δήμα, δίνοντας
μία και μόνη εξήγηση των δυο αυτών τύπων της κινήσεως. Ισχυρίστηκε
ότι... «όταν μία οποιαδήποτε ταχύτητα επιβληθεί σε ένα σώμα, θα
διατηρηθεί διαρκώς, εφόσον δεν υπάρχουν αιτίες επιταχύνσεως ή
επιβραδύνσεως. Αυτή την κατάσταση βρίσκομε κατά προσέγγιση μόνο
σε οριζόντια επίπεδα, όπου έχει σχεδόν μηδενισθεί η δύναμη της
τριβής».

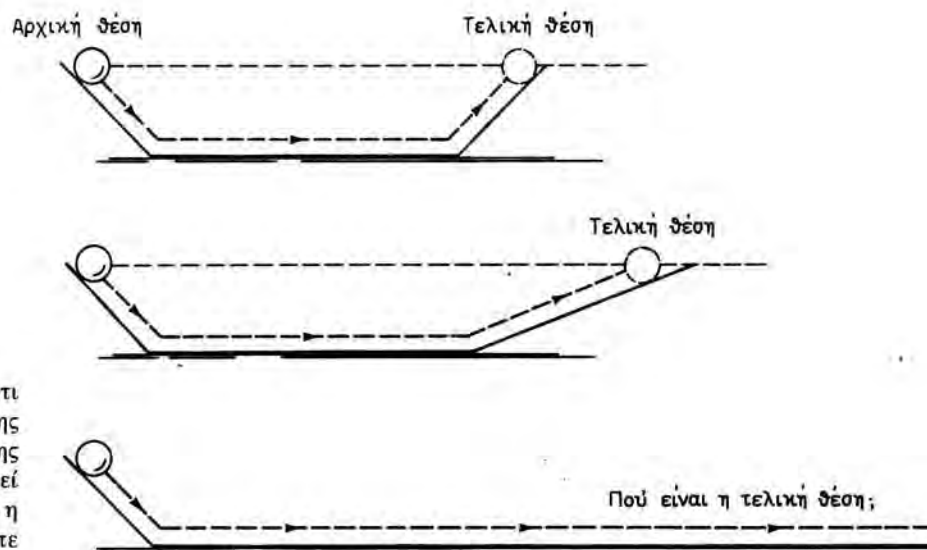
Αυτή η πρόταση αποτελεί βασικά το νόμο του Γαλιλαίου για την
αδράνεια. Με δυο λόγια αναφέρει: Όταν δεν ασκείται δύναμη σε ένα
σώμα, τότε το σώμα αυτό είτε βρίσκεται σε στάση, είτε κινείται με
σταθερή ταχύτητα. Πώς έφτασε ο Γαλιλαίος σ' αυτό το εκπληκτικό
συμπέρασμα – που είναι τόσο διαφορετικό από την καθημερινή εμπειρία
μας – δηλαδή ότι η σταθερή κίνηση δεν χρειάζεται δύναμη; Μελετούσε
τις κινήσεις διαφόρων αντικειμένων πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο.
Παρατήρησε ότι «στην περίπτωση επιπέδων που κλίνουν προς τα κάτω,
υπάρχει οπωσδήποτε αιτία επιταχύνσεως, ενώ στα επίπεδα που κλίνουν
προς τα πάνω δημιουργείται επιβράδυνση» (βλ. σχήμα 2-3).

Με αφετηρία την παρατήρηση αυτή συμπέρανε ότι, όταν το επίπεδο
δεν έχει καμία κλίση προς τα πάνω ή προς τα κάτω, δεν πρέπει να

Κλίση προς τα κάτω
Κίνηση προς τα κάτω
Η ταχύτητα αυξάνει



Σχήμα 2-3 Από την παρατήρηση της κινή-
σεως σε κεκλιμένα επίπεδα ο Γαλιλαίος
έβγαλε το συμπέρασμα ότι η κίνηση σε
οριζόντιο επίπεδο είναι μόνιμη (με στα-
θερή ταχύτητα).

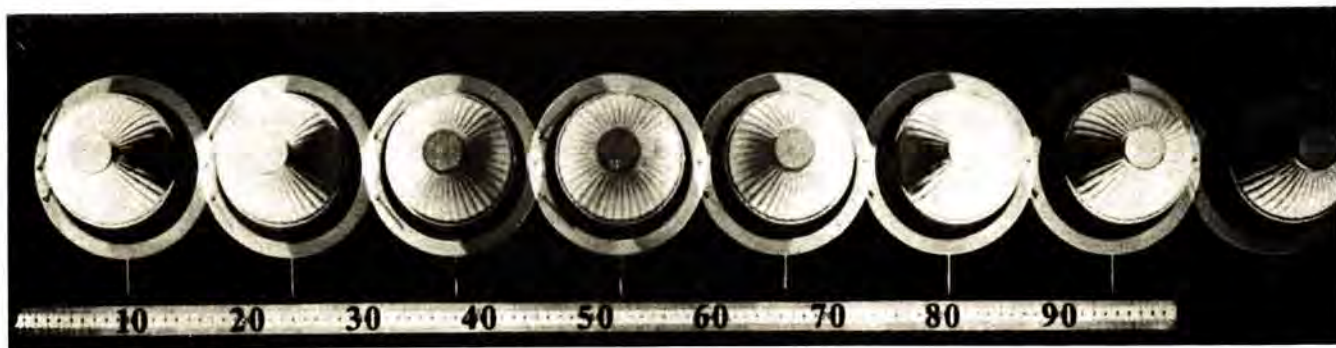


Σχήμα 2-4 Ο Γαλιλαίος παρατήρησε ότι η μπάλα τείνει να φθάσει στο αρχικό της ύψος ανεξάρτητα από την κλίση της πλαγιάς. Με μηδενική κλίση δεν μπορεί να φθάσει ποτέ στο αρχικό ύψος. Άρα η κίνηση σε οριζόντιο επίπεδο θα έπρεπε να είναι αέναη.

υπάρχει επιτάχυνση ή επιβράδυνση. «... η κίνηση πάνω σε οριζόντιο επίπεδο πρέπει να είναι σταθερή». Βέβαια ο Γαλιλαίος γνώριζε ότι τέτοιες οριζόντιες κινήσεις δεν είναι σταθερές στην πραγματικότητα, αλλά είχε παρατηρήσει ότι όσο μειώνεται η τριβή τόσο τα σώματα κινούνται επί μακρότερο χρονικό διάστημα και με σχεδόν σταθερή ταχύτητα. Με βάση τις παρατηρήσεις του είχε πεισθεί ότι κατά την οριζόντια κίνηση οι δυνάμεις που σταματούν τα σώματα, προέρχονται από την τριβή και ότι, αν δεν υπήρχαν αυτές οι δυνάμεις, τα σώματα θα συνέχιζαν να κινούνται αιώνια. Έτσι έφθασε στο συμπέρασμά του για μια **ιδανική** κατάσταση, όπου δεν ενεργεί καμία δύναμη.

Σε μια δεύτερη σειρά πειραμάτων ο Γαλιλαίος έδειξε ότι, αν τοποθετούσε δυο από τα κεκλιμένα επίπεδα αντικρουστά (σχ. 2-4, επάνω), ένα αντικείμενο που ξεκινούσε από την ηρεμία θα κυλούσε προς τα κάτω στο ένα επίπεδο και θα ανέβαινε στο αντικρουστό, έως ότου να φθάσει σχεδόν το αρχικό ύψος. Παρόλο ότι η τριβή το εμπόδιζε να φθάσει ακριβώς σ' αυτό το ύψος, ο Γαλιλαίος κατάλαβε ότι αυτό το ύψος αποτελούσε το όριο της κινήσεως. Ακόμη κατάλαβε ότι, αν μειωθεί η κλίση του επιπέδου, στο οποίο το αντικείμενο ανεβαίνει (όπως στη μεσαία εικόνα του σχήματος 2-4), η απόσταση που θα διανύσει το αντικείμενο, για να φθάσει στο αρχικό ύψος, θα μεγαλώσει. Αν, όπως στο τρίτο σχεδιάγραμμα του σχήματος 2-4, η κλίση μηδενισθεί, ώστε το επίπεδο να αποτελέσει οριζόντια επιφάνεια, το αντικείμενο ποτέ δεν θα φθάσει το αρχικό του ύψος, και θα έπρεπε να κινείται διαρκώς. «Από αυτό το πείραμα» ο Γαλιλαίος συμπέρανε «ότι η κίνηση πάνω σε οριζόντιο επίπεδο είναι διαρκής».

Τα πειράματα του Γαλιλαίου δεν είναι δύσκολα, ούτε φαίνεται ότι τα εκτέλεσε με ιδιαίτερη επιδεξιότητα. Μερικά, όπως η τελευταία περίπτωση του σχήματος 2-4, όπου βλέπομε την ιδανική περίπτωση της διαρκούς κινήσεως, δεν ήταν «αληθινά» πειράματα. Ήταν απλώς νοητικά πειράματα. Αλλά ήταν βασισμένα σε πραγματικά γεγονότα. Το έργο του Γαλιλαίου διακρίνεται από αυτό το συνδυασμό λογικής και παρατη-



Σχήμα 2-5 Η κίνηση του πεσσοῦ ξεροῦ πάγου. Κινήθηκε ἀπὸ τὰ ἀριστερὰ πρὸς τὰ δεξιὰ ἐνὼ φωτιζόταν με λάμπες 24 φορές σε 10 s ἢ κάθε 0,42 s. Ἡ κλίμακα ἀπὸ κάτω εἶναι σε εκατοστόμετρα. Αὐτὴ εἶναι μίᾳ καλῇ προσέγγισις στὴν ἰδανικὴ περίπτωσις κινήσεως χωρὶς δύναμη. Ὁ πεσσὸς κάνει σχεδὸν σταθερὰ μετατοπίσεις σε ἴσα χρονικὰ διαστήματα.



Σχήμα 2-6 Ἐνας πεσσὸς ξεροῦ πάγου, ὅπως περιγράφεται στὸ κείμενο, ἀκουμπά ἐπάνω σε μίᾳ λείᾳ γυάλινῃ ἐπιφάνειᾳ. Με αὐτὴ τὴ συσκευὴ μπορούμε νὰ μελετήσουμε κινήσεις χωρὶς καθόλου σχεδὸν τριβή.

ρήσεων γεγονότων. Αὐτὸς ὁ συνδυασμὸς τοῦ επέτρεψε νὰ ξεχωρίσει τὰ χρήσιμα ἰδανικὰ στοιχεῖα ἀπὸ ὅλη αὐτὴ τὴ μεγάλη ποικιλία τῶν κινήσεων ποὺ παρατηροῦσε.

Ἡ ἀρχὴ τῆς ἀδράνειας ποὺ διατύπωσε ὁ Γαλιλαῖος ἦταν τὸ μεγάλο ἄλμα, ποὺ βοήθησε τὸ Νεύτωνα νὰ δομήσει τὴ σύγχρονη γνώση τῆς δυναμικῆς. Πολλὲς ἀπὸ τὶς κινήσεις ποὺ ἀνέλυσε ὁ Γαλιλαῖος καὶ ποὺ ἀργότερα μελέτησε ὁ Νεύτωνα ἦταν σε τόσο ἰδανικὴ κατάσταση, ὥστε φαίνεται νὰ ἔχουν πολὺ μικρὴ σχέση με τὰ πραγματικὰ συστήματα ποὺ παρατηροῦμε. Ὅμως μόνο με τὴν προσεκτικὴ ἀνάλυση αὐτῶν τῶν ἰδανικῶν καταστάσεων μπόρεσαν ὁ Γαλιλαῖος καὶ ὁ Νεύτωνα νὰ πραγματοποιήσουν τὶς σπουδαῖες τοὺς συμβολές στη δυναμικὴ. Με παρόμοιο τρόπο πρέπει νὰ ἐξετάζουμε προσεκτικὰ πολὺ απλὲς καὶ ἰδανικὲς κινήσεις, γιὰ νὰ μπορέσουμε νὰ κατανοήσουμε τὴ βάση τῆς δυναμικῆς. Τότε καὶ μόνο τότε θὰ εἴμαστε σε θέση νὰ εφαρμόσουμε τὴ δυναμικὴ στὸ σύνθετο καθημερινό μας κόσμο.

Μποροῦμε νὰ κάνουμε πειράματα με σύγχρονα ὅργανα, ποὺ σχεδὸν πραγματοποιοῦν τὶς συνθήκες ἰδανικῆς κινήσεως χωρὶς τριβή, οἱ ὁποῖες απαιτοῦνται γιὰ τὸ πείραμα τοῦ Γαλιλαίου. Γιὰ νὰ τραβήξουμε τὴ φωτογραφία τοῦ σχήματος 2-5, μεταφέραμε τὴ συσκευὴ ποὺ δείχνει τὸ σχήμα 2-6. Αποτελεῖται ἀπὸ ἕνα βαρὺ μεταλλικὸ δίσκο, πολὺ καλὰ γυαλι-



Σχήμα 2-7 Ο ξερός πάγος μέσα στον πεσσό μετασχηματίζεται σε αέριο που διαφεύγει από την τρύπα στη βάση του πεσσού.

σμένο στην κάτω του επιφάνεια, που γλιστρά πάνω σε γυάλινο τραπέζι. Επάνω στο δίσκο είναι στερεωμένο σφαιρικό δοχείο γεμάτο με κομμάτια ξερού πάγου (ο ξερός πάγος είναι παγωμένο διοξείδιο του άνθρακα). Το παγωμένο διοξείδιο του άνθρακα μετασχηματίζεται αργά σε αέριο, που διαφεύγει από μια μικρή τρύπα στο κέντρο του μεταλλικού δίσκου και περνά ανάμεσα από τη βάση του δίσκου και τη γυάλινη επιφάνεια του τραπεζιού (σχ. 2-7). Έτσι υπάρχει διαρκώς ένα λεπτό στρώμα αερίου μεταξύ του δίσκου και της γυάλινης επιφάνειας. Ο δίσκος πλέει επάνω στο στρώμα του αερίου κι έτσι η τριβή έχει εξαλειφθεί σχεδόν ολοκληρωτικά. Θα αναφέρουμε από δω και πέρα αυτή τη συσκευή ως **πεσσό ξερού πάγου** ή απλώς **πεσσό***.

Η φωτογραφία στην εικόνα 2-5 τραβήχτηκε φωτίζοντας με λάμπες 24 φορές σε 10 δευτερόλεπτα ή κάθε 0,42 s, καθώς το δοχείο μετακινείται επάνω στη λεία γυάλινη επιφάνεια. Όπως βλέπετε, η μετατόπιση του δοχείου μεταξύ των λάμπων είναι σχεδόν σταθερή. Η ταχύτητα δεν αλλάζει σχεδόν καθόλου. Από αυτό το πείραμα υπολογίζουμε ότι, αν το δοχείο κινιόταν με 10 χλμ. την ώρα πάνω σε μία αρκετά μακριά οριζόντια επιφάνεια, θα ταξίδευε περίπου έτσι ένα οικοδομικό τετράγωνο!

1. Ήταν αναγκαίο για τον Γαλιλαίο να μετρήσει το χρόνο, για να μπορέσει να φθάσει στο συλλογισμό που τον οδήγησε στο νόμο της αδράνειας;
2. Αν βάλετε ένα λαστιχένιο μπαλάκι σε ένα στρογγυλό σκεύος και το αφήσετε να περιφέρεται, το μπαλάκι σε λίγο θα σταματήσει στο κέντρο του σκεύους. Ένα ατσάλινο μπαλάκι θα περιφερθεί αρκετές φορές, πριν σταματήσει στο κέντρο. Ποια θα ήταν η «ιδανική» κίνηση μιας μπάλας μέσα σ' ένα στρογγυλό σκεύος;
3. Γιατί είναι εξαιρετικά επικίνδυνο το οδήγημα επάνω σε παγωμένο αυτοκινητόδρομο;
4. Αν μπάλα κινείται με ταχύτητα 20 cm/s και δεν ενεργεί επάνω της καμία δύναμη, ποια θα είναι η ταχύτητά της μετά από 5 s;

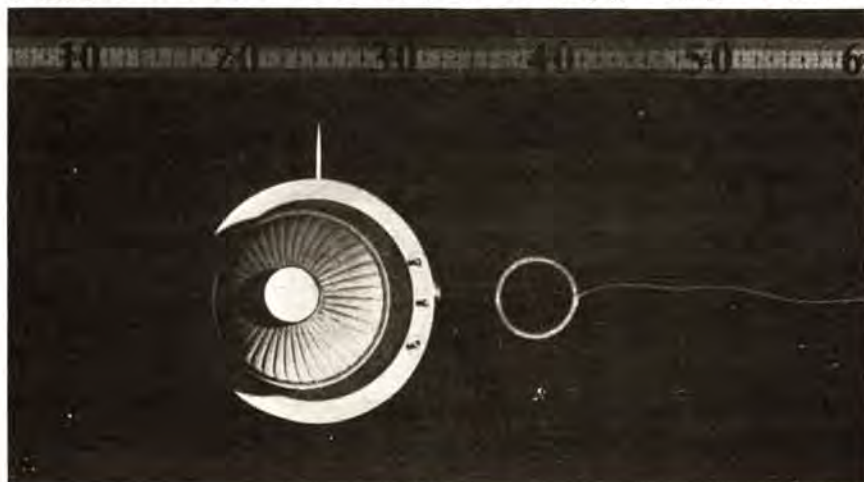
*Από την αρχαία ελληνική λέξη που σημαίνει πιόνι. Η συσκευή κινείται επάνω στην επιφάνεια του τραπεζιού όπως τα πιόνια επάνω στη σκακιέρα.

2-3 Αλλαγές στην ταχύτητα υπό την επίδραση σταθερής δυνάμεως.

Ο νόμος της αδράνειας του Γαλιλαίου μας λέει ότι ένα αντικείμενο, στο οποίο δεν δρα καμία δύναμη, κινείται με σταθερή ταχύτητα. Αν η ταχύτητα αλλάξει, συμπεραίνουμε ότι έχει επιδράσει στο αντικείμενο κάποια δύναμη. Ποια είναι η σχέση μεταξύ δυνάμεως και αλλαγής της ταχύτητας;

Θα αρχίσουμε να μελετούμε αυτή την ερώτηση με το απλούστερο πείραμα που μπορούμε να φαντασθούμε. Θα εφαρμόσουμε μια μόνο δύναμη σε ένα αντικείμενο. Για να ελαχιστοποιήσουμε την τριβή, μεταχειριζόμαστε τον ίδιο πεσσό ξερού πάγου, που μεταχειριστήκαμε στην περίπτωση κινήσεως χωρίς δύναμη. Έτσι η δύναμη που εφαρμόζουμε είναι η μόνη δύναμη που πρέπει να εξετάσουμε.

Χρειάζεται να διαπιστώσουμε με κάποιο τρόπο ότι η δύναμη που ασκούμε είναι σταθερή. Γι' αυτό το σκοπό μεταχειριζόμαστε ελατήριο σε μορφή δακτυλίου, που συνδέεται με τον πεσσό [σχ. 2-8(α)]. Είναι γνω-



(α)



(β)

Σχήμα 2-8 (α) Δακτύλιος χωρίς τέντωμα πριν να στερεωθεί στον πεσσό. (β) Ο ίδιος δακτύλιος τεντωμένος. Όταν τεντώνουμε το δακτύλιο στο ίδιο μήκος έχουμε προφανώς και την ίδια δύναμη.

στό ότι η δύναμη που ασκείται από ένα ελατήριο αυξάνεται, όσο περισσότερο αυτό τεντώνεται. Θα υποθέσουμε ότι η δύναμη που ασκείται από το δακτύλιο, είναι η ίδια κάθε φορά που ο δακτύλιος τεντώνεται σε ορισμένο μήκος [σχ. 2-8(β)].

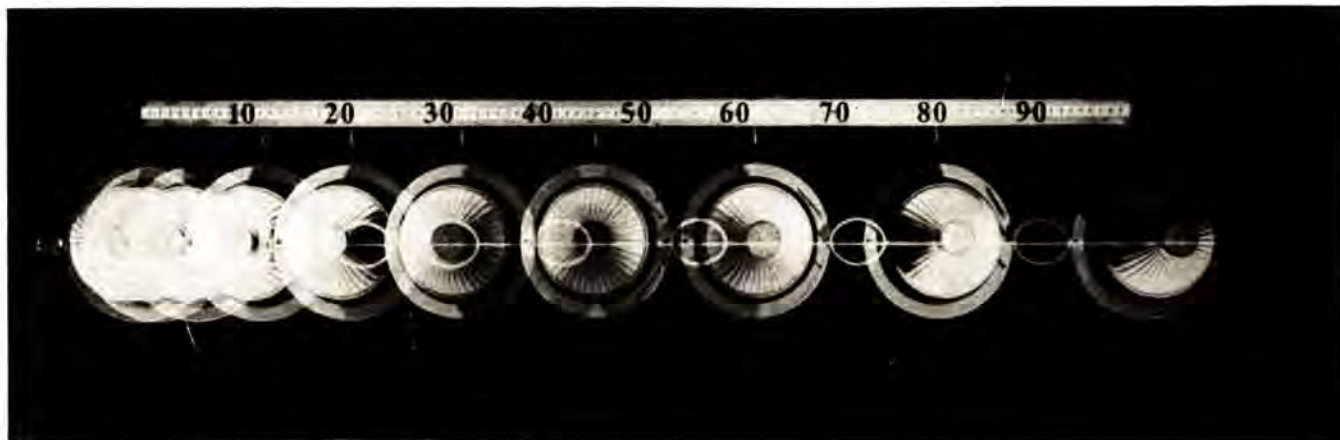
Τραβούμε, λοιπόν, το δοχείο μας με τέτοιο τρόπο, ώστε ο δακτύλιος να είναι τεντωμένος διαρκώς με το ίδιο μήκος και καταγράφουμε την κίνηση του δοχείου παίρνοντας φωτογραφίες με διαδοχικές φωτεινές λάμπες. Το αποτέλεσμα του πειράματος φαίνεται στην εικόνα 2-9. Κατά τη διάρκεια του πειράματος οι αναλαμπές γίνονταν κάθε 0,42 δευτερόλεπτα. Μπορούμε να δούμε τις διαδοχικές θέσεις του δοχείου. Διαπιστώνουμε ακόμη ότι το τέντωμα του δακτυλίου έμεινε σταθερό. Το δοχείο ξεκίνησε από την ηρεμία και κινήθηκε σε ευθύγραμμη τροχιά προς την κατεύθυνση της δυνάμεως που ασκήσαμε. Έτσι μπορούμε να αναλύσουμε αυτή την κίνηση με βάση τις μεθόδους που μάθαμε στο κεφάλαιο 1. Ας θεωρήσουμε την κατεύθυνση της κινήσεως του δοχείου ως θετική κατεύθυνση και ας την ονομάσουμε άξονα του x . Είναι φανερό ότι σε κάθε χρονικό διάστημα Δx , του δοχείου, αυξάνεται. Επομένως για κάθε χρονικό διάστημα μεταξύ αναλαμπών αυξάνεται (προς τα δεξιά) και η μέση ταχύτητα $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. Μετρώντας τις διαδοχικές με-

τατοπίσεις μπορούμε να λογαριάσουμε πώς και πόσο άλλαξε η μέση ταχύτητα. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον πίνακα 1. Από τη στιγμή που άρχισε η κίνηση, σε κάθε 0,42 δευτερόλεπτα η μέση ταχύτητα αυξήθηκε κατά 5,7 cm/s, ποσό που είναι σταθερό μέσα στα όρια ακρίβειας του πειράματός μας.

Διαιρώντας τη μεταβολή στην ταχύτητα των 5,7 cm/s με το χρονικό διάστημα των 0,42 s βλέπουμε ότι η μέση ταχύτητα άλλαξε κατά τη σταθερή τιμή 14 cm/s² με ακρίβεια δύο σημαντικών ψηφίων*. Αφού σε όλη τη διάρκεια της κινήσεως η μέση ταχύτητα άλλαξε με σταθερό ρυθμό, μπορούμε άνετα να συμπεράνουμε ότι και η στιγμιαία ταχύτητα αλλάζει κατά τον ίδιο σταθερό ρυθμό. Δηλαδή η επιτάχυνση είναι σταθερή και ίση με 14 cm/s².

* Η έννοια των σημαντικών ψηφίων αναπτύσσεται στο παράρτημα 1 του Εργαστηριακού Οδηγού.

Σχήμα 2-9 Η φωτογράφιση με λάμπες δείχνει τον πεσσο να τραβιέται προς τα δεξιά. Οι φωτεινές λάμπες γίνονταν κάθε 0,42 s. Μία σταθερή δύναμη είχε εφαρμοσθεί, κρατώντας το τέντωμα του δακτυλίου σταθερό. Η μετατόπιση του πεσσού σε κάθε χρονικό διάστημα, που σημειώνεται στη φωτογραφία, μετρήθηκε και καταχωρήθηκε στον πίνακα 1.



Πίνακας 1 Δεδομένα από το πείραμα που δείχνει το σχήμα 2-9.

Διάστημα	x (cm)	Δx (cm)	$\Delta x/\Delta t$ (cm/s)	Δv (cm/s)	$\Delta v/\Delta t$ (cm/s ²)
0	0,0				
1	2,0	2,0	5	5	12
2	6,1	4,1	10	5	12
3	12,4	6,3	15	6	14
4	21,3	8,9	21	5	12
5	32,4	11,1	26	6	14
6	45,9	13,5	32	6	14
7	61,9	16,0	38	6	14
8	80,5	18,6	44	6	14

Το μηδέν της κλίμακας θέσεων βρίσκεται στη θέση του πεσσού τη στιγμή της πρώτης λάμψεως. Η τιμή του x είναι η θέση του πεσσού στο τέλος του αντίστοιχου διαστήματος.

Βρίσκομε τη μέση τιμή των 14 cm/s² σ' αυτό το πείραμα, γιατί τραθήξαμε με μια ορισμένη δύναμη ένα ορισμένο αντικείμενο. Όταν τραβούμε με άλλες δυνάμεις ή τραβούμε άλλα αντικείμενα, βρίσκομε συνήθως άλλες τιμές επιταχύνσεως. Αλλά όλα τα πειράματα που είναι όμοια με το παραπάνω πείραμα δείχνουν ότι κάτω από την επίδραση μιας σταθερής δυνάμεως η επιτάχυνση είναι σταθερή.

5. Το σχήμα Α δείχνει το τμήμα κινηματογραφικής ταινίας, που γυρίστηκε σε πείραμα όπου ένα εργαστηριακό αμαξάκι σύρεται από τεντωμένο λάστιχο. Τι μπορούμε να πούμε για τη δύναμη που ενεργεί στο αμαξάκι;
6. (α) Να μετρήσετε το τέντωμα του ελατηρίου σε μορφή δακτυλίου στις τελευταίες έξι θέσεις του δακτυλίου στην εικόνα 2-9. Το τεντωμένο ελατήριο έχει το ίδιο μήκος καθ' όλη τη διάρκεια της πορείας;
- (β) Γιατί η απάντηση στην παραπάνω ερώτηση είναι σημαντική για την ανάλυση του πειράματος, που περιγράφεται στο κείμενο;
7. Ποια θα ήταν τα στοιχεία στον πίνακα 1 για το διάστημα 9, αν αυτό είχε συμπεριληφθεί;
8. Ας υποθέσουμε ότι η φωτογραφία στο σχήμα 2-9 δείχνει σώμα, που κινείται από τα δεξιά προς τα αριστερά. Σ' αυτήν την περίπτωση, προς ποια κατεύθυνση θα ενεργούσε η δύναμη;

2-4 Εξάρτηση της επιταχύνσεως από το μέτρο της δυνάμεως.

Τι συμβαίνει, όταν ασκούμε διαφορετική σταθερή δύναμη στο ίδιο σώμα; Ας διπλασιάσουμε τη δύναμη που ασκούμε και ας παρατηρήσουμε τι συμβαίνει. Αυτή η απλή πρόταση φέρνει στην επιφάνεια ένα καινούριο πρόβλημα.

Είδαμε ότι μπορούμε να μεταχειρισθούμε ένα δακτύλιο σε μορφή ελατηρίου, ώστε να απαλείψουμε το ανθρώπινο στοιχείο στη διαδικασία

Σχήμα Α

εξασκήσεως δυνάμεως με ορισμένο μέτρο. Έτσι, είχαμε τη βεβαιότητα ότι κατά τη διάρκεια του προηγούμενου πειράματός μας ασκούσαμε την ίδια δύναμη. Πώς μπορούμε όμως να μεταχειρισθούμε το δακτύλιο ελατηρίου, ώστε να ασκήσουμε διπλάσια δύναμη;

Μπορούμε να βρούμε έναν απλό τρόπο, για να διπλασιάσουμε τη δύναμη, αν σκεφθούμε ότι δυο άνθρωποι σπρώχνουν δυνατότερα από ένα. Για παράδειγμα, χρειάζονται δυο άνθρωποι, για να σπρώξουν ένα χαλασμένο αυτοκίνητο, ενώ ένας δεν θα μπορούσε να το μετακινήσει. Με την ίδια λογική μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε δυο δακτύλιους, που να δίνουν δύναμη διπλάσια από αυτή που έδινε ο ένας. Ας κατασκευάσουμε ένα δακτύλιο όσο μπορούμε πιο όμοιο με τον πρώτο. Όταν τεντώσουμε το δακτύλιο τόσο, όσο τεντώσαμε τον πρώτο, αυτός πρέπει να ασκεί ίση δύναμη. Μπορούμε να βεβαιωθούμε ότι οι δυνάμεις είναι ίσες, αν ξανακάνουμε το πρώτο πείραμα χρησιμοποιώντας τον καινούργιο δακτύλιο. Αν οι δυνάμεις είναι ίσες, το δοχείο επιταχύνεται ακριβώς, όπως στο προηγούμενο πείραμα. Έτσι βεβαιωνόμαστε ότι ο καινούργιος δακτύλιος δίνει την ίδια δύναμη με τον προηγούμενο.

Τώρα μπορούμε να ασκήσουμε πάνω στο δοχείο δύναμη διπλάσια από την αρχική. Αγκιστρώνουμε τους δυο δακτύλιους τον ένα δίπλα από τον άλλο και σύρουμε τον κάθε ένα από αυτούς προς την ίδια κατεύθυνση (σχ. 2-10). Βεβαιωνόμαστε ότι ο κάθε δακτύλιος εκτείνεται κατά το ίδιο μήκος, όπως στο αρχικό πείραμα με ένα δακτύλιο και παρατηρούμε την κίνηση κατά τον ίδιο τρόπο όπως και προηγουμένως. Με τον τρόπο αυτό μπορούμε να διπλασιάσουμε τη δύναμη επάνω στο δοχείο, ενώ όλα τα υπόλοιπα στοιχεία παραμένουν ίδια.

Χρησιμοποιήσαμε αυτή τη διαδικασία, για να διπλασιάσουμε τη δύναμη επάνω στο ίδιο προηγούμενο δοχείο. Το αποτέλεσμα φαίνεται στο σχήμα 2-11. Τι βρίσκουμε; Τα στοιχεία στον πίνακα 2 καταγεγραμμένα με ακριβώς ίδιο τρόπο, όπως τα προηγούμενα, αλλά με διπλασιασμένη τη δύναμη, μας δείχνουν ότι διπλασιάστηκε η επιτάχυνση.

Περισσότερα πειράματα δείχνουν ότι αυτό το αποτέλεσμα είναι γενικό. Οποτεδήποτε διπλασιάζουμε τη δύναμη επάνω σε ένα δεδομένο σώμα, διπλασιάζουμε και την επιτάχυνση. Ακόμη, αν τριπλασιάσουμε τη δύναμη τοποθετώντας τρεις όμοιους δακτύλιους τον ένα δίπλα στον

Πίνακας 2 Δεδομένα από το πείραμα που δείχνεται στο σχήμα 2-11.

Διάστημα	x (cm)	Δx (cm)	$\Delta x/\Delta t$ (cm/s)	Δv (cm/s)	$\Delta v/\Delta t$ (cm/s ²)
1	8,4	8,4	20		
2	21,5	13,1	31	11	26
3	39,3	17,8	42	11	26
4	61,9	22,6	54	12	29
5	89,3	27,4	65	11	26

Αυτά είναι τα αποτελέσματα από ένα πείραμα στο οποίο η δύναμη που εφαρμόζεται ήταν διπλάσια από τη δύναμη στο πρώτο πείραμα (Πίνακας 1). Οι φωτεινές λάμπες συνέβαιναν κάθε 0,42 s. Παρατηρείται ότι η μεταβολή στη μέση ταχύτητα και επομένως η μεταβολή στη στιγμιαία ταχύτητα είναι διπλάσια από την πρώτη περίπτωση.



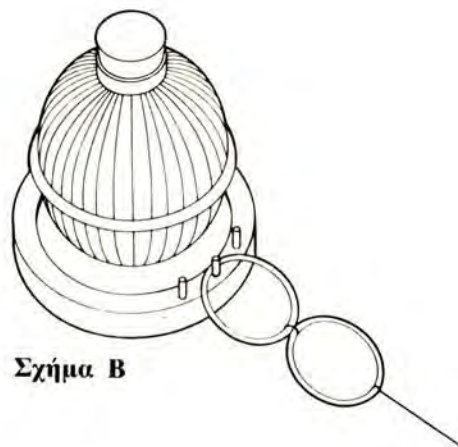
Σχήμα 2-10 Για να εφαρμόσουμε δύναμη διπλάσια από την αρχική, συνδέουμε δυο όμοιους δακτύλιους στον πεσσό.

Σχήμα 2-11 Ο πεσσός που χρησιμοποιήθηκε στο πρώτο πείραμα επιταχύνεται με δύναμη διπλάσια από την προηγούμενη. Το χρονικό διάστημα μεταξύ φωτεινών λάμψεων ήταν πάλι 0,42 s.



άλλο, η επιτάχυνση τριπλασιάζεται. Μετά από πολλές μετρήσεις τέτοιου είδους συμπεραίνουμε ότι η επιτάχυνση ενός σώματος είναι ανάλογη με τη δύναμη που ασκείται στο σώμα αυτό.

9. Σώμα σύρεται επάνω σε λεία οριζόντια επιφάνεια από δακτύλιο σε μορφή ελατηρίου, που είναι τεντωμένος κατά σταθερό μήκος. Βρίσκουμε ότι το σώμα επιταχύνεται με 15 cm/s^2 . Ποια είναι η επιτάχυνση του σώματος, αν σύρεται από δύο δακτύλιους όμοιους, που αγκιστρώνονται ο ένας δίπλα στον άλλο και τεντώνονται σε ίσα μήκη; (βλ. σχήμα 2-10).
10. Αντικείμενο που γλιστρά επάνω σε βάση με μικρή τριβή σύρεται με σταθερή δύναμη. Σε χρονικό διάστημα 0,3 s η ταχύτητα αλλάζει από 0,2 m / s σε 0,4 m / s. Σε δεύτερη δοκιμή, το αντικείμενο σύρεται από άλλη δύναμη. Κατά το ίδιο χρονικό διάστημα η ταχύτητα αλλάζει από 0,5 m / s σε 0,8 m / s.
 - (α) Ποιος είναι ο λόγος της δεύτερης δυνάμεως ως προς την πρώτη;
 - (β) Αν το αντικείμενο σύρεται από τη δεύτερη δύναμη επί 0,9 s, ποια θα είναι η αλλαγή της ταχύτητας;
11. Σε κάποιο άλλο πείραμα ο πεσσός του σχήματος 2-9 σύρεται προς τα δεξιά από δύο δακτύλιους που είναι αγκιστρωμένοι ο ένας μετά τον άλλο, όπως φαίνεται στο σχήμα Β. Ο κάθε δακτύλιος τεντώνεται κατά το ίδιο μήκος, που τεντώνεται ο ένας δακτύλιος της εικόνας 2-9. Σ' αυτή την περίπτωση πώς συγκρίνεται η επιτάχυνση του δοχείου με την επιτάχυνσή του στην εικόνα 2-9;



Σχήμα Β

2-5 Ο νόμος του Νεύτωνα: Μάζα αδράνειας.

Η επιτάχυνση a που παράγεται από δοσμένη δύναμη F εξαρτάται από το αντικείμενο, στο οποίο δρα η δύναμη. Αν ασκήσουμε ίσες δυνάμεις σε μπάλα ποδοσφαίρου και σε φορτηγό, η επιτάχυνση του φορτηγού θα είναι πολύ μικρότερη. Επειδή τα μεγαλύτερα σώματα χρειάζονται μεγαλύτερες δυνάμεις για την ίδια επιτάχυνση, μας διευκολύνει, αν εκφράσουμε την αναλογία μεταξύ F και a με τον τύπο:

$$F = m \cdot a$$

Αυτή η σχέση εκφράζει το νόμο της κινήσεως του Νεύτωνα*. Η σταθερά αναλογίας m εξαρτάται από το αντικείμενο. Η τιμή της αυξάνεται με το μέγεθος του σώματος, τουλάχιστον για αντικείμενα, που αποτελούνται από ομοιογενή ουσία.

Η σταθερά m καλείται **μάζα αδράνειας** του σώματος. Αν γράψουμε διαφορετικά την παραπάνω εξίσωση, ορίζουμε τη μάζα για δοσμένο αντικείμενο ως $m = F/a$. Αυτό το πηλίκο είναι σταθερό για ένα ορισμένο σώμα και εκφράζει τη δυσκολία επιταχύνσεως του σώματος αυτού. Όσο μεγαλύτερη δύναμη χρειάζεται για να παραχθεί μια δοσμένη επιτάχυνση, τόσο μεγαλύτερη είναι η μάζα αδράνειας του σώματος.

Φυσικά θα θέλαμε να γνωρίζουμε, αν η μάζα αδράνειας, αυτό το μέτρο της δυσκολίας επιταχύνσεως ενός σώματος, είναι καινούργια ιδιότητα του σώματος. Μήπως είναι κάποια γνωστή ιδιότητα με διαφορετική έκφραση ή μήπως δεν έχει σχέση με οτιδήποτε μάθαμε μέχρι τώρα;

Για να απαντήσουμε σ' αυτή την ερώτηση, πρέπει να κάνουμε μερικά πειράματα. Ας εξετάσουμε πρώτα δύο αντικείμενα, π.χ. ένα δοχείο από ατσάλι και ένα από μπρούντζο. Αν τα σύρουμε με την ίδια δύναμη και αν μετρήσουμε τις επιταχύνσεις τους, βρίσκουμε ότι οι μάζες αδράνειας είναι αντίστοιχα m_1 και m_2 . Ας υποθέσουμε ότι αγκιστρώνουμε μαζί τα δύο δοχεία και τα σύρουμε με την ίδια δύναμη. Βρίσκουμε ότι η συνδυασμένη τους μάζα είναι $m = m_1 + m_2$. Αυτό το αποτέλεσμα είναι γενικό και ισχύει για οποιονδήποτε αριθμό αντικειμένων: Η μάζα αδράνειας είναι προσθετική.

Επηρεάζεται η μάζα αδράνειας από χημικές αντιδράσεις; Ας υποθέσουμε ότι θέτουμε χωριστά διαλύματα ανθρακικού νατρίου (σόδα πλυσίματος) και χλωριούχου ασβεστίου σε κλειστό δοχείο (σχ. 2-12). Μετρούμε τη μάζα αδράνειας αυτού του συστήματος και κατόπιν γυρίζουμε ανάποδα το δοχείο, έτσι ώστε οι ουσίες να αντιδράσουν και να δημιουργηθεί ανθρακικό ασβέστιο (άσπρο στερεό που δεν διαλύεται) και διάλυμα επιτραπέζιου αλατιού. Όταν μετρήσουμε τη μάζα αδράνειας ξανά, δεν βρίσκουμε αλλαγή. Και οι άλλες χημικές αντιδράσεις δεν αλλάζουν τη συνολική μάζα αδράνειας των ουσιών που αντιδρούν. Η μάζα αδράνειας διατηρείται στις χημικές αντιδράσεις.



Σχήμα 2-12 Εικόνα ενός πειράματος που δείχνει ότι η μάζα αδράνειας δεν αλλάζει κατά τις χημικές αντιδράσεις.

* Αυτός ο νόμος κινήσεως του Νεύτωνα καλείται συχνά δεύτερος νόμος του Νεύτωνα και η αρχή του Γαλιλαίου για την αδράνεια συχνά καλείται πρώτος νόμος του Νεύτωνα. Οι ονομασίες του πρώτου και δεύτερου νόμου του Νεύτωνα δεν αλλάζουν το περιεχόμενό τους, αλλά είναι σημαντικό να τις ξέρετε, ώστε να καταλαβαίνετε τι εννοεί κάποιος, όταν λέει «σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα...».

12. Ένα αυτοκίνητο μπορεί να αναπτύξει επιτάχυνση 3 m/s^2 . Ποια θα είναι η επιτάχυνσή του, αν σύρει ένα άλλο παρόμοιο αυτοκίνητο;
13. Γιατί είναι κλειστό το δοχείο στο σχήμα 2-12; Να είσθε έτοιμοι να εξηγήσετε στην τάξη.
14. (α) Ας υποθέσουμε ότι δύο πεσσοί όμοιοι με τον πεσσό στο σχήμα 2-8 είναι ενωμένοι μεταξύ τους και σύρονται από δύο δακτύλιους παράλληλα συνδεμένους, όπως στο σχήμα 2-11. Πώς συγκρίνεται η επιτάχυνση αυτού του διπλού πεσσού με την επιτάχυνση του πεσσού στην εικόνα 2-9;
- (β) Ας υποθέσουμε ότι τρεις τέτοιοι πεσσοί συνδέονται μεταξύ τους και σύρονται από δύο δακτύλιους, τοποθετημένους όπως στην εικόνα 2-11. Πώς συγκρίνεται η επιτάχυνση των τριών αυτών πεσσών με την επιτάχυνση του πεσσού στην εικόνα 2-9;
15. Όταν ένα φορτηγό είναι άδειο, η μηχανή του επιταχύνει με επιτάχυνση τριπλάσια από εκείνη που έχει, όταν είναι φορτωμένο. Ποιος είναι ο λόγος της μάζας αδράνειας του γεμάτου ως προς το άδειο φορτηγό;

2-6 Μάζα αδράνειας και μάζα βαρύτητας.

Είναι πιθανό ότι σε άλλα προηγούμενα μαθήματα φυσικής που διδάχτήκατε θα μάθατε να μετράτε τη μάζα με ισοσκελή ζυγό. Η μάζα που μετριέται έτσι λέγεται **μάζα βαρύτητας** ή **βαρυτική μάζα**, γιατί η μέτρηση προκύπτει από τις συγκρίσεις δύο έλξεων βαρύτητας: του αντικειμένου που έχει ορισμένη μάζα και ενός συστήματος από πρότυπες μάζες. (Οι έλξεις αυτές ποικίλλουν από τόπο σε τόπο, αν όμως δύο αντικείμενα ισορροπούν σε ένα τόπο, θα βρίσκονται σε ισορροπία παντού).

Από τη σκοπιά των μετρήσεων με τις οποίες προσδιορίζονται, η μάζα αδράνειας και η μάζα βαρύτητας φαίνεται σαν να μην έχουν σχέση μεταξύ τους. Για να μετρήσουμε τη μάζα αδράνειας ενός αντικειμένου, ασκούμε σ' αυτό δύναμη και βρίσκουμε την επιτάχυνση χωρίς καμιά αναφορά στη βαρύτητα. Για να μετρήσουμε τη μάζα βαρύτητας με ισοσκελή ζυγό που βρίσκεται σε ισορροπία, μεταχειριζόμαστε τις δυνάμεις της βαρύτητας, αλλά δεν έχουμε επιτάχυνση. Οι δυο μετρήσεις διαφέρουν πάρα πολύ. Όμως οι ιδιότητες της μάζας βαρύτητας είναι εξαιρετικά όμοιες με τις ιδιότητες της μάζας αδράνειας, που βρήκαμε πιο πάνω. Και οι δυο μάζες είναι προσθετικές και δεν μεταβάλλονται από χημικές αντιδράσεις. Δηλαδή η μάζα δυο αντικειμένων είναι το άθροισμα των μαζών τους και τα δυο είδη μάζας δεν αλλάζουν κατά τη διάρκεια χημικών αντιδράσεων.

Υπάρχει μήπως κάποια αναλογία ανάμεσα στη μάζα βαρύτητας και στη μάζα αδράνειας; Συγκεκριμένα, αν δυο αντικείμενα, όπως π.χ. ένας βράχος και ένα βαρέλι γεμάτο νερό, έχουν την ίδια μάζα αδράνειας θα έχουν και την ίδια μάζα βαρύτητας; Μπορούμε να απαντήσουμε σ' αυτό το ερώτημα μόνο πειραματικά. Συγκεκριμένα λοιπόν, αν διαπιστωθεί ότι δυο σώματα έχουν την ίδια επιτάχυνση κάτω από την επίδραση της ίδιας δυνάμεως, αυτά τα ίδια σώματα θα ισορροπήσουν μεταξύ τους, αν

αναρτηθούν σε ισοσκελή ζυγό; Τέτοια πειράματα έχουν γίνει πολλές φορές με ποικίλους βαθμούς τελειότητας. Η απάντηση που δίνεται από τα πιο ακριβή πειράματα είναι καταφατική με ακρίβεια καλύτερη από ένα μέρος σε 10^8 .

Η ισοδυναμία της μάζας αδράνειας και της μάζας βαρύτητας μας βοηθά να μεταχειρισθούμε και στις δυο το ίδιο πρότυπο μάζας. Το πρότυπο χιλιόγραμμα – ένας κύλινδρος από κράμα πλατίνας που φυλάγεται προσεκτικά στην πόλη Sèvres της Γαλλίας – είναι η διεθνής πρότυπη μονάδα και για τις δυο μάζες, βαρύτητας και αδράνειας.

Επειδή υπάρχει ισοδυναμία μεταξύ της μάζας βαρύτητας και της μάζας αδράνειας, μια μέτρηση της μάζας βαρύτητας μας δίνει και τη μάζα αδράνειας. Δεν πρέπει λοιπόν στο εξής να μας απασχολεί η διαφορά μεταξύ τους και συνήθως μεταχειριζόμαστε μόνο τη λέξη «μάζα», που αναφέρεται και στις δυο περιπτώσεις.

16. Γιατί κάναμε τόσο προσεκτική διάκριση μεταξύ της μάζας βαρύτητας και μάζας αδράνειας αντί να μιλήσουμε μόνο για μια μάζα;
17. Ένα χαρτοκιβώτιο ισορροπεί επάνω σε ζυγό με δυο όμοια δοχεία. Μια δεδομένη δύναμη επιταχύνει το χαρτοκιβώτιο κατά 2 m/s^2 . Πόσο θα επιταχύνει αυτή η ίδια δύναμη το ένα από τα δυο δοχεία;

2-7 Η μονάδα δυνάμεως.

Ο νόμος του Νεύτωνα $F = m a$ μαζί με την ισοδυναμία της μάζας αδράνειας και μάζας βαρύτητας μας δίνουν μια μονάδα δυνάμεως και έτσι έναν τρόπο, για να μετρούμε τις δυνάμεις.

Αρχίζουμε με τη μάζα ενός χιλιογράμμου. Η δύναμη που το επιταχύνει κατά 1 m/s^2 θα είναι η μονάδα της δυνάμεως. Ονομάζεται newton (N) (προφέρεται νιούτον).

$$1 \text{ newton} = 1 \text{ kg} \times 1 \text{ m/s}^2$$

Μια δύναμη που επιταχύνει 2 kg κατά 5 m/s^2 θα είναι η δύναμη:

$$2 \text{ kg} \times 5 \text{ m/s}^2 = 10 \text{ kg m/s}^2 = 10 \text{ N}$$

Γενικότερα, από τον τύπο $F = m a$ μπορούμε να προσδιορίσουμε οποιαδήποτε δύναμη που δρα σε γνωστή μάζα μετρώντας την επιτάχυνση που παράγει. Η επιτάχυνση σε m/s^2 επί τη μάζα σε kg δίνουν τη δύναμη σε newton.

18. Πορτοκάλι μάζας $0,3 \text{ kg}$ επιταχύνεται με επιτάχυνση 10 m/s^2 . Πόση είναι η δύναμη που δρα επάνω του;
19. Μια μπάλα μπίτζμπολ έχει μάζα $0,10 \text{ kg}$. Ένας καλός παίκτης μπορεί να την πετάξει με ταχύτητα 45 m/s . Αν χρειάστηκε $0,15 \text{ s}$ για να επιταχύνει τη μπάλα, ποια δύναμη άσκησε επάνω της;

2-8 Ο νόμος του Νεύτωνα και κινούμενα σώματα.

Αναπτύξαμε το νόμο του Νεύτωνα για την κίνηση κάτω από συνθήκες, που φαίνονται μάλλον ειδικές. Για απλοποίηση επιταχύνουμε από ηρεμία μάζες χρησιμοποιώντας σταθερή δύναμη. Άραγε η σχέση που δρήκαμε μεταξύ δυνάμεως και επιταχύνσεως ισχύει, αν αλλάξουμε το μέγεθος της δυνάμεως όσο το σώμα κινείται;

Ας υποθέσουμε ότι ωθούμε ένα αντικείμενο, που αρχικά βρίσκεται σε ηρεμία με σταθερή δύναμη για ορισμένο χρόνο. Θα επιταχυνθεί όσο διάστημα το ωθούμε. Αν σταματήσουμε, η επιτάχυνση σταματά: το σώμα εξακολουθεί και κινείται με σταθερή ταχύτητα. Αν αρχίσουμε ξανά να ωθούμε, έχουμε ξανά επιτάχυνση.

Ας υποθέσουμε ότι ασκούμε δύναμη προς την αντίθετη κατεύθυνση της κινήσεως. Τότε περιμένουμε ότι η επιτάχυνση θα είναι προς την κατεύθυνση της δυνάμεως. Επειδή η δύναμη είναι αντίθετη προς την κίνηση, το αντικείμενο πρέπει να επιβραδυνθεί αντί να επιταχυνθεί. Διάφορα πειράματα δείχνουν ότι πράγματι επιβραδύνεται και η επιβράδυνση είναι F/m .

Σε οποιαδήποτε κατάσταση κι αν βρίσκεται ένα σώμα, είτε βρίσκεται σε στάση είτε πετά στο διάστημα με 10^5 m/s, αν ασκηθεί πάνω του κάποια δύναμη θα το επιταχύνει: πάντοτε βρίσκουμε $a = F/m$. Δεν είναι ανάγκη να εξετάσουμε ποια ταχύτητα έχει τώρα το σώμα ούτε ποια διαδικασία έδωσε αυτή την ταχύτητα. Χωρίς να μας ενδιαφέρει ποιες δυνάμεις έδρασαν προηγουμένως ή ποια είναι η τωρινή ταχύτητα του σώματος, αν ασκήσουμε ορισμένη δύναμη κατά την κατεύθυνση της κινήσεως, θα παράγουμε την ίδια επιτάχυνση. Πάντως πρέπει να έχουμε υπόψη μας ότι αυτές οι γενικεύσεις βασίζονται στη συμπεριφορά των αντικειμένων που βλέπουμε, μεταχειριζόμαστε ή με τα οποία πειραματιζόμαστε στο εργαστήριο. Αν ισχύουν και για αντικείμενα πάρα πολύ μικρότερα που κινούνται με πολύ μεγαλύτερες ταχύτητες, θα φανεί μόνο με περισσότερα πειράματα.

-
- 20.** Πεσσός ξηρού πάγου μάζας 1,0 kg γλιστρά πάνω σε λεία επιφάνεια με 1,5 m/s. Δύναμη 3,0 N δρα επάνω στον πεσσό με κατεύθυνση την κατεύθυνση της κινήσεώς του επί 2,0 s. Ποια είναι η τελική ταχύτητα του πεσσού;
- 21.** Πεσσός ξηρού πάγου μάζας 1,0 kg γλιστρά πάνω σε λεία επιφάνεια με 1,5 m/s. Δύναμη 3,0 N δρα επάνω στον πεσσό με κατεύθυνση την κατεύθυνση της κινήσεώς του επί 2,0 m. Ποια είναι η τελική ταχύτητα του πεσσού;
-

Για το σπίτι, την τάξη και το εργαστήριο.

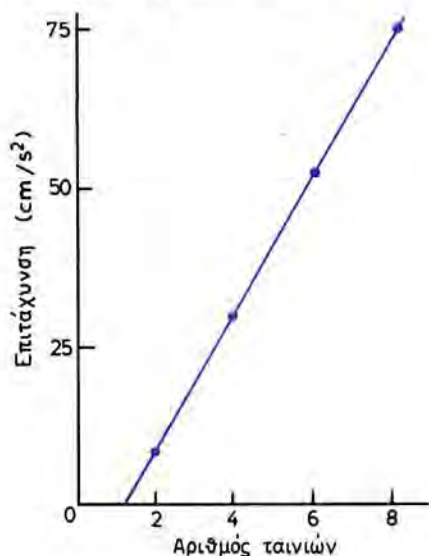
- 22.** Μία μπάλα ξεκινά από ηρεμία στην αριστερή πλαγιά του σχήματος 2-4 σε ύψος 10 cm πάνω από το χαμηλότερο σημείο.
- (α) Αν δεν υπάρχει τριβή, πόσο ψηλά θα ανέβει κατακόρυφα στη δεξιά πλαγιά;
- (β) Αν η δεξιά πλαγιά υψώνεται κατά 1 cm για

κάθε 10 cm οριζόντιας αποστάσεως, πόση οριζόντια απόσταση θα διανύσει η μπάλα επάνω σ' αυτήν;

- (γ) Αν η πλαγιά υψώνεται μόνο κατά 0,5 cm για κάθε 10 cm οριζόντιας αποστάσεως, πόσο μακριά θα πάει η μπάλα;

23. Κύβος σύρεται επάνω σε οριζόντια επιφάνεια από 2, 4, 6 και 8 παράλληλες ελαστικές ταινίες. Όλες οι ταινίες είναι όμοιες και η κάθε μία από αυτές είναι τεντωμένη κατά το ίδιο μήκος σε κάθε πείραμα. Η καμπύλη (σχ. Γ) δείχνει τα αποτελέσματα των επιταχύνσεων ως προς τον αριθμό των ταινιών.

- (α) Τι συμπεραίνετε από το σημείο τομής της γραμμής με τον οριζόντιο άξονα;
- (β) Τι μετρά η τομή της γραμμής με τον οριζόντιο άξονα;
- (γ) Μπορείτε να μεταχειρισθείτε την καμπύλη, για να προδιαγράψετε την επιτάχυνση του κύβου, που παράγεται αν τεντώσουμε μία ελαστική ταινία κατά το ίδιο μήκος;
- (δ) Ας υποθέσουμε ότι επαναλαμβάνουμε το πείραμα αλλάζοντας μόνο την επιφάνεια, όπου σύρεται ο κύβος. Ποια σχέση θα έχει η νέα καμπύλη με την προηγούμενη;



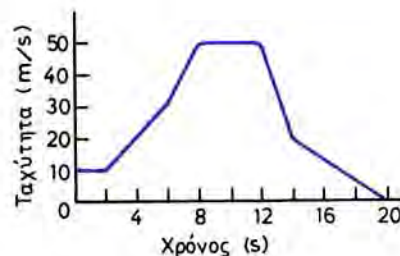
Σχήμα Γ

24. Διαμορφώνετε κομμάτι πλαστελίνης, ώστε να στέκεται πάνω στον πεσσό της εικόνας 2-11, και επαναλαμβάνετε το πείραμα που δείχνει το σχήμα. Αυτή τη φορά βρίσκετε ότι η επιτάχυνση του πεσσού είναι 16 cm/s^2 .

- (α) Ποιος είναι ο λόγος της μάζας αδράνειας του πεσσού προς τη μάζα αδράνειας της πλαστελίνης;
- (β) Διαμορφώνετε πάλι την πλαστελίνη με ένα κοί-

λωμα και ξανακάνετε το πείραμα. Προβλέπετε ότι η επιτάχυνση που παρατηρείτε τώρα θα είναι μεγαλύτερη, ίση ή μικρότερη από 16 cm/s^2 ; Να εξηγήσετε την απάντησή σας.

- 25.** Δύναμη 5 N δίνει σε μάζα m_1 επιτάχυνση 8 m/s^2 και σε μάζα m_2 επιτάχυνση 24 m/s^2 . Ποια επιτάχυνση θα έδινε και στις δύο μάζες, αν αυτές ήταν ενωμένες;
- 26.** Παρατηρείτε αντικείμενο που κινείται έτσι, ώστε το διάστημα που διανύει να είναι ανάλογο του t^3 , όπου t είναι ο χρόνος που πέρασε.
- (α) Τι συμπεραίνετε σχετικά με την επιτάχυνση; Είναι σταθερή; Αυξάνεται; Μειώνεται; Είναι μηδενική;
- (β) Τι μπορείτε να συμπεράνετε για τις δυνάμεις; Να προετοιμασθείτε να το συζητήσετε στην τάξη.
- 27.** Η καμπύλη στο σχήμα Δ δείχνει την ταχύτητα κατά μήκος ευθείας γραμμής ενός αντικειμένου, που έχει μάζα 2 kg , ως συνάρτηση του χρόνου. Σχεδιάστε την καμπύλη της δυνάμεως ως συναρτήσεις του χρόνου.



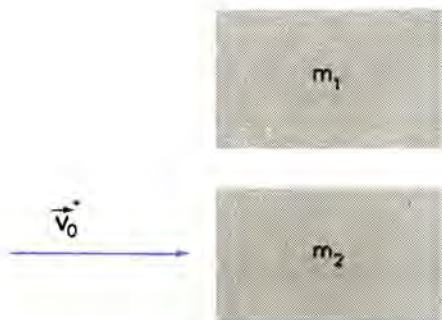
Σχήμα Δ

28. Σώμα μάζας $3,0 \text{ kg}$ κινείται επάνω σε λεία επιφάνεια με ταχύτητα v_0 τη χρονική στιγμή $t = 0$. Δύναμη 18 N ασκείται επάνω σ' αυτό το σώμα με κατεύθυνση αντίθετη από την κίνησή του. Η δύναμη μειώνει την ταχύτητα του σώματος στο μισό της, ενώ αυτό έχει διανύσει $9,0 \text{ m}$.

- (α) Μετά πόσο χρόνο θα συμβεί αυτό;
- (β) Υπολογίστε την v_0 .

29. Θεωρήσετε τις δύο μάζες m_1 και m_2 στο σχήμα Ε. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ η m_1 βρίσκεται σε ηρεμία και η m_2 κινείται με ταχύτητα v_0 . Είναι δυνατόν να ασκήσουμε την ίδια σταθερή δύναμη (κατά μέτρο και κατεύθυνση) επί τον ίδιο χρόνο στις δύο μάζες

και να προσδώσουμε ίσες ταχύτητες σε μια δεδομένη στιγμή; Να προσπαθήσετε να λύσετε το πρόβλημα χωρίς υπολογισμούς και κατόπιν να ελέγξετε όλες τις περιπτώσεις: $m_1 < m_2$, $m_1 = m_2$, $m_1 > m_2$.



Σχήμα Ε

30. Σώμα μάζας 8,0 kg ξεκινά από ηρεμία και σύρεται πάνω σε οριζόντιο τραπέζι με σταθερή δύναμη 2,0 N. Βρίσκουμε ότι το σώμα αυτό διανύει απόσταση 3,0 m σε 6,0 s.

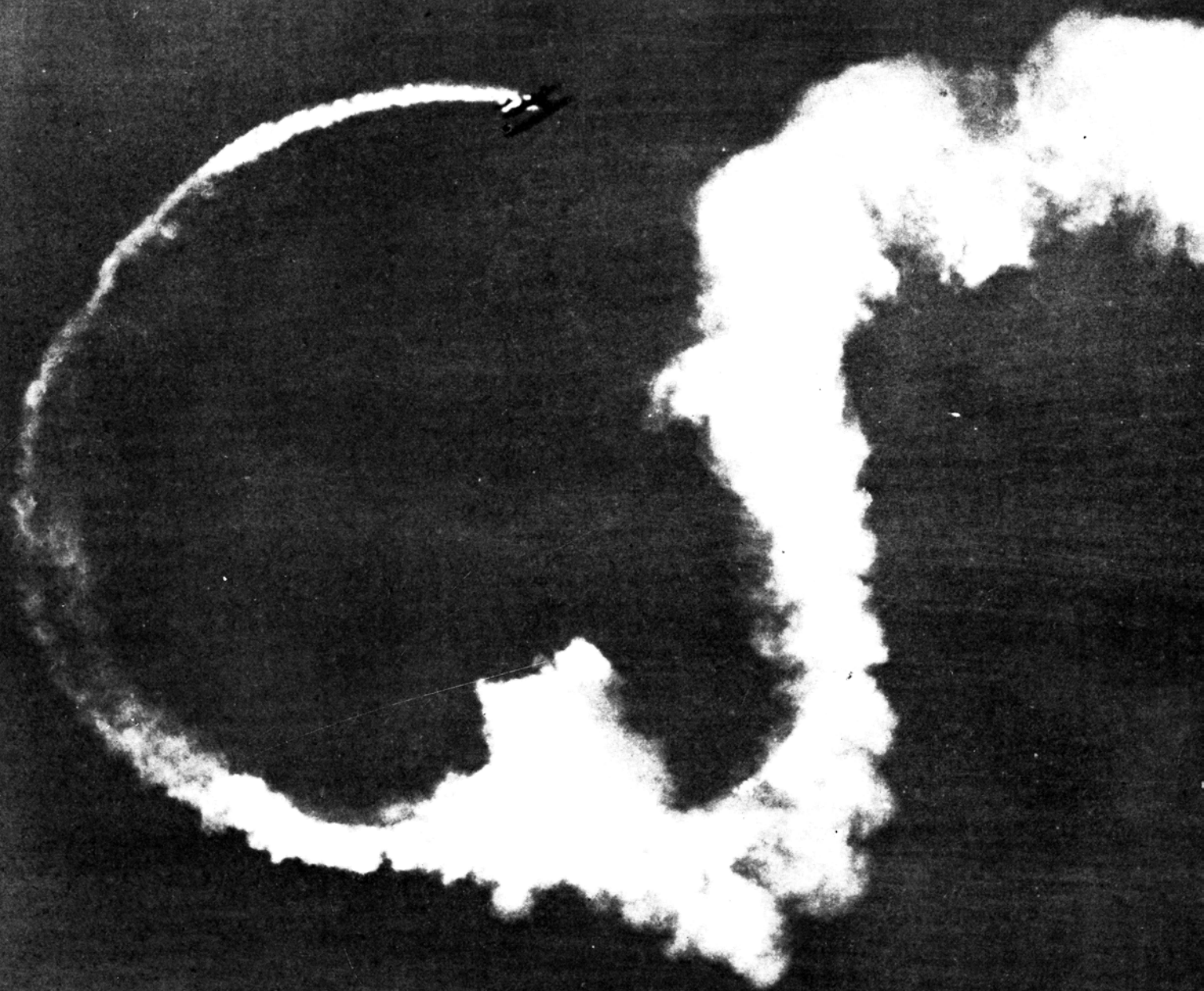
- (α) Ποια είναι η επιτάχυνση του σώματος;
 (β) Ποιος είναι ο λόγος της δυνάμεως που ασκείται δια της μάζας;
 (γ) Αφού η απάντησή σας στην ερώτηση (β) δεν είναι ίδια με την απάντηση στην ερώτηση (α) (τουλάχιστον δεν θα έπρεπε να είναι), σε τι συμπεράσματα καταλήγετε σχετικά με αυτή την κίνηση; Δώστε αριθμητικά αποτελέσματα αν είναι δυνατόν.

31. Ο Αριστοτέλης πίστευε ότι χρειάζεται σταθερή δύναμη, για να παραχθεί σταθερή ταχύτητα και από αυτό συμπεράνε ότι, όταν παύσει να ασκείται η δύναμη, τα σώματα αδρανούν.

- (α) Να αναφέρετε αρκετές περιπτώσεις, όπου σταθερή δύναμη φαίνεται να παράγει σταθερή ταχύτητα.

- (β) Πώς εξηγείτε κάθε μία από τις περιπτώσεις της ερωτήσεως (α) σύμφωνα με το νόμο της κινήσεως του Νεύτωνα;

32. Αν στην πόλη Sèvres είχε τοποθετηθεί πρότυπο ελατήριο αντί για πρότυπη μάζα, πώς θα προσδιορίζατε τη μονάδα της μάζας;



3

Κίνηση σε τρεις διαστάσεις

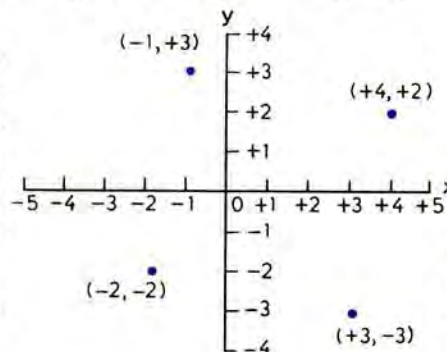
Στα δύο προηγούμενα κεφάλαια εξετάσαμε την κίνηση μόνο σε ευθεία γραμμή - κίνηση σε μόνο μία διάσταση. Η μετατόπιση, η ταχύτητα, η επιτάχυνση και η δύναμη έπρεπε να έχουν διεύθυνση προς την ίδια ευθεία γραμμή. Μπορούσαν βέβαια να έχουν, ανάλογα με την περίπτωση, θετικές ή αρνητικές τιμές, αλλά δεν υπήρχε ελευθερία διευσθύνσεως. Είναι φανερό ότι οι περισσότερες καταστάσεις στη φύση δεν είναι δυνατόν να ταιριάξουν μέσα σε τόσο περιορισμένο σύστημα απαιτήσεων. Η κίνηση π.χ. ενός κολυμβητή που διασχίζει έναν ποταμό, η κίνηση ενός αεροπλάνου όταν υπάρχει δυνατός άνεμος, η τροχιά ενός δορυφόρου που γυρίζει γύρω από τη γη. Δεν μπορούμε να αναλύσουμε αυτές τις κινήσεις με τις μεθόδους των κεφαλαίων 1 και 2. Πρέπει να επεκτείνουμε αυτές τις μεθόδους, ώστε να περιλάβουν τη δυνατότητα μετατοπίσεων, ταχυτήτων, επιταχύνσεων και δυνάμεων προς διαφορετικές κατευθύνσεις και μάλιστα με τη δυνατότητα όλες αυτές να συμβαίνουν συγχρόνως. Πρέπει να μάθουμε να χειριζόμαστε την κίνηση σε τρισδιάστατο κόσμο. Πάντως πολλά από τα στοιχεία που χρειαζόμαστε για τη μετάβαση από τη μονοδιάσταση στην τρισδιάστατη κίνηση βρίσκονται ήδη στην κίνηση με δύο διαστάσεις. Έτσι θα συγκεντρωθούμε στην κίνηση επάνω στην επιφάνεια ενός επιπέδου.

3-1 Θέση και μετατόπιση.

Για την κίνηση επάνω σε ευθεία γραμμή περιγράψαμε τη θέση ενός αντικειμένου δίνοντας την απόσταση και κατεύθυνσή του από ένα ορισμένο σημείο. Έτσι λέγαμε: «το αυτοκίνητο βρίσκεται 5 km δυτικά από το κέντρο της πόλεως» και είχαμε να κάνουμε μόνο με δύο κατευθύνσεις, ανατολική και δυτική. Αν τώρα επιτρέψουμε στο αυτοκίνητο να φύγει από τον ευθύ αυτοκινητόδρομο και να περιπλανηθεί σε δευτερεύοντες δρόμους, μπορούμε να περιγράψουμε τη θέση του με παρόμοιο τρόπο, αλλά χρειάζεται να δώσουμε περισσότερα στοιχεία. Θα μπορούσαμε π.χ. να πούμε: «το αυτοκίνητο είναι 5,5 km δυτικά και 1,2 km νότια από το κέντρο της πόλεως». Έτσι περιγράφουμε τις δύο του συντεταγμένες, που μετριοούνται επάνω σε δύο κάθετες διευθύνσεις αναφοράς επάνω στο επίπεδο. Γενικότερα μπορούμε να παραστήσουμε τις δύο διευθύνσεις αναφοράς με δύο κάθετους άξονες συντεταγμένων x και y , όπου ο καθένας έχει θετική και αρνητική φορά και τις κατάλληλες μονάδες. Έτσι η θέση στο επίπεδο δίνεται από δύο συντεταγμένες-αριθμούς. Η συντεταγμένη του x δίνεται πρώτη και η συντεταγμένη του y δεύτερη. Εντοπίζουμε αρκετά σημεία από τις συντεταγμένες τους στο σχήμα 3-1.

* **Σχήμα 3-1** Η θέση ενός σημείου στο επίπεδο μπορεί να προσδιορισθεί με δύο αριθμούς (συντεταγμένες): Πρώτο, την απόσταση από την αρχή κατά μήκος του άξονα των x . Δεύτερο, την απόσταση από την αρχή κατά μήκος του άξονα των y .

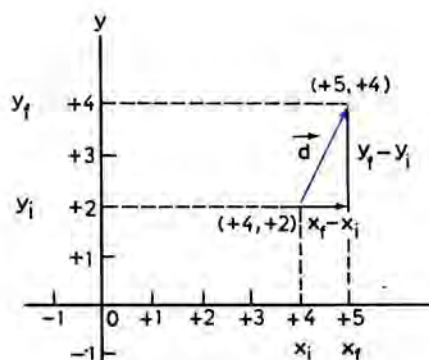
* Στα σχήματα 3-1 έως και 3-5 τα x και y μετριοούνται σε κατάλληλες μονάδες.



Φωτογραφία αριστερά. Παράδειγμα κινήσεως σε τρεις διαστάσεις. Πώς το περιγράφετε; Με ποιο τρόπο πραγματοποιείται;

- 3-1 Θέση και μετατόπιση
- 3-2 Πρόσθεση και αφαίρεση μετατοπίσεων
- 3-3 Διανυσματικές συνιστώσες
- 3-4 Πολλαπλασιασμός διανυσμάτων επί βαθμωτά μεγέθη
- 3-5 Μεταβολές ταχύτητας και σταθερή διανυσματική επιτάχυνση
- 3-6 Μεταβλητή επιτάχυνση
- 3-7 Κυκλική κίνηση
- 3-8 Συστήματα αναφοράς
- 3-9 Πώς προσθέτουμε δυνάμεις - Η συνολική ή συνισταμένη δύναμη
- 3-10 Ο διανυσματικός χαρακτήρας του νόμου του Νεύτωνα

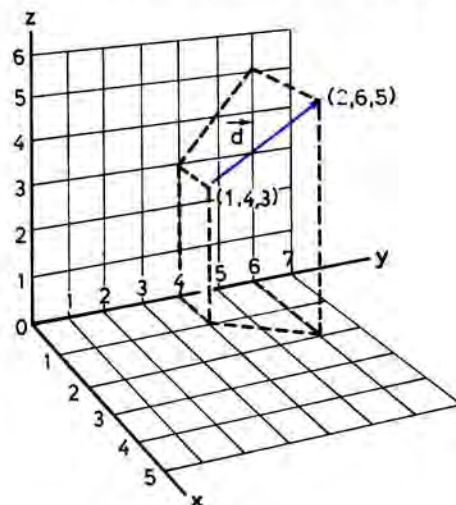
Σχήμα 3-2 Το βέλος μεταξύ των θέσεων $(4, +2)$ και $(+5, +4)$ είναι μία μετατόπιση σε δύο διαστάσεις.



Ας υποθέσουμε ότι στο σχήμα 3-2 η θέση $(+4, +2)$ είναι η θέση πλοίου σε σχέση με φάρο, που βρίσκεται στην αρχή, και ότι οι κλίμακες x και y αντιπροσωπεύουν αποστάσεις σε km. Το πλοίο κινείται και λίγο αργότερα βρίσκεται στη θέση $(+5, +4)$, όπως φαίνεται στο σχήμα 3-2. Το βέλος που είναι σχεδιασμένο μεταξύ των δυο αυτών σημείων είναι η μετατόπιση του πλοίου. Επειδή οι μετατοπίσεις εξαρτώνται τόσο από τη κατεύθυνση όσο και από το μέτρο, τις χαρακτηρίζουμε με ένα έντονο «d» με ένα βέλος από πάνω ($\vec{d}$). Σ' αυτή την περίπτωση το μήκος του δίνει την απόσταση μεταξύ της αρχικής και τελικής θέσεως του πλοίου, ενώ η κατεύθυνση της μετατοπίσεως είναι η κατεύθυνση του μεγάλου βέλους στο σχήμα.

Μπορούμε ακόμη να έχουμε μετατοπίσεις, που δεν βρίσκονται στο επίπεδο των αξόνων x και y , όπως φαίνεται στο σχήμα 3-3. Για να περιγράψουμε μία τέτοια μετατόπιση, κατασκευάζουμε ένα τρίτο άξονα, τον άξονα z , κάθετο στο επίπεδο των x και y . Για να περιγράψουμε τη μετατόπιση σ' αυτήν την περίπτωση, χρειαζόμαστε έξι συντεταγμένες αντί τεσσάρων. Είναι οι: (x_1, y_1, z_1) και (x_2, y_2, z_2) , Στο σχήμα 3-3 είναι αντίστοιχα $(1, 4, 3)$ και $(2, 6, 5)$.

Ας ξαναγυρίσουμε στις μετατοπίσεις στο επίπεδο x, y . Το σχήμα 3-4 δείχνει δυο μετατοπίσεις πάνω σε επίπεδο με συντεταγμένες θετικές και

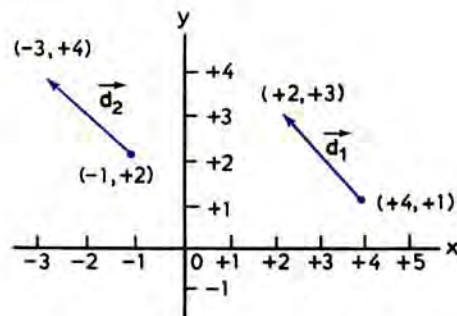


Σχήμα 3-3 Οι άξονες x και y είναι στο οριζόντιο επίπεδο και ο άξονας z στο κατακόρυφο επίπεδο. Η μετατόπιση $\vec{d}$ δεν βρίσκεται σε κανένα από τα δύο επίπεδα. Η αρχή της είναι 3 μονάδες πάνω από το επίπεδο x, y και το τέλος της είναι 5 μονάδες πάνω από το επίπεδο x, y .

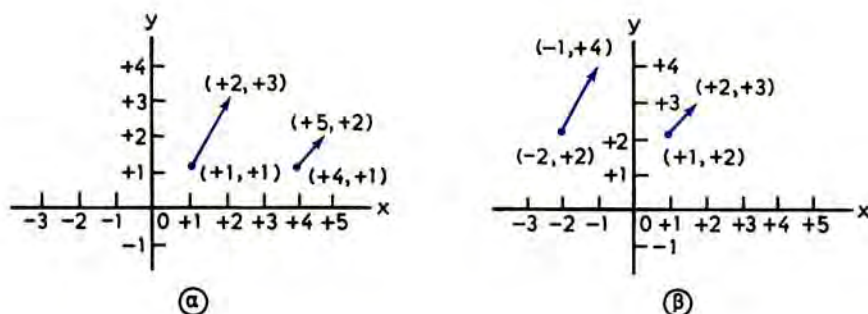
αρνητικές. Παρατηρήστε ότι οι μετατοπίσεις έχουν το ίδιο μέτρο και κατεύθυνση παρόλο που έχουν διαφορετικές συντεταγμένες. Άρα αυτές οι δύο μετατοπίσεις είναι ίσες αλλά με διαφορετικές αρχικές θέσεις. Έτσι βλέπουμε ότι μία μετατόπιση μπορεί να μετακινηθεί σε οποιαδήποτε άλλη θέση χωρίς να αλλάξει.

Ακόμη η μετατόπιση είναι ανεξάρτητη από τη θέση της αρχής του συστήματος συντεταγμένων, όπως δείχνει το σχήμα 3-5. Και εδώ, παρόλο που οι συντεταγμένες που περιγράφουν τις θέσεις αλλάζουν, οι μετατοπίσεις παραμένουν αναλλοίωτες. Από αυτή την άποψη η κατάσταση για δύο ή τρεις διαστάσεις είναι η ίδια με την κατάσταση σε μία διάσταση.

Παρόλο που μας διευκολύνει να περιγράφομε τις μετατοπίσεις δίνοντας τις μετατοπίσεις στους άξονες x και y ως προς κάποιο σύστημα συντεταγμένων, αυτό δεν είναι αναγκαίο, γιατί, όπως είδαμε, οι μετατοπίσεις είναι ανεξάρτητες από οποιοδήποτε σύστημα συντεταγμένων. Συχνά μας ενδιαφέρει μόνο η σχέση μιας μετατοπίσεως ως προς μία άλλη και όχι οι συντεταγμένες τους. Σ' αυτές τις περιπτώσεις αγνοούμε το σύστημα συντεταγμένων και περιγράφουμε τις μετατοπίσεις γεωμετρικά, χρησιμοποιώντας μόνο δέλη.

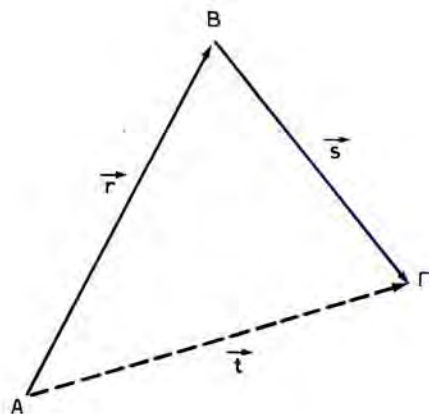


Σχήμα 3-4 Δυο ίσες μετατοπίσεις που βρίσκονται σε διαφορετικά τεταρτημόρια.



Σχήμα 3-5 Στο (β) η αρχή σε σχέση με το (α) έχει μετακινηθεί προς τα κάτω κατά μία μονάδα στον άξονα y και 3 μονάδες προς τα δεξιά στον άξονα x .

1. Πόσα ζεύγη ίσων μετατοπίσεων μπορείτε να κάνετε χρησιμοποιώντας τα σημεία του σχήματος 3-1;
2. Ποιο είναι το μήκος και η κατεύθυνση της μετατοπίσεως από (1, 2) σε (3, 4);
3. Περιπατήστε τις επόμενες αποστάσεις, τη μία μετά την άλλη και με οποιαδήποτε σειρά επιλέξετε:
 - (α) Πηγαίνετε 3 μέτρα ανατολικά.
 - (β) Πηγαίνετε 2 μέτρα βόρεια.
 - (γ) Πηγαίνετε 3 μέτρα δυτικά.
 Στο τέλος του περιπάτου σας, ποια είναι η πιο μακρινή απόσταση, που μπορείτε να έχετε από το σημείο που ξεκινήσατε;



Σχήμα 3-6 Η μετατόπιση $\vec{s}$ μπορεί να προστεθεί στην μετατόπιση $\vec{r}$ με τη βοήθεια ενός διαγράμματος υπό κλίμακα. Σε αυτή την περίπτωση $1 \text{ cm} = 0,75 \text{ m}$. Επομένως η μετατόπιση $\vec{r}$ παριστάνει $4,0 \text{ m}$, η $\vec{s}$ παριστάνει $3,0 \text{ m}$ και το άθροισμα, $\vec{t}$ έχει μήκος $4,2 \text{ m}$.

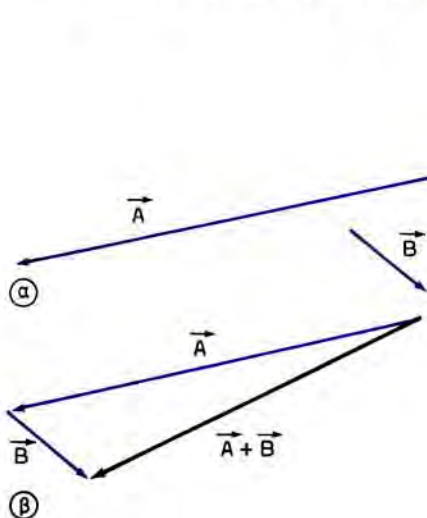
3-2 Πρόσθεση και αφαίρεση μετατοπίσεων.

Στο κεφάλαιο 1, οι μετατοπίσεις επάνω στην ευθεία γραμμή δίνονταν με θετικούς και αρνητικούς αριθμούς και, όταν θέλαμε να τις προσθέσουμε, ακολουθούσαμε τους κανόνες της απλής αριθμητικής. Οι μετατοπίσεις σε δύο ή τρεις διαστάσεις δεν προστίθενται σύμφωνα με αυτούς τους κανόνες. Στο σχήμα 3-6, για να βρούμε τη μετατόπιση $\vec{t}$, προσθέσαμε το $\vec{s}$ στο $\vec{r}$, σχεδιάζοντας ευθεία, που ενώνει την αρχή (ουρά) του ενός βέλους με το τέλος (μύτη) του άλλου. Το διακεκομμένο βέλος είναι το άθροισμα του $\vec{s}$ και $\vec{r}$. Με σύμβολα γράφουμε: $\vec{s} + \vec{r} = \vec{t}$.

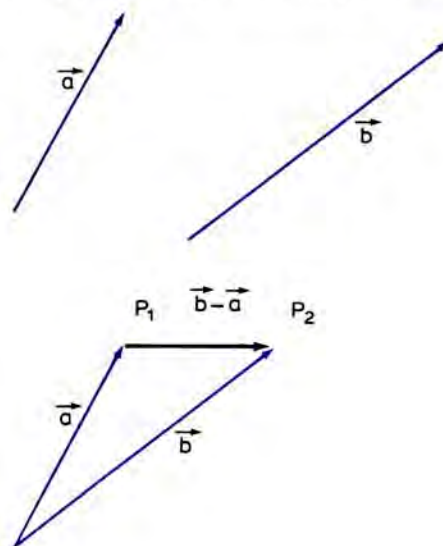
Όπως βλέπετε, αν $r = 4,0 \text{ m}$ και $s = 3,0 \text{ m}$, το t είναι μικρότερο από $7,0 \text{ m}$. Στην πραγματικότητα είναι μόνο $4,2 \text{ m}$. Σε αυτή την περίπτωση η εξίσωση $\vec{s} + \vec{r} = \vec{t}$ σημαίνει ότι η μετακίνηση ενός αντικειμένου πρώτα από το A στο B και κατόπιν από το B στο Γ είναι ακριδώς ίση με τη μετακίνηση του αντικειμένου από το A κατευθείαν στο Γ. Η τελική θέση του αντικειμένου είναι ίδια και στις δύο περιπτώσεις.

Συχνά θα χρειασθεί να προσθέσουμε δύο μετατοπίσεις, ακόμη και αν δεν έχουν κοινό σημείο. Όπως είδαμε στην παράγραφο 3-1, οι μετατοπίσεις είναι ανεξάρτητες από τις θέσεις. Έτσι θα τις προσθέσουμε τοποθετώντας τις «αρχή με τέλος», όπως στο σχήμα 3-6. Έτσι, αν θέλουμε να βρούμε το άθροισμα των δύο μετατοπίσεων, που φαίνονται στο σχήμα 3-7 (α), μπορούμε να μετακινήσουμε μία από αυτές «παράλληλα προς τον εαυτό της», έως ότου το «τέλος» της να συμπίπτει με την «αρχή» της άλλης, όπως φαίνεται στο σχήμα 3-7 (β).

Για να αφαιρέσουμε μια μετατόπιση από άλλη, τοποθετούμε τις δύο



Σχήμα 3-7 Πρόσθεση δύο διανυσμάτων αφού πρώτα το ένα μετακινηθεί παράλληλα με τον εαυτό του.



Σχήμα 3-8 Για να αφαιρέσουμε τα δυο διανύσματα στο πάνω μέρος του σχήματος, τα βάζουμε με κοινή αρχή και φέρουμε το βέλος που ενώνει τις δυο κορυφές τους.

μετατοπίσεις αρχή με αρχή και σχεδιάζουμε τη γραμμή που ενώνει τις άκρες τους. Η κατεύθυνση αυτής της μετατοπίσεως είναι από τη μετατόπιση που αφαιρείται προς την άλλη μετατόπιση (σχ. 3-8). Π.χ., αν $\vec{a}$ συμβολίζει την απόσταση και την κατεύθυνση από το σπίτι σας (4,5 km) και $\vec{b}$ συμβολίζει την απόσταση και την κατεύθυνση από το σπίτι σας λίγο αργότερα (6,3 km), τότε η μετατόπιση $\vec{b} - \vec{a}$ συμβολίζει την απόσταση (3 km) και την κατεύθυνση μεταξύ P_1 και P_2 .

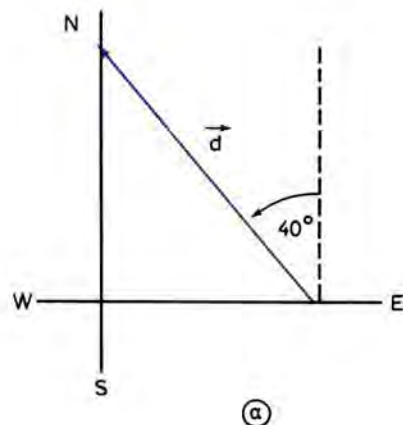
Υπάρχουν κι άλλα σημαντικά μεγέθη στη φυσική που προστίθενται και αφαιρούνται όπως οι μετατοπίσεις. Όλα αυτά τα μεγέθη λέγονται **διανύσματα**. Θα συμβολίζουμε πάντα τα διανύσματα στα διαγράμματα με έντονα βέλη, που θα έχουν μήκη ανάλογα με τα μέτρα και τις κατευθύνσεις που θα φαίνονται από την αιχμή του βέλους. Προσέξτε ότι τα διανύσματα είναι ποσότητες, που δεν μπορούν να περιγραφούν μόνο με αριθμό. Από την άλλη μεριά υπάρχουν μεγέθη, που τα ονομάζουμε **βαθμωτά**, και μπορούν να καθορισθούν με αριθμό (και με την κατάλληλη φυσική μονάδα). Η θερμοκρασία ενός δωματίου αποτελεί τυπικό παράδειγμα βαθμωτού μεγέθους, ενώ μία μετατόπιση προς τα βορειοανατολικά κατά 3 km είναι τυπικό παράδειγμα διανυσματικού μεγέθους.

4. Ένας άνθρωπος ακολουθεί την εξής πορεία: Από το σπίτι του προχωρεί τέσσερα οικοδομικά τετράγωνα ανατολικά, τρία τετράγωνα βόρεια, τρία τετράγωνα ανατολικά, έξι τετράγωνα νότια, τρία τετράγωνα δυτικά, τρία τετράγωνα νότια, δύο τετράγωνα ανατολικά, δύο τετράγωνα νότια, οκτώ τετράγωνα δυτικά, έξι τετράγωνα βόρεια και δύο τετράγωνα ανατολικά. Σε ποια απόσταση και σε ποια κατεύθυνση θα βρίσκεται από το σπίτι του;
5. Να προσθέσετε τα διανύσματα που φαίνονται στο σχήμα 3-5, σχεδιάζοντάς τα σε χαρτί μιλιμετρέ.
6. Αν υποθέσουμε ότι έχετε δύο διανύσματα $\vec{V}_1$ και $\vec{V}_2$, ποια είναι η σχέση του διανύσματος $\vec{V}_1 - \vec{V}_2$ ως προς το διάνυσμα $\vec{V}_2 - \vec{V}_1$;
7. Εσείς κι ένας φίλος σας ξεκινάτε από το ίδιο σημείο. Εσείς περπατάτε 15 μέτρα με κατεύθυνση 50° δυτικά από το βορρά και ο φίλος σας περπατά με κατεύθυνση 30° δυτικά από το βορρά. Ποια θα είναι η μετατόπισή σας από το φίλο σας στο τέλος του περιπάτου;

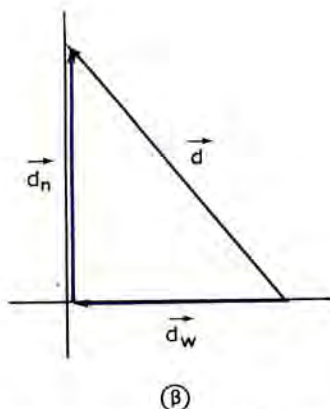
3-3 Διανυσματικές συνιστώσες.

Αν ένα αεροπλάνο πετά από την Αθήνα στα Γιάννενα, η μετατόπισή του είναι 560 km με κατεύθυνση 40° δυτικά από το βορρά. Πόσο μακριά ταξίδεψε δυτικά και πόσο βόρεια; Η απάντηση σ' αυτή την ερώτηση εξαρτάται από το μέτρο και την κατεύθυνση της μετατοπίσεως.

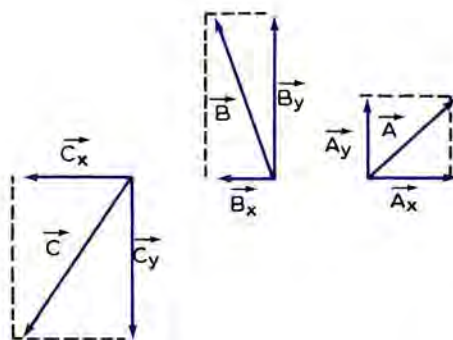
Για να βρούμε τη μετατόπιση προς τη δύση και το βορρά, σχεδιάζουμε πρώτα μία ευθεία με διεύθυνση ανατολής-δύσεως, που περνά από την αρχή του βέλους της μετατοπίσεως και μια γραμμή με διεύθυνση βορρά-νότου που περνά από την αιχμή του βέλους μετατοπίσεως [βλ. σχήμα 3-9



Σχήμα 3-9 (α) Ευθείες γραμμές με διευθύνσεις βορρά-νότου και ανατολής-δύσεως φέρονται αντίστοιχα από το τέλος και την αρχή του διανύσματος $\vec{d}$.



Σχήμα 3-9 (6) Τα διανύσματα $\vec{d}_n$ και $\vec{d}_w$ είναι οι διανυσματικές συνιστώσες του $\vec{d}$ στις διευθύνσεις βορρά-νότου και ανατολής-δύσεως αντίστοιχα.



Σχήμα 3-10 Ανάλυση διανυσμάτων σε διανυσματικές συνιστώσες κατά μήκος των αξόνων x και y.

(α)]. Τότε ένα διάνυσμα που σχεδιάζεται από την αρχή του βέλους έως το σημείο τομής μας δίνει τη μετατόπιση $\vec{d}_w$ προς τη δύση και ένα διάνυσμα που σχεδιάζεται από το σημείο τομής ως την αιχμή του βέλους μας δίνει τη μετατόπιση $\vec{d}_n$ προς βορρά [σχ. 3-9 (6)]. Τα μέτρα των δύο μετατοπίσεων είναι 360 km και 430 km αντίστοιχα. Οι μετατοπίσεις $\vec{d}_w$ και $\vec{d}_n$ στο σχήμα 3-9 ονομάζονται **διανυσματικές συνιστώσες** του $\vec{d}$.

Οποτεδήποτε κατασκευάζουμε δύο διανυσματικές συνιστώσες κάθετες μεταξύ τους, το διανυσματικό τους άθροισμα είναι πάντοτε ίσο με το αρχικό διάνυσμα. Αυτό μπορείτε να το δείτε στο σχήμα 3-9.

Μπορούμε να εκφράσουμε οποιοδήποτε διάνυσμα επάνω σε ένα επίπεδο με δύο διανυσματικές συνιστώσες παράλληλες προς δύο κάθετους άξονες (σχ. 3-10). Σημειώστε ότι ενώ τα διανύσματα $\vec{A}$, $\vec{B}$ και $\vec{C}$ μπορούν να έχουν οποιαδήποτε κατεύθυνση, τα διανύσματα $\vec{A}_x$, $\vec{B}_x$, και $\vec{C}_x$ ακολουθούν αναγκαστικά τον άξονα του x με θετική ή αρνητική φορά. Αφού όλα βρίσκονται επάνω στην ίδια ευθεία, μπορούμε να εκφράσουμε το μήκος τους με ένα αριθμό και κατάλληλες μονάδες και να δείξουμε τη φορά τους με τα πρόσημα + και -.

Έτσι, όταν ασχολούμαστε μόνο με διανυσματικές συνιστώσες κατά τον άξονα του x, μπορούμε να αποφύγουμε το συμβολισμό του διανύσματος γράφοντας μόνο A_x , B_x , C_x . Το ίδιο συμβαίνει και με τον άξονα y. Τα A_y , B_y , και C_y δείχνουν προς τα επάνω ή προς τα κάτω, κατά τον άξονα του y. Και αυτά μπορούν να εκφραστούν με θετικούς ή αρνητικούς αριθμούς A_y , B_y , C_y . Το άθροισμα των διανυσμάτων $\vec{A}_x + \vec{B}_x$ ή $\vec{A}_y + \vec{B}_y$ εκφράζεται αντίστοιχα με $A_x + B_x$ και $A_y + B_y$. Όμως το $\vec{A}_x + \vec{A}_y$ **δεν μπορεί** να εκφραστεί με $A_x + A_y$, αφού τα $\vec{A}_x$ και $\vec{A}_y$ δεν έχουν την ίδια διεύθυνση. Για να ξεχωρίζουμε το διάνυσμα $\vec{A}_x$ από τον αριθμό A_x θα ονομάσουμε το πρώτο **διανυσματική συνιστώσα** και το δεύτερο απλώς **συνιστώσα**.

Η περιγραφή του διανύσματος $\vec{A}$ με τις συνιστώσες του A_x και A_y είναι όμοια με την περιγραφή του σημείου ενός επιπέδου με τις συντεταγμένες του A_x και A_y .

8. Να προσθέσετε τα διανύσματα που φαίνονται στο σχήμα 3-5, χρησιμοποιώντας τις διανυσματικές συνιστώσες τους. Πώς συγκρίνεται η απάντησή σας με την απάντηση της ερωτήσεως 5;
9. Ποιο είναι το μέτρο της μετατοπίσεως, όταν οι συνιστώσες κατά τους άξονες x, y και z είναι αντίστοιχα 4,00 m, 2,50 m και 8,50 m;
10. Πλοίο ταξιδεύει 10 km με βορειοανατολική κατεύθυνση. Ποιες είναι οι συνιστώσες της μετατοπίσεώς του (α) προς βορρά; (β) προς ανατολή;
11. Ποιες είναι οι συνιστώσες προς βορρά και προς ανατολή ενός διανύσματος ταχύτητας με μέτρο 100 km/h και κατεύθυνση 30° δυτικά του νότου;
12. Ποια είναι η συνιστώσα κατά τη διεύθυνση του y ενός διανύσματος μήκους 2 cm κατά τη διεύθυνση του x;

3-4 Πολλαπλασιασμός διανυσμάτων επί βαθμωτά μεγέθη.

Ας πάρουμε οποιοδήποτε διάνυσμα $\vec{A}$. Τι νομίζετε ότι σημαίνει το $2\vec{A}$; Επειδή ο διπλασιασμός μιας ποσότητας σημαίνει ότι αυτή η ποσότητα προστίθεται στον εαυτό της, είναι λογικό να ορίσουμε:

$$2\vec{A} = \vec{A} + \vec{A}$$

που σημαίνει ότι $2\vec{A}$ είναι διάνυσμα με μήκος διπλάσιο από του $\vec{A}$ και ό-τι έχει την ίδια κατεύθυνση [σχ. 3-11(α)]. Κατά τον ίδιο τρόπο, αφού η διαίρεση με αριθμό είναι ισοδύναμη με τον πολλαπλασιασμό με τον αν-τίστροφο αριθμό [σχ. 3-11(β)], η διαίρεση ακολουθεί τους κανόνες του πολλαπλασιασμού. Γενικά $k\vec{A}$, όπου k είναι θετικός αριθμός, σημαίνει διάνυσμα ομοπαράλληλο με το $\vec{A}$ με μήκος k φορές του $\vec{A}$. Πιο αναλυτι-κά πολλαπλασιασμός ή διαίρεση διανύσματος με αριθμό σημαίνει τον πολλαπλασιασμό ή τη διαίρεση του μήκους του με την απόλυτη τιμή* αυτού του αριθμού. Η κατεύθυνση δεν αλλάζει, αν ο αριθμός είναι θετι-κός, και αντιστρέφεται, αν ο αριθμός είναι αρνητικός. Τώρα επεκτείνο-με αυτό τον κανόνα στις περιπτώσεις, όπου το βαθμωτό μέγεθος k και το διάνυσμα $\vec{A}$ έχουν και τα δύο φυσικές μονάδες, όπως είναι το δευτε-ρόλεπτο, το μέτρο 1/δευτερόλεπτο, μέτρα/δευτερόλεπτο κ.λπ. Αν k ήταν καθαρός αριθμός χωρίς φυσικές μονάδες, τότε το $k\vec{A}$ θα είχε τις ίδιες μονάδες με το $\vec{A}$. Αλλά όταν το k έχει τις μονάδες ενός φυσικού μεγέ-θους, οι μονάδες του $k\vec{A}$ βρίσκονται, αν πολλαπλασιάσουμε τις μονάδες του k με τις μονάδες του $\vec{A}$. Με άλλα λόγια το $k\vec{A}$ είναι διαφορετικό φυ-σικό μέγεθος από το $\vec{A}$. Δεν θα είχε νόημα δηλαδή να προσθέσουμε το $k\vec{A}$ στο $\vec{A}$, εκτός αν το k είναι καθαρός αριθμός. Για να αποφύγουμε τη σύγχυση είναι καλύτερα να εκφράσουμε το καινούργιο διάνυσμα σε νέο διάγραμμα.

Ό,τι είπαμε πιο πάνω για τη διαίρεση των διανυσμάτων με βαθμωτά μεγέθη εφαρμόζεται απολύτως στην ταχύτητα και την επιτάχυνση. Για να βρούμε αυτά τα δυο μεγέθη διαιρούμε τις διανυσματικές μετατοπί-σεις με το χρόνο. Αυτό μας δίνει ένα άλλο διάνυσμα όπως είδαμε και έτσι μπορούμε να πούμε ότι η ταχύτητα και η επιτάχυνση είναι διανύ-σματα και έχουν όλες τις ιδιότητες των διανυσμάτων.

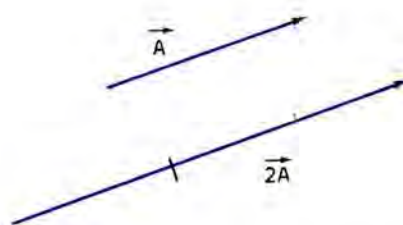
Αφού έχουμε δείξει ότι η ταχύτητα είναι διανυσματικό μέγεθος, θα πρέπει να διατυπώσουμε γενικό ορισμό της ταχύτητας με διανυσματικό συμβολισμό. Για μετατόπιση $\Delta\vec{d}$ που συμβαίνει σε χρονικό διάστημα Δt η μέση ταχύτητα σε αυτή τη χρονική διάρκεια θα είναι:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{d}}{\Delta t}$$

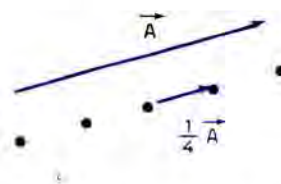
Είναι φανερό ότι το $\vec{v}_m$ θα έχει τη διεύθυνση του $\Delta\vec{d}$.

Αν μειώνουμε συνεχώς το χρονικό διάστημα, τότε στο όριο, η στιγμιαία ταχύτητα είναι:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{d}}{\Delta t}$$



Σχήμα 3-11 (α) Πολλαπλασιασμός διανύ-σματος $\vec{A}$ επί τον αριθμό $k = 2$.



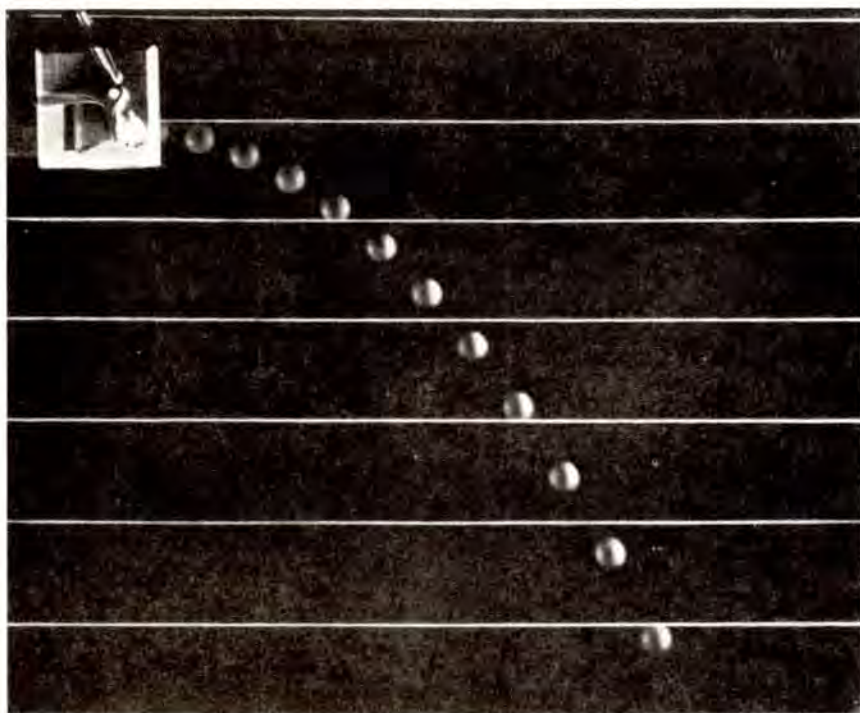
Σχήμα 3-11 (β) Διαίρεση διανύσματος διά 4 ισοδυναμεί με πολλαπλασιασμό επί 1/4.

* Η απόλυτη τιμή αριθμού είναι ο αριθ-μός χωρίς το αλγεβρικό του πρόσημο. Έ-ται η απόλυτη τιμή είναι πάντα θετικός αριθμός π.χ. η απόλυτη τιμή του $-3,5$ είναι $3,5$.

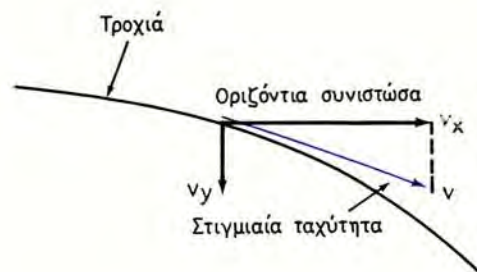
Η κατεύθυνση της $\vec{v}$ είναι κατά την εφαπτομένη της τροχιάς στο σημείο που εξετάζουμε.

Αν η στιγμιαία ταχύτητα είναι η ίδια σε όλα τα σημεία της τροχιάς, τότε η ταχύτητα είναι σταθερή. Άρα, για να ονομάσουμε μία ταχύτητα σταθερή, δύο πράγματα πρέπει να είναι σταθερά: το μέτρο και η κατεύθυνσή της. Σώμα δηλαδή που κινείται με σταθερή ταχύτητα θα πρέπει να κινείται κατά μια φορά επάνω σε ευθεία γραμμή με σταθερό μέτρο ταχύτητας.

Σχήμα 3-12 Πολλαπλή φωτογράφιση μιας μπάλας του γκολφ που εκσφενδονίζεται σε οριζόντια κατεύθυνση με το μηχανισμό που φαίνεται στη φωτογραφία, με αρχική ταχύτητα 2,0 m/s. Οι φωτεινές λάμπες γίνονται σε διαστήματα 1/30 του δευτερολέπτου. Οι άσπρες γραμμές στο σχήμα είναι μία σειρά παραλλήλων σπάγγων πίσω από την μπάλα σε απόσταση 15 cm. Γιατί φαίνεται σαν να είναι οι σπάγγοι μπροστά από την μπάλα;



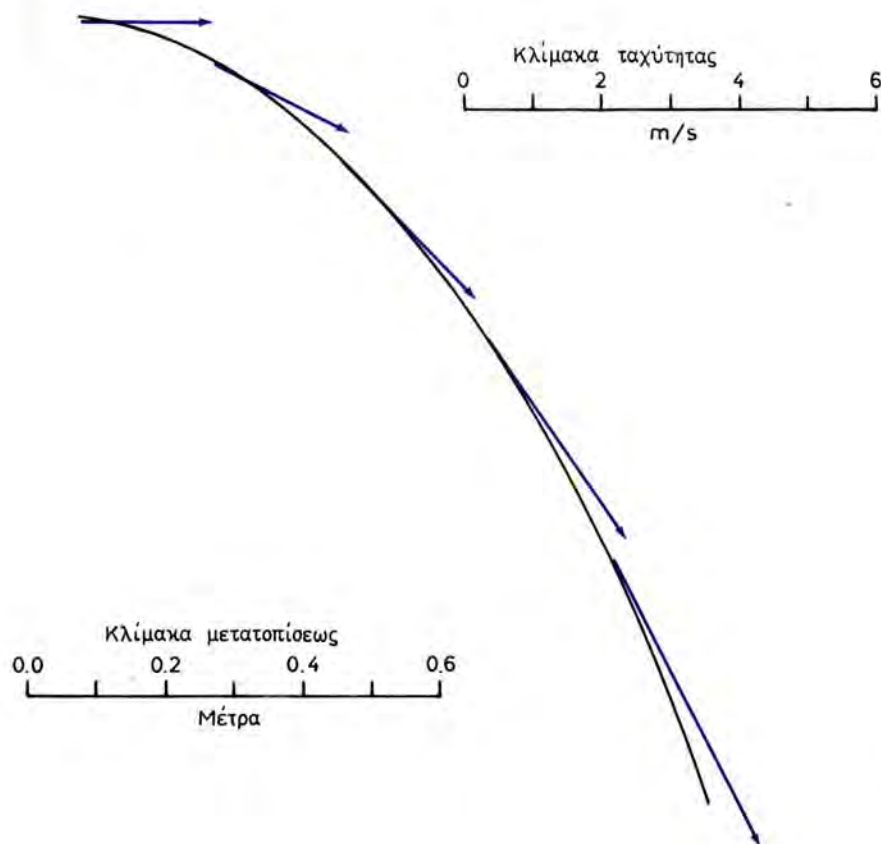
3-5 Μεταβολές ταχύτητας και σταθερή διανυσματική επιτάχυνση.



Σχήμα 3-13 Πώς προσδιορίζουμε τη στιγμιαία ταχύτητα της μπάλας στο σχήμα 3-12. Είναι εφαπτόμενη στην τροχιά και το μέτρο της είναι τέτοιο, ώστε η οριζόντια συνιστώσα να είναι ίση με την αρχική ταχύτητα της μπάλας.

Το σχήμα 3-12 είναι πολλαπλή φωτογραφία μπάλας, που εκσφενδονίζεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα 2,0 m/s. Ας αναλύσουμε την κίνησή της καθώς πέφτει, βρίσκοντας τα διανύσματα στιγμιαίας ταχύτητας σε διαδοχικές στιγμές.

Ένας τρόπος για να βρούμε τη στιγμιαία ταχύτητα σ' αυτή την περίπτωση, είναι να παρατηρήσουμε ότι η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας είναι σταθερή. Αυτό το συμπεραίνουμε από το γεγονός ότι η οριζόντια μετατόπιση είναι η ίδια για κάθε χρονικό διάστημα. Έχοντας αυτό υπόψη κι ακόμη το γεγονός ότι το διάνυσμα της στιγμιαίας ταχύτητας έχει πάντοτε κατεύθυνση εφαπτόμενη στην τροχιά, μπορούμε να προσδιορίσουμε την ταχύτητα $\vec{v}$ (σχ. 3-13). Σχεδιάσαμε τα διανύσματα στιγμιαίας ταχύτητας σε ίσα χρονικά διαστήματα ακολουθώντας αυτή τη μέθοδο (σχ. 3-14). Προσέξτε ότι η κλίμακα της μετατοπίσεως είναι διαφορετική από την κλίμακα της ταχύτητας.



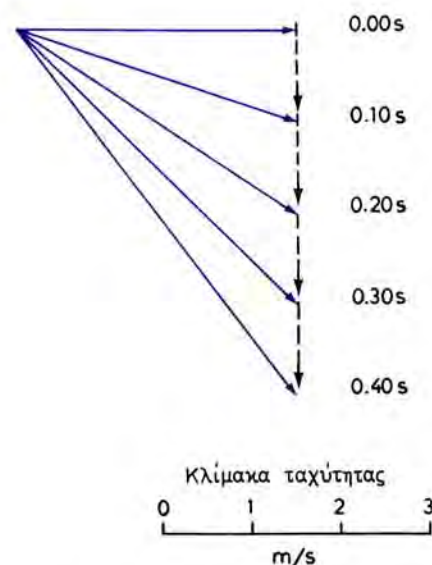
Σχήμα 3-14 Η θέση και η ταχύτητα της μπάλας του γκολφ, του σχήματος 3-12, δείχνονται εδώ στο ίδιο διάγραμμα.

Το σχήμα 3-15 δείχνει ότι το διάνυσμα της στιγμιαίας ταχύτητας της μπάλας αλλάζει σταθερά. Αυξάνεται κατά το ίδιο ποσό $\Delta \vec{v}$ σε κάθε διαδοχικό διάστημα. Άρα η μέση επιτάχυνση είναι σταθερή. Αφού η μέση επιτάχυνση είναι σταθερή καθ' όλη τη διάρκεια της κινήσεως, είμαστε σχεδόν βέβαιοι ότι και η στιγμιαία επιτάχυνση θα είναι σταθερή κατά τη διάρκεια της κινήσεως. Για να βεβαιωθούμε, θα μπορούσαμε να τραβήξουμε συμπληρωματικές φωτογραφίες με όλο και μικρότερα χρονικά διαστήματα, για να πλησιάσουμε το όριο $\Delta t \rightarrow 0$. Αλλά ακόμη και χωρίς αυτό μπορούμε να είμαστε αρκετά βέβαιοι για το συμπέρασμά μας. Επομένως κατά τη στιγμή της n-στής λάμψεως, μπορούμε να παραστήσουμε τη στιγμιαία ταχύτητα ως:

$$\vec{v}_n = \vec{v}_i + n \Delta \vec{v}$$

Εδώ $\vec{v}_i$ είναι το διάνυσμα της αρχικής στιγμιαίας ταχύτητας και $\Delta \vec{v}$ είναι η σταθερή μεταβολή, που συμβαίνει σε κάθε διάστημα. Αν προσθέσουμε n από αυτές τις μεταβολές στην αρχική ταχύτητα, βρίσκουμε την ταχύτητα n διαστήματα αργότερα.

Μπορούμε να ξαναγράψουμε αυτή την τελευταία εξίσωση, ώστε να μοιάζει με την εξίσωση που αναπτύξαμε για την περιγραφή της κινήσεως επάνω σε ευθεία γραμμή (βλ. παράγρ. 1-6). Εκεί ορίσαμε την επιτάχυνση επάνω στην τροχιά ως $a = \Delta v / \Delta t$. Εδώ διαιρούμε το $\Delta \vec{v}$ δια του Δt και



Σχήμα 3-15 Μία ακολουθία που δείχνει μόνο τα διανύσματα ταχυτήτων του σχήματος 3-14. Διαδοχικά διανύσματα καθορίζονται με την πρόσθεση ενός κατακόρυφου σταθερού διανύσματος με κατεύθυνση προς τα κάτω.

έτσι εισάγομε την έννοια της διανυσματικής επιταχύνσεως $\vec{a} = \Delta \vec{v} / \Delta t$. Έτσι η τελευταία μας εξίσωση γίνεται:

$$\vec{v}_n = \vec{v}_1 + n \Delta t \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

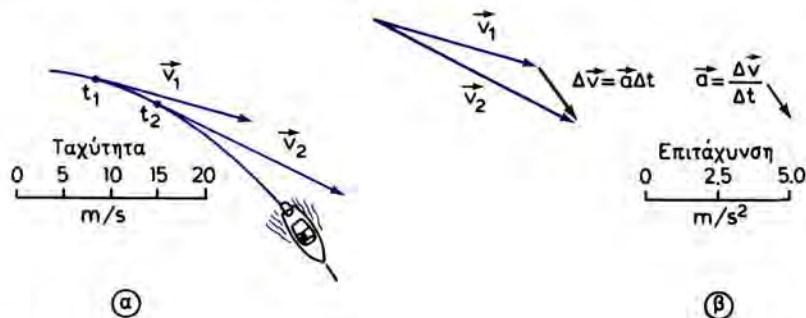
Αν αντικαταστήσουμε το $n\Delta t$ με t , το χρόνο δηλαδή κατά τον οποίο η ταχύτητα άλλαξε από την αρχική της τιμή έως την τιμή που είχε όταν έγινε η n λάμψη, μπορούμε να ορίσουμε την ταχύτητα σε χρόνο t ως $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{a}t$. Σημειώσετε ότι η $\vec{v}_1$ έχει διεύθυνση οριζόντια, ενώ $\vec{a}$ δείχνει προς τα κάτω. Επομένως, όσο περνά ο χρόνος, η $\vec{v}$ θα δείχνει προς τα κάτω όλο και περισσότερο.

13. Στο σχήμα 3-12 μετρήστε την οριζόντια συνιστώσα της μετατοπίσεως της μπάλας του γκολφ κατά τη διάρκεια κάθε ίσου χρονικού διαστήματος μεταξύ των λάμψεων. Η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας είναι ίδια για κάθε διάστημα, όπως υποστηρίζεται στο κείμενο;
14. Αν υποθέσετε ότι το σχήμα 3-12 δείχνει μπάλα, που τη ρίχνουμε προς τα επάνω, με ποιο τρόπο θα έπρεπε να αλλάξουμε το σχήμα 3-14, για να αντιστοιχεί στην κίνηση της μπάλας;
15. Ποια είναι η κατακόρυφη συνιστώσα του καθενός από τα διανύσματα, που δείχνονται στο σχήμα 3-15;
16. Να βρείτε την επιτάχυνση της μπάλας από τα στοιχεία που δίνονται στο σχήμα 3-15.

3-6 Μεταβλητή επιτάχυνση.

Στην προηγούμενη παράγραφο περιγράψαμε την κίνηση με σταθερό διάνυσμα επιταχύνσεως. Μεταχειριστήκαμε το διάνυσμα επιταχύνσεως, για να περιγράψουμε πώς μεταβάλλεται το διάνυσμα της ταχύτητας. Όταν το διάνυσμα επιταχύνσεως δεν είναι σταθερό, μπορούμε να ορίσουμε τη μέση επιτάχυνση $\vec{a}_m$ ως $\vec{a}_m = \Delta \vec{v} / \Delta t$, όπου $\Delta \vec{v}$ είναι η μεταβολή του διανύσματος της $\vec{v}$ κατά τη διάρκεια του χρονικού διαστήματος Δt . Αυτό το διάνυσμα επιταχύνσεως έχει την ίδια κατεύθυνση όπως η μεταβολή $\Delta \vec{v}$ της ταχύτητας. Αφού αυτή η μεταβολή δεν χρειάζεται να έχει διεύθυνση ίδια με τη $\vec{v}$, η επιτάχυνση $\vec{a}$ μπορεί να έχει οποιαδή-

Σχήμα 3-16 Η μπλε καμπύλη δείχνει την τροχιά ενός ταχύπλου σκάφους. Για να βρούμε τη μέση επιτάχυνση στο διάστημα $\Delta t = t_2 - t_1$, βρίσκουμε πρώτα τη διανυσματική διαφορά $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ και τη διαιρούμε δια Δt . Το αποτέλεσμα είναι το διάνυσμα της μέσης επιταχύνσεως $\vec{a}$ που μπορούμε κατόπιν να το σχεδιάσουμε σε κατάλληλη κλίμακα.



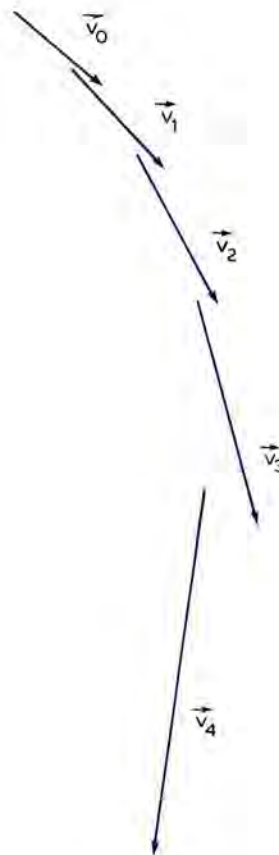
ποτε κατεύθυνση σχετικά με την κίνηση, όπως άλλωστε το είδαμε στο παράδειγμα της μπάλας στην τελευταία παράγραφο.

Αν η επιτάχυνση καθαυτή μεταβάλλεται με την πάροδο του χρόνου, η μέση $\vec{a}$ εξαρτάται από το χρονικό διάστημα που διαλέγουμε. Ας δούμε ένα παράδειγμα. Ας υποθέσουμε ότι ταχύπλοο σκάφος κινείται στην τροχιά που δείχνει το σχήμα 3-16 (α). Τη χρονική στιγμή t_1 κινείται με διανυσματική ταχύτητα $\vec{v}_1$ και αργότερα, τη χρονική στιγμή t_2 , κινείται με διανυσματική ταχύτητα $\vec{v}_2$. Ποια είναι η μέση επιτάχυνση στο χρονικό διάστημα $t_2 - t_1$; Για να τη βρούμε, πρέπει να ορίσουμε το διάνυσμα μεταβολής της ταχύτητας: $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$. Τότε η μέση επιτάχυνση είναι $\vec{a} = \Delta \vec{v} / \Delta t$. Ο τρόπος της λύσεως φαίνεται στο σχήμα 3-16 (β). Παίρνουμε το διάνυσμα της διαφοράς μεταξύ $\vec{v}_2$ και $\vec{v}_1$, διαιρούμε το $\Delta \vec{v}$ με Δt και σχεδιάζουμε το διάνυσμα της μέσης επιταχύνσεως $\vec{a}$ για το χρόνο Δt σε ένα διάγραμμα με την κατάλληλη κλίμακα.

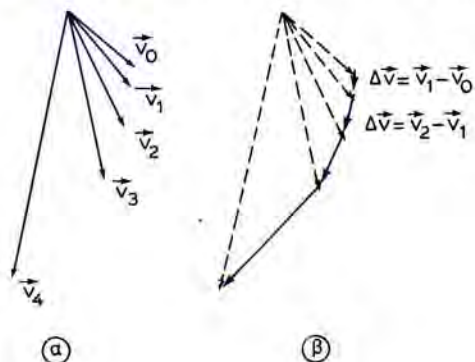
Καθώς το σκάφος προχωρεί, η επιτάχυνσή του μπορεί να μεταβληθεί. Στην πραγματικότητα δεν θεωρούμε ότι έμεινε σταθερή ούτε κατά το χρονικό διάστημα από t_1 ως t_2 . Σε τέτοιες περιπτώσεις χρειάζεται περισσότερο να γνωρίζουμε το διάνυσμα της στιγμιαίας επιταχύνσεως σε διάφορους χρόνους t , παρά το διάνυσμα της μέσης επιταχύνσεως κατά τη διάρκεια διαφόρων χρονικών διαστημάτων.

Για να βρούμε το διάνυσμα της στιγμιαίας επιταχύνσεως για ορισμένη χρονική στιγμή t , ας εξετάσουμε το σχήμα 3-17, που δείχνει τα διαδοχικά διανύσματα ταχύτητας του σκάφους μας σε χρονικές στιγμές ανά διαστήματα των 10 δευτερολέπτων. Αν σχεδιάσουμε μία σύνθετη εικόνα, όπου οι αρχές των διανυσμάτων συμπίπτουν, τότε έχουμε το σχήμα 3-18. Σ' αυτό το σχήμα δείχνονται επίσης και οι μεταβολές της ταχύτητας για κάθε διαδοχικό χρονικό διάστημα. Παρατηρούμε ότι οι μεταβολές της ταχύτητας $\Delta \vec{v}$ για κάθε ένα από τα τέσσερα χρονικά διαστήματα διαφέρουν κατά μέτρο και κατεύθυνση. Άρα, αφού τα χρονικά διαστήματα είναι ίσα, οι μέσες επιταχύνσεις είναι διαφορετικές.

Αν αντί να πάρουμε διαστήματα των 10 δευτερολέπτων είχαμε πάρει διαστήματα των 2 δευτερολέπτων, θα είχαμε την εικόνα του σχήματος 3-19. Επειδή είναι δύσκολο να δει κανείς τις λεπτομέρειες, δείχνουμε στο σχήμα 3-20 μεγεθυμένο τμήμα των πρώτων 10 δευτερολέπτων. Προσέξτε ότι και οι πέντε μεταβολές της ταχύτητας πλησιάζουν περισσότερο κατά μέτρο και κατεύθυνση παρά αυτές του σχήματος 3-18 (β).

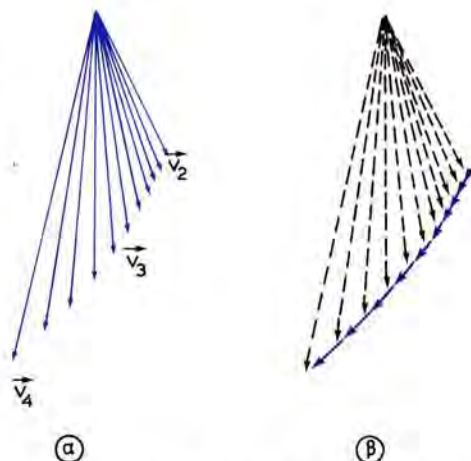
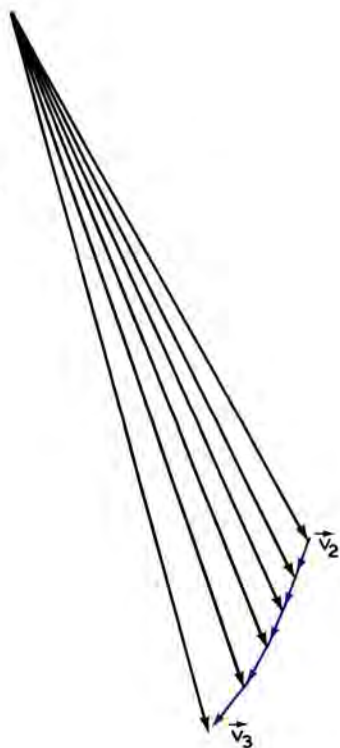


Σχήμα 3-17 Διαδοχικά διανύσματα ταχύτητας του σκάφους σε χρονικές στιγμές που απέχουν κατά διαστήματα 10 δευτερολέπτων.



Σχήμα 3-18 Τα διανύσματα του σχήματος 3-17 δείχνονται εδώ σχεδιασμένα με κοινή αρχή. Όπως φαίνεται στο (β), η επιτάχυνση δεν είναι σταθερή κατά μέτρο και κατεύθυνση.

Σχήμα 3-19 (α) Η εικόνα της κινήσεως όπως στο σχήμα 3-17, αν πάρουμε διαστήματα 2 δευτερολέπτων και χαράξουμε τα διανύσματα με κοινή αρχή. (β) Οι διαδοχικές μεταβολές της ταχύτητας γίνονται σχεδόν ίσες.



Αν είχαμε διαλέξει χρονικό διάστημα συντομότερο από 2 δευτερόλεπτα, οι διαδοχικές μεταβολές της ταχύτητας θα ήταν ακόμη περισσότερες παρόμοιες. Συνήθως μπορούμε να διαλέγουμε τόσο μικρά χρονικά διαστήματα, ώστε η επιτάχυνση να μην μεταβάλλεται σημαντικά κατά μέτρο και κατεύθυνση από το ένα διάστημα στο άλλο. Η στιγμιαία επιτάχυνση τη χρονική στιγμή t είναι το όριο της μέσης επιταχύνσεως, όταν το χρονικό διάστημα Δt πλησιάζει το μηδέν.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

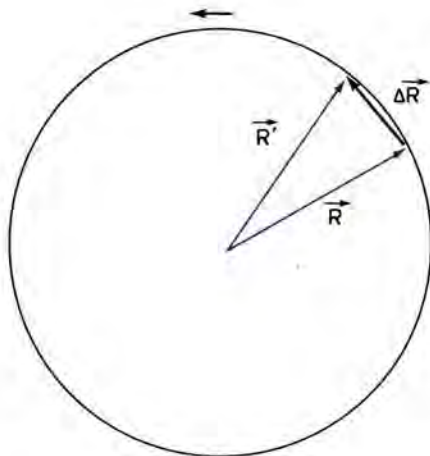
17. Να μεταχειρισθείτε τα διανύσματα και τις κλίμακες στο σχήμα 3-16, για να βρείτε το χρονικό διάστημα μεταξύ t_1 και t_2 .
18. Ο τίτλος του σχήματος 3-18 λέει: «η επιτάχυνση δεν είναι σταθερή κατά μέτρο και κατεύθυνση, όπως φαίνεται στο (β)». Πώς δείχνεται αυτό στο (β);

3-7 Κυκλική κίνηση.

Σχήμα 3-20 Όταν τα χρονικά διαστήματα γίνονται πολύ μικρά, οι διαδοχικές μεταβολές ταχύτητας είναι σχεδόν ίσες κατά μέτρο και κατεύθυνση. Εδώ έχουμε τα πρώτα 10 δευτερόλεπτα από το σχήμα 3-19. Τα διανύσματα έχουν μεγεθυνθεί 5 φορές.

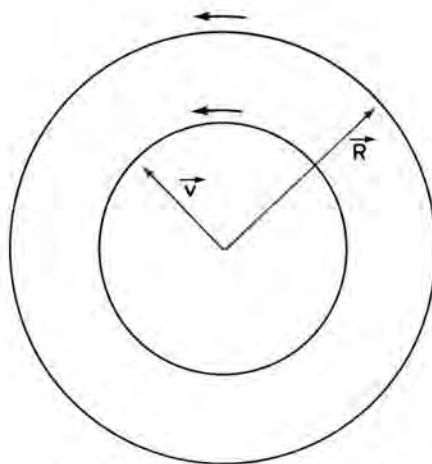
Το πραγματικά καινούργιο πράγμα που μάθαμε, όταν εξετάζαμε τη διανυσματική επιτάχυνση και το συγκρίναμε με την επιτάχυνση επάνω σε ευθεία γραμμή, είναι ότι υπάρχει επιτάχυνση, ακόμη και αν το μέτρο της ταχύτητας παραμένει σταθερό, και μόνο η κατεύθυνσή της αλλάζει. Το απλούστερο και σημαντικότερο παράδειγμα μιας τέτοιας επιταχύνσεως συμβαίνει, όταν ένα σώμα κινείται σε κυκλική τροχιά με ταχύτητα σταθερού μέτρου.

Ας θεωρήσουμε ότι $\vec{R}$ είναι το διάνυσμα που ορίζει τη θέση σώματος ορισμένη χρονική στιγμή t και $\vec{R}'$ είναι το διάνυσμα της θέσεως του σώματος λίγο αργότερα τη στιγμή $t + \Delta t$. Από το σχήμα 3-21 παρατηρούμε ότι η κατεύθυνση της στιγμιαίας ταχύτητας τη στιγμή t είναι κατά την εφαπτομένη του κύκλου, δηλαδή είναι κάθετη στο διάνυσμα θέσεως. Αυτό συμβαίνει σε κάθε σημείο της κυκλικής τροχιάς. Έτσι, κατά το χρόνο που χρειάζεται το σώμα (άρα και το διάνυσμα θέσεως) για να συμπληρώσει μια στροφή και η αρχή του διανύσματος ταχύτητας θα



Σχήμα 3-21 Τα διανύσματα θέσεως του κινούμενου σώματος, $\vec{R}$ και $\vec{R}'$, στις χρονικές στιγμές t και $t + \Delta t$ αντίστοιχα.

Αφού $\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{R}}{\Delta t}$, το $\vec{v}$ εφάπτεται στον κύκλο και επομένως είναι κάθετο στο $\vec{R}$.



Σχήμα 3-22 Τα διανύσματα θέσεως και ταχύτητας σχεδιασμένα με κοινή αρχή.

συμπληρώσει μια στροφή. Αυτό φαίνεται στο σχήμα 3-22, όπου τα διανύσματα θέσεως και ταχύτητας είναι σχεδιασμένα με κοινή αρχή.

Πόσο είναι το μέτρο του διανύσματος της ταχύτητας; Κατά τη διάρκεια μιας στροφής η κορυφή του διανύσματος θέσεως διαγράφει ένα μήκος $2\pi R$. Ας παραστήσουμε με T το χρόνο μιας στροφής που ονομάζεται περίοδος. Τότε το μέτρο της ταχύτητας είναι:

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

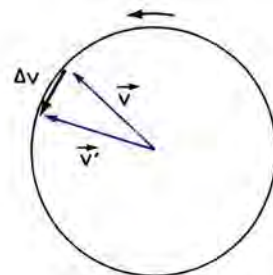
Τώρα ας εξετάσουμε το διάνυσμα ταχύτητας στις χρονικές στιγμές t και $t + \Delta t$ (σχ. 3-23). Σημειώστε ότι το $\Delta \vec{v}$ είναι κάθετο στην $\vec{v}$ ακριβώς όπως το $\Delta \vec{R}$ είναι κάθετο στην $\vec{R}$ στο σχήμα 3-21. Αφού η στιγμιαία επιτάχυνση $\vec{a}$ δίνεται από τη σχέση:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

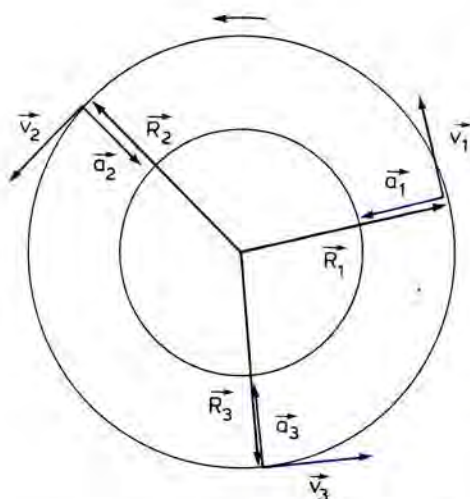
η επιτάχυνση είναι κάθετη στην $\vec{v}$ και έχει αντίθετη κατεύθυνση από το διάνυσμα θέσεως $\vec{R}$.

Κατά τη διάρκεια μιας περιόδου η κορυφή του διανύσματος της ταχύτητας διαγράφει κύκλο με περιφέρεια $2\pi v$. Διαγράφει αυτό τον κύκλο σε μία περίοδο. Άρα το μέτρο της επιταχύνσεως δίνεται από τη σχέση:

$$a = \frac{2\pi v}{T}$$



Σχήμα 3-23 Τα διανύσματα ταχύτητας $\vec{v}$ και $\vec{v}'$ στις χρονικές στιγμές t και $t + \Delta t$ σχεδιασμένα με κοινή αρχή.



Σχήμα 3-24 Τα διανύσματα θέσεως, ταχύτητας και επιταχύνσεως σε διάφορες χρονικές στιγμές. Τα διανύσματα $\vec{v}$ και $\vec{a}$ σχεδιάζονται με αρχή τη θέση του κινούμενου σώματος. Η επιτάχυνση έχει πάντοτε κατεύθυνση προς το κέντρο του κύκλου.

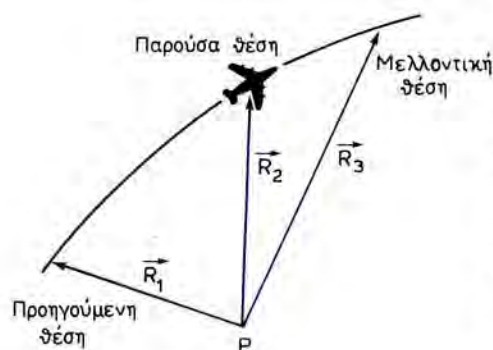
Αν συνδυάσουμε αυτή την εξίσωση με την προηγούμενη, όπου η v εκφράζεται ως συνάρτηση των R και T , έχουμε δύο χρήσιμες σχέσεις:

$$\alpha = \frac{v^2}{R} \quad \text{και} \quad \alpha = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

Το σχήμα 3-24 δείχνει τα διανύσματα θέσεως, ταχύτητας και επιταχύνσεως σε αρκετά σημεία του κύκλου. Σε κάθε σημείο το διάνυσμα επιταχύνσεως δείχνει προς το κέντρο του κύκλου. Γι' αυτό το λόγο η επιτάχυνση σώματος σε κυκλική κίνηση με ταχύτητα σταθερού μέτρου ονομάζεται **κεντρομόλος επιτάχυνση**.

19. Πώς μπορεί κίνηση με ταχύτητα σταθερού μέτρου να είναι επιταχυνόμενη κίνηση;
20. Ας υποθέσουμε ότι αεροπλάνο διαγράφει κύκλο με περίμετρο 20 χιλιομέτρων και έχει ταχύτητα σταθερού μέτρου 200 km / h.
(α) Ποια είναι η μεταβολή της ταχύτητας κατά το ένα τέταρτο της στροφής;
(β) Ποια είναι η μεταβολή της ταχύτητας σε μισή στροφή;
21. Να αποδείξετε ότι η έκφραση για την κεντρομόλο επιτάχυνση v^2 / R έχει τις μονάδες της επιταχύνσεως.
22. Ας υποθέσουμε ότι το μέτρο της ταχύτητας αντικειμένου σε κυκλική τροχιά με ακτίνα R διπλασιάζεται. Πώς αυτό επηρεάζει:
(α) Το μέτρο της κεντρομόλου επιταχύνσεως;
(β) Την περίοδο της κυκλικής κινήσεως;

3-8 Συστήματα αναφοράς.



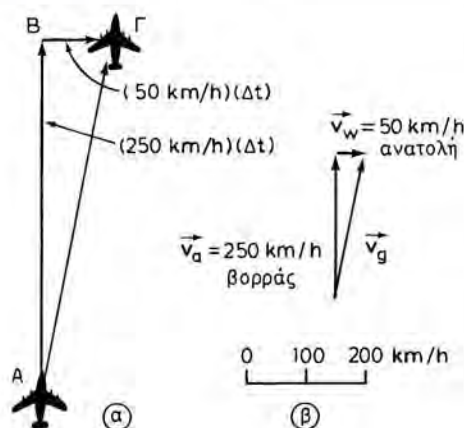
Σχήμα 3-25 Η θέση ενός αεροπλάνου ως προς ένα σημείο αναφοράς μπορεί να σημειωθεί με διανύσματα θέσεως που δίνουν την απόσταση και την κατεύθυνση.

Μελετήσαμε τα διανύσματα, κυρίως για να περιγράψουμε την κίνηση, τις διαδοχικές θέσεις ενός αντικειμένου στο χώρο και πόσο γρήγορα τις διανύει. Η απλούστερη και πιο βασική κίνηση είναι η κίνηση ενός μόνο αντικειμένου. Ένας πλανήτης, όπως είναι ο Δίας, κινείται στον ουρανό. Μπορούμε να περιγράψουμε τη θέση του σε κάθε χρονική στιγμή, αν φαντασθούμε την αρχή ενός διανύσματος, που ξεκινά από τη γη και φθάνει στον πλανήτη. Ένα τέτοιο διάνυσμα λέγεται διάνυσμα θέσεως. (Η ακτίνα R στο σχήμα 3-21, είναι διάνυσμα θέσεως που κινείται γύρω από την αρχή του). Ένα αεροπλάνο ακολουθεί μια τροχιά προς τον προορισμό του. Οι θέσεις του μπορούν να εκφραστούν με διανύσματα (σχ. 3-25). Ούτε ο πλανήτης ούτε το αεροπλάνο είναι πολύ μικρά. Και, αν θελήσουμε να μάθουμε τι συμβαίνει στο εσωτερικό τους, χρειαζόμαστε πολύ περισσότερες πληροφορίες από αυτές που μας δίνουν αυτά τα διανύσματα θέσεως. Πάντως, για πολλές από τις ανάγκες της αστρονομίας και της ναυσιπλοΐας, μας αρκεί να θεωρούμε το κάθε ένα σαν σημείο στην κορυφή ενός διανύσματος. Καθώς ο πλανήτης ή το αεροπλάνο κινούνται, κινείται και το διάνυσμα, αλλάζοντας όμως μέτρο και κατεύθυνση.

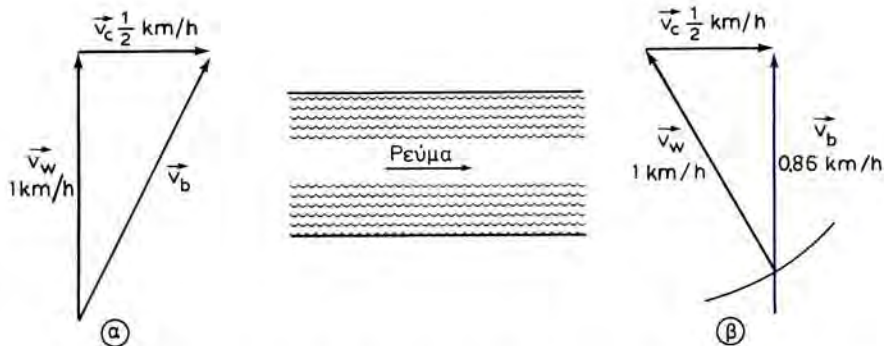
Σε κάθε ένα από τα παραδείγματά μας το διάνυσμα θέσεως ξεκινά από σημείο, που μπορεί να καθορισθεί και που ονομάζεται αρχή για το

κινούμενο αντικείμενο: από τη γη στο Δία, από τον πύργο ελέγχου στο αεροπλάνο. Ακόμη μετρούμε πάντοτε την κίνηση ως προς ένα σύστημα αναφοράς, όπως κάναμε για τις θέσεις. Για παράδειγμα, η κίνηση του αεροπλάνου περιγράφεται σε αναφορά με την επιφάνεια της γης. Το ίδιο συμβαίνει και με την κίνηση της μπάλας που πέφτει, στην εικόνα 3-12.

Αν φυσά άνεμος, η κίνηση του αεροπλάνου ως προς τον αέρα είναι διαφορετική από την κίνησή του ως προς τη γη (σχ. 3-26). Κατά τον ίδιο τρόπο η κίνηση κολυμβητή ως προς τον ποταμό που διασχίζει είναι διαφορετική από την κίνησή του ως προς ένα σημείο της όχθης του ποταμού (σχ. 3-27). Η κίνηση του Δία ως προς τον ήλιο είναι απλούστερη από την κίνησή του ως προς τη γη. Μία σταγόνα βροχής που πέφτει κατακόρυφα ως προς τη γη, πέφτει σχεδόν οριζόντια ως προς τον οδηγό ενός αυτοκινήτου που κινείται γρήγορα. Η περιγραφή της κινήσεως είναι διαφορετική ανάλογα με το σύστημα αναφοράς.



Σχήμα 3-26 Το (α) δείχνει την πρόσθεση του διανύσματος μετατοπίσεως $\vec{AB}$, που παριστάνει την κίνηση του αεροπλάνου ως προς τον αέρα και $\vec{BG}$ που παριστάνει τη μετατόπιση του αέρα ως προς το έδαφος. Το άθροισμά τους είναι το διάνυσμα $\vec{AG}$, η μετατόπιση του αεροπλάνου ως προς το έδαφος. Όταν οι μετατοπίσεις διαιρεθούν με το αντίστοιχο χρονικό διάστημα, οι ταχύτητες προσδιορίζονται όπως δείχνεται στο (β). Η ταχύτητα του αεροπλάνου ως προς το έδαφος είναι το διανυσματικό άθροισμα της ταχύτητάς του ως προς τον αέρα και της ταχύτητας του ανέμου σε σχέση με το έδαφος.



Σχήμα 3-27 (α) Αν διασχίσετε κολυμπώντας ένα ποτάμι με ταχύτητα $\vec{v}_w$ στο νερό κάθετα προς την κατεύθυνση του ρεύματος $\vec{v}_c$, η ταχύτητά σας ως προς την όχθη θα είναι $\vec{v}_b$. Σας βοηθά το ρεύμα να φθάσετε στην άλλη πλευρά; (β) Αν κολυμπήσετε έτσι, ώστε η διανυσματική συνισταμένη του $\vec{v}_w$ παράλληλα προς την όχθη να είναι ίση κατά μέτρο και αντίθετη σε κατεύθυνση προς την $\vec{v}_c$, τότε η $\vec{v}_b$ θα είναι κάθετη προς την όχθη.

Γενικότερα επιδιώκουμε να εξετάζουμε την κίνηση με τέτοιο τρόπο, ώστε να απλουστεύεται. Γι' αυτό μεταφέρουμε νοερά τον εαυτό μας σε σύστημα αναφοράς, όπου οι κινήσεις περιγράφονται εύκολα. Κατασκευάζουμε σύστημα συντεταγμένων με αρχή στο πιο κατάλληλο σημείο και σχεδιάζουμε τα διανύσματα θέσεως, που καθορίζουν τη θέση του αντικειμένου ως προς αυτό το σημείο. Θα δείξουμε τι εννοούμε με ένα ακόμη παράδειγμα. Ας υποθέσουμε ότι στεκόμαστε στη γη και παρατη-



Σχήμα 3-28 Τροχιά ενός σημείου στην περιφέρεια ενός κυλιόμενου τροχού. Η καμπύλη αυτή, που ονομάζεται κυκλοειδής, δείχνει την τροχιά όπως φαίνεται σε ένα παρατηρητή που στέκεται μπροστά στον τροχό. Ένα μικρό φως ήταν στερεωμένο στην περιφέρεια του τροχού και ένα άλλο στο κέντρο. Το διάφραγμα της φωτογραφικής μηχανής ήταν ανοικτό καθώς ο τροχός κυλούσε.

ρούμε την κίνηση σημείου πάνω στον τροχό αυτοκινήτου, που κινείται αργά. Το σημείο ακολουθεί την περίπλοκη καμπύλη που φαίνεται στην εικόνα 3-28. Ένα διάνυσμα θέσεως με αφετηρία τον εαυτό μας και που καταλήγει σε ένα σημείο του τροχού, έχει εξαιρετικά περίπλοκη κίνηση. Αλλά ένα σημείο της γης δεν είναι πάντοτε η πιο κατάλληλη αρχή για διανύσματα θέσεως. Είναι πολύ πιο εύκολο να μπούμε στο αυτοκίνητο και να σκύψουμε από το παράθυρο, για να δούμε τον τροχό. Τώρα το σημείο του τροχού κινείται σταθερά πάνω σε κύκλο και η κίνηση του διανύσματος θέσεως φαίνεται πολύ απλούστερη.

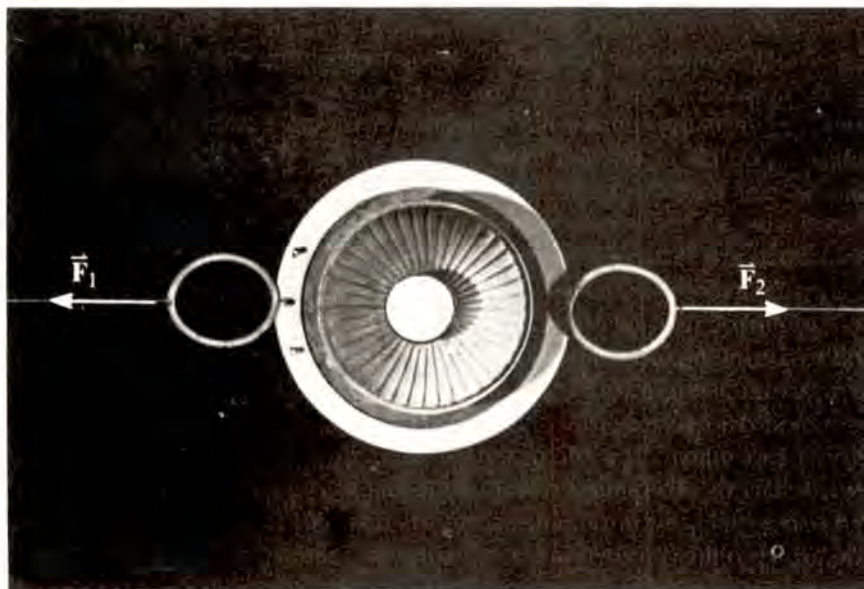
Όταν περιγράφουμε την κίνηση, προσπαθούμε να τοποθετούμε την αρχή στο πιο κατάλληλο μέρος, ακόμη και αν στην πραγματικότητα δεν μπορούμε να πάμε εκεί. Για παράδειγμα, οι κινήσεις των πλανητών φαίνονται πολύ πολύπλοκες, όταν τις περιγράφουμε με διανύσματα θέσεως, που έχουν αρχή τη γη. Ο Κοπέρνικος έδειξε ότι η περιγραφή των κινήσεων των πλανητών γίνεται πολύ απλούστερη, αν θεωρήσουμε ότι ο ήλιος αποτελεί το κέντρο του ηλιακού συστήματος και μεταφέρουμε την αρχή των διανυσμάτων θέσεως σε αυτόν. Από τότε που ο Κοπέρνικος έδειξε ότι είναι πολύ σημαντικό να τοποθετούμε την αρχή σε κατάλληλη θέση, η ορθή εκλογή της αρχής αποτελεί σημαντικό δήμα, που χρησιμοποιούν οι φυσικοί για να απλουστεύσουν την περιγραφή της κινήσεως.

23. Να περιγράψετε την κίνηση κούνιας, που τη βλέπουμε από μία άλλη κούνια ακριβώς όμοια, όταν και οι δύο κούνιες ξεκινούν μαζί προς την ίδια κατεύθυνση με την ίδια ώθηση.
24. Έντομο βρίσκεται στο κέντρο δίσκου φωνογράφου και κινείται κατευθείαν προς την άκρη του δίσκου με σταθερή ταχύτητα. Περιγράψτε την κίνηση του εντόμου, όπως το βλέπετε από επάνω εσείς, όταν ο δίσκος έχει ταχύτητα 16 στροφών κατά λεπτό και το έντομο χρειάζεται 15 δευτερόλεπτα, για να φθάσει από το κέντρο στην άκρη του δίσκου.
25. Ένας άνθρωπος κωπηλατεί με δάρκα και διασχίζει ποταμό με 6,0 km/h (το σκάφος είναι πάντοτε κάθετο προς το ρεύμα του ποταμού). Ο ποταμός κυλά με 9,0 km/h και έχει πλάτος 0,30 km.
 - (α) Προς ποια κατεύθυνση κινείται στην πραγματικότητα η δάρκα σχετικά με την ακτή;
 - (β) Πόσο χρόνο χρειάζεται, για να διασχίσει τον ποταμό;
 - (γ) Πόσο απέχει το σημείο όπου θα φθάσει από το σημείο που ξεκίνησε;
 - (δ) Πόσο χρόνο θα χρειαζόταν, για να διασχίσει τον ποταμό, αν δεν υπήρχε ρεύμα;

3-9 Πώς προσθέτουμε δυνάμεις. Η συνολική ή συνισταμένη δύναμη.

Η επιτάχυνση είναι διάνυσμα. Ο νόμος του Νεύτωνα για την κίνηση μας λέει ότι η επιτάχυνση αντικειμένου είναι ανάλογη με τη δύναμη που δρα επάνω του. Είναι διάνυσμα η δύναμη; Για να απαντήσουμε σ' αυτή την ερώτηση, πρέπει να εξετάσουμε πώς προστίθενται οι δυνάμεις. Αν προστίθενται όπως οι μετατοπίσεις, τότε είναι διανύσματα.

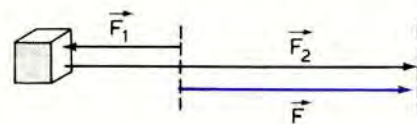
Ας θυμηθούμε τον πεσσό ξηρού πάγου, που σύρεται από δύο δακτύλιους, οι οποίοι συνδέονται ο ένας δίπλα στον τον άλλο (σχ. 2-11). Με αυτή τη σύνδεση η δύναμη επάνω στον πεσσό είναι διπλάσια από τη δύναμη ενός μόνο δακτυλίου και η επιτάχυνση είναι διπλάσια από αυτή που προκαλείται από ένα μόνο δακτύλιο. Η επιτάχυνση είναι ανάλογη του αθροίσματος των δυο δυνάμεων. Όταν δυο όμοιοι δακτύλιοι, που είναι το ίδιο τεντωμένοι, τραβούν προς αντίθετες κατευθύνσεις, τότε δεν υπάρχει επιτάχυνση (σχ. 3-29). Είναι φανερό ότι έχουμε τη συνολική



Σχήμα 3-29 Δυο δυνάμεις ίσες κατά μέτρο αλλά με αντίθετες κατευθύνσεις ενεργούν επάνω σε ένα πεσσό ξηρού πάγου. Η συνολική δύναμη είναι μηδέν και η επιτάχυνση που παρατηρούμε είναι μηδενική.

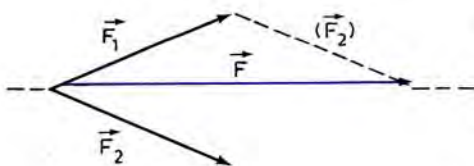
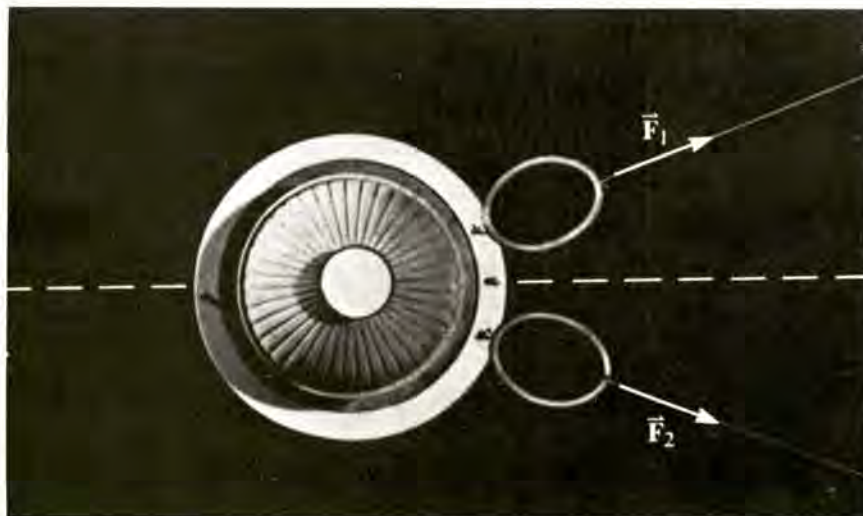
δύναμη, τη δύναμη που αλλάζει την κίνηση, αν προσθέσουμε τις δυνάμεις με τον ίδιο τρόπο που προσθέτουμε μετατοπίσεις ή διανύσματα. Σε ό,τι αφορά το αποτέλεσμα επάνω στην κίνηση, δυο δυνάμεις ίσου μέτρου και αντιθέτων κατευθύνσεων αναιρούνται και η μια μπορεί να θεωρηθεί ως αρνητική της άλλης.

Γενικά, όταν δυο δυνάμεις με αντίθετες κατευθύνσεις δρουν επάνω σε αντικείμενο, η επιτάχυνσή του είναι ανάλογη προς το αλγεβρικό άθροισμα των δυνάμεων. Όταν δύναμη ενός newton δρα προς τα αριστερά και μια δύναμη τριών newton έλκει προς τα δεξιά πεσσό ξηρού πάγου, ο πεσσός επιταχύνεται ακριβώς, όπως θα έκανε, αν μόνο μια δύναμη δυο newton τον τραβούσε προς τα δεξιά. Η συνολική δύναμη είναι το άθροισμα των επί μέρους δυο δυνάμεων, όπως φαίνεται στο σχήμα 3-30.



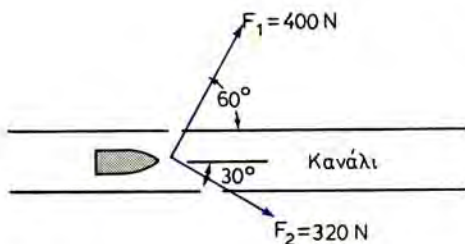
Σχήμα 3-30 Μια δύναμη $\vec{F}_2$ ίση με 3 N ενεργεί προς τα δεξιά σε ένα αντικείμενο και μια δύναμη $\vec{F}_1$ ίση με 1 N ενεργεί προς τα αριστερά. Προσθέτοντάς τις όπως τις μετατοπίσεις έχουμε το άθροισμα $\vec{F}$ ίσο με 2 N που ενεργεί προς τα δεξιά. Αυτή είναι η συνολική δύναμη που θα εμφανισθεί στο νόμο του Νεύτωνα.

Σχήμα 3-31 Δυο δυνάμεις ίσου μέτρου ενεργούν επάνω σε ένα αντικείμενο σε κατευθύνσεις που σχηματίζουν γωνία. Το αντικείμενο επιταχύνεται κατά μήκος της διακεκομμένης γραμμής που διχοτομεί τη γωνία μεταξύ των διευθύνσεων των δυο δυνάμεων. Συμπεραίνουμε ότι η συνολική δύναμη ενεργεί κατά μήκος αυτής της ευθείας.



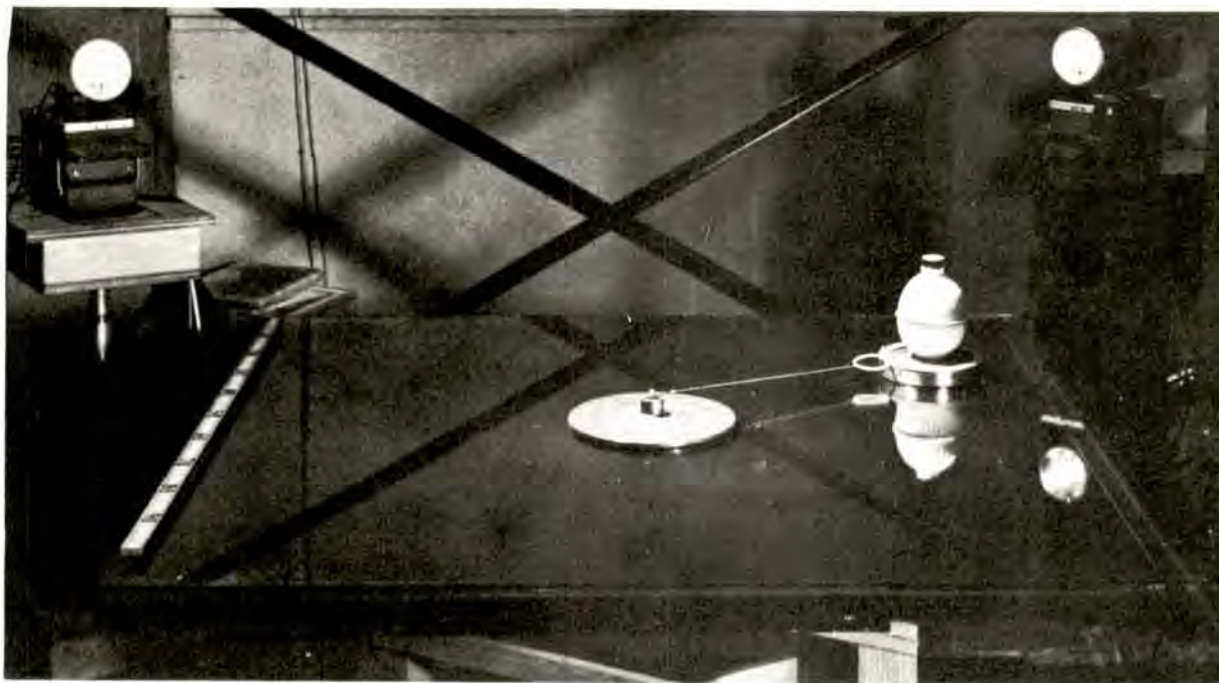
Σχήμα 3-32 Το διανυσματικό άθροισμα των δυο δυνάμεων που δείχνονται στο σχήμα 3-31. Το άθροισμα είναι η συνολική δύναμη που καθορίζει την κατεύθυνση και το μέτρο της επιταχύνσεως μιας δεδομένης μάζας.

Δεν είναι απαραίτητο δυο δυνάμεις να σύρουν μόνο προς την ίδια ή αντίθετη κατεύθυνση. Μπορεί να σχηματίζουν γωνία μεταξύ τους. Τότε ποια είναι η κατεύθυνση και το μέτρο της συνολικής δυνάμεως; Ας υποθέσουμε ότι σύρουμε αντικείμενο εξίσου δυνατά με δυο όμοιους δακτύλιους, όπως στην εικόνα 3-31. Βρίσκουμε ότι το αντικείμενο επιταχύνεται με κατεύθυνση τη διχοτόμο της γωνίας των κατευθύνσεων των δυο δυνάμεων. Είναι φανερό ότι η συνολική δύναμη είναι το διανυσματικό άθροισμα των δυο χωριστών δυνάμεων. Αυτό αποδεικνύεται και με πειράματα. Η επιτάχυνση που προκαλείται από τους δύο δακτύλιους στο σχήμα 3-31 δίνεται από $F = m a$, όπου F είναι το μέτρο του διανύσματος που έχουμε, αν θεωρήσουμε κάθε μια από τις δυνάμεις ως διάνυσμα και τα προσθέσουμε, για να βρούμε το διάνυσμα της συνολικής δυνάμεως (σχ. 3-32). Αυτό ισχύει επίσης, όταν οι δυνάμεις δεν είναι ίσες ή όταν υπάρχουν περισσότερες από δυο δυνάμεις: το μέτρο και η κατεύθυνση της συνολικής ή συνισταμένης δυνάμεως δίνεται από το διανυσματικό άθροισμα των επιμέρους δυνάμεων.



Σχήμα Α

26. Προς ποια κατεύθυνση θα επιταχυνθεί ένα αντικείμενο αν δρουν επάνω του πολλές δυνάμεις διαφορετικών μέτρων και κατευθύνσεων;
27. Στο σχήμα 3-29 ποια είναι η επιτάχυνση του πεσσού, αν η μάζα του είναι 0,50 kg, $F_2 = 10$ N και $F_1 = 6,0$ N;
28. Αν υποθέσουμε ότι στο σχήμα 3-31 $F_1 = F_2 = 2,0$ N, ποια θα είναι η συνολική δύναμη στον πεσσό;
29. Δυο άντρες και ένα αγόρι τραβούν μια βάρκα μέσα σε ένα κανάλι. Οι δυο άντρες τραβούν με δυνάμεις F_1 και F_2 που τα μέτρα τους και οι κατευθύνσεις τους δείχνονται στο σχήμα Α. Να βρείτε το μέτρο και την κατεύθυνση της μικρότερης δυνάμεως που θα έπρεπε να ασκήσει το αγόρι, για να κρατηθεί η βάρκα στη μέση του καναλιού.



3-10 Ο διανυσματικός χαρακτήρας του νόμου του Νεύτωνα.

Τα πειράματα που περιγράψαμε στην προηγούμενη παράγραφο δείχνουν ότι ο νόμος του Νεύτωνα για κίνηση σε ευθεία γραμμή είναι μια σχέση μεταξύ διανυσμάτων:

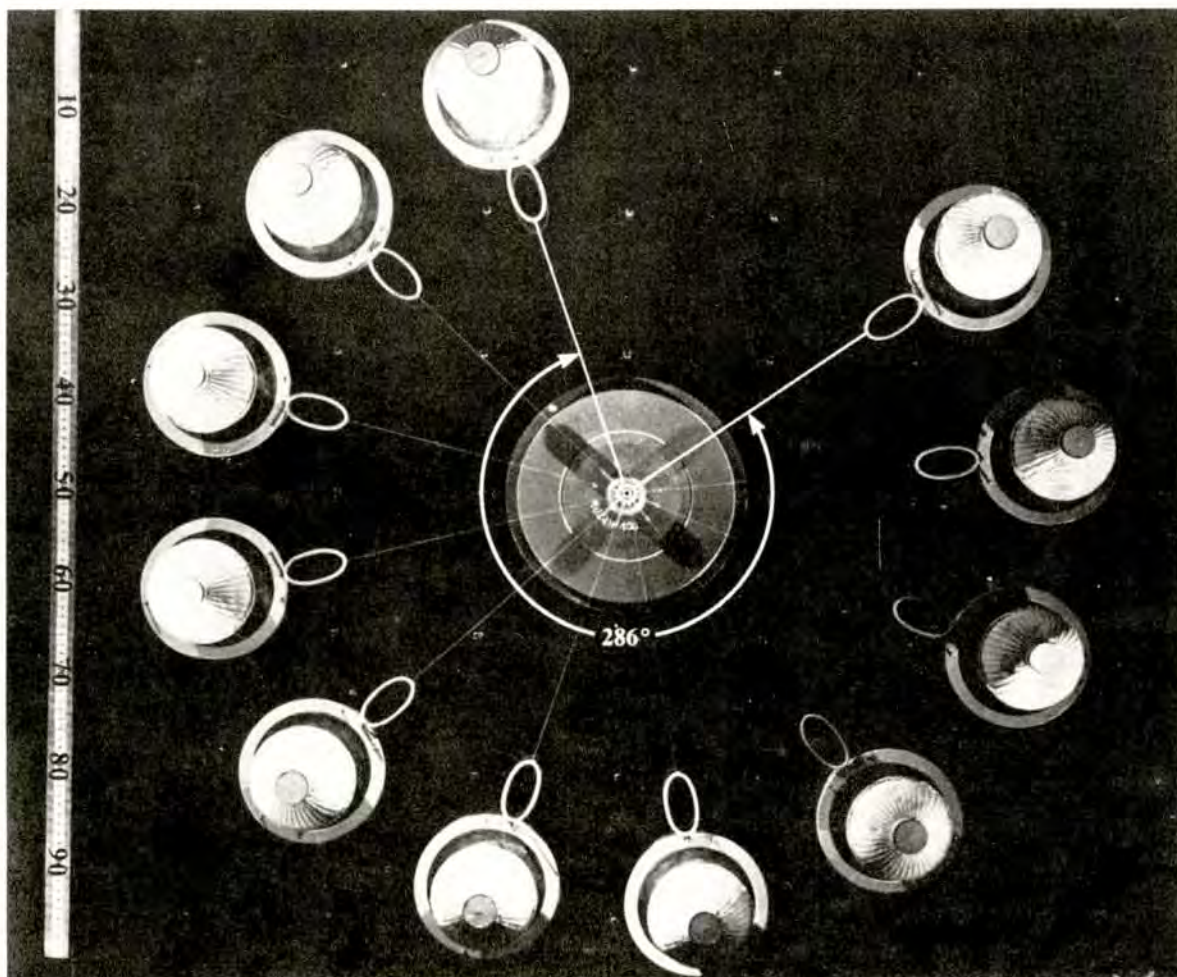
$$\vec{F} = m \vec{a}$$

όπου $\vec{F}$ είναι η συνολική δύναμη.

Ισχύει αυτή η διανυσματική εξίσωση ακόμη και για τα σώματα που κινούνται σε καμπύλη και όπου η επιτάχυνση και η ταχύτητα δεν βρίσκονται στην ίδια ευθεία. Η κίνηση σε κύκλο με σταθερό μέτρο ταχύτητας που μελετήσαμε στην παράγραφο 3-7 θα πρέπει να μας δώσει την απάντηση. Γι' αυτό το σκοπό σχεδιάστηκε όργανο με πεσσό ξηρού πάγου, που δείχνεται στο σχήμα 3-33. Ο πεσσός βρίσκεται επάνω σε οριζόντιο γυάλινο τραπέζι. Η μια άκρη του σπάγγου είναι δεμένη σε άξονα στο κέντρο του τραπεζιού και η άλλη άκρη συνδέεται σε ελατήριο με μορφή δακτυλίου, που είναι στερεωμένο στον πεσσό. Κατά το πείραμα δόθηκε στον πεσσό ακριδώς η σωστή ώθηση, για να κινηθεί κυκλικά. Το σχήμα 3-34 είναι μια φωτογραφία της κινήσεως με στροβοσκοπικό φωτισμό. Το διάστημα μεταξύ των λάμψεων ήταν 0,42 s και ο φωτισμός σταμάτησε, πριν καταγραφεί ένας πλήρης κύκλος. Οι αποστάσεις μεταξύ των φωτογραφιών δείχνουν ότι η ταχύτητα ήταν σταθερή. Ο δακτύλιος στον πεσσό τεντώνεται και το τέντωμα παραμένει το ίδιο σε όλη τη διάρκεια της κινήσεως. Από το τέντωμα μπορούμε να βρούμε το μέτρο της δυνάμεως, που κάνει τον πεσσό να διαγράφει κύκλο.

Κατά την κίνησή του από την αρχική θέση ως την τελική, ο πεσσός έχει διαγράψει ένα τόξο 286° σε $(10 \times 0,42)s$. Άρα θα χρειαζόταν χρόνο 4,2 (360/286)s ή 5,3 s, για να διαγράψει ένα πλήρη κύκλο. Η

Σχήμα 3-33 Μια δεξαμενή για τη μέτρηση της κεντρομόλου δυνάμεως, που ασκείται σε ένα σώμα, το οποίο κινείται σε κυκλική τροχιά. Ο πεσσός είναι ακίνητος' δεν ασκεί καμιά δύναμη. Ο δακτύλιος στον πεσσό δεν είναι τεντωμένος.



Σχήμα 3-34 Πεσσός που κινείται σε κυκλική τροχιά με σταθερό μέτρο ταχύτητας. Κινήθηκε κατά ένα τόξο 286° σε 10 διαστήματα από 0,42 s το καθένα. Σημειώστε ότι ο δακτύλιος είναι τεντωμένος κατά το ίδιο ποσό σε κάθε θέση, αποδεικνύοντας έτσι ότι η δύναμη που ασκείται είναι σταθερού μέτρου.

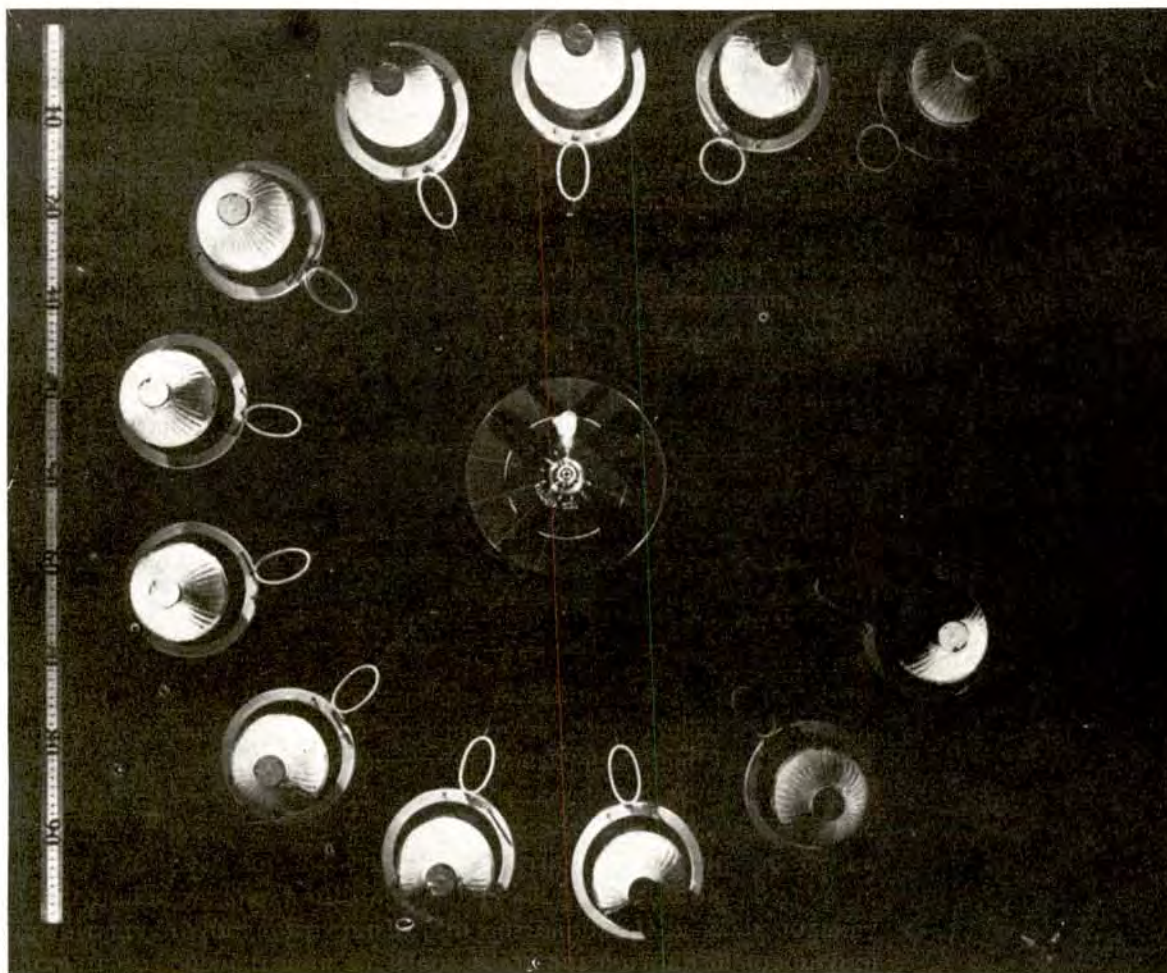
ακτίνα του κύκλου ήταν 0,44 m. Επομένως το μέτρο της κεντρομόλου επιταχύνσεως ήταν:

$$a = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4\pi^2(0,44)}{(5,3)^2} \text{ m / s}^2 = 0,62 \text{ m / s}^2$$

Η μάζα του πεσσού ήταν 3,9 kg. Αν ο νόμος του Νεύτωνα ισχύει για κυκλική κίνηση, η δύναμη που ασκήθηκε από το ελατήριο θα έπρεπε να ήταν:

$$F = m \cdot a = 3,9 \text{ kg} \times 0,62 \text{ m / s}^2 = 2,4 \text{ N}$$

Η απευθείας μέτρηση της δυνάμεως με ένα βαθμονομημένο ελατήριο μας δείχνει ότι πράγματι η δύναμη ήταν 2,4 N. Αυτή η δύναμη, όπως και άλλες δυνάμεις που κάνουν να κινείται ένα σώμα κυκλικά με σταθερό μέτρο ταχύτητας, καλείται κεντρομόλος δύναμη. Αυτό και άλλα παρόμοια πειράματα μας δείχνουν ότι ο νόμος του Νεύτωνα είναι πραγματικά διανυσματικός νόμος και ισχύει ανεξάρτητα από το αν η δύναμη αλλάζει μόνο το μέτρο της ταχύτητας του σώματος, μόνο την κατεύθυνση του σώματος ή και τα δύο.

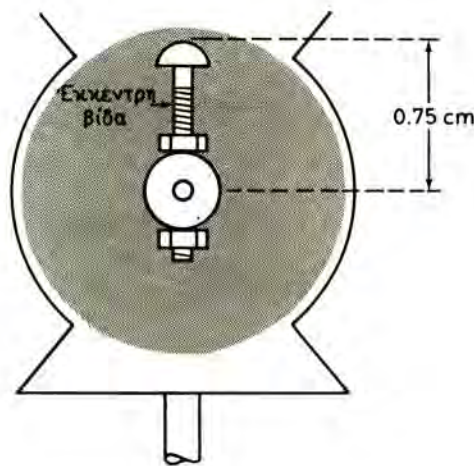


Σχήμα Β

30. Ποια είναι η κεντρομόλος δύναμη που χρειάζεται, για να κρατηθεί σε κίνηση αντικείμενο με μάζα $3,0 \text{ kg}$ πάνω σε κύκλο ακτίνας $2,0 \text{ m}$ και με ταχύτητα $4,0 \text{ m/s}$;
31. Πώς θα επηρεασθεί το μέτρο της ταχύτητας και η κατεύθυνση κινήσεως αντικειμένου, όταν η δύναμη που δρα επάνω του έχει διεύθυνση κάθετη προς την τροχιά του;
32. Ποια είναι η ταχύτητα του πεσσοῦ στο σχήμα 3-34, όταν αυτός είναι στο κάτω μέρος της φωτογραφίας;
33. Ποια είναι η επιτάχυνση του πεσσοῦ στο σχήμα 3-34, όταν αυτός είναι στο κάτω μέρος της φωτογραφίας;
34. Ο πεσσός στο σχήμα Β φαίνεται ότι κινείται πρώτα σε κύκλο και αργότερα σε ευθεία γραμμή.
 - (α) Τι νομίζετε ότι προκάλεσε αυτή την αλλαγή;
 - (β) Είναι το μέτρο της ταχύτητας ίδιο στην κυκλική και ευθεία τροχιά; Γιατί ναι ή γιατί όχι;

Για το σπίτι, την τάξη και το εργαστήριο.

35. (α) Αν μετακινηθείτε κατά 10 m ξεκινώντας από το Βόρειο Πόλο, θα είναι πάντα το ίδιο το διάνυσμα μετατοπίσεως;
 (β) Αν μετακινηθείτε κατά 10 m κατευθείαν προς βορρά από διάφορα σημεία του ισημερινού, θα έχετε πάντοτε το ίδιο διάνυσμα μετατοπίσεως;
36. Ας υποθέσουμε ότι έχετε τρεις ράβδους μήκους 4,00, 5,00 και 6,00 m και ότι μπορείτε να τις ενώσετε συνδέοντας τα άκρα τους υπό γωνία 90° .
 (α) Ποια θα είναι η μεγαλύτερη δυνατή μετατόπιση μεταξύ των ελευθέρων άκρων;
 (β) Με οποιαδήποτε σειρά προσθέσουμε τα διανύσματα μετατοπίσεως το αποτέλεσμα είναι το ίδιο. Γιατί βρίσκετε διαφορετικά μήκη μεταξύ των άκρων των ράβδων σ' αυτό το πρόβλημα, όταν αλλάξετε τη σειρά τους;
37. (α) Να βρεθεί το αποτέλεσμα της προσθέσεως διανύσματος 2 cm προς ανατολικά με ένα άλλο 3 cm προς βορειοδυτικά.
 (β) Να βρεθεί το αποτέλεσμα της προσθέσεως διανύσματος 8 cm προς ανατολικά με ένα άλλο 12 cm προς βορειοδυτικά.
 (γ) Να συγκριθούν τα αποτελέσματα των ερωτήσεων (α) και (β) και να διατυπωθεί θεώρημα σχετικά με την πρόσθεση ζεύγους διανυσμάτων, που είναι πολλαπλάσιο άλλου ζεύγους. Μπορείτε να αποδείξετε το θεώρημα γενικότερα;
38. Ας υποθέσουμε ότι η μπάλα του σχήματος 3-12 είχε αρχική οριζόντια ταχύτητα $1,5 \text{ m/s}$ αντί για ταχύτητα $2,00 \text{ m/s}$. Όταν περνά την κατώτατη άσπρη γραμμή, ποια είναι:
 (α) Η μετατόπισή της κατά τον άξονα x;
 (β) Η μετατόπισή της κατά τον άξονα y;
 (γ) Η ταχύτητά της;
39. Αντικείμενο που κινείται σε κυκλική τροχιά με σταθερή ταχύτητα $2,9 \text{ m/s}$ αλλάζει κατεύθυνση κατά 30° σε 3,0 δευτερόλεπτα.
 (α) Ποια είναι η μεταβολή της ταχύτητας;
 (β) Ποια είναι η μέση επιτάχυνση κατά τη διάρκεια των 3,0 δευτερολέπτων;
40. Ρολόι έχει δείκτη δευτερολέπτων μήκους 2,0 cm.
 (α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας της άκρης του δείκτη δευτερολέπτων.
 (β) Ποια είναι η ταχύτητα της άκρης του δείκτη δευτερολέπτων σε 0,0 δευτερόλεπτα; Σε 15 δευτερόλεπτα;
 (γ) Να υπολογίσετε τη μεταβολή στην ταχύτητα μεταξύ 0,0 και 15 δευτερολέπτων.
 Να υπολογίσετε το διάνυσμα της μέσης επιτάχυνσης μεταξύ 0,00 και 15 δευτερολέπτων.
 (δ) Να υπολογίσετε τη μέση διανυσματική επιτάχυνση μεταξύ 0,0 και 15 δευτερολέπτων.
41. Όταν οδηγείτε ένα ποδήλατο με 18 km/h η ταχύτητά σας είναι $5,0 \text{ m/s}$:
 (α) Με αυτή την ταχύτητα ποια είναι η κεντρομόλος επιτάχυνση ενός σημείου στην άκρη του τροχού (ακτίνα 0,30 m);
 (β) Πώς συγκρίνεται αυτή η επιτάχυνση με την επιτάχυνση της μπάλας στο σχήμα 3-12;
42. Το υψηλότερο σημείο της έκκεντρης βίδας σε έναν κινητήρα κυματισμών που παράγει κύματα σε δοχείο κυματισμού απέχει $0,75 \text{ cm}$ από τον άξονα του κινητήρα. Η περίοδος του στρεφόμενου άξονα είναι περίπου $0,025 \text{ s}$, όταν ο κινητήρας έχει τη μεγαλύτερη ταχύτητα (δλ. σχήμα Γ).
 (α) Ποια είναι η επιτάχυνση της άκρης της βίδας;
 (β) Ποια θα ήταν η επιτάχυνση, αν ο κινητήρας είχε τη μισή ταχύτητα;
43. Ο πλανήτης Ερμής έχει περίοδο $7,6 \times 10^6 \text{ s}$ και απέχει από τον ήλιο $5,8 \times 10^{10} \text{ m}$. Ποια είναι η επιτάχυνσή του προς το κέντρο του ηλίου;



Σχήμα Γ

44. Οι αστροναύτες στο διαστημόπλοιο Απόλλων γύριζαν γύρω από τη σελήνη μια φορά κάθε $6,5 \times 10^3$ s. Βρισκόταν σε απόσταση $1,7 \times 10^6$ m από το κέντρο της σελήνης. Ποια ήταν η κεντρομόλος επιτάχυνση;
45. Αν βρισκεσθε σε ελεύθερο μπαλόνι, που παρασύρεται από τον άνεμο με σταθερή ταχύτητα, και κρατάτε στο χέρι σας μια ελαφρά υφασμάτινη σημαία, προς ποια κατεύθυνση θα κυματίζει η σημαία;
46. Ένα αεροπλάνο πετά προς βορρά με 320 km/h και περνά ακριβώς από κάτω από ένα άλλο αεροπλάνο, που πετά προς την ανατολή με 260 km/h .
- (α) Ποια είναι η οριζόντια συνιστώσα της μετατοπίσεως του δεύτερου αεροπλάνου σχετικά με το πρώτο, 20 λεπτά αφού προσπέρασαν το ένα το άλλο; 50 λεπτά μετά τη συνάντησή;
- (β) Ποια είναι η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας του αεροπλάνου που πετά προς την ανατολή σε σχέση με το αεροπλάνο που πετά προς βορρά;
- (γ) Αλλάζει η κατεύθυνση αυτού του διανύσματος ταχύτητας (σχετικά με τη γη);
47. Υπερωκεάνιο ταξιδεύει με 18 km/h . Ένας επιβάτης βαδίζει στο κατάστρωμα προς το πίσω μέρος του πλοίου με $4,0 \text{ m/s}$. Αφού διανύσει 30 m στρέφεται δεξιά και κινείται με τον ίδιο ρυθμό προς την κουπαστή, που απέχει 12 m από το σημείο που ο ταξιδιώτης έστριψε.
- (α) Ποια ήταν η ταχύτητά του σχετικά με την επιφάνεια της θάλασσας όσο βάδιζε προς την πλώρη; Όσο βάδιζε προς την κουπαστή;
- (β) Να σχεδιάσετε τα διανύσματα μετατοπίσεως σχετικά με την επιφάνεια της θάλασσας. Ποια ήταν η συνολική μετατόπιση από το σημείο που ξεκίνησε;
48. Αεροπλάνο πετά προς τον προορισμό του, που απέχει 320 km ανατολικά από το σημείο που ξεκίνησε και ο άνεμος έρχεται από τα βορειοδυτικά με 50 km/h . Ο πιλότος θέλει να κάνει το ταξίδι σε 40 λεπτά.
- (α) Προς τα πού πρέπει να κατευθύνεται;
- (β) Με ποια ταχύτητα (μέτρο) πρέπει να πετά;
49. Αεροπλάνο κινείται με κατεύθυνση το νότο με ταχύτητα 870 km/h . Διασχίζει ρεύμα αέρα το οποίο κινείται προς την ανατολή με 400 km/h .
- (α) Προς ποια κατεύθυνση κινείται το αεροπλάνο σχετικά με τη γη;
- (β) Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας του αεροπλάνου σχετικά με τη γη;
- (γ) Πόση απόσταση μετρούμενη πάνω στη γη, θα διανύσει το αεροπλάνο σε 15 min;
50. Νήμα μήκους $5,00 \text{ m}$ και διαμέτρου $2,0 \text{ mm}$ μόλις και συγκρατεί μια μπάλα χωρίς να σπάσει.
- (α) Αν η μπάλα αρχίσει να αιωρείται, το νήμα θα σπάσει. Γιατί;
- (β) Αν η μπάλα κινείται με $7,0 \text{ m/s}$ στο κάτω μέρος της αιωρήσεως, τι διαμέτρου νήμα από το ίδιο υλικό πρέπει να μεταχειρισθούμε; (Το σημείο θραύσεως είναι ανάλογο προς το εμβαδόν διατομής του νήματος).



4

4-1 Βάρος.

Ένα βαρίδι που κρέμεται από κάποιο σημείο πάνω από την επιφάνεια της γης (σχ. 4-1) δείχνει προς την κατεύθυνση της δυνάμεως βαρύτητας, που ασκείται επάνω του. Διάφορα αντικείμενα έλκονται προς τα κάτω από δυνάμεις βαρύτητας διαφόρων μέτρων. Η δύναμη αυτή καλείται βάρος του αντικειμένου. Μπορεί να μετρηθεί, αν κρεμάσουμε το αντικείμενο από ζυγό ελατηρίου βαθμονομημένο σε newton.

Κρεμασμένα βαρίδια που βρίσκονται σε αποστάσεις μικρότερες από μερικά χιλιόμετρα, μεταξύ τους, φαίνονται παράλληλα. Σε τέτοιες εκτάσεις η δύναμη βαρύτητας έχει την ίδια κατεύθυνση. Ακόμη, για τις ίδιες αυτές εκτάσεις το μέτρο της δυνάμεως βαρύτητας επάνω σε ένα ορισμένο αντικείμενο είναι σταθερό (το ίδιο).

Ειδικότερα το βάρος της πρότυπης μάζας ενός χιλιογράμμου έχει σταθερή τιμή 9,8 newton κ.ο.κ. Η μάζα 2 kg ζυγίζει 19,6 newton, μάζα 3 kg ζυγίζει 29,4 newton κ.ο.κ. Έτσι η δύναμη βαρύτητας $\vec{F}$ που δρα σε αντικείμενο με μάζα βαρύτητας m_g μπορεί να γραφτεί $\vec{F} = m_g \vec{g}$ όπου η δύναμη έχει κατεύθυνση προς τα κάτω και $\vec{g}$ είναι ο συντελεστής αναλογίας μεταξύ της δυνάμεως βαρύτητας και της μάζας βαρύτητας.



Σχήμα 4-1 Οι χτίστες μεταχειρίζονται το νήμα της στάθμης για να δεδαιωθούν ότι ένας τοίχος είναι κατακόρυφος.

Κίνηση υπό την επίδραση μερικών συνηθισμένων δυνάμεων

- 4-1 Βάρος
- 4-2 Ελεύθερη πτώση
- 4-3 Αντίσταση του αέρα: Καρακόρυφη κίνηση μέσα στην ατμόσφαιρα
- 4-4 Ιδανική κίνηση θλήματος
- 4-5 Η δύναμη που ασκείται από ελατήριο: Απλή αρμονική κίνηση
- 4-6 Το απλό εκκρεμές
- 4-7 Πειραματικά συστήματα αναφοράς
- 4-8 Πραγματικές και πλασματικές δυνάμεις
- 4-9 Ο νόμος του Νεύτωνα και η περιστροφή της γης
- 4-10 Ο νόμος του Νεύτωνα και το διαστημόπλοιο με «σθνησμένη μηχανή»

1. Αν η δύναμη βαρύτητας σε ένα αντικείμενο είναι 49,0 newton και το μέτρο του $\vec{g}$ είναι 9,80 N / kg, ποια είναι η μάζα του αντικειμένου;
2. Η δύναμη βαρύτητας στην επιφάνεια της σελήνης είναι το ένα έκτο της αντίστοιχης στην επιφάνεια της γης.
 - (α) Πόσο θα ζύγιζε ένας άνθρωπος 70 kg στη σελήνη;
 - (β) Ποια θα ήταν η μάζα του στη γη; Στη σελήνη;

Φωτογραφία αριστερά. Κίνηση υπό την επίδραση διαφόρων συνηθισμένων δυνάμεων. Ποιες είναι; Από τι εξαρτώνται;



4-2 Ελεύθερη πτώση.

Πώς κινείται ένα αντικείμενο υπό την επίδραση της δυνάμεως βαρύτητας; Ας υποθέσουμε ότι το αφήνουμε να πέσει. Η κίνησή του εξαρτάται από την ολική δύναμη που δρα επάνω του και από τη μάζα αδράνειάς του. Η ολική δύναμη $\vec{F}$ που δρα επάνω στο σώμα που πέφτει είναι το διανυσματικό άθροισμα της έλξεως βαρύτητας $\vec{F}_g = m_g \vec{g}$ (το βάρος του σώματος) και της **αντιστάσεως** του αέρα $\vec{F}_a$. Είναι $\vec{F} = \vec{F}_a + m_g \vec{g}$.

Σύμφωνα με το νόμο της κινήσεως του Νεύτωνα η επιτάχυνση αντικειμένου είναι ανάλογη προς την ολική δύναμη και αντιστρόφως ανάλογη προς τη μάζα αδράνειας m_i , δηλαδή:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m_i} = \frac{\vec{F}_a + m_g \vec{g}}{m_i}$$

Για αντικείμενα που έχουν σχετικά μεγάλη πυκνότητα η αντίσταση του αέρα για χαμηλές ταχύτητες είναι πολύ μικρή και ασήμαντη σε σύγκριση με το βάρος. Σε τέτοιες περιπτώσεις μόνο η έλξη βαρύτητας είναι σημαντική και η επιτάχυνση του αντικειμένου είναι:

$$\vec{a} = \frac{m_g}{m_i} \vec{g}$$

Στην πραγματικότητα τι βρίσκουμε; Όλα τα σώματα που έχουν αρκετά υψηλή πυκνότητα (μεγάλη μάζα ανά μονάδα όγκου) πέφτουν με την ίδια επιτάχυνση, όταν βρίσκονται στον ίδιο τόπο. Το μέτρο της επιταχύνσεως είναι περίπου $9,8 \text{ m/s}^2$ οπουδήποτε στην επιφάνεια της γης. Δεν υπάρχει καμία διαφορά, αν την μετρήσουμε σε εργαστήριο, που βρίσκεται στον πρώτο ή στον τελευταίο όροφο ενός κτιρίου και αν το σώμα ξεκινά από ηρεμία ή έχει δληθεί με κάποια λογική κατακόρυφη ταχύτητα.

Προσεκτικές μετρήσεις μιας φωτογραφίας πολλαπλής λήψεως αντικειμένου που πέφτει (σχ. 4-2) οδηγούν στα αποτελέσματα, που φαίνονται στον πίνακα 1. Οι λήψεις έγιναν σε διαστήματα $1/30$ δευτερολέπτου.

Εδώ συμβαίνει κάτι αξιοπρόσεκτο. Όπως δρήκαμε στο κεφάλαιο 2, ο λόγος m_g / m_i μένει ο ίδιος για όλα τα αντικείμενα. Επομένως η επιτάχυνση δεν εξαρτάται από τη μάζα των αντικειμένων. Μάλιστα αν μετρήσουμε τα m_i και m_g με το ίδιο πρότυπο χιλιόγραμμα, έχουμε m_i ίσο με m_g , δηλαδή $m_g / m_i = 1$. Συνεπώς για σώμα που πέφτει ελεύθερα έχουμε $\vec{a} = \vec{g}$. Με άλλα λόγια δεχόμαστε ότι όλα τα αντικείμενα που κινούνται μόνον υπό την επίδραση της βαρύτητας, έχουν την ίδια επιτάχυνση όταν βρίσκονται στον ίδιο τόπο.

Σχήμα 4-2 Φωτογραφία πολλαπλής λήψεως μιας μπάλας μπιλιάρδου που πέφτει. Η κλίμακα για τις θέσεις είναι σε εκατοστά και τα χρονικά διαστήματα μεταξύ των διαδοχικών θέσεων της μπάλας είναι $1/30$ δευτερόλεπτα. Αυτή η κίνηση αναλύεται στον πίνακα 1.

Πίνακας 1

Αριθμός διαστήματος	Μετατόπιση Δx (cm)	Μέση ταχύτητα $\Delta x / \Delta t =$ v (cm/s)	Μεταβολή στη μέση ταχύτητα Δv (cm/s)	Επιτάχυνση $\Delta v / \Delta t$ (m/s ²)
1	7,70	231		
2	8,75	263	32	9,6
3	9,80	294	31	9,3
4	10,85	326	32	9,6
5	11,99	360	34	10,2
6	13,09	393	33	9,9
7	14,18	425	32	9,6
8	15,22	457	32	9,6
9	16,31	489	32	9,6
10	17,45	524	35	10,5
11	18,52	556	32	9,6
Μέση επιτάχυνση				9,8

Ανάλυση της κινήσεως που δείχνεται στο σχήμα 4-2.

Οι υπολογισμένες τιμές της επιταχύνσεως είναι σταθερές μέσα στα όρια της ακρίβειας των μετρήσεών μας. Παρόλο που χρησιμοποιήσαμε ένα ακριβή κανόνα στη φωτογραφία της μπάλας, το τελευταίο σημαντικό ψηφίο στη στήλη Δx είναι μόνο μια λογική εκτίμηση κλάσματος του χιλιοστομέτρου και επομένως είναι αρκετά αβέβαιο. Το κρατήσαμε όμως, για να ελαττώσουμε τη συσσώρευση των σφαλμάτων στα επόμενα βήματα, αν στρογγυλεύαμε πρώιμα. Σημειώστε ότι χρησιμοποίησε μόνο τρία σημαντικά ψηφία στη στήλη της ταχύτητας.

Αυτά τα αποτελέσματα αποδεικνύουν τον ισχυρισμό μας, ότι δηλαδή το πεδίο βαρύτητας κοντά στην επιφάνεια της γης προκαλεί επιτάχυνση, σε σώματα που πέφτουν, περίπου ίση με $9,8 \text{ m} / \text{s}^2$ με κατεύθυνση προς τα κάτω.

Για να είμαστε δέδαιοι ότι τα συμπεράσματά μας ισχύουν για όλα τα είδη των σωμάτων, ακόμη και για μπάλες του πινγκ-πονγκ και για πού-πουλα, πρέπει να εκτελέσουμε τα πειράματά μας σε κενό. Αυτό έχει γίνει. Πράγματι, όταν δεν υπάρχει ο αέρας, όλα τα αντικείμενα που βρίσκονται στον ίδιο τόπο πέφτουν με την ίδια σταθερή επιτάχυνση άσχετα με το σχήμα ή την πυκνότητά τους. Ξεκινώντας από ηρεμία αποκτούν σε χρόνο t κατακόρυφη ταχύτητα: $v = g \cdot t$ και διανύουν διάστημα: $d = \frac{1}{2} \cdot g t^2$.

3. Πώς αποδεικνύεται από τη φωτογραφία του σχήματος 4-2 ότι η απόσταση που καλύπτει η μπάλα που ξεκινά από ηρεμία αυξάνεται, σύμφωνα με τη σχέση $\frac{1}{2} \cdot g t^2$;
4. Μια μπάλα $0,20 \text{ kg}$ πέφτει. Ποια είναι η στιγμιαία επιτάχυνση, αν g είναι $9,80 \text{ N/kg}$ και η αντίσταση του αέρα που δρα στη μπάλα είναι $0,50 \text{ N}$;

5. Ρίχνουμε προς τα επάνω μπάλα με ταχύτητα 15 m/s (μη λάβετε υπόψη σας την αντίσταση του αέρα).
- (α) Πόσο γρήγορα κινείται μετά από $1,2 \text{ s}$;
 - (β) Σε πόση απόσταση από το έδαφος θα βρίσκεται αυτή τη χρονική στιγμή;
 - (γ) Πόσο γρήγορα θα κινείται μετά από $2,3 \text{ s}$;
 - (δ) Σε πόση απόσταση από το έδαφος θα είναι αυτή τη χρονική στιγμή;
 - (ε) Ποια είναι η επιτάχυνση της μπάλας στο ανώτερο ύψος;

4-3 Αντίσταση του αέρα: Κατακόρυφη κίνηση μέσα στην ατμόσφαιρα.

Αν στο πείραμα του σχήματος 4-2 αντικαταστήσουμε τη μπάλα του μπιλιάρδου με μπαλάκι του πινγκ-πονγκ, θα παρατηρήσουμε ότι το μπαλάκι του πινγκ-πονγκ καθυστερεί από τη μπάλα του μπιλιάρδου όλο και μεγαλύτερα διαστήματα. Στην πραγματικότητα ακόμη και η μπάλα του μπιλιάρδου θα επιβραδυνθεί από την αντίσταση του αέρα, αν πέφτοντας διανύσει αρκετά μεγάλο διάστημα.

Η δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση ενός σχεδόν στρογγυλού αντικειμένου, μέσα στον αέρα εξαρτάται από την ταχύτητα, το μέγεθος και το σχήμα του αντικειμένου. Πειράματα δείχνουν ότι το μέτρο αυτής της δυνάμεως μπορεί να εκφραστεί κατά προσέγγιση από την εξίσωση:

$$F_a = c_1 v + c_2 v^2$$

Η κατεύθυνση της δυνάμεως F_a είναι αντίθετη προς την κατεύθυνση της ταχύτητας v . Για αντικείμενο που κατευθύνεται κατακόρυφα προς τα κάτω η συνολική δύναμη θα είναι:

$$F = mg - c_1 v - c_2 v^2$$

Μπορούμε να καταλήξουμε σε πολλά γενικά συμπεράσματα από αυτή την έκφραση της συνολικής δυνάμεως. Το πρώτο είναι, ότι το σώμα που πέφτει θα επιταχυνθεί αρχικά, σαν να μην υπήρχε αντίσταση του αέρα. Αν το σώμα που πέφτει ξεκινήσει από αρκετά μεγάλο ύψος, η συνολική δύναμη μειώνεται και πλησιάζει το μηδέν; όσο αυξάνεται η ταχύτητα. Όταν η συνολική δύναμη φθάσει κοντά στο μηδέν, η ταχύτητα του σώματος θα παραμείνει σταθερή. Αυτή η σταθερή ταχύτητα ονομάζεται **οριακή ταχύτητα**. Το μέτρο της οριακής ταχύτητας εξαρτάται από το βάρος του αντικειμένου (mg) και από τις δύο σταθερές c_1 και c_2 .

Γι' αυτή την εξάρτηση θα δώσουμε παραδείγματα για δύο αντικείμενα: για μπαλάκι του πινγκ-πονγκ με μάζα περίπου $2,2 \text{ g}$ και διάμετρο $3,8 \text{ cm}$ και για μια πολύ μικρή πλαστική σφαίρα με μάζα $2,8 \times 10^{-15} \text{ kg}$ και διάμετρο $1,8 \times 10^{-6} \text{ m}$ ($1,8 \text{ μικρόμετρα}$). (Θα μεταχειρισθείτε στο εργαστήριο τέτοιες πλαστικές σφαίρες, όταν φθάσετε στο κεφάλαιο 11). Για το μπαλάκι του πινγκ-πονγκ η συνολική δύναμη (σε newton) δίνεται από την εξίσωση:

$$F = 2,2 \times 10^{-2} - 6,4 \times 10^{-6} v - 3,5 \times 10^{-4} v^2$$

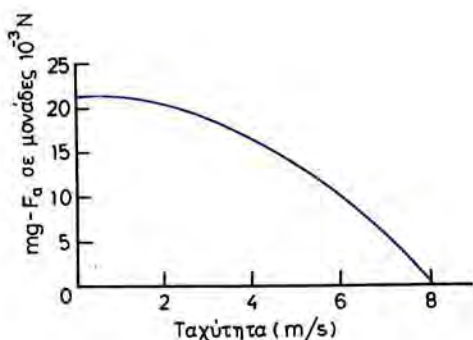
όπου v είναι σε m/s .

Η καμπύλη γι' αυτή τη συνάρτηση δείχνεται στο σχήμα 4-3. Παρατηρήστε ότι στα 8 m / s περίπου, η συνολική δύναμη μηδενίζεται. Άρα η οριακή ταχύτητα της μπάλας του πινγκ-πονγκ είναι γύρω στα 8 m / s. Για τη μικρή πλαστική σφαίρα η συνολική δύναμη δίνεται από την εξίσωση:

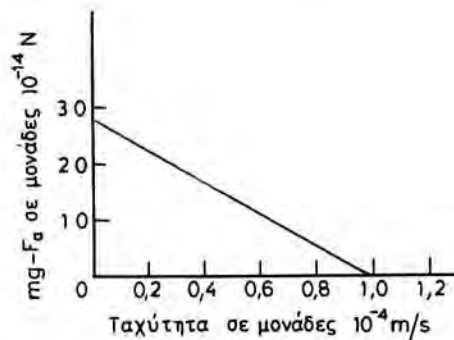
$$F = 2,8 \times 10^{-14} - 2,9 \times 10^{-10}v - 7,0 \times 10^{-13}v^2$$

Η τελική ταχύτητα αυτής της μικρής σφαίρας είναι 1×10^{-4} m / s (0,10 mm / s) περίπου όπως βλέπετε στο σχήμα 4-4, που δείχνει το διάγραμμα της συνολικής δυνάμεως ως προς την ταχύτητα. Χρειάζεται ελάχιστος χρόνος, για να φθάσουμε σε τόσο μικρή ταχύτητα, όταν ξεκινούμε από ηρεμία. Έτσι, τόσο μικρές σφαίρες (καθώς και μόρια σκόνης τέτοιου μεγέθους) πέφτουν με σχετικά σταθερή ταχύτητα, αν βέβαια δεν υπάρχουν ρεύματα στον αέρα.

Πιθανόν να αναρωτηθείτε, γιατί η καμπύλη του σχήματος 4-3 μοιάζει με παραβολή, ενώ η αντίστοιχη του σχήματος 4-4 είναι σταθερή ευθεία γραμμή, αφού οι αλγεβρικές εκφράσεις και για τις δύο συναρτήσεις είναι όμοιες. Για το μπαλάκι του πινγκ-πονγκ ο όρος που περιέχει την v^2 είναι πολύ μεγαλύτερος στην οριακή ταχύτητα από τον όρο που περιέχει την v . Για τη μικρή σφαίρα η κατάσταση είναι ακριβώς αντίθετη. Εδώ ο όρος που περιέχει την v^2 είναι αμελητέος και έτσι η καμπύλη διαμορφώνεται σε ευθεία γραμμή.



Σχήμα 4-3 Γραφική παράσταση της συνολικής δυνάμεως, που δρα επάνω σε μία μπάλα πινγκ-πονγκ όταν ξεκινά από την ηρεμία και πέφτει στον αέρα σε συνάρτηση με την ταχύτητα.



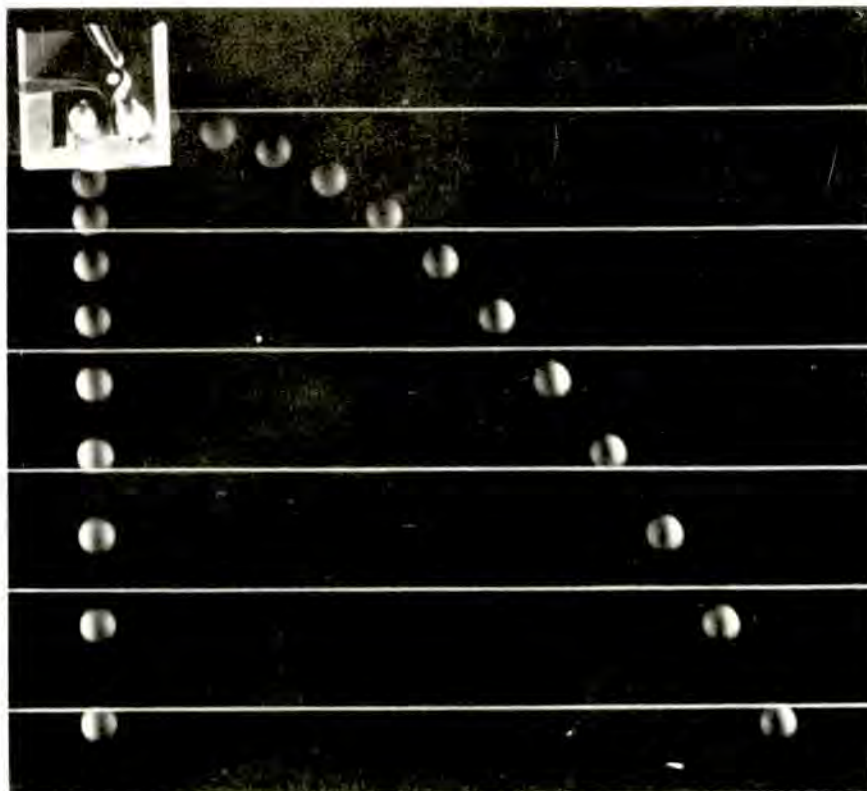
Σχήμα 4-4 Γραφική παράσταση της δυνάμεως, που δρα επάνω σε μια μικρή πλαστική μπάλα, όταν ξεκινά από την ηρεμία και πέφτει στον αέρα σε συνάρτηση με την ταχύτητα.

6. Τι συμβαίνει, όταν ρίξετε ένα μπαλάκι του πινγκ-πονγκ πιο γρήγορα από την οριακή του ταχύτητα;
7. (α) Ποια είναι η ταχύτητα της μπάλας του πινγκ-πονγκ, όταν η συμβολή του όρου που περιέχει το v είναι ίση με τη συμβολή του όρου που περιέχει το v^2 στην έκφραση για τη συνολική δύναμη που δρα στη μπάλα καθώς πέφτει;
- (β) Ποια θα είναι η ταχύτητα της μικρής πλαστικής μπάλας κάτω από τις ίδιες συνθήκες;
- (γ) Μπορούν αυτά τα σημεία να σχεδιασθούν στις γραφικές παραστάσεις των σχημάτων 4-3 και 4-4;
8. Ένα μεγάλο κομμάτι χαλάζι έχει μάζα $4,0 \times 10^{-3}$ kg. Οι τιμές για τις σταθερές στον τύπο για την αντίσταση του αέρα είναι $c_1 = 3,4 \times 10^{-6}$ Ns / m και $c_2 = 9,4 \times 10^{-5}$ Ns² / m². Ποια είναι η οριακή ταχύτητά του;

4-4 Ιδανική κίνηση δλήματος.

Αντικείμενα που πέφτουν κατακόρυφα υπό την επίδραση μόνο της έλξεως της βαρύτητας επιταχύνονται όλα με τον ίδιο ρυθμό. Άραγε επιταχύνονται με τον ίδιο ρυθμό και όλα τα αντικείμενα, που κινούνται σε άλλες κατευθύνσεις κοντά στην επιφάνεια της γης;

Το σχήμα 4-5 δείχνει σειρά φωτογραφιών πολλαπλής λήψεως από δύο μπάλες. Η πρώτη μπάλα άρχισε να πέφτει ξεκινώντας από ηρεμία τη στιγμή που εκτοξεύσαμε οριζόντια τη δεύτερη. Βλέπετε ότι οι κατακόρυφες κινήσεις για τις δύο μπάλες είναι ολόιδιες, παρά το γεγονός ότι οι



Σχήμα 4-5 Φωτογραφία από δυο μπάλες του γκολφ. Η μία εκτοξεύεται οριζόντια κατά την ίδια στιγμή που η άλλη αφήνεται να πέσει. Τα νήματα έχουν απόσταση μεταξύ τους 15 cm και το διάστημα μεταξύ φωτογραφιών 1/30 δευτερολέπτου.

οριζόντιες κινήσεις τους διαφέρουν. Επίσης βλέπετε ότι οι οριζόντιες κινήσεις τους διαφέρουν. Επίσης βλέπετε ότι η οριζόντια κίνηση έχει σταθερή οριζόντια ταχύτητα, όπως έχει η κίνηση χωρίς δύναμη. Η παρουσία της κατακόρυφης δύναμews δεν αλλάζει την οριζόντια κίνηση όπως και η ύπαρξη της οριζόντιας κινήσεως δεν αλλάζει την επίδραση της κατακόρυφης δύναμews στην κατακόρυφη κίνηση. Οι οριζόντιες και κατακόρυφες κινήσεις είναι ανεξάρτητες. Η κάθε μια προκύπτει από την κατάλληλη διανυσματική συνιστώσα της δύναμews $\vec{F}_v = m\vec{g}$. Έτσι η κατακόρυφη κίνηση είναι ελεύθερη πτώση, ενώ η οριζόντια κίνηση είναι χωρίς επιτάχυνση, επειδή $\vec{F}_h = 0$.

Στο προηγούμενο κεφάλαιο ερευνήσαμε την κίνηση του σώματος κάτω από δύο συνθήκες: Όταν η συνολική δύναμη $\vec{F}$ ενεργούσε κατά τη διεύθυνση της ταχύτητας $\vec{v}$ του σώματος, και όταν η συνολική δύναμη $\vec{F}$ ενεργούσε κάθετα προς την ταχύτητα $\vec{v}$ του σώματος. Ο νόμος της κινήσεως του Νεύτωνα ισχύει και στις δύο περιπτώσεις. Τώρα βλέπουμε ότι ο νόμος ισχύει και όταν η δύναμη δρα υπό οποιαδήποτε γωνία προς την ταχύτητα του σώματος.

Όταν μελετούμε την κίνηση βλήματος, συναντούμε καινούργιο πρόβλημα. Στην προηγούμενη μελέτη της δυναμικής εξετάσαμε αντικείμενα, που κινούνται σε ευθεία γραμμή κάτω από τη δράση μιας συνολικής δύναμews κατά τη γραμμή της κινήσεως. Όμως, η δεύτερη μπάλα στο σχήμα 4-5 κινήθηκε κατά καμπύλη τροχιά. Ένα από τα σημαντικά προβλήματα στη δυναμική είναι ο προσδιορισμός της τροχιάς σε μια τέτοια

περίπτωση.

Αν γνωρίζουμε τη θέση και την ταχύτητα αντικείμενου σε ορισμένη στιγμή, η τροχιά που ακολουθεί ως συνάρτηση του χρόνου μπορεί να βρεθεί από τη δύναμη πάνω στο αντικείμενο και το νόμο κινήσεως του Νεύτωνα. Για το δλήμα όμως δεν χρειάζεται να αναφερθούμε στο νόμο του Νεύτωνα και τη δύναμη της βαρύτητας. Μπορούμε να βρούμε την τροχιά, αν συσχετίσουμε την κατακόρυφη και την οριζόντια κίνηση. Όπως είδαμε προηγουμένως οι κινήσεις αυτές είναι ανεξάρτητες. Γι' αυτό το σκοπό ορίζουμε οριζόντιο άξονα αναφοράς (άξονα x) και κατακόρυφο άξονα αναφοράς (άξονα y) σε τέτοια θέση, ώστε η αρχή ($x = 0$, $y = 0$) να βρίσκεται στο σημείο που εκτοξεύεται το σώμα (σχ. 4-6). Όταν η μπάλα εκτοξεύεται με οριζόντια ταχύτητα v_0 , γνωρίζουμε ότι εξακολουθεί να κινείται κατά τη διεύθυνση x με αυτή την ταχύτητα. Μετά το χρόνο t η συνιστώσα x της θέσεως της μπάλας είναι $x = v_0 t$. Επίσης γνωρίζουμε ότι η κατακόρυφη κίνηση είναι ελεύθερη πτώση. Άρα η συνιστώσα y την ίδια χρονική στιγμή t είναι $y = -\frac{1}{2} g \cdot t^2$. (Το πρόσημο πλην μας δείχνει ότι η μπάλα κινείται προς τα κάτω και όχι προς τα επάνω). Αυτές οι εξισώσεις περιέχουν όλες τις πληροφορίες για σώματα, που εκτοξεύονται οριζόντια με αρχική ταχύτητα ίση με v_0 . Η κοινή τιμή του χρόνου t στις εξισώσεις δείχνει ότι αναφέρονται στην κίνηση ενός μόνο σώματος και όχι στην κίνηση δύο διαφορετικών σωμάτων.

Η τροχιά που ακολουθεί το σώμα είναι καμπύλη και μπορούμε να την εκφράσουμε, αν συσχετίσουμε την κατακόρυφη θέση y με την οριζόντια θέση x κατά την ίδια χρονική στιγμή. Για να βρούμε την εξίσωση, απαλείφουμε το χρόνο t από τις δύο εξισώσεις $y = -\frac{1}{2} g t^2$ και $x = v_0 t$. Από τη δεύτερη εξίσωση βλέπουμε ότι $t = x/v_0$ και αντικαθιστώντας αυτή την έκφραση του t στην πρώτη εξίσωση έχουμε:

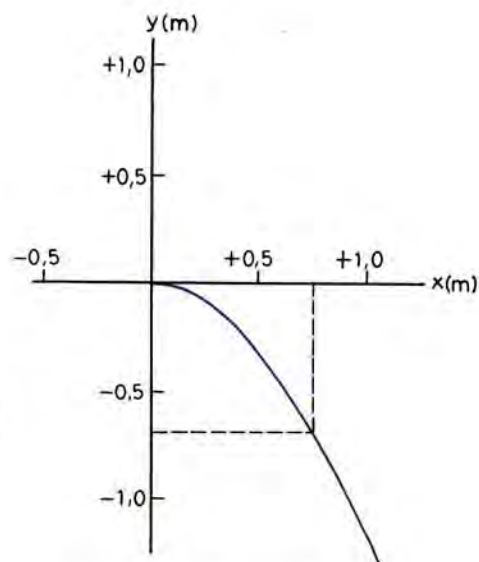
$$y = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0} \right)^2 = -\frac{g}{2v_0^2} x^2$$

Η εξίσωση
$$y = -\frac{gx^2}{2v_0^2}$$

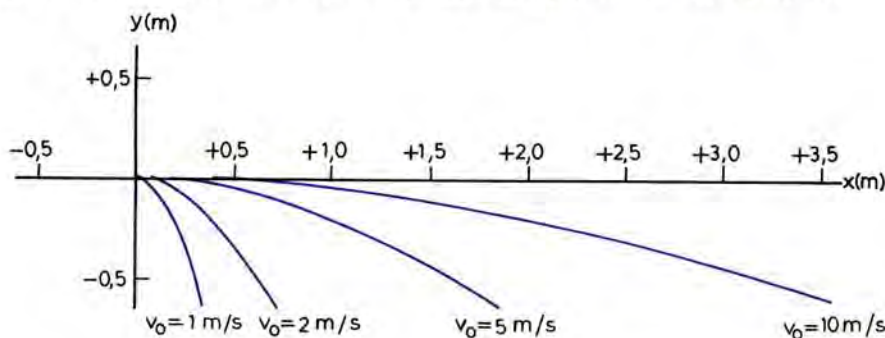
είναι η εξίσωση της τροχιάς του αντικείμενου.

Όπως φαίνεται στο σχήμα 4-6, η τροχιά είναι παραβολή με την κορυφή της στο σημείο όπου το αντικείμενο κινείται οριζόντια.

Στο σχήμα 4-7 σχεδιάσαμε διάφορες πιθανές τροχιές, που αντιστοιχούν στις διαφορετικές τιμές της αρχικής οριζόντιας ταχύτητας. Βλέ-



Σχήμα 4-6 Η τροχιά της μπάλας στο σχήμα 4-5 είναι σχεδιασμένη σε ένα σύστημα δυο αξόνων συντεταγμένων. Οι κλίμακες στο σχήμα μετρούν την απόσταση κατά τους δυο άξονες σε μέτρα. Η συντεταγμένη x της μπάλας σε ένα οποιοδήποτε χρόνο t είναι $v_0 t$ (όπου $v_0 = 2,0$ m/s) και η συντεταγμένη y είναι $\frac{1}{2} g t^2$. Π.χ. όταν $t = 0,38$ s, τότε $x = 0,76$ m και $y = -0,71$ m.



Σχήμα 4-7 Διάφορες πιθανές τροχιές ενός σώματος που εκτοξεύεται οριζόντια. Παρατηρήστε ότι το σχήμα της παραβολής εξαρτάται από την οριζόντια ταχύτητα v_0 .

πετε ότι, όταν η οριζόντια ταχύτητα είναι μεγάλη, η παραβολή είναι μάλλον πλατιά. Το βλήμα κινείται πλαγίως για μεγάλο διάστημα, πριν πέσει σημαντικά προς τα κάτω. Αντίθετα μικρές τιμές της v_0 δίνουν παραβολές με έντονη καμπυλότητα. Το βλήμα διανύει μικρότερη οριζόντια απόσταση στο χρόνο που χρειάζεται, για να πέσει κατά δεδομένο ύψος.

Αναλύσαμε παραπάνω το πρόβλημα του βλήματος, που έχει εκτοξευθεί οριζόντια. Μπορούμε να χειρισθούμε με τον ίδιο τρόπο τη γενικότερη περίπτωση βλήματος, που εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα $\vec{v}_0$ υπό οποιαδήποτε γωνία με την οριζόντιο.

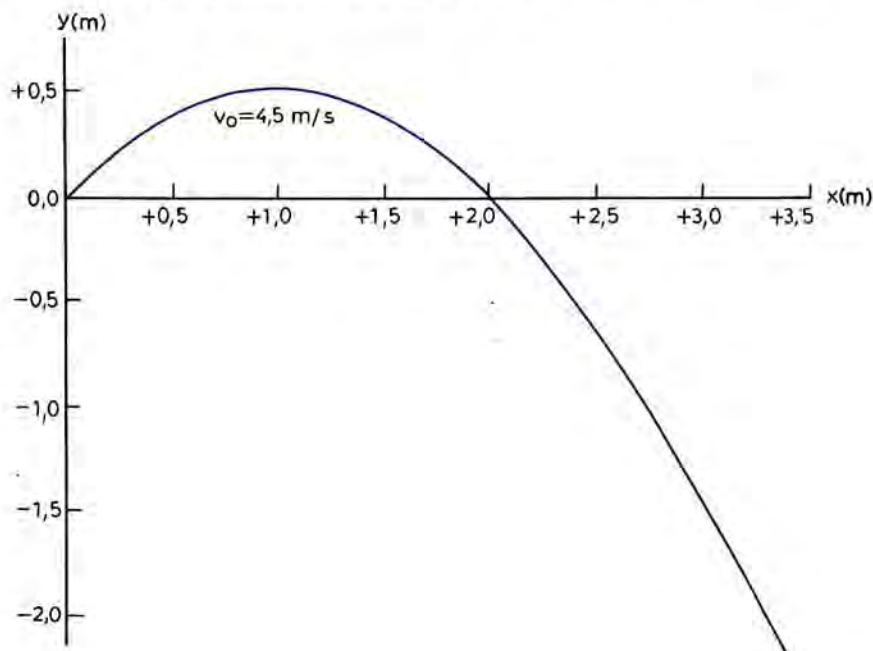
Χρησιμοποιούμε ξανά το γεγονός ότι η κατακόρυφη και η οριζόντια κίνηση είναι ανεξάρτητες. Από το αρχικό διάνυσμα ταχύτητας $\vec{v}_0$ βρίσκουμε τις οριζόντιες και κατακόρυφες συνιστώσες. Η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας δεν αλλάζει ποτέ και η κατακόρυφη συνιστώσα μεταβάλλεται με σταθερό ρυθμό:

$$\frac{\Delta v_y}{\Delta t} = -g$$

Όταν επεξεργασθούμε τις λεπτομέρειες το αποτέλεσμα είναι ξανά παραβολική τροχιά με σχεδόν οριζόντια περιοχή, που η έκτασή της εξαρτάται από την οριζόντια ταχύτητα. Η μόνη διαφορά είναι ότι το υψηλότερο σημείο της παραβολής δεν βρίσκεται στο σημείο όπου αρχίζει η κίνηση (σχ. 4-8).

9. Πώς μπορείτε να αποδείξετε ότι η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας της μπάλας που εκτοξεύεται οριζόντια στο σχήμα 4-5 είναι σταθερή, ενώ δεν είναι σταθερή η κατακόρυφη συνιστώσα;

10. Πώς μπορείτε να διαπιστώσετε ότι υπάρχει σταθερή κατακόρυφη δύναμη στις μπάλες του σχήματος 4-5;



Σχήμα 4-8 Η τροχιά ενός σώματος που εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα $v_0 = 4,5$ m/s και υπό γωνία 45° ως προς την οριζόντιο.

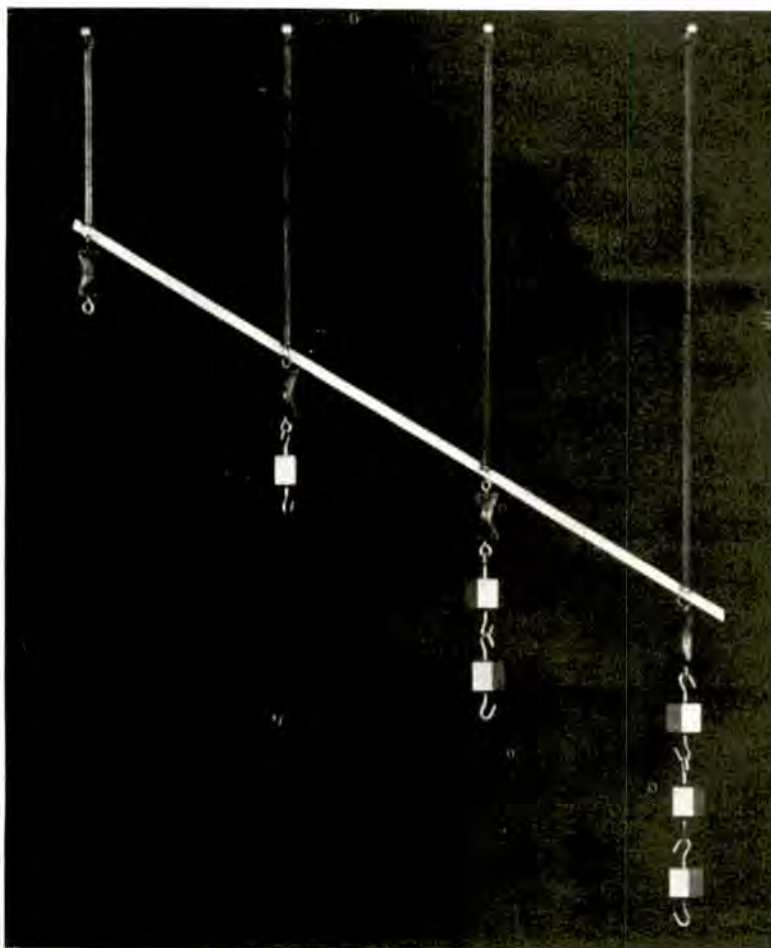
11. Στο σχήμα 4-7, όλα τα κινητά έχουν κινηθεί επί τον ίδιο χρόνο μέχρι τα άκρα των τροχιών τους που φαίνονται στο σχήμα;
12. Με ποια οριζόντια ταχύτητα θα έπρεπε να έχει εκτοξευθεί το σώμα στο σχήμα 4-7, για να περάσει από το σημείο (1,0-0,5);

4-5 Η δύναμη που ασκείται από ελατήριο: Απλή αρμονική ταλάντωση.

Όταν τεντώνουμε ελατήριο, το ελατήριο μας τραβά με δύναμη ανάλογη με το τέντωμα (σχ. 4-9). Ακόμη όταν συμπιέσουμε ελατήριο, εκείνο μας απωθεί με δύναμη ανάλογη με τη συμπίεση. Αν συνδέσουμε μάζα στο άκρο τεντωμένου ελατηρίου και το αφήσουμε, αυτό θα ταλαντωθεί εμπρός-πίσω. Για μικρό τέντωμα ή συμπίεση η δύναμη μπορεί να εκφραστεί με:

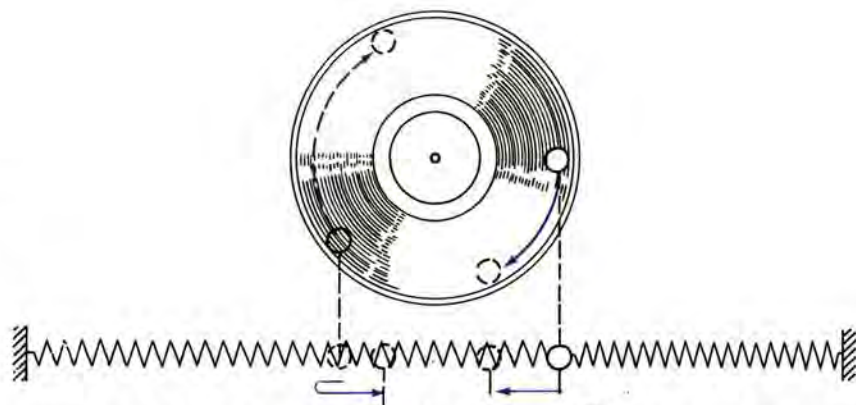
$$\vec{F} = -k\vec{x}$$

Σ' αυτή τη σχέση το k είναι μία θετική σταθερά και $\vec{x}$ είναι η μετατόπιση της μάζας από τη θέση, όπου δεν υπάρχει παραμόρφωση του ελατηρίου (το $\vec{x}$ είναι θετικό για τέντωμα και αρνητικό για συμπίεση). Το



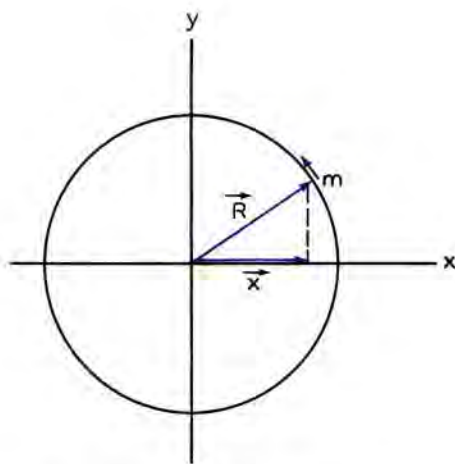
Σχήμα 4-9 Όμοια ελατήρια τεντωμένα από δυνάμεις 0, 4,9, 9,8 και 14,7 N αντίστοιχα. Τα σημεία των άκρων βρίσκονται σε ευθεία γραμμή. Σε ελατήρια που δεν είναι τεντωμένα, όπου οι σπείρες αγγίζουν η μία την άλλη, μία σπείρα ωθείται από τις διπλανές της. Γι' αυτό το λόγο αναρτήθηκαν από τα ελατήρια στην αρχή ίσα βάρη, για να ξεχωρίσουν οι σπείρες τους.

Σχήμα 4-10 Η παλινδρομική κίνηση ενός σώματος συνδεδεμένου με ελατήριο μπορεί να εξομοιωθεί με τη συνιστώσα της κινήσεως ενός σώματος επάνω σε ένα κυκλικό περιστρεφόμενο επίπεδο. Πρέπει να διαλέξουμε τη σωστή ακτίνα περιστροφής και τη σωστή ταχύτητα περιστροφής.



αρνητικό πρόσημο στην εξίσωση δείχνει ότι η $\vec{F}$ έχει αντίθετη κατεύθυνση από το $\vec{x}$, δηλαδή είναι δύναμη επαναφοράς, που επαναφέρει το σύστημα στη θέση ισορροπίας.

Γραμμικές δυνάμεις επαναφοράς αυτού του τύπου οδηγούν πάντοτε σε παλινδρομική κίνηση, που ονομάζεται απλή αρμονική ταλάντωση. Ας εξετάσουμε αυτή την κίνηση πιο λεπτομερειακά. Αν θέλαμε να χρησιμοποιήσουμε κατευθείαν το νόμο του Νεύτωνα, για να περιγράψουμε την κίνηση, θα αντιμετωπίζαμε ένα πολύπλοκο μαθηματικό πρόβλημα. Αλλά, όπως θα δούμε, μπορούμε να καταλήξουμε σ' αυτή την κίνηση μελετώντας την κυκλική κίνηση. Αν παρατηρήσουμε από την άκρη του επιπέδου, την κυκλική κίνηση επάνω σε ένα επίπεδο, αυτή μοιάζει με απλή αρμονική παλινδρομική κίνηση. Για να πάρετε μια ιδέα αυτής της κινήσεως κινήστε σταθερά τον αντίχειρά σας πάνω σε οριζόντιο κύκλο στο επίπεδο του ματιού σας. Η κίνηση επάνω στην ευθεία γραμμή που βλέπετε είναι απλή αρμονική κίνηση, όπως θα διαπιστώσουμε αν συγκρίνουμε μια τέτοια κίνηση με την κίνηση μιας μάζας επάνω σε ελατήριο (σχ. 4-10).



Σχήμα 4-11 Ένα σώμα μάζας m κινείται επάνω σε ένα κύκλο με σταθερή ταχύτητα. Αυτή η κίνηση μπορεί να θεωρηθεί ότι έχει δυο συνιστώσες (κινήσεις) που σχηματίζουν μεταξύ τους ορθή γωνία – μία οριζόντια συνιστώσα και μία κατακόρυφη. Θα εξετάσουμε προσεκτικά την οριζόντια συνιστώσα.

Για να μελετήσουμε αυτή την κίνηση, επανερχόμαστε στις βασικές ιδιότητες των διανυσμάτων, που μας επιτρέπουν να εκφράσουμε οποιαδήποτε κίνηση επάνω σε επίπεδο σαν συνδυασμό δυο ανεξαρτήτων κινήσεων σε ορισμένες διευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους. Θα περιγράψουμε την κυκλική κίνηση με αυτές τις ορθογώνιες συνιστώσες. Κατόπιν θα εξετάσουμε με λεπτομέρεια μία από αυτές τις συνιστώσες και θα βρούμε επίσης τη δύναμη, που συνδέεται με την κίνηση που περιγράφεται από αυτή τη συνιστώσα.

Το σχήμα 4-11 δείχνει σώμα με μάζα m , που κινείται με ταχύτητα σταθερού μέτρου επάνω σε κύκλο. Ας εξετάσουμε την οριζόντια συνιστώσα αυτής της κινήσεως. Στο σχήμα 4-12 σχεδιάσαμε ορθογώνιο τρίγωνο με πλευρές το διάνυσμα θέσεως $\vec{R}$ και τη διανυσματική του συνιστώσα $\vec{x}$ κατά την οριζόντια διεύθυνση. Επίσης σχεδιάσαμε παρόμοιο ορθογώνιο τρίγωνο με πλευρές την κεντρομόλο δύναμη $\vec{F}$ και τη διανυσματική της συνιστώσα $\vec{F}_x$. Από αυτά τα όμοια τρίγωνα βλέπουμε ότι τα μέτρα των $\vec{F}_x$ και $\vec{x}$ έχουν τον ίδιο λόγο, όπως τα μέτρα των $\vec{F}$ και $\vec{R}$. Τα $\vec{F}_x$ και $\vec{x}$ έχουν αντίθετες κατευθύνσεις.

Το μέτρο της κεντρομόλου επιταχύνσεως δίνεται στην παράγραφο 37

ως:

$$a = \frac{4\pi^2}{T^2} R$$

Διανυσματικώς η κεντρομόλος επιτάχυνση δίνεται από τη σχέση:

$$\vec{a} = \frac{4\pi^2}{T^2} \vec{R}$$

Επομένως η κεντρομόλος δύναμη ως διάνυσμα δίνεται από τη σχέση:

$$\vec{F} = -\frac{m4\pi^2}{T^2} \vec{R}$$

Άρα η σχέση μεταξύ $\vec{x}$ και $\vec{F}_x$ είναι:

$$\vec{F}_x = -\frac{m4\pi^2}{T^2} \vec{x}$$

(Αυτή η εξίσωση είναι η x συνιστώσα της εξίσωσης:

$$\vec{F} = -\frac{m4\pi^2}{T^2} \vec{R})$$

Αφού η μάζα m και η περίοδος T είναι σταθερές για μία συγκεκριμένη κίνηση, $m4\pi^2/T^2$ είναι μια σταθερά και η εξίσωση μπορεί να γραφεί απλούστερα:

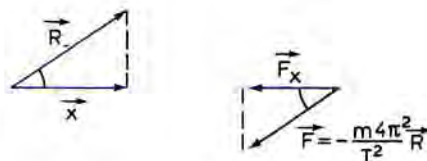
$$\vec{F}_x = -k\vec{x}$$

όπου ο συντελεστής $k = m4\pi^2/T^2$ είναι η σταθερά της αναλογίας μεταξύ $\vec{F}_x$ και $\vec{x}$.

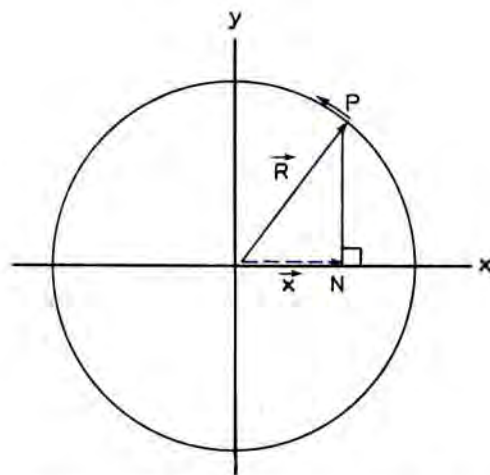
Αυτό δείχνει ότι η δύναμη $\vec{F}_x = -k\vec{x}$ είναι η δύναμη που παράγει την παλινδρομική κίνηση του άκρου του $\vec{x}$. Επειδή η κίνηση κατά τον άξονα x εξαρτάται μόνο από τη δύναμη κατά τη διεύθυνση του x, μια οποιαδήποτε τέτοια δύναμη παράγει κίνηση ακριβώς ίδια με την κίνηση του σημείου N στο άκρο του $\vec{x}$ στο σχήμα 4-13, όταν το σημείο P στο σχήμα κινείται με σταθερή ταχύτητα (μέτρο) επάνω στον κύκλο.

Έχουμε ως εδώ συνδέσει τη συνιστώσα x της κυκλικής κινήσεως με την κίνηση σώματος οποιασδήποτε μάζας m, όταν επάνω του δρα η δύναμη επαναφοράς $\vec{F} = -k\vec{x}$ χωρίς να μας απασχολεί η πηγή της δυνάμεως. Αυτή η σύνδεση μας επιτρέπει να υπολογίσουμε την περίοδο. Αν έχουμε σώμα μάζας m που κινείται υπό την επίδραση δυνάμεως $\vec{F} = -k\vec{x}$ μπορούμε πάντα να φαντασθούμε κυκλική κίνηση, που ταιριάζει στην κίνηση της m. Η περίοδος της πραγματικής κινήσεως της m είναι η ίδια με αυτή της αντίστοιχης κυκλικής κινήσεως.

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την προηγούμενη ανάλυσή μας, για να



Σχήμα 4-12 Το διάνυσμα θέσεως $\vec{R}$ και η οριζόντια διανυσματική συνιστώσα του $\vec{x}$ σχηματίζουν ορθογώνιο τρίγωνο. Η κεντρομόλος δύναμη $\vec{F}$ και η οριζόντια συνιστώσα της $\vec{F}_x$ σχηματίζουν ένα άλλο ορθογώνιο τρίγωνο. Τα τρίγωνα είναι όμοια, διότι η γωνία μεταξύ $\vec{R}$ και $\vec{x}$ είναι ίση με τη γωνία μεταξύ $\vec{F}$ και $\vec{F}_x$ (αφού $\vec{R}$ είναι παράλληλο προς $\vec{F}$ και $\vec{x}$ είναι παράλληλο προς $\vec{F}_x$).



Σχήμα 4-13 Το σώμα στο σημείο N μετατοπίστηκε αρχικά από την αρχή του κατά μία απόσταση R κατά τον άξονα x. Αν ασκηθεί επάνω του μία δύναμη $\vec{F} = -k\vec{x}$, θα κινείται παλινδρομικά επάνω στον άξονα x. Η κίνησή του θα είναι ίδια με την κίνηση της x συνιστώσας της κινήσεως σημείου P που κινείται ομαλά σε έναν κύκλο ακτίνας R.

βρούμε τη σχέση της σταθεράς της δύναμews (ή κατευθύνουσα δύναμη) k στην $\vec{F} = -k\vec{x}$ και της περιόδου, με την οποία το σώμα κινείται παλινδρομικά. Η περίοδος εξαρτάται μόνο από τη μάζα m του σώματος και από τη σταθερά της δύναμews k . Αν λύσουμε τη σχέση

$$k = \frac{m4\pi^2}{T^2} \quad \text{ως προς } T \text{ βρίσκουμε:} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Αυτή η έκφραση είναι λογική. Αν η δύναμη επαναφοράς αυξάνεται γρήγορα με την απόσταση (δηλαδή αν το k είναι μεγάλο), το σώμα ωθείται εμπρός και πίσω γρήγορα: το T μικραίνει. Αν όμως το σώμα έχει μεγάλη μάζα, ανταποκρίνεται πιο χαλαρά στη δύναμη. Έτσι η περίοδος είναι μεγαλύτερη όσο μεγαλύτερη είναι η μάζα του σώματος. Η περίοδος είναι **ανεξάρτητη** από το πλάτος R της κινήσεως. Αυτό είναι αποτέλεσμα που μπορούμε εύκολα να ελέγξουμε πειραματικά.

13. Πώς πρέπει η δύναμη πάνω σε αντικείμενο να μεταβάλλεται με τη μετατόπιση, για να υπάρξει απλή αρμονική κίνηση;
14. Σε ποια σημεία του κύκλου στο σχήμα 4-13 το P θα έχει την ίδια ταχύτητα με το N ;
15. Αν η σταθερά της δύναμews ελατηρίου είναι 8 N/m , ποια θα είναι η μάζα αιωρούμενου σώματος, που θα δώσει περίοδο 1 δευτερόλεπτο;

4-6 Το απλό εκκρεμές.

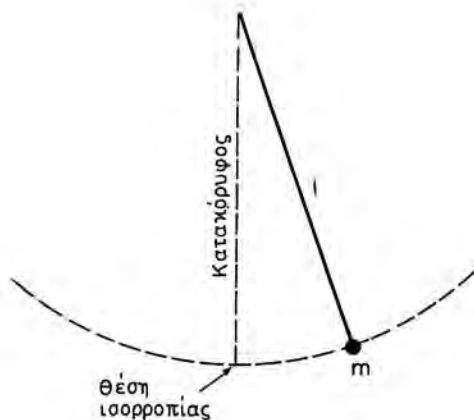
Το απλό εκκρεμές φαίνεται στο σχήμα 4-14. Το υλικό σημείο μάζας m κρέμεται στην άκρη νήματος μήκους l . Θα περιγράψουμε τη μετατόπιση της μάζας από τη θέση ισορροπίας με το διάνυσμα $\vec{s}$. Η διανυσματική συνιστώσα του $\vec{s}$ κατά την οριζόντια διεύθυνση είναι $\vec{d}$ (σχ. 4-15). Αυτό είναι η οριζόντια μετατόπιση της m από την ισορροπία.

Η κίνηση της μάζας m είναι σχεδόν απλή αρμονική ταλάντωση. Για να το δείξουμε αυτό, πρέπει να αποδείξουμε ότι υπάρχει μια δύναμη επαναφοράς που είναι ανάλογη προς το αρνητικό της μετατοπίσεως. Όπως βλέπουμε στο σχήμα 4-16, το βάρος του σώματος $m\vec{g}$ μπορεί να αναλυθεί σε ορθογώνιες συνιστώσες. Μία συνιστώσα που δείχνεται διακεκομμένη στο σχήμα λαμβάνεται κατά μήκος του νήματος και μόνο κρατά το νήμα τεντωμένο. Η άλλη συνιστώσα είναι κάθετη προς το νήμα, με διεύθυνση κατά την κυκλική τροχιά κι έλκει τη μάζα πίσω προς τη θέση ισορροπίας. Από τα όμοια τρίγωνα του σχήματος 4-16 το μέγεθος αυτής της τελευταίας συνιστώσας δίνεται ως:

$$\frac{F_s}{mg} = \frac{d}{l} \quad \text{ή} \quad F_s = \frac{mg}{l} d$$

Εφόσον τα d και s είναι μικρά σε σύγκριση με το l , υπάρχει πολύ μικρή διαφορά στα μήκη των d και s . Άρα μπορούμε να γράψουμε:

$$F_s = \frac{mg}{l} s$$



Σχήμα 4-14 Απλό εκκρεμές: Ένα σώμα μάζας m επάνω σε ένα νήμα μήκους l κινείται σε τόξο κύκλου.

Το $\vec{s}$ είναι σχεδόν κάθετο προς το νήμα αν το s είναι μικρό και είναι σχεδόν παράλληλο προς την $\vec{F}_s$ αλλά με αντίθετη κατεύθυνση. Άρα

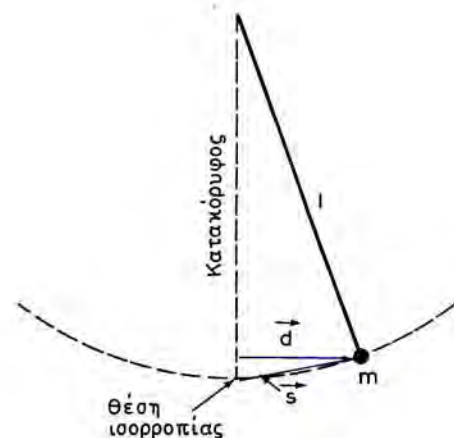
$$\vec{F}_s = - \frac{mg}{l} \vec{s}$$

και έτσι έχουμε γραμμική (ως προς s) δύναμη επαναφοράς της μορφής $\vec{F}_s = -k\vec{s}$, που είναι απαραίτητη για να έχουμε απλή αρμονική ταλάντωση. Από τη σταθερά αναλογίας $k = mg/l$ μπορούμε να βρούμε την περίοδο του εκκρεμούς. Αντικαθιστούμε αυτή την έκφραση για το k στην εξίσωση για την

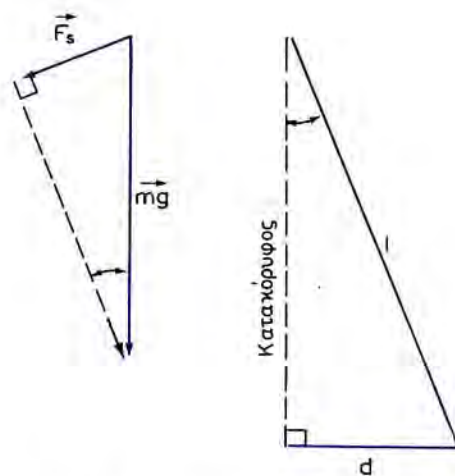
περίοδο $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ και βρίσκουμε: $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

Η περίοδος εξαρτάται μόνο από το μήκος του εκκρεμούς και την ένταση του πεδίου βαρύτητας. Όπως πάντα, όταν η δύναμη είναι βασικά η βαρύτητα, η μάζα δεν ενδιαφέρει. Το πλάτος ή το μέγεθος της αιωρήσεως επίσης δεν παίζει ρόλο, εφόσον τα d και s είναι τόσο μικρά που να είναι περίπου ίσα. Ένα εκκρεμές με ακριδώς μετρημένο μήκος και ένα καλό ρολόι μπορούν να χρησιμοποιηθούν, για να μετρήσουμε με ακρίβεια το g .

16. Ποιο πρέπει να είναι το μήκος ενός απλού εκκρεμούς, για να έχει περίοδο ενός δευτερολέπτου;
17. Ένα εκκρεμές συνίσταται από σφαίρα m στην άκρη νήματος μήκους l . Παρατηρούμε ότι αιωρείται κατά γωνία 20° (10° από κάθε πλευρά της κατακόρυφης) με περίοδο T . Ποια θα ήταν η μεταβολή στο T αν:
 - (α) Διπλασιαζόταν το μήκος l ;
 - (β) Διπλασιαζόταν η μάζα m της σφαίρας;
 - (γ) Η γωνία της αιωρήσεως γινόταν μισή;



Σχήμα 4-15 Όταν το σώμα μετατοπίζεται από τη θέση ισορροπίας του πολύ λίγο, υπάρχει πολύ μικρή διαφορά μεταξύ της πραγματικής μετατόπισης s και της οριζόντιας συνιστώσας της μετατόπισης d . Να φαντασθείτε ότι η μετατόπιση είναι πολύ μικρότερη από αυτή που δείχνεται εδώ αν συγκριθεί με το μήκος του νήματος.



Σχήμα 4-16 Στο αριστερό τρίγωνο το βάρος mg αναλύθηκε σε συνιστώσες κατά το νήμα (διακεκομμένη γραμμή) και κάθετη προς το νήμα ($\vec{F}_s$). Το άλλο τρίγωνο δείχνει το νήμα μήκους l , την οριζόντια μετατόπιση d του σώματος και την κατακόρυφη κεντρική ευθεία. Τα δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι όμοια, αφού $\vec{F}$ είναι κάθετη προς l και mg είναι κάθετη προς d .

4-7 Πειραματικά συστήματα αναφοράς.

Κάνετε μία περιστροφή. Βλέπετε ότι το δωμάτιο γυρνάει αντίθετα. Η γωνία του δωματίου κάνει ένα κύκλο. Το ίδιο και ένας βόλος επάνω στο τραπέζι. Αλλά δεν χρειάζεται να ασκηθεί δύναμη mv^2/r επάνω στο βόλο, όσο ακολουθεί τη φαινομενικά κυκλική τροχιά του. Όταν δεν δρα συνολική δύναμη επάνω του, ο βόλος φαίνεται να είναι ακίνητος, όταν τον περιγράφετε σε σχέση με το δωμάτιο, αλλά φαίνεται να επιταχύνεται, όταν περιγράφετε την κίνησή του σχετικά με σας.

Υποθέστε ότι είσθε μέσα σε αυτοκίνητο, που επιταχύνεται επάνω σε ευθεία γραμμή. Από το παράθυρο βλέπετε μια μπάλα να διασχίζει τον αέρα με διεύθυνση κάθετη προς την κίνησή σας. Φαίνεται να διαγράφει

μία έντονη καμπύλη στο οριζόντιο επίπεδο, ενώ γνωρίζετε ότι κινείται σε ευθεία τροχιά πάνω ως προς τη γη. Αν περιγράψετε την κίνηση της μπάλας σε αναφορά με το αυτοκίνητο, η μπάλα φαίνεται να αποκτά επιτάχυνση, που δεν οφείλεται σε καμιά πραγματική δύναμη.

Στο κεφάλαιο 3 συζητήσαμε συστήματα αναφοράς σε σχέση με την περιγραφή της κινήσεως, δηλαδή σε σχέση με την Κινηματική. Το πιο σημαντικό σημείο, που τονίστηκε εκεί, είναι ότι μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε οποιοδήποτε σύστημα αναφοράς, για να περιγράψουμε αξιόπιστα μια κίνηση. Άρα το λογικότερο είναι να μεταχειρισθούμε ένα σύστημα αναφοράς, που μας δίνει την απλούστερη περιγραφή. Με άλλα λόγια έχουμε πλήρη ελευθερία εκλογής και μπορούμε να μεταχειρισθούμε αυτή την ελευθερία, για να κάνουμε τη ζωή μας όσο γίνεται πιο εύκολη.

Αλλά τι γίνεται με τη Δυναμική; Έχουμε την ίδια ελευθερία; Είναι λυπηρό αλλά αληθινό ότι εδώ δεν μπορούμε να μεταχειρισθούμε οποιοδήποτε σύστημα αναφοράς και συγχρόνως να κρατήσουμε το νόμο της κινήσεως του Νεύτωνα. Ο νόμος της κινήσεως του Νεύτωνα δεν ισχύει για όλα τα συστήματα αναφοράς. Σε ορισμένα συστήματα η σχέση δυνάμεως και επιταχύνσεως απαιτεί πιο σύνθετους νόμους. Τότε πώς διαλέγουμε συστήματα αναφοράς, όπου ο νόμος κινήσεως του Νεύτωνα να ισχύει; Η απάντηση είναι: από πειραματικές παρατηρήσεις. Θυμηθείτε πώς οδηγηθήκαμε στην αρχή αδράνειας του Γαλιλαίου και στην έκφραση του νόμου κινήσεως του Νεύτωνα. Θυμηθείτε ακόμη ότι οποιοδήποτε συμπέρασμα βγαίνει από πειραματική παρατήρηση εξαρτάται από την ακρίβεια των μετρήσεων. Αφού φθάσαμε στο νόμο για την κίνηση του Νεύτωνα από εργαστηριακά πειράματα επάνω στη γη, γνωρίζουμε ότι ένα σύστημα αναφοράς, που είναι στερεά συνδεδεμένο με τη γη, είναι σύστημα αναφοράς για το οποίο ισχύει ο νόμος του Νεύτωνα για την κίνηση· αυτό βέβαια είναι ορθό, μέσα στην ακρίβεια των μετρήσεων. Από την άλλη μεριά ένα επιταχυνόμενο αυτοκίνητο δεν αποτελεί σύστημα αναφοράς, όπου να ισχύει ο νόμος του Νεύτωνα.

4-8 Πραγματικές και πλασματικές δυνάμεις.

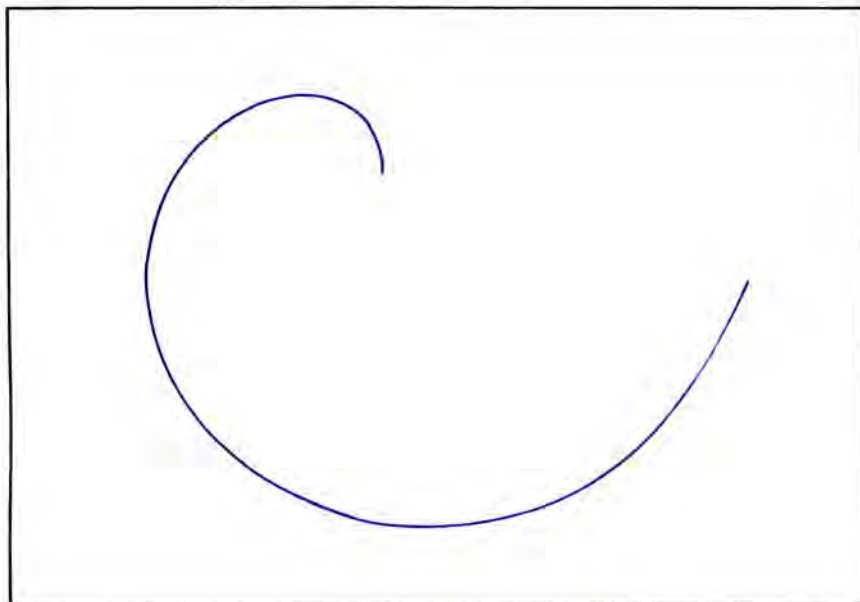
Όλοι γνωρίζουμε τις παράξενες δυνάμεις που εμφανίζονται, όταν παρατηρούμε την κίνηση σε κάποια συστήματα αναφοράς. Όταν οδηγείτε κλειστό αυτοκίνητο, που τρέχει με σταθερή ταχύτητα πάνω σε ευθύ ομαλό δρόμο, οι δυνάμεις που δρουν επάνω σας είναι ίδιες με τις δυνάμεις που δρουν επάνω σας, όταν κάθεστε σε μια καρέκλα. Όταν όμως οδηγείτε επάνω σε στροφή του δρόμου και μάλιστα με μεγάλη ταχύτητα, αισθάνεσθε μία δύναμη: Η πόρτα του αυτοκινήτου σπρώχνει το σώμα σας. Αν σκεφθείτε αυτό το γεγονός στο σύστημα αναφοράς του αυτοκινήτου, φαίνεται σαν να υπάρχει αιτία ανησυχίας. Μια δύναμη δρα επάνω σας, αλλά δεν κινείσθε. Πιθανόν να πείτε ότι μια άλλη δύναμη σας σπρώχνει προς την πόρτα και σας κρατά εκεί. Αυτή η δύναμη που δρα από το κέντρο της στροφής προς τα έξω ισορροπεί τη δύναμη που ασκείται από την πόρτα. Μ' αυτόν τον τρόπο μπορείτε να εξηγήσετε,

γιατί δεν κινείσθε σε σχέση με το αυτοκίνητο. Αλλά εδώ υπάρχει ένα πραγματικό δίλημμα: Πώς μπορεί η μεταβολή στην κίνηση ενός συστήματος αναφοράς (του αυτοκινήτου) να δημιουργήσει καινούργιες δυνάμεις; Αυτή η φυγόκεντρος δύναμη είναι πραγματική;

Για να απαντήσουμε σ' αυτές τις ερωτήσεις αρχίζουμε κάνοντας ένα απλό πείραμα. Παίρνουμε πεσσό ξερού πάγου, τον κρατούμε ακίνητο επάνω σε οριζόντια επιφάνεια χωρίς τριβή και τον αφήνουμε. Τι συμβαίνει; Απολύτως τίποτα. Ο πεσσός μένει ακίνητος και συμπεραίνουμε ότι δεν δρα επάνω του καμιά συνολική δύναμη. Ειδικότερα καμιά οριζόντια δύναμη δεν δρα στον πεσσό.

Τώρα κάνουμε το ίδιο πείραμα επάνω σε τραπέζι με επιφάνεια χωρίς τριβή, που βρίσκεται επάνω σε περιστρεφόμενη κυκλική εξέδρα σαν και αυτή που βλέπετε στα αλογάνια του λούνα-παρκ. Η εξέδρα γυρίζει ομοιόμορφα σε σχέση με τη γη (και εμείς μαζί!). Τώρα τι παρατηρούμε, όταν αφήσουμε τον πεσσό; Ο πεσσός δεν μένει ακίνητος αλλά κινείται σε **σχέση με εμάς** – δηλαδή σε σχέση με το περιστρεφόμενο επίπεδο – σε μια καμπύλη που δείχνεται στο σχήμα 4-17. Τώρα τα πράγματα γίνονται δύσκολα! Εδώ οι παρατηρήσεις μας δείχνουν ότι κατά την απουσία δυνάμεων ένα σώμα κινείται κατά καμπύλη κι όχι κατά ευθεία γραμμή με σταθερή ταχύτητα. Τι αντίθεση με την αρχή της αδράνειας του Γαλιλαίου! Πώς μπορούμε να συμφιλιώσουμε τις παρατηρήσεις μας με το νόμο του Γαλιλαίου; Θα μπορούσαμε να πούμε: Κάνουμε λάθος και πιστεύουμε ότι καμιά δύναμη δεν δρα στον πεσσό. Μία τέτοια κίνηση δείχνει ότι υπάρχει κάποια περίπλοκη δύναμη. Αλλά τι ασκεί αυτή η δύναμη; Δεν βλέπομε τίποτα. Έτσι ξαναγυρίζουμε στο δίλημμα από το οποίο ξεκινήσαμε.

Τώρα, ας δούμε όλη αυτή την κατάσταση με το μάτι παρατηρητή που στέκεται στη γη. Μας βλέπει να κινούμαστε σε κύκλο με σταθερή



Σχήμα 4-17 Όταν αφήσουμε ένα πεσσό επάνω σε ένα τραπέζι χωρίς τριβή, ενώ βρισκόμαστε μέσα σε ένα δωμάτιο επάνω σε ένα μεγάλο περιστρεφόμενο επίπεδο, ο πεσσός φαίνεται να κινείται κατά καμπύλη τροχιά.

ταχύτητα. Κρατούμε ένα πεσσό, που κινείται σε κύκλο μαζί μας. Όταν τον αφήνουμε, ο πεσσός κινείται σε ευθεία γραμμή, εφαπτομένη του κύκλου και με σταθερή ταχύτητα, όπως λέει ότι πρέπει να γίνει η αρχή του Γαλιλαίου. Ο άνθρωπος που στέκεται στη γη καταλαβαίνει το δίλημμά μας και μας εξηγεί ότι οι δυσκολίες μας προέρχονται όχι από σφάλμα των νόμων της δυναμικής, αλλά από το γεγονός ότι κάναμε τις παρατηρήσεις μας από σύστημα αναφοράς που περιστρέφεται. Αυτό το περιστρεφόμενο σύστημα είναι επιταχυνόμενο σύστημα και μπορούμε να λύσουμε όλα μας τα προβλήματα, αν λάβουμε υπόψη μας την κίνηση αυτού του περιστρεφόμενου συστήματος. Τώρα γνωρίζουμε από πού πηγάζουν οι δυσκολίες μας. Η φαινομενική παραβίαση της αρχής του Γαλιλαίου και του νόμου κινήσεως του Νεύτωνα οφείλεται στην **επιτάχυνση** του περιστρεφόμενου συστήματος αναφοράς σε σχέση με τη γη.

Έτσι, αν ο παρατηρητής που βρίσκεται επάνω στο περιστρεφόμενο επίπεδο κρατήσει τον πεσσό σε ακινησία σχετικά με τον εαυτό του, θα ανακαλύψει πως πρέπει να τον έλκει με δύναμη που έχει σταθερό μέτρο και κατεύθυνση προς τα μέσα προς ένα ορισμένο σημείο. Σκέπτεται ότι, αφού ο πεσσός βρίσκεται σε ακινησία (σχετικά με αυτόν), πρέπει να υπάρχει μία δύναμη ίση και αντίθετη, που δρα προς τα έξω **επάνω στον πεσσό**. Ονομάζει αυτή την κάπως μυστηριώδη δύναμη **φυγόκεντρο** δύναμη. Από την άλλη μεριά, ο παρατηρητής που στέκεται στη γη βλέπει ότι ο πεσσός επιταχύνεται προς το κέντρο που περιστρεφόμενου επιπέδου και ότι ο παρατηρητής που γυρίζει μαζί του ασκεί την **κεντρομόλο** δύναμη που χρειάζεται. Ο παρατηρητής που βρίσκεται στη γη δεν χρειάζεται τη φυγόκεντρο δύναμη.

Τώρα, τι συμβαίνει με τη δύναμη που αισθανόμαστε, όταν καθόμαστε σε αυτοκίνητο που στρίβει σε γωνία; Είναι η δύναμη που ασκείται από την πόρτα επάνω μας. Αυτή η δύναμη είναι πραγματική. Αλλά μπορεί να γίνει μυστηριώδης, αν ξεχάσουμε ότι κινούμαστε σε μία καμπύλη. Στο σύστημα αναφοράς της γης όλα είναι ξεκάθαρα. Η πόρτα του αυτοκινήτου πρέπει να ασκήσει επάνω μας μία πραγματική **κεντρομόλο** δύναμη, που θα μας επιτρέψει να πάρουμε τη στροφή αντί να κινηθούμε σε ευθεία προς τα εμπρός. Σ' αυτό το παράδειγμα η κίνηση στο σύστημα αναφοράς, όπου ισχύει ο νόμος του Νεύτωνα, είναι επιταχυνόμενη και οι δυνάμεις που παράγουν την επιτάχυνση είναι πραγματικές. Το αυτοκίνητο, μαζί με την πόρτα του κι εμάς τους ίδιους, δεν θα πάρει τη στροφή, αν δεν το σπρώξει ο δρόμος από το πλάι. Όμως η φυγόκεντρος δύναμη **δεν** είναι πραγματική. Δεν είναι δύναμη με την έννοια της ωθήσεως ή της έλξεως, που ασκείται από ένα αντικείμενο επάνω σε άλλο. Είναι μια πλασματική «εικονική» ή «ψεύτικη» δύναμη, που εισάγουμε για να εξισορροπήσουμε την επιτάχυνση στο περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς. Την εισάγουμε, για να φαίνεται σαν να μπορεί να εφαρμοσθεί ο νόμος κινήσεως του Νεύτωνα στο σύστημα αναφοράς του αυτοκινήτου.

Η φυγόκεντρος δύναμη είναι έννοια που μεταχειριζόμαστε πολύ, χωρίς να την καταλαβαίνουμε καλά. Αν τη μεταχειριζόμαστε, πρέπει να θυμόμαστε ότι είναι ένα κατασκευάσμα, για να κάνουμε διορθώσεις στη δυναμική περιγραφή της κινήσεως σε σύστημα αναφοράς που περιστρέφεται. Σε σύστημα όπου ισχύει ο νόμος του Νεύτωνα η δύναμη αυτή **δεν** υπάρχει.

-
18. Ρίχνουμε μια μπάλα κατακόρυφα προς τα επάνω με ταχύτητα 24 m/s από το θαγόνι τρένου, που κινείται οριζόντια με ταχύτητα 4 m/s. Περιγράψτε την τροχιά της μπάλας, όπως τη βλέπει:
- (α) Ένας παρατηρητής από το θαγόνι.
- (β) Ένας παρατηρητής που στέκεται στη γη εκεί κοντά.
19. Ενώ ένα λεωφορείο κινείται επάνω σε ευθύ οριζόντιο δρόμο, «ρίχνουμε» ένα δόλο ο οποίος κινείται στο πάτωμα του λεωφορείου από τη μια πλευρά στην άλλη. Η τροχιά του είναι ευθεία γραμμή σε σχέση με το λεωφορείο. Αργότερα «ρίχνουμε» ξανά το δόλο και αυτή τη φορά η τροχιά του είναι παραβολή, που κάμπτεται προς το μπροστινό τμήμα του λεωφορείου (με τα κοίλα προς το εμπρός τμήμα του λεωφορείου). Να περιγράψετε την κίνηση του λεωφορείου σε κάθε μία περίπτωση. Ετοιμασθείτε να το συζητήσετε στην τάξη.
20. Γιατί, όταν κάποιος στέκεται σε εξέδρα που περιστρέφεται με σταθερή ταχύτητα, πρέπει να γέρνει προς το κέντρο της περιστροφής, για να κρατήσει την ισορροπία του;
21. Να περιγράψετε την κατάσταση της ερωτήσεως 20 από τη σκοπιά του ανθρώπου που στέκεται στην εξέδρα.
-

4-9 Ο νόμος του Νεύτωνα και η περιστροφή της γης.

Τώρα συναντούμε και άλλο πρόβλημα. Γνωρίζουμε ότι η γη στρέφεται γύρω από τον άξονά της μια φορά την ημέρα σε σχέση με τον ήλιο ή τους απλανείς αστέρες. Βρισκόμαστε σε περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς ή περιστρέφονται γύρω από τη γη ο ήλιος και οι απλανείς αστέρες; Με άλλα λόγια ο νόμος του Νεύτωνα ισχύει «πραγματικά», όταν μεταχειριζόμαστε τη γη ως σύστημα αναφοράς ή είναι πιο ακριβής σε κάποιο άλλο σύστημα αναφοράς, σε σχέση με το οποίο η γη γυρίζει; Αν ο νόμος του Νεύτωνα ισχύει για κάποιο άλλο σύστημα αναφοράς εκτός από τη γη, θα πρέπει να έχουμε υπόψη μας ότι, για να εξηγήσουμε τις κινήσεις των σωμάτων που παρατηρούμε σε σχέση με τη γη, θα πρέπει να εισάγουμε πλασματικές δυνάμεις, όπως είναι η φυγόκεντρος δύναμη. Αυτές οι πλασματικές δυνάμεις πρέπει να είναι μικρές γιατί αλλιώς θα είχαν εκδηλωθεί προ πολλού στα πειράματά μας. Επίσης, αν αντιστοιχούν στην ημερήσια περιστροφή της γης, πρέπει να είναι μικρές. Για να εξαναγκάσουμε σώμα μάζας m να κάνει μια ημερήσια περιστροφή στον ισημερινό, χρειάζεται μια κεντρομόλος δύναμη (παράγρ. 3-10).

$$4\pi^2 m R / T^2 = (3 \times 10^{-2} \text{ newton/kg}) m$$

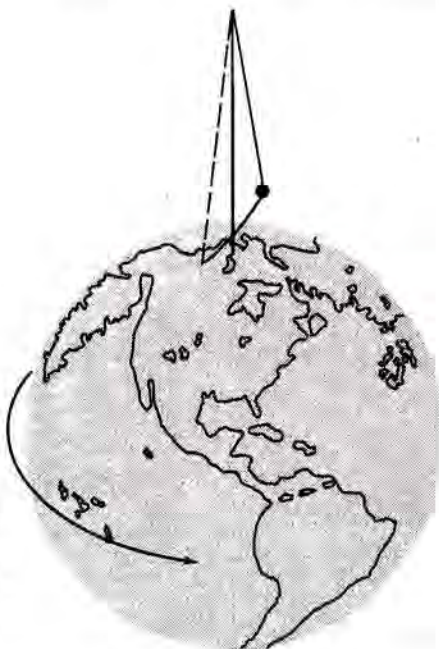
ή περίπου $1/300$ της δυνάμεως βαρύτητας. Το πείραμα που θα μας βεβαιώσει ότι μεταχειριζόμαστε το $1/3$ τοις εκατό του mg , για να προκαλέσουμε αυτή την κίνηση, πρέπει να είναι πολύ ακριβέστερο από τα πειράματα που κάναμε, για να αποδείξουμε το νόμο της κινήσεως του Νεύτωνα.

Ο Γάλλος φυσικός Φουκώ έκανε ένα περίφημο πείραμα, για να αποδείξει ότι η γη στρέφεται γύρω από τον άξονά της σχετικά με

σύστημα αναφοράς, όπου ισχύει ο νόμος του Νεύτωνα. Για να κάνουμε αυτό το πείραμα, κατασκευάζουμε εκκρεμές δένοντας ένα βαρίδι στην άκρη νήματος, ενώ την άλλη άκρη τη στερεώνουμε στην οροφή. Όταν τεθεί σε κίνηση, το εκκρεμές θα αιωρείται. Και αν το πλάτος της κινήσεως δεν είναι πολύ μεγάλο, το βαρίδι θα εκτελέσει την απλή αρμονική κίνηση, που συζητήσαμε σύντομα στην παράγραφο 4-6.

Για να αρχίσουμε μια τέτοια κίνηση, μπορούμε να τραβήξουμε το βαρίδι από τη θέση ισορροπίας και ύστερα να το αφήσουμε ελεύθερο. Τότε θα αιωρείται με κίνηση σχεδόν ευθύγραμμη. Αν είμαστε σε σωστό σύστημα αναφοράς για το νόμο του Νεύτωνα, η κίνηση του εκκρεμούς θα έπρεπε να συνεχίσει διαρκώς μέσα στο επίπεδο, όπου περιέχει τη γραμμή αιωρήσεως και το σημείο στηρίξεως του εκκρεμούς (βλ. σχ. 4-14). Δεν υπάρχει συνιστώσα της δύναμews κάθετη προς αυτό το επίπεδο, ούτε έχει το βαρίδι του εκκρεμούς αρχική συνιστώσα ταχύτητας κάθετη προς το επίπεδο. Άρα, σύμφωνα με το νόμο του Νεύτωνα, αν ένα τέτοιο εκκρεμές αρχίζει να αιωρείται, η αιώρησή του θα μείνει στο ίδιο αρχικό επίπεδο για πάντα. Αυτό θα συμβεί σε ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς, όπου ο νόμος του Νεύτωνα ισχύει.

Όταν εκτελέσουμε αυτό το πείραμα στο εργαστήριο, βλέπουμε ότι το εκκρεμές λειτουργεί ικανοποιητικά. Φαίνεται να παραμένει στο επίπεδο, από όπου άρχισε και υπακούει πιστά στο νόμο κινήσεως του Νεύτωνα. Αλλά, αν περιμένουμε αρκετά – ώρες αντί για λεπτά – βλέπουμε ότι το επίπεδο της κινήσεως περιστρέφεται αργά αλλά σταθερά σε σχέση με τον αρχικό του προσανατολισμό. Στην πραγματικότητα, αν εκτελούσαμε αυτό το πείραμα με το εκκρεμές του Φουκώ στο βόρειο πόλο, θα βλέπαμε ότι σε 24 ώρες ακριβώς το επίπεδο όπου αιωρείται το εκκρεμές έχει περιστραφεί κατά 360° σε σχέση με εμάς (σχ. 4-18). Αυτό αποτελεί την πειραματική απόδειξη, που είχαμε από πείραμα που έγινε στη γη.



Σχήμα 4-18 Ένα εκκρεμές Foucault στο βόρειο πόλο. Το εκκρεμές αιωρείται με κίνηση περίπου σε ευθεία γραμμή, ενώ η γη περιστρέφεται από κάτω του. Σε έναν άνθρωπο που στέκεται στη γη το επίπεδο κινήσεως του εκκρεμούς φαίνεται να περιστρέφεται.

Δηλαδή ότι η γη πραγματικά περιστρέφεται και τα συστήματα αναφοράς που είναι σταθερά συνδεδεμένα με αυτήν είναι περιστρεφόμενα συστήματα αναφοράς. Ακόμη βλέπομε πόσο λίγο μπορούμε να αντιληφθούμε στα εργαστηριακά μας πειράματα την επίδραση της περιστροφής της γης. Εκκρεμές με περίοδο ενός δευτερολέπτου αιωρείται περίπου 10^5 φορές την ημέρα. Αν οι δυνάμεις τριδής ήταν τόσο μικρές ώστε ένα τέτοιο εκκρεμές να μπορεί να αιωρείται τελείως ελεύθερα στο αδρανειακό σύστημα, θα βλέπαμε ότι το επίπεδο αιωρήσεως στρέφεται κατά μια γωνία περίπου 10^{-3} μοιρών σε κάθε αιώρηση στο βόρειο πόλο.

Αυτά τα πειράματα δείχνουν ότι η γη είναι πραγματικά ένα περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς, όπου ο νόμος του Νεύτωνα δεν ισχύει πλήρως. Αλλά μπορούμε να αγνοήσουμε την επίδραση της περιστροφής της γης σε όλα τα πειράματα εκτός από τα πολύ ακριβή. Αν θέλομε να είμαστε όσο το δυνατόν ακριβέστεροι, πρέπει να μεταχειρισθούμε το νόμο του Νεύτωνα με σύστημα αναφοράς τους απλανείς αστέρες και όχι το σύστημα αναφοράς της γης.

-
22. Πυροβόλο μεγάλης εμβέλειας βρίσκεται στο βόρειο ημισφαίριο. Θέλετε να κτυπήσετε στόχο, που είναι βόρεια από αυτό. Προς ποια κατεύθυνση πρέπει να σκοπεύσετε;
 23. Εκκρεμές Φουκώ δεν δείχνει αλλαγή στη διεύθυνση της αιωρήσεώς του στον ισημερινό της γης. Αυτό σημαίνει ότι στον ισημερινό η γη είναι αδρανειακό σύστημα αναφοράς;
-

4-10 Ο νόμος του Νεύτωνα και ένα διαστημόπλοιο με «σθνημένη μηχανή».

Όταν διαστημόπλοιο κινείται έξω από την ατμόσφαιρα της γης με σθνημένη τη μηχανή του, η μόνη δύναμη που ασκείται επάνω του είναι η βαρύτητα. Η επιτάχυνση του διαστημοπλοίου είναι η ίδια, άσχετα αν αυτό πλησιάζει ή απομακρύνεται από τη γη ή βρίσκεται σε τροχιά γύρω της. Άρα το σύστημα αναφοράς που συνδέεται με το διαστημόπλοιο είναι επιταχυνόμενο σύστημα αναφοράς. Θα έπρεπε λοιπόν ο αστροναύτης που βρίσκεται μέσα στο διαστημόπλοιο και κάνει πειράματα δυναμικής να μεταχειρισθεί πλασματικές δυνάμεις, για να αναγκάσει το νόμο του Νεύτωνα να ισχύσει; Με άλλα λόγια ο νόμος της κινήσεως μέσα σε επιταχυνόμενο διαστημόπλοιο είναι ο ίδιος με το νόμο κινήσεως που ισχύει μέσα σε επιταχυνόμενο αυτοκίνητο;

Όπως ξέρετε, μια μπάλα στο πάτωμα αυτοκινήτου το οποίο επιταχύνεται προς τα εμπρός κυλά προς τα πίσω. Αν έχετε δει στην τηλεόραση το εσωτερικό διαστημοπλοίου, θα έχετε παρατηρήσει ότι αντικείμενα που αιωρούνται στον αέρα δεν αλλάζουν θέση σε σχέση με το διαστημόπλοιο (με την προϋπόθεση ότι το διαστημόπλοιο δεν περιστρέφεται ή αναποδογυρίζει). Αν ο αστροναύτης δώσει σε αντικείμενο μικρή ώθηση,

το αντικείμενο κινείται με σταθερή ταχύτητα. Μπορούμε να πούμε ότι τούβλο που σύρεται με σταθερή δύναμη (όπως ο πεσσός στο σχήμα 2-9) θα κινηθεί με σταθερή επιτάχυνση. Ο νόμος του Νεύτωνα φαίνεται να ισχύει σε διαστημόπλοιο με σθημένη μηχανή χωρίς την εισαγωγή πλασματικών δυνάμεων. Τότε ποιες είναι οι αιτίες για τη διαφορετική συμπεριφορά επιταχυνόμενου αυτοκινήτου και διαστημοπλοίου, που επιταχύνεται από τη βαρύτητα;

Η δύναμη που επιταχύνει αυτοκίνητο δρα μόνο επάνω στα αντικείμενα, που αλληλεπιδρούν με κάποιο τρόπο με το σώμα του αυτοκινήτου. Ένας επιβάτης επιταχύνεται μαζί με το αυτοκίνητο, γιατί η πλάτη του καθίσματος ασκεί μια δύναμη επάνω του. Ένα τούβλο στο πάτωμα του αυτοκινήτου επιταχύνεται εξαιτίας της δυνάμεως τριβής. Όμως, δεν ασκείται καμιά δύναμη επάνω σε ένα πεσσό χωρίς τριβή, που βρίσκεται μέσα σε επιταχυνόμενο αυτοκίνητο. Για παρατηρητή που στέκεται στο δρόμο ο πεσσός θα μείνει σε ακινησία (ή θα κινείται με σταθερή ταχύτητα), ενώ για παρατηρητή που βρίσκεται μέσα στο αυτοκίνητο ο πεσσός θα επιταχυνθεί προς το πίσω μέρος του αυτοκινήτου και έτσι θα δώσει την ιδέα της φανταστικής δυνάμεως. Για να κρατηθεί σε ακινησία, χρειάζεται πραγματική δύναμη.

Στο διαστημόπλοιο η δύναμη βαρύτητας δρα σε όλα τα αντικείμενα, άσχετα αν υπάρχει αλληλεπίδραση ή όχι με το διαστημόπλοιο. Επιπλέον η δύναμη βαρύτητας είναι ανάλογη προς τη μάζα των αντικειμένων μέσα στο διαστημόπλοιο. Έτσι για παρατηρητή στη γη έχουν όλα την ίδια επιτάχυνση με το διαστημόπλοιο. Για τους αστροναύτες που βρίσκονται μέσα, τα αντικείμενα μένουν σε ακινησία, εκτός αν δράσουν δυνάμεις άλλες πέρα από τη βαρύτητα. Τότε θα επιταχυνθούν σχετικά με το διαστημόπλοιο σύμφωνα με το νόμο του Νεύτωνα υπό την επίδραση των δυνάμεων αυτών μόνο.

Για να το θέσουμε διαφορετικά, σε οποιοδήποτε επιταχυνόμενο σύστημα αναφοράς χρειάζεται μια πλασματική δύναμη, για να ισχύσει ο νόμος του Νεύτωνα. Αν η δύναμη επιταχύνσεως είναι η δύναμη βαρύτητας, η πλασματική δύναμη αναιρεί ακριδώς τις δυνάμεις βαρύτητας και το σύστημα αναφοράς συμπεριφέρεται ακριδώς όπως ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς χωρίς δυνάμεις βαρύτητας. Δεν χρειάζεται καμιά δύναμη για να κρατηθούν τα αντικείμενα σε ακινησία και σ' αυτή την περίπτωση δεν υπάρχει κανένα αποτέλεσμα βαρύτητας μέσα στο διαστημόπλοιο. Γι' αυτό λένε ότι οι αστροναύτες δεν έχουν βάρος. Για παρατηρητές στη γη το βάρος τους δεν είναι μηδενικό αλλά είναι ίσο με τη μάζα τους επί την ένταση του πεδίου βαρύτητας στο σημείο που βρίσκονται στο διάστημα.

Για το σπίτι, την τάξη και το εργαστήριο.

24. Αν διαφορετικά αντικείμενα είχαν διαφορετικούς λόγους της μάζας αδράνειας και μάζας βαρύτητας, θα επιταχύνονταν όλα με τον ίδιο ρυθμό μέσα στο πεδίο βαρύτητας της γης; Εξηγήστε.
25. Αφήνουμε πέτρα από δρόχο ύψους h . Την ίδια στιγμή ρίχνουμε προς τα επάνω μπάλα από τη βάση του δρόχου, με ταχύτητα v_i . Αν δεχθούμε ότι ρίξαμε τη μπάλα αρκετά θάλασσα, σε πόσο χρόνο t θα συναντηθούν η πέτρα και η μπάλα; (Αγνοήστε την αντίσταση του αέρα).
26. Αντικείμενο με μάζα m κινείται επάνω σε επίπεδο που δεν έχει τριβή και που σχηματίζει γωνία 30° με την οριζόντιο.
 - (α) Ποια είναι η συνολική δύναμη στο αντικείμενο;
 - (β) Ποια είναι η επιτάχυνσή του, κατά μήκος του επιπέδου;
27. Για σφαιρικά αντικείμενα η σταθερά c_1 , στην έκφραση για την αντίσταση του αέρα, είναι ανάλογη με την ακτίνα της σφαίρας. Η σταθερά c_2 είναι ανάλογη με το τετράγωνο της ακτίνας.
 - (α) Να χρησιμοποιήσετε αυτή την πληροφορία, για να υπολογίσετε τη συνολική δύναμη επάνω σε μπάλα του μπάσκετ ως συνάρτηση της ταχύτητάς της.
 - (β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνολικής δυνάμεως που δρα, όταν η μπάλα του μπάσκετ πέφτει κατακόρυφα.
 - (γ) Ποια είναι η οριακή ταχύτητα της μπάλας;
28. Προκειμένου να υπολογίσουμε την αντίσταση του αέρα, δεχόμαστε ότι ένας άνθρωπος είναι περίπου σφαίρα ακτίνας $0,44 \text{ m}$.
 - (α) Να χρησιμοποιήσετε του νόμους για τα c_1 και c_2 που δίνονται στην προηγούμενη ερώτηση για να υπολογίσετε τη συνολική δύναμη που δρα σε ανθρώπους που πέφτουν κατακόρυφα.
 - (β) Ποια είναι η οριακή ταχύτητα ανθρώπου, που πέφτει κατακόρυφα στον αέρα;
29. (α) Να κάνετε τις απαραίτητες μετρήσεις στη φωτογραφία του σχήματος 4-5 και με τα δεδομένα που δίνονται στον τίτλο της να βρείτε τις ταχύτητες για τις δυο μπάλες του γκολφ, όταν διασχίζουν το χαμηλότερο από τα νήματα που φαίνονται στο σχήμα.
 - (β) Οι μπάλες του γκολφ έχουν επιτάχυνση προς τα κάτω μικρότερη από αυτή που φαίνεται στην ανάλυση του σχήματος 4-2. Ποια είναι μια πιθανή δικαιολογία γι' αυτό;
30. Αντικείμενο εκτοξεύεται από τη γη με αρχική ταχύτητα v_0 και υπό γωνία θ ως προς το έδαφος. Αμελώντας την αντίσταση του αέρα:
 - (α) Ποια είναι η αρχική οριζόντια ταχύτητα του αντικειμένου; Ποια είναι η κατακόρυφη ταχύτητά του;
 - (β) Πόση οριζόντια απόσταση καλύπτει το αντικείμενο σε χρόνο t ; Πόση κατακόρυφη απόσταση σε χρόνο t ;
 - (γ) Να γράψετε μια εξίσωση για την τροχιά του αντικειμένου.
 - (δ) Να χρησιμοποιηθεί η εξίσωση, για να διαπιστωθεί ότι το αντικείμενο στο σχήμα 4-8 συναντά τον άξονα x περίπου στα $x = 2 \text{ m}$.
31. Τούβλο μάζας m βρίσκεται επάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Το επίπεδο κινείται κατακόρυφα με απλή αρμονική κίνηση με πλάτος $0,098 \text{ m}$. Όταν βρίσκεται στο υψηλότερο σημείο της τροχιάς, το τούβλο μόλις που δεν εφάπτεται στο επίπεδο. (Αυτό σημαίνει ότι σε αυτό το σημείο η επιτάχυνσή του είναι στην πραγματικότητα $9,8 \text{ m/s}^2$ προς τα κάτω).
 - (α) Ποια είναι η περίοδος της απλής αρμονικής κίνησης;
 - (β) Ποια είναι η επιτάχυνση του τούβλου, όταν βρίσκεται στο κατώτερο σημείο της τροχιάς του;
 - (γ) Ποια είναι η δύναμη που ασκείται από το επίπεδο στο τούβλο σε αυτό το κατώτερο σημείο;
32. Μπάλα μάζας $2,0 \text{ kg}$ κρέμεται από ελατήριο. Όταν διαταραχθεί η ισορροπία της κατά την κατακόρυφη διεύθυνση, η μπάλα κινείται πάνω - κάτω με απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο $0,25 \text{ s}$.
 - (α) Ποια είναι η δύναμη που ασκείται από το ελατήριο προς τα επάνω, όταν η μπάλα βρίσκεται στο μέσο της τροχιάς αιωρήσεως;
 - (β) Πόσο τεντώθηκε το ελατήριο, όταν δέθηκε η μπάλα στην άκρη του (πριν αρχίσει η ταλάντωση);

33. Σε μερικά πειράματα για τη σχετική κίνηση, ένα λείο, οριζόντιο τραπέζι, που φαίνεται στο σχήμα Α, βρίσκεται στο κέντρο εξέδρας, που περιστρέφεται ομοιόμορφα με ρυθμό μια περιστροφή ανά 12 δευτερόλεπτα. Στο κέντρο του τραπεζιού σχεδιάζονται δυο οριζόντιες γραμμές, που τέμνουν κύκλο ακτίνας 1,20 μέτρων στα σημεία Α', Β', Γ', Δ'. Δυο άτομα Η' και Ι' κάθονται στο επίπεδο στα άκρα της γραμμής Α'Γ'. Ένα τρίτο άτομο Ζ βρίσκεται επάνω από το τραπέζι, ώστε να μπορεί να παρατηρεί την κίνηση πεσσού ξερού πάγου από ακίνητο σύστημα αναφοράς.

Υπάρχουν επίσης τέσσερα σημεία στο πάτωμα, που ορίζουν δυο κάθετες ευθείες αναφοράς ΑΓ και ΒΔ, οι οποίες περνούν από το κέντρο του τραπεζιού (στο σχήμα το Β είναι πίσω από το τραπέζι).

(α) Η Η' κρατά τον πεσσοί στο χέρι της στο σημείο Α'. Ποια είναι η ταχύτητά του για το σύστημα αναφοράς της Ζ τη στιγμή που το Α' διασχίζει τη γραμμή ΑΓ;

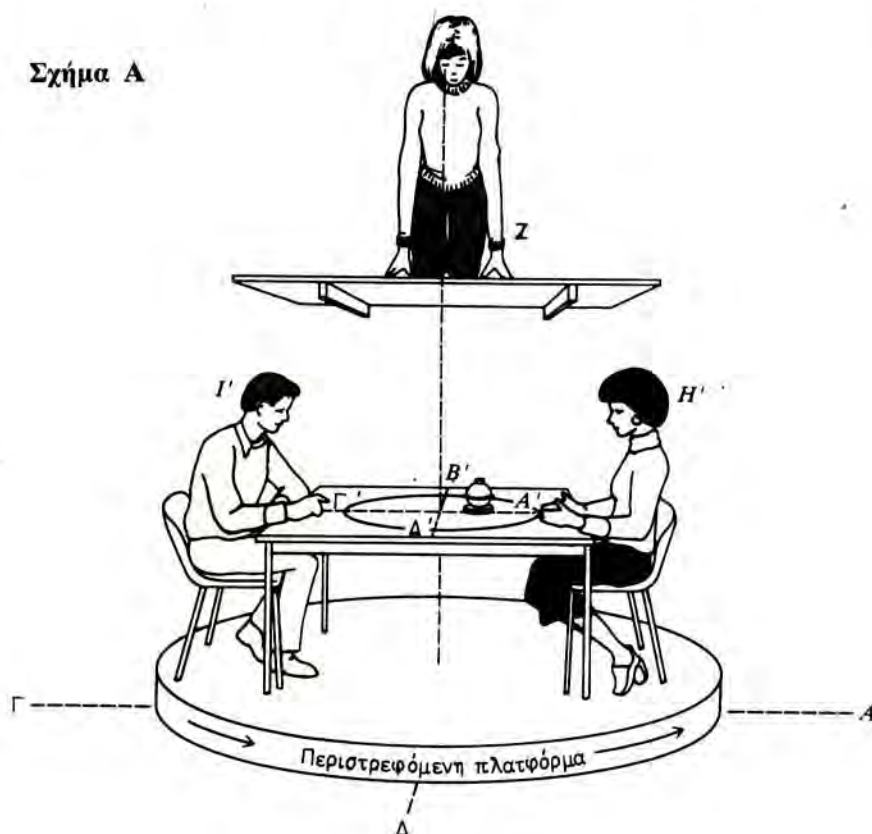
(β) Τη στιγμή που η Η' περνά από το Α σπρώχνει ξαφνικά τον πεσσοί, ώστε αυτός να κινείται κα-

τά την ευθεία ΑΓ με ταχύτητα 0,40 m/s. Να κατασκευάσετε διανυσματικό διάγραμμα, για να δείξετε την ταχύτητα που έδωσε στον πεσσοί η Η' ως προς το σύστημα αναφοράς της Ζ.

(γ) Να κατασκευάσετε διάγραμμα, που να δείχνει τις θέσεις του πεσσοί και του Α' σε 1,2,3,4,5,6 δευτερόλεπτα ως προς το σύστημα αναφοράς της Ζ.

(δ) Να χρησιμοποιήσετε το διάγραμμα που κατασκευάσατε για την ερώτηση (γ), για να κατασκευάσετε άλλο διάγραμμα, που να δείχνει την κίνηση του πεσσοί επάνω στο τραπέζι, όπως το βλέπουν οι Η' και Ι'. (Υπόδειξη: Να κατασκευάσετε αυτό το διάγραμμα του κινούμενου συστήματος σε διαφανές χαρτί, που μπορείτε να βάλετε επάνω από το διάγραμμα του σταθερού συστήματος αναφοράς. Να σχεδιάσετε τη θέση του πεσσοί για κάθε στροφή 15° του κινούμενου συστήματος. Μπορείτε να ενώσετε αυτά τα σημεία, για να δώσετε μια εικόνα της κινήσεως στο κινούμενο σύστημα).

Σχήμα Α



34. Με τις ίδιες συνθήκες του προβλήματος 33:

- (α) Να υποθέσετε ότι η H' σπρώχνει τον πεσσοό καθώς περνά από το A , ώστε ο I' να πιάσει τον πεσσοό καθώς περνά από το Δ . Να κατασκευάσετε διάγραμμα, που να δείχνει την κίνηση του πεσσοού ως προς το σύστημα αναφοράς της Z . Ποια είναι η ταχύτητα του πεσσοού σ' αυτό το σύστημα αναφοράς;
- (β) Να χρησιμοποιήσετε το διάγραμμα που κατασκευάσατε στην ερώτηση (α) για να κατασκευάσετε διάγραμμα, που θα δείχνει την κίνηση του πεσσοού επάνω στο τραπέζι, όπως το βλέπουν οι H' και I' .
- (γ) Κατασκευάστε διανυσματικό διάγραμμα, που θα δείχνει την ταχύτητα που έδωσε η H' στον πεσσοό, ώστε να μπορέσει να κινηθεί όπως στην ερώτηση (α).

35. Με τις ίδιες συνθήκες του προβλήματος 33:

- (α) Με ποια ταχύτητα και προς ποια κατεύθυνση πρέπει να σπρώξει τον πεσσοό η H' καθώς περνά από το σημείο A , ώστε ο πεσσοός όπως τον βλέπει η Z να παραμένει στο A ;
- (β) Ποια είναι η κίνηση του πεσσοού, όπως τον βλέπουν οι H' και I' ;
- (γ) Ο πεσσοός έχει μάζα $0,50 \text{ kg}$. Ποια δύναμη δρα επάνω του σύμφωνα με τη Z τη στιγμή που τον αφήνει η H' ; Ποια δύναμη δρα επάνω του σύμφωνα με την H' και I' , ώστε να κινείται όπως τον βλέπουν στο σύστημα αναφοράς τους;

36. Μερικοί άνθρωποι λένε ότι ο αστροναύτης που

επιστρέφει στην ατμόσφαιρα έχει βάρος πολλαπλάσιο από το κανονικό του. Μερικές φορές λέμε ότι ο αστροναύτης δεν έχει βάρος, πριν επιστρέψει στην ατμόσφαιρα.

(α) Φαίνονται λογικές αυτές οι δηλώσεις σε σχέση με τον ορισμό που δώσαμε ότι το βάρος είναι η δύναμη της βαρύτητας επάνω σε ένα αντικείμενο;

(β) Τι σημαίνουν οι παραπάνω εκφράσεις «πολλαπλάσιο βάρος» και «δεν έχει βάρος»; Να προετοιμασθείτε να το συζητήσετε στην τάξη.

37. Όταν διαστημόπλοιο κινείται στο διάστημα από τη γη στη σελήνη, η δύναμη βαρύτητας της γης υπερβαίνει στην αρχή τη δύναμη βαρύτητας της σελήνης. Αργότερα, όταν το διαστημόπλοιο πλησιάσει τη σελήνη, η δύναμη βαρύτητας της σελήνης θα υπερβεί τη δύναμη της γης. Στο μυθιστόρημα «Από τη γη στη σελήνη», που γράφτηκε πριν 100 χρόνια, ο Ιούλιος Βερν αναφέρει ότι οι αστροναύτες του έπεφταν από το πίσω προς το εμπρός τμήμα του διαστημοπλοίου, όταν αυτό περνούσε από το σημείο του διαστήματος, όπου η δύναμη βαρύτητας της γης είναι ίση με εκείνη της σελήνης. Νομίζετε ότι ο Βερν καταλάβαινε καλά τη φυσική σε αυτή την περίπτωση; Να δώσετε τη δική σας άποψη για το πώς θα αισθάνεται το πλήρωμα του διαστημοπλοίου, όταν περνά από αυτό το σημείο στο διάστημα.



5-1 Το πεδίο βαρύτητας κοντά στη γη.

Στο προηγούμενο κεφάλαιο μάθαμε ότι η δύναμη βαρύτητας που δρα σε ένα αντικείμενο είναι σχεδόν σταθερή κατά μέτρο, διεύθυνση και φορά για περιοχές με διαστάσεις μερικών χιλιομέτρων. Όταν μετρούμε το βάρος ενός χιλιογράμμου σε θέσεις που απέχουν πολύ μεταξύ τους, παρατηρούμε δυο αλλαγές.

Πρώτα, υπάρχουν μεγάλες αλλαγές στη διεύθυνση. Σε κάθε θέση η δύναμη βαρύτητας κατευθύνεται προς τα κάτω, αλλά αυτή η κατεύθυνση προς «τα κάτω» στον ισημερινό είναι κάθετη προς την κατεύθυνση προς «τα κάτω» στο βόρειο πόλο και η κατεύθυνση προς «τα κάτω» στο νότιο πόλο έχει αντίθετη κατεύθυνση από αυτή στο βόρειο πόλο. Σε όλες τις θέσεις η δύναμη βαρύτητας έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της γης.

Ακόμη, το βάρος ενός αντικειμένου διαφέρει λίγο κατά μέτρο σε διαφορετικές θέσεις της επιφάνειας της γης. Για παράδειγμα, αντικείμενο μάζας 1 kg, ζυγίζει στο βόρειο πόλο 9,83 newton, ενώ στον ισημερινό ζυγίζει 9,78 newton. Στον πόλο αντικείμενο μάζας 2 kg ζυγίζει 19,66 newton και στον ισημερινό 19,56 newton. Και των δυο αντικειμένων μεταβάλλονται τα βάρη κατά $\frac{1}{2}$ τα εκατό, όταν μετακινηθούν από τον πόλο στον ισημερινό. Το βάρος της μάζας των 2 kg είναι πάντοτε ακριβώς διπλάσιο από το βάρος ενός αντικειμένου μάζας 1 kg. Επομένως η σχέση μεταξύ της δυνάμεως βαρύτητας $\vec{F}$ που δρα σε ένα αντικείμενο με μάζα βαρύτητας m_g :

$$\vec{F} = m_g \vec{g}$$

ισχύει οπουδήποτε στην επιφάνεια της γης. Η μάζα είναι ανεξάρτητη της θέσεως στην επιφάνεια της γης – αν δυο μάζες ισορροπούν σε ζυγό με ίσους βραχίονες σε μια θέση στη γη, θα ισορροπούν σε όλες τις άλλες θέσεις. Επομένως, αφού το μέτρο της δυνάμεως βαρύτητας σε ένα αντικείμενο μεταβάλλεται λίγο από τη μια θέση στην άλλη επάνω στην επιφάνεια της γης, το μέτρο του συντελεστή αναλογίας $\vec{g}$ πρέπει να μεταβάλλεται λίγο από τόπο σε τόπο κοντά στην επιφάνεια της γης, αλλά παραμένει ο ίδιος για όλες τις μάζες σε μια δεδομένη θέση.

Ο συντελεστής $\vec{g}$ ισούται με F/m_g , δηλαδή είναι η δύναμη βαρύτητας ανά μονάδα μάζας. Είναι διάνυσμα με μονάδες newton ανά kg. Μπορούμε να το μετρήσουμε και να κάνουμε πίνακές του για μεγάλο αριθμό θέσεων στην επιφάνεια της γης. Μια τέτοια φυσική ποσότητα, που εξαρτάται από τη θέση, ονομάζεται πεδίο. Ειδικότερα η δύναμη βαρύτητας ανά μονάδα μάζας βαρύτητας ονομάζεται πεδίο βαρύτητας της γης ή ένταση του πεδίου βαρύτητας της γης. Ο πίνακας 1 μας δίνει το μέτρο του σε διάφορους τόπους.

Πίνακας 1 Πεδίο βαρύτητας της γης

Τόπος	Γεωγραφικό πλάτος	Ύψος (μέτρα)	Μέτρο έντασης πεδίου N/kg
Βόρειος Πόλος	90°	0	9.832
Γροιλανδία	70°	20	9.825
Στοκχόλμη	59°	45	9.818
Βρυξέλλες	51°	102	9.811
(Banff) Μπανφ	51°	1376	9.808
Νέα Υόρκη	41°	38	9.803
Σικάγο	42°	182	9.803
(Denver) Ντένβερ	40°	1638	9.796
Άγιος Φραγκίσκος	38°	114	9.800
Ζώνη Διώρυγας Παναμά	9°	6	9.782
Ιάβα	6° Νότιο	7	9.782
Νέα Ζηλανδία	37° Νότιο	3	9.800

5

Η βαρύτητα σε μεγάλη κλίμακα

- 5-1 Το πεδίο βαρύτητας κοντά στη γη
 - 5-2 Οι δορυφόροι της γης
 - 5-3 Η κίνηση της σελήνης
 - 5-4 Οι νόμοι του Kepler
 - 5-5 Παγκόσμια έλξη
 - 5-6 Εργαστηριακοί έλεγχοι του νόμου της παγκόσμιας έλξεως
 - 5-7 Από τους αρχαίους Έλληνες στον Kepler: Σύντομη ιστορική ανασκόπηση
- Πρόσθετα θέματα: Ο πλανήτης Δίας

Φωτογραφία αριστερά: Ο πλανήτης Κρόνος και οι δακτύλιοί του. Είναι ακίνητοι οι δακτύλιοι ως προς τον πλανήτη;

Μια σύντομη θεώρηση του πίνακα 1 μας δείχνει ότι πρώτα από όλα οι μεταβολές στο πεδίο βαρύτητας στην επιφάνεια της γης δεν είναι μεγαλύτερες από περίπου 0,5 στα εκατό. Οι μικρές μεταβολές σχετίζονται με το γεωγραφικό πλάτος και με το ύψος επάνω από την επιφάνεια της θάλασσας. Για ένα ορισμένο ύψος το πεδίο βαρύτητας είναι πιο έντονο κοντά στους πόλους. Για ένα γεωγραφικό πλάτος το πεδίο είναι πιο αδύναμο σε μεγαλύτερα ύψη.

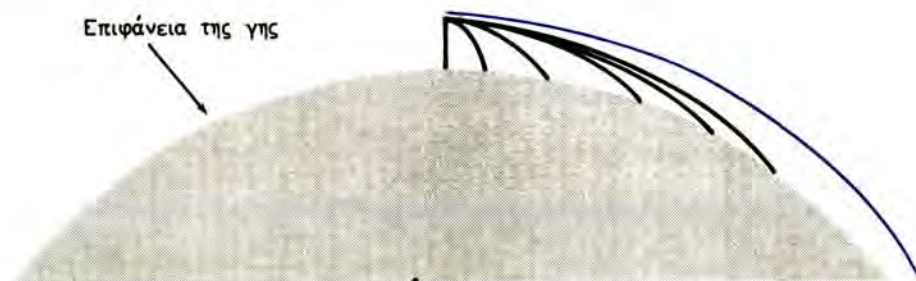
1. Γιατί περιμένετε ότι το μέτρο της εντάσεως του πεδίου βαρύτητας θα αυξηθεί λίγο, όταν αυξηθεί το γεωγραφικό πλάτος ενώ το ύψος μένει το ίδιο;
2. Ποια είναι η μεταβολή στη δύναμη βαρύτητας πάνω σε αντικείμενο μάζας 0,5 kg, όταν το μεταφέρομε από τη Νέα Υόρκη στη διώρυγα του Παναμά;

5-2 Δορυφόροι της γης.

Στο σχήμα 4-7 είδαμε πώς η αρχική ταχύτητα (μέτρο) αντικειμένου, που εκτοξεύεται από σημείο 0,50 m επάνω από τη γη, επηρεάζει την τροχιά του αντικειμένου. Οι οριζόντιες αποστάσεις για ταχύτητες έως 10 m/s είναι μόνο μερικά μέτρα. Φυσικά, κατά μήκος τόσο μικρών αποστάσεων μπορούμε να θεωρήσουμε τη γη επίπεδη.

Ας υποθέσουμε τώρα ότι στέλνουμε ένα αντικείμενο σε ύψος πεντακοσίων χιλιομέτρων και κατόπιν του δίνουμε οριζόντια ταχύτητα πολλών χιλιάδων μέτρων ανά δευτερόλεπτο. Τότε η απόσταση που θα καλύψει το αντικείμενο, ώσπου να πέσει στη γη, θα είναι τόσο μεγάλη, ώστε πρέπει να λάβουμε υπόψη μας την καμπυλότητα της γης (σχ. 5-1). Όπως υπαινίσσεται το σχήμα, υπάρχει μια οριζόντια ταχύτητα, με την οποία ένα αντικείμενο θα παραμείνει σε σταθερό ύψος πάνω από την επιφάνεια της γης. Αυτό περίπου κάνουν οι γήινοι δορυφόροι*.

Ας υπολογίσουμε την περίοδο δορυφόρου, που κινείται γύρω από τη γη. Για οποιαδήποτε κυκλική κίνηση το μέτρο της επιταχύνσεως είναι $a = v^2/R$ και, αφού η κεντρομόλος δύναμη είναι η έλξη βαρύτητας της γης, το μέτρο αυτής της επιταχύνσεως πρέπει να είναι ίσο με g , δηλαδή την ένταση του πεδίου βαρύτητας. Πράγματι: $a = \frac{F}{m}$ και $g = \frac{F}{m}$, άρα $a=g$. Έτσι η ταχύτητα του δορυφόρου δίνεται από:



Σχήμα 5-1 Τροχιές δλημάτων που εκτοξεύονται οριζόντια από ύψος 500 km με διάφορες ταχύτητες για μία γη χωρίς ατμόσφαιρα.

*Οι τροχιές του σχήματος είναι ελλείψεις. Παραβολές και κύκλοι είναι ειδικές περιπτώσεις ελλείψεων.

$$\frac{v^2}{m} = g \quad \text{ή} \quad v^2 = gR$$

όπου R είναι η ακτίνα του κύκλου και g η επιτάχυνση της βαρύτητας στο σημείο όπου βρίσκεται ο δορυφόρος.

Για παράδειγμα, ας εξετάσουμε το δορυφόρο Μίδας 2, που εκτοξεύτηκε στις 24 Μαΐου 1960. Περιστρέφεται γύρω από τη γη σε σχεδόν σταθερό ύψος $4,9 \times 10^5$ m επάνω από την επιφάνειά της. Αυτό κάνει την ακτίνα της τροχιάς:

$$R = \text{ακτίνα της γης} + \text{ύψος}$$

$$R = 6,38 \times 10^6 \text{ m} + 4,9 \times 10^5 \text{ m} = 6,87 \times 10^6 \text{ m}$$

και εκεί το g είναι $8,45 \text{ m/s}^2$. Επομένως

$$v^2 = gR = 8,45 \times 6,87 \times 10^6 \text{ m}^2/\text{s}^2 \text{ και}$$

$$v = 7,62 \times 10^3 \text{ m/s}$$

Για να βρούμε την περίοδο T , παρατηρούμε ότι η περίμετρος του κύκλου ($2\pi R$) είναι η απόσταση, που διανύεται σε μια περιστροφή με σταθερή ταχύτητα v . Επομένως:

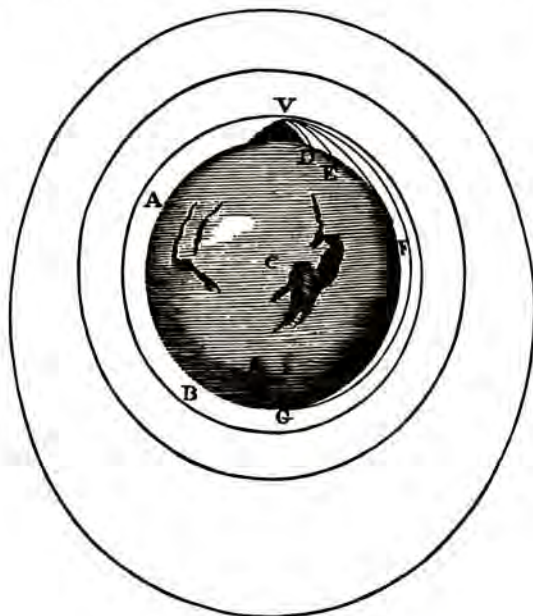
$$2\pi R = vT \quad \text{ή} \quad T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \times 6,87 \times 10^6 \text{ m}}{7,62 \times 10^3 \text{ m/s}} = 5,66 \times 10^3 \text{ s}$$

δηλ. 94,4 min. Η περίοδος που βρίσκομε από παρατήρηση είναι 94,3 min.

Οι υπολογισμοί που κάναμε για την περίοδο και ταχύτητα τεχνητού δορυφόρου ήταν αναγκαίοι, για να μπει σε τροχιά ο πρώτος τεχνητός δορυφόρος. Ο Νεύτωνας υπολόγισε ότι χωρίς αντίσταση του αέρα, βλήμα που εκτοξεύεται από ψηλό βουνό με ταχύτητα περίπου 8 km ανά δευτερόλεπτο, θα μπει σε τροχιά γύρω από τη γη (σχ. 5-2). Η ύπαρξη των τεχνητών δορυφόρων είναι ένας από τους θριάμβους της αναπτύξεως της δυναμικής του Γαλιλαίου, του Νεύτωνα και άλλων.

Γιατί τότε δεν τέθηκε σε τροχιά ο πρώτος τεχνητός δορυφόρος κατά το δέκατο έβδομο αιώνα;

Μπορείτε να μαντέψετε την απάντηση. Δεν υπήρχαν αρκετά δυνατά



Σχήμα 5-2 Ένα σχέδιο από το «Σύστημα του Κόσμου» του Newton (επισυνάφθηκε σε μεταγενέστερες εκδόσεις των «Principia»), όπου φαίνονται οι τροχιές που θα ακολουθούσε ένα σώμα αν εκτοξευόταν με διάφορες ταχύτητες από ένα βουνό. Όπως βλέπετε, ο Newton γνώριζε ότι ένα σώμα θα έμπαινε σε τροχιά γύρω από τη γη αν η ταχύτητα ήταν αρκετά μεγάλη. Οι τροχιές από το σημείο V που τελειώνουν στα D, E, F, G είναι για βλήματα που εκτοξεύονται με όλο και μεγαλύτερες οριζόντιες ταχύτητες. Ο Newton αναγνώριζε ότι η αντίσταση του αέρα θα παρεμπόδιζε την κίνηση των δορυφόρων κοντά στη γη να ακολουθήσει ιδεατές τροχιές ή να συνεχισθεί για μεγάλο χρόνο. Υπέδειξε ότι δορυφόροι μπορούν να κινούνται συνεχώς σε τροχιές σε μεγάλα ύψη.

πυροβόλα και πύραυλοι. Συχνά προηγείται από την τεχνολογία η γνώση των μεγάλων επιστημονικών νόμων. Χρειάζεται πολύ κόπο και χρόνο η λεπτομερής εφαρμογή της επιστημονικής γνώσεως.

3. Το πεδίο βαρύτητας της σελήνης είναι το $\frac{1}{6}$ του πεδίου της γης. Η ακτίνα της σελήνης είναι περίπου το $\frac{1}{4}$ της ακτίνας της γης. Υπολογίστε την περίοδο ενός οχήματος προσεληνώσεως που περιστρέφεται γύρω από τη σελήνη κοντά στην επιφάνειά της.
4. Η περίοδος ενός οχήματος προσεδαφίσεως που περιστρέφεται κοντά στην επιφάνεια του Άρη είναι περίπου 120 λεπτά. Πώς συγκρίνεται το πεδίο βαρύτητας κοντά στην επιφάνεια του Άρη με το πεδίο κοντά στην επιφάνεια της γης; (Η ακτίνα του Άρη είναι $3,43 \times 10^6$ μέτρα).

5-3 Η κίνηση της σελήνης.

Η σελήνη είναι δορυφόρος της γης. Μπορούμε να υπολογίσουμε την κεντρομόλο επιτάχυνση από τις εξής παρατηρήσεις. Η περίοδος της σελήνης είναι 27,3 ημέρες ή $2,3 \times 10^6$ s. Η απόσταση από τη γη στη σελήνη είναι $3,8 \times 10^8$ μέτρα. Το μέτρο της επιταχύνσεως της σελήνης προς τη γη είναι:

$$a = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4 \times \pi^2 \times 3,8 \times 10^8 \text{ m}}{(2,3 \times 10^6 \text{ s})^2} = 2,7 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

Αυτή η επιτάχυνση είναι πολύ μικρότερη από την επιτάχυνση ενός δορυφόρου κοντά στην επιφάνεια της γης. Αν τη συγκρίνουμε με $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ στην επιφάνεια της γης ή με $8,45 \text{ m/s}^2$ στο ύψος των 490 km, βλέπουμε ότι η επιτάχυνση μειώθηκε κατά ένα παράγοντα $2,7 \times 10^{-4}$ περίπου. Αυτή η ένδειξη της εξασθενήσεως της έλξεως βαρύτητας όσο αυξάνεται η απόσταση είναι ένας από τους λόγους που οδήγησαν το Νεύτωνα στο νόμο του για τη βαρύτητα.

Πώς μεταβάλλεται το πεδίο βαρύτητας με την απόσταση από τη γη; Για να απαντήσουμε σε τέτοιες ερωτήσεις, πρέπει να έχουμε στοιχεία για την κίνηση αντικειμένων σε μεγάλες αποστάσεις. Τέτοια αντικείμενα είναι οι πλανήτες.

5. Δυο δορυφόροι περιστρέφονται γύρω από τη γη ακριβώς στην ίδια απόσταση από το κέντρο της. Πώς συγκρίνονται οι επιταχύνσεις τους; Οι ταχύτητές τους; Πώς συγκρίνονται οι κεντρομόλες δυνάμεις που δρουν επάνω τους;
6. (α) Η γη απέχει $1,5 \times 10^{11}$ m από τον ήλιο. Ποια είναι η επιτάχυνσή της προς αυτόν; ($3,16 \times 10^7 \text{ s} = 1$ χρόνος).
- (β) Δορυφόρος τοποθετείται σε κυκλική τροχιά σε όλο και μεγαλύτερες αποστάσεις από τη γη. Καθώς η ακτίνα της τροχιάς αυξάνει, τι συμβαίνει με την ταχύτητα, την περίοδο και την επιτάχυνση του δορυφόρου; Αυξάνουν, ελαττώνονται ή παραμένουν οι ίδιες;
7. Δορυφόρος τοποθετείται σε κυκλική τροχιά σε όλο και μεγαλύτερες αποστάσεις από τη γη. Καθώς η ακτίνα της τροχιάς αυξάνει, τι συμβαίνει με την ταχύτητα, την περίοδο και την επιτάχυνση του δορυφόρου; Αυξάνουν, ελαττώνονται ή παραμένουν οι ίδιες;



Σχήμα 5-3 Φωτογραφία διάρκειας μιας ώρας στην οποία φωτογραφική μηχανή αντικρύζει τον Πολικό Αστέρα. Τα κυκλικά τόξα δείχνουν την κίνηση των άστρων. Η κυκλική κίνηση οδήγησε τους Έλληνες να οραματισθούν ότι τα άστρα ήταν στερεωμένα σε μία σφαίρα που γύριζε γύρω από τη γη.

5-4 Οι νόμοι του Κέπλερ.

Οι απλανείς αστέρες κινούνται στον ουρανό, σαν να είναι στερεωμένοι σε πελώρια σφαίρα που στο κέντρο της έχει τη γη (σχ. 5-3). Αντίθετα η κίνηση των πλανητών φαίνεται άτακτη, όταν την παρατηρούμε για μεγάλα χρονικά διαστήματα (σχ. 5-4). Αυτή η άτακτη κίνηση κέντริζε τους αστρονόμους επί αιώνες και τους ενέπνευσε να επινοήσουν διάφορα συστήματα, για να την εξηγήσουν. (Ένα σύντομο ιστορικό των σπουδαιότερων συστημάτων υπάρχει στο τέλος του κεφαλαίου).

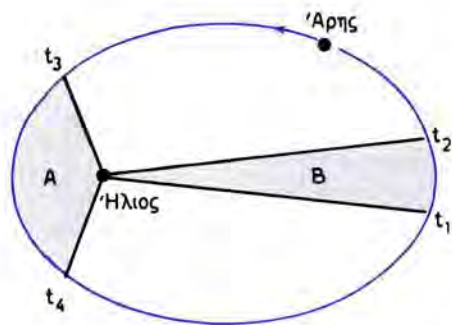
Οι κινήσεις των πλανητών γίνονται πολύ απλούστερες, όταν περιγράφονται ως προς σύστημα αναφοράς, όπου ο ήλιος είναι ακίνητος. Σχετικά με τον ήλιο, οι τροχιές όλων των πλανητών ακολουθούν τους τρεις νόμους που διατύπωσε ο Johannes Kepler (Γιοχάνες Κέπλερ) κατά το τέλος του δέκατου έκτου αιώνα.

I. Κάθε πλανήτης κινείται σε ελλειπτική τροχιά, με τον ήλιο σε μια από τις εστίες της. (Γνωστός ως νόμος των τροχιών). (Στην πραγματικότητα αυτές οι ελλείψεις μοιάζουν τόσο με κύκλους, ώστε για τις περισσότερες περιπτώσεις μπορούμε να πάρουμε το ημίθροισμα της μικρότερης και μεγαλύτερης αποστάσεως μεταξύ του ηλίου και του πλανήτη και να το μεταχειρισθούμε ως ακτίνα R κυκλικής τροχιάς).

II. Η ευθεία που ενώνει τον ήλιο και τον πλανήτη σαρώνει ίσα εμβαδά σε ίσα χρονικά διαστήματα (σχ. 5-5). (Γνωστός ως νόμος των εμβαδών).



Σχήμα 5-4 Η περιέργη φαινομενική κίνηση του πλανήτη Άρης σε σχέση με τους απλανείς αστέρες. Ο Άρης φαίνεται να αντιστρέφει τη φορά της κινήσεώς του κατά διάφορα διαστήματα.



Σχήμα 5-5 Ο νόμος του Kepler των ίσων εμβადών. Ο Άρης διαγράφει την τροχιά του με μεταβαλλόμενο μέτρο ταχύτητας και κινείται ταχύτερα όταν βρίσκεται πλησιέστερα στον ήλιο. Ο Kepler δρήκε ότι για ίσα χρονικά διαστήματα $t_2 - t_1 = t_4 - t_3$ οι επιφάνειες που σαρώνονται από μία ευθεία μεταξύ του ηλίου και του πλανήτη είναι ίσες (επιφάνεια Β = επιφάνεια Α). Στο σχήμα η επιμήκυνση της ελλείψεως τονίστηκε για να φανεί ο νόμος των ίσων εμβადών πιο καθαρά.

III. Το πηλίκο του κύβου της ακτίνας της τροχιάς του πλανήτη προς το τετράγωνο του χρόνου μιας περιφοράς γύρω από τον ήλιο είναι το ίδιο για όλους τους πλανήτες. (Γνωστός ως νόμος των περιόδων). Αν ορίσουμε την ακτίνα της περιφοράς ως R και την περίοδο ως T τότε:

$$\frac{R^3}{T^2} = K$$

όπου K είναι μια σταθερά του ηλιακού συστήματος.

Τα στοιχεία που οδηγούν στον τρίτο νόμο του Kepler φαίνονται στον πίνακα 2.

Πίνακας 2 Ο τρίτος νόμος του Kepler

Πλανήτης	Ακτίνα R της τροχιάς του πλανήτη σε (Α.Υ.)	Περίοδος T (σε μέρες)	R^3/T^2 σε (Α.Υ.) ³ /(μέρα) ²	Σύγχρονες τιμές R^3/T^2 σε m ³ /s ²
Ερμής	0,389	87,77	$7,64 \times 10^{-6}$	$3,354 \times 10^{18}$
Αφροδίτη	0,724	224,7	7,52	3,352
Γη	1,000	365,25	7,56	3,354
Άρης	1,524	689,98	7,50	3,354
Δίας	5,200	4.332,62	7,490	3,355
Κρόνος	9,510	10.759,20	7,430	3,353

Οι τιμές των ακτίνων και των περιόδων στον πίνακα αυτό είναι αυτές που χρησιμοποίησε ο Κέπλερ. Την εποχή του Κέπλερ οι ακτίνες ήταν γνωστές μόνο σε σχέση με την ακτίνα της τροχιάς της γης. Η ακτίνα της τροχιάς της γης ονομάζεται αστρονομική μονάδα μήκους (Α.Υ. = Astronomical Unit). Οι σχεδόν σταθερές τιμές του R^3/T^2 επαληθεύουν το νόμο του Κέπλερ. Η τελευταία στήλη βασίζεται σε ακριβείς σύγχρονες μετρήσεις των τροχιών και των περιόδων.

8. Με τι ρυθμό (σε m²/s) σαρώνεται η επιφάνεια από την ακτίνα, από τον ήλιο στη γη; (Χρησιμοποιήστε στοιχεία από το πρόβλημα 6).
9. Ο πίνακας 2 δεν περιλαμβάνει τον Ουρανό, τον Ποσειδώνα και τον Πλούτωνα. Τι τιμή δίνεται στο λόγο R^3/T^2 για κάθε ένα από τους πλανήτες αυτούς;
10. Αν ανακαλύπταμε ένα μικρό πλανήτη που η απόστασή του από τον ήλιο ήταν οκτώ φορές μεγαλύτερη από την απόσταση της γης από τον ήλιο, πόσες φορές μεγαλύτερος χρόνος θα χρειαζόταν για μια περιφορά γύρω από τον ήλιο;
11. Από τα στοιχεία του πίνακα 2 να βρείτε τη μεγαλύτερη γωνία επάνω από τον ορίζοντα που θα μπορούσαμε να παρατηρήσουμε τον Ερμή και την Αφροδίτη κατά τη δύση του ηλίου.

5-5 Παγκόσμια έλξη.

Αν συνδυάσουμε τον τρίτο νόμο του Κέπλερ με αυτά που γνωρίζουμε για την κυκλική κίνηση, μπορούμε να βρούμε πώς μεταβάλλεται με την απόσταση η δύναμη βαρύτητας του ηλίου.

Η κεντρομόλος επιτάχυνση πλανήτη που κινείται σε σχεδόν κυκλική τροχιά γύρω από τον ήλιο είναι:

$$a = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

Η κεντρομόλος δύναμη που πρέπει να ασκήσει ο ήλιος επάνω στον πλανήτη για να τον κρατήσει σε τροχιά είναι $F = ma$ ή

$$F = \frac{m4\pi^2 R}{T^2}$$

Αν διαιρέσουμε και τα δυο μέλη του νόμου του Κέπλερ

$$\frac{R^3}{T^2} = K \text{ με } R^2 \text{ έχουμε: } \frac{R}{T^2} = \frac{K}{R^2}$$

Αν αντικαταστήσουμε το $\frac{R}{T^2}$ με $\frac{K}{R^2}$ στην έκφραση για την κεντρομόλο δύναμη, βρίσκουμε:

$$F = 4\pi^2 K \frac{m}{R^2}$$

Δηλαδή η δύναμη βαρύτητας που ασκείται από τον ήλιο είναι ανάλογη της μάζας του πλανήτη και αντιστρόφως ανάλογη με το τετράγωνο της αποστάσεως από τον ήλιο.

Προσέξτε ότι στο νόμο της δυνάμεως μεταξύ του ηλίου και του πλανήτη ο συντελεστής $4\pi^2 K$ της εξισώσεως προέρχεται από το νόμο των περιόδων. Ισχύει για όλους τους πλανήτες οποιασδήποτε μάζας και με οποιαδήποτε τροχιά γύρω από τον ήλιο. Επομένως το $4\pi^2 K$ εξαρτάται μόνο από τις ιδιότητες του ηλίου. Μετρά την ικανότητα του ηλίου ως πηγή της δυνάμεως έλξεως. Για να υπογραμμίσουμε αυτό το σημείο, προσθέτουμε το δείκτη s στο K και γράφουμε το νόμο της δυνάμεως:

$$F = \frac{4\pi^2 K_s m}{R^2}$$

Ίσως η δύναμη βαρύτητας που ασκείται από τη γη σε αντικείμενο μάζας m να είναι επίσης ανάλογη προς τη μάζα και αντιστρόφως ανάλογη προς το τετράγωνο της αποστάσεως αλλά με διαφορετική σταθερά αναλογίας $4\pi^2 K_e$

$$F = \frac{4\pi^2 K_e m}{R^2}$$

Μπορούμε να ελέγξουμε αυτή την υπόθεση, αν τη χρησιμοποιήσουμε για να προβλέψουμε το πεδίο βαρύτητας της γης στη θέση της σελήνης με βάση το πεδίο βαρύτητας στην επιφάνεια της γης. Στην επιφάνεια της γης το πεδίο g είναι:

$$g = \frac{F}{m} = \frac{4\pi^2 K_e}{R_e^2}$$

όπου R_e είναι η ακτίνα της γης, δηλαδή η απόσταση μεταξύ του κέντρου της γης και μιας μάζας στην επιφάνειά της. Η τιμή της εντάσεως του πεδίου βαρύτητας στη θέση της σελήνης, που είναι η επιτάχυνση της σελήνης προς τη γη, είναι:

$$a_m = \frac{4\pi^2 K_e}{R_m^2}$$

όπου R_m είναι η απόσταση του κέντρου της γης από το κέντρο της σελήνης. Αν διαιρέσουμε αυτή την εξίσωση με την προηγούμενη, έχουμε:

$$\frac{a_m}{g} = \frac{R_e^2}{R_m^2} \quad \text{ή} \quad a_m = g \frac{R_e^2}{R_m^2}$$

Με $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, $R_m = 3,8 \times 10^8 \text{ m}$ και $R_e = 6,38 \times 10^6 \text{ m}$ βρίσκουμε $a_m = 2,8 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$. Αυτό συμφωνεί αρκετά καλά με την τιμή $2,7 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$, που βρήκαμε στην παράγραφο 5-3 όταν υπολογίσαμε την κεντρομόλο επιτάχυνση της σελήνης σε σχέση με τη γη.

Τα βασικά δήματα του συλλογισμού που ακολουθήσαμε παραπάνω οφείλονται στο Νεύτωνα. Ο Νεύτωνας υποψιαζόταν ότι ο νόμος έλξεως του αντίστροφου τετραγώνου ισχύει όχι μόνο για τον ήλιο και τους πλανήτες, όχι μόνο για τη γη και τη σελήνη αλλά για κάθε ζευγάρι κομματιών της ύλης. Αυτή η υποψία μας οδηγεί αμέσως στην ερώτηση: Ποια ιδιότητα ενός σώματος προσδιορίζει την έλξη βαρύτητας με άλλες μάζες; Ποια ιδιότητα της γης προσδιορίζει πόσο μεγάλο είναι το $4\pi^2 K_e$ για τη γη; Η απλούστερη υπόθεση είναι ότι $4\pi^2 K_e$ είναι ανάλογο με τη μάζα του σώματος. Τότε $4\pi^2 K_e = Gm_e$ για τη γη και $4\pi^2 K_s = Gm_s$ για τον ήλιο όπου G είναι ο συντελεστής αναλογίας μεταξύ $4\pi^2 K$ και m για οποιοδήποτε σώμα.

Ο Νεύτωνας έκανε αυτή την υπόθεση. Τότε το μέτρο της δύναμης έλξεως της βαρύτητας που ασκεί σώμα m_1 επάνω σε άλλο σώμα μάζας m_2 σε απόσταση R γίνεται:

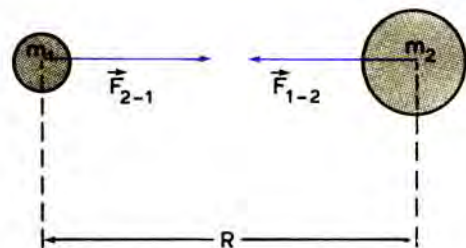
$$F_{1-2} = (4\pi^2 K_1) \frac{m_2}{R^2} = Gm_1 \frac{m_2}{R^2}$$

Επιπλέον, επειδή κάθε μάζα έλκει κάθε άλλο κομμάτι ύλης λόγω βαρύτητας, η μάζα m_2 ασκεί μια δύναμη βαρύτητας επάνω στην m_1 . Αφού $4\pi^2 K_2 = Gm_2$ το μέγεθος αυτής της δύναμης έλξεως, που ασκείται από τη m_2 στην m_1 είναι:

$$F_{2-1} = (4\pi^2 K_2) \frac{m_1}{R^2} = Gm_2 \frac{m_1}{R^2}$$

Επομένως οι δυο δυνάμεις είναι ίσες κατά μέτρο, ενώ έχουν αντίθετες φορές (σχ. 5-6). Η έκφραση

$$F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$$



Σχήμα 5-6 Η δύναμη βαρύτητας που ασκείται από την m_1 στην m_2 είναι ίση και αντίθετη προς τη δύναμη που ασκείται από την m_2 στην m_1 .

για το μέτρο της έλξεως συνοψίζει το νόμο του Νεύτωνα για την παγκόσμια έλξη: Δυο σώματα έλκονται με δυνάμεις ανάλογες με τη μάζα του καθενός και αντιστρόφως ανάλογες με το τετράγωνο της απο-

στάσεως μεταξύ τους. Η παγκόσμια σταθερά της βαρύτητας G δεν εξαρτάται από ποια είναι τα αντικείμενα, πού είναι, ή ποια είναι η κινητική τους κατάσταση. Το άμεσο συμπέρασμα είναι ότι η δύναμη βαρύτητας σε μια μάζα στην επιφάνεια της γης είναι:

$$F = G \frac{m_e m}{R_e^2}$$

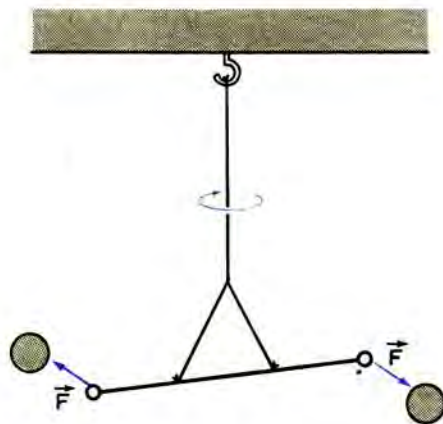
Επομένως η ένταση του πεδίου βαρύτητας g είναι:

$$g = \frac{F}{m} = G \frac{m_e}{R_e^2}$$

12. Η ακτίνα της τροχιάς της σελήνης είναι 60 φορές μεγαλύτερη από την ακτίνα της γης. Πόσες φορές μεγαλύτερη είναι η επιτάχυνση σώματος, που πέφτει στη γη από την επιτάχυνση της σελήνης προς τη γη;
13. Πώς συγκρίνεται η δύναμη που ασκεί ο ήλιος στη γη με αυτή που ασκεί ο ήλιος επί της Αφροδίτης; (Βλ. πίνακα 3 στη σελίδα 107).
14. (α) Υπολογίστε το K_e (Κ) από τον πίνακα 3.
(β) Χρησιμοποιώντας την τιμή του K_s (Κ) από τον πίνακα 2 καθώς και την απάντησή σας στην ερώτηση (α) να προσδιορίσετε το λόγο της μάζας της γης προς τη μάζα του ηλίου.
15. Σε ποιο ύψος επάνω από την επιφάνεια της γης η δύναμη βαρύτητας επάνω σε πύραυλο θα είναι η μισή από αυτή που υφίσταται στην επιφάνεια της θάλασσας; Να εκφράσετε την απάντησή σας με μονάδα την ακτίνα της γης.
16. Πώς συγκρίνεται η δύναμη έλξεως λόγω βαρύτητας της γης από τον ήλιο με τη δύναμη έλξεως λόγω βαρύτητας του ηλίου από τη γη;
17. Γιατί περιμένετε ότι το μέτρο του πεδίου βαρύτητας σε δυο σημεία που έχουν το ίδιο γεωγραφικό πλάτος θα μειωθεί λίγο, αν αυξηθεί το ύψος;

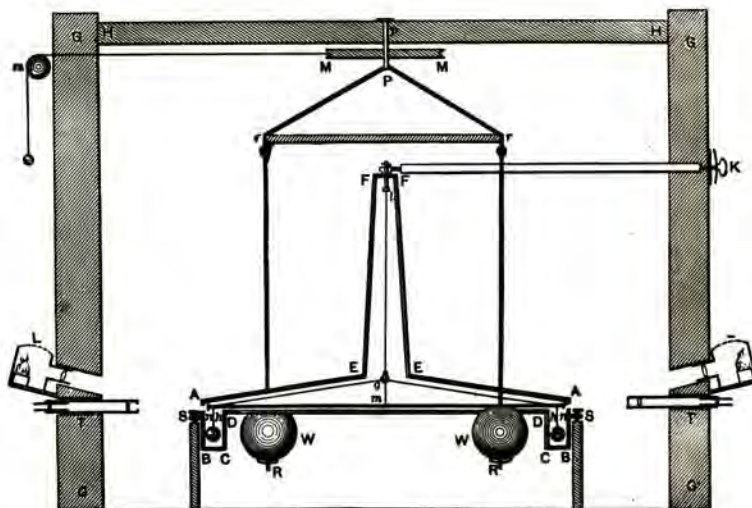
5-6 Εργαστηριακοί έλεγχοι του νόμου της παγκόσμιας έλξεως.

Εκατό χρόνια μετά την ανακάλυψη του νόμου της παγκόσμιας έλξεως από το Νεύτωνα, ο Henry Cavendish (Χένρι Κάβιντις) κατάφερε να μετρήσει την αλληλεπίδραση βαρύτητας αντικειμένων εργαστηριακού μεγέθους. Το διάγραμμα της συσκευής που χρησιμοποίησε δείχνεται στο σχήμα 5-7. Δυο μικρές σφαίρες στερεώθηκαν στα δυο άκρα ελαφριάς ράβδου μήκους 2 μέτρων. Αυτή η ράβδος κρεμάστηκε οριζόντια με το κέντρο της κάτω από λεπτό κατακόρυφο σύρμα, με το οποίο είχε αναρτηθεί. Στα άκρα της ράβδου και στην πλευρά του κουτιού που περιέκλειε τη συσκευή ο Cavendish στερέωσε κλίμακες από ελεφαντόδοντο, για να μετρήσει τη θέση της ράβδου. Όταν ο Cavendish τοποθέτησε δυο σφαίρες μεγάλης μάζας κοντά στις μικρές σφαίρες στα άκρα της ράβδου, οι μεγάλες σφαίρες έλκυσαν τις μικρές και το αναρτημένο



Σχήμα 5-7 Ένα απλοποιημένο διάγραμμα της συσκευής που χρησιμοποίησε ο Cavendish, για να επαληθεύσει το νόμο της παγκόσμιας έλξεως για μικρά αντικείμενα και για να μετρήσει τη σταθερά G της βαρύτητας. Το λεπτομερές σχέδιο της συσκευής του Cavendish φαίνεται στο σχήμα 5-8.

Σχήμα 5-8 Το σχέδιο της συσκευής του Cavendish, όπως εμφανίστηκε στην αρχική δημοσίευσή του. Οι δυο μεγάλες μάζες έχουν ονομασθεί W και οι δυο μικρές μάζες h. Προσέξτε ότι το όλο σύστημα είναι τοποθετημένο σε ένα μεγάλο περίδλημα G με εξωτερικά χειριστήρια για τη μετακίνηση των βαρών και τη ρύθμιση της οριζόντιας ράβδου. Οι κλίμακες στο A κοντά στις άκρες της ράβδου φωτίζονται από τις λάμπες L και παρατηρούνται με τα τηλεσκόπια T.



σύστημα περιστράφηκε.

Ο Cavendish σημείωσε τη θέση της ράβδου με στραμμένο το σύστημα, όταν οι μεγάλες μάζες είχαν τη θέση που φαίνεται στο σχήμα 5-7. Κατόπιν μετέφερε κάθε μια από τις μάζες αυτές στη συμμετρική θέση στην άλλη πλευρά των μικρών σφαιρών. Η έλξη βαρύτητας περιέστρεψε το σύστημα προς την αντίθετη κατεύθυνση και ο Cavendish μέτρησε τη νέα θέση. Μετρώντας τις μεταβολές στη θέση, όταν δρουν επάνω στις μικρές σφαίρες γνωστές δυνάμεις, ο Cavendish μπόρεσε να βρει το μέτρο των δυνάμεων βαρύτητας μεταξύ των μεγάλων και μικρών σφαιρών με την εξής σειρά συλλογισμών: Η δύναμη για διάφορες στρέψεις του αναρτημένου συστήματος μπορεί να προσδιορισθεί δυναμικά, αν αποσύρουμε τις μεγάλες μάζες και αφήσουμε τη ράβδο με τις μικρές σφαίρες να αιωρηθεί οριζόντια, στρίβοντας και ξεστρίβοντας το σύρμα της αναρτήσεως. Τότε η κίνηση της ράβδου εξαρτάται από τις γνωστές μάζες των μικρών σφαιρών και από τις δυνάμεις που δρουν επάνω τους ένεκα της στρέψεως του σύρματος. Άρα το μέτρο των δυνάμεων αυτών μπορεί να προσδιορισθεί από την κίνηση. Τώρα εξετάστε το όλο σύστημα σε ηρεμία και με τις μεγάλες σφαίρες στη θέση τους. Η ολική δύναμη σε κάθε σφαίρα πρέπει να είναι μηδενική. Αλλά η ανάρτηση έχει υποστεί στρέψη, επειδή υπάρχουν οι δυνάμεις βαρύτητας ανάμεσα στις μεγάλες μάζες και στις σφαίρες επάνω στη ράβδο. Η μηδενική ολική δύναμη είναι το αποτέλεσμα της δυνάμεως βαρύτητας και της δυνάμεως, που ασκείται από την περιστραμμένη ανάρτηση. Επομένως η δύναμη βαρύτητας είναι ίση κατά μέτρο και αντίθετη σε κατεύθυνση με τη δύναμη που ασκείται από την ανάρτηση. Αφού τώρα γνωρίζουμε τη δύναμη που ασκείται από την ανάρτηση, γνωρίζουμε επίσης τη δύναμη βαρύτητας. Επομένως από τις γνωστές μάζες των σφαιρών και τις αποστάσεις τους μπορούμε να υπολογίσουμε το G.

Αν χρησιμοποιήσουμε διάφορα αντικείμενα από διαφορετική ύλη, μπορούμε να τροποποιήσουμε το πείραμα Cavendish και να δείξουμε ότι οι μάζες και μόνον προσδιορίζουν την έλξη βαρύτητας. Αλλάζοντας τις σχετικές θέσεις των μικρών και μεγάλων σφαιρών μπορούμε να ελέγξουμε το νόμο του αντίστροφου τετραγώνου για αποστάσεις μέσα στο εργαστήριο και όχι μεταξύ πλανητών. Υπάρχουν πολλές παραλλαγές του πειράματος Cavendish και μέχρι τώρα ο νόμος της παγκόσμιας έλξεως του Νεύτωνα ισχύει για όλα αυτά τα πειράματα.

Η τιμή του G που έχει γίνει δεκτή είναι:

$$0,667 \times 10^{-10} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

Αφού γνωρίζουμε το G , την ακτίνα της περιφοράς της γης και την περίοδο της τροχιάς της γύρω από τον ήλιο, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το νόμο του Νεύτωνα για τη βαρύτητα, για να προσδιορίσουμε τη μάζα του ηλίου. Με παρόμοιο τρόπο ο προσδιορισμός της μάζας των πλανητών βασίζεται σε στοιχεία από παρατηρήσεις της κινήσεως των δορυφόρων τους. Οι μάζες των πλανητών που δεν έχουν δορυφόρους προσδιορίζονται από τις επιδράσεις που έχουν επάνω στις κινήσεις των πλησιεστέρων τους πλανητών. Σύγχρονα στοιχεία για το ηλιακό σύστημα δίνονται στον πίνακα 3. Στον πίνακα 4 παρουσιάζονται τα στοιχεία ενός μοντέλου υπό κλίμακα το οποίο μας βοηθεί να σχηματίσουμε μια εικόνα για τα σχετικά μεγέθη του ηλίου και των πλανητών και τις σχετικές αποστάσεις των πλανητών από τον ήλιο.

Πίνακας 3 Το ηλιακό σύστημα

Αντικείμενο	Μάζα (χιλιόγραμμα)	Ακτίνα (μέτρα)	Περίοδος περιστροφής περί τον άξονα (δευτερόλεπτα)	Μέση ακτίνα τροχιάς (μέτρα)	Περίοδος περιφοράς (δευτερόλεπτα)
Ήλιος	$1,98 \times 10^{30}$	$6,95 \times 10^8$	$2,14 \times 10^6$	—	—
Ερμής	$3,28 \times 10^{23}$	$2,57 \times 10^6$	$5,05 \times 10^6$	$5,79 \times 10^{10}$	$7,60 \times 10^6$
Αφροδίτη	$4,83 \times 10^{24}$	$6,31 \times 10^6$	$2,1 \times 10^7$	$1,08 \times 10^{11}$	$1,94 \times 10^7$
Γη	$5,98 \times 10^{24}$	$6,38 \times 10^6$	$8,61 \times 10^4$	$1,49 \times 10^{11}$	$3,16 \times 10^7$
Άρης	$6,37 \times 10^{23}$	$3,43 \times 10^6$	$8,85 \times 10^4$	$2,28 \times 10^{11}$	$5,94 \times 10^7$
Δίας	$1,90 \times 10^{27}$	$7,18 \times 10^7$	$3,54 \times 10^4$	$7,78 \times 10^{11}$	$3,74 \times 10^8$
Κρόνος	$5,67 \times 10^{26}$	$6,03 \times 10^7$	$3,60 \times 10^4$	$1,43 \times 10^{12}$	$9,30 \times 10^8$
Ουρανός	$8,80 \times 10^{25}$	$2,67 \times 10^7$	$3,88 \times 10^4$	$2,87 \times 10^{12}$	$2,66 \times 10^9$
Ποσειδώνας	$1,03 \times 10^{26}$	$2,48 \times 10^7$	$5,69 \times 10^4$	$4,50 \times 10^{12}$	$5,20 \times 10^9$
Πλούτωνας	6×10^{23}	3×10^6	$5,51 \times 10^5$	$5,9 \times 10^{12}$	$7,82 \times 10^9$
Σελήνη	$7,34 \times 10^{22}$	$1,74 \times 10^6$	$2,36 \times 10^6$	$3,8 \times 10^8$	$2,36 \times 10^6$

Πίνακας 4 Μοντέλο υπό κλίμακα για το ηλιακό σύστημα

Αντικείμενο στο ηλιακό σύστημα	Αντικείμενο στο μοντέλο	Απόσταση από τον Ήλιο
Ήλιος	μπάλα του μπάσκετ	
Ερμής	μισό κεφάλι καρφίτσας	13 m
Αφροδίτη	κουκούτσι μήλου	25 m
Γη	κουκούτσι μήλου	34 m
Άρης	μικρό κουκούτσι μήλου	52 m
Δίας	μπάλα του γκολφ	180 m
Κρόνος	μπάλα του πινγκ-πονγκ	320 m
Ουρανός	δόλος	650 m
Ποσειδώνας	δόλος	$1,0 \times 10^3$ m
Πλούτωνας	μικρό κουκούτσι μήλου	$1,3 \times 10^3$ m
Κοντινότερο άστρο	μπάλα του μπάσκετ	$9,3 \times 10^6$ m

Είναι αδύνατον να δείξουμε συγχρόνως σε ένα μικρό σχέδιο τα σχετικά μεγέθη και τις αποστάσεις των πλανητών με την ίδια κλίμακα. Ο παραπάνω πίνακας παρέχει κάποια ιδέα των σχετικών μεγεθών και αποστάσεων με τη χρησιμοποίηση κοινών αντικειμένων. Για να δρούμε τις πραγματικές διαστάσεις του ηλιακού συστήματος θα έπρεπε κάθε διάσταση να πολλαπλασιασθεί επί $4,4 \times 10^9$.

18. Γνωρίζοντας το g να υπολογίσετε το G από τη σχέση:

$$g = \frac{Gm_e}{R_e^2}$$

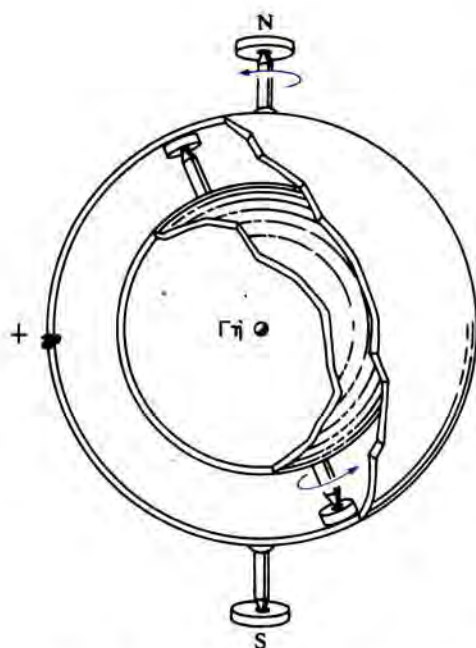
19. Ποια είναι η διαφορά σε δύναμη βαρύτητας, που μπορεί να μετρήσει ο πιο ευαίσθητος ζυγός που έχετε στο σχολείο σας;

5-7 Από τους αρχαίους Έλληνες στον Kepler: Σύντομη ιστορική ανασκόπηση.

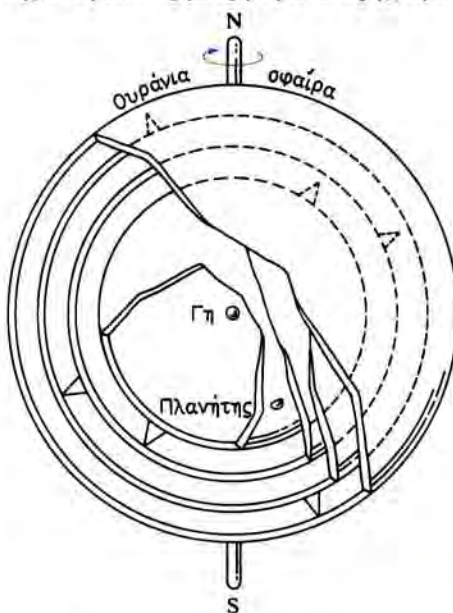
Οι αρχαίοι Έλληνες.

Ένα πρόβλημα που απασχόλησε πολύ τους αρχαίους αστρονόμους ήταν να διατυπώσουν μια λογική εξήγηση της περιέργης κινήσεως των πλανητών. Λέγεται ότι ο Πλάτων (427-347 π.Χ.) έθεσε το ακόλουθο πρόβλημα στους μαθητές του: Οι αστέρες (οι απλανείς) φαίνονται να κινούνται με τέλειες κυκλικές τροχιές γύρω από τη γη, αλλά οι πλανήτες φαίνονται να έχουν ανώμαλες τροχιές. Ποιοι είναι οι συνδυασμοί των τελείως κυκλικών τροχιών, κατά τις οποίες κινούνται πραγματικά οι πλανήτες; Η μορφή αυτής της ερωτήσεως μας φανερώνει ότι πίστευαν ότι ο κύκλος είναι η τελειότερη από όλες τις καμπύλες και άρα η μόνη, που άξιζε να περιγράψει ουράνιες κινήσεις. Οι προσπάθειες όλων των αστρονόμων για πολλούς αιώνες αφιερώθηκαν κατά σημαντικό μέρος στο να εξαντήσουν σ' αυτή την ερώτηση.

Ο Εύδοξος, μαθητής του Πλάτωνα, προσπάθησε να παραστήσει τις κινήσεις των πλανητών με μια συλλογή από κινούμενες σφαίρες, που η κάθε μια τους είχε κέντρο τη γη. Ο κάθε πλανήτης ήταν στερεωμένος στην επιφάνεια μιας σφαίρας, που περιστρεφόταν ομοιόμορφα γύρω από άξονα, ο οποίος ήταν στερεωμένος σε δυο αντιδιαμετρικά σημεία της επιφάνειας μιας μεγαλύτερης σφαίρας (σχήματα 5-9 και 5-10). Ενώ η

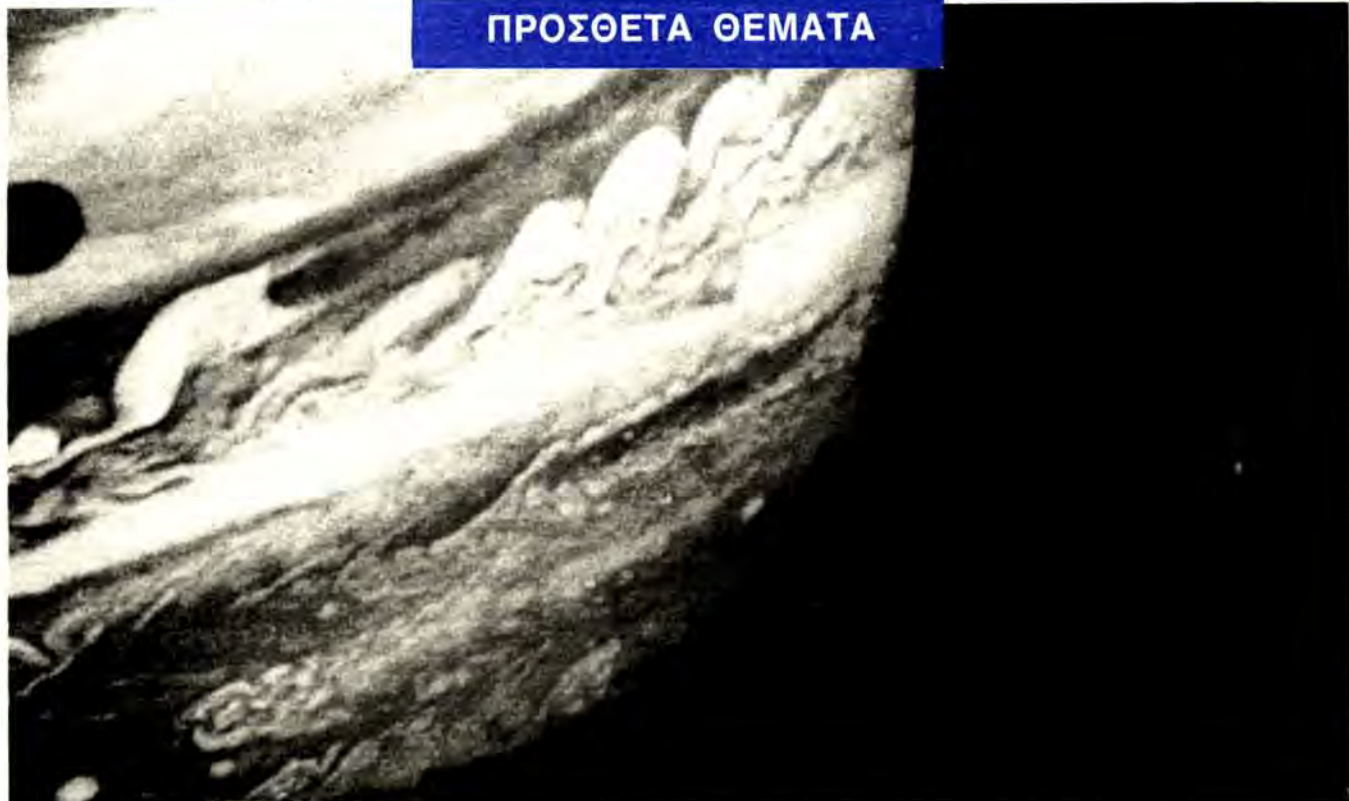


Σχήμα 5-9 Το σύστημα πλανητών του Ευδόξου. Οι κινήσεις του ηλίου, της σελήνης και των πλανητών προσεγγίζονται με ένα σύστημα από σφαίρες που στρέφεται μέσα σε άλλες σφαίρες. Εδώ η εξωτερική σφαίρα είναι η σφαίρα των απλανών αστέρων. Η σφαίρα περιστρέφεται κάθε 24 ώρες από την ανατολή προς τη δύση επάνω σε ένα άξονα που περνά από το βόρειο και νότιο πόλο. Η εσωτερική σφαίρα φέρει τον ήλιο στερεωμένο σε ένα σημείο της επιφάνειάς της. Ο άξονας της εσωτερικής σφαίρας συνδέεται με την εξωτερική σφαίρα σε δυο σημεία. Η εσωτερική σφαίρα κάνει μία πλήρη περιστροφή μία φορά το χρόνο.



Σχήμα 5-10 Εδώ έχει στερεωθεί στην πιο εσωτερική σφαίρα ένας πλανήτης. Αν τοποθετήσουμε τους άξονες των σφαιρών σε κατάλληλες γωνίες και αν διαλέξουμε σωστές ταχύτητες και φορές περιστροφής, μπορούμε να αναπαράγουμε με αρκετή ακρίβεια την κίνηση ενός πλανήτη με φόντο τους απλανείς αστέρες όπως την παρατηρούμε από τη γη.

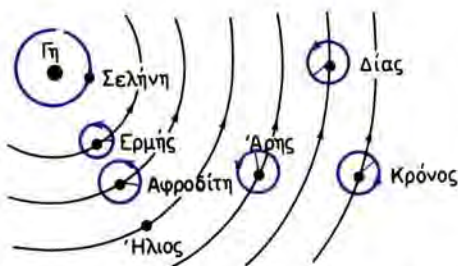
ΠΡΟΣΘΕΤΑ ΘΕΜΑΤΑ

**Ο πλανήτης Δίας.**

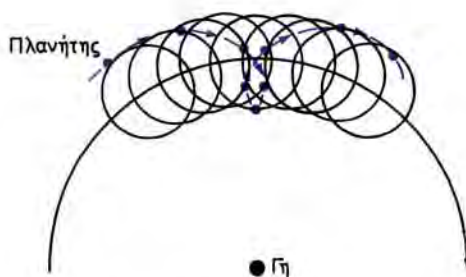
Η αποστολή του Voyager 2 στο Δία το 1979 απεκάλυψε θεαματικές όψεις της ατμόσφαιρας του πλανήτη, των δορυφόρων του και δακτυλίων, οι οποίοι δακτύλιοι είχαν πρόσφατα ανακαλυφθεί. Από τότε που κατασκευάστηκε το τηλεσκόπιο κατά τα πρώτα χρόνια του 17ου αιώνα, είχε παρατηρηθεί στο Δία δίκτυο από ζώνες νεφών και γιγαντιαίων κηλίδων. Τώρα ανιχνευτές πάνω σε διαστημικά οχήματα κατέστησαν πιο εμφανείς τις σκοτεινές λωρίδες και τις φωτεινές ζώνες και έδειξαν αναρίθμητες κηλίδες, ραβδώσεις και δίνες. Πολλά από τα μικρότερα ατμοσφαιρικά στοιχεία είναι μεγαλύτερα από τη Γη και όμως αλλάζουν μορφή σε χρονικά διαστήματα ωρών ή ημερών. Οι μεγαλύτεροι σχηματισμοί είναι σύννεφα με ζωηρά χρώματα, που προέρχονται από φωτοχημικές αντιδράσεις μεταξύ των διαφόρων ατμοσφαιρικών συστατικών.

Παρατηρήσεις από τη γη έδειξαν ότι ο Δίας περιστρέφεται περί τον άξονά του σε 9 ώρες και 50 λεπτά κοντά στον Ισημερινό, αλλά για σημεία κοντά στους πόλους η περιστροφή διαρκεί αρκετά λεπτά περισσότερο. Αυτή η «διαφορική περιστροφή» (στοιχείο που είναι γνωστό από παλιά για τον ήλιο από παρατηρήσεις σε ηλιακές κηλίδες) και η εξαιρετικά χαμηλή πυκνότητα του πλανήτη ($1,3 \text{ g/cm}^3$ συγκρινόμενη με $5,5 \text{ g/cm}^3$ της γης), δίνει την εντύπωση ότι ο πλανήτης δεν είναι στερεό σώμα. Οι συνθήκες που επικρατούν κάτω από τα σύννεφα ευνοούν στο να δημιουργηθούν υγρή αμμωνία, μεθάνιο και υδρογόνο και πιθανώς μικρός βραχώδης πυρή-

νας πυριτικών ενώσεων. Εκτός από αυτή την τελευταία ομοιότητα με τη γη, η μεγάλη αφθονία υδρογόνου και ηλίου στο Δία τον κάνει να μοιάζει περισσότερο αστρικός παρά γήινος. Ο Δίας περιέχει περισσότερο από το 70% της συνολικής πλανητικής μάζας του ηλιακού συστήματος. Αυτή η μάζα όμως είναι ακόμη πολύ κατώτερη από την τιμή που χρειάζεται, για να δημιουργηθούν οι συνθήκες πυκνότητας και θερμοκρασίας που χρειάζονται, για να προκληθεί στον πυρήνα του θερμοπυρηνική διάσπαση. Επομένως ο Δίας δεν θα «ανάψει» σαν ένα μικρό αστέρι. Οι πολλοί δορυφόροι του Δία καθιστούν τις ηλιακές εκλείψεις σχετικά κοινό φαινόμενο. Σε αυτή τη φωτογραφία του Voyager 2 η σκιά ανήκει στο Γανυμήδη, τον μεγαλύτερο από τους τέσσερις δορυφόρους που αναφέρει ο Γαλιλαίος. Η Ιώ, ο πιο εσωτερικός δορυφόρος (φαίνεται στα δεξιά της εικόνας), έχει περίπου το μέγεθος της δικής μας σελήνης. Η πιο εντυπωσιακή μέχρι τώρα από όλες τις ανακαλύψεις του Voyager 2 είναι ότι η Ιώ είναι το πιο ενεργό ηφαιστειακό σώμα στο ηλιακό σύστημα. Ο Voyager 2 κατέγραψε σχεδόν διαρκή ηφαιστειακή δραστηριότητα, όπου η ύλη εκτοξεύεται σε ύψη πολλών εκατοντάδων χιλιομέτρων επάνω από την επιφάνεια της Ιώς. Ακριδώς όπως η ανακάλυψη του Γαλιλαίου για τους «κόσμους γύρω από κόσμους» του Δία κατέπληξε τους συγχρόνους του, τα πρόσφατα δεδομένα του Voyager 2 θα φέρουν επανάσταση στις έρευνες του σχηματισμού και της εξέλιξης του ηλιακού συστήματος.



Σχήμα 5-11 Ένα απλουστευμένο διάγραμμα του συστήματος του Πτολεμαίου για τις κινήσεις των πλανητών.



Σχήμα 5-12 Η κίνηση ενός μόνο πλανήτη στο σύστημα του Πτολεμαίου. Υποτίθεται ότι ο πλανήτης περιστρέφεται κατά ένα μικρό κύκλο που το κέντρο του κινείται σε μία κυκλική τροχιά γύρω από τη γη.

εσωτερική σφαίρα γύριζε ομοιόμορφα γύρω από τον άξονά της, ο άξονας περιφερόταν συμπαρασυρόμενος από μια ομοιόμορφα κινούμενη εξωτερική σφαίρα. Βέβαια ο άξονας της εξωτερικής σφαίρας θα μπορούσε να στερεωθεί στην επιφάνεια μιας ακόμη μεγαλύτερης σφαίρας. Με αυτόν τον τρόπο ο αριθμός των σφαιρών θα μπορούσε να επεκταθεί, ώστε να παραστήσει πιο περίπλοκες κινήσεις. Τελικά το όλο σύστημα περιστρεφόταν μέσα στην ουράνια σφαίρα, που είχε τους απλανείς αστέρες. Με ένα αρκετά μεγάλο αριθμό από σφαίρες, που κινούνταν μέσα σε άλλες σφαίρες, ο Εύδοξος πέτυχε μια καλή προσέγγιση της κινήσεως των πλανητών. Οι αστρονόμοι που ήρθαν αργότερα δελτίωσαν την ακρίβεια του μοντέλου του με τη χρησιμοποίηση ακόμη περισσότερων σφαιρών. Στην πορεία της ιστορίας αναπτύχθηκαν πολλά πλανητικά συστήματα εξαρτώμενα από την κίνηση σφαιρών. Για το σκοπό αυτό τελικά χρησιμοποιήθηκαν πολλές σφαίρες. Σε ένα σύστημα υπήρχαν μόνο για τον Ερμή δεκατρείς σφαίρες.

Άλλοι Έλληνες αστρονόμοι προσπάθησαν να λύσουν το πρόβλημα του Πλάτωνα με διαφορετικό τρόπο. Για παράδειγμα, ο Απολλώνιος και ο Ίππαρχος (τρίτος και δεύτερος αιώνας π.Χ.) ανέπτυξαν σύστημα, όπου ένας πλανήτης κινείται σε κύκλο που το κέντρο του κινείται επάνω σε άλλο κύκλο. Το έργο αυτών των πρώτων Ελλήνων αστρονόμων οδήγησε στο σύστημα του Κλαυδίου Πτολεμαίου στην Αλεξάνδρεια το δεύτερο αιώνα μ.Χ. Το σύστημά του, που ήταν κύκλοι κινούμενοι επάνω σε άλλους κύκλους, απεικόνιζε με αρκετή ακρίβεια τις κινήσεις των πλανητών (σχ. 5-11). Αλλά οι καμπύλες που περιέγραφαν τις τροχιές των πλανητών ήταν τόσο περίπλοκες, ώστε υπήρχαν πολλά παράπονα από τους μελετητές. Ο Αλφόνσος Χ, βασιλιάς της Καστίλλης το 1200, είπε ότι, αν είχε ερωτηθεί, όταν το σύμπαν επρόκειτο να γεννηθεί, θα είχε δημιουργήσει τον κόσμο πάνω σε απλούστερο και καλύτερο σχέδιο. Μια απλουστευμένη τροχιά πλανήτη του Πτολεμαίου φαίνεται σχεδιασμένη με διακεκομμένη μπλε γραμμή στο σχήμα 5-12. Επίσης φαίνονται οι κυκλικές κινήσεις, από τις οποίες υποτίθεται ότι δημιουργήθηκε αυτή η τροχιά.

Copernicus (Κοπέρνικος).

Ο Πολωνός αστρονόμος Νικόλαος Κοπέρνικος (γεννημένος το 1473) είχε την εντύπωση ότι το πτολεμαϊκό σύστημα ήταν πολύ περίπλοκο. Η απλότητα της ομοιόμορφης κυκλικής κινήσεως, που επιθυμούσε ο Πλάτωνας, είχε ταφεί κάτω από περίπλοκες κατασκευές. Η αλήθεια, πίστευε ο Κοπέρνικος, πρέπει να είναι απλούστερη. Έτσι ξεκίνησε να δώσει μια απλούστερη απάντηση στο πρόβλημα του Πλάτωνα, διαλέγοντας διαφορετικό κέντρο για το σύστημα των κύκλων.

Όπως και άλλοι πριν από αυτόν, ο Κοπέρνικος συνειδητοποίησε ότι η κίνηση των απλανών αστερών μπορεί να εξηγηθεί, αν παραδεχτούμε ότι η γη περιστρέφεται*. Τότε η θέση μας σε σχέση με τους ουρανούς είναι πολύ όμοια με τη θέση ενός ταξιδιώτη σε αεροπλάνο. Όταν το

* Παρόλο που το βασικό ρεύμα της ελληνικής και μεσαιωνικής σκέψης ακολουθούσε μία γεωκεντρική θεωρία, ο Ηρακλείδης (γύρω στο 370 π.Χ.) πίστευε ότι η γη περιστρεφόταν γύρω από τον άξονά της και ο Αρίσταρχος (3ος αιών. π.Χ.) πίστευε ότι η γη κινείται γύρω από τον ήλιο.

αεροπλάνο κάνει κύκλο επάνω από μια μεγάλη πόλη, οι λεωφόροι και οι δρόμοι φαίνονται να περιστρέφονται. Έτσι καθώς η γη εκτελεί την ημερήσια περιστροφή της, τα αστέρια φαίνονται να κινούνται.

Από τη στιγμή που φαντάστηκε ότι η γη εκτελεί ημερήσια περιστροφή, ο Κοπέρνικος δρῆκε ότι οι τροχιές των πλανητών μπορούσαν να απλοποιηθούν, αν διάλεγε σαν κέντρο του συστήματος των πλανητών τον ήλιο αντί τη γη. Τότε η γη δεν θα ήταν ούτε στο κέντρο του σύμπαντος ούτε θα έμενε ακίνητη. Ίσως να ήταν πλανήτης και να περιστρεφόταν μαζί με τους άλλους πλανήτες γύρω από τον ήλιο. Στο σχήμα 5-13 δείχνουμε τις απλές τροχιές που ακολουθούν η γη και οι πλανήτες γύρω από τον ήλιο σύμφωνα με τον Κοπέρνικο.

Ο Κοπέρνικος δικαιολόγησε την πρότασή του ότι η γη κινείται ως εξής: «Κι όμως, παρόλο που η γνώμη αυτή μου φαινόταν παράλογη, εντούτοις επειδή ήξερα ότι άλλοι πριν από εμένα είχαν την ελευθερία να υποθέτουν όποιους κύκλους ήθελαν, για να ερμηνεύσουν τις παρατηρήσεις τους για τα ουράνια σώματα, σκέφθηκα ότι επιτρεπόταν και σε εμένα να προσπαθήσω να δω αν θα έφθανα σε πιο σωστές ερμηνείες των κινήσεων των ουρανίων σωμάτων, αν υπέθετα κάποια κίνηση της γης... Βρήκα μετά από μεγάλη και μακρά παρατήρηση ότι, αν πρόσθετε κανείς τις κινήσεις των άλλων πλανητών στις κινήσεις της γης... τότε όχι μόνο μπορούσε κανείς από αυτό να συμπεράνει την παρατηρούμενη συμπεριφορά των άλλων πλανητών, αλλά ακόμη ότι το σύστημα συνδέει με τέτοιο τρόπο τη διάταξη και τα μεγέθη των πλανητών και των τροχιών τους και ολόκληρο τον ουρανό, ώστε ούτε ένα μόνο στοιχείο δεν μπορεί να αλλάξει, χωρίς να επιφέρει σύγχυση στα άλλα τμήματα και σε ολόκληρο το σύμπαν. Γι' αυτό το λόγο, επομένως... ακολουθήσα αυτό το σύστημα».

Το σύστημα του Κοπέρνικου περιλάμβανε επίσης μια μεγάλη ακίνητη σφαίρα, στην οποία ήταν σημειωμένοι οι απλανείς αστέρες. Για τη σφαίρα αυτή έγραψε: «Η πρώτη και υψηλότερη από όλες τις σφαίρες είναι η σφαίρα των απλανών αστερών. Περικλείει όλες τις άλλες σφαίρες και είναι αυτόνομη. Είναι ακίνητη. Είναι ασφαλώς το τμήμα εκείνο του σύμπαντος σε σχέση με το οποίο πρέπει να εξετάζουμε την κίνηση και τις θέσεις όλων των άλλων ουρανίων σωμάτων. Διαφωνούμε με εκείνους, που πιθανώς να πιστεύουν ακόμη ότι αυτή η σφαίρα κινείται...». Πιο κάτω, όταν περιέγραφε τις πλανητικές σφαίρες και τις περιόδους της περιστροφής τους, όπου η γη φαίνεται σαν ένας από τους έξι πλανήτες, ενώ η σελήνη είναι φανερά δορυφόρος της γης, τελείωνε: «Στο κέντρο όλων ο ήλιος μένει ακίνητος. Σε αυτόν τον πολύ ωραίο ναό ποιος θα έβαζε αυτόν που δίνει το φως σε οποιαδήποτε άλλη θέση παρά σε αυτήν, από όπου θα φώτιζε όλα τα άλλα σώματα;...»

Πρέπει να έχουμε υπόψη μας ότι, για να επιτύχει τις απλοποιημένες του τροχιές, ο Κοπέρνικος αναγκάστηκε να απορρίψει ολόκληρη την εικόνα του σύμπαντος, που είχε αναπτυχθεί από τον καιρό του Αριστοτέλη. Το ζήτημα του αν η γη κινείται ή όχι, ήταν πολύ σοβαρό. Όλη η μεσαιωνική κοσμολογία και φυσική βασιζόταν στην ιδέα ότι η γη μένει ακίνητη στο κέντρο του σύμπαντος. Μεγάλο μέρος αυτής της ιδέας βασιζόταν στην εσωτερική πεποίθηση του ανθρώπου ότι η γη πρέπει να αποτελεί το κέντρο των πραγμάτων. Εκτός όμως από αυτό υπήρχαν



Σχήμα 5-13 Οι τροχιές των πλανητών σύμφωνα με το πλανητικό σύστημα του Κοπέρνικου.

αξιόλογες ενδείξεις για την ειδική θέση της γης. Μια από αυτές ήταν ότι, αν η γη κινείται, ποιος την σπρώχνει και γιατί δεν αισθανόμαστε την κίνησή της; Άλλο παράδειγμα ήταν: γιατί οι πέτρες πέφτουν προς τη γη, αν αυτή δεν είναι το κέντρο του σύμπαντος;

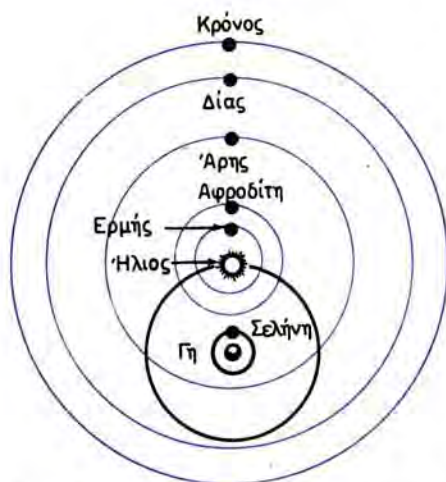
Ο Κοπέρνικος περίμενε πολλές επικρίσεις και καθυστέρησε τόσο τη δημοσίευση του βιβλίου του, ώστε είδε το πρώτο αντίτυπο την ημέρα που πέθανε. Επειδή προέβλεπε πολλές από τις αντιρρήσεις, προσπάθησε να απαντήσει προκαταβολικά. Στο επιχείρημα ότι, αν η γη γυρίζει τόσο γρήγορα γύρω από τον άξονά της, ασφαλώς θα εκραγεί, όπως ένας τροχός που γυρίζει πολύ γρήγορα, απάντησε: «Γιατί αυτός που πιστεύει στη γεωκεντρική θεωρία δεν φοβάται την ίδια μοίρα για την περιστρεφόμενη ουράνια σφαίρα – που κινείται πολύ γρηγορότερα, γιατί είναι πολύ μεγαλύτερη;» Στο επιχείρημα ότι τα πουλιά που πετούν θα έπρεπε να μένουν πίσω από τη γη που περιστρέφεται ταχύτερα, ο Κοπέρνικος απάντησε ότι η ατμόσφαιρα παρασύρεται μαζί με την γη.

Στην πραγματικότητα υπήρξαν πολλές αντιδράσεις. Η θεωρία του Κοπέρνικου καταγγέλθηκε σαν «λανθασμένη και τελείως αντίθετη με την Αγία Γραφή». Ο Λούθηρος (Martin Luther) αποκάλεσε τον Κοπέρνικο τρελό και αιρετικό. Η διαμάχη για αυτή τη θαρραλέα καινούργια έννοια για το σύμπαν μαινόταν για περισσότερο από 100 χρόνια, πριν γίνει παραδεκτή η ιδέα ότι η γη κινείται.

Tycho Brahe (Τύχο Μπράχε).

Ο Tycho Brahe, ο Δανός αστρονόμος που γεννήθηκε το 1546, δεν μπορούσε να παραδεχθεί το σύστημα του Κοπέρνικου παρόλη την απλότητά του. Αντίθετα, πρότεινε ένα πιο τελειοποιημένο γεωκεντρικό σύστημα, όπου ο ήλιος γυρίζει γύρω από τη γη και οι άλλοι πλανήτες γυρίζουν γύρω από τον ήλιο (σχ. 5-14). Ακόμη, για να ελέγξει τα αστρονομικά μοντέλα, άρχισε να φτιάχνει ένα πραγματικά ακριβή χάρτη των θέσεων των απλανών αστερών και να προσδιορίζει τις φαινομενικές θέσεις των πλανητών, όπως παρατηρούνται από τη γη κατά τη διάρκεια μακρών χρονικών περιόδων. Άρχισε τις παρατηρήσεις του με ένα όργανο, που αποτελούνταν από δυο ενωμένες ράβδους, από τις οποίες η μία έδειχνε σε ένα πλανήτη και η άλλη σε ένα απλανή αστέρα. Έτσι, μπορούσε να μετρήσει τη γωνία μεταξύ τους. Αργότερα κατασκεύασε μεγάλους εξάντες και πυξίδες και έκανε αξιοθαύμαστες προσεκτικές παρατηρήσεις (σχ. 5-15). Κατάρτισε καταλόγους των θέσεων 777 αστερών με τέτοια ακρίβεια, ώστε να χρησιμοποιούμε τις παρατηρήσεις του ακόμη και τώρα. Οι μετρήσεις των γωνιών των θέσεων των πλανητών που έκανε κατά τη διάρκεια μιας περιόδου είκοσι ετών δεν έχουν λάθος μεγαλύτερο από 0,067 της μοίρας. Αυτή η γωνία είναι περίπου ίδια με τη γωνία, που ορίζει το κεφάλι μιας καρφίτσας σε απόσταση τεντωμένου δραχίονα από το μάτι μας.

Οι παρατηρήσεις του Tycho για τις θέσεις των πλανητών ήταν πολύ ακριβέστερες από αυτές που είχε κάνει ο Κοπέρνικος. Γρήγορα οι παρατηρήσεις αυτές απέδειξαν ότι οι τροχιές του Κοπέρνικου ήταν μόνο χονδρικά σωστές. Τότε άρχισε μια έρευνα για πιο ακριβή περιγραφή των τροχιών. Αυτό το στόχο πέτυχε ο Γερμανός αστρονόμος



Σχήμα 5-14 Το γεωκεντρικό σύστημα του Tycho Brahe.



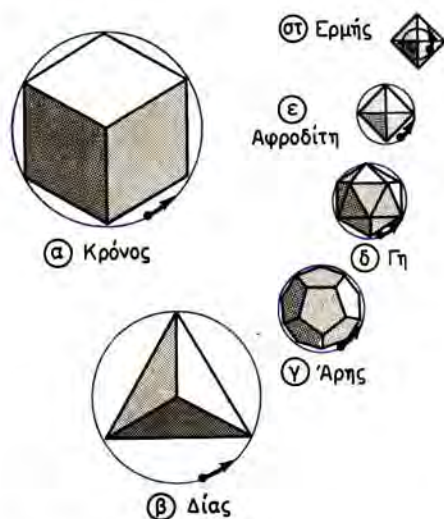
Σχήμα 5-15 Το επίτοιχο τεταρτοκύκλιο του Tycho Brahe. Στον τοίχο είχε στερεωθεί ένα μπρούντζινο τόξο ακτίνας μεγαλύτερης από 2 μέτρα, εφοδιασμένο με κινητές σκοπεύσεις. Ένας παρατηρητής (επάνω δεξιά) παρατηρούσε ένα άστρο μέσα από το παράθυρο στα αριστερά. Άλλοι δοηθοί σημείωναν το χρόνο και τη γωνία της παρατήρησης. Το τμήμα του τοίχου που περικλείεται από το τόξο καλύπτεται από μία τοιχογραφία που δείχνει τον Tycho και διάφορες σκηνές από τη δουλειά του.

Keppler (Κέπλερ), που είχε εργασθεί στο εργαστήριο του Tycho κατά τους δεκαοκτώ τελευταίους μήνες της ζωής του τελευταίου.

Keppler (Κέπλερ).

Ο Johannes Keppler που γεννήθηκε το 1571 ήταν πολύ διαφορετικός από τον Tycho Brache. Ο Tycho είχε εξαιρετική ικανότητα σε τεχνικά θέματα και επιδεξιότητα, αλλά σχετικά μικρό ενδιαφέρον για τα μαθηματικά. Ο Keppler ήταν αδέξιος στα πειράματα, αλλά ήταν συνεπαρμένος από τη δύναμη των μαθηματικών. Έμοιαζε με τους αρχαίους Έλληνες στο σεβασμό στη δύναμη των αριθμών και τον ενδιέφεραν πολύ τα μαθηματικά παιχνίδια.

Αφού ο Keppler έμαθε τα στοιχεία της αστρονομίας, απέκτησε την έμμονη ιδέα να ανακαλύψει ένα αριθμητικό σχήμα, που να ταιριάζει στο σύστημα των πλανητών. Έγραφε: «Στοχαζώμουν με όλη τη δύναμη του μυαλού μου γι' αυτό το θέμα». Αφιέρωσε τη ζωή του στην ανάλυση των πινάκων των θέσεων των πλανητών, που του άφησε ο Tycho. Στην αντιμετώπιση του προβλήματος της μεταφράσεως των παρατηρήσεων του Tycho Brahe σε μαθηματικές περιγραφές των κινήσεων των πλανητών, ο Keppler φέρθηκε όπως ένας σύγχρονος επιστήμονας; που προσπαθεί να εξηγήσει πειραματικά δεδομένα μέσω απλών μαθηματικών νόμων, χωρίς να τα αφήσει στη μορφή αριθμητικών πινάκων. Με τους μαθηματικούς νόμους μπορούμε όχι μόνο να αναπαράγομε στοιχεία παρατηρήσεων αλλά ακόμη να προλέγομε τα αποτελέσματα παρατηρή-



Σχήμα 5-16 Ο νόμος του Kepler για τις τροχιές των πλανητών βασίζεται στα πέντε κανονικά στερεά. Σύμφωνα με το νόμο, η σφαίρα με ακτίνα ίση με την ακτίνα της τροχιάς του Κρόνου είναι περιγεγραμμένη σε ένα κύβο (α). Η σφαίρα που είναι εγγεγραμμένη σ' αυτόν τον κύβο έχει ακτίνα ίση με την ακτίνα της τροχιάς του Δία. Στο (β) φαίνεται η σφαίρα της τροχιάς του Δία με εγγεγραμμένο ένα τετράεδρο. Μία σφαίρα εγγεγραμμένη μέσα σε αυτό το τετράεδρο μας δίνει την ακτίνα της τροχιάς του Άρη. Στο (γ) ένα δωδεκάεδρο είναι εγγεγραμμένο μέσα στη σφαίρα για τον Άρη. Μία σφαίρα εγγεγραμμένη μέσα σε αυτό μας δίνει την τροχιά της γης (δ).

Μπορούμε να εξακολουθήσουμε αυτή τη διαδοχή των εναλλασσομένων εγγεγραμμένων σφαιρών και κανονικών στερεών και να χρησιμοποιήσουμε το εικοσάεδρο (με 20 πλευρές) και το οκτάεδρο. Αυτά θα μας δώσουν τις τροχιές της Αφροδίτης (ε) και του Ερμή (ζ) που βρίσκονται σε μία σφαίρα εγγεγραμμένη στο οκτάεδρο. Ο Κέπλερ φανταζόταν ότι τα πέντε κανονικά στερεά γεφύρωναν τα διαστήματα μεταξύ των τροχιών των πλανητών. Επειδή υπάρχουν μόνο πέντε στερεά, ο Κέπλερ πίστευε ότι υπάρχουν μόνο έξι πλανήτες.

σεων, που δεν έχουν γίνει ακόμη. Επιπλέον θυμόμαστε και μεταδίδουμε ευκολότερα μαθηματικούς νόμους παρά απλούς αριθμητικούς πίνακες.

Στο πρώτο του διβλίο ο Kepler περιέγραψε τις προσπάθειες που κατέβαλε, για να καταλάβει γιατί υπήρχαν ακριβώς έξι πλανήτες στο ηλιακό σύστημα. Δημιούργησε μία σχέση μεταξύ των έξι τροχιών και των πέντε κανονικών γεωμετρικών στερεών* (σχ. 5-16). Από αυτή την κατασκευή υπολόγισε λόγους των ακτίνων, που συμφωνούσαν αρκετά καλά με τις τιμές που ήταν γνωστές τότε για τις τροχιές των πλανητών.

Ο Kepler ήταν εκστατικός. Έγραψε: «Η έντονη ευχαρίστηση που μου έδωσε αυτή η ανακάλυψη, δεν μπορεί να εκφρασθεί με λόγια. Δεν θεωρώ πια τον καιρό μου χαμένο. Δεν λυπάμαι τον κόπο μου. Δεν πειράζει που κουράστηκα, που ξόδεψα μέρες και νύχτες σε υπολογισμούς, έως ότου δεβαιωθώ, αν η υπόθεσή μου συμφωνούσε με τις τροχιές του Κοπέρνικου ή αν η χαρά μου θα διαλυόταν».

Η σχέση μεταξύ των ακτίνων των τροχιών των πλανητών είναι χαρακτηριστικό παράδειγμα του τύπου του αποτελέσματος, που προσπάθησε να επιτύχει ο Kepler με τα στοιχεία του Tycho. Όμως, συχνά συμβαίνει να μην έχει σοβαρό νόημα στην εξήγηση της φύσεως των πραγμάτων ακόμη και μια πολύ κομψή συσχέτιση στοιχείων. Σήμερα αυτή η ανακάλυψη του Kepler έχει σχεδόν ξεχασθεί. Το σύστημά του αναιρέθηκε από το γεγονός ότι υπάρχουν παραπάνω από έξι πλανήτες. Αλλά ο έβδομος πλανήτης δεν ανακαλύφθηκε παρά πολλά χρόνια μετά το θάνατό του.

Ο Kepler ανακάλυψε άλλες μαθηματικές σχέσεις, που ξεπέρασαν τη δοκιμασία των παρατηρήσεων που έγιναν αργότερα. Άρχισε τη μελέτη του ανάλυση των στοιχείων του Tycho με εξονυχιστική μελέτη της κινήσεως του Άρη. Πάνω σε ποιο τύπο καμπύλης κινήθηκε ο Άρης κατά τα είκοσι χρόνια των παρατηρήσεων του Tycho; Θα ακολουθούσε ο Άρης μια απλή καμπύλη, αν κανείς φανταζόταν τη γη σε ακινησία ή αν την φανταζόταν να κινείται, όπως πίστευε ο Κοπέρνικος; Ο Kepler υιοθέτησε τη θεωρία του Κοπέρνικου ότι η γη γυρίζει γύρω από τον άξονά της, ενώ διαγράφει τροχιά γύρω από τον ήλιο. Ακολουθώντας την παράδοση δοκίμασε πρώτα ένα σύστημα κύκλων, που κινούνταν σε κύκλους, για να έχει έτσι πιθανές τροχιές. Έκανε αναρίθμητες προσπάθειες, που η κάθε μία χρειαζόταν μακρούς και πολύπλοκους υπολογισμούς. Έπρεπε να μεταφράσει κάθε μια μέτρηση του Tycho που έδινε τη γωνία μεταξύ του Άρη και των απλανών αστέρων, σε μια θέση του πλανήτη στο διάστημα σε σχέση προς το σταθερό ήλιο, γύρω από τον οποίο περιφέρεται και η γη.

Ύστερα από εβδομήντα δοκιμές όπου χρησιμοποίησε τον τύπο τροχιάς «εκκέντρου κύκλου», ο Kepler βρήκε ένα σχήμα, που συμφωνούσε αρκετά με τα δεδομένα. Κατόπιν όμως ανακάλυψε με απογοήτευση ότι η καμπύλη αυτή, όταν συνεχίστηκε πέρα από την περιοχή των στοιχείων που είχε χρησιμοποιήσει, δεν συμφωνούσε με άλλες παρατηρήσεις, που είχε κάνει ο Tycho για τη θέση του Άρη.

* Ως κανονικό στερεό σώμα εννοούμε ένα συμμετρικό σώμα με ίσες επίπεδες πλευρές. Μόνο πέντε είδη κανονικών στερεών σωμάτων είναι δυνατόν να κατασκευασθούν.

Η διαφορά μεταξύ των στοιχείων του Tycho και των υπολογισμών του Kepler ήταν περίπου 0,133 της μοίρας. (Αυτή είναι η γωνία που σχηματίζει ο λεπτοδείκτης ενός ρολογιού, όταν μετακινηθεί κατά 0,02 δευτερόλεπτα). Μήπως ο Tycho είχε κάνει λάθος, κατά αυτήν τη μικρή ποσότητα; Μήπως η κρύα νύκτα του χειμώνα είχε μουδιάσει τα δάκτυλά του ή θαμπώσει τις παρατηρήσεις του; Ο Kepler γνώριζε τις μεθόδους του Tycho και εκτιμούσε τη μεγάλη προσοχή του. Ο Tycho δεν μπορούσε να έχει κάνει λάθος, έστω και τόσο μικρό. Έτσι με βάση τα δεδομένα του Tycho, ο Kepler απέρριψε τις καμπύλες που είχε κατασκευάσει. Τι φιλοφρόνημα ήταν αυτό για την πειραματική τέχνη του Tycho Brahe! Ο Kepler άρχισε ξανά λέγοντας ότι «πάνω σε αυτά τα οκτώ λεπτά θα έκτιζε τη θεωρία του σύμπαντος». Αποδιώχνοντας την αρχαία και προσφιλή πίστη στην ομοιόμορφη κίνηση, εξέτασε πιθανές μεταβολές της ταχύτητας ενός πλανήτη, καθώς κινείται σε τροχιά γύρω από τον ήλιο. Έτσι έκανε την πρώτη του μεγάλη ανακάλυψη. Βρήκε ότι η ευθεία γραμμή από τον ήλιο σε ένα πλανήτη σαρώνει ίσα εμβαδά σε ίσους χρόνους. Αυτό είναι γνωστό σαν δεύτερος νόμος του Kepler. Μετά την ανακάλυψη του δεύτερου νόμου του, ο Kepler εγκατέλειψε τις προσπάθειές του για τη διαμόρφωση κινήσεων των πλανητών από συνδυασμούς ομοιόμορφων κυκλικών κινήσεων και άρχισε να δοκιμάζει διάφορες ελλείψεις σαν πιθανές τροχιές. Μετά από πολύμοχθους υπολογισμούς τελικά πέτυχε ένα από τα πιο σπουδαία του αποτελέσματα – αυτό που καλείται ο πρώτος του νόμος. Βρήκε ότι κάθε πλανήτης κινείται σε ελλειπτική τροχιά με τον ήλιο στη μια εστία. Φανταστείτε τη χαρά του Kepler. Μετά από προσπάθειες ετών μπόρεσε επιτέλους να ανακαλύψει μια απλή καμπύλη, που να περιγράφει την κίνηση των πλανητών.

Τότε ο Kepler προσπάθησε να βρει τη σχέση μεταξύ του μεγέθους της τροχιάς ενός πλανήτη και της περιόδου του, δηλαδή του χρόνου μιας περιστροφής του πλανήτη γύρω από τον ήλιο. Μετά από πολλές δοκιμές βρήκε την ακριβή σχέση που ζητούσε: για όλους τους πλανήτες ο λόγος του κύβου της ακτίνας της τροχιάς διά του τετραγώνου της περιόδου είναι ο ίδιος.

Γι' αυτό το θρίαμβο ο Kepler έγραψε: «... αυτό που ζητούσα πριν από δεκαέξι χρόνια... αυτό για το οποίο συνεργάστηκα με τον Tycho Brahe... επιτέλους το ανακάλυψα και αναγνωρίζω ότι αληθεύει σε βαθμό πέρα και από τις πιο μεγάλες μου προσδοκίες... Ο κύβος ερρίφθη, το βιβλίο γράφτηκε, για να διαβασθεί τώρα ή αργότερα. Δεν με ενδιαφέρει πότε θα διαβασθεί – ας περιμένει ένα μελετητή ακόμη και ένα αιώνα, αφού ο Θεός περίμενε έξι χιλιάδες χρόνια για έναν ερευνητή».

Ο Kepler είχε δώσει μεγάλη ώθηση στην αστρονομία. Είχε μεταφράσει τους υπέροχους πίνακες στοιχείων του Tycho Brahe σε ένα απλό και καταληπτό σύστημα καμπυλών και κανόνων. Το σύστημά του χάρισε στον Kepler τον τίτλο: «νομοθέτης των ουρανών».

20. (α) Στο σχήμα 5-11 ποιος είναι ο λόγος της μεγαλύτερης αποστάσεως ως προς τη μικρότερη μεταξύ της γης και του Άρη;
(β) Ποιος είναι ο ίδιος λόγος στο σχήμα 5-14;
21. Στο σχήμα 5-4 ο Άρης φαίνεται να κινείται πολύ λίγο κατά το μήνα Οκτώβριο. Στην κυκλική τροχιά του Άρη στο σχήμα 5-11, πού θα ήταν ο Άρης σ' αυτή τη χρονική περίοδο;
22. Το γεωκεντρικό σύστημα του Tycho Brahe εξηγεί το γεγονός ότι υπάρχει μια μέγιστη γωνία μεταξύ της Αφροδίτης και του ηλίου, όπως τους βλέπομε από τη γη;
23. Στο τεταρτοκύκλιο του Tycho που φαίνεται στην εικόνα 5-15 σε ποια απόσταση θα αντιστοιχούσαν 0,067 μοίρες;

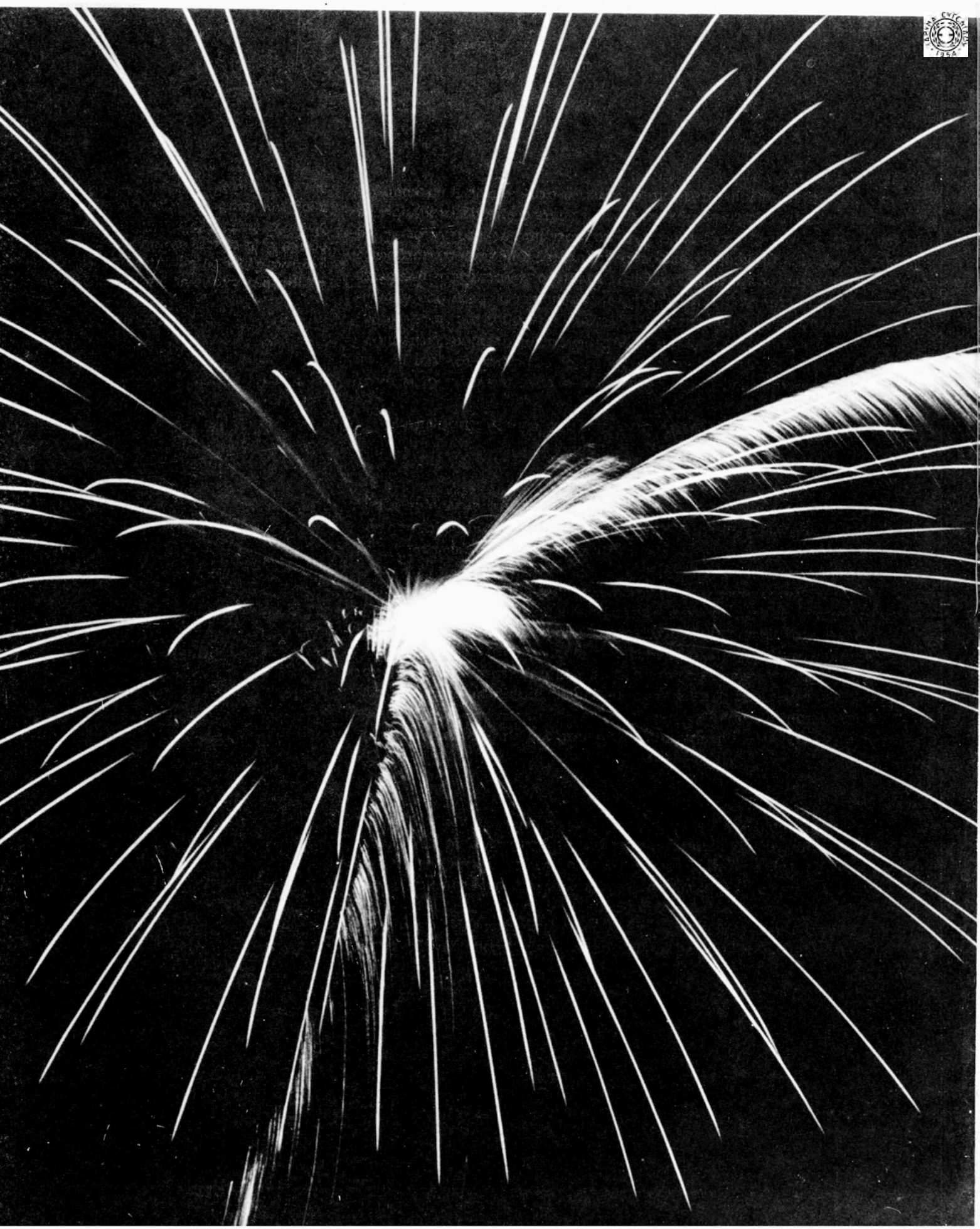
Για το σπίτι, την τάξη και το εργαστήριο.

24. Οι απλανείς αστέρες, όπως τους βλέπει κάποιος από τη γη, πραγματοποιούν μια πλήρη περιστροφή σε μια ημέρα περίπου. Πόσο χρόνο φαίνεται να χρειάζονται οι εξής περιστροφές;
(α) Η σφαίρα των απλανών αστερών, όπως φαίνονται από τη σελήνη (βλέπομε πάντοτε την ίδια πλευρά της σελήνης από τη γη).
(β) Η γη γύρω από τη σελήνη, όπως φαίνεται από τη σελήνη.
(γ) Ο ήλιος, όπως φαίνεται από τη σελήνη. Ο ήλιος φαίνεται να περιστρέφεται σαν να είναι ένας από τους απλανείς αστέρες; Φαίνεται να περιστρέφεται πιο γρήγορα ή πιο αργά; Θυμηθείτε ότι η γη και η σελήνη γυρίζουν γύρω από τον ήλιο μια φορά σε ένα έτος.
25. Η τροχιά της γης γύρω από τον ήλιο είναι περίπου κυκλική και επίσης κυκλική είναι η τροχιά της σελήνης γύρω από τη γη. Η ακτίνα της τροχιάς της γης είναι $1,5 \times 10^{11}$ μέτρα και η ακτίνα της τροχιάς της σελήνης είναι 4×10^8 μέτρα.
(α) Πόσο συχνά βρίσκεται η σελήνη μεταξύ της γης και του ηλίου;
(β) Πόση απόσταση έχει διανύσει η σελήνη γύρω από τον ήλιο κατά το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ δυο διαδοχικών θέσεών της μεταξύ της γης και του ηλίου;
(γ) Να σχεδιάσετε την τροχιά της γης γύρω από τον ήλιο και στο ίδιο σχήμα να σχεδιάσετε την τροχιά της σελήνης γύρω από τον ήλιο.
(δ) Φαίνεται η σελήνη να έχει παλινδρομική κίνηση για ένα παρατηρητή που βρίσκεται στον ήλιο;

(Παλινδρομική κίνηση είναι η κίνηση σαν αυτή που φαίνεται στο σχήμα 5-4).

26. Η κίνηση της σελήνης είναι ευκολότερο να περιγραφεί σε σύστημα αναφοράς, όπου ο ήλιος είναι ακίνητος, ή σύστημα αναφοράς, όπου η γη είναι ακίνητη; Γιατί;
27. Μεταξύ της 21 Σεπτεμβρίου και 21 Μαρτίου υπάρχουν τρεις μέρες λιγότερες από την περίοδο μεταξύ 21 Μαρτίου και 21 Σεπτεμβρίου. Αυτές είναι οι ημερομηνίες, όπου η ημέρα και η νύχτα είναι ίσες και από τη μια στην άλλη η γη κινείται 180° επί της τροχιάς της γύρω από τον ήλιο. Από τα παραπάνω και από το νόμο του Κέπλερ για ίσες επιφάνειες, εξηγήστε πώς μπορείτε να προσδιορίσετε το τμήμα του έτους κατά το οποίο η γη βρίσκεται πλησιέστερα στον ήλιο.
28. Οι αστρονόμοι παρατήρησαν ότι ο κομήτης του Halley έχει περίοδο 75 ετών και ότι η μικρότερη απόστασή του από τον ήλιο είναι $8,9 \times 10^{10}$ μέτρα, αλλά δεν μπορούν να μετρήσουν τη μεγαλύτερη απόστασή του, γιατί δεν μπορούν να τη δουν. Να χρησιμοποιήσετε την παραπάνω πληροφορία καθώς και την πληροφορία που δίνεται μέσα στις παρενθέσεις που ακολουθούν τη διατύπωση του πρώτου νόμου του Κέπλερ, για να υπολογίσετε τη μεγαλύτερη απόσταση από τον ήλιο. (Ο Newton είπε στον Halley πώς να υπολογίσει την τροχιά ενός κομήτη. Ο Halley δρόμκε και υπολόγισε την τροχιά και την περίοδο του κομήτη, που φέρει το όνομά του, κατά τη διάρκεια μιας γενικής αναλύσεως που έκανε για τις τροχιές των κομητών).
29. (α) Ένας δορυφόρος κινείται στο επίπεδο του ισημερινού. Σε ποιο ύψος θα παραμείνει πάνω από έναν τόπο στον ισημερινό της γης;

- (β) Πόσο επιταχύνεται ο δορυφόρος προς τη γη;
 (γ) Χρησιμοποιώντας το νόμο του αντίστροφου τετραγώνου και το g στην επιφάνεια της γης να βρείτε την ένταση του πεδίου βαρύτητας στο ύψος του δορυφόρου. Να συγκρίνετε με την απάντησή σας στην ερώτηση (β).
30. Ένας δορυφόρος περιφέρεται γύρω από τη γη μία φορά κάθε 95 λεπτά σε μέσο ύψος 500 km. Να υπολογίσετε τη μάζα της γης. Στην πραγματικότητα οι μάζες των πλανητών υπολογίζονται από τις κινήσεις δορυφόρων και ένας λόγος της υπάρξεως τεχνητών δορυφόρων είναι, για να βρούμε μια καλύτερη τιμή για τη μάζα της γης.
31. (α) Αν T είναι η περίοδος δορυφόρου, που περιφέρεται γύρω από έναν πλανήτη λίγο πάνω από την επιφάνειά του, και αν η μέση πυκνότητα του πλανήτη είναι ρ , δείξτε ότι ρT^2 είναι μια παγκόσμια σταθερά.
 (β) Ποια είναι η τιμή της σταθεράς;
32. Η γη υφίσταται την έλξη βαρύτητας του ηλίου. Γιατί η γη δεν πέφτει πάνω στον ήλιο; Ετοιμασθείτε να συζητήσετε την απάντηση.
33. (α) Ποια είναι η ταχύτητα της σελήνης γύρω από τον ήλιο συγκρινόμενη με την ταχύτητα της γης γύρω από αυτόν;
 (β) Αν η γη μπορούσε να εξαφανισθεί ξαφνικά χωρίς να διαταράξει την κίνηση της σελήνης, ποια θα ήταν η τροχιά της σελήνης;
 (γ) Να υπολογίσετε το λόγο της δυνάμεως έλξεως, που ασκείται από τον ήλιο στη σελήνη, προς τη δύναμη, που ασκείται από τη γη στη σελήνη.
 (δ) Γιατί ο ήλιος δεν αιχμαλωτίζει τη σελήνη τραβώντας την από τη γη;
34. Δεχθείτε ότι η γη είναι τελείως σφαιρική και έχει ακτίνα 6400 km.
 (α) Πόσο λιγότερο φαίνεται να ζυγίζει ένας άνθρωπος μάζας 100 kg στον ισημερινό από τους πόλους λόγω της περιστροφής της γης περί τον άξονά της;
 (β) Πόσο γρήγορα θα έπρεπε να περιστρέφεται η γη, ώστε ο άνθρωπος να μην ασκεί καμία δύναμη επάνω στο ζυγό, στον ισημερινό;
 (γ) Πόσες φορές μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα περιστροφής στο (β) από την πραγματική ταχύτητα;
35. Διαστημόπλοιο μάζας 10.000 kg εκτελεί μακρινή αποστολή προς τις παρυφές του ηλιακού συστήματος. Έχει δγάλει έξω ένα μικρό πειραματικό δορυφόρο, που περιφέρεται γύρω του σε μια απόσταση 120 μέτρων υπό την επίδραση της αμοιβαίας έλξεως βαρύτητας.
 (α) Ποια είναι η περίοδος της περιστροφής του δορυφόρου;
 (β) Ποια είναι η ταχύτητα του δορυφόρου;
36. Αστρονόμος παρατηρεί πλανήτη και μικρό δορυφόρο, που περιφέρεται γύρω από τον πλανήτη σε κυκλική τροχιά ακτίνας r και χρονικής περιόδου T .
 (α) Πόση είναι η μάζα του πλανήτη;
 (β) Ποια είναι η επιτάχυνση του δορυφόρου προς τον πλανήτη;
 (γ) Ποια είναι η δύναμη βαρύτητας επί του δορυφόρου;
 (δ) Ο αστρονόμος μετρά την ακτίνα του πλανήτη και βρίσκει ότι είναι το $1/10$ της ακτίνας της τροχιάς του δορυφόρου. Ποια είναι η δύναμη του πεδίου βαρύτητας του πλανήτη στην επιφάνειά του;
37. Ποιο είναι το διάστημα μεταξύ δυο διαδοχικών χρόνων όπου ο Ουρανός και ο Ποσειδών είναι πλησιέστερα (κατώτερη συζυγία);
38. (α) Στο σχήμα 5-7, προς ποια φορά θα έτεινε να περιστρέψει τη ράβδο η δύναμη μεταξύ μιας από τις μεγάλες μάζες και της μικρής μάζας στο αντίθετο άκρο της ράβδου;
 (β) Πώς θα σχεδιάζατε τη συσκευή για το πείραμα Cavendish, ώστε να ελαχιστοποιούσατε το αποτέλεσμα της δυνάμεως στην ερώτηση (α);
39. Δυο άνισες μάζες m_1 και m_2 που είναι απομονωμένες στο διάστημα έλκονται με δύναμη βαρύτητας
- $$F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$$
- Ποιες είναι οι επιταχύνσεις των m_1 και m_2 ; Η απάντησή σας βρίσκεται σε αντίθεση με τη δικαιολογημένη άποψη ότι ένας παρατηρητής στην m_1 θα βλέπει την m_2 να έρχεται προς αυτόν με την ίδια επιτάχυνση που ένας παρατηρητής στην m_2 θα βλέπει να έρχεται η m_1 ;
40. Αστρονομικές παρατηρήσεις δείχνουν ότι ο ήλιος διαγράφει κυκλική τροχιά γύρω από το κέντρο του γαλαξία μας. Η ακτίνα της τροχιάς είναι περίπου 30.000 έτη φωτός ($= 2,7 \times 10^{20}$ m) και η περίοδος μιας πλήρους περιστροφής είναι περίπου 200 εκατομμύρια χρόνια. Σ' αυτήν την κίνηση ενεργεί επάνω στον ήλιο η έλξη βαρύτητας ενός μεγάλου αριθμού αστέρων που βρίσκονται μέσα από την τροχιά του.
 (α) Να υπολογίσετε την ολική μάζα των αστέρων αυτών από τα στοιχεία που σας δόθηκαν.
 (β) Πόσα άστρα που έχουν μάζα ίση με του ηλίου (2×10^{30} kg) αντιπροσωπεύει η μάζα αυτή;

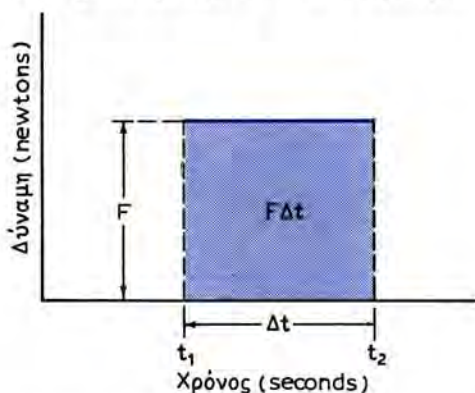


6-1 Ώθηση.

Προσπαθήστε να κινήσετε μια μπάλα του τένις και μια σφαίρα 7 kg με την ίδια ταχύτητα. Όπως ξέρετε, είναι πολύ δυσκολότερο να κινήσετε τη σφαίρα. Αν εφαρμόσετε μια σταθερή δύναμη $\vec{F}$ για χρόνο Δt , η μεταβολή της ταχύτητας δίνεται από τη σχέση: $m\Delta \vec{v} = \vec{F}\Delta t$.

Άρα, για να έχουμε το ίδιο $\Delta \vec{v}$, όσο μεγαλύτερη είναι η μάζα που προσπαθείτε να επιταχύνετε, τόσο μεγαλύτερο πρέπει να είναι το γινόμενο $\vec{F}\Delta t$.

Για να ξεκινήσει από ηρεμία μια σφαίρα 7 kg και να φθάσει στην ίδια τελική ταχύτητα με μια μπάλα του τένις (που ξεκινά επίσης από ηρεμία), πρέπει να ωθήσουμε είτε πιο δυνατά είτε για περισσότερο χρόνο. Σημασία έχει το γινόμενο $\vec{F}\Delta t$. Το γινόμενο $\vec{F}\Delta t$ είναι το φυσικό ενδεικτικό



Σχήμα 6-1 Γραφική παράσταση μιας σταθερής δύναμης ως προς το χρόνο για το διάστημα $t_2 - t_1 = \Delta t$. Το εμβαδόν $F\Delta t$ κάτω από την καμπύλη (ευθεία) δίνει την ώθηση αυτής της δύναμης σε χρόνο Δt .

μέτρο για το πόσο δυνατά και για πόσο χρόνο ενεργούμε, για να μεταβάλουμε την κίνηση. Ονομάζεται **ώθηση** της δύναμης.

Μπορούμε να ασκήσουμε ορισμένη ώθηση με διάφορους τρόπους: μεγάλη δύναμη για σύντομο χρονικό διάστημα, μικρότερη δύναμη για περισσότερο χρόνο, ή ακόμα δύναμη που μεταβάλλεται καθώς ενεργεί. Στο σχήμα 6-1 έχουμε το διάγραμμα σταθερής δύναμης ως συναρτήσεως του χρόνου στον οποίο ενεργεί. Το διάγραμμα είναι απλώς οριζόντια ευθεία γραμμή σε ύψος F πάνω από τον άξονα του χρόνου και έχει μήκος $\Delta t = t_2 - t_1$, ίσο με το χρόνο, κατά τον οποίο ενεργεί η δύναμη. Το εμβαδόν του ορθογωνίου κάτω από τη γραμμή αυτή είναι $F\Delta t$, δηλαδή το μέτρο της ώθησεως σ' αυτό το χρονικό διάστημα. Για οποιαδήποτε σταθερή δύναμη, που ενεργεί για κάποιο χρονικό διάστημα, μπορούμε πάντα να βρούμε το μέτρο της ώθησεως υπολογίζοντας το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη δύναμης-χρόνου γι' αυτό το χρονικό διάστημα. Η κατεύθυνσή της είναι η κατεύθυνση της δύναμης.

Υποθέστε τώρα ότι η δύναμη μεταβάλλεται από τη σταθερή τιμή F_1 στη σταθερή τιμή F_2 στην ίδια κατεύθυνση. Για χρονικό διάστημα Δt_1 η δύναμη είναι σταθερή και η ώθηση είναι $\vec{F}_1\Delta t_1$. Η ώθηση αυτή προκαλεί στην κίνηση τη μεταβολή $m(\Delta \vec{v})_1$. Στο επόμενο χρονικό διάστημα Δt_2 , η δύναμη είναι πάλι σταθερή, αυτή τη φορά $\vec{F}_2$ και έχουμε ώθηση $\vec{F}_2\Delta t_2$

Ορμή και διατήρηση της ορμής

6-1 Ώθηση

6-2 Ορμή

6-3 Μεταβολές ορμής όταν δυο σώματα αλληλεπιδρούν

6-4 Ο νόμος διατηρήσεως της ορμής

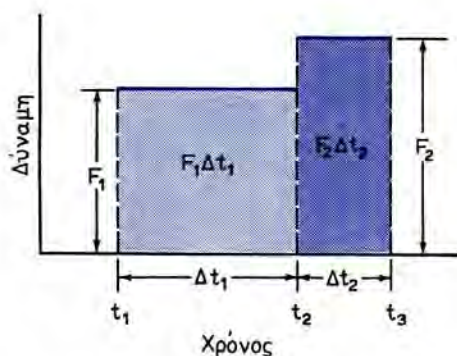
6-5 Πύραυλοι

6-6 Το κέντρο μάζας

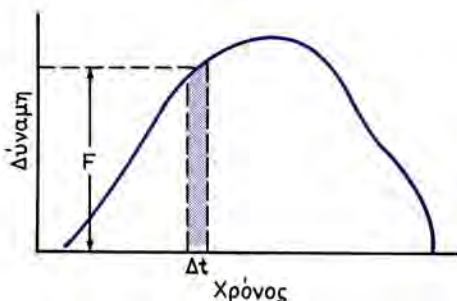
6-7 Το σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας

6-8 Διατήρηση της ορμής και ο τρίτος νόμος του Νεύτωνα

Φωτογραφία αριστερά: Πυροτεχνήματα. Φαίνονται σαν να απλώνονται προς όλες τις κατευθύνσεις. Τι δείχνει αυτό το φαινόμενο;



Σχήμα 6-2 Η δύναμη είναι F_1 στο χρονικό διάστημα Δt_1 και αλλάζει σε F_2 στο χρονικό διάστημα Δt_2 . Αν η κατεύθυνση δεν αλλάζει, η ολική ώθηση στο χρόνο $\Delta t_1 + \Delta t_2$ είναι $F_1 \Delta t_1 + F_2 \Delta t_2$, δηλαδή το σκιασμένο εμβαδόν κάτω από την καμπύλη.



Σχήμα 6-3 Διάγραμμα δυνάμεως – χρόνου για μία δύναμη που μεταβάλλεται συνεχώς.

που προκαλεί στην κίνηση την μεταβολή $m(\Delta \vec{v})_2$. Δηλαδή $\vec{F}_1 \Delta t_1 = m(\Delta \vec{v})_1$ και $\vec{F}_2 \Delta t_2 = m(\Delta \vec{v})_2$. Αν προσθέσουμε διανυσματικά αυτές τις δυο σχέσεις έχουμε:

$$\vec{F}_1 \Delta t_1 + \vec{F}_2 \Delta t_2 = m(\Delta \vec{v})_1 + m(\Delta \vec{v})_2 = m[(\Delta \vec{v})_1 + (\Delta \vec{v})_2]$$

Επομένως η ολική ώθηση στο διάστημα $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2$ είναι ακριβώς ίση με τη μάζα επί την ολική μεταβολή στη διανυσματική ταχύτητα που συμβαίνει κατά το διάστημα Δt .

Όταν πρόκειται για δύναμη που μεταβάλλεται συνεχώς, μπορούμε τότε να βρούμε τη συνολική ώθηση προσθέτοντας όλες τις ωθήσεις σε μικρά χρονικά διαστήματα. Μπορούμε να κάνουμε κάθε διάστημα τόσο μικρό, ώστε η $\vec{F}$ να είναι ουσιαστικά σταθερή κατά τη διάρκειά του. Τότε η ολική ώθηση που είναι το άθροισμα όλων των $\vec{F} \Delta t$ δίνει την ολική μεταβολή $m \Delta \vec{v}$ στην κίνηση.

Όταν η δύναμη έχει μεταβλητό μέτρο αλλά πάντα την ίδια κατεύθυνση, μπορούμε να προσθέσουμε τις ωθήσεις βρίσκοντας το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη $F - t$. Το σχήμα 6-2 δείχνει μια απλή περίπτωση. Όταν η δύναμη μεταβάλλεται συνεχώς, όπως στο σχήμα 6-3, μπορούμε να χωρίσουμε το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη $F - t$ σε μεγάλο αριθμό μικρών εμβαδών που είναι σχεδόν ορθογώνια παραλληλόγραμμα (βλ. το σκιασμένο εμβαδόν). Η ολική ώθηση είναι το άθροισμα όλων αυτών των εμβαδών, όσο η δύναμη έχει την ίδια κατεύθυνση. Αν όμως η δύναμη αλλάζει κατεύθυνση, αυτή η γραφική μέθοδος δεν είναι αρκετή. Πρέπει να προσθέσουμε τις μικρές ωθήσεις $\vec{F} \Delta t$ με τις σωστές τους κατευθύνσεις, χρησιμοποιώντας πρόσθεση διανυσμάτων, για να βρούμε τη συνολική ώθηση. Αν η πρώτη μικρή ώθηση συμβαίνει σε χρόνο t_0 όταν το κινούμενο αντικείμενο έχει ταχύτητα $\vec{v}_0$ και η τελική ώθηση συμβαίνει σε χρόνο t όταν το αντικείμενο έχει ταχύτητα $\vec{v}$, τότε η ολική ώθηση = $m(\vec{v} - \vec{v}_0) = m\vec{v} - m\vec{v}_0$.

Συμβαίνει συχνά μια μεγάλη δύναμη να ενεργεί για πολύ μικρό χρονικό διάστημα. Σκεφθείτε τι συμβαίνει, όταν χτυπάτε μια μπάλα του τένις με μια ρακέτα (σχ. 6-4). Είναι πολύ δύσκολο να βρείτε το μέγεθος των δυνάμεων που ενεργούν κατά τη σύγκρουση, εκτός αν χρησιμοποιήσετε πολύ περίπλοκα μηχανήματα. Αλλά η ολική ώθηση της δυνάμεως μπορεί να βρεθεί εύκολα, αν παρατηρήσουμε τη συνολική μεταβολή στο $m\vec{v}$.

1. Ας υποθέσετε ότι ρίχνετε μια μπάλα στον τοίχο και την πιάνετε καθώς αναπηδά:
(α) Πόσες ωθήσεις εφαρμόστηκαν στη μπάλα;
(β) Ποια ώθηση ήταν μεγαλύτερη;
2. Αν σπρώχνετε ένα σώμα με δύναμη 3 newton επί $1/2$ second, πόση ώθηση δίνετε στο σώμα;
3. Πόση είναι η ώθηση που προκαλεί σε ένα καροτσάκι 8,00 kg μια μεταβολή ταχύτητας 4,0 m/s;
4. Ένα σώμα 3,0 kg έχει επιταχυνθεί με σταθερή δύναμη 12 N από 10 m/s σε 18 m/s.



Σχήμα 6-4 Αυτή η φωτογραφία μεγάλης ταχύτητας δείχνει ένα γνώριμο παράδειγμα μιας δυνάμεως που ενεργεί μόνο για πολύ μικρό χρονικό διάστημα. Παρατηρήστε τη μεγάλη παραμόρφωση της ρακέτας και της μπάλας. (Προσφορά Harold E. Edgerton).

- (α) Ποια ώθηση ασκήθηκε στο σώμα;
 (β) Για πόσο χρόνο ενήργησε η δύναμη;
5. Ας υποθέσετε ότι ένας άνθρωπος πετάει μια μπάλα που την πιάνει ένας άλλος:
- (α) Πώς συγκρίνονται οι ωθήσεις που ασκούνται στη μπάλα κατά το πέταγμα και το πιάσιμο;
 (β) Πώς συγκρίνονται οι δυνάμεις που ενεργούν στη μπάλα;

6-2 Ορμή.

Υποθέστε ότι εφαρμόζουμε την ίδια ώθηση σε δυο πολύ διαφορετικά αντικείμενα, ας πούμε σε μια μπάλα του τένις και μια σφαίρα 7 kg, που και τα δυο είναι αρχικά ακίνητα. Αφού η αρχική τιμή της ποσότητας $m\vec{v}$ είναι μηδέν και στις δυο περιπτώσεις και επειδή εφαρμόστηκαν ίσες ωθήσεις, οι τελικές τιμές $m\vec{v}$ για τη μπάλα και τη σφαίρα θα είναι ίσες. Όμως, επειδή η μάζα της σφαίρας είναι πολύ μεγαλύτερη από τη μάζα της μπάλας, η ταχύτητα της σφαίρας θα είναι πάρα πολύ μικρότερη από την ταχύτητα της μπάλας.

Επομένως το γινόμενο $m\vec{v}$ είναι ένα πολύ διαφορετικό ενδεικτικό μέτρο της κίνησης από την ταχύτητα $\vec{v}$, αλλά θα αποδειχθεί ότι έχει εξαιρετική σημασία στη φυσική. Το ονομάζουμε **ορμή** του σώματος και το μετράμε σε χιλιόγραμμα-μέτρα ανά δευτερόλεπτο. Επειδή θα χρησιμοποιούμε συχνά την ορμή, θα εισαγάγουμε το σύμβολο $\vec{p}$, για να παραστήσουμε την ορμή ενός σώματος:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Η ταχύτητα και η ορμή, παρόλο που συνδέονται, εκφράζουν διαφορετικά πράγματα. Η γνώση της ταχύτητας μόνο, δηλώνει πόσο γρήγορα (και σε ποια κατεύθυνση) κινείται ένα αντικείμενο. Δεν δηλώνει τίποτε

για την προσπάθεια που χρειάστηκε, να το δάλουμε σε κίνηση ή ακόμη να το σταματήσουμε. Η ορμή, από την άλλη μεριά, δεν δηλώνει την ταχύτητα του αντικειμένου (αν και δηλώνει την κατεύθυνση προς την οποία κινείται), αλλά ορίζει την ώθηση που απαιτείται, για να το θέσουμε σε κίνηση και την ώθηση που απαιτείται, για να το σταματήσουμε. Με δυο λόγια, η ταχύτητα είναι κινηματική ποσότητα (ποσότητα που αναφέρεται στη γεωμετρική περιγραφή του πότε και πού) ενώ η ορμή είναι δυναμική ποσότητα που συνδέεται με τις ωθήσεις και επομένως με τις αιτίες των μεταβολών στην κίνηση των σωμάτων.

Σημειώθηκε ότι η ορμή δεν εξαρτάται από τον τρόπο, με τον οποίο το σώμα απέκτησε την κίνησή του. Η εξίσωση $\vec{p} = m\vec{v}$ περιέχει μόνο τη μάζα του αντικειμένου και την τωρινή ταχύτητά του. Η ώθηση που το έθεσε σε κίνηση μπορεί να δόθηκε με ένα από άπειρους δυνατούς τρόπους (όπως ξέρομε από την προηγούμενη παράγραφο) ή μπορεί το αντικείμενο να εκκινεί πάντα με ορμή $\vec{p}$. Με όμοιο τρόπο, η ώθηση που απαιτείται, για να σταματήσει το αντικείμενο, μπορεί να εφαρμοσθεί με κάποιον από άπειρους δυνατούς τρόπους. Παρόλα αυτά γνωρίζουμε από την τωρινή ορμή πόσο μεγάλη θα ήταν αυτή η ώθηση. Θα χρειαζόταν μια αντίθετη ώθηση, ίση με $-m\vec{v}$, για να σταματήσει το αντικείμενο, είτε χρησιμοποιήσουμε μεγάλη δύναμη για σύντομο χρονικό διάστημα, είτε μικρή δύναμη για μακρύ χρονικό διάστημα.

Εξαιτίας της σχέσεώς της με την ώθηση που μπαίνει με φυσικό τρόπο στο νόμο του Νεύτωνα $\vec{F}\Delta t = m\Delta\vec{v}$, είναι φυσικό και η ορμή να παίζει σημαντικό ρόλο στη Νευτώνια δυναμική. Πραγματικά ο Νεύτωνας εξέφρασε το νόμο του για την κίνηση διαμέσου της ορμής $m\vec{v}$ που την ονόμασε ποσότητα κινήσεως. Μπορούμε εύκολα να εκφράσουμε το νόμο του Νεύτωνα με τη μεταβολή της ορμής αντί για τη μεταβολή της ταχύτητας:

$$\vec{F}\Delta t = m\Delta\vec{v} = m(\vec{v} - \vec{v}_0)$$

όπου $\vec{v}_0$ και $\vec{v}$ είναι οι ταχύτητες πριν και μετά από την ώθηση $\vec{F}\Delta t$. Αλλά το δεξιό μέλος της τελευταίας εξισώσεως μπορεί να γραφεί:

$$m(\vec{v} - \vec{v}_0) = m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \vec{p} - \vec{p}_0 = \Delta\vec{p}$$

η μεταβολή της ορμής. Επομένως: $\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}$

Δηλαδή, η ώθηση ισούται με τη μεταβολή της ορμής. Τότε η μέση δύναμη που θα προκαλούσε την απαιτούμενη ώθηση στο διάστημα Δt είναι:

$$\vec{F}_{\text{μεσ}} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

Αν η πραγματική δύναμη μεταβάλλεται, μπορούμε να βρούμε την τιμή της σε κάθε χρονική στιγμή, αν γνωρίζουμε πώς μεταβάλλεται η ορμή με το χρόνο. Απλώς παίρνουμε το Δt όλο και μικρότερο, μέχρι να βρούμε μια τιμή του $\Delta\vec{p}/\Delta t$ που δεν μεταβάλλεται, αν μικρύνουμε ακόμη περισσότερο το Δt . Με άλλα λόγια η στιγμιαία δύναμη είναι:

$$\vec{F} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

Η δύναμη σε κάθε χρονική στιγμή ισούται με το ρυθμό μεταβολής της ορμής. Αυτή ήταν και η μορφή, με την οποία διατύπωσε αρχικά το νόμο του ο Νεύτωνα και όχι υπό τη μορφή $\vec{F} = m \vec{a}$.

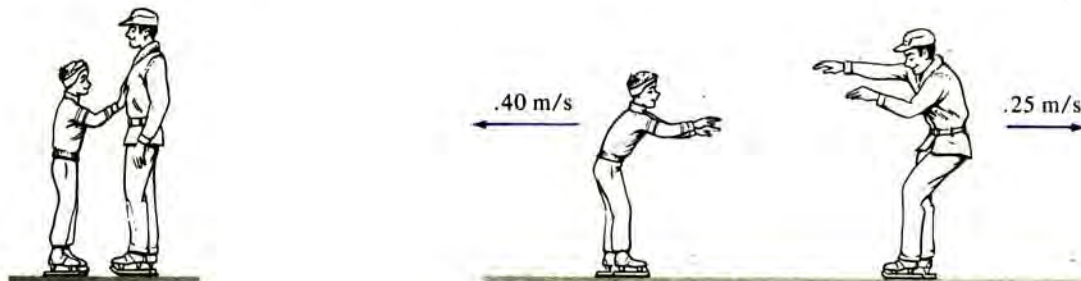
Για την ανάλυση της κινήσεως ενός μόνου αντικειμένου και οι δύο μορφές του νόμου του Νεύτωνα είναι το ίδιο ευνοϊκές. Η μεγάλη σπουδαιότητα της ορμής θα γίνει φανερή στις επόμενες παραγράφους, όπου θα εξετάσουμε κινήσεις δυο σωμάτων που ασκούν δυνάμεις μεταξύ τους.

6. Ποια είναι η μέση δύναμη που χρειάζεται, για να σταματήσει σε 0,05 s σφυρί που έχει ορμή 25 N·s;
7. Αντικείμενο μάζας 10 kg κινείται σε ευθεία γραμμή με σταθερή ταχύτητα 10 m/s. Σταθερή δύναμη ενεργεί στο αντικείμενο για 4,0 s και μεταβάλλει την ταχύτητά του σε -2 m/s.
 - (α) Να υπολογίσετε την ώθηση που ασκήθηκε στο αντικείμενο.
 - (β) Ποιο είναι το μέτρο και η κατεύθυνση της δυνάμεως;
 - (γ) Ποια είναι η ορμή του αντικειμένου πριν και μετά την εφαρμογή της δυνάμεως;
8. Ώθηση εφαρμόζεται σε κινούμενο αντικείμενο υπό γωνία 120° ως προς το διάνυσμα της ταχύτητάς του. Ποια είναι η γωνία μεταξύ του διανύσματος ώθησεως $\vec{F}\Delta t$ και της μεταβολής στο διάνυσμα ορμής $\Delta\vec{p}$;

6-3 Μεταβολές ορμής όταν δυο σώματα αλληλεπιδρούν.

Ένα παιδί και ένας άντρας στέκονται ο ένας απέναντι στον άλλο επάνω σε λεία επιφάνεια πάγου. Το παιδί σπρώχνει τον άντρα και αρχίζουν και οι δυο να κινούνται, γλιστρώντας σε αντίθετες κατευθύνσεις. Το παιδί απομακρύνεται κάπως ταχύτερα από τον άντρα. Αν κάνουμε και άλλα τέτοια πειράματα, θα διαπιστώσουμε ότι, όταν δυο άνθρωποι είναι ακίνητοι και ο ένας σπρώξει τον άλλο, κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις. Βρίσκομε επίσης ότι οι ταχύτητές τους είναι αντιστρόφως ανάλογες προς τις μάζες τους. Για παράδειγμα, αν ένα παιδί 50 kg σπρώξει έναν άντρα 80 kg αρκετά δυνατά, ώστε ο άντρας να κινηθεί με 0,25 m/s, διαπιστώνουμε ότι το παιδί κινείται στην αντίθετη κατεύθυνση με 0,40 m/s (σχ. 6-5).

Σχήμα 6-5 Επάνω σε μία παγωμένη λίμνη ένα αγόρι 50 kg σπρώχνει ένα άνδρα 80 kg με αρκετή δύναμη, ώστε να του δώσει ταχύτητα 0,25 m/s. Το αγόρι φεύγει προς την αντίθετη κατεύθυνση με 0,40 m/s.



Τα παραπάνω πειραματικά αποτελέσματα εκφράζονται πολύ εύκολα χρησιμοποιώντας την ορμή του άντρα και την ορμή του παιδιού. Η ορμή του άντρα είναι $mυ = 80 \text{ kg} \times 0,25 \text{ m/s} = 20 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$. Η ορμή του παιδιού προς την αντίθετη κατεύθυνση είναι $mυ = 50 \text{ kg} \times 0,40 \text{ m/s} = 20 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$. Μετά το σπρώξιμο οι ορμές τους είναι ίσες κατά μέτρο και αντίθετες σε κατεύθυνση.

Μπορούμε να κάνουμε ένα ακριβές πείραμα παρόμοιο με αυτό που περιγράψαμε, χρησιμοποιώντας πεσσούς ξερού πάγου. Στερεώνουμε το ένα άκρο ενός ελατηρίου στην περιφέρεια ενός πεσσού. Λυγίζουμε το ελατήριο και δένουμε τα άκρα του με μια κλωστή (σχ. 6-6). Τοποθετούμε κατόπιν ένα δεύτερο πεσό κοντά στον πρώτο. Όταν οι δυο πεσσοί είναι ακίνητοι επάνω σε μία επιπεδη γυάλινη επιφάνεια, καίμε την κλωστή και παρατηρούμε τι συμβαίνει μετά την «εκτίναξη» του ελατηρίου. Η κίνηση των πεσσών που επακολουθεί φαίνεται στο σχήμα 6-7.

Στο πείραμα αυτό η μάζα του πεσσού με τη μεγαλύτερη μάζα μαζί με τη μάζα του ελατηρίου, που είναι στερεωμένο επάνω του, ήταν 3,9 kg και η μάζα του μικρού πεσσού ήταν 2,0 kg. Μια ματιά στο σχήμα μας δείχνει ότι οι δυο πεσσοί κινήθηκαν σε αντίθετες κατευθύνσεις. Σε κάθε

Σχήμα 6-6 Η συσκευή που χρησιμοποιούμε για να δείξουμε ένα απλό είδος εκρήξεως. Ένα συμπιεσμένο ελατήριο συγκρατείται ανάμεσα σε δυο πεσσούς ξερού πάγου. Το ελατήριο είναι στερεωμένο στον μεγαλύτερης μάζας πεσό και συγκρατείται με ένα νήμα.



Σχήμα 6-7 Φωτογραφία πολλαπλών λήψεων της κινήσεως των δυο πεσσών μετά την αμοιβαία απώθησή τους από το ελατήριο. Ο ρυθμός των φωτεινών παλμών ήταν 4 ανά δευτερόλεπτο και η κλίμακα είναι σε εκατοστόμετρα. Η λήψη έχει γίνει από πάνω.



διάστημα μεταξύ των φωτεινών λάμπων ο μικρός πεσσός διατρέχει μεγαλύτερη απόσταση από το μεγάλο. Ο μικρός πεσσός πρέπει να πήρε μεγαλύτερη ταχύτητα από το μεγάλο. Μετρώντας επάνω στη φωτογραφία μπορείτε να βρείτε ότι ο μικρός πεσσός κινήθηκε με $0,48 \text{ m/s}$ μετά την «έκρηξη» και ο μεγάλος πεσσός κινήθηκε με $0,24 \text{ m/s}$. Η ορμή του μικρού πεσσοῦ ήταν $mv = 2,0 \text{ kg} \times 0,48 \text{ m/s} = 0,96 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$ προς τα δεξιά, ενώ η ορμή του μεγάλου πεσσοῦ ήταν $mv = 3,9 \text{ kg} \times 0,24 \text{ m/s} = 0,94 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$ προς τα αριστερά. Στα όρια της πειραματικής ακρίβειας οι δυο αυτές ορμές είναι ίσες και αντίθετες.

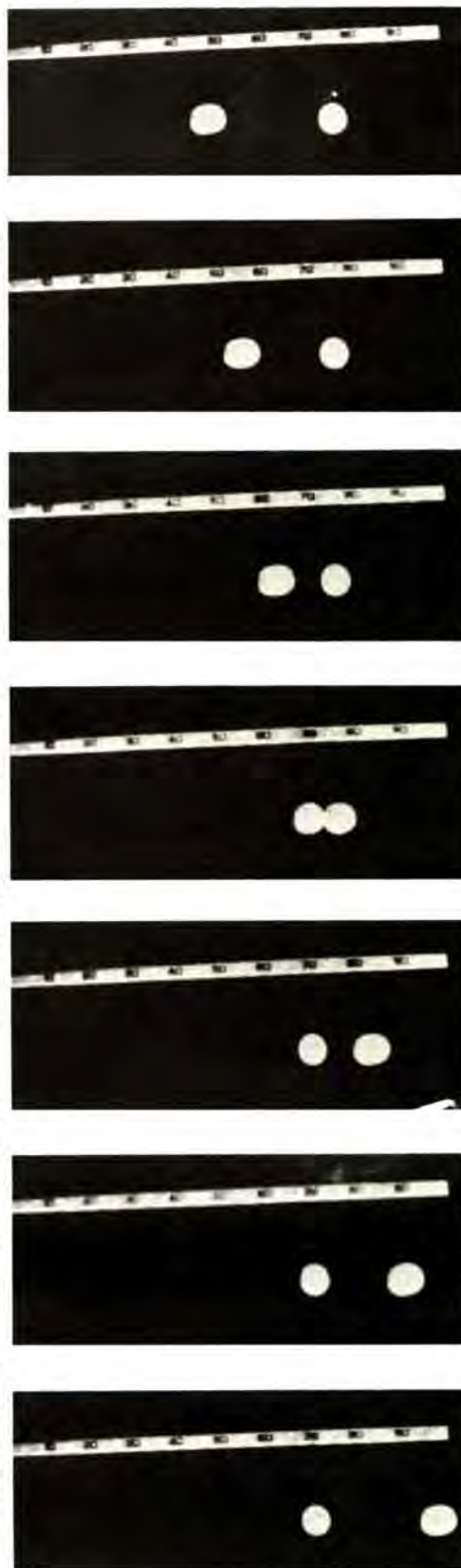
Παρατηρώντας τις κινήσεις δυο σωμάτων που ξεκινούν από ηρεμία και αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, βρίσκομε κάθε φορά ότι οι μεταβολές ορμής που συμβαίνουν είναι ίσες και αντίθετες. Δεν έχει σημασία τι προκαλεί τις δυνάμεις αλληλεπιδράσεως. Μπορεί να προέρχονται από τους μύες μας, από ένα παραμορφωμένο ελατήριο ή από μια χημική έκρηξη.

Πάρτε ως ένα άλλο παράδειγμα μια συνηθισμένη χημική έκρηξη. Όταν ένας άνθρωπος πυροβολεί με το τουφέκι, τα αέρια από τα εκρηκτικά ασκούν δυνάμεις μέσα στην κάννη. Η σφαίρα ωθείται προς τα έξω προς μια κατεύθυνση και το τουφέκι ωθείται προς τα πίσω στην αντίθετη κατεύθυνση. Μπορούμε να δείξουμε ότι η ορμή του τουφεκιού και η ορμή της σφαίρας είναι ίσες και αντίθετες: Κρεμάμε το τουφέκι με μακριά νήματα, παίρνομε κατάλληλες φωτογραφίες της σφαίρας με μεγάλη ταχύτητα και περιοδικό φωτισμό και χρονομετρούμε την πολύ βραδύτερη κίνηση του τουφεκιού με ένα χρονόμετρο. Αν δεν γίνει αυτό και το όπλο χρησιμοποιηθεί κατά το συνήθη τρόπο η ταχύτητα ανακρούσεως του όπλου ελαττώνεται γρήγορα από μια ώθηση από τον ώμο του πυροβολητή και έτσι αργότερα τυχόν μέτρηση της ορμής δεν δείχνει τόσο καλά ότι οι ορμές είναι ίσες και αντίθετες.

Μέχρι τώρα εξετάσαμε μόνο περιπτώσεις, όπου και τα δυο σώματα που αλληλεπιδρούν είναι αρχικά ακίνητα. Τι μπορούμε να πούμε για τις μεταβολές των ορμών δυο σωμάτων που αλληλεπιδρούν, όταν το ένα ή και τα δυο βρίσκονται αρχικά σε κίνηση;

Στο σχήμα 6-8 κινούμενη μπάλα μπιλιάρδου συγκρούεται με άλλη ακίνητη. Η προσπίπτουσα μπάλα σταματά, ενώ η μπάλα που χτυπιέται αρχίζει να κινείται με την ίδια ταχύτητα που είχε η προσπίπτουσα μπάλα. Οι δυο μπάλες έχουν την ίδια μάζα. Επομένως η ορμή της μπάλας που χτυπήθηκε είναι η ίδια μετά τη σύγκρουση με την ορμή της προσπίπτουσας μπάλας πριν από τη σύγκρουση. Η προσπίπτουσα μπάλα έχασε όλη της την ορμή και η μπάλα που χτυπήθηκε κέρδισε ακριβώς την ορμή, που έχασε η προσπίπτουσα μπάλα. Οι μεταβολές της ορμής είναι πάλι ίσες και αντίθετες.

Σχήμα 6-8 Μεγεθυμένες φωτογραφίες κινηματογραφικής ταινίας, που δείχνουν μία μετωπική σύγκρουση όπου συγκρούονται δυο μπάλες μπιλιάρδου με ίδιες μάζες. Η πάνω φωτογραφία δείχνει την αριστερή μπάλα που κινείται προς την ακίνητη μπάλα. Η στιγμή της συγκρούσεως φαίνεται στην τέταρτη από επάνω φωτογραφία. Η χρονική διάρκεια μεταξύ των φωτογραφιών είναι $1/48$ δευτερόλεπτα και η κλίμακα είναι σε εκατοστά. Προσέξτε ότι όλη η ορμή της προσπίπτουσας μπάλας μεταφέρεται στη μπάλα που αρχικά ήταν ακίνητη.



Σχήμα 6-9 Φωτογραφία πολλαπλών λήψεων (30 φωτεινοί παλμοί ανά δευτερόλεπτο) όπου δυο μπάλες, με μάζα 173 γραμμάρια η κάθε μία, συγκρούονται έκκεντρα. Η μπάλα που είναι σημαδεμένη με μία τελεία μπήκε από το κάτω μέρος της εικόνας και κτύπησε τη μπάλα με τη λωρίδα που ήταν ακίνητη. (Η μηχανή ήταν στραμμένη προς τα κάτω και η μπάλα κινούνταν οριζόντια). Για να βρούμε τις ταχύτητες και τις ορμές που δείχνει το διάγραμμα του σχήματος 6-10, χρησιμοποιήσαμε το δεδομένο ότι η φωτογραφία έχει περίπου 12% του πραγματικού μεγέθους. Είναι δυνατόν αυτή η προσέγγιση να επηρεάσει το συμπέρασμά μας ότι $\Delta \vec{p}_1 = -\Delta \vec{p}_2$;

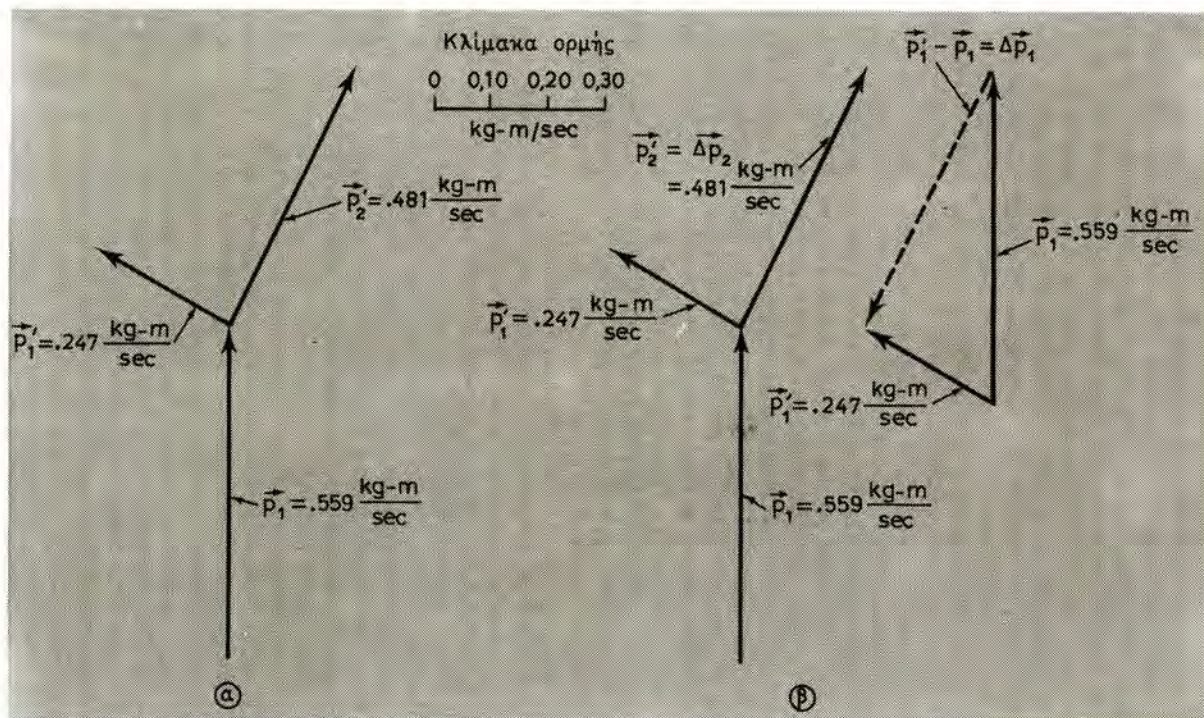


Η σύγκρουση που δείχνεται στο σχήμα 6-8 είναι πολύ ειδική: Η προσπίπτουσα μπάλα χτυπά την ακίνητη μπάλα μετωπικά. Συνήθως μια μπάλα του μπιλιάρδου κτυπά μια άλλη πλάγια και οι δυο μπάλες φεύγουν προς διαφορετικές κατευθύνσεις. Μια τέτοια σύγκρουση δείχνεται στο σχήμα 6-9. Η μπάλα που εκκινείτο αρχικά φαίνεται στο κάτω μέρος του σχήματος. Μετά τη σύγκρουση, όπως θα περιμέναμε, η μία μπάλα φεύγει προς τα δεξιά και η άλλη φεύγει προς τα αριστερά.

Η πολλαπλή φωτογράφιση δείχνει τα μέτρα των ταχυτήτων και τις κατευθύνσεις, που έχουν οι μπάλες πριν και μετά τη σύγκρουση. Χρησιμοποιώντας τα μέτρα ταχυτήτων που μετρούμε και τις κατευθύνσεις κινήσεως που παρατηρούνται, βρίσκουμε τα διανύσματα ταχύτητας $\vec{v}_1$, $\vec{v}_1'$ και $\vec{v}_2'$, που παριστάνουν αντιστοίχως την ταχύτητα της πρώτης μπάλας πριν και μετά τη σύγκρουση και την ταχύτητα της δεύτερης μπάλας μετά τη σύγκρουση. (Θα χρησιμοποιούμε το σύμβολο «'» που διαβάζεται «τονούμενο», για να διακρίνουμε κάποια ποσότητα σε μεταγενέστερη χρονική στιγμή από την ίδια ποσότητα σε κάποια προηγούμενη χρονική στιγμή). Βρίσκουμε ύστερα τις ορμές που έχουν οι μπάλες πολλαπλασιάζοντας τις διανυσματικές ταχύτητες με τις μάζες: $\vec{p} = m \vec{v}$ για κάθε μπάλα. (Επειδή εδώ οι μάζες για τις δυο μπάλες είναι ίσες, η αλλαγή από το $\vec{v}$ στο $\vec{p}$ είναι μια απλή αλλαγή κλίμακας). Στο σχήμα 6-10(α) σχεδιάσαμε τα διανύσματα ορμής $\vec{p}_1$, $\vec{p}_1'$ και $\vec{p}_2'$, που παριστάνουν την ορμή της προσπίπτουσας μπάλας πριν από τη σύγκρουση και τις ορμές κάθε μπάλας μετά τη σύγκρουση.

Θα εξετάσουμε τώρα, αν οι μεταβολές της ορμής που υφίστανται οι δυο μπάλες σ' αυτό το πείραμα είναι ίσες κατά μέτρο και αντίθετες σε κατεύθυνση.

Στο σχήμα 6-10(β) το $\Delta \vec{p}_1$ προσδιορίζεται γραφικά. Σχεδιάζουμε το $\vec{p}_1$, ώστε η αρχή του να συμπίπτει με την αρχή του $\vec{p}_1$. Το διάνυσμα $\Delta \vec{p}_1$ είναι η διακεκομμένη γραμμή, που ενώνει τα τέλη των $\vec{p}_1$ και $\vec{p}_1$. Βλέπουμε ότι είναι ίσο και αντίθετο με το $\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_2$, που είναι η μεταβολή της ορμής της μπάλας που χτυπήθηκε. Η μεταβολή της ορμής της προσπίπτουσας μπάλας αντισταθμίζεται από μια ίση και αντίθετη μεταβολή της ορμής της άλλη μπάλας, δηλαδή: $\Delta \vec{p}_1 = -\Delta \vec{p}_2$.



Σχήμα 6-10 (α) Τα διανύσματα παριστάνουν τις ορμές για τις δυο μπάλες του σχήματος 6-9. Η τιμή $\vec{p}_1$ είναι η αρχική ορμή της μπάλας με την τελεία, $\vec{p}_1'$ είναι η ορμή της μετά τη σύγκρουση και $\vec{p}_2$ είναι η ορμή που απέκτησε η μπάλα που ήταν αρχικά ακίνητη. Στο (β) βρίσκουμε με γραφική μέθοδο τη μεταβολή $\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_1' - \vec{p}_1$. Η ποσότητα $\Delta \vec{p}_1$ παριστάνεται με διακεκομμένη γραμμή στο σχήμα. Παρατηρήστε ότι η $\Delta \vec{p}_1$ είναι με πολύ καλή προσέγγιση ίση και αντίθετη με την $\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_2$.

9. Στο σχήμα 6-8, πώς μπορείτε να διαπιστώσετε από τις φωτογραφίες ότι όλη η ορμή της προσπίπτουσας μπάλας μεταφέρεται στη μπάλα που χτυπήθηκε;

10. Στο σχήμα 6-10 γιατί $\vec{p}_2' = \Delta \vec{p}_2$;

6-4 Ο νόμος διατηρήσεως της ορμής.

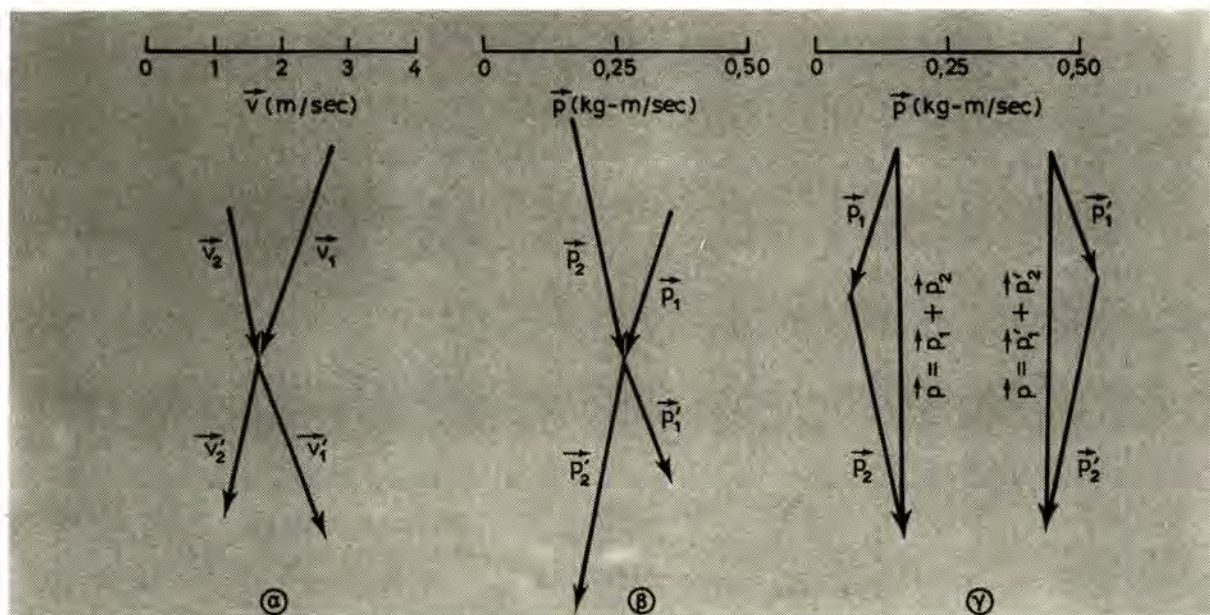
Στην προηγούμενη παράγραφο είδαμε παραδείγματα, στα οποία δυο σώματα αλληλεπιδρούν. Η κίνηση του κάθε σώματος αλλάζει και η μεταβολή της ορμής του ενός σώματος είναι ίση και αντίθετη με τη μεταβολή της ορμής του άλλου. Καθώς προχωρούμε, θα συναντήσουμε ακόμη περισσότερα παραδείγματα. Ένα μοναδικό παράδειγμα δεν μπορεί να αποτελέσει γενική απόδειξη ότι οι ορμές δυο σωμάτων που αλληλεπιδρούν μεταβάλλονται κατά ίσα και αντίθετα μεγέθη. Αλλά η εμπειρία μας από την αλληλεπίδραση δυο σωμάτων, σε όλες τις περιπτώσεις μας δείχνει ότι οι ίσες και αντίθετες μεταβολές της ορμής αποτελούν αμετάβλητο κανόνα της φύσεως.

Αυτός ο φυσικός κανόνας μπορεί να διατυπωθεί με διαφορετική μορφή. Εισάγουμε την ολική ορμή $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ των δυο σωμάτων. Επειδή όλες οι μεταβολές των ορμών $\vec{p}_1$ και $\vec{p}_2$ είναι ακριδώς ίσες και αντίθετες, η ολική ορμή $\vec{p}$ μένει αμετάβλητη. Δηλαδή $\Delta\vec{p} = 0$ ή η $\vec{p}$ είναι σταθερή. Η πρόταση ότι η συνολική ορμή είναι σταθερή ονομάζεται νόμος της διατηρήσεως της ορμής.

Ας εξετάσουμε τώρα τη διατήρηση της ορμής για δυο μάζες, που κινούνται και οι δυο αρχικά και συγκρούονται. Το σχήμα 6-11 δείχνει

Σχήμα 6-11 Φωτογραφία πολλαπλών λήψεων μιας συγκρούσεως ανάμεσα σε δυο μπάλες, με μάζες 201,1 g και 85,4 g. Ο ρυθμός των φωτεινών παλμών ήταν πάλι 30 ανά δευτερόλεπτο και η διάταξη ήταν η ίδια που περιγράψαμε στο σχήμα 6-9. Και οι δυο μπάλες ήταν αρχικά σε κίνηση και μπήκαν από το πάνω μέρος της εικόνας.





Σχήμα 6-12 (α) Τα διανύσματα ταχύτητας για τις μπάλες που δείχνει το σχήμα 6-11. Ο δείκτης «1» αναφέρεται στη μικρότερης μάζας μπάλα και ο δείκτης «2» στη μεγαλύτερης μάζας. Οι τόνοι δηλώνουν ταχύτητες και ορμές μετά τη σύγκρουση. (β) Τα διανύσματα ορμής πριν και μετά τη σύγκρουση. (γ) Στο αριστερό μέρος προσθέσαμε τις ορμές πριν από τη σύγκρουση. Στο δεξιό κάναμε το ίδιο για τις ορμές μετά τη σύγκρουση. Όπως βλέπετε, $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2'$. Στην πραγματικότητα όταν κάναμε το αρχικό σχέδιο, η ισότητα ίσχυε με ακρίβεια 1 προς 200.

σύγκρουση αυτού του είδους. Μετρώντας τις αποστάσεις που έχουν διατρέξει οι μάζες μεταξύ των φωτεινών λάμπων, προσδιορίζουμε την ταχύτητά τους. Τα διανύσματα των ταχυτήτων δείχνονται στο σχήμα 6-12(α). Πολλαπλασιάζοντας με τις μάζες που βρέθηκαν από μέτρηση, 85,4 γραμμάρια για την πρώτη μπάλα και 201,1 γραμμάρια για την δεύτερη, καθορίζουμε τα διανύσματα ορμής για κάθε μπάλα ξεχωριστά πριν και μετά τη σύγκρουση [σχ. 6-12(β)]. Ύστερα, στο αριστερό μέρος του σχήματος 6-12(γ) προσθέτουμε τα διανύσματα ορμής για τις δυο μπάλες πριν από τη σύγκρουση και βρίσκουμε τη συνολική ορμή. Στο δεξιό μέρος προσθέτουμε τα διανύσματα ορμής για τις δυο μπάλες μετά τη σύγκρουση. Βλέπετε ότι οι δυο μετρημένες τιμές της συνολικής ορμής είναι σχεδόν ακριβώς οι ίδιες. Το πείραμα αυτό είναι συνεπές με το νόμο διατηρήσεως της ορμής.

Ας δοκιμάσουμε και ένα ακόμη είδος συγκρούσεως: μια σύγκρουση δυο μαζών που κολλούν και συνεχίζουν σαν ένα σώμα μετά τη σύγκρουση. Το σχήμα 6-13 δείχνει τη σύγκρουση μιας μπάλας του γκολφ με μια μπάλα από πλαστελίνη. Η μπάλα του γκολφ έχει μάζα 45,7 g. Η μπάλα της πλαστελίνης, αρχικά ακίνητη, έχει μάζα 69,7 g. Επομένως η συνδυασμένη μάζα για τις δυο μπάλες όταν κολλήσουν μετά τη σύγκρουση



Σχήμα 6-13 Πολλαπλή φωτογράφιση μιας συγκρούσεως ανάμεσα σε μία μπάλα του γκολφ και μία μπάλα από πλαστελίνη. Η μπάλα του γκολφ κινήθηκε από τα αριστερά και κτύπησε τη μπάλα της πλαστελίνης. Οι δυο μπάλες κινήθηκαν προς τα δεξιά κολλημένες. Μέτρησε μόνος σου το λόγο της προσπίπτουσας προς την τελική ταχύτητα και σύγκρινε το αποτέλεσμα με τον υπολογισμό που αναφέρει το κείμενο.

ήταν 115,4 g. Αυτή η συνολική μάζα ήταν 2,53 φορές μεγαλύτερη από τη μάζα της προσπίπτουσας μπάλας. Μετρώντας το λόγο που έχει η προσπίπτουσα προς την τελική ταχύτητα με τη βοήθεια της φωτογραφίας, θα βρείτε ότι η προσπίπτουσα ταχύτητα ήταν περίπου 2,53 φορές μεγαλύτερη από την τελική ταχύτητα. Άρα η τελική ορμή είναι ίση με την αρχική ορμή.

Από εδώ και πέρα θα υποθέσουμε ότι η διατήρηση της ορμής ισχύει γενικά για δυο σώματα που αλληλεπιδρούν. Θεωρούμε ότι είναι ένας γενικός νόμος, που βασίζεται στο πείραμα. Πραγματικά, το είδος των πειραμάτων που περιγράψαμε συνοπτικά παραπάνω είναι το ίδιο με το είδος των πειραμάτων, που οδήγησαν αρχικά στο νόμο διατηρήσεως της ορμής. Επειδή οι νόμοι της συγκρούσεως είχαν τόσο προφανή σημασία για την ανάπτυξη της μηχανικής, το 1668 η Βασιλική Εταιρεία του Λονδίνου (μόλις οκτώ χρόνια μετά την ίδρυσή της) άρχισε την έρευνα αυτού του προβλήματος. Τρεις ικανοί άνθρωποι δόθηκαν πολύ παρόμοιες λύσεις: Ο John Wallis, Άγγλος μαθηματικός· ο Sir Christopher Wren, ο Άγγλος επιστήμονας και αρχιτέκτονας που σχεδίασε τον καθεδρικό ναό του Αγίου Παύλου στο Λονδίνο και ο Christian Huygens, Ολλανδός φυσικός. Ο Wallis ήταν πρώτος και έτσι του ανήκει η αναγνώριση για τη γενική αρχή της διατηρήσεως της ορμής.

Σε δημοσίευση που εμφανίστηκε το 1669 και αργότερα στο βιβλίο του «Mechanica» (1670), ο Wallis ανέπτυξε με αρκετή σαφήνεια τις έννοιες της ώθησεως και της ορμής και τη σχέση μεταξύ τους. Πίστευε ότι μια ώθηση που έθετε σε κίνηση ένα σώμα προς ένα άλλο θα έδινε την ίδια ορμή στο μοναδικό σώμα όπως και στα δυο συνδυασμένα σώματα μετά τη σύγκρουση. Έτσι κατέληξε στη διατήρηση της ορμής για ένα είδος συγκρούσεως. Ισχυρίστηκε επίσης ότι η διατήρηση ισχύει και για άλλες συγκρούσεις. Ο Γάλλος φυσικός Marriotte κατέληξε στα ίδια συμπεράσματα με μια σειρά από πειράματα με εκκρεμή, που κτυπούσαν το ένα με το άλλο. Ο Huygens έκανε παρόμοια πειράματα καθώς και άλλα πειράματα, στα οποία μια σκληρή σφαίρα, κινούμενη σε ένα ευθύγραμμο αυλάκι, χτυπούσε μια σειρά από άλλες παρόμοιες σφαίρες που βρίσκονταν σε επαφή. Στα «Principia» ο Νεύτωνας περιέγραψε αυτά τα

πειράματα καθώς και άλλα δικά του προσεκτικά πειράματα. Ο νόμος της διατηρήσεως της ορμής καθιερώθηκε ως ένα από τα θεμέλια της σύγχρονης φυσικής.

11. Στο σχήμα 6-12, πώς κατασκευάζεται το διάγραμμα (β) από το διάγραμμα (α);
12. Δυο πεσσοί πάγου, αρχικά ακίνητοι, απομακρύνονται ο ένας από τον άλλο με ταχύτητες 5 cm/s και -2 cm/s μετά από «έκρηξη». Ποιος είναι ο λόγος των μαζών τους;
13. Μεγάλο φορτηγό μάζας $3,0 \times 10^4$ kg πέφτει επάνω σε ακίνητο αυτοκίνητο-ψυγείο μάζας $2,0 \times 10^4$ kg. Πριν από τη σύγκρουση το φορτηγό έτρεχε με 1,0 m/s. Αν τα δυο αυτοκίνητα μείνουν κολλημένα, ποια θα είναι η νέα ταχύτητα;

6-5 Πύραυλοι.

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη διατήρηση της ορμής, για να κατανοήσουμε την κίνηση ενός πυραύλου.

Φαντασθείτε πρώτα έναν άνθρωπο με διαστημική στολή μέσα στο διαπλανητικό χώρο. Δεν ασκείται καμιά δύναμη επάνω του, επομένως η ταχύτητά του είναι σταθερή. Η μάζα του είναι m και κρατά στο χέρι του μικρό αντικείμενο μάζας Δm , που κινείται μαζί του στο διάστημα με την ίδια ταχύτητα που έχει και αυτός. Ο άνθρωπος ρίχνει τη μάζα Δm με ταχύτητα $\vec{v}_e$ ως προς το σύστημα αναφοράς, στο οποίο βρισκόταν σε ηρεμία πριν να ρίξει τη μάζα Δm . Η ορμή αυτής της μικρής μάζας μεταβάλλεται κατά το ποσό $(\Delta m)\vec{v}_e$. Σύμφωνα με την αρχή της διατήρησης της ορμής, η ταχύτητα $\vec{v}$ του ανθρώπου υφίσταται μεταβολή μέτρου Δv και προς την αντίθετη κατεύθυνση και η ορμή του αλλάζει κατά το ποσό $m\Delta v$, ακριβώς ίσο κατά μέτρο με τη μεταβολή $(\Delta m)v_e$ του μικρού αντικειμένου. Άρα:

$$m\Delta v = (\Delta m)v_e$$

και η ταχύτητα του ανθρώπου μεταβάλλεται κατά:

$$\Delta v = \frac{\Delta m}{m} v_e$$

Ο άνθρωπος αυτός μοιάζει με ένα διαστημόπλοιο: Μεταβάλλει την ταχύτητά του εκτοξεύοντας μάζα. Αν θελήσει να αυξήσει την ταχύτητά του προς τα ανατολικά, εκτοξεύει μάζα προς τα δυτικά.

Η μάζα που εκτοξεύεται από ένα διαστημόπλοιο έχει τη μορφή ενός ρεύματος αερίου. Το αέριο εκτοξεύεται από το διαστημόπλοιο με μεγάλη ταχύτητα εξόδου, και η ορμή του διαστημοπλοίου μεταβάλλεται προς την αντίθετη κατεύθυνση. Πρέπει να προσέξουμε και να θυμόμαστε ότι m είναι η μάζα του διαστημοπλοίου μετά την αποβολή της μικρής μάζας Δm . Περιλαμβάνει το καύσιμο, το πλήρωμα, το περίβλημα, δηλαδή όλα όσα μένουν στο σκάφος.

6-6 Το κέντρο μάζας.

Φαντασθείτε ένα πασχαλινό πυροτέχνημα, που σκάζει καθώς κινείται στον αέρα. Μετά την έκρηξη, αν βλέπατε όλα τα κομμάτια να πηγαίνουν προς την ίδια πλευρά της τροχιάς, ασφαλώς θα υποθέτατε ότι κάτι δεν πάει καλά. Από διαίσθηση περιμένετε ότι τα θραύσματα του πυροτεχνήματος θα έπρεπε να έχουν μια μέση κίνηση επάνω στην αρχική τροχιά. Διερευνώντας τέτοιες εκρήξεις, διαπιστώνουμε ότι υπάρχει ένα ειδικό σημείο, που κινείται με σταθερή ταχύτητα, είτε γίνει μια έκρηξη, είτε όχι.

Η θραύση ενός πυροτεχνήματος είναι πολύ περίπλοκο φαινόμενο για μια απλοϊκή ανάλυση αυτού του θέματος. Ας ξαναγυρίσουμε στην απλή έκρηξη που συζητήσαμε ήδη, τους δυο πεσσούς ξερού πάγου, που αποχωρίζονται ένεκα της δράσεως ενός συμπιεσμένου ελατηρίου. Με τη βοήθεια της φωτογραφίας (σχ. 6-7) βρήκαμε ότι οι δυο πεσσοί, παρόλο που είχαν διαφορετικές μάζες, απέκτησαν ίσες και αντίθετες ορμές μετά την έκρηξη. Αν ο αριστερός πεσσός έχει μάζα m_1 και ο δεξιός m_2 , μπορούμε να γράψουμε:

$$m_1 \vec{v}_1 = -m_2 \vec{v}_2$$

Επομένως ο λόγος των ταχυτήτων είναι αντιστρόφως ανάλογος προς το λόγο των μαζών:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

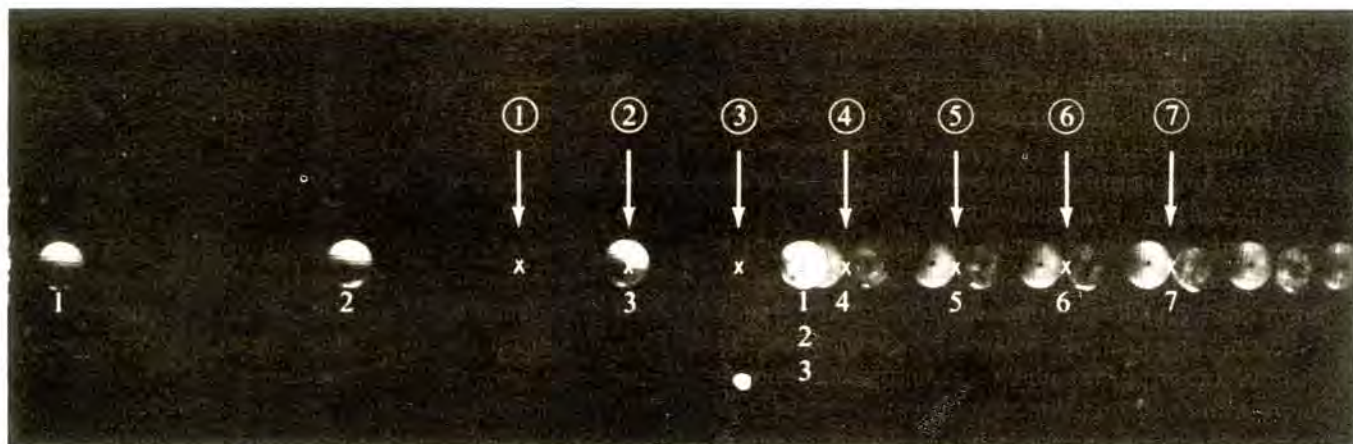
Ας υποθέσουμε ότι η έκρηξη συντελείται σε πολύ μικρό χρόνο, ώστε να μπορούμε να ισχυρισθούμε ότι τα σώματα κινούνται από την αρχή με σταθερές ταχύτητες. Τότε, μετά από χρόνο Δt θα έχουν διατρέξει αποστάσεις $x_1 = v_1 \Delta t$ και $x_2 = v_2 \Delta t$ από το σημείο της εκρήξεως. Αυτές οι δυο αποστάσεις είναι ευθέως ανάλογες προς τις ταχύτητες και επομένως αντιστρόφως ανάλογες προς τις μάζες των δυο σωμάτων:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

Άρα, σε κάθε χρονική στιγμή κατά τη διάρκεια της κινήσεως, το σημείο εκκινήσεως και των δυο που μένει το ίδιο ακίνητο, διαιρεί την απόσταση μεταξύ των δυο σωμάτων σε λόγο αντιστρόφως ανάλογο προς τις μάζες τους. Θα ονομάσουμε το σημείο που διαιρεί την απόσταση μεταξύ δυο σωμάτων σε λόγο αντιστρόφως ανάλογο προς τις μάζες τους **κέντρο μάζας** των δυο σωμάτων. Το σημείο εκκινήσεως, σ' αυτή την περίπτωση, είναι το κέντρο μάζας.

Ας ερευνήσουμε τώρα πώς συμπεριφέρεται το κέντρο μάζας σε κάπως πιο περίπλοκες αλληλεπιδράσεις μεταξύ σωμάτων – τις συγκρούσεις που συζητήσαμε σ' αυτό το κεφάλαιο. Στο σχήμα 6-14 ξαναβλέπουμε τη σύγκρουση μεταξύ μιας μπάλας του γκολφ και μιας μπάλας πλαστελίνης, που δείχνεται στο σχήμα 6-13 και που την αναπτύξαμε σε προηγούμενη παράγραφο. Οι μάζες ήταν $m_1 = 45,7$ g για τη μπάλα του γκολφ και $m_2 = 69,7$ g για τη μπάλα της πλαστελίνης. Από τον ορισμό της θέσεως του κέντρου μάζας βρίσκομε:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{69,7}{45,7} \approx \frac{3}{2}$$



Δηλαδή το κέντρο μάζας διαιρεί την απόσταση ανάμεσα στις δυο μπάλες σε κάθε χρονική στιγμή σε λόγο περίπου 3 προς 2. Οι θέσεις του κέντρου μάζας σε κάθε φωτεινή λάμψη σημειώνονται επάνω στη φωτογραφία με βέλη και είναι αριθμημένες σε αντιστοιχία με τις αριθμημένες θέσεις που έχουν οι μπάλες. Μπορείτε να μετρήσετε την ταχύτητα του κέντρου μάζας και να δείτε ότι παραμένει σταθερή σαν να μην είχε συμβεί η σύγκρουση. Σ' αυτή την περίπτωση, που οι μάζες μένουν κολλημένες, η ταχύτητα του κέντρου μάζας $\vec{v}_c$ είναι ακριδώς η τελική ταχύτητα που έχουν οι μπάλες, $\vec{v}'$. Σύμφωνα με το νόμο διατήρησης της ορμής η ολική μάζα $m_1 + m_2$ έχει τώρα την ίδια ορμή $\vec{p}'$, που είχε προηγουμένως η προσπίπτουσα μπάλα:

$$\vec{p}' = (m_1 + m_2) \vec{v}' = m_1 \vec{v}_1$$

Αλλά αφού $\vec{v}' = \vec{v}_c$, μπορούμε επίσης να γράψουμε:

$$(m_1 + m_2) \vec{v}_c = m_1 \vec{v}_1$$

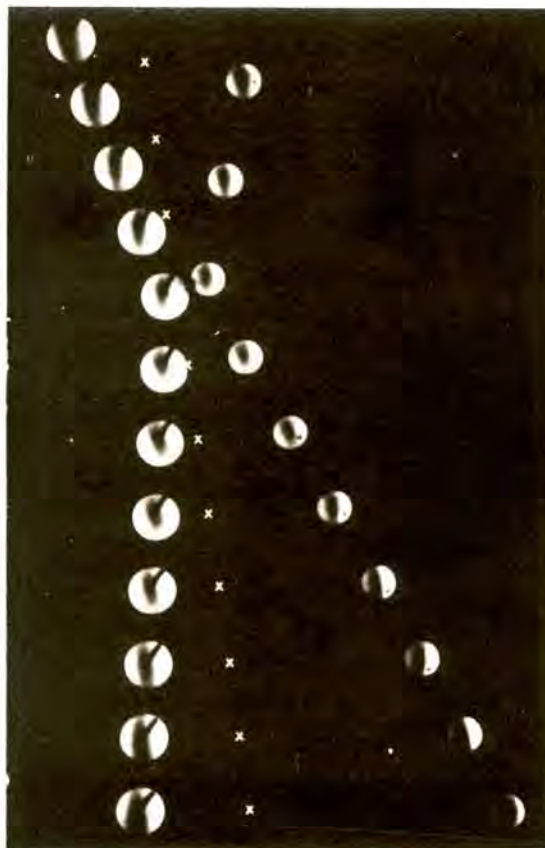
Επομένως η ολική μάζα επί την ταχύτητα του κέντρου μάζας δίνει την ολική ορμή.

Το κέντρο μάζας δυο σωμάτων που αλληλεπιδρούν συμπεριφέρεται με τον ίδιο τρόπο, ακόμη και όταν τα σώματα δεν κολλούν κατά τη σύγκρουση. Το κέντρο μάζας κινείται πάντα σαν να ήταν όλη η μάζα συγκεντρωμένη εκεί. Παρατηρήστε τη σύγκρουση που δείχνεται στο σχήμα 6-15. Είναι η ίδια σύγκρουση που δείχνει το σχήμα 6-11 για δυο μπάλες με μάζες 201,1 g και 85,4 g. Σημειώσαμε πάλι τη θέση του κέντρου μάζας για κάθε φωτεινή λάμψη. Ακόμη και σ' αυτή την πιο περίπλοκη περίπτωση, το κέντρο μάζας κινείται με σταθερή ταχύτητα σε όλη τη διάρκεια της κινήσεως.

Σχήμα 6-14 Η σύγκρουση του σχήματος 6-13 με τις θέσεις των κέντρων μάζας σημειωμένες και αριθμημένες σε αντιστοιχία με τις θέσεις που είχαν οι δυο μπάλες σε κάθε φωτεινό παλμό. Η θέση του κέντρου μάζας προσδιορίζεται από τη σχέση $m_1 x_1 = m_2 x_2$, με τα δεδομένα του κειμένου. Μπορείτε να διαπιστώσετε ότι το κέντρο μάζας κινείται με την ίδια σταθερή ταχύτητα πριν και μετά τη σύγκρουση.

14. Ποια είναι η κατεύθυνση της κινήσεως του κέντρου μάζας για τις δυο μπάλες στο σχήμα 6-9 μετά τη σύγκρουση;
15. Ενώ δυο καροτσάκια μάζας 1 kg κινούνται μαζί με ταχύτητα 0,5 m/s, ένα ελατήριο τα ξεχωρίζει και τα απωθεί το ένα μακριά από το άλλο. Το ένα από αυτά συνεχίζει με ταχύτητα 0,7 m/s στην ίδια κατεύθυνση κινήσεως.

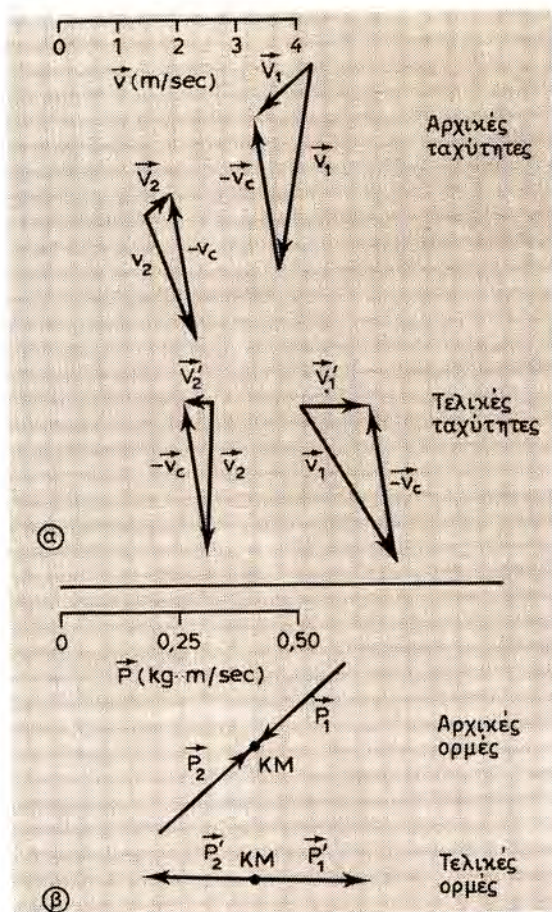
Σχήμα 6-15 Η σύγκρουση του σχήματος 6-11 με σημειωμένη τη θέση του κέντρου μάζας κατά τη χρονική στιγμή κάθε φωτεινού παλμού. Οι δυο μπάλες έχουν λόγο μαζών περίπου 7 προς 3 και επομένως οι αποστάσεις κάθε μπάλας από το κέντρο μάζας έχουν λόγο 3 προς 7. Και πάλι εδώ το κέντρο μάζας κινείται με σταθερή ταχύτητα που δεν διαταράσσεται καθόλου από τη σύγκρουση.



- (α) Ποια είναι η ταχύτητα του κέντρου μάζας μετά τη δράση του ελατηρίου;
(β) Ποια είναι η ταχύτητα που έχει το άλλο καροτσάκι μετά την απώθησή του από το ελατήριο;

6-7 Το σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας.

Είναι φανερό ότι το κέντρο μάζας (KM) είναι πολύ ειδικό σημείο. Ας κινηθούμε με αυτό το σημείο, όπου και αν πηγαίνει, κι ας παρατηρήσουμε τις κινήσεις που έχουν οι δυο μπάλες που αλληλεπιδρούν στο σύστημα αναφοράς, όπου το κέντρο μάζας είναι ακίνητο. Για να βρούμε τις ταχύτητες που έχουν οι μπάλες σχετικά με το κέντρο μάζας, πρέπει να αφαιρέσουμε την ταχύτητα του κέντρου μάζας από τις ταχύτητες κάθε μιας από τις μπάλες. Οι ταχύτητες αυτές μπορούν να μετρηθούν στο σχήμα 6-15 και δείχνονται στο σχήμα 6-16 (α). Όπως τις βλέπομε από το κέντρο μάζας, οι ταχύτητες $\vec{V}_1$ και $\vec{V}_2$ που έχουν οι δυο μπάλες πριν από τη σύγκρουση είναι ακριβώς αντίθετες σε κατεύθυνση και τα μέτρα τους είναι αντιστρόφως ανάλογα των μαζών τους. Το ίδιο ισχύει και για τις ταχύτητες $\vec{V}'_1$ και $\vec{V}'_2$ μετά τη σύγκρουση. Πολλαπλασιάζοντας κάθε μια από τις ταχύτητες με την αντίστοιχη μάζα βρίσκουμε το διάγραμμα ορμής που φαίνεται στο σχήμα [6-16 (β)]. Είναι φανερό ότι οι ορμές των m_1 και m_2 είναι ίσες και αντίθετες. Η ολική ορμή που έχουν οι μπάλες στο σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας είναι πάντα μηδέν.



Σχήμα 6-16 (α) Τα διανύσματα ταχύτητας για τις δυο μπάλες και το κέντρο μάζας που μετρήθηκαν από το σχήμα 6-15 και σχεδιάστηκαν. Ο δείκτης «1» αναφέρεται στη μικρότερη μπάλα και ο «2» αναφέρεται στη μεγαλύτερη. Οι τόνοι δηλώνουν ταχύτητες μετά τη σύγκρουση. Τα διανύσματα που σημειώνονται με κεφαλαία είναι οι ταχύτητες που έχουν οι μπάλες στο σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας. Βρέθηκαν με αφαίρεση της ταχύτητας του κέντρου μάζας από την ταχύτητα κάθε μιας από τις μπάλες. Είναι αντίθετες σε κατεύθυνση και ο λόγος των μέτρων τους είναι ίσος με τον αντίστροφο λόγο των μαζών για τις αντίστοιχες μπάλες. (β) Εδώ δείχνονται τα γινόμενα $m\vec{V}$, οι ορμές σχετικά με το σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας. Είναι ίσες κατά μέτρο και αντίθετες σε κατεύθυνση και πριν και μετά από τη σύγκρουση. Η ολική ορμή σχετικά με το κέντρο μάζας είναι πάντα μηδέν.

Ας φύγουμε τώρα από το σύστημα αναφοράς κέντρου μάζας και ας ξαναγυρίσουμε στο σύστημα αναφοράς της γης. Η ταχύτητα $\vec{v}_1$ της m_1 , όπως τη βλέπει παρατηρητής στη γη (π.χ. η φωτογραφική μηχανή που χρησιμοποιήσαμε για να πάρουμε τις φωτογραφίες), αποτελείται από την ταχύτητα $\vec{v}_c$ του κέντρου μάζας συν την ταχύτητα $\vec{V}_1$ της m_1 ως προς το κέντρο μάζας:

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_c + \vec{V}_1 \quad \text{ομοίως:} \quad \vec{v}_2 = \vec{v}_c + \vec{V}_2$$

Επομένως η ολική ορμή των m_1 και m_2 ως προς τη γη είναι:

$$\vec{p} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 (\vec{v}_c + \vec{V}_1) + m_2 (\vec{v}_c + \vec{V}_2)$$

$$\text{ή} \quad \vec{p} = (m_1 + m_2) \vec{v}_c + m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2$$

Βοήθαμε όμως ότι, αν κινούμαστε με το κέντρο μάζας, $m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2$ είναι πάντα μηδέν. Ώστε τελικά έχουμε:

$$\vec{p} = (m_1 + m_2) \vec{v}_c$$

Βρίσκομε για άλλη μια φορά ότι η ολική ορμή είναι η ίδια που θα είχαμε, αν η ολική μάζα εκκινεί με την ταχύτητα του κέντρου μάζας.

Τα μέρη ενός σώματος (ή συστήματος) σωμάτων, μπορεί να κινούνται



Σχήμα 6-17 Φωτογραφία πολλαπλών λήψεων (1/30 δευτερολέπτου μεταξύ φωτεινών παλμών) ενός κινούμενου κλειδιού. Ο μαύρος σταυρός υποδεικνύει το κέντρο μάζας του.

το ένα ως προς το άλλο. Μπορεί να κινούνται γύρω από το κέντρο μάζας ή να κινούνται πλησιάζοντας ή απομακρυνόμενα από το κέντρο μάζας. Όποιες και αν είναι αυτές οι εσωτερικές λεγόμενες κινήσεις, η ολική ορμή του σώματος (ή συστήματος) δίνεται από τη μάζα του επί την ταχύτητα του κέντρου μάζας (σχ. 6-17).

Όταν δυο σώματα αλληλεπιδρούν μόνο μεταξύ τους, γνωρίζουμε ότι η ολική ορμή είναι σταθερή. Έτσι συμπεραίνουμε επίσης ότι η ταχύτητα του κέντρου μάζας μένει αμετάβλητη. Το κέντρο μάζας συμπεριφέρεται σαν ένα μοναδικό σώμα, επάνω στο οποίο δεν δρα καμιά δύναμη. Κινείται σύμφωνα με την αρχή της αδράνειας του Γαλιλαίου. Αφού δεν ενεργεί καμιά εξωτερική δύναμη (υπάρχει μόνο η αλληλεπίδραση της m_1 με την m_2) είναι ευχάριστο που βρίσκουμε ότι, απ' αυτή την άποψη, τα δυο σώματα που αλληλεπιδρούν συμπεριφέρονται σαν ένα μοναδικό σώμα.

16. (α) Ποια είναι η τροχιά του κέντρου μάζας του κλειδιού που κινείται και περιστρέφεται στο σχήμα 6-17;

(β) Είναι η ορμή σταθερή κατά την κίνηση που δείχνει το σχήμα 6-17;

17. Στο σχήμα 6-8, η μπάλα που κινείται από αριστερά έχει ταχύτητα $\vec{v}$.

(α) Ποια είναι η ταχύτητα του κέντρου μάζας για τις δυο μπάλες του μπιλιάρδου στο σύστημα αναφοράς του κανόνα μετροήσεως;

(β) Πώς φαίνονται να κινούνται οι δύο μπάλες του μπιλιάρδου στο σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας;

6-8 Διατήρηση της ορμής και ο τρίτος νόμος του Νεύτωνα.

Σε κάθε αλληλεπίδραση δυο αντικειμένων που μελετήσαμε, η ορμή διατηρείται. Όση ακριβώς χάνει το ένα αντικείμενο την κερδίζει το άλλο: $\Delta \vec{p}_1 = -\Delta \vec{p}_2$. Επίσης, αν συμβολίσουμε τη δύναμη που ασκεί η m_1 στη m_2 με $\vec{F}_{1,2}$ και τη δύναμη που ασκεί η m_2 στη m_1 με $\vec{F}_{2,1}$, τότε $\Delta \vec{p}_1 = \vec{F}_{2,1} \Delta t$ και $\Delta \vec{p}_2 = \vec{F}_{1,2} \Delta t$.

Το Δt πρέπει να είναι το ίδιο για τα δυο αντικείμενα που συγκρούονται. Αν σας σπρώξω, αυτόματα μου ανταποδίδετε το σπρώξιμο και δεν μπορώ να σας σπρώξω για περισσότερο χρόνο από όσο και εσείς με σπρώχνετε.

Άρα η
γίνεται
κι αυτό τώρα δίνει

$$\begin{aligned}\Delta \vec{p}_1 &= -\Delta \vec{p}_2 \\ \vec{F}_{2,1} \Delta t &= -\vec{F}_{1,2} \Delta t \\ \vec{F}_{2,1} &= -\vec{F}_{1,2}\end{aligned}$$

Η ιδέα ότι οι δυνάμεις αλληλεπιδράσεως πρέπει να είναι ίσες και αντίθετες διατυπώθηκε από το Νεύτωνα (μετά από πειράματά του για τη διατήρηση της ορμής): «Σε κάθε δράση αντιτίθεται πάντα μια ίση αντίδραση ή οι αμοιβαίες αντιδράσεις δυο σωμάτων μεταξύ τους είναι πάντα ίσες και έχουν αντίθετες κατευθύνσεις». Αυτή η πρόταση ονομάζεται συχνά τρίτος νόμος του Νεύτωνα για την κίνηση, αν και, όπως βλέπετε, είναι ένας νόμος για τις δυνάμεις αλληλεπιδράσεως και οι κινήσεις βγαίνουν απ' αυτόν με την εφαρμογή του νόμου της κινήσεως του Νεύτωνα για κάθε σώμα ξεχωριστά.

Πριν ακόμα μελετήσουμε την ορμή, μελετήσαμε με αρκετή προσοχή μια δύναμη αλληλεπιδράσεως. Είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο ότι η έλξη της βαρύτητας μεταξύ δυο σωμάτων οδηγεί σε ίσες δυνάμεις ασκούμενες σε κάθε ένα από τα σώματα και οι δυνάμεις έχουν αντίθετες φορές κατά μήκος της ευθείας που ενώνει τα κέντρα τους. Η έλξη της γης από τον ήλιο είναι ίση και αντίθετη με την έλξη του ηλίου από τη γη. Η έλξη της σελήνης από τη γη είναι αντίθετη με την έλξη της γης από τη σελήνη κ.ο.κ. Αργότερα σ' αυτό το βιβλίο θα μελετήσουμε συχνά τι γίνεται όταν οι δυνάμεις είναι αυτού του ιδιαίτερα απλού τύπου. Θα τις καλέσουμε Νευτώνιες δυνάμεις.

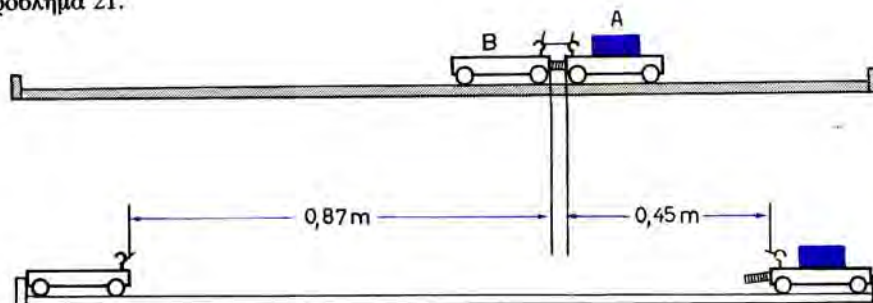
Θα δεχθούμε τώρα ότι ο τρίτος νόμος του Νεύτωνα ισχύει για τις δυνάμεις μεταξύ δυο σωμάτων, ακόμη και όταν τα σώματα που αλληλεπιδρούν είναι πολλά. Μπορούμε να τον χρησιμοποιήσουμε για μια άλλη απόδειξη της «παγκόσμιας» διατηρήσεως της ορμής. Έχουμε πολλές μάζες που κινούνται με κάποιο τρόπο σε ένα απομονωμένο σύστημα, ασκώντας διάφορες δυνάμεις μεταξύ τους. Αφού όλες οι δυνάμεις εμφανίζονται κατά ζεύγη και $\vec{F}_{2,1} = -\vec{F}_{1,2}$, το αποτέλεσμα που θα έχουν για τις ορμές είναι ότι και αυτές θα εμφανισθούν ως ίσα και αντίθετα ζευγάρια. Επομένως, όταν ένα σώμα κερδίζει κάποιο ποσό ορμής, ένα άλλο χάνει ίσο και αντίθετο ποσό. Για το σύνολο του απομονωμένου συστήματος δεν υπάρχει μεταβολή της ορμής.

Αν ο τρίτος νόμος του Νεύτωνα ισχύει, η διατήρηση της ορμής είναι άμεση συνέπεια του. Είναι όμως δυνατόν να διατηρείται η ορμή για πολλά σώματα, ακόμη κι αν μερικές από τις δυνάμεις δεν είναι Νευτώνιες.

Για το σπίτι, την τάξη και το εργαστήριο.

18. Βαγόνι φορτηγού τρένου έχει μάζα $5,0 \times 10^4$ kg και κινείται επάνω σε μια επίπεδη σιδηροτροχιά με ταχύτητα 0,3 m/s και σέρνει πίσω του ένα σχοινί.
 - (α) Μια λογική τιμή για τη μέγιστη δύναμη, που θα μπορούσατε να εφαρμόσετε τραβώντας το σχοινί, για να ακινητοποιήσετε το βαγόνι, είναι 250 N. Πόσος χρόνος θα χρειαζόταν, για να ακινητοποιηθεί το βαγόνι;
 - (β) Ένα άλλο βαγόνι στέκεται σε απόσταση δέκα μέτρων από το σημείο όπου αρχίζετε να τραβάτε. Θα γίνει σύγκρουση;
19. Κάνετε μια χονδρική εκτίμηση της δυνάμεως που ασκήθηκε στη μπάλα, κατά τη σύγκρουση που δείχνει το σχήμα 6-9 και αναλύεται στο σχήμα 6-10.
20. Ένα καρότσι 20 kg, με ένα κορίτσι επάνω του κινείται με ταχύτητα 2,0 m/s. Το κορίτσι έχει μάζα 60 kg και πηδά από το καρότσι. Εξετάστε τις παρακάτω περιπτώσεις, όταν πέφτει στο έδαφος:
 - (α) Κινείται με την ίδια ταχύτητα με το καρότσι.
 - (β) Δεν κινείται σε σχέση με το έδαφος.
 - (γ) Κινείται με ταχύτητα διπλάσια από την αρχική ταχύτητα που έχει το καρότσι.

Σχήμα Α Για το πρόβλημα 21.



Ποια είναι η μεταβολή της ταχύτητας για το καρότσι σε κάθε μια απ' αυτές τις περιπτώσεις;

- 21.** Δυο βαριά καρότσια είναι ακίνητα και συνδέονται μεταξύ τους με ένα νήμα. Ένα ελαφρό ελατήριο είναι συμπιεσμένο ανάμεσά τους (σχ. Α). Όταν καεί το νήμα, το ελατήριο εκτείνεται από 2,0 cm σε 3,0 cm και τα καρότσια ξεμακραίνουν. Και τα δυο καρότσια χτυπούν συγχρόνως τους προφυλακτήρες, που είναι στερεωμένοι στο τραπέζι αλλά το καρότσι Α κινήθηκε κατά 0,45 m, ενώ το καρότσι Β κινήθηκε κατά 0,87 m. Ποιος είναι ο λόγος:

- Της ταχύτητας του Α προς την ταχύτητα του Β μετά την αλληλεπίδραση;
- Των μαζών τους;
- Των ωθήσεων που εφαρμόστηκαν στα καρότσια;
- Των επιταχύνσεων που απόκτησαν τα καρότσια, ενώ το ελατήριο τα απωθούσε; (Δεν υπάρχουν τριβές).

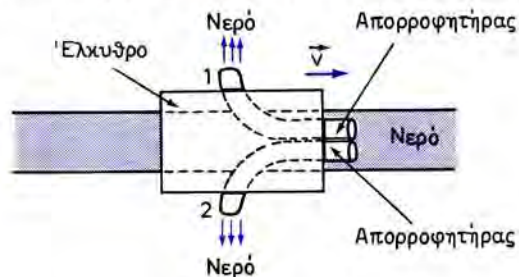
- 22.** Ένα πρωτόνιο (μάζα $1,67 \times 10^{-27}$ kg) με ταχύτητα 1×10^7 m/s συγκρούεται με ένα ακίνητο πυρήνα ηλίου και το πρωτόνιο αναπηδά προς τα πίσω με ταχύτητα 6×10^6 m/s. Μετά το βομβαρδισμό ο πυρήνας ηλίου κινείται προς τα εμπρός με ταχύτητα 4×10^6 m/s.

- Μπορείτε να υπολογίσετε τη μάζα του πυρήνα του ηλίου; Αν ναι, πόση είναι;
- Μπορείτε να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκήθηκε κατά τη σύγκρουση; Αν ναι, πόση είναι;
- Αν απαντήσετε «όχι» σε κάποιο από τα (α) ή (β), ετοιμασθείτε να συζητήσετε στην τάξη γιατί δώσατε αυτή την απάντηση.

- 23.** Ένα πειραματικό πυραυλοφόρο έλκυθρο επιβραδύνεται με έναν παθητικό απορροφητήρα, που είναι δυθισμένος σε ένα αυλάκι με νερό. Όπως δείχνει το σχήμα Β, ο απορροφητήρας είναι σχεδιασμένος, έτσι ώστε, καθώς σαρώνει το αυλάκι,

να κατευθύνει το νερό κάθετα προς την κατεύθυνση κινήσεως του ελκύθρου και η ταχύτητα (μέτρο) του νερού όταν βγαίνει από τους σωλήνες είναι ίση με την ταχύτητα του ελκύθρου σε κάθε χρονική στιγμή.

- Ποια θα είναι η μεταβολή της ορμής μικρής μάζας νερού m , που εκτοξεύεται προς οποιαδήποτε από τις δυο πλευρές τη στιγμή που το έλκυθρο κινείται με ταχύτητα v ;
- Ποια είναι η μεταβολή της ορμής του ελκύθρου για κάθε μάζα m που αναρροφάται;
- Υπάρχει κανένα πλεονέκτημα από το γεγονός ότι το νερό εκτοξεύεται μισό από κάθε πλευρά; Γιατί να μην εκτοξευόταν όλο από μια πλευρά;



(Οι τροχιές και οι πύραυλοι δεν φαίνονται στο σχέδιο)

Σχήμα Β

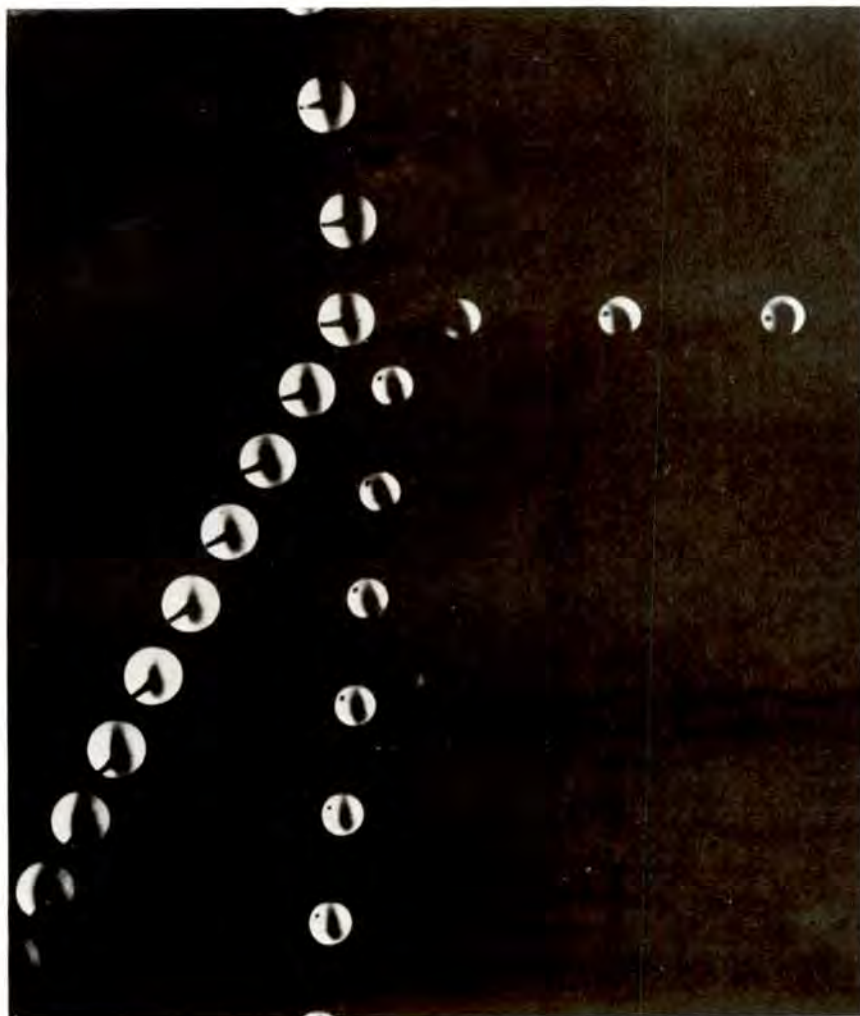
- 24.** Αστροναύτης με ολική μάζα M (μαζί με τον εξοπλισμό του) αποχωρίστηκε τυχαία από το διαστημόπλοιο του και στέκεται σε ηρεμία ως προς το σκάφος σε απόσταση d . Η δεξαμενή του περιέχει μια μάζα οξυγόνου m_0 ($m_0 \ll M$) και είναι εφοδιασμένη με ένα ακροφύσιο, από το οποίο μπορεί να εκτοξεύεται το αέριο με μεγάλη μέση ταχύτητα v . Πρέπει να αποβάλει οξυγόνο, για να προωθηθεί και για να γυρίσει στο διαστημόπλοιο, αλλά χρειάζεται επίσης οξυγόνο για να αναπνέει. Ο ρυθμός με τον οποίο αναπνέει οξυγόνο είναι R .

- (α) Αν αποβάλει ποσότητα οξυγόνου m για προώθηση, ποια θα είναι η ταχύτητα που θα αποκτήσει;
- (β) Για πόσο χρόνο μπορεί να αναπνέει με το υπόλοιπο οξυγόνο;
- (γ) Για να πετύχει την επιστροφή του στο σκάφος, ο χρόνος αναπνοής του t_A πρέπει να είναι ίσος (ή μεγαλύτερος) με το χρόνο διαδρομής του t_D . Ποια είναι η συνθήκη που πρέπει τότε να ικανοποιεί η m ;
- (δ) Υπολογίστε πόσο οξυγόνο μπορεί να αποβάλει χωρίς κίνδυνο ο αστροναύτης για την προώθησή του, αν $M = 100 \text{ kg}$, $m_0 = 0,5 \text{ kg}$, $d = 45 \text{ m}$, $v = 50 \text{ m/s}$ και $R = 2,5 \times 10^{-4} \text{ kg/s}$.

25. Στο σχήμα Γ η μεγάλη μπάλα μπήκε από το επάνω μέρος και η μικρή από το κάτω. Όπως βλέπετε, έγινε μια σύγκρουση στη μέση.

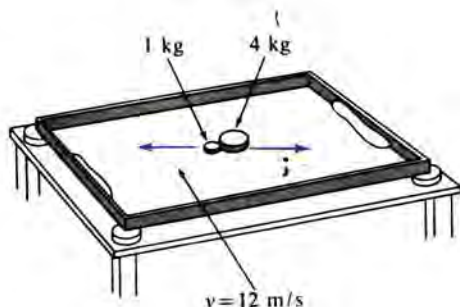
- (α) Να σχεδιάσετε τα διανύσματα που παριστάνουν τη μεταβολή της ταχύτητας της μεγάλης μπάλας και τη μεταβολή της ταχύτητας της μικρής μπάλας. Σχεδιάστε αυτά τα διανύσματα με την ίδια κλίμακα και βεβαιωθείτε ότι το καθένα έχει τη σωστή κατεύθυνση.
- (β) Είναι αυτές οι μεταβολές ταχύτητας αντίθετες σε κατεύθυνση;
- (γ) Είναι ίσες κατά μέτρο;
- (δ) Αν τα μέτρα τους διαφέρουν, ποιος πρέπει να είναι ο λόγος τους;
- (ε) Η μάζα της μεγάλης μπάλας είναι 201 g. Ποια είναι η μάζα της μικρής μπάλας; (Δίνεται χρόνος αναλαμπής $1/30 \text{ s}$).

Σχήμα Γ



26. Βράχος σπάζει σε τρία κομμάτια από έκρηξη. Δυο από τα κομμάτια εκτινάσσονται σε κατευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους, το ένα κομμάτι 1 kg με 12 m/s και το άλλο 2 kg με $8,0 \text{ m/s}$. Το τρίτο κομμάτι φεύγει με 40 m/s .

- (α) Να σχεδιάσετε ένα διάγραμμα, που να δείχνει προς ποια κατεύθυνση πηγαίνει το τρίτο κομμάτι.
(β) Ποια είναι η μάζα του;



Σχήμα Δ

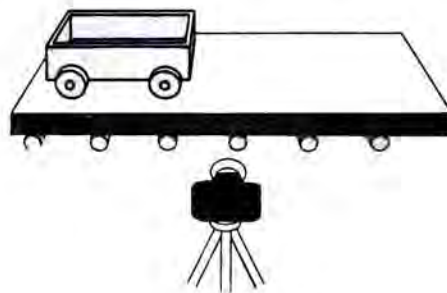
27. Το σύστημα που δείχνει το σχήμα Δ αποτελείται από πλαίσιο $5,0 \text{ kg}$ με δυο μάζες $1,0 \text{ kg}$ και $4,0 \text{ kg}$ στο κέντρο. Στις δυο άκρες του πλαισίου υπάρχουν εμπόδια από πλαστελίνη. Οι δυο μάζες και το πλαίσιο είναι στερεωμένα επάνω σε πεσσούς ξερού πάγου (οι τιμές που δίνονται παραπάνω περιλαμβάνουν τη μάζα του ξερού πάγου). Το κέντρο μάζας του όλου συστήματος βρίσκεται στο κέντρο του πλαισίου. Μια έκρηξη αποχωρίζει τις δυο μάζες που κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις. Η μάζα του $1,0 \text{ kg}$ φεύγει με ταχύτητα 12 m/s . Τελικά και οι δυο μάζες σταματούν στην πλαστελίνη.

- (α) Πόση είναι η ταχύτητα της μάζας των $4,0 \text{ kg}$ αμέσως μετά την έκρηξη;
(β) Πού βρίσκεται το κέντρο μάζας του όλου συστήματος μετά από 1 s ; Μετά από 25 s ;
(γ) Πόση είναι η ταχύτητα του πλαισίου και των μαζών που φέρει μετά από 100 s ;
(δ) Να περιγράψετε την κίνηση ποιοτικά από τη στιγμή της εκρήξεως μέχρι τα 100 s .
(ε) Πόσο είναι το διάστημα που θα διανύσει το πλαίσιο;
28. Καρότσι 20 kg στέκεται ακίνητο επάνω σε μια οριζόντια εξέδρα μάζας 80 kg , όπως δείχνει το σχήμα Ε. Το καρότσι μπορεί να κινηθεί επάνω στην εξέδρα με έναν κινητήρα και η εξέδρα, στερεωμένη

επάνω σε κυλίνδρους, μπορεί να κινηθεί επάνω στο πάτωμα του εργαστηρίου, ουσιαστικά χωρίς τριβή. Μια στροβοσκοπική φωτογραφική μηχανή καταγράφει όποιες κινήσεις συμβαίνουν.

Όταν ο κινητήρας τεθεί σε λειτουργία, από τη μελέτη της φωτογραφίας βρίσκουμε ότι η εξέδρα απέκτησε ταχύτητα $0,30 \text{ m/s}$ σε χρονικό διάστημα $3,0 \text{ s}$.

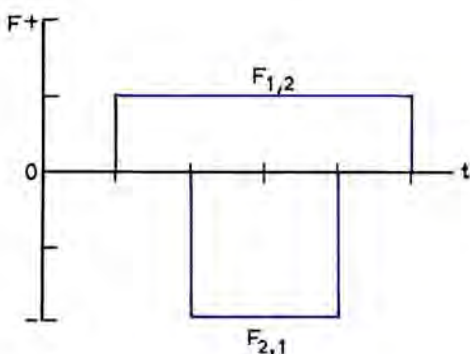
(α) Τι δείχνει η ίδια φωτογραφία για την ταχύτητα



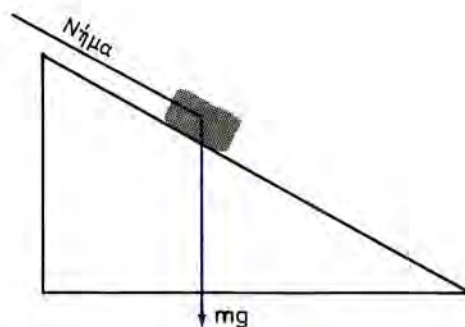
Σχήμα Ε

που έχει το καρότσι στο τέλος του χρονικού διαστήματος των $3,0 \text{ s}$;

- (β) Με ποια δύναμη έσπρωχναν οι τροχοί του καροτσιού την εξέδρα;
(γ) Ποια ήταν η σχετική ταχύτητα του καροτσιού κατά μήκος της εξέδρας στο τέλος των $3,0 \text{ s}$;
(δ) Αν γνωρίζετε μόνο τη σχετική κίνηση του καροτσιού, επάνω στην εξέδρα, ποια δύναμη υπολογίζετε ότι θα χρειαζόταν, για να δώσει στο καρότσι αυτή την ταχύτητα σε $3,0 \text{ s}$; Μπορείτε να εξηγήσετε, γιατί η δύναμη που υπολογίζετε εδώ είναι διαφορετική από αυτή που βρίσκετε στο (β);
29. Να θεωρήσετε μια σύγκρουση μεταξύ δυο σωματιδίων, κατά την οποία εκπέμπεται φως σε δεδομένη κατεύθυνση. Αφού είναι γνωστό ότι το φως ασκεί πίεση, πρέπει να έχει ορμή. Αν η συνολική ορμή (περιλαμβανόμενης και της ορμής του φωτός) διατηρείται, είναι οι δυνάμεις αλληλεπιδράσεως μεταξύ των δυο σωματιδίων ίσες και αντίθετες;
30. Το σχήμα Ζ, δείχνει υποθετικά διαγράμματα δυνάμεως-χρόνου μεταξύ των δυο σωμάτων. $F_{1,2}$ και $F_{2,1}$ είναι οι δυνάμεις τις οποίες ασκούν τα σώματα, το ένα πάνω στο άλλο.
(α) Είναι η ολική τελική ορμή διαφορετική από την ολική αρχική ορμή;

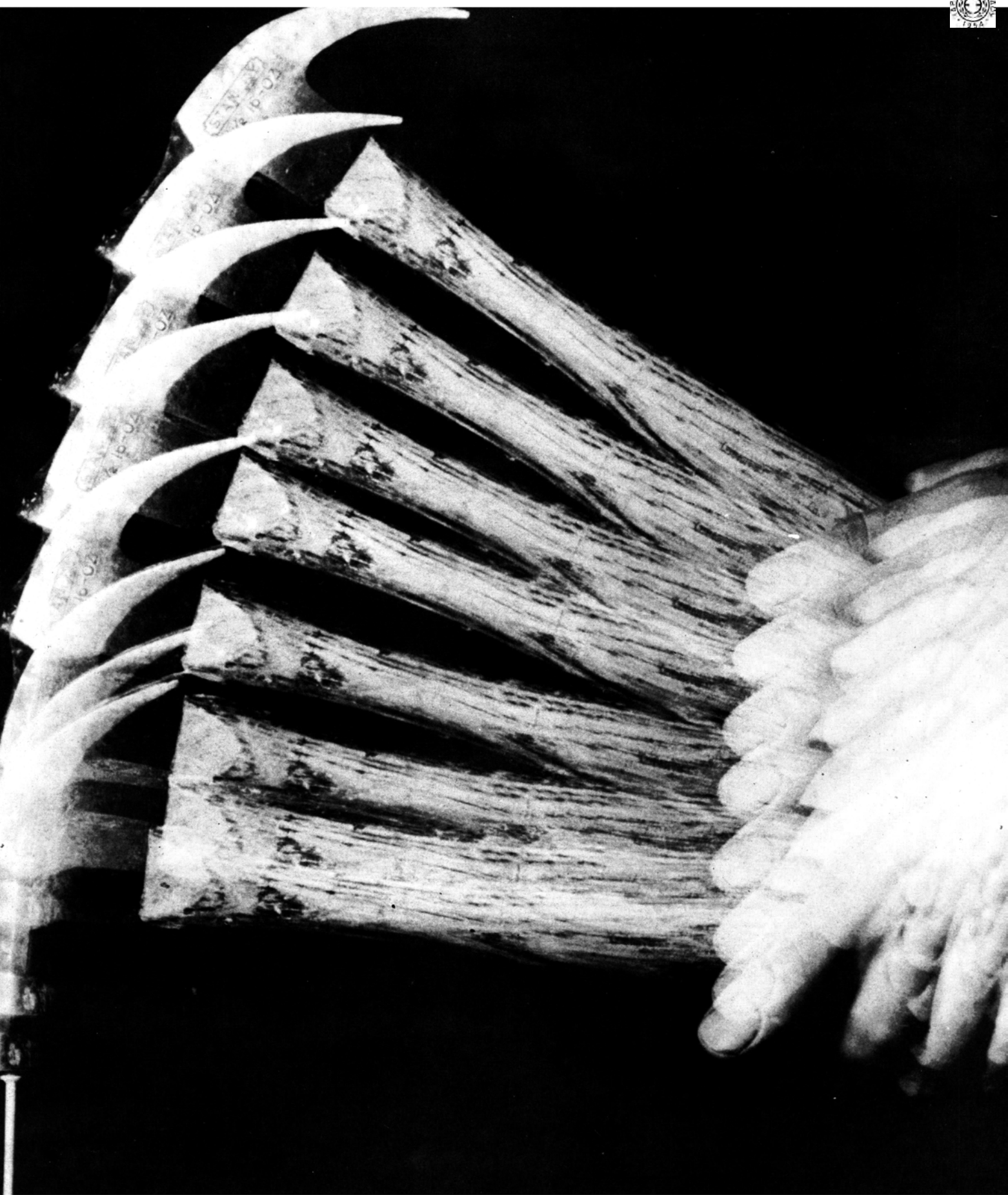


Σχήμα Ζ



Σχήμα Η

- (β) Διατηρείται η ορμή κατά τη διάρκεια της συγκρούσεως;
31. Διπλός αστέρας αποτελείται από δυο μεγάλες μάζες, που έλκονται μεταξύ τους με δυνάμεις βαρύτητας. Παρατηρώντας την κίνηση των δυο μαζών βλέπομε ότι περιστρέφονται η μια γύρω από την άλλη.
- (α) Τι νομίζετε πως συμβαίνει με την ορμή κάθε μιας από τις μάζες σε ένα διπλό αστέρα, με την πάροδο του χρόνου; Να εξηγήσετε την απάντησή σας.
- (β) Αν παρατηρήσαμε προσεκτικά το λαμπερό αστέρα Σείριο, φαίνεται σαν να στριφογυρίζει ακανόνιστα αντί να έχει ομοιόμορφη κίνηση του κέντρου μάζας. Από αυτή την παρατήρηση και από άλλες ενδείξεις οι αστρονόμοι πιστεύουν ότι ο Σείριος έχει ένα σκοτεινό σύντροφο. Στην πραγματικότητα είναι διπλός αστέρας. Πώς εξηγείται με αυτό το γεγονός η παράξενη κίνηση που παρατηρούμε;
32. Κομμάτι ξερού πάγου κρατιέται ακίνητο σε ένα κεκλιμένο επίπεδο με ένα νήμα παράλληλο προς το επίπεδο, όπως δείχνει το σχήμα Η. Το κομμάτι έχει μάζα m και επομένως έλκεται προς τα κάτω από τη γη με δύναμη mg . Η επιφάνεια του επιπέδου πιέζει προς τα επάνω το κομμάτι σε κατεύθυνση κάθετη προς το επίπεδο.
- (α) Να σχεδιάσετε ένα διανυσματικό διάγραμμα, που να δείχνει ότι οι τρεις δυνάμεις που ενεργούν επάνω στο κομμάτι βρίσκονται σε ισορροπία.
- (β) Να ονομάσετε τις δυνάμεις αυτές «δυνάμεις δράσεως». Ποιες είναι οι δυνάμεις αντιδράσεως του τρίτου νόμου του Νεύτωνα;
- (γ) Αν κοπεί το νήμα, ποιες είναι οι δυνάμεις «δράσεως» και «αντιδράσεως»;



7-1 Έργο και κινητική ενέργεια.

Ένα αεροπλάνο πρέπει να αποκτήσει ορισμένη ταχύτητα, για να απογειωθεί. Αν δοθεί η μάζα του αεροπλάνου και η δύναμη που μπορούν να παράγουν οι κινητήρες, πόσο μακρύς πρέπει να είναι ο διάδρομος απογείωσης;

Οι οδοί προσεγγίσεως σε μεγάλους αυτοκινητόδρομους τελειώνουν συνήθως με ευθύγραμμα τμήματα που ονομάζονται λωρίδες επιταχύνσεως. Ο ρόλος αυτών των λωρίδων είναι να επιτρέψουν στους οδηγούς να φθάνουν την ταχύτητα των αυτοκινήτων που κινούνται στον αυτοκινητόδρομο, πριν μπουν στις κανονικές λωρίδες. Πόσο μακριές πρέπει να είναι οι λωρίδες επιταχύνσεως;

Σε αυτή την παράγραφο θα μελετήσουμε τέτοια ερωτήματα για την απλοποιημένη περίπτωση, όπου η συνολική δύναμη είναι σταθερή κατά μέτρο, διεύθυνση και φορά. Αρχίζουμε με ένα σώμα που κινείται αρχικά στην κατεύθυνση της δυνάμεως. Υπό τις συνθήκες αυτές το σώμα θα κινηθεί σε ευθεία γραμμή και μπορούμε να παραλείψουμε το διανυσματικό συμβολισμό.

Για σταθερή δύναμη F , που ενεργεί κατά τη μετατόπιση Δx , υπάρχει ένας απλός τρόπος να συσχετίσουμε το γινόμενο $F\Delta x$ με τη μάζα του σώματος και την ταχύτητά του. Μια σταθερή δύναμη προκαλεί σταθερή επιτάχυνση:

$$a = \frac{F}{m}$$

Στην παράγραφο 1-7 βρήκαμε ότι για σταθερή επιτάχυνση και με αρχική ταχύτητα v_0 ισχύει η ακόλουθη σχέση:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

Από την εξίσωση αυτή βρίσκουμε:

$$a\Delta x = \frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2}$$

Πολλαπλασιάζοντας και τα δυο μέλη της παραπάνω εξίσωσης με m έχουμε την ακόλουθη σχέση:

$$ma\Delta x = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$$

Επειδή $F = ma$, η προηγούμενη εξίσωση μπορεί να γραφεί ως

$$F\Delta x = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$$

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αυτή την εξίσωση, για να απαντήσουμε στις ερωτήσεις που θέσαμε στην αρχή αυτής της παραγράφου. Ένα μεγάλο επιβατικό αεροπλάνο μπορεί να έχει μάζα $1 \times 10^5 \text{ kg}$ και η δύναμη με την οποία το ωθούν οι κινητήρες μπορεί να είναι $2 \times 10^5 \text{ N}$. Το

Κινητική ενέργεια

- 7-1 Έργο και κινητική ενέργεια
- 7-2 Έργο: Μια γενίκευση
- 7-3 Η μεταφορά κινητικής ενέργειας από ένα σώμα σε άλλο
- 7-4 Δυνάμεις αλληλεπιδράσεως και ελαστικές συγκρούσεις
- 7-5 Διατήρηση κινητικής ενέργειας και ορμής. Πώς προκύπτουν οι εξισώσεις για τα v_1 και v_2
- 7-6 Κινητική ενέργεια και το κέντρο μάζας
- 7-7 Απώλεια κινητικής ενέργειας σε αλληλεπίδραση με τριβή

Φωτογραφία αριστερά: Φωτογραφία πολλαπλού φωτισμού ενός σφυριού που κτυπά ένα καρφί. Τι συνέβη στο σφυρί, το καρφί και το ξύλο;

αεροπλάνο αυτό ξεκινά από ηρεμία και πρέπει να αποκτήσει ταχύτητα 1×10^2 m/s, για να απογειωθεί. Όλες οι άλλες ποσότητες εκτός από το Δx είναι γνωστές.

$$\Delta x = \frac{1}{F} \left(\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} \right) =$$

$$= \frac{1}{2 \times 10^5 \text{ N}} \cdot \frac{(1 \times 10^5 \text{ kg}) (1 \times 10^2 \text{ m/s})^2}{2} = 2,5 \times 10^3 \text{ m}$$

Ο υπολογισμός αυτός είναι πολύ προσεγγιστικός, γιατί οι μάζες και οι ταχύτητες απογειώσεως ποικίλλουν και η συνολική δύναμη δεν είναι σταθερή σ' αυτή την περίπτωση.

Ας συγκρίνομε τη σχέση:

$$F\Delta x = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_0^2$$

με την ακόλουθη σχέση ωθήσεως - ορμής που δώσαμε στην παράγραφο 6-2 για ευθύγραμμη κίνηση:

$$F\Delta t = mv - mv_0$$

Το αριστερό μέλος εξαρτάται μόνο από τη δύναμη και το χρονικό διάστημα κατά το οποίο ενήργησε. Αν διπλασιάσαμε τη δύναμη και πάρουμε το μισό χρονικό διάστημα, το γινόμενο μένει αμετάβλητο. Το δεξιό μέλος εξαρτάται μόνο από τη μάζα και τη στιγμιαία ταχύτητα του σώματος στην αρχή και στο τέλος του χρονικού διαστήματος Δt και είναι ανεξάρτητο από ο,τιδήποτε συνέβη κατά τη διάρκεια αυτού του χρονικού διαστήματος.

Η εξίσωση

$$F\Delta x = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$$

έχει παρόμοιο χαρακτήρα. Στο αριστερό μέλος έχουμε το γινόμενο δυνάμεως επί τη μετατόπιση. Το γινόμενο μένει αμετάβλητο, αν η δύναμη αυξηθεί επί κάποιον παράγοντα και η μετατόπιση ελαττωθεί κατά τον ίδιο παράγοντα. Στο δεξιό μέλος έχουμε τη μεταβολή της τιμής της ποσότητας $mv^2/2$ μεταξύ της αρχής και του τέλους της μετατοπίσεως Δx . Όπως θα δείτε σύντομα, το γινόμενο $F\Delta x$ και η ποσότητα $1/2 mv^2$ χρησιμοποιούνται πολύ συχνά στη μελέτη της φυσικής. Τους έχουν δοθεί τα ονόματα **έργο** και **κινητική ενέργεια** αντίστοιχα. Θα συμβολίζομε την κινητική ενέργεια ως E_K . Λέμε λοιπόν ότι, το έργο που δίνει δύναμη σε ένα σώμα για δεδομένη μετατόπιση είναι ίσο με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος. Αν το σώμα ήταν αρχικά σε ηρεμία, δηλαδή $v_0 = 0$, τότε το έργο ισούται με την κινητική ενέργεια που αποκτά τελικώς το σώμα.

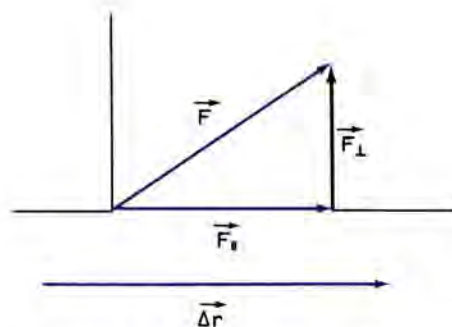
Η μονάδα έργου είναι η μονάδα δυνάμεως επί τη μονάδα του μήκους, ή $1 \text{ newton} \times 1 \text{ meter} = 1 \text{ newton-meter}$. Η μονάδα αυτή ονομάζεται **joule**

(J) (προφέρεται τζάουλ) από τον Άγγλο φυσικό James P. Joule (1818 - 1889). Για παράδειγμα, το έργο που παράγεται όταν μια δύναμη 20 newton ωθεί ένα σώμα επί 3,0 meter στην κατεύθυνση της κινήσεως είναι 60 joules.

Αφού το έργο είναι ίσο με τη μεταβολή στην κινητική ενέργεια, μπορούμε να εκφράσουμε και την κινητική ενέργεια σε joule. Για παράδειγμα, ένα σώμα με μάζα 10 kg που κινείται με ταχύτητα 3,0 m/s έχει κινητική ενέργεια:

$$\frac{1}{2} (10 \text{ kg}) (3,0 \text{ m/s})^2 = 45 \text{ J}$$

1. Να εκφράσετε τη μονάδα κινητικής ενέργειας, το joule, ως συνάρτηση των θεμελιωδών μονάδων kg, m και s.
2. Ένα επιβατικό αυτοκίνητο έχει μάζα $1,0 \times 10^3 \text{ kg}$ και ο κινητήρας του μπορεί να το ωθήσει με μέση δύναμη $3 \times 10^3 \text{ N}$. Αν υποθέσετε ότι το αυτοκίνητο μπαίνει στη λωρίδα επιταχύνσεως με ταχύτητα 8 m/s και ότι η κίνηση στον αυτοκινητόδρομο γίνεται με ταχύτητα 25 m/s, πόσο πρέπει να είναι το μήκος της λωρίδας επιταχύνσεως;
3. Δυο αυτοκίνητα με μάζες 500 kg και 1000 kg είναι αρχικά ακίνητα. Κάθε αυτοκίνητο επιταχύνεται από μια δύναμη $2,0 \times 10^3 \text{ N}$ για διάστημα 300 m.
 - (α) Πώς συγκρίνονται οι κινητικές τους ενέργειες;
 - (β) Πώς συγκρίνονται οι ταχύτητές τους;
4. Να συγκρίνετε τις κινητικές ενέργειες δυο αντικειμένων A και B που είναι απαράλλακτα εκτός από ένα στοιχείο. Υποθέστε ότι η μοναδική διαφορά είναι:
 - (α) Το αντικείμενο A έχει διπλάσια ταχύτητα από το B.
 - (β) Το αντικείμενο A κινείται προς Βορρά, το B προς Νότο.
 - (γ) Το αντικείμενο A κινείται σε κύκλο, το B σε ευθεία γραμμή.
 - (δ) Το αντικείμενο A είναι ένα βλήμα που πέφτει κατακόρυφα προς τα κάτω ενώ το B είναι βλήμα που κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με την ίδια ταχύτητα (μέτρο).
5. Δυο σώματα με άνισες μάζες έχουν την ίδια κινητική ενέργεια και κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση. Αν επιβληθεί σε καθένα η ίδια επιβραδύνουσα δύναμη, πώς συγκρίνονται οι αποστάσεις στις οποίες θα σταματήσουν τα σώματα;



Σχήμα 7-1 Όταν η δύναμη δεν είναι παράλληλη προς τη μετατόπιση, μπορεί να αναλυθεί σε παράλληλες και κάθετες διανυσματικές συνιστώσες.

7-2 Έργο: Μια γενίκευση.

Στην προηγούμενη παράγραφο ορίσαμε το έργο που παράγει μια σταθερή δύναμη όταν ασκείται σε ένα σώμα που κινείται στην ίδια κατεύθυνση με τη δύναμη· ορίσαμε επίσης την κινητική ενέργεια του σώματος. Τώρα θα επεκτείνουμε αυτή τη σχέση κατά δυο τρόπους. Πρώτα, ποιο είναι το έργο που παράγει μια δύναμη, όταν η δύναμη και η μετατόπιση δεν είναι παράλληλες;

Σ' αυτή την περίπτωση η δύναμη μπορεί να αναλυθεί σε δυο διανυσματικές συνιστώσες, τη μια παράλληλη προς τη μετατόπιση και την άλλη κάθετη προς αυτή (σχ. 7-1). Η κάθετη διανυσματική συνιστώσα της δυνάμεως προκαλεί μεταβολή στην κατεύθυνση, αλλά δεν αλλάζει το μέτρο της ταχύτητας του σώματος (σχ. 7-2). Πραγματικά, όταν η δύναμη



Σχήμα 7-2 Σε ένα μικρό χρονικό διάστημα Δt η διανυσματική συνιστώσα μιας δυνάμεως κάθετης στη $\mathbf{v}$ συντελεί στη μεταβολή μόνον της διευσθύνσεως της $\mathbf{v}$ αλλά όχι του μέτρου της: $v' = v$.

μη ενεργεί πάντα σε ορθή γωνία ως προς τη μετατόπιση, το σώμα κινείται σε κύκλο με σταθερή ταχύτητα και έτσι η κινητική ενέργεια μένει αμετάβλητη (βλ. παράγρ. 3-10). Μόνο η διανυσματική συνιστώσα της δύναμης που είναι παράλληλη προς τη μετατόπιση μπορεί να μεταβάλει το μέτρο της ταχύτητας και επομένως την κινητική ενέργεια.

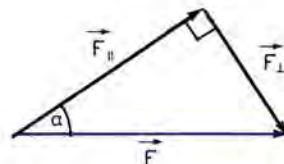
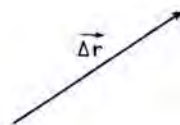
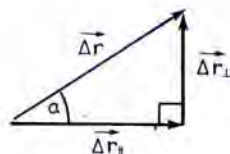
Για να επεκτείνουμε τη σχέση έργου - κινητικής ενέργειας, ώστε να περιλάβει δυνάμεις σε οποιαδήποτε κατεύθυνση, πρέπει να αντικαταστήσουμε τη δύναμη $\vec{F}$ με τη διανυσματική συνιστώσα της $\vec{F}_{\parallel}$ κατά τη διεύθυνση της μετατοπίσεως $\Delta \vec{r}$. Επειδή τα $\vec{F}_{\parallel}$ και $\Delta \vec{r}$ έχουν πάντα την ίδια διεύθυνση, θα παραλείψουμε το διανυσματικό συμβολισμό και θα γράψουμε:

$$F_{\parallel} \Delta r = \Delta E_K$$

Αν τα $F_{\parallel}$ και Δr έχουν την ίδια φορά, το γινόμενο είναι θετικό. Αν τα $F_{\parallel}$ και Δr έχουν αντίθετες φορές, το γινόμενο είναι αρνητικό.

Αντί να αναλύσουμε τη δύναμη σε διανυσματικές συνιστώσες παράλληλες και κάθετες προς τη μετατόπιση, μπορούμε να αναλύσουμε το διάνυσμα της μετατοπίσεως σε διανυσματικές συνιστώσες παράλληλες και κάθετες προς τη δύναμη (σχ. 7-3). Τα δυο τρίγωνα στο σχήμα 7-3 είναι όμοια. Επομένως ισχύει η ακόλουθη σχέση:

$$\frac{F_{\parallel}}{F} = \frac{\Delta r_{\parallel}}{\Delta r}$$



Σχήμα 7-3 (α) Ανάλυση του διανύσματος μετατοπίσεως $\Delta \vec{r}$ σε συνιστώσες παράλληλες και κάθετες στο διάνυσμα της δύναμης $\vec{F}$. (β) Ανάλυση της δύναμης $\vec{F}$ σε συνιστώσες παράλληλες και κάθετες στο διάνυσμα μετατοπίσεως.

(α)

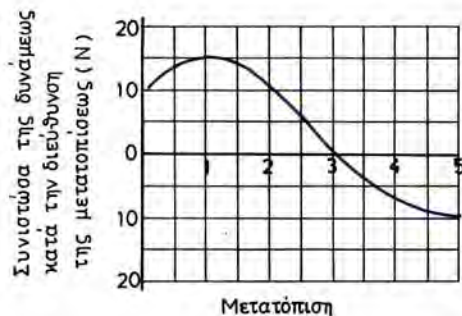
(β)

Αν πολλαπλασιάσουμε και τα δυο μέλη με $F\Delta r$, έχουμε $F_{\parallel} \Delta r = F\Delta r_{\parallel}$. Δηλαδή συμπεραίνουμε ότι, το γινόμενο της μετατοπίσεως και της συνιστώσας της δύναμης που είναι παράλληλη προς αυτή, είναι ίσο με το γινόμενο της δύναμης και της συνιστώσας της μετατοπίσεως που είναι παράλληλη προς τη δύναμη. Για να υπολογίσουμε μεταβολές της κινητικής ενέργειας, θα χρησιμοποιούμε όποια από τις δυο μορφές είναι πιο ευνοϊκή.

Αν πάνω σε ένα σώμα ενεργούν περισσότερες από μια δυνάμεις, η επιτάχυνσή του οφείλεται στην ολική δύναμη, δηλαδή το διανυσματικό άθροισμα όλων των δυνάμεων. Άρα η μεταβολή της ταχύτητας και

επομένως η μεταβολή της κινητικής ενέργειας δίνονται από το έργο της συνολικής δύναμης.

Ερχόμαστε τώρα στη δεύτερη επέκταση. Μέχρι τώρα εξετάσαμε μόνο την περίπτωση που η δύναμη $F_{\parallel}$ είναι σταθερή. Από την εμπειρία σας με τη γενίκευση του $v\Delta t$ για μεταβαλλόμενες ταχύτητες και τη γενίκευση του $F\Delta t$ για μεταβλητές δυνάμεις (βλ. παράγρ. 6-1), μπορεί να μαντέψετε ότι το $F\Delta t$ μπορεί να γενικευθεί με παρόμοιο τρόπο. Πραγματικά, αν η συνιστώσα $F_{\parallel}$ μεταβάλλεται, το έργο δίνεται από το εμβαδόν μεταξύ της καμπύλης της $F_{\parallel}$ και του άξονα των μετατοπίσεων (σχ. 7-4). Αν το εμβαδόν κάτω από τον άξονα των μετατοπίσεων είναι μεγαλύτερο από το εμβαδόν πάνω από τον άξονα, το ολικό έργο θα είναι αρνητικό· τότε η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος θα είναι επίσης αρνητική. Αυτό σημαίνει ότι το σώμα χάνει κινητική ενέργεια.



Σχήμα 7-4 Το ολικό έργο που παράγει μία δύναμη ισούται με το εμβαδόν μεταξύ της καμπύλης και του άξονα μετατοπίσεων.

6. Μια πέτρα 2,0 kg περιστρέφεται ενώ είναι δεμένη στο άκρο ενός νήματος μήκους 0,50 m με συχνότητα 2,0 στροφές ανά δευτερόλεπτο.

- Ποια είναι η κινητική της ενέργεια;
- Ποια είναι η κεντρομόλος δύναμη που ασκείται επάνω της;
- Πόσο έργο παράγεται από την κεντρομόλο δύναμη σε μια περιστροφή;

7. Επί πεσσού ξερού πάγου ασκούνται δυο δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$, όπως δείχνει το σχήμα Α. Αν υποθέσετε ότι σε κάθε περίπτωση το σώμα ξεκινά από ηρεμία, πόσο έργο παράγεται επάνω στο σώμα καθώς κινείται για 2 m αν:

- $F_1 = 10 \text{ N}$ και $F_2 = 0$;
- $F_1 = 0 \text{ N}$ και $F_2 = 10 \text{ N}$;
- $F_1 = 10 \text{ N}$ και $F_2 = 10 \text{ N}$;

8. Μια δύναμη 30 N επιταχύνει ένα αντικείμενο 2,0 kg από ηρεμία για ένα διάστημα 3,0 m επάνω σε μια οριζόντια επιφάνεια χωρίς τριβή. Η δύναμη κατόπιν γίνεται 15 N και ενεργεί για άλλα 2,0 m.

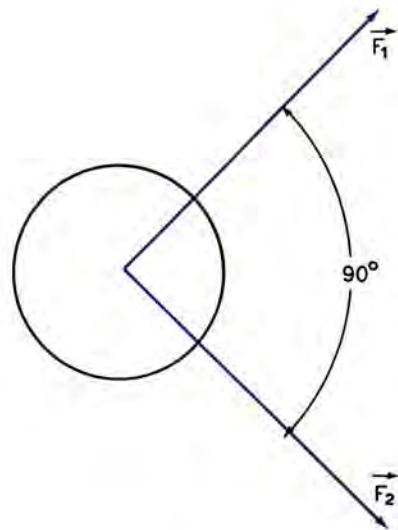
- Ποια είναι η τελική κινητική ενέργεια του αντικειμένου;
- Πόσο γρήγορα κινείται;

9. Μετρώντας τετράγωνα στο σχήμα 7-4, να βρείτε το έργο που παράγει η δύναμη που ασκείται επάνω στο κινούμενο σώμα:

- Στα πρώτα 3 m και
- στα επόμενα 2 m.

10. Αν υποθέσετε ότι το αντικείμενο στο οποίο αναφέρεται το σχήμα 7-4 έχει κινητική ενέργεια 3 J στη θέση $r = 0$:

- Ποια είναι η κινητική του ενέργεια όταν $r = 5 \text{ m}$;
- Μπορείτε να πείτε από το διάγραμμα σε ποιο σημείο θα αρχίσει να επιβραδύνεται το αντικείμενο; Αν ναι, ποια είναι τότε η μετατόπιση από την αρχή 0;
- Μπορείτε να πείτε από το διάγραμμα σε ποιο σημείο θα αρχίσει να αναστρέφεται η κατεύθυνση κινήσεως του αντικειμένου; Αν ναι, ποια είναι τότε η μετατόπιση;



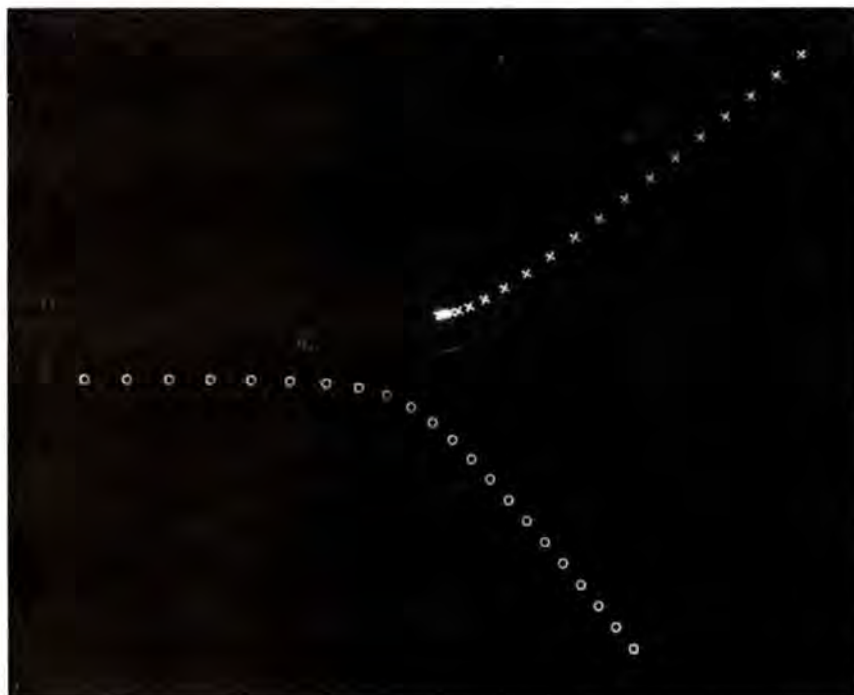
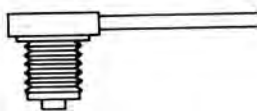
Σχήμα Α

7-3 Η μεταφορά κίνητικής ενέργειας από ένα σώμα σε άλλο.

Μετά από αυτή την πρώτη ματιά στην κίνητική ενέργεια, ας διερευνήσουμε τι συμβαίνει με αυτήν σε μια σύγκρουση. Το σχήμα 7-5 είναι μια φωτογραφία πολλαπλού φωτισμού της αλληλεπιδράσεως δυο μαγνητών με ίσες μάζες, που είναι στερεωμένοι επάνω σε δυο πεσσούς ξερού πάγου. Ο ένας μαγνήτης (σημαδεμένος με σταυρό) ήταν αρχικά ακίνητος. Ο άλλος μαγνήτης (σημαδεμένος με κύκλο) μπήκε στη φωτογραφία κινούμενος από τα αριστερά. Βλέπετε ότι ο μαγνήτης που ήταν αρχικά ακίνητος απωθήθηκε προς τα επάνω δεξιά, ενώ ο εισερχόμενος μαγνήτης άλλαξε πορεία προς τα κάτω δεξιά.

Το σχήμα 7-6 είναι ένα σχεδιάγραμμα της πειραματικής διατάξεως, με

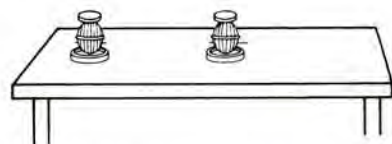
Σχήμα 7-5 Φωτογραφία πολλαπλού φωτισμού μιας συγκρούσεως μεταξύ δυο μαγνητών στερεωμένων επάνω σε δυο πεσσούς που κινούνται χωρίς τριβή. Ο ένας πεσσός αρχικά ήταν ακίνητος. Ο άλλος εισήλθε από τα αριστερά. (Από το φιλμ του PSSC «Κίνηση με το κέντρο μάζας» με τον Herman Branson).



την οποία ελήφθηκε η φωτογραφία. Οι μετρήσεις στα ακραία τμήματα της φωτογραφίας μπορεί να είναι λίγο παραμορφωμένες εξαιτίας της γωνίας, με την οποία βλέπει η μηχανή τα ακραία τμήματα της φωτογραφίας.

Παίρνοντας ως μονάδα χρόνου το χρονικό διάστημα μεταξύ φωτεινών παλμών, μετρήσαμε τις ταχύτητες των μαγνητών από την αρχική φωτογραφία, πριν να σμικρυνθεί για να μπει στο διβλίο. Παίρνοντας τη μάζα του ενός μαγνήτη ως μονάδα μάζας, υπολογίσαμε τις κίνητικές ενέργειες των μαγνητών και τις καταχωρίσαμε στον πίνακα 1 μαζί με τις αποστάσεις μεταξύ των μαγνητών. Οι ταχύτητες μετريώνται σε mm/φωτεινό παλμό και οι κίνητικές ενέργειες δίνονται σε:

$$\frac{(\text{μάζα μαγνήτη}) \times \text{mm}^2}{(\text{φωτεινός παλμός})^2}$$

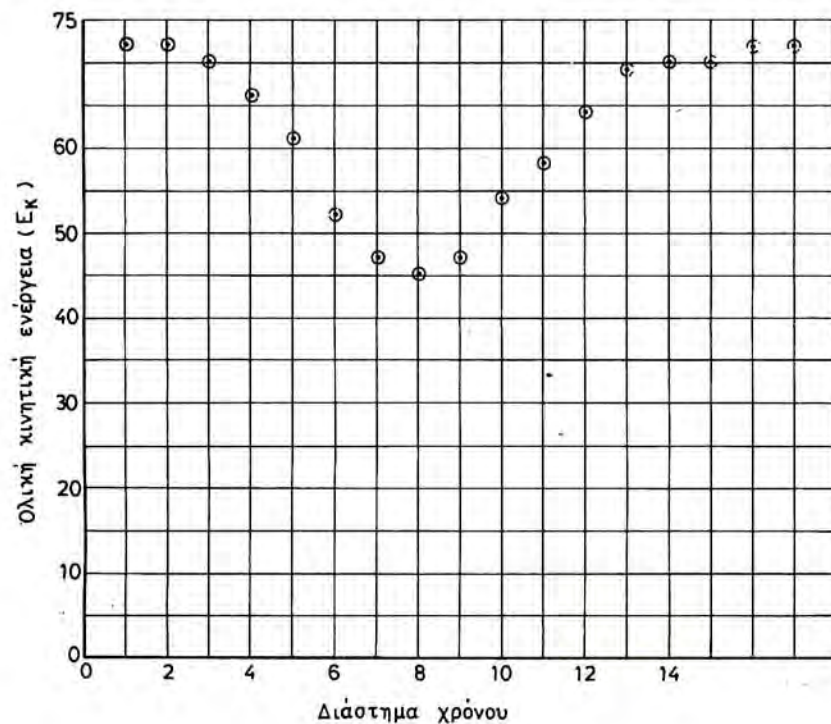


Σχήμα 7-6 Η διάταξη για τη λήψη της φωτογραφίας του σχήματος 7-5.

Πίνακας 1

Χρονικό διάστημα	V_1 mm/t	V_2 mm/t	$E_{K_1} = \frac{1}{2}V_1^2$	$E_{K_2} = \frac{1}{2}V_2^2$	$E_K = E_{K_1} + E_{K_2}$	$E_{K_{max}} - E_K$	Απόσταση cm
1	12,0		72		72	0	9,9
2	12,0		72		72	0	8,8
3	11,8		70		70	2	7,6
4	11,5		66		66	6	6,6
5	11,0		61		61	11	5,5
6	10,0	2,0	50	2	52	20	4,4
7	9,0	3,5	41	6	47	25	4,0
8	8,0	5,0	32	13	45	27	3,8
9	7	6,5	26	21	47	25	4,0
10	7	7,5	26	28	54	18	4,6
11	7	8,0	26	32	58	14	5,4
12	7,5	8,5	28	36	64	8	6,3
13	7,8	8,8	30	39	69	3	7,3
14	7,8	9,0	30	40	70	2	8,4
15	7,8	9,0	30	40	70	2	9,6
16	8,0	9,0	32	40	72	0	10,8
17	8,0	9,0	32	40	72	0	11,9
18	8,0	9,0	32	40	72	0	13
19	8,0	9,0	32	40	72	0	14,3
20	8,0	9,0	32	40	72	0	15,5
21	8,0	9,0	32	40	72	0	16,7

Το σχήμα 7-7 δείχνει ένα διάγραμμα της ολικής κινητικής ενέργειας των δυο μαγνητών ως συναρτήσεως του χρόνου. Μπορείτε να διαπιστώ-



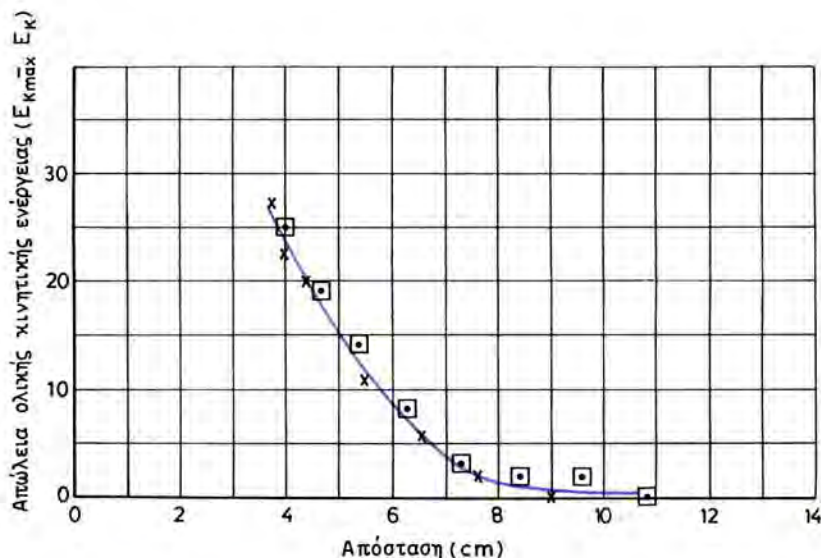
Σχήμα 7-7 Γραφική παράσταση της ολικής κινητικής ενέργειας των δυο μαγνητών ως συναρτήσεως του χρόνου σε κατάλληλες μονάδες.

σετε ότι υπάρχει απώλεια κινητικής ενέργειας κατά τη διάρκεια της αλληλεπιδράσεως. Όμως με την πάροδο του χρόνου η κινητική ενέργεια ανακτάται. Η ολική κινητική ενέργεια πριν και μετά την αλληλεπίδραση είναι αμετάβλητη.

Ο πίνακας δείχνει ότι ο εισερχόμενος μαγνήτης υφίσταται μια συνεχή απώλεια μέρους της κινητικής του ενέργειας. Παρόλα αυτά η κινητική ενέργεια που χάθηκε από τον εισερχόμενο μαγνήτη κερδήθηκε από τον αρχικά ακίνητο μαγνήτη. Συγκρούσεις στις οποίες διατηρείται η ολική κινητική ενέργεια είναι *ελαστικές* συγκρούσεις.

Στο σχήμα 7-8 η *απώλεια* κινητικής ενέργειας έχει σχεδιασθεί ως συνάρτηση της αποστάσεως μεταξύ των δυο μαγνητών. Οι αστερίσκοι παριστάνουν σημεία που παίρνομε, καθώς οι δυο μαγνήτες πλησιάζουν και τα τετράγωνα παριστάνουν σημεία που παίρνομε, καθώς οι δυο μαγνήτες απομακρύνονται ο ένας από τον άλλο. Με πολύ καλή προσέγγιση όλα αυτά τα σημεία πέφτουν επάνω στην ίδια ομαλή καμπύλη, μέσα στα όρια σφαλμάτων των μετρήσεων. Άρα η απώλεια κινητικής ενέργειας είναι συνάρτηση μόνον της αποστάσεως μεταξύ των δυο μαγνητών.

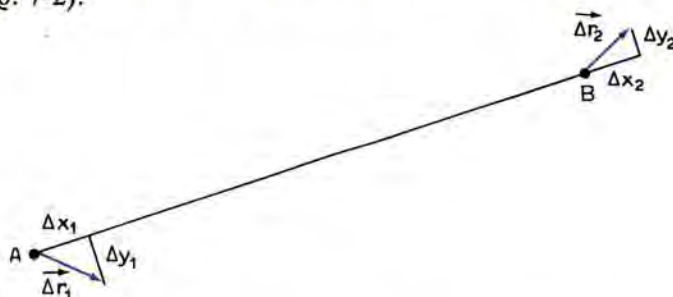
Σχήμα 7-8 Η ελάττωση της κινητικής ενέργειας ως συνάρτηση της αποστάσεως μεταξύ των δυο μαγνητών μετρομένης από την πρωτότυπη φωτογραφία. Η φωτογραφία έχει σμικρυνθεί για το τύπωμα στο διβλίο κατά ένα παράγοντα 0,47.



11. Να διαλέξετε δυο χρονικά διαστήματα, μεταξύ $t = 5$ και $t = 16$ από τον πίνακα 1 και να επαληθεύσετε ότι οι κινητικές ενέργειες είναι σωστές και ότι τα αντίστοιχα σημεία είναι σωστά σχεδιασμένα στα σχήματα 7-7 και 7-8. Η φωτογραφία έχει σμικρυνθεί κατά ένα παράγοντα 0,47 από την αρχική φωτογραφία.
12. Στο πείραμα που δείχνει το σχήμα 7-5 τι θα κάνατε, για να προκαλέσετε μεγαλύτερη απόκλιση του εισερχόμενου μαγνήτη;

7-4 Δυνάμεις αλληλεπιδράσεως και ελαστικές συγκρούσεις.

Για να καταλάβουμε υπό ποιες συνθήκες μια σύγκρουση είναι ελαστική, θα εξετάσουμε τι συμβαίνει σε ένα μικρό χρονικό διάστημα στην αρχή της συγκρούσεως. Το σχήμα 7-9 δείχνει τις μετατοπίσεις των δυο μαγνητών μεταξύ δυο διαδοχικών φωτεινών παλμών σε κάποιο χρόνο κατά τη διάρκεια της συγκρούσεως. Καμιά από τις μετατοπίσεις δεν είναι παράλληλη προς τη γραμμή που συνδέει τους δυο μαγνήτες, τη γραμμή κατά την οποία ενεργεί η δύναμη μεταξύ τους. Μπορούμε όμως να βρούμε το έργο που παράγει η δύναμη σε καθένα από τους μαγνήτες, παίρνοντας μόνο τις συνιστώσες της μετατοπίσεως κατά τον άξονα της δυνάμεως (παράγρ. 7-2).



Σχήμα 7-9 Η μετατόπιση των δυο μαγνητών κατά το μικρό χρονικό διάστημα μεταξύ δυο διαδοχικών φωτεινών παλμών. Κατά τον πρώτο παλμό η απόσταση μεταξύ των μαγνητών είναι $AB = s$.

Στο σχήμα 7-9 ο άξονας αυτός ορίζεται ως ο άξονας x και ο κάθετος προς αυτόν άξονας ορίζεται ως ο άξονας y . Η απωστική δύναμη που ενεργεί στο μαγνήτη B έχει την ίδια κατεύθυνση με την Δx_2 . Επομένως το έργο που παράγεται στο μαγνήτη B είναι $F\Delta x_2$. Η δύναμη που ενεργεί στο μαγνήτη A έχει κατεύθυνση αντίθετη προς το Δx_2 , αλλά έχει το ίδιο μέτρο με τη δύναμη που ενεργεί στο μαγνήτη B . Επομένως το έργο που παράγεται επί του μαγνήτη A είναι $-F\Delta x_1$.

Αν εξετάσουμε τις κινητικές ενέργειες των δυο μαγνητών, βλέπουμε ότι η κινητική ενέργεια του μαγνήτη B αυξήθηκε κατά το ποσό $F\Delta x_2$, ενώ η κινητική ενέργεια του μαγνήτη A ελαττώθηκε κατά $F\Delta x_1$. Επομένως η μεταβολή στην ολική κινητική ενέργεια κατ' αυτό το μικρό χρονικό διάστημα δίνεται από:

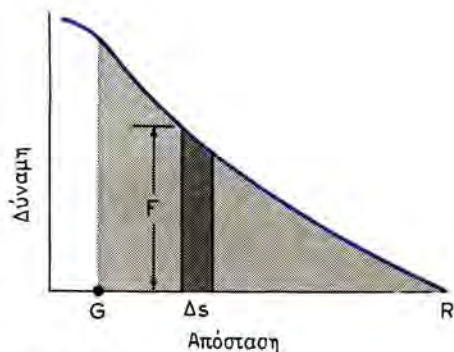
$$\Delta E_K (\text{ολική}) = F\Delta x_2 - F\Delta x_1 = F(\Delta x_2 - \Delta x_1)$$

Για μετατοπίσεις που είναι μικρές σε σύγκριση με την απόσταση των μαγνητών, η διαφορά είναι $\Delta x_2 - \Delta x_1 = \Delta s$, όπου Δs η μεταβολή της αποστάσεως μεταξύ των μαγνητών.

Οι συνιστώσες Δy_1 και Δy_2 που είναι κάθετες στο ευθύγραμμο τμήμα $AB = s$, το οποίο συνδέει τους μαγνήτες, συμβάλλουν μόνο με μια ελαφριά περιστροφή αυτού του τμήματος, αλλά δεν επηρεάζουν αισθητά το μήκος του.

Έτσι, η μεταβολή της κινητικής ενέργειας μπορεί να εκφρασθεί συνοπτικά ως το γινόμενο της δυνάμεως F και τη μεταβολή της αποστάσεως μεταξύ των μαγνητών, Δs .

$$\Delta E_K (\text{ολική}) = F \Delta s$$



Σχήμα 7-10 Όταν η απόσταση μεταβάλλεται κατά Δs , η κινητική ενέργεια μεταβάλλεται κατά $F\Delta s$ που δίνεται από το σκούρο σκιασμένο εμβαδόν.

Στο αποτέλεσμα αυτό καταλήξαμε με επανειλημμένη αναφορά στη σύγκρουση των μαγνητών του σχήματος 7-4. Αλλά το ουσιαστικό σημείο για την εξαγωγή αυτού του αποτελέσματος δεν ήταν ούτε η φύση των συγκρουομένων σωμάτων ούτε οι λεπτομέρειες της δυνάμεως που ενεργεί μεταξύ τους. Οι μόνες ουσιαστικές ιδιότητες της δυνάμεως είναι:

- (1) Ότι σε κάθε χρονική στιγμή η δύναμη ενεργεί κατά τη διεύθυνση της ευθείας που συνδέει τα δυο σώματα, και
- (2) ότι οι δυνάμεις που ενεργούν επάνω στα δυο συγκρουόμενα σώματα είναι ίσες και αντίθετες.

Θα υποθέσουμε τώρα ότι η δύναμη έχει μια άλλη ιδιότητα: εξαρτάται μόνο από την απόσταση μεταξύ των δυο σωμάτων και όχι από το αν κινούνται πλησιάζοντας ή απομακρυνόμενα. Έστω ότι το μέτρο της δυνάμεως ως συνάρτηση της αποστάσεως περιγράφεται με μια καμπύλη, όπως αυτή που δείχνει το σχήμα 7-10 (οι λεπτομέρειες δεν έχουν σημασία). Ας υποθέσουμε ότι η απόσταση μεταξύ των δυο σωμάτων αρχικά είναι μεγαλύτερη από R και ότι κινούνται πλησιάζοντας το ένα το άλλο. Όταν φθάσουν σε απόσταση R, αρχίζει να δρα μια απωστική δύναμη επάνω τους και φθάνουν στην πιο κοντινή απόσταση μεταξύ τους, στην απόσταση G. Ύστερα απομακρύνονται ξανά σε μεγαλύτερη απόσταση από την απόσταση R. Όσο πλησιάζουν το Δs είναι αρνητικό και η ολική κινητική ενέργεια των δυο σωμάτων ελαττώνεται. Όσο απομακρύνονται το Δs είναι θετικό και η κινητική ενέργεια αυξάνεται. Τόσο η ελάττωση όσο και η αύξηση δίνονται από τη σκιασμένη επιφάνεια κάτω από την καμπύλη του σχήματος 7-10. Έτσι, όταν η απόσταση μεταξύ των δυο σωμάτων είναι πάλι μεγαλύτερη από R, το άθροισμα των κινητικών ενεργειών τους είναι ίσο με την τιμή του πριν από τη σύγκρουση. Το συμπέρασμα είναι ότι, όταν η δύναμη αλληλεπιδράσεως μεταξύ των δυο σωμάτων εξαρτάται μόνο από την απόστασή τους, η σύγκρουση τέτοιων σωμάτων είναι ελαστική. Το συμπέρασμα αυτό είναι συνεπές με την παρατήρηση που κάναμε στο σχήμα 7-8, ότι η προσωρινή απώλεια της κινητικής ενέργειας σε μια ελαστική κρούση εξαρτάται μόνο από την απόσταση μεταξύ των συγκρουομένων σωμάτων.

Οι αλληλεπιδράσεις που βλέπουμε γύρω μας, όπως οι συγκρούσεις με μπάλες μπυλιάρδου, δεν είναι ποτέ απόλυτα ελαστικές, αλλά πολλές είναι σχεδόν ελαστικές. Σε ατομική κλίμακα οι ελαστικές συγκρούσεις είναι πολύ πιο συνηθισμένες. Θα δούμε το λόγο γι' αυτό στο κεφάλαιο 26.

13. Στον πίνακα 1 να βρείτε το μικρό χρονικό διάστημα, στο οποίο οι δυο μαγνήτες έχουν την πιο μικρή απόσταση μεταξύ τους. Γιατί η κινητική ενέργεια έχει τη μικρότερη τιμή της σ' αυτό το χρονικό διάστημα;
14. Για να δγάλομε τη συνθήκη που διέπει μια ελαστική κρούση, υποθέσαμε μια απωστική δύναμη. Να ξανακοιτάξετε την ανάλυση και να αποφασίσετε, αν η ίδια συνθήκη ισχύει για μια ελκτική δύναμη.

15. Όταν ρίχνουμε μια μπάλα από πλαστελίνη σε ένα τοίχο και κολλά εκεί, μπορούμε να πούμε ότι η δύναμη μεταξύ του τοίχου και της μπάλας εξαρτάται μόνο από την απόσταση;

7-5 Διατήρηση κινητικής ενέργειας και ορμής.

Όταν δυο σώματα αλληλεπιδράσουν ελαστικά, οι κινητικές τους ενέργειες E_{K_1} και E_{K_2} μεταβάλλονται κατά ίσα και αντίθετα ποσά.

$$-\Delta E_{K_1} = \Delta E_{K_2}$$

Αυτό πρέπει να αληθεύει, αφού η ολική κινητική ενέργεια $E_{K_1} + E_{K_2}$ δεν μεταβάλλεται. Επίσης, καθώς μάθαμε στο κεφάλαιο 6, οι μεταβολές των ορμών για τα δυο σώματα είναι ίσες και αντίθετες.

$$-\Delta \vec{p}_1 = \Delta \vec{p}_2$$

Αυτή η διανυσματική σχέση αληθεύει πάντα για δυο σώματα που αποτελούν ένα απομονωμένο σύστημα· ειδικότερα, επομένως, αληθεύει και για ελαστικές συγκρούσεις.

Μπορούμε να μάθουμε πολλά για την τελική κίνηση δυο σωμάτων που αλληλεπιδρούν, από το γεγονός ότι κατά τις μεταβολές που συμβαίνουν δεν υπάρχει απώλεια ούτε κινητικής ενέργειας ούτε ορμής. Οι δυο εξισώσεις περιέχουν ένα μεγάλο μέρος της πληροφορίας που χρειάζεται για να προσδιορίσουμε τις τελικές ταχύτητες $\vec{v}_1$ και $\vec{v}_2$. Ειδικότερα, αν η κίνηση γίνεται σε ευθεία γραμμή και το ένα σώμα είναι αρχικά ακίνητο ($v_2 = 0$), βρίσκουμε τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

Για τις λεπτομέρειες του υπολογισμού των v_1' και v_2' σε μετωπικές συγκρούσεις δείτε την παράγραφο: «Πώς βγαίνουν οι εξισώσεις για τα v_1' και v_2' » στη σελίδα 154. (Αν η σύγκρουση δεν είναι μετωπική, χρειάζονται πρόσθετες πληροφορίες, όπως η κατεύθυνση κινήσεως του ενός από τα σώματα, για να υπολογίσουμε τις τελικές ταχύτητες των δυο σωμάτων και την κατεύθυνση κινήσεως του άλλου).

Είναι ενδιαφέρον να εξετάσουμε τις σχέσεις μεταξύ των ταχυτήτων πριν και μετά τη σύγκρουση για τρεις ειδικές περιπτώσεις: $m_2 = 100 m_1$, $m_2 = m_1$ και $m_2 = 0,01 m_1$.

Τα αποτελέσματα δείχνονται στον πίνακα 2.

Ο πίνακας 2 μας δείχνει ότι, όταν ένα ελαφρό σώμα συγκρούεται μετωπικά με ένα σώμα με πολύ μεγαλύτερη μάζα, το προσπίπτον σώμα αναπηδά με ταχύτητα σχεδόν ίση με την αρχική του ταχύτητα και ο στόχος κινείται ελάχιστα. Όλοι γνωρίζουμε ότι μια μπάλα του πινγκ-

Πίνακας 2

m_2	v_1'	v_2'
100 m_1	- 0,98 v_1	0,02 v_1
m_1	0	v_1
0,01 m_1	0,98 v_1	1,98 v_1

πονγκ που κτυπά μια μπάλα ποδοσφαίρου, θα αναπηδήσει, ενώ στη μπάλα του ποδοσφαίρου δεν θα συμβεί σχεδόν τίποτε. Οι παίκτες του μπιλιάρδου γνωρίζουν ότι η περίπτωση $m_1 = m_2$ περιγράφει τη μετωπική σύγκρουση για δυο μπάλες μπιλιάρδου. Η κινούμενη μπάλα σταματά και η ακίνητη μπάλα φεύγει με την αρχική ταχύτητα. Αυτό είναι φανερό στο σχήμα 6-8.

Η τελευταία σειρά στον πίνακα 2 μπορεί να σας ξαφνιάσει λίγο: η τελική ταχύτητα του στόχου θα είναι πάντα λίγο μικρότερη από διπλάσια από την ταχύτητα του προσπίπτοντος σώματος. Κτυπήστε μια μπάλα του πινγκ-πονγκ (μικρής μάζας) με μια μπίλια από ρουλεμάν (μεγάλης μάζας) και η ταχύτητα της μπάλας του πινγκ-πονγκ θα είναι σχεδόν διπλάσια από την ταχύτητα της μπάλας του ρουλεμάν.

Καταλήξαμε σ' αυτά τα αποτελέσματα χρησιμοποιώντας μόνο τους νόμους της διατηρήσεως ορμής και κινητικής ενέργειας. Η λεπτομερής μορφή της εξαρτήσεως της δυνάμεως αλληλεπιδράσεως από την απόσταση μεταξύ των δυο σωμάτων που αλληλεπιδρούν δεν έπαιξε ρόλο στην ανάπτυξη του θέματος. Τα αποτελέσματά μας έχουν την ίδια ισχύ για σύγκρουση ανάμεσα σε δυο ατσάλινες μπάλες, όπως και για τη σύγκρουση μαγνητών. Η δύναμη μεταξύ δυο μαγνητών είναι ασθενής, αλλά έχει μεγάλη εμβέλεια. Η δύναμη ανάμεσα σε δυο ατσάλινες μπάλες εκτείνεται μόνο σε ένα κλάσμα του χιλιοστομέτρου, αλλά είναι ισχυρή. Η σπουδαιότητα της αναλύσεως μιας συγκρούσεως στη σύγχρονη φυσική υψηλών ενεργειών βασίζεται ακριβώς στο γεγονός ότι το αποτέλεσμα μιας ελαστικής συγκρούσεως είναι ανεξάρτητο από τις λεπτομέρειες της δυνάμεως.

Εδώ τα συγκρουόμενα σώματα μπορεί να είναι όλων των ειδών τα υποατομικά σωματίδια. Η ιδέα της δυνάμεως ως συναρτήσεως της αποστάσεως μπορεί να μην έχει κανένα νόημα στην υποατομική κλίμακα. Μπορούμε όμως μερικές φορές να ξεχωρίσουμε τις ελαστικές συγκρούσεις, παρατηρώντας τις κινητικές ενέργειες πριν και μετά την αλληλεπίδραση.

Μερικές φορές ορατά σωματίδια (δηλαδή εκείνα των οποίων μπορούμε να δούμε τις τροχιές) συγκρούονται με σωματίδια που είναι αόρατα για μας. Αν υποθέσουμε ότι η ορμή και η κινητική ενέργεια διατηρούνται και αν γνωρίζουμε τη μάζα και τις αρχικές και τελικές ταχύτητες των ορατών σωματιδίων, μπορούμε, πολλές φορές, να προσδιορίσουμε τη μάζα και τις αρχικές και τελικές ταχύτητες των αοράτων σωματιδίων. Περίπου με αυτόν τον τρόπο ο James Chadwick ανακάλυψε το νετρόνιο το 1932 (βλ. παράγρ. 17-7).

Πώς προκύπτουν οι εξισώσεις για τα $\vec{v}_1$ και $\vec{v}_2$;

Για μια μετωπική σύγκρουση στην οποία οι κινήσεις δύο σφαιρών γίνονται επάνω σε ευθεία γραμμή: μπορούμε να προσδιορίσουμε τις τελικές ταχύτητες από τις σχέσεις (που αναφέρθηκαν λίγο πριν):

$$-\Delta E_{K_1} = \Delta E_{K_2} \quad \text{και} \quad -\Delta p_1 = \Delta p_2$$

(Για διανύσματα κατά μήκος μιας γραμμής παραλείπουμε το βέλος και χρησιμοποιούμε το πρόσημο + ή - για να δείξουμε την κατεύθυνση, όπως στο κεφάλαιο 3). Αν συμβολίσουμε τη διαφορά μεταξύ τελικής και αρ-

χικής κινητικής ενέργειας ως ΔE_K , παίρνουμε:

$$-\left(\frac{1}{2} m_1 v_1'^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2\right) = \left(\frac{1}{2} m_2 v_2'^2 - 0\right)$$

Αν αναλύσουμε σε παράγοντες, η εξίσωση αυτή γίνεται:

$$-(m_1 v_1' - m_1 v_1) \left(\frac{v_1' + v_1}{2}\right) = (m_2 v_2' - 0) \left(\frac{v_2' + 0}{2}\right)$$

Βλέπουμε ότι κάθε μέλος αυτής της ενεργειακής εξισώσεως είναι γινόμενο της μεταβολής της ορμής της μιας μάζας επί τη μέση τιμή της αρχικής και τελικής ταχύτητας αυτής της μάζας. Επειδή γνωρίζουμε ότι οι μεταβολές ορμής είναι ίσες και αντίθετες, μπορούμε να διώξουμε το $-\Delta p_1 = -(m_1 v_1' - m_1 v_1)$ από το αριστερό σκέλος και το $\Delta p_2 = (m_2 v_2' - 0)$ από το δεξιό, οπότε: $v_1' + v_1 = v_2'$.

Αντικαθιστώντας το v_2' από αυτή την εξίσωση στην εξίσωση της διατηρήσεως της ορμής, $-(m_1 v_1' - m_1 v_1) = m_2 v_2'$ έχουμε:

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$$

Έτσι οι σχέσεις διατηρήσεως ενέργειας και ορμής οδηγούν σε ακριβή πρόβλεψη της τελικής ταχύτητας της m_1 , όταν δίνεται η αρχική της ταχύτητα. Ακόμη αντικαθιστώντας αυτή την τιμή της v_1' στην $v_2' = v_1' + v_1$ έχουμε μια έκφραση για την τελική ταχύτητα του δεύτερου σώματος.

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

Στην πραγματικότητα για να βρούμε αυτή την απάντηση για τις τελικές ταχύτητες χρησιμοποιήσαμε επίσης από την αρχή και αρκετές άλλες πληροφορίες. Οι πιο σημαντικές από αυτές περιλαμβάνονται στην υπόθεση ότι η σύγκρουση ήταν μετωπική, ώστε τα σώματα να κινούνται μόνο κατά μήκος του άξονα x . Αν επιτρέπαμε στο ένα σώμα να πλησιάσει το άλλο πλευρικά (σχ. 7-5), το πρόβλημα θα ήταν πιο περίπλοκο στην ανάλυσή του και για να βρούμε την απάντηση θα έπρεπε να δοθούν στοιχεία για το σημείο επαφής των σφαιρών κατά την κρούση. Δεχθήκαμε επίσης ότι η m_2 ήταν αρχικά ακίνητη. Οι εξισώσεις αυτές δεν ισχύουν, αν η m_2 ήταν σε κίνηση στην αρχή της αλληλεπιδράσεως. Οι πιο γενικές εξισώσεις που εφαρμόζονται σ' αυτή την περίπτωση μπορούν να βγουν με τον ίδιο τρόπο.

Ακόμα θα έπρεπε να σημειώσουμε ό,τι κάναμε μια σιωπηρή υπόθεση, όταν βρήκαμε τις v_1' και v_2' . Υποθέσαμε ότι υπήρχε μεταβολή ορμής κατά την αλληλεπίδραση. Είναι δυνατόν όμως ακόμα και στη μετωπική μας σύγκρουση να βρούμε μια άλλη απάντηση: αν $v_1' = v_1$ και $v_2' = 0$, η ορμή μένει αμετάβλητη και δεν υπάρχει μεταφορά ενέργειας από το ένα σώμα στο άλλο καθόλη τη διάρκεια της αλληλεπιδράσεως. Δεν θα ασχοληθούμε όμως με αυτή την πιθανή απάντηση, γιατί σ' αυτή την περίπτωση η m_1 θα έπρεπε να διασχίσει την m_2 .

16. Μια σφαίρα μάζας m_1 , κινούμενη με μεγάλη ταχύτητα, χτυπά μια ακίνητη σφαίρα μάζας m_2 σε μετωπική σύγκρουση. Πώς συγκρίνεται η m_1 με την m_2 , αν η πρώτη αναπηδά προς τα πίσω κατά μήκος της αρχικής της τροχιάς με πολύ μικρή ταχύτητα;

7-6 Κινητική ενέργεια και το κέντρο μάζας.

Στο προηγούμενο κεφάλαιο μάθαμε ότι το κέντρο μάζας έχει σταθερή κίνηση κατά τη διάρκεια της συγκρούσεως σαν να μην συνέβαινε τίποτε. Επίσης όσο αφορά την ορμή, το κέντρο μάζας κινείται σαν να ήταν συγκεντρωμένη εκεί όλη η μάζα και η συνολική ορμή ως προς το κέντρο μάζας ήταν μηδέν. Υπάρχει παρόμοια συμπεριφορά για το κέντρο μάζας όσον αφορά στην κινητική ενέργεια;

Το σχήμα 7-11 μας δίνει μια εικόνα των θέσεων και των ταχυτήτων σε μια μετωπική σύγκρουση δυο σωμάτων. Σε κάθε στιγμή κατά τη σύγκρουση του σχήματος 7-11, τα σώματα m_1 και m_2 κινούνται κατά μήκος μιας ευθείας γραμμής με ταχύτητες v_1 και v_2 . Το κέντρο μάζας κινείται επάνω στην ίδια ευθεία γραμμή με ταχύτητα v_c . Τα δυο σώματα έχουν ταχύτητες V_1 και V_2 σχετικά με το κέντρο μάζας, και αυτές στη διεύθυνση της ίδιας γραμμής. Η ταχύτητα v_1 δεν είναι παρά η ταχύτητα του m_1 σχετικά με το κέντρο μάζας συν την ταχύτητα του κέντρου μάζας: $v_1 = V_1 + v_c$.

Παρόμοια για την v_2 έχουμε $v_2 = V_2 + v_c$ (θυμηθείτε ότι οι ταχύτητες κατά μήκος μιας γραμμής προστίθενται ως θετικοί και αρνητικοί αριθμοί). Η ολική κινητική ενέργεια των μαζών μπορεί τότε να εκφραστεί ως εξής:

$$\begin{aligned} E_K &= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \\ &= \frac{1}{2} m_1 (V_1 + v_c)^2 + \frac{1}{2} m_2 (V_2 + v_c)^2 \\ &= \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2 \\ &\quad + (m_1 V_1 + m_2 V_2) v_c + \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_c^2 \end{aligned}$$

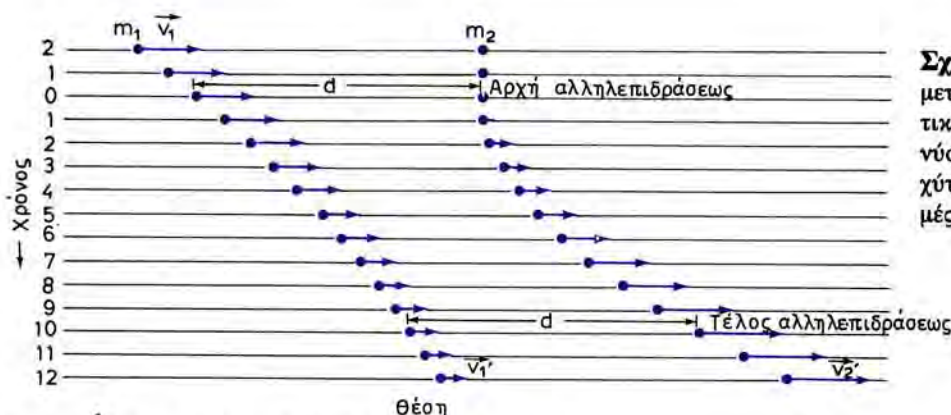
Αλλά στην παράγραφο 6-6 βρήκαμε ότι: $m_1 V_1 = -m_2 V_2$

Η ολική ορμή ως προς το κέντρο μάζας ήταν μηδέν. Επομένως:

$$(m_1 V_1 + m_2 V_2) = 0$$

$$E_K = \left(\frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2 \right) + \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_c^2$$

Ο τελευταίος όρος είναι ακριβώς η κινητική ενέργεια που αναφέρεται στην κίνηση του κέντρου μάζας. Είναι η κινητική ενέργεια μιας μάζας ίσης με την ολική μάζα του συστήματος που κινείται με την



Σχήμα 7-11 Σχηματική παράσταση μιας μετωπικής συγκρούσεως μεταξύ δυο αντικειμένων με μάζες m_1 και m_2 . Τα διανύσματα παριστάνουν τις αντίστοιχες ταχύτητές τους σε διάφορες χρονικές στιγμές.

ταχύτητα του κέντρου μάζας του συστήματος.

Η ενέργεια αυτή ονομάζεται ενέργεια του κέντρου μάζας του συστήματος και παραμένει αμετάβλητη συνεχώς, ακόμη και κατά τη διάρκεια της συγκρούσεως. Από την άλλη μεριά ο πρώτος όρος εξαρτάται από τις ταχύτητες των m_1 και m_2 σχετικά με το κέντρο μάζας και αντιπροσωπεύει την κινητική ενέργεια των μαζών, όπως μετριέται από σύστημα κινούμενο με το κέντρο μάζας. Είναι η **εσωτερική** κινητική ενέργεια του συστήματος. Κατά τη διάρκεια της συγκρούσεως μεταβάλλεται, ελαττώνεται κατά το πρώτο στάδιο και φθάνει στο μηδέν, όταν η απόσταση μεταξύ των δυο σωμάτων είναι ελάχιστη (ευθεία 5 στο σχήμα 7-11). Σε αυτή τη χρονική στιγμή $v_1 = v_2 = v_c$ και επομένως $V_1 = V_2 = 0$. Μετά από αυτή τη στιγμή η εσωτερική κινητική ενέργεια αυξάνεται μέχρι που φτάνει την αρχική της τιμή προς το τέλος της αλληλεπιδράσεως.

Αυτός ο διαχωρισμός της κινητικής ενέργειας σε δυο μέρη δεν περιορίζεται σε δυο σώματα που κινούνται κατά μήκος μιας ευθείας γραμμής. Μπορεί να αποδειχθεί για οποιοδήποτε αριθμό σωμάτων που κινούνται προς όλες τις κατευθύνσεις. Θα χρειασθεί να ξαναγυρίσουμε σ' αυτή την έννοια της εσωτερικής ενέργειας, όταν θα συζητήσουμε τη θερμότητα και μοριακή κίνηση στο κεφάλαιο 9.

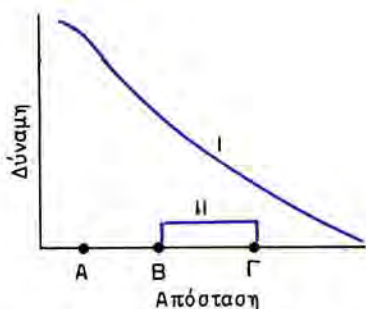
17. Ένα εργαστηριακό καροτσάκι με ένα ελατήριο στο μπροστινό μέρος του κινείται με σταθερή ταχύτητα και χτυπά μετωπικά ένα ακίνητο καροτσάκι. Να σχεδιάσετε μια ποιοτική γραφική παράσταση της ολικής κινητικής ενέργειας για τα δυο καροτσάκια, πριν, κατά τη διάρκεια και μετά τη σύγκρουση ως συναρτήσεως του χρόνου, όταν παρατηρείται από:

- (α) Το σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου.
- (β) Το σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας.

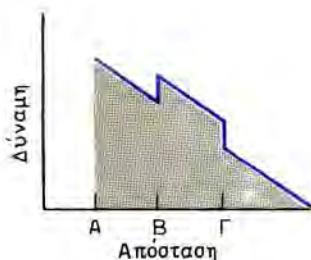
18. Ποια είναι η εσωτερική κινητική ενέργεια δυο αντικειμένων που αλληλεπιδρούν, όταν η απόστασή τους είναι στην ελάχιστη τιμή της;

19. Ένα καροτσάκι 3 kg πλησιάζει ένα άλλο καροτσάκι ίσης μάζας με ταχύτητα $v_1 = 0,8 \text{ m/s}$. Το δεύτερο καροτσάκι είναι ακίνητο ($v_2 = 0$).

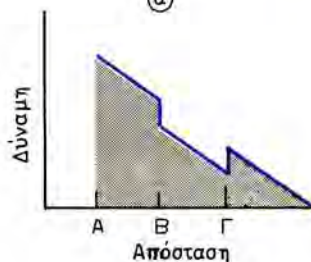
- (α) Ποια είναι η ταχύτητα του κέντρου μάζας v_c ;
- (β) Ποια είναι η ενέργεια του κέντρου μάζας για το σύστημα που αποτελείται από τα δυο καροτσάκια;
- (γ) Ποια είναι η εσωτερική κινητική ενέργεια του συστήματος;



Σχήμα 7-12 Η δύναμη I εξαρτάται μόνο από την απόσταση μεταξύ των συγκρουομένων σωμάτων. Η δύναμη II είναι μία δύναμη τριβής και εξαρτάται από τη φορά κινήσεως.



(α)



(β)

Σχήμα 7-13 Η απώλεια κινητικής ενέργειας κατά τη σύγκρουση δείχνεται με το σκιασμένο εμβαδόν στο (α). Είναι μεγαλύτερη από το κέρδος που δείχνεται με το σκιασμένο εμβαδόν στο (β).

7-7 Απώλεια κινητικής ενέργειας σε αλληλεπίδραση με τριβή.

Η δύναμη τριβής μεταξύ δυο αντικειμένων είναι δυνατόν να εξαρτάται από διάφορους παράγοντες. Έχει όμως πάντοτε φορά αντίθετη προς την φορά της ταχύτητας του σώματος, επάνω στο οποίο δρα. Θεωρήστε μια σύγκρουση μεταξύ δυο σωμάτων με μια δύναμη αλληλεπίδρασης που αποτελείται από δυο τμήματα (σχ. 7-12). Υπάρχει ένα απωστικό τμήμα που εξαρτάται μόνο από την απόσταση και μια σταθερή δύναμη τριβής που δρα μόνον μεταξύ των σημείων B και Γ. Έστω ότι η πιο κοντινή απόσταση μεταξύ των δυο σωμάτων είναι η συντεταγμένη του A. Όταν τα δυο σώματα κινούνται πλησιάζοντας το ένα προς το άλλο, η απωστική δύναμη και η δύναμη τριβής έχουν την ίδια κατεύθυνση. Όταν τα δυο σώματα κινούνται απομακρυνόμενα το ένα από το άλλο, οι δυο δυνάμεις έχουν αντίθετες κατευθύνσεις. Η απώλεια κινητικής ενέργειας κατά την ανωτέρω διαδικασία δείχνεται με το σκιασμένο εμβαδόν στο σχήμα 7-13 (α) και το κέρδος δείχνεται με το σκιασμένο εμβαδόν στο σχήμα 7-13 (β). Μετά το τέλος της συγκρούσεως υπάρχει μια καθαρή απώλεια κινητικής ενέργειας.

Όταν ένα βιβλίο γλιστρά επάνω σε ένα τραπέζι, υπάρχει τριβή ανάμεσα στο βιβλίο και στο τραπέζι. Όταν μια λαστιχένια μπάλα αφήνεται να πέσει σε ένα τσιμεντένιο δάπεδο και αναπηδά στο μισό από το αρχικό της ύψος, δεν είναι προφανές πού εμφανίζεται η τριβή. Σ' αυτή την περίπτωση η τριβή μπορεί να υπάρχει μέσα στη λαστιχένια μπάλα, όταν παραμορφώνεται κατά τη σύγκρουση.

Μια σύγκρουση στην οποία οι δυνάμεις είναι μικρότερες, όταν τα σώματα απομακρύνονται, σε σχέση με τις δυνάμεις, όταν πλησιάζουν, ονομάζεται **μη ελαστική** σύγκρουση. Συνήθως, μετά από μη ελαστικές συγκρούσεις παρατηρείται αύξηση θερμοκρασίας. Στο κεφάλαιο 9 θα συζητήσουμε πώς σχετίζεται αυτή η αύξηση θερμοκρασίας με ενέργεια διαφορετικής μορφής. Προς το παρόν θα συγκεντρώσουμε την προσοχή μας στις καταστάσεις, όπου η τριβή και τα φαινόμενα αυξήσεως της θερμοκρασίας μπορούν να θεωρηθούν αμελητέα.

20. Όταν μια μπάλα από πλαστελίνη αφήνεται να πέσει στο πάτωμα, παραμένει εκεί. Να σκιαγραφήσετε τη γραφική παράσταση της δυνάμεως ως συνάρτηση της αποστάσεως κατά την κάθοδο και την άνοδο. (Η απόσταση μετρείται από το κέντρο της μπάλας μέχρι το πάτωμα).

Για το σπίτι, την τάξη και το εργαστήριο.

21. Να εκτιμήσετε την κινητική ενέργεια του σώματός σας (σε joule), όταν τρέχετε στο δρόμο με το ποδήλατό σας.
22. Ένα σώμα μάζας 2,0 kg περνά από την αρχή του άξονα των x με ταχύτητα $v_0 = + 0,80$ m/s. Μια σταθερή δύναμη 5,0 N εξασκείται επάνω στο σώμα

κατά τη διεύθυνση του άξονα x . Ποια θα είναι η κινητική ενέργεια του σώματος στις θέσεις $x = 0,10$ m και $x = 0,20$ m, αν η δύναμη δρα:

(α) Κατά τη θετική φορά του άξονα x ;

(β) Κατά την αρνητική φορά του άξονα x ;

(Αν απορήσετε με την απάντησή σας στο μέρος (β), προσπαθήστε να φαντασθείτε την κίνηση του σώματος).

23. Η δύναμη τριβής μεταξύ δυο σωμάτων έχει πάντοτε φορά αντίθετη προς την ταχύτητα, αλλά με πολύ καλή προσέγγιση, ανεξάρτητη από το μέτρο της ταχύτητας. Με αυτή την πληροφορία, αν ένας άνθρωπος χτυπήσει ένα καρφί με ένα σφυρί 0,75 kg που κινείται με 10 m/s, και χώσει το καρφί 1,5 cm πιο βαθιά μέσα σε ένα κομμάτι ξύλο:

- (α) Ποια ήταν η κινητική ενέργεια του σφυριού;
(β) Ποια ήταν η μέση δύναμη που αντιστεκόταν στην κίνηση του καρφιού;

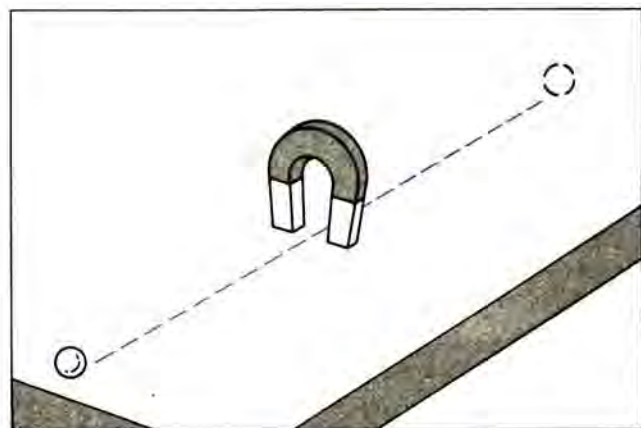
24. Σύμφωνα με την Αμερικανική Ένωση Αυτοκινήτου, ένα αυτοκίνητο που κινείται με 24 m/s (περίπου 86 χιλιόμετρα την ώρα) χρειάζεται περίπου 40 m για να σταματήσει με ασφάλεια από το σημείο που ο οδηγός αρχίζει να πατά φρένο. Επειδή τα σαρόνια των φρένων σφίγγουν τους τροχούς σε ακτίνα περίπου 40% της εξωτερικής ακτίνας των τροχών, η απόσταση στην οποία δρα η δύναμη τριβής είναι περίπου 40% της αποστάσεως για το σταμάτημα. Αν υποθέσετε ότι η μάζα του αυτοκινήτου είναι 1×10^3 kg, ποια είναι η μέση δύναμη πεδήσεως ανά τροχό;

25. Τρεις άνθρωποι, σπρώχνοντας ο καθένας με δύναμη 130 N μπορούν ίσα ίσα να κρατήσουν σε κίνηση ένα χαλασμένο αυτοκίνητο επάνω σε ένα επίπεδο δρόμο. Για να το φέρουν σε ένα συνεργείο σε απόσταση 100 m το σπρώχνουν με δύναμη 140 N ο καθένας.

- (α) Πόσο έργο παράγουν, για να μετακινήσουν το αυτοκίνητο ως το συνεργείο;
(β) Ποια είναι η κινητική ενέργεια του αυτοκινήτου, όταν φθάνουν στο συνεργείο;
(γ) Ποια είναι η ταχύτητα του αυτοκινήτου, όταν φθάνουν εκεί;

26. Ένα δλήμα (που δεν περιέχει εκρηκτική γόμωση) από ένα αντιαερματικό πυροβόλο έχει μάζα περίπου 10 kg και ταχύτητα 10^3 m/s. Ένα φορητό έχει μάζα 10^4 kg και ταχύτητα 1 m/s. Ποιες είναι οι ορμές τους; Οι κινητικές τους ενέργειες; Γιατί το δλήμα κάνει τόσο πολύ περισσότερη ζημιά από το φορητό όταν χτυπά κάτι;

27. Υποθέσετε ότι θέλετε να προσδιορίσετε τη δύναμη που εξασκούν τα φρένα του ποδηλάτου σας επάνω στο ποδήλατο, όταν φρενάρτε δυνατά, χωρίς να γλιστρήσετε και ότι τα φρένα σφίγγουν την περιφέρεια του τροχού. Έχετε στη διάθεσή σας μια ταινία, για να μετρήσετε μήκη και ένα δρόμο με γνωστή σταθερή κλίση. Ξέρετε επίσης το άθροισμα του βάρους σας με το βάρος του ποδηλάτου.



Σχήμα Β

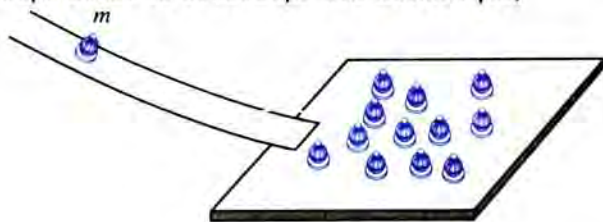
Δεν έχετε ρολόι. Πώς θα προχωρήσετε;

28. Ένας μαγνήτης σε σχήμα πετάλου με μάζα m στέκεται όρθιος επάνω σε ένα τραπέζι χωρίς τριβή. Μια ατσάλινη μπίλια από ρουλεμάν μάζας m κυλά προς το μαγνήτη από μακρινή απόσταση με ταχύτητα v , περνά μέσα από το μαγνήτη και φεύγει μακριά. Αν υποθέσετε ότι η ελκτική δύναμη F μεταβάλλεται με την απόσταση και έχει το ίδιο μέτρο εμπρός και πίσω από το μαγνήτη (βλέπε σχ. Β).

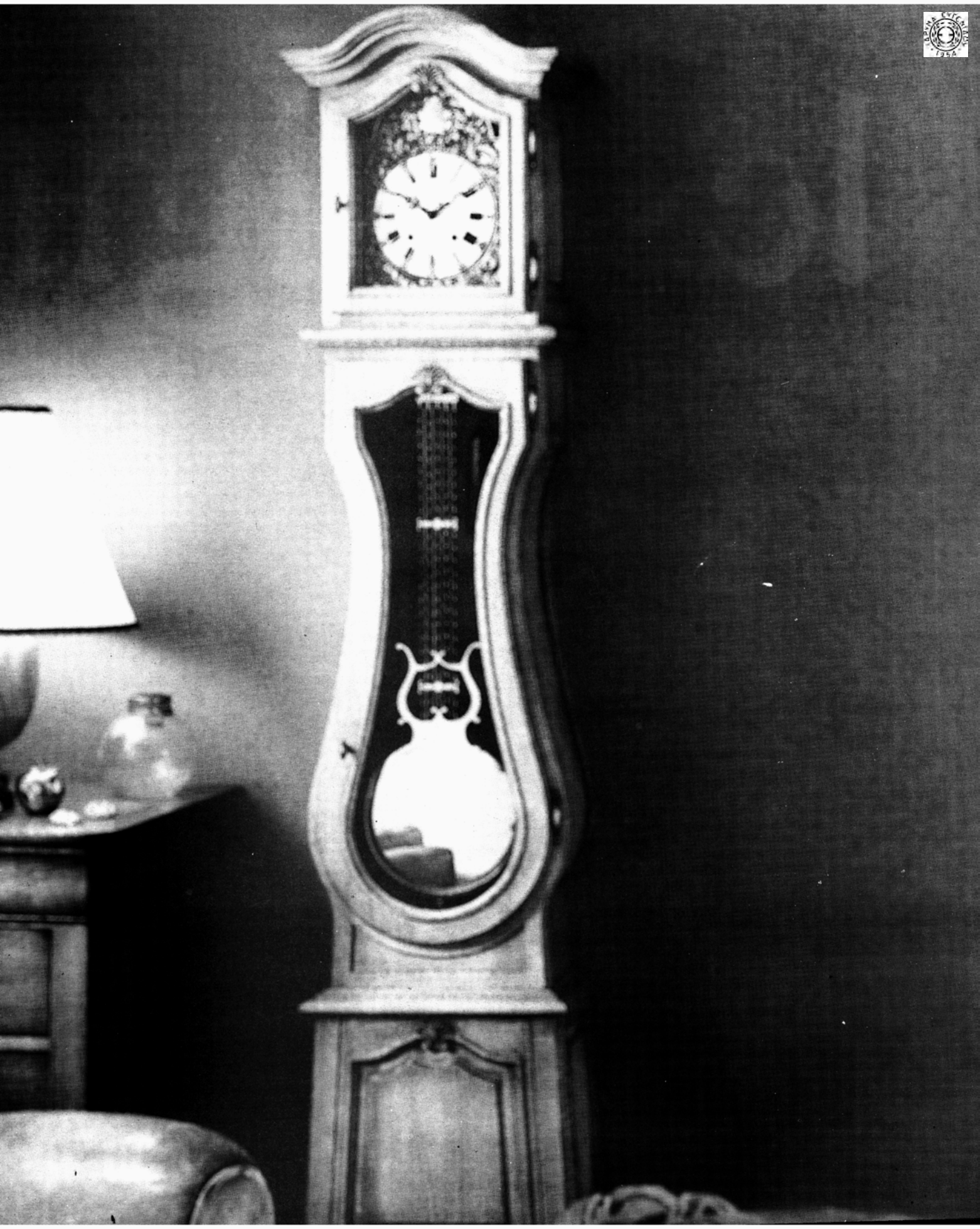
- (α) Ποια είναι η τελική ταχύτητα της μπίλιας;
(β) Ποια είναι η τελική ταχύτητα του μαγνήτη;

29. Ένας πεσσός μάζας m γλιστρά χωρίς τριβή προς τα κάτω με αρκετά μεγάλη ταχύτητα επάνω σε μια ράμπα. Θέλετε να του κόψετε ταχύτητα με τις λιγότερο δυνατές συγκρούσεις (όχι αναγκαστικά μετωπικές) με άλλους πεσσούς που είναι ακίνητοι (σχ. Γ). Τι μάζα θα διαλέγατε για τους ακίνητους πεσσούς; (Η φυσική αυτού του προβλήματος είναι ουσιαστικά η ίδια όπως στην επιβράδυνση νετρονίων σε ένα πυρηνικό αντιδραστήρα).

30. Ο συνδυασμός ελατηρίων και αποσβεστήρων κραδασμών (αμορτισέρ) σε ένα αυτοκίνητο οδηγούν σε μια δύναμη, που εξαρτάται μόνο από την απόσταση, και μια δύναμη τριβής. Γιατί χρησιμοποιούμε αυτόν το συνδυασμό στα αυτοκίνητα;



Σχήμα Γ

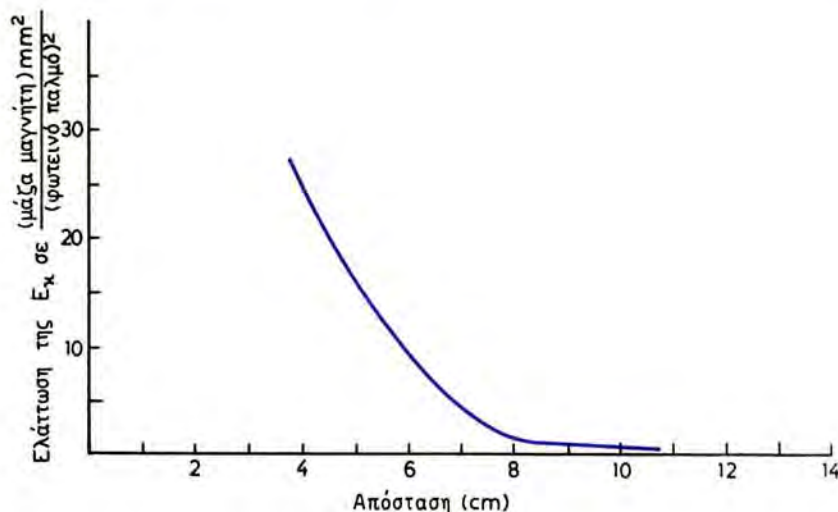


8

8-1 Περισσότερα στοιχεία για τη σύγκρουση δυο μαγνητών.

Το σχήμα 7-8 στην παράγραφο 7-3 δείχνει την απώλεια της ολικής κινητικής ενέργειας κατά τη διάρκεια συγκρούσεως δυο μαγνητών. Μια στροβοσκοπική φωτογραφία της συγκρούσεως φαίνεται στο σχήμα 7-5. Ας υποθέσουμε ότι φωτογραφίζουμε μια άλλη σύγκρουση αυτών των δυο μαγνητών με τον ένα επερχόμενο μαγνήτη εκτοξευμένο πιο χαμηλά στη φωτογραφία αλλά και πάλι οριζόντια. Η φωτογραφία θα είναι διαφορετική. Ο επερχόμενος μαγνήτης θα παρεκκλίνει λιγότερο από την αρχική του κατεύθυνση και ο δεύτερος μαγνήτης θα μετακινηθεί ελαφρά προς τα πλάγια. Σε μια μετωπική σύγκρουση ο επερχόμενος μαγνήτης θα χάσει την περισσότερη από την κινητική του ενέργεια και θα τη μεταφέρει στο δεύτερο μαγνήτη. Η φωτογραφία μιας τέτοιας συγκρούσεως θα ήταν πολύ διαφορετική από το σχήμα 7-5.

Πώς συγκρίνεται το διάγραμμα της απώλειας της ολικής κινητικής ενέργειας ως συναρτήσεως της αποστάσεως γι' αυτές τις συγκρούσεις με το σχήμα 7-8; Τέτοια διαγράμματα έχουν γίνει και το αποτέλεσμα είναι η ίδια καμπύλη που φαίνεται στο σχήμα 7-8. Βέβαια, σε πλευρική σύγκρουση οι δυο μαγνήτες δεν φθάνουν ποτέ πολύ κοντά ο ένας στον άλλο και έτσι χάνεται πολύ λίγη κινητική ενέργεια. Σε μετωπική σύγκρουση ενός μαγνήτη, επερχόμενου με μεγάλη ταχύτητα, οι δυο μαγνήτες πλησιάζουν πολύ και έτσι χάνεται πολύ κινητική ενέργεια. Και όμως η απώλεια ως συνάρτηση της αποστάσεως περιγράφεται με την ίδια καμπύλη και στις δυο περιπτώσεις. Η απώλεια της κινητικής ενέργειας εξαρτάται μόνο από την απόσταση και την «ισχύ» των μαγνητών. Δεν εξαρτάται ούτε από την αρχική κινητική ενέργεια ούτε από το ποσό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρεται από τον ένα στον άλλο μαγνήτη (σχ. 8-1).



Σχήμα 8-1 Η γραφική παράσταση της απώλειας της ολικής κινητικής ενέργειας ως προς την απόσταση δυο μαγνητών. Η γραφική παράσταση είναι η ίδια για όλες τις συγκρούσεις αυτών των δυο μαγνητών (υπό τον όρο ότι δεν πέφτουν ο ένας επάνω στον άλλο).

Δυναμική ενέργεια

- 8-1 Περισσότερα στοιχεία για τη σύγκρουση δυο μαγνητών
- 8-2 Δυναμική ενέργεια
- 8-3 Μια ειδική κατηγορία αλληλεπιδρώντων σωμάτων
- 8-4 Ελαστική δυναμική ενέργεια
- 8-5 Ενέργεια στην απλή αρμονική ταλάντωση
- 8-6 Δυναμική ενέργεια βαρύτητας κοντά στην επιφάνεια της γης
- 8-7 Το δυναμικό της βαρύτητας
- 8-8 Η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας

Φωτογραφία αριστερά: Παράδειγμα αποθηκευμένης ενέργειας που απελευθερώνεται με σταθερό ρυθμό. Το ρολόι «φορτίζεται» αν τραβήξουμε τις αλυσίδες σηκώνοντας έτσι τα βαρίδια.

1. Στη σύγκρουση των μαγνητών που περιγράφεται στο κεφάλαιο 7, η ελάχιστη απόσταση ήταν 6,0 cm. Η αρχική κινητική ενέργεια ήταν:

$$40 \frac{(\text{μάζα μαγνήτη}) \times \text{mm}^2}{(\text{φωτεινός παλμός})^2}$$

- (α) Ποια ήταν η απώλεια της ολικής κινητικής ενέργειας σε μια απόσταση 6,0 cm;
 (β) Ποια ήταν η απώλεια της ολικής κινητικής ενέργειας σε μια απόσταση 7,0 cm;
 (γ) Στην (β) δεν διευκρινίστηκε αν η ερώτηση αφορά στην απόσταση των 7,0 cm καθώς οι μαγνήτες πλησιάζουν ή απομακρύνονται ο ένας από τον άλλον. Αυτό ήταν παράλειψη; Εξηγήστε.
 2. Σε μια άλλη σύγκρουση των ιδίων μαγνητών η αρχική κινητική ενέργεια ήταν

$$80 \frac{(\text{μάζα μαγνήτη}) \times \text{mm}^2}{(\text{φωτεινός παλμός})^2}$$

- Η ελάχιστη απόσταση ήταν 4,7 cm. Ποια ήταν η ολική κινητική ενέργεια σε απόσταση 6,0 cm;
 3. Σε μια σύγκρουση των ιδίων μαγνητών ποια ήταν η απώλεια της συνολικής κινητικής ενέργειας σε απόσταση 12,0 cm;

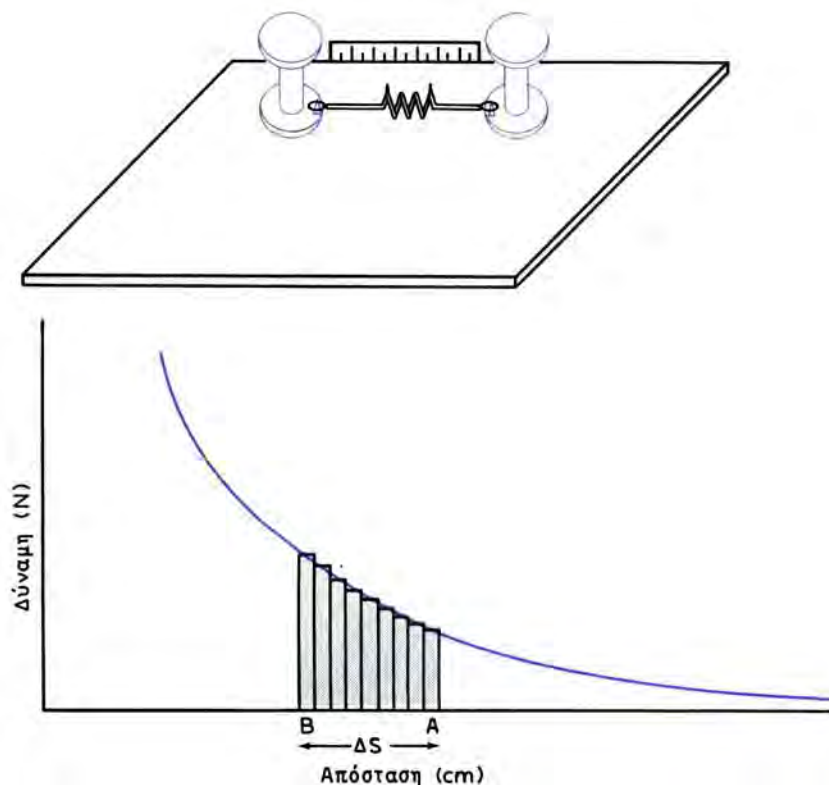
8-2 Δυναμική ενέργεια.

Η σύγκρουση μεταξύ δυο μαγνητών είναι παράδειγμα μιας ελαστικής συγκρούσεως, δηλαδή μιας συγκρούσεως κατά την οποία διατηρείται η ολική κινητική ενέργεια. Στην παράγραφο 7-4 είδαμε ότι για ελαστικές συγκρούσεις η μεταβολή στην ολική κινητική ενέργεια, όταν η απόσταση αλλάζει κατά Δs , δίνεται από:

$$\Delta E_K(\text{ολ}) = F\Delta s$$

Για δυνάμεις που δεν είναι σταθερές, όπως η δύναμη μεταξύ των μαγνητών, το γινόμενο $F\Delta s$ πρέπει να αντικατασταθεί από την επιφάνεια κάτω από την καμπύλη της δυνάμεως ως συναρτήσεως της αποστάσεως. Για απωθητική δύναμη που δρα μεταξύ των μαγνητών, οι F και Δs έχουν αντίθετα πρόσημα, όταν οι μαγνήτες πλησιάζουν ο ένας στον άλλο. Έτσι, το έργο που ασκεί η δύναμη επάνω στους μαγνήτες είναι αρνητικό και έχει ως αποτέλεσμα την απώλεια κινητικής ενέργειας. Όταν οι μαγνήτες απομακρύνονται ο ένας από τον άλλο, οι F και Δs έχουν το ίδιο πρόσημο και η συνολική κινητική τους ενέργεια αυξάνεται. Αφού η κινητική ενέργεια που χάνεται κατά το πρώτο μέρος της συγκρούσεως ανακτάται κατά το δεύτερο μέρος, τείνομε να πιστέψουμε ότι η «χαμένη» κινητική ενέργεια δεν είναι καθόλου χαμένη, αλλά υπάρχει μέσα στο σύστημα με κάποια άλλη μορφή.

Θα ορίσουμε το αρνητικό του έργου που παράγεται στους μαγνήτες ως



Σχήμα 8-2 Οι δυο μαγνήτες επάνω στις βάσεις τους από ξερό πάγο κρατούνται ακίνητοι από δυο νήματα που συνδέονται με ένα βαθμονομημένο ελατήριο. Σε αυτή την κατάσταση η μαγνητική δύναμη είναι ίση και αντίθετη με τη δύναμη του ελατηρίου. Αν κάνουμε αρκετές μετρήσεις στο ελατήριο για διαφορετικά μήκη νήματος θα έχουμε τα στοιχεία που χρειάζεται για να σχεδιάσουμε τη γραφική παράσταση για τη δύναμη στους μαγνήτες ως συνάρτηση της απόστασής.

Σχήμα 8-3 Ένα διάγραμμα του μέτρου της δυνάμεως μεταξύ των μαγνητών ως συνάρτηση της απόστασής. Μπορούμε να βρούμε το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη μεταξύ των σημείων A και B αν προσθέσουμε τις επιφάνειες όλων των μικρών ορθογωνίων. Αυτό το εμβαδόν δίνει το μέτρο της μεταβολής της δυναμικής ενέργειας μεταξύ A και B. Το αλγεβρικό πρόσημο της μεταβολής εξαρτάται από το αν η απόσταση αυξάνεται ή ελαττώνεται.

τη μεταβολή σε αυτή τη διαφορετική μορφή ενέργειας, που θα την ονομάσουμε δυναμική ενέργεια U .

$$\Delta U = -F\Delta s$$

Με αυτόν τον ορισμό της δυναμικής ενέργειας, η μεταβολή στο άθροισμα της κινητικής και δυναμικής ενέργειας των μαγνητών είναι μηδενική καθόλη τη σύγκρουση.

$$\Delta E_K + \Delta U = F\Delta s - F\Delta s = 0$$

Αφού το άθροισμα των μεταβολών στην κινητική και δυναμική ενέργεια είναι μηδέν, τότε το άθροισμα των ιδίων των ενεργειών πρέπει να είναι σταθερό. Το άθροισμα των ενεργειών αυτών καλείται ολική **μηχανική ενέργεια**, E .

$$E_K + U = E = \text{σταθερό}$$

Για να σχεδιάσουμε μια γραφική παράσταση της δυναμικής ενέργειας των μαγνητών, δεν χρειάζεται τίποτε άλλο παρά να αλλάξουμε τον τίτλο στον κατακόρυφο άξονα του σχήματος 8-1 σε δυναμική ενέργεια. Ένας καλύτερος τρόπος είναι να μετρήσουμε τη δύναμη μεταξύ των μαγνητών με ένα βαθμονομημένο ελατήριο για διάφορες επιμηκύνσεις (σχ. 8-2). Η γραφική παράσταση της δυνάμεως ως συναρτήσεως της απόστασής θα έχει περίπου τη μορφή της καμπύλης του σχήματος 8-3. Όταν η

απόσταση μεταξύ των μαγνητών μειώνεται στην περιοχή όπου η δύναμη είναι περίπου μηδενική, δεν παράγεται έργο επάνω στους μαγνήτες. Όταν η απόσταση **μειώνεται** κατά Δs στην περιοχή όπου η δύναμη δεν είναι μηδενική, π.χ. από το σημείο A έως το σημείο B, το έργο που παράγεται είναι $F\Delta s$. Επομένως το Δs είναι αρνητικό. Άρα $\Delta U = -F\Delta s$ είναι ακριβώς το εμβαδόν του σκιασμένου τμήματος κάτω από την καμπύλη μεταξύ A και B στο σχήμα 8-3. Προσθέτοντας τα εμβαδά πολλών λεπτών κομματιών βρίσκουμε τη δυναμική ενέργεια ως συνάρτηση της αποστάσεως. Το αποτέλεσμα θα είναι ταυτόσημο με αυτό από το σχήμα 8-1. Πάντως, αυτή η μέθοδος υπογραμμίζει την ανεξαρτησία της δυναμικής ενέργειας από τις λεπτομέρειες κάθε ειδικής συγκρούσεως, αφού συνδέει κατευθείαν τη δυναμική ενέργεια με την εξάρτηση της δυνάμεως από την απόσταση.

Οι ορισμοί δεν είναι ούτε ορθοί ούτε λανθασμένοι. Είναι απλώς χρήσιμοι ή άχρηστοι. Ο ορισμός της δυναμικής ενέργειας είναι χρήσιμος γιατί μας βοηθά να απαντήσουμε σε πληθώρα ερωτήσεων. Αυτό θα φανεί στις παρακάτω παραγράφους και στα επόμενα μέρη του μαθήματος.

-
4. Στη σύγκρουση του σχήματος 8-1 ποια είναι η μεταβολή στη δυναμική ενέργεια, όταν η απόσταση των μαγνητών αλλάξει από 4 cm σε 6 cm;
 5. Φαντασθείτε μια διαφορετική σύγκρουση μεταξύ των μαγνητών που φαίνονται στο σχήμα 7-5 και υποθέσετε ότι η αρχική κινητική ενέργεια του επερχόμενου μαγνήτη ήταν

$$55 \frac{(\text{μάζα μαγνήτη}) \times (\text{mm}^2)}{(\text{φωτεινός παλμός})^2}$$

και ότι ο άλλος μαγνήτης ήταν ακίνητος.

- (α) Από αυτή την πληροφορία και μόνο μπορείτε να δώσετε την απώλεια σε κινητική ενέργεια του επερχόμενου μαγνήτη σε μια απόσταση 4,0 cm; Αν ναι, ποια ήταν; Αν όχι, γιατί όχι;
 - (β) Μπορείτε να δώσετε την απώλεια στην ολική κινητική ενέργεια των δυο μαγνητών σε απόσταση 4,0 cm; Αν ναι, πόση ήταν; Αν όχι, γιατί όχι;
 - (γ) Μπορείτε να δώσετε το συνολικό κέρδος δυναμικής ενέργειας σε απόσταση 4,0 cm; Αν ναι, πόσο ήταν; Αν όχι, γιατί όχι;
-

8-3 Μια ειδική κατηγορία αλληλεπιδρώντων σωμάτων.

Οι δυο μαγνήτες που την αλληλεπίδρασή τους εξετάσαμε μέχρι τώρα, είχαν ίσες μάζες και η κίνηση και των δύο μεταβάλλονταν κατά τη διάρκεια της συγκρούσεως. Ας υποθέσουμε ότι ένας από τους μαγνήτες είναι καλά στερεωμένος σε ένα τραπέζι που και αυτό είναι σταθερά συνδεδεμένο με το δάπεδο του κτιρίου. Αυτή η διάταξη θα δώσει στο στερεωμένο μαγνήτη τη μάζα όλης της γης. Παρόμοια κατάσταση πα-

ρουσιάζεται, όταν ένα αντικείμενο γλιστρά και συγκρούεται με ένα ελατήριο στερεωμένο στον τοίχο, ή όταν ένα σώμα καθώς πέφτει αλληλεπιδρά με τη γη μέσω της δύναμης βαρύτητας. Τι ποσοστό της κινητικής ενέργειας του αντικειμένου που κινείται μεταφέρεται στη γη σε τέτοιες συγκρούσεις;

Ας πούμε ότι m_1 και v_1 είναι η μάζα και η ταχύτητα του κινούμενου αντικειμένου και ότι m_2 είναι η μάζα της γης. Η γη είναι αρχικά ακίνητη. Από την παράγραφο 7-5 συμπεραίνουμε ότι η τελική ταχύτητα της γης σε μια μετωπική σύγκρουση είναι:

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

Επομένως η κινητική ενέργεια που μεταφέρεται στη γη είναι:

$$E_{K_y} = \frac{1}{2} m_2 \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \right)^2 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 \right)$$

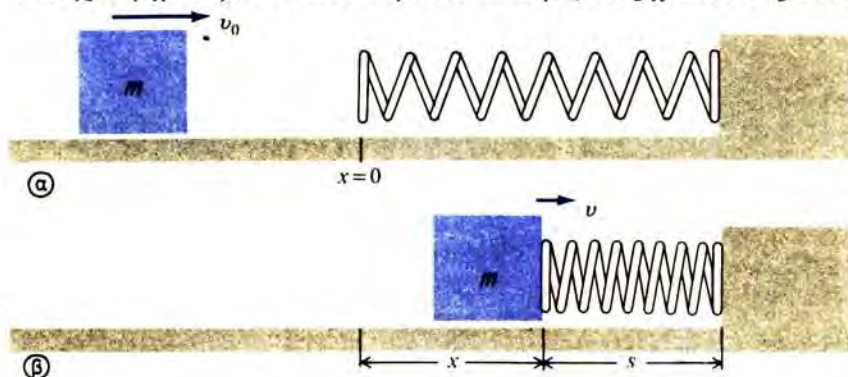
Η ποσότητα $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = E_K$ είναι η αρχική κινητική ενέργεια του κινούμενου αντικειμένου. Άρα:

$$\frac{E_{K_y}}{E_K} = \frac{4 m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}$$

Για $m_1 = 1 \text{ kg}$ αυτός ο λόγος είναι περίπου 10^{-24} . Επομένως για οποιοδήποτε πείραμα, όπου ένα από τα αλληλεπιδρώντα σώματα είναι η γη ή ένα σώμα καλά στερεωμένο στη γη, μπορούμε ασφαλώς να αγνοήσουμε την ενέργεια που μεταδίδεται στη γη και να εξετάσουμε μόνο την κινητική και δυναμική ενέργεια του κινούμενου σώματος. Αν ένα σώμα που είναι στερεωμένο στη γη μπορεί να μετακινηθεί έστω και λίγο, τότε ένα ποσό έργου που δεν μπορεί να αγνοηθεί παράγεται επάνω σε αυτό κατά τη διάρκεια της σύγκρουσής.

8-4 Ελαστική δυναμική ενέργεια.

Θα εφαρμόσουμε τη μέθοδο υπολογισμού δυναμικών ενεργειών που αναπτύξαμε στην παράγραφο 8-2 σε ένα σώμα που συγκρούεται με ένα ελατήριο (σχ. 8-4). Θα υποθέσουμε ότι το σώμα, ένας χαλύβδινος κύβος,



Σχήμα 8-4 (α) Ένας κύβος μάζας m γλιστρά χωρίς τριβή κατά τη θετική φορά του x . (β) Στη θέση x το ελατήριο έχει επιβραδύνει τον κύβο από v_0 σε v .

γλιστρά χωρίς τριβή προς τα δεξιά και ότι το ελατήριο είναι καλά στερεωμένο στη γη. Όταν ο κύβος φθάνει το ελατήριο, αυτό ασκεί επάνω του μια δύναμη που έχει αντίθετη φορά από τη φορά της μετατοπίσεώς του. Για το λόγο αυτό το έργο που παράγεται στον κύβο είναι αρνητικό και η ταχύτητα του κύβου μειώνεται. Το μέτρο της δύναμews είναι ανάλογο προς τη συμπίεση του ελατηρίου, $F = -kx$ (βλ. παράγρ. 4-5). Μια γραφική παράσταση της δυναμews ως συναρτήσεως του x δείχνεται στο σχήμα 8-5. Το έργο που παράγεται από τη δύναμη μεταξύ του μηδενός και του x δίνεται από το σκιασμένο εμβαδόν:

$$W = -\frac{1}{2} kx^2$$

Αφού η δύναμη εξαρτάται μόνο από τη συμπίεση, δηλαδή από τη θέση της άκρης του ελατηρίου, μπορούμε να θέσουμε το αρνητικό του έργου ίσο προς τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του σώματος. Επειδή αυτή η δυναμική ενέργεια έχει σχέση με την ελαστική δύναμη που ασκείται από το ελατήριο, καλείται *ελαστική δυναμική ενέργεια*, U_s :

$$U_s = -W = \frac{1}{2} kx^2$$

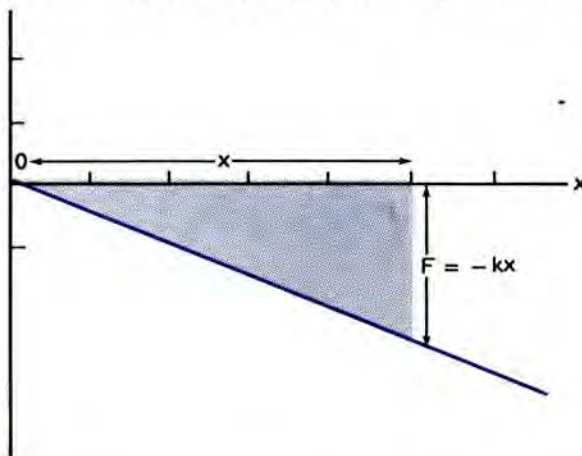
Το έργο ορίζει μόνο τη μεταβολή στη δυναμική ενέργεια. Τι γίνεται με τη δυναμική ενέργεια καθεαυτή; Αφού παρατηρούμε μόνο τις μεταβολές της, μπορούμε να ορίσουμε ως μηδενική τη δυναμική ενέργεια σε κάποιο συγκεκριμένο σημείο. Στην περίπτωση της ελαστικής δυναμικής ενέργειας είναι λογικό να ορίσουμε $U_s = 0$ στο $x = 0$, όπου $F = 0$. Με αυτή την εκλογή η ελαστική δυναμική ενέργεια γίνεται:

$$U_s = \frac{1}{2} kx^2$$

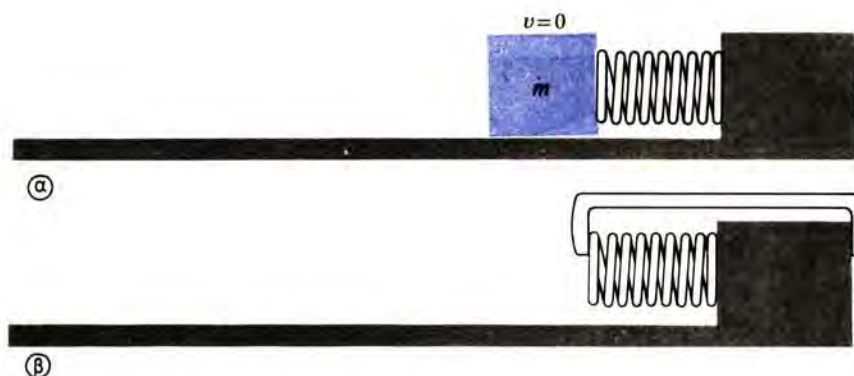
Η ολική μηχανική ενέργεια του σώματος είναι $E = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} kx^2$.

Το E παραμένει σταθερό. Όταν το σώμα φθάσει στο απώτερο σημείο προς τα δεξιά, $E_k = 0$ και όλη του η ενέργεια είναι ελαστική δυναμική (σχ. 8-6). Αργότερα το σώμα θα υποχωρήσει προς τα αριστερά και σε $x = 0$ θα επανακτήσει την αρχική του κινητική ενέργεια, $\frac{1}{2} mv^2$.

Τώρα, αν υποθέσουμε ότι τη στιγμή που σταματά ο κύβος στερεώνουμε



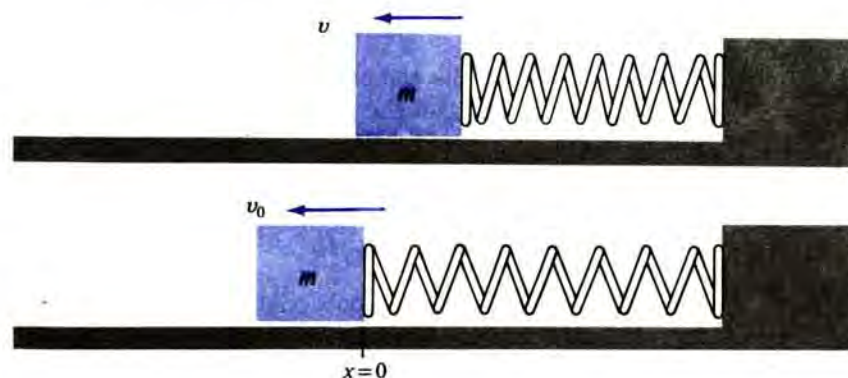
Σχήμα 8-5 Γραφική παράσταση της δύναμews που ασκείται από το ελατήριο στον κύβο για θετικές μετατοπίσεις από το μηδέν. (Για αρνητικές μετατοπίσεις ο κύβος αποχωρίζεται από το ελατήριο). Το εμβαδόν του τριγώνου που είναι σκιασμένο $-1/2 kx^2$ ισούται με το έργο που παράγεται στον κύβο.



Σχήμα 8-6 (α) Ο κύβος έχει σταματήσει. (β) Το ελατήριο έχει στερεωθεί και ο κύβος έχει απομακρυνθεί.

το ελατήριο και το εμποδίζουμε να εκταθεί και αποσύρουμε τον κύβο, τι συμβαίνει στην ελαστική δυναμική ενέργεια; Αφού αποσύραμε τον κύβο, δεν μπορούμε πλέον να μιλούμε για τη δυναμική του ενέργεια. Αλλά αν τοποθετήσουμε ένα μπρούτζινο κύβο μπροστά στο ελατήριο και το αποδεσμεύσουμε, ο μπρούτζινος κύβος θα αποκτήσει την ίδια κινητική ενέργεια που είχε ο χαλύβδινος κύβος. Είναι αδιάφορο, αν οι δυο κύβοι έχουν την ίδια μάζα. Γι' αυτό το λόγο μερικές φορές αναφερόμαστε στην ελαστική δυναμική ενέργεια σαν να είναι «αποθηκευμένη στο ελατήριο». Βέβαια, για να μετατραπεί αυτή η δυναμική ενέργεια σε κινητική ενέργεια, πρέπει να υπάρξει μία μάζα μπροστά στο ελατήριο, την οποία να σπρώξει.

6. Το σχήμα Α περιγράφει τα επόμενα στάδια της συγκρούσεως που φαίνεται στο σχήμα 8-4. Καθώς το ελατήριο ωθεί τον κύβο, αποκτά κάποια κινητική ενέργεια. Κάτω από ποιες συνθήκες μπορεί να αγνοηθεί η κινητική ενέργεια του ελατηρίου σε σύγκριση με την κινητική ενέργεια του κύβου;



Σχήμα Α

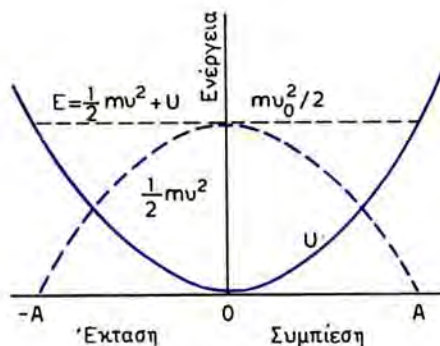
7. Υποθέστε ότι υπάρχει ένα ελατήριο μήκους 4,0 m με σταθερά (της δυνάμεως του) ελατηρίου 500 N/m.
(α) Ποια είναι η ελαστική δυναμική ενέργεια που θα αποθηκευθεί στο ελατήριο, αν αυτό συμπιεσθεί σε ένα μήκος 1,0 m;

- (6) Ποια δύναμη χρειάζεται, για να συμπιεσθεί το ελατήριο σε μήκος 1,0 m;
- (γ) Γιατί λειτουργούν με ελατήριο μόνο τα αυτοκίνητα παιχνιδιών και όχι και τα αληθινά;
8. Ένα ελατήριο συμπιέζεται κατά 0,20 m από μια δύναμη 20 N και κατά 0,30 m από μια δύναμη 30 N.
- (α) Ποια είναι η σταθερά της δυνάμεως k του ελατηρίου;
- (β) Ποια είναι η εξίσωση για τη δυναμική ενέργεια που αποθηκεύεται στο ελατήριο ως συνάρτηση της συμπίεσής του;

8-5 Ενέργεια στην απλή αρμονική ταλάντωση.

Στο σχήμα 8-4, για $x < 0$ δεν υπάρχει δύναμη που να δρα επάνω στον κύβο. Αν όμως ο κύβος ήταν δεμένος στο ελατήριο, θα υπήρχε μια γραμμική δύναμη επαναφοράς $-kx$ για θετικές και αρνητικές τιμές του x . Η κίνηση με αυτές τις συνθήκες είναι απλή αρμονική ταλάντωση. Η σχέση $E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ ισχύει τώρα για $-A \leq x \leq A$ (σχ. 8-7).

Σχήμα 8-7 Γραφική παράσταση της καμπύλης της δυναμικής ενέργειας U ενός ελατηρίου και της καμπύλης $\frac{1}{2}mv^2$ της κινητικής ενέργειας ενός αντικειμένου, στερεωμένου στο άκρο του ελατηρίου, ως συναρτήσεων της μετατόπισης x . Το άθροισμα E είναι οριζόντια ευθεία και αυτό μας δείχνει ότι το άθροισμα των ενεργειών είναι σταθερό. Το αντικείμενο έχει ακριδώς την ενέργεια που χρειάζεται για να συμπιέσει το ελατήριο σε $x = +A$ ή να το εκτείνει σε $x = -A$.



Στα άκρα της ταλάντωσης $v = 0$ και $x = \pm A$. Η ολική ενέργεια γίνεται τότε:

$$E = \frac{1}{2}kA^2$$

Η μέγιστη μετατόπιση ενός αντικειμένου στην απλή αρμονική ταλάντωση καλείται πλάτος της ταλάντωσης. Η προηγούμενη εξίσωση μας δείχνει ότι στην απλή αρμονική ταλάντωση, η ολική ενέργεια είναι ανάλογη προς το τετράγωνο του πλάτους.

9. Όταν διπλασιάζεται το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης:
- (α) Τι συμβαίνει στην ολική μηχανική ενέργεια;
- (β) Τι συμβαίνει στην περίοδο (βλ. παράγρ. 4-5).

10. Επάνω σε ένα τραπέζι χωρίς τριβή βρίσκεται ένα αντικείμενο μάζας m που έχει συνδεθεί με ένα προφυλακτήρα ελατηρίου με σταθερά (δυνάμεως) ελατηρίου k . Μετατοπίζουμε το αντικείμενο κατά μια απόσταση d κατά τον άξονα του ελατηρίου και το αφήνουμε έτσι, ώστε να ταλαντεύεται κατά μήκος του άξονά του.

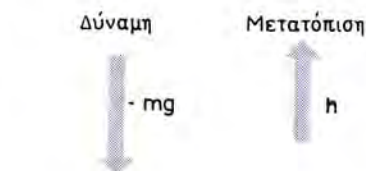
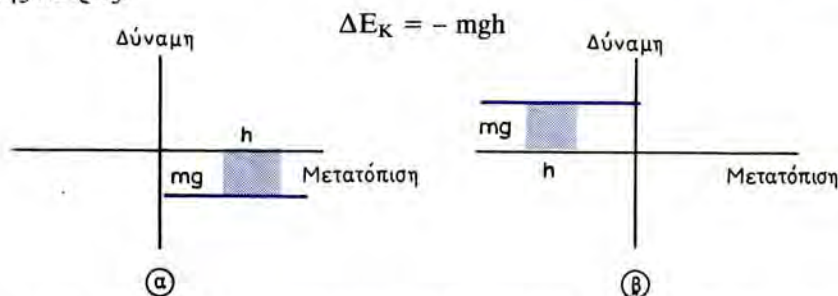
- (α) Ποιο ποσοστό της ολικής του ενέργειας αποτελεί τη δυναμική του ενέργεια κατά μετατόπιση $d/2$;
- (β) Ποια θα είναι η μετατόπισή του, όταν η κινητική του ενέργεια γίνει ίση με τη δυναμική του ενέργεια;
- (γ) Τι επίδραση θα έχει στην ολική του ενέργεια η αύξηση της αρχικής μετατοπίσεως σε $2d$;

8-6 Δυναμική ενέργεια βαρύτητας κοντά στην επιφάνεια της γης.

Η δύναμη βαρύτητας κοντά στην επιφάνεια της γης είναι σταθερή και έχει κατακόρυφη διεύθυνση. Για μια πέτρα που ρίχνουμε προς τα επάνω, η μετατόπιση κατευθύνεται προς τα επάνω, αλλά η δύναμη (αφού η πέτρα φύγει από το χέρι μας) κατευθύνεται προς τα κάτω (σχ. 8-8). Επομένως το έργο που παράγεται στην πέτρα είναι αρνητικό:

$$W = - mgh$$

Όπως και με τις άλλες δυνάμεις, μπορούμε να παραστήσουμε αυτό το έργο ως ένα εμβαδόν στη γραφική παράσταση της δυνάμεως ως προς τη μετατόπιση (σχ. 8-9). Αυτό το έργο μεταβάλλει την κινητική ενέργεια της πέτρας:



Σχήμα 8-8 Οι κατευθύνσεις της δυνάμεως και της μετατοπίσεως σε κίνηση κατευθείαν προς τα επάνω.

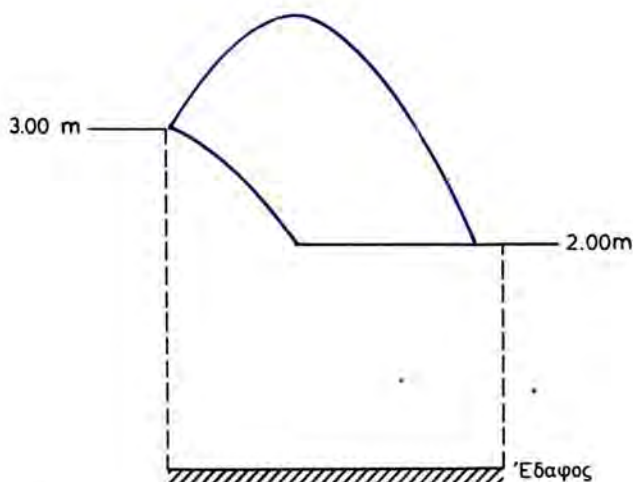
Σχήμα 8-9 Το έργο που παράγεται από τη δύναμη βαρύτητας επάνω σε μία πέτρα μάζας m που εκσφενδονίζεται προς τα επάνω μετατοπιζόμενη κατά h . Στο (α) η φορά προς τα επάνω θεωρείται θετική: $h > 0$, $F < 0$. Στο (β) η φορά προς τα κάτω θεωρείται θετική: $h < 0$, $F > 0$.

Η μεταβολή στη δυναμική ενέργεια βαρύτητας U_g είναι ίση με μείον το έργο που γίνεται στην πέτρα:

$$\Delta U_g = mgh$$

Αυτή καθαυτή η τιμή της δυναμικής ενέργειας εξαρτάται από το σημείο, όπου τοποθετούμε το μηδέν στον κατακόρυφο άξονα. Στην περίπτωση ενός αντικείμενου στερεωμένου σε ένα ελατήριο, υπάρχει ένα σημείο, όπου η δύναμη είναι μηδενική. Συνήθως ορίζουμε τη δυναμική ενέργεια να είναι μηδενική σε αυτό το σημείο. Η δύναμη βαρύτητας κοντά στην επιφάνεια της γης είναι σταθερή και επομένως πουθενά δεν είναι μηδέν, άρα δεν έχουμε κανένα ύψος, όπου η δυναμική ενέργεια βαρύτητας να λαμβάνεται μηδέν. Μπορεί να θεωρηθεί ότι η δυναμική ενέργεια είναι μηδέν στην επιφάνεια της θάλασσας ή πάνω στο τραπέζι του εργαστηρίου σας. Έτσι, όταν ορίζουμε μια τιμή για την ολική

Σχήμα 8-10 Δυο παραδείγματα τροχιών ενός σώματος που εκτοξεύτηκε με αρχική ταχύτητα 5,0 m/s. Στη μία περίπτωση η αρχική κατεύθυνση ήταν 30° κάτω από την οριζόντια. Στην άλλη περίπτωση η αρχική κατεύθυνση ήταν 60° επάνω από την οριζόντια. Για να βρούμε ότι και στις δυο περιπτώσεις το σώμα έφθασε στο ύψος τω 2,00 m με την ίδια ταχύτητα, δεν χρειάζεται να γνωρίζουμε την τροχιά.



μηχανική ενέργεια ενός αντικειμένου

$$E = E_K + U_g$$

πρέπει οπωσδήποτε να ορίσουμε πού μηδενίζεται η δυναμική ενέργεια βαρύτητας. Αν όλες οι μετατοπίσεις αναφέρονται ως προς αυτό το σημείο τότε:

$$E = \frac{1}{2} mv^2 + mgh$$

Αυτή η εξίσωση ισχύει για όλα τα σημεία της τροχιάς της πέτρας προς τα επάνω ή κάτω. Αφού η δυναμική ενέργεια βαρύτητας εξαρτάται μόνο από την κατακόρυφη θέση, η παραπάνω έκφραση ισχύει για οποιαδήποτε κατεύθυνση, συμπεριλαμβανόμενης και της ιδανικής κινήσεως βλήματος (δηλαδή χωρίς τριβή) που αναπτύξαμε στην παράγραφο 4-4.

Για να δείξουμε τη χρησιμότητα της σταθερότητας της ολικής μηχανικής ενέργειας, ας εξετάσουμε το εξής πρόβλημα. Ένα σώμα μάζας 1,00 kg ρίχνεται από ένα ύψος 3,00 m επάνω από τη γη με αρχική ταχύτητα 5,00 m/s. Η αρχική κατεύθυνση δεν δίνεται. Ποια θα είναι η ταχύτητα του σώματος σε ύψος 2,00 m επάνω από τη γη (σχ. 8-10);

Πρώτα υπολογίζουμε το E στα 3,00 m, παίρνοντας $h = 0$ επάνω στη γη:

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} mv^2 + mgh_1 \\ &= \frac{1}{2} (1,00 \text{ kg}) (5,00 \text{ m/s})^2 + (1,00 \text{ kg}) (9,8 \text{ N/kg}) (3,00 \text{ m}) \\ &= 41,9 \text{ J} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Σε } h = 2,00 \text{ m έχουμε: } 41,9 \text{ J} &= \frac{1}{2} mv_2^2 + mgh_2 \\ &= \frac{1}{2} (1,00 \text{ kg}) v_2^2 + (1,00 \text{ kg}) (9,8 \text{ N/kg}) (2,00 \text{ m}) \\ &= (0,50 \text{ kg}) v_2^2 + 19,6 \text{ J} \end{aligned}$$

Λύνουμε ως προς v_2 και βρίσκουμε:

$$u_2 = \sqrt{\frac{41,9 - 19,6}{0,50}} \text{ m/s} = 6,68 \text{ m/s}$$

11. Ένα παιδί που ζυγίζει 70 kg σκαρφαλώνει σε ύψος 5 m σε ένα σκοινί. Ποια θα είναι η αύξηση της δυναμικής του ενέργειας βαρύτητας;
12. Σχεδιάστε γραφικές παραστάσεις της κινητικής, δυναμικής και ολικής μηχανικής ενέργειας ενός αντικειμένου, που κινείται προς τα επάνω κοντά στην επιφάνεια της γης σε συνάρτηση με το ύψος.
13. Ρίχνουμε μια πέτρα 0,200 kg προς τα επάνω από ένα σημείο 20,0 m από την επιφάνεια της γης υπό γωνία 60° ως προς την οριζόντιο και με ταχύτητα 20,0 m/s.
 - (α) Ποια είναι η ολική της ενέργεια, αν ορίζουμε το μηδέν της δυναμικής της ενέργειας στην επιφάνεια της γης;
 - (β) Ποια θα είναι η ολική της ενέργεια, όταν βρίσκεται 15,0 m πάνω από την επιφάνεια της γης;
 - (γ) Ποια θα είναι η ταχύτητά της, όταν βρίσκεται 15,0 m πάνω από τη γη;
14. Το βάρος ενός αντικειμένου στο φεγγάρι είναι το 1/6 του βάρους του ίδιου αντικειμένου στη γη. Αν ένας αστροναύτης μπορεί να πετάξει μια πέτρα 15,0 m ψηλά, όταν βρίσκεται στη γη, πόσο ψηλά μπορεί να την πετάξει, όταν είναι στο φεγγάρι; (Να δεχθείτε ότι η στολή του δεν εμποδίζει τις κινήσεις του).

8-7 Το δυναμικό της βαρύτητας.

Συγκρίνετε τις δυο εκφράσεις για την ελαστική δυναμική ενέργεια και τη δυναμική ενέργεια βαρύτητας ενός αντικειμένου μάζας m :

$$U_s = \frac{1}{2} kx^2$$

$$U_g = mgh$$

Η ελαστική δυναμική ενέργεια εξαρτάται από τη συμπίεση (ή επέκταση) και την ακαμψία του ελατηρίου. Η ελαστική δυναμική ενέργεια δεν εξαρτάται από τη μάζα του αντικειμένου. Αντίθετα, η δυναμική ενέργεια βαρύτητας ανά μονάδα μάζας είναι ανεξάρτητη από τη μάζα του αντικειμένου:

$$\frac{U_g}{m} = gh$$

Αυτή η ποσότητα εξαρτάται μόνο από κάποιαν ιδιότητα της γης και από το ύψος. Σε περιπτώσεις όπου διάφορες μάζες βρίσκονται σε διαφορετικά ύψη μας εξυπηρετεί να θεωρούμε τη δυναμική ενέργεια ως ένα γινόμενο της μάζας και της δυναμικής ενέργειας ανά μονάδα μάζας. Η δυναμική ενέργεια ανά μονάδα μάζας καλείται **δυναμικό βαρύτητας** V_g .

$$U_g = mV_g$$

Σχήμα 8-11 Γενική άποψη του υδροηλεκτρικού εργοστασίου του φράγματος Hoover, όπου φαίνεται η δεξαμενή της υψηλότερης στάθμης, καθώς και το κτίριο που έχει τους στροβίλους στη χαμηλότερη στάθμη. Η διαφορά σε δυναμικό βαρύτητας μεταξύ των δυο επιπέδων είναι: $1,67 \times 10^3 \text{ J/kg}$.



Η μονάδα του δυναμικού βαρύτητας είναι J/kg .

Ένα παράδειγμα μιας τέτοιας περιπτώσεως είναι ένα υδροηλεκτρικό εργοστάσιο (σχ. 8-11). Το νερό κυλά μέσα από σωλήνες από την υψηλότερη λίμνη στους στροβίλους στη χαμηλότερη λίμνη. Αντί να κερδίζει κινητική ενέργεια καθώς κατεβαίνει, το νερό ωθεί τα πτερύγια των στροβίλων. Η διαφορά του δυναμικού βαρύτητας μεταξύ της υψηλότερης και χαμηλότερης στάθμης παραμένει σταθερή $V = gh$. Όταν χρειάζομαστε περισσότερη ηλεκτρική ισχύ, αφήνομε να κυλήσει μέσα στους σωλήνες περισσότερο νερό. Για τη διαφορά ύψους 100 m ανάμεσα σε δυο στάθμες η μείωση σε δυναμικό βαρύτητας είναι $\Delta V = (9,8 \text{ N/kg}) (100 \text{ m}) = 9,8 \times 10^2 \text{ J/kg}$.

Αν περάσουν από τη μια στάθμη στην άλλη 100 kg , η απώλεια της δυναμικής ενέργειας βαρύτητας είναι $100 \text{ kg} \times 9,8 \times 10^2 \text{ J/kg} = 9,8 \times 10^4 \text{ J}$. Αν χρειάζονται 10 s για να κυλήσει το νερό από πάνω προς τα κάτω, ο ρυθμός απώλειας δυναμικής ενέργειας βαρύτητας είναι

$9,8 \times 10^3 \text{ J/s}$. Κάτω από ιδανικές συνθήκες, αυτή η απώλεια θα ήταν ίση προς το έργο ανά μονάδα χρόνου, που παράγεται από το νερό στο στρόβιλο. Θα ήταν αρκετό για να λειτουργήσουν περίπου έξι ηλεκτρικά αερόθερμα.

Ένα άλλο εργασία* μπορεί να παράγει (κατά μέσον όρο) 750 J/s . Έτσι, για να παράγεται το ίδιο έργο ανά δευτερόλεπτο που παράγεται στο ανωτέρω υδροηλεκτρικό εργοστάσιο σε μόνιμη βάση, θα χρειαζόμασταν περίπου 13 άλογα, που θα δούλευαν είκοσι τέσσερις ώρες το εικοσιτετράωρο.

Η διαφορά ύψους 100 m είναι αρκετά μεγάλη. Η κατασκευή ενός φράγματος τέτοιου ύψους είναι μεγάλο έργο. Πάντως, ακόμη και ένα τόσο μεγάλο φράγμα χρειάζεται ροή πολύ μεγαλύτερη από τα 100 kg/s του παραδείγματός μας, για να τροφοδοτεί με ηλεκτρική ενέργεια μια ολόκληρη πόλη.

-
15. (α) Ποιο είναι το δυναμικό βαρύτητας στην κορυφή του όρους Έβερεστ (ύψους $8,848 \text{ m}$ από την επιφάνεια της θάλασσας), αν το δυναμικό στην επιφάνεια της θάλασσας είναι μηδέν;
 (β) Ποια είναι η δυναμική ενέργεια βαρύτητας ενός αλпинιστή που συγίζει μαζί με τις αποσκευές του 100 kg στην κορυφή αυτού του βουνού;
16. Η μεταβολή στο ύψος του νερού στο υδροηλεκτρικό εργοστάσιο στο φράγμα Hoover στη Νεβάδα είναι 170 m . Σε μια τυπική μέρα περνούν $232 \text{ m}^3/\text{s}$ μέσα από τους στρόβιλους. Ποια είναι η μεταβολή στη δυναμική ενέργεια βαρύτητας του νερού ανά δευτερόλεπτο;
-

8-8 Η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας.

Σε αυτό το κεφάλαιο μελετήσαμε μεταβολές ενέργειας, που ήταν το αποτέλεσμα αλληλοεπιδράσεων μεταξύ σωμάτων, με δυνάμεις διαφόρων ειδών. Πρώτα αναλύσαμε το αποτέλεσμα της μαγνητικής δυνάμεως επάνω στην κίνηση δυο μαγνητών. Αργότερα εξετάσαμε την ελαστική δύναμη, που ασκείται από ένα ελατήριο και τη δύναμη βαρύτητας, που ασκείται από τη γη. Και στις τρεις περιπτώσεις είδαμε ότι η δύναμη που δρα στα κινούμενα σώματα εξαρτάται **μόνον** από την απόσταση μεταξύ τους. Για κίνηση με τέτοιες δυνάμεις μπορούμε να ορίσουμε τη δυναμική ενέργεια U , που και αυτή εξαρτάται μόνο από την απόσταση. Το άθροισμα της δυναμικής και της κινητικής ενέργειας (η ολική μηχανική ενέργεια) παραμένει σταθερό. Η μηχανική ενέργεια διατηρείται.

Τώρα θα εξετάσουμε σύντομα τι συμβαίνει στη μηχανική ενέργεια, όταν η δύναμη που δρα στα σώματα εξαρτάται και από άλλες μεταβλητές.

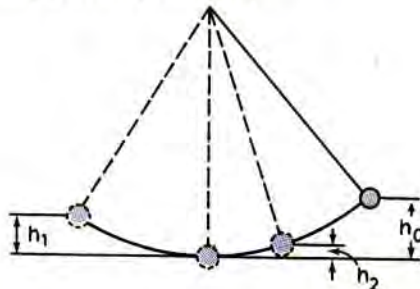
* Ο James Watt (Τζέιμς Βατ) προσδιόρισε το έργο που παράγουν τα άλογα, για να μπορέσει να το συγκρίνει με την ισχύ των ατμομηχανών του. Ακριβέστερα, το πρότυπό του είναι 746 J/s και καλείται 1 hp (horse power = 1 ίππος) προς τιμή του αλόγου. Ένα Joule/s καλείται Watt προς τιμή του Watt.

Οι περισσότερες δυνάμεις που ασκούνται από ανθρώπους ή μηχανές εξαρτώνται από το χρόνο και όχι από τη θέση. Για παράδειγμα, η δύναμη που ασκείται από το πόδι ενός ποδοσφαιριστή στη μπάλα διαρκεί για πολύ λίγο χρόνο. Μια άλλη μπάλα που περνά από την ίδια θέση δεν θα υποστεί αυτή τη δύναμη. Το έργο που παράγεται από αυτή τη δύναμη αυξάνει σημαντικά την κινητική ενέργεια της μπάλας, ενώ επηρεάζει πολύ λίγο τη δυναμική ενέργεια. Όταν το διαστημόπλοιο ακολουθεί την τροχιά του με «σδησμένη μηχανή», η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή. Όταν απομακρύνεται από τη γη, η ταχύτητά του μειώνεται και όταν πλησιάζει, η ταχύτητά του αυξάνεται. Αλλά όταν ο πιλότος αρχίσει να θέτει σε λειτουργία τις μηχανές του, η μηχανική ενέργεια μπορεί είτε να αυξηθεί είτε να μειωθεί. Αυτό εξαρτάται από το αν το διαστημόπλοιο ωθείται προς τη φορά της κινήσεώς του ή προς την αντίθετη φορά.

Η κατάσταση είναι πολύ διαφορετική, όταν υπάρχει δύναμη τριβής. Ας υποθέσουμε ότι ένα εκκρεμές αφήνεται να αιωρηθεί από ηρεμία από ένα αρχικό ύψος h επάνω από το κατώτατο σημείο του (σχ. 8-12). Χωρίς τριβή το εκκρεμές θα αιωρείται επ' άπειρον με το ίδιο πλάτος αιωρήσεως. Στην πραγματικότητα γνωρίζετε τι πρόκειται να γίνει: Το πλάτος αιωρήσεως θα μειώνεται, έως ότου σταματήσει το εκκρεμές στο κατώτατο σημείο του, οπότε θα έχει χάσει όλη τη μηχανική του ενέργεια.

Καταλαβαίνουμε πώς συμβαίνει αυτό. Η δύναμη τριβής δεν εξαρτάται από τη θέση αλλά από τη φορά της κινήσεως. (Η τριβή μεταξύ ενός στερεού και ενός αερίου ή υγρού εξαρτάται επίσης από το μέτρο της ταχύτητας). Συγκεκριμένα η δύναμη τριβής έχει πάντοτε αντίθετη φορά από την ταχύτητα του αντικειμένου στο οποίο δρα. Έτσι, η τριβή μειώνει πάντοτε τη μηχανική ενέργεια. Επομένως, όταν το εκκρεμές στο σχήμα 8-12 φθάσει στο κατώτατο σημείο του για πρώτη φορά, η κινητική του ενέργεια θα είναι μικρότερη από mgh . Όσο αιωρείται προς τα αριστερά, η τριβή θα εξακολουθεί να μειώνει την ταχύτητά του. Άρα θα φθάσει σε ύψος $h_1 < h$. Όταν το εκκρεμές αλλάξει φορά, θα αλλάξει φορά και η δύναμη τριβής. Το εκκρεμές θα φθάσει σε ένα ύψος $h_2 < h_1$ κ.ο.κ. Το εκκρεμές είναι ένα παράδειγμα μιας γενικής αρχής: Η μηχανική ενέργεια ενός σώματος μειώνεται πάντοτε με την παρουσία της τριβής.

Οποτεδήποτε η τριβή μειώνει τη μηχανική ενέργεια, η θερμοκρασία υψώνεται. Στο επόμενο κεφάλαιο θα δούμε ότι η αύξηση της θερμοκρασίας μπορεί να συνδεθεί με μία άλλη μορφή ενέργειας. Έτσι θα μπορέσουμε να αντικαταστήσουμε τον περιορισμένο νόμο της διατήρησης της μηχανικής ενέργειας με ένα γενικό νόμο.



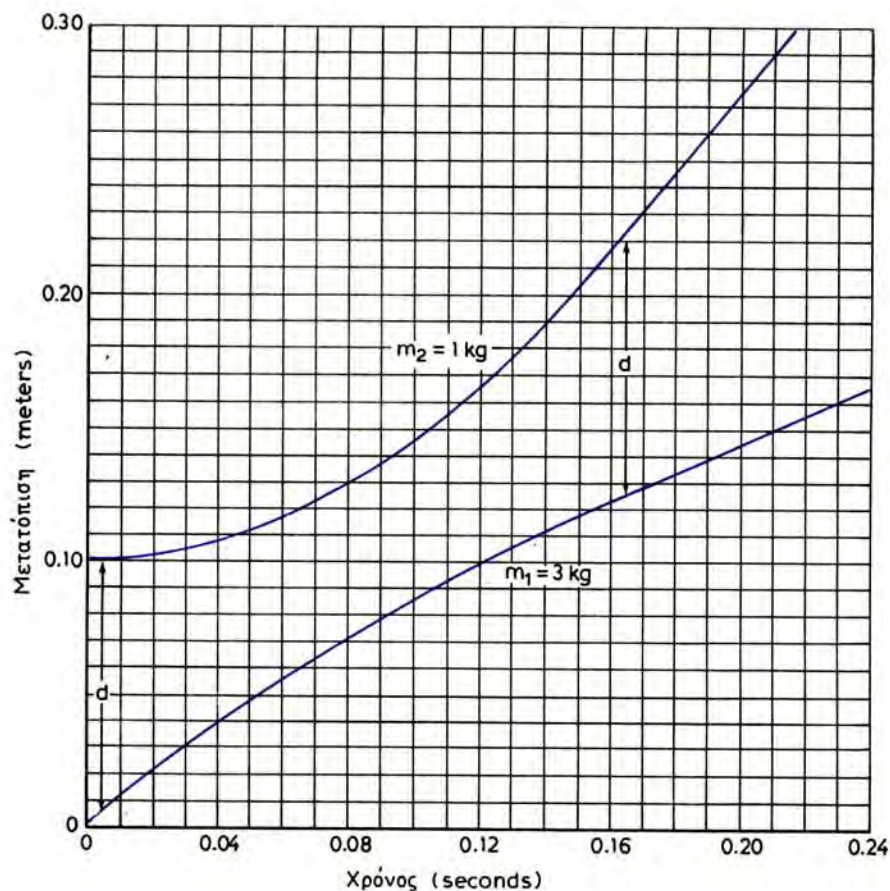
Σχήμα 8-12 Ένα πραγματικό εκκρεμές όπου δρουν η βαρύτητα και η τριβή. Η δύναμη τριβής μειώνει το πλάτος αιωρήσεως έως ότου το εκκρεμές ακινητοποιείται στο χαμηλότερο σημείο.

Για το σπίτι, την τάξη, το εργαστήριο.

$$m_1 = 3 \text{ kg και } m_2 = 1 \text{ kg}$$

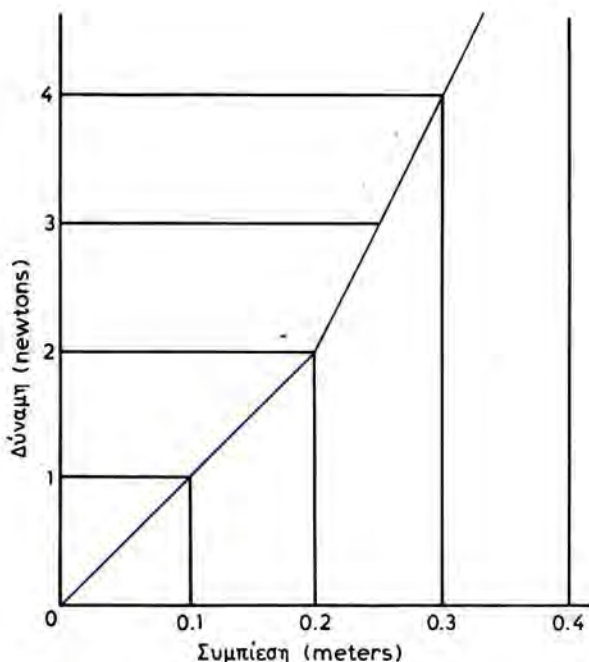
17. Στο σχήμα 8-1 υπολογίσαμε τις ενέργειες, αφού δεχθήκαμε τη μάζα του μαγνήτη σαν μονάδα μάζας και το χρονικό διάστημα μεταξύ φωτεινών παλμών ως μονάδα χρόνου. Ποια άλλη πληροφορία χρειάζεσθε, για να μπορέσετε να εκφράσετε την ενέργεια σε Joules;
18. Το σχήμα Β είναι η γραφική παράσταση των μετατοπίσεων ως συναρτήσεων του χρόνου για δύο αντικείμενα που αλληλεπιδρούν.

- (α) Ποια είναι η αρχική κινητική ενέργεια του m_1 ;
- (β) Ποια είναι η τελική κινητική ενέργεια του m_1 ;
- (γ) Ποια είναι η τελική κινητική ενέργεια του m_2 ;
- (δ) Ποια είναι η ελάχιστη ολική κινητική ενέργεια;
- (ε) Ποια είναι η μέγιστη ολική δυναμική ενέργεια;
19. (α) Πώς θα τοποθετούσατε δυο διαφορετικά ελατήρια, ώστε η καμπύλη της δυνάμεως-συμπίεσως του συστήματος να είναι όπως το σχήμα Γ;



Σχήμα Β

(β) Κάτω από ποιες συνθήκες θα μας ήταν χρήσιμη μια τέτοια διάταξη;



Σχήμα Γ

20. Για την καμπύλη δυνάμεως-συμπίεσως των ελατηρίων που φαίνεται στο σχήμα Γ:

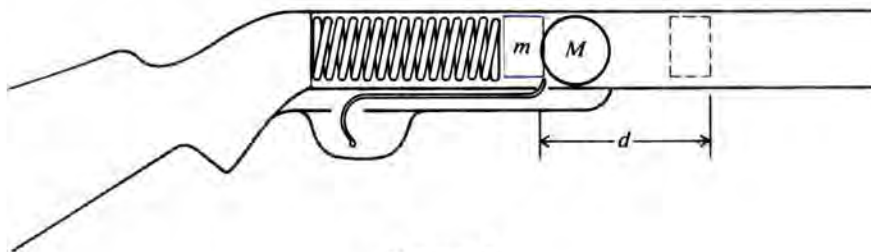
- Πόσο έργο παράγεται, αν συμπιεσθεί το σύστημα κατά 0,30 m;
- Πόση είναι η δυναμική ενέργειά του, όταν συμπιέζεται κατά το ποσό αυτό;
- Τοποθετήστε μια ακίνητη μάζα στο ελεύθερο

άκρο του συστήματος, όταν αυτό είναι συμπιεσμένο κατά 0,30 m και αφήστε το. Ποια είναι η κινητική ενέργεια της μάζας, καθώς περνά από το σημείο όπου το σύστημα είναι συμπιεσμένο κατά 0,20 m;

- (α) Ένα ελατήριο με σταθερά ελατηρίου $k \approx 30 \text{ N/m}$ συμπιέζεται και στερεώνεται στα 0,10 m. Πόση ελαστική δυναμική ενέργεια συσσωρεύεται στο ελατήριο;
- (β) Τοποθετούμε ένα αντικείμενο μάζας 5,0 kg δίπλα στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου και το ελευθερώνουμε. Αν αγνοήσουμε τη μάζα του ελατηρίου, ποια είναι η τελική κινητική ενέργεια του αντικειμένου;
- (γ) Για να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του ελατηρίου, μπορείτε να υποθέσετε ότι το κέντρο της μάζας του κινείται με τη μισή ταχύτητα του άκρου του. Γιατί;
- (δ) Υποθέστε ότι το ελατήριο έχει μάζα 0,10 kg. Ποια θα είναι η κινητική ενέργεια του ελατηρίου, όταν αποκτήσει το φυσικό του μήκος;
- (ε) Πώς συγκρίνεται η τελική κινητική ενέργεια του ελατηρίου με την τελική κινητική ενέργεια του αντικειμένου, όπως υπολογίστηκε στην (δ);

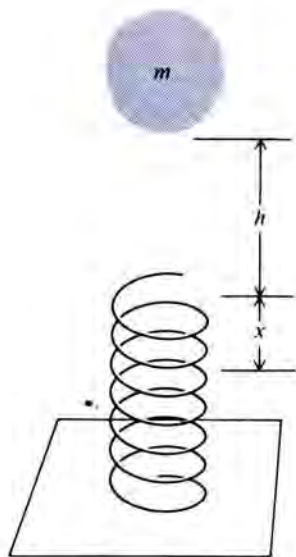
22. Ας υποθέσουμε ότι έχουμε ένα ψεύτικο όπλο που λειτουργεί με ελατήριο, σαν αυτό που φαίνεται στο σχήμα Δ. Έχει ένα έμβολο μάζας m στερεωμένο στην άκρη ενός ελαφρού ελατηρίου με σταθερά δυνάμεως k και εκτοξεύει μια μπάλα μάζας M . Όταν σπλίζεται το όπλο το έμβολο πιέζεται μέσα στην κάννη προς τα κάτω, έως ότου το ελατήριο να συμπιεσθεί κατά μήκος d και να γαντζωθεί στη σκανδάλη.

Για απλούστευση να αγνοήσετε την τριβή και να αναπτύξετε επιχειρήματα, για να αποφασίσετε, αν όλη η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου θα μεταφερθεί στη μπάλα.



Σχήμα Δ

23. Δένομε μια μικρή μολύβδινη σφαίρα στην άκρη ενός νήματος που έχει στερεωμένη την άλλη άκρη του, έτσι ώστε η σφαίρα να αιωρείται. Η απόσταση από το υψηλότερο σημείο του νήματος έως το κέντρο της σφαίρας είναι 2,00 m. Τραβάμε τη σφαίρα προς μια πλευρά, ώστε το νήμα να σχηματίζει γωνία 30° με την κατακόρυφο, και την αφήνουμε.
- (α) Με ποια ταχύτητα θα περάσει η σφαίρα από το κατώτατο σημείο της αιωρήσεώς της;
- (β) Αυτή η κίνηση είναι απλή αρμονική κίνηση; Να εξηγήσετε την απάντησή σας.
24. Όπως φαίνεται στο σχήμα Ε, μια μπάλα μάζας m πέφτει από ένα ύψος h και συμπιέζει ένα ελατήριο με σταθερά δυνάμεως k κατά ένα μήκος x . Η μάζα του ελατηρίου είναι αμελητέα, συγκρινόμενη με τη μάζα της μπάλας.
- (α) Εκφράστε τη μέγιστη συμπίεση x του ελατηρίου ως συνάρτηση των m , h και k .
- (β) Να βρείτε την τιμή του x , αν $m = 4 \text{ kg}$, $h = 3 \text{ m}$ και $k = 500 \text{ N/m}$.

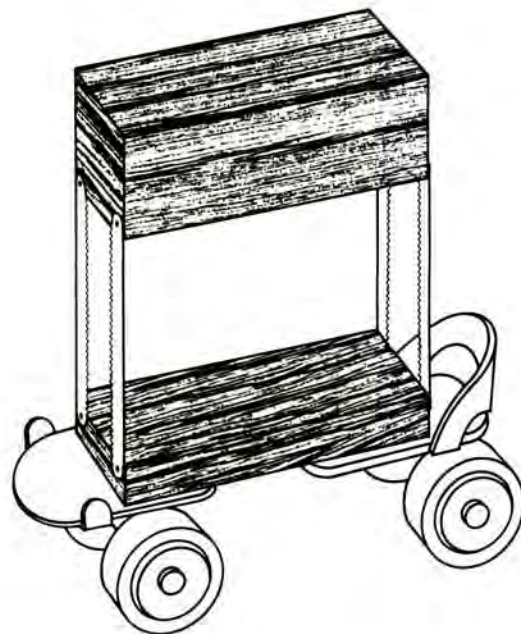


Σχήμα Ε

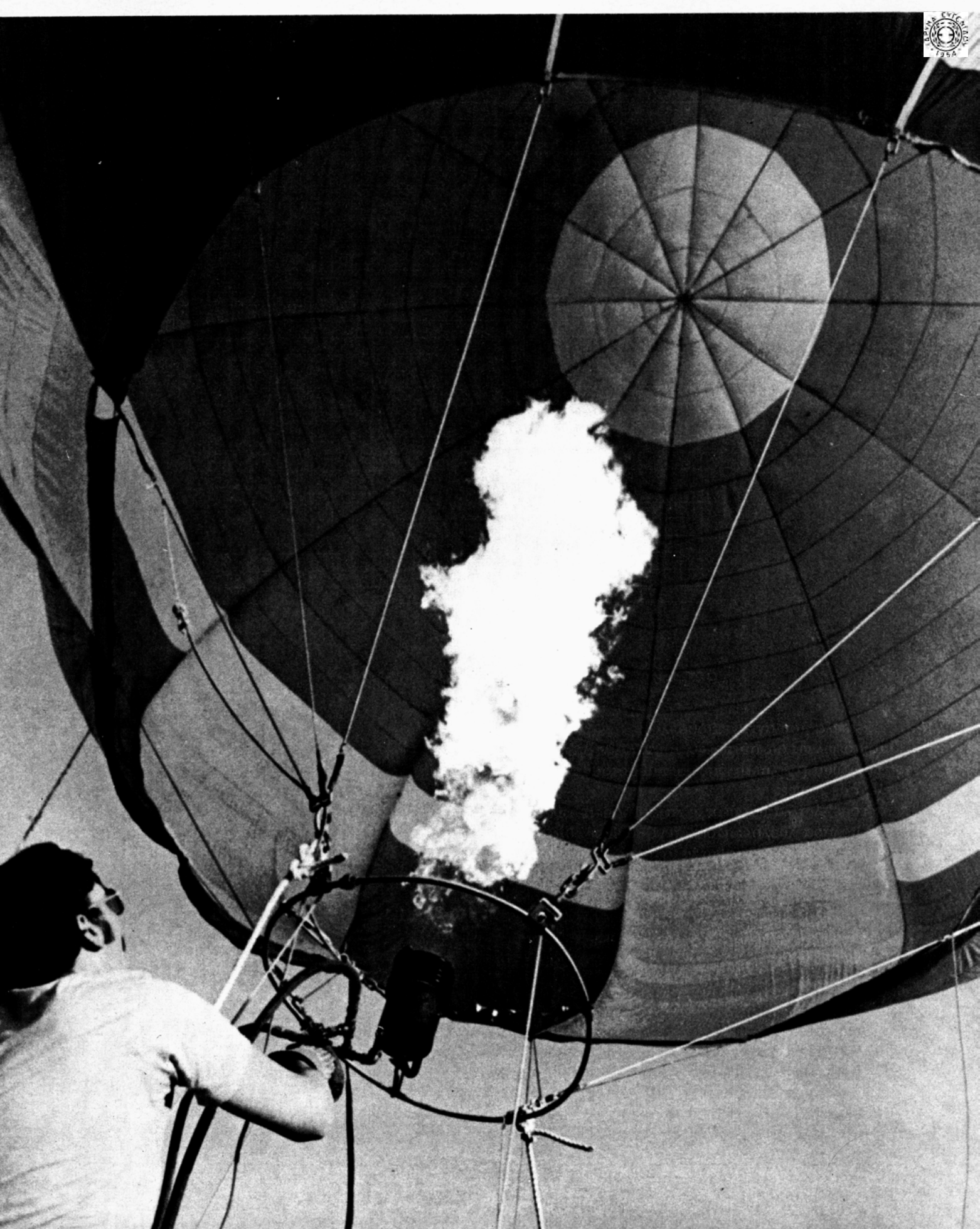
25. Το σχήμα Ζ δείχνει ένα πατίνι, επάνω στο οποίο τοποθετείται αντικείμενο μάζας M στερεωμένο με τέσσερις λάμες προιονιού επάνω σε μια δάση. Η μάζα M είναι ίση με το άθροισμα της μάζας του πατινιού συν τη μάζα της δάσεως. Αν κρατήσετε το πατίνι και σύρετε το αντικείμενο M προς τα αριστε-

ρά και μετά αφήσετε το όλο σύστημα, το αντικείμενο κινείται προς τα δεξιά και το πατίνι προς τα αριστερά. Ετοιμασθείτε να περιγράψετε την κίνηση που επακολουθεί, αναφέροντας τη μορφή της ενέργειας σε διάφορα στάδια.

26. Ένα αυτοκίνητο που έχει μάζα 1500 kg και αρχικά είναι ακίνητο, κινείται προς τα κάτω επάνω σε ένα λείο δρόμο, ο οποίος σχηματίζει γωνία 10° με την οριζόντιο και έχει μήκος 100 m.
- (α) Αν δεν υπάρχει τριβή, ποια θα ήταν η ταχύτητά του στο κατώτατο σημείο του κεκλιμένου δρόμου;
- (β) Αν το σημείο αυτό του δρόμου το ταχύμετρο δείχνει 30 km/h, τι ποσοστό της αρχικής ενέργειας χάθηκε λόγω τριβής;
- (γ) Ποια ήταν στην πραγματική περίπτωση (β) η δύναμη τριβής που ήταν αντίθετη με την κίνηση του αυτοκινήτου επάνω στο δρόμο;



Σχήμα Ζ



Ένα βιβλίο γλιστρά επάνω σε ένα τραπέζι και σταματά. Φαίνεται σαν να έχει χαθεί ενέργεια, αλλά το βιβλίο και το τραπέζι είναι λίγο πιο θερμά. Βάζουμε με μια αντλία αέρα στο λάστιχο ενός ποδηλάτου και παράγουμε αρκετό έργο που δεν εμφανίζεται με καμία από τις συνηθισμένες μορφές μηχανικής ενέργειας, όμως ο αέρας, το λάστιχο και ιδιαίτερα η αντλία φαίνονται να θερμαίνονται. Θρυμματίζουμε πάγο μέσα σε μία σακούλα, κτυπώντας την πολλές φορές με ένα σφυρί. Αυτή τη φορά παράγουμε πολύ έργο, χωρίς να έχουμε αύξηση θερμοκρασίας, αλλά βλέπουμε ότι σαν αποτέλεσμα των κτυπημάτων μας έχει λιώσει λίγος πάγος. Μπορείτε να κάνετε ένα μακρύ κατάλογο περιπτώσεων, όπου το έργο που παράγεται σε ένα σύστημα δεν φαίνεται να ισοδυναμεί με τις μεταβολές της μηχανικής ενέργειας του συστήματος. Η μηχανική ενέργεια φαίνεται να διαφεύγει. Αλλά σε όλες αυτές τις περιπτώσεις, αν παρατηρήσουμε και μετρήσουμε αρκετά προσεκτικά, θα δούμε ότι έχουν μεταβληθεί ορισμένες άλλες ιδιότητες του συστήματος. Θα δείξουμε ότι αυτές οι μεταβολές μπορούν να αναφερθούν στην ενέργεια, με μορφές διαφορετικές από αυτές που έχουμε ήδη εξετάσει, και ότι με αυτές τις πρόσθετες μορφές ενέργειας θα μπορούσαμε να κρατήσουμε την ιδέα ότι η ενέργεια διατηρείται. Θα αρχίσουμε με ένα απλό σύστημα, ένα αέριο.

Μοριακή κίνηση, εσωτερική ενέργεια και διατήρηση της ενέργειας

9-1 Ο όγκος και η θερμοκρασία ενός αερίου.

Δυο από τις πιο εντυπωσιακές ιδιότητες των αερίων είναι (1) ότι σε σύγκριση με τα στερεά και τα υγρά, συμπιέζονται εύκολα και (2) ότι, αν αυξήσουμε τη θερμοκρασία ενός αερίου που έχει σταθερή πίεση, αυξάνουμε τον όγκο του. Αλλά αυτές οι ιδιότητες, όπως τις διατυπώσαμε, είναι ποιοτικές. Με πειράματα μπορούμε να βρούμε την ποσοτική σχέση μεταξύ της πίεσης και του όγκου ενός αερίου υπό σταθερή θερμοκρασία και μεταξύ της θερμοκρασίας και του όγκου ενός αερίου υπό σταθερή πίεση.

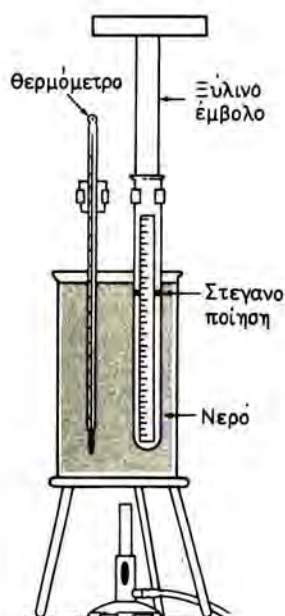
Το σχήμα 9-1 δείχνει ένα δοκιμαστικό σωλήνα μέσα σε ένα λουτρό νερού που μπορεί να θερμανθεί σε οποιαδήποτε θερμοκρασία θέλουμε, μεταξύ της θερμοκρασίας δωματίου και του σημείου βρασμού του νερού (100°C). Ο δοκιμαστικός σωλήνας είναι εφοδιασμένος με ένα έμβολο που εφαρμόζει καλά, αλλά έχει μικρή τριβή. Όσο η θερμοκρασία ανεβαίνει στο δοκιμαστικό σωλήνα, το αέριο μπορεί να διασταλεί, χωρίς να μεταβληθεί η πίεση. Μπορούμε να διαβάσουμε τον όγκο του αερίου σε διαφορετικές θερμοκρασίες από μια κλίμακα που έχει στερεωθεί στο δοκιμαστικό σωλήνα.

Μεταχειριστήκαμε αυτή τη συσκευή και πήραμε τα δεδομένα που φαίνονται στον πίνακα 1, για τρία διαφορετικά αέρια. Η γραφική παράσταση αυτών των δεδομένων δείχνεται στο σχήμα 9-2. Όπως βλέπετε, τα πειραματικά σημεία και για τα τρία αέρια ακολουθούν την ίδια ευθεία γραμμή. Στην πραγματικότητα οποιοδήποτε αέριο που δεν έχει υψηλή πίεση (κοντά στο σημείο υγροποίησης) θα συμπεριφερθεί με τον ίδιο τρόπο.

Για να βρούμε τη σχέση μεταξύ θερμοκρασίας και όγκου σημειώνουμε πρώτα ότι σε 0°C ο όγκος δεν είναι μηδενικός. Με άλλα λόγια, ο όγκος δεν είναι ευθέως ανάλογος με τη θερμοκρασία Κελσίου, αλλά επειδή η γραφική παράσταση είναι ευθεία γραμμή, υπάρχει μια γραμμική σχέση

- 9-1 Ο όγκος και η θερμοκρασία ενός αερίου
- 9-2 Ο όγκος και η πίεση ενός αερίου. Ο νόμος του Boyle
- 9-3 Ο γενικός νόμος των αερίων και η σταθερά του Boltzmann
- 9-4 Η δυναμική των αερίων
- 9-5 Το αποτέλεσμα της κατανομής των ταχυτήτων
- 9-6 Θερμοκρασία και κινητική θεωρία των αερίων. Εσωτερική ενέργεια
- 9-7 Η εσωτερική ενέργεια διατομικών αερίων
- 9-8 Η εσωτερική ενέργεια των στερεών. Μοριακή θερμοχωρητικότητα
- 9-9 Ειδικές θερμότητες υπό σταθερό όγκο και σταθερή θερμοκρασία. Ειδική θερμότητα

Φωτογραφία αριστερά: Εσωτερική άποψη ενός αεροστάτου με θερμό αέρα. Η προετοιμασία για απογείωση καθώς και η πτήση συνοδεύονται από μία σειρά μετασχηματισμών ενέργειας.

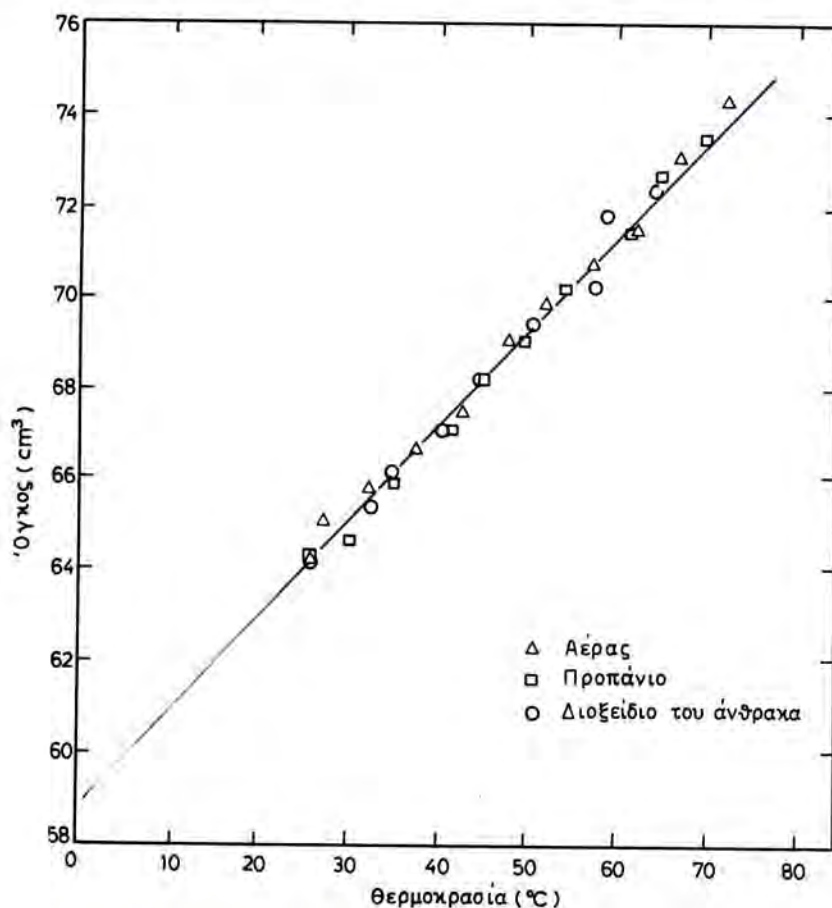


μεταξύ του όγκου και της θερμοκρασίας. Αν όμως ορίσουμε μια νέα κλίμακα θερμοκρασίας, μπορούμε να έχουμε μία απλή ευθεία αναλογία μεταξύ του όγκου και της θερμοκρασίας. Στο σχήμα 9-3 σχεδιάσαμε ξανά το σχήμα 9-2, έτσι ώστε να συμπεριλάβουμε το μηδενικό όγκο. Όπως

Πίνακας 1

Αέρας		Προπάνιο		Διοξείδιο άνθρακα	
Θερμ. (°C)	Όγκος (cm ³)	Θερμ. (°C)	Όγκος (cm ³)	Θερμ. (°C)	Όγκος (cm ³)
25,1	64,2	25,1	64,2	25,1	64,2
27,4	65,0	30,1	64,6	30,3	65,4
32,7	65,4	35,3	65,8	35,0	66,2
37,9	66,6	40,2	67,0	40,1	67,0
42,9	67,4	45,1	68,2	45,0	68,2
48,1	69,0	50,0	69,0	50,1	69,4
52,3	69,8	54,9	70,2	54,8	70,2
57,6	70,7	60,2	71,4	59,9	71,4
62,3	71,4	65,0	72,6	64,5	72,4
67,1	73,0	70,0	73,4	—	—
72,5	74,2	—	—	—	—

Σχήμα 9-1 Μπορούμε να δρούμε τη σχέση μεταξύ του όγκου και της θερμοκρασίας ενός αερίου, αν γεμίσουμε το δοκιμαστικό σωλήνα με διάφορα αέρια και μετρήσουμε το ύψος του εμβόλου όταν κάθε ένα αέριο θερμαίνεται στην ίδια περιοχή θερμοκρασιών.



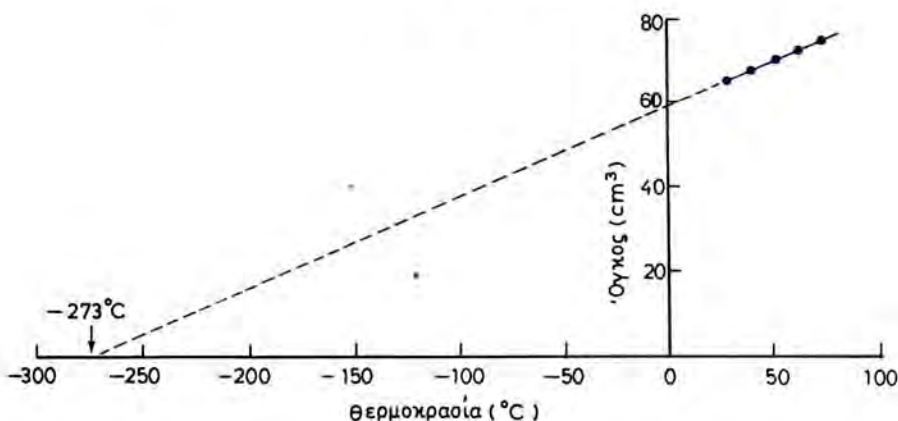
Σχήμα 9-2 Γραφική παράσταση των δεδομένων του πίνακα 1.

βλέπομε, αν προεκτείνουμε την ευθεία γραμμή ως το μηδενικό όγκο, έχουμε θερμοκρασία πολύ κοντά στους -273°C . Αν αντικαταστήσουμε την κλίμακα θερμοκρασίας του Κελσίου με μια άλλη, που το μηδέν της να είναι στους -273°C , θα έχουμε μια ευθεία αναλογία μεταξύ του όγκου και της θερμοκρασίας (σχ. 9-4)*. Θερμοκρασίες σε αυτή την καινούργια κλίμακα, που ονομάζεται κλίμακα Kelvin (Κέλβιν), έχουν απλή σχέση προς τις θερμοκρασίες της κλίμακας Κελσίου.

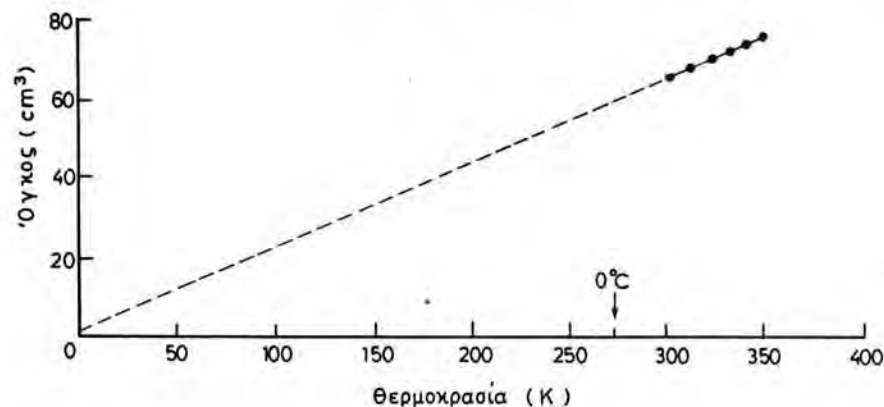
$$T (\text{kelvin: K}) = t (^{\circ}\text{C}) + 273$$

Η ευθεία αναλογία μεταξύ όγκου και θερμοκρασίας υπό σταθερή πίεση στην κλίμακα Kelvin μπορεί να εκφρασθεί ως:

$$V = \alpha T$$



Σχήμα 9-3 Η ευθεία γραμμή της γραφικής παραστάσεως του σχήματος 9-2 έχει επεκταθεί για να περιλάβει το μηδέν στην κλίμακα του όγκου.



Σχήμα 9-4 Η γραφική παράσταση των στοιχείων του πίνακα 1 σχεδιασμένη με βάση την κλίμακα Kelvin.

* Στο σχήμα 9-3 προεκτείνουμε την ευθεία γραμμή ως το μηδέν του όγκου, για να δρούμε μια κλίμακα θερμοκρασίας που μας δίνει την ευθεία αναλογία μεταξύ όγκου και θερμοκρασίας. Όμως, παρόλο ότι γνωρίζουμε ότι αυτή η ευθεία αναλογία ισχύει για τις θερμοκρασίες που μεταχειριστήκαμε για το πείραμα, δεν μπορούμε να περιμένουμε να ισχύει, όταν ο όγκος είναι σχεδόν μηδενικός, γιατί στις περισσότερες περιπτώσεις η θερμοκρασία του σχεδόν μηδενικού όγκου θα είναι πολύ πιο κάτω από τη θερμοκρασία, στην οποία το αέριο συμπυκνώνεται και γίνεται υγρό, οπότε ο όγκος του μεταβάλλεται πολύ λίγο, ακόμη και για πολύ μεγάλες μεταβολές θερμοκρασίας.

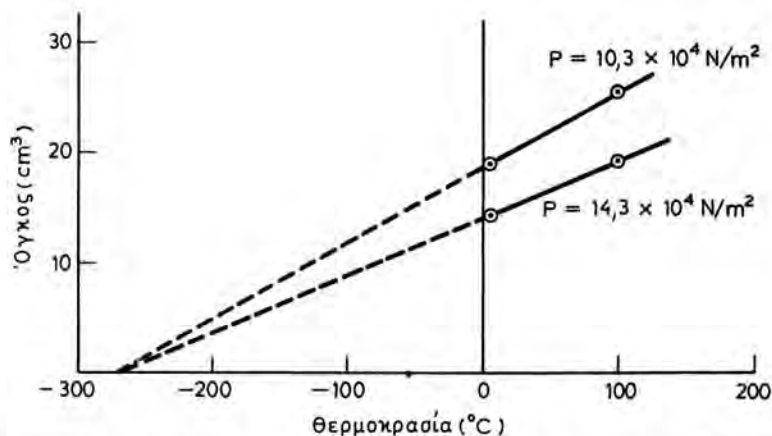
Τα δεδομένα που εκτίθενται στον πίνακα 1 και εκφράζονται γραφικά έχουν ληφθεί από αέρια υπό ατμοσφαιρική πίεση*. Θα βρούσαμε διαφορές, αν επαναλαμβάναμε τα πειράματα με διαφορετική πίεση στα αέρια;

Από τα αποτελέσματα που ήδη έχουμε, μπορούμε να είμαστε βέβαιοι ότι οποιαδήποτε και να είναι η μεταβολή, όλα τα αέρια θα ανταποκριθούν με τον ίδιο τρόπο. Χρειάζεται να διερευνήσουμε ένα μόνο αέριο, όπως ο αέρας, σε διαφορετική πίεση.

Το όργανο που μεταχειριζόμαστε είναι όμοιο με αυτό που φαίνεται στο σχήμα 9-1. Το δείγμα του αέρα στον κύλινδρο είναι τελείως βυθισμένο στο νερό. Μετρήσαμε τον όγκο σε δυο θερμοκρασίες, 98°C και 5°C, και σε δυο πιέσεις, $10,3 \times 10^4 \text{ N/m}^2$ και $14,3 \times 10^4 \text{ N/m}^2$. Φθάσαμε στη χαμηλότερη θερμοκρασία, περιβάλλοντας το δοκιμαστικό σωλήνα με ένα μίγμα νερού και πάγου. Προκαλέσαμε τη μεγαλύτερη πίεση, ακουμπώντας ένα βάρος επάνω στο έμβολο. Τα αποτελέσματα δίνονται στον πίνακα 2.

Πίνακας 2

Πίεση	Θερμοκρασία	Όγκος
(N/m ²)	(°C)	(cm ³)
$10,3 \times 10^4$	5	19
	98	25,8
$14,3 \times 10^4$	5	14,3
	98	19,1



Σχήμα 9-5 Γραφική παράσταση των στοιχείων του πίνακα 2.

Το σχήμα 9-5 δείχνει τις γραφικές παραστάσεις αυτών των δεδομένων σχεδιασμένες επάνω στους ίδιους άξονες. Και οι δυο γραφικές παραστάσεις τέμνουν τον άξονα θερμοκρασίας γύρω στο -270°C , αλλά έχουν διαφορετικές κλίσεις. Μπορούμε βέβαια να γράψουμε τις εξισώσεις για την ευθεία αναλογία: $V = \alpha_1 T$ και $V = \alpha_2 T$, όπου T είναι σε kelvin, αλλά οι τιμές των σταθερών της αναλογίας είναι διαφορετικές. Οι τιμές των σταθερών α_1 και α_2 εξαρτώνται από την πίεση στην οποία πήραμε τα δεδομένα.

* Η πίεση της ατμόσφαιρας ποικίλλει από μέρα σε μέρα και από τόπο σε τόπο αλλά η μέση ατμοσφαιρική πίεση στο επίπεδο της θάλασσας είναι περίπου $1,01 \times 10^5 \text{ N/m}^2$.

1. Ένα αέριο έχει όγκο 1 λίτρου σε θερμοκρασία δωματίου (20°C). Σε ποια θερμοκρασία θα γίνει ο όγκος του 0,5 λίτρα, αν δεν αλλάξει η πίεση;
2. Αν έχετε 35 cm^3 ενός αερίου παγιδευμένου μέσα στο όργανο του σχήματος 9-1 σε ατμοσφαιρική πίεση και θερμοκρασία 20°C , πόσο θα πρέπει να υψώσετε τη θερμοκρασία για να διπλασιασθεί ο όγκος του αερίου;
3. Θα ήταν διαφορετική η απάντησή σας στην ερώτηση 2, αν το αέριο βρισκόταν υπό υψηλότερη πίεση από την ατμοσφαιρική;
4. Ο αέρας στο αερόστατο της φωτογραφίας στην αρχή του κεφαλαίου έχει θερμανθεί. Αυξάνεται ο όγκος του αεροστάτου όσο αυξάνεται η θερμοκρασία του αερίου; Τι μπορείτε να πείτε για την πυκνότητα του αέρα στο αερόστατο σε σύγκριση με την πυκνότητα του αέρα του περιβάλλοντος;

9-2 Ο όγκος και η πίεση ενός αερίου. Ο νόμος του Boyle.

Για να δρούμε την εξάρτηση που έχει ο όγκος ενός αερίου από την πίεσή του, μπορούμε να μεταχειρισθούμε το όργανο που φαίνεται στο σχήμα 9-6. Όσο περισσότερα τούβλα τοποθετούμε στη βάση που βρίσκεται επάνω από το γυάλινο κύλινδρο, τόσο συμπιέζεται το αέριο μέσα στον κύλινδρο σε όλο και μικρότερους όγκους και η πίεση του αερίου αυξάνεται.

Η πίεση του αερίου ορίζεται ως η δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας, που ασκείται στα τοιχώματα του κυλίνδρου και το έμβολο. Σε αυτό τον ορισμό, η πίεση P , το μέτρο της δυνάμεως F και η επιφάνεια A συνδέονται με την παρακάτω εξίσωση:

$$P = \frac{F}{A}$$

Αφού συνήθως εκφράζουμε την F σε newtons και την A σε τετραγωνικά μέτρα, η P δίνεται σε μονάδες newton ανά τετραγωνικό μέτρο.

Όταν προσθέσουμε ένα τούβλο $2,00\text{ kg}$ στην πλατφόρμα του σχήματος 9-6, ο κύλινδρος κινείται προς τα κάτω, σε μια νέα θέση ισορροπίας. Αφού ο κύλινδρος μπορεί να κινείται ελεύθερα, θα μείνει ακίνητος, μόνον όταν η δύναμη που ασκείται επάνω του από το αέριο είναι ίση και αντίθετη προς τη δύναμη, που τον ωθεί από επάνω. Το έμβολο έχει επιφάνεια $4,39 \times 10^{-4}\text{ m}^2$, ώστε, όταν προσθέσουμε τα $2,00\text{ kg}$ η πίεση του αερίου αυξάνεται.

$$\Delta P = \frac{(9,8 \times 2,00)\text{ N}}{4,39 \times 10^{-4}\text{ m}^2} = 4,47 \times 10^4\text{ N/m}^2$$

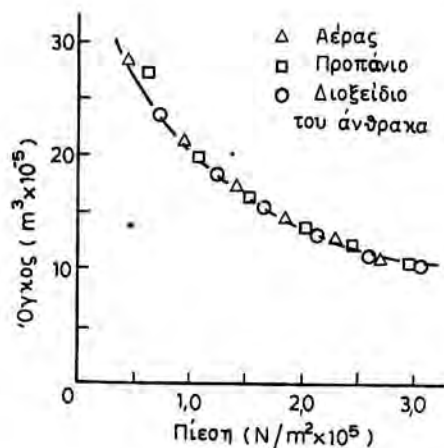
Σχήμα 9-6 Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα κύλινδρο και ένα έμβολο για να διερευνήσουμε τη σχέση μεταξύ του όγκου και της πίεσως ενός αερίου. Αν αυξήσουμε τον αριθμό των τούβλων επάνω στην πλατφόρμα, αυξάνουμε την πίεση και μειώνουμε τον όγκο του αερίου.



Πίνακας 3

Μάζα (kg)	Πίεση σε μονάδες $\text{N/m}^2 \times 10^5$	Όγκος σε μονάδες $\text{m}^3 \times 10^{-5}$	1/Όγκος σε μονάδες $\text{m}^{-3} \times 10^3$
ΑΕΡΑΣ			
2,20	0,49	28,5	3,51
4,22	0,94	21,5	4,64
6,26	1,40	17,4	5,75
8,36	1,86	14,8	6,76
10,40	2,32	12,8	7,81
12,47	2,78	11,1	9,01
ΠΡΟΠΑΝΙΟ			
2,86	0,64	25,5	3,92
4,88	1,07	19,7	5,08
6,82	1,52	16,4	6,10
9,02	2,01	14,0	7,14
11,06	2,47	12,1	8,26
13,13	2,93	10,8	9,26
ΔΙΟΞΕΙΔΙΟ ΑΝΘΡΑΚΑ			
3,52	0,78	23,5	4,26
5,54	1,24	18,5	5,41
7,58	1,69	15,5	6,45
9,68	2,16	13,3	7,52
11,72	2,61	11,7	8,55
13,79	3,08	10,3	9,71

Οι μάζες στην πρώτη στήλη περιλαμβάνουν τη μάζα της πλατφόρμας καθώς και τη μάζα των τούβλων. Στην περίπτωση του προπανίου αρχίσαμε με ένα τούβλο και μια πρόσθετη μάζα 0,66 kg. Ύστερα προσθέσαμε ένα τούβλο. Το ίδιο έγινε και στην περίπτωση του διοξειδίου του άνθρακα, εκτός από το ότι αρχίσαμε με ένα τούβλο και μια πρόσθετη μάζα 1,32 kg. Αυτό έγινε για να ξεχωρίσουμε τα σημεία της γραφικής παραστάσεως για διάφορα αέρια.



Σχήμα 9-7 Γραφική παράσταση των δεδομένων του πίνακα 3.

Τα δεδομένα του πίνακα 3 που πήραμε χωριστά από τρία αέρια στο όργανο του σχήματος 9-6 δείχνονται σε γραφική παράσταση στο σχήμα 9-7. Παρόλο ότι τα τρία αέρια συμπεριφέρονται όμοια, δεν παίρνουμε μια απλή σχέση ευθείας γραμμής. Όμως, ξέρομε ότι σε μια αντίστροφη αναλογία, δηλαδή $y = 1/x$, η μια μεταβλητή αυξάνεται όσο μειώνεται η άλλη, όπως είναι η περίπτωση αυτής της γραφικής παραστάσεως. Επομένως είναι λογικό να ξανασχεδιάσουμε την παράσταση σχεδιάζοντας το $1/V$, το αντίστροφο του όγκου ως συνάρτηση της πίεσεως του αερίου, για να δούμε, αν θα έχουμε ευθεία γραμμή. Αυτό κάναμε στο σχήμα 9-8. Όπως βλέπετε έχουμε μια γραμμική σχέση. Όμως, όπως και στην περίπτωση του όγκου σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία, η ευθεία δεν περνά από την αρχή. Είναι εύκολο να καταλάβουμε το γιατί. Ο αέρας γύρω από το όργανο, δηλαδή η ατμόσφαιρα, ασκεί επίσης πίεση και γι' αυτό ασκείται πρόσθετη δύναμη επάνω στο αέριο του κυλίνδρου. Όπως βλέπετε, η διακεκομμένη προέκταση της ευθείας στο σχήμα 9-8 περνά από το μηδέν του αντίστροφου του όγκου στο $-1,0 \times 10^5 \text{ N/m}^2$, το οποίο με αντίθετο πρόσημο ήταν η πίεση της ατμόσφαιρας την ώρα του πειράματος. Αν προσθέσουμε σε κάθε μια από τις τιμές για την πίεση $1,00 \times$

10^5 N/m^2 (αν δηλαδή χρησιμοποιήσουμε την *ολική πίεση*), θα έχουμε μια γραφική παράσταση, που θα είναι μια ευθεία αναλογία μεταξύ αντιστροφού του όγκου $1/V$ και της ολικής πίεσης P . Αυτό μπορούμε να το γράψουμε ως $1/V = fP$, όπου f είναι η κλίση της ευθείας γραμμής. Αυτή η σχέση μπορεί να εκφραστεί ως $PV = 1/f$. Αφού το f είναι σταθερό, $b = 1/f$ είναι επίσης σταθερό. Έτσι η σχέση μπορεί να εκφραστεί ως $PV = b$.

Πήραμε τα δεδομένα του πίνακα 3 σε θερμοκρασία δωματίου. Θα έχουμε διαφορετικά αποτελέσματα, αν κάνουμε τα πειράματα σε διαφορετική θερμοκρασία;

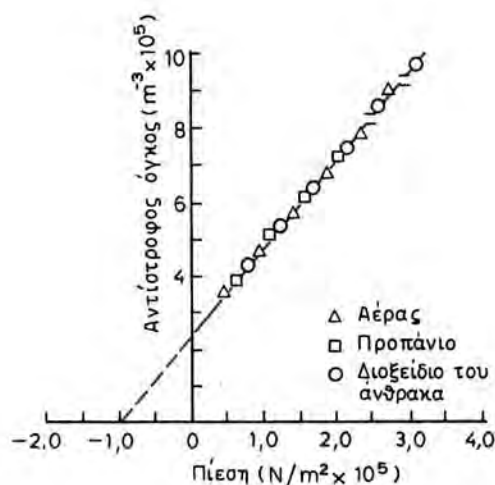
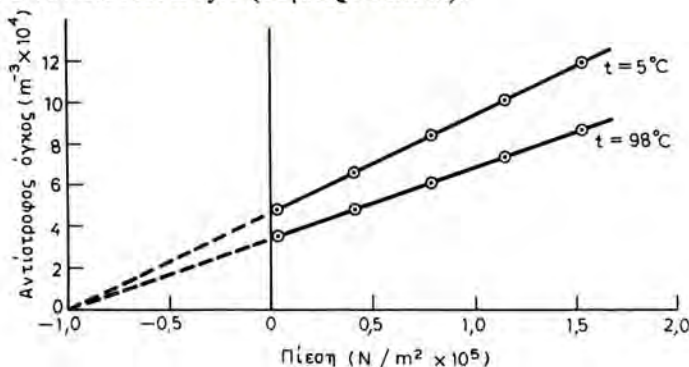
Για να απαντήσουμε σε αυτή την ερώτηση, μπορούμε και πάλι να μεταχειριστούμε μια συσκευή ίδια με τη συσκευή του σχήματος 9-1. Στον κύλινδρο περιέχεται ένα δείγμα αέρα. Μετρήσαμε τον όγκο του αέρα υπό διάφορες πιέσεις που ασκούνται στο έμβολο, όταν η θερμοκρασία είναι 5°C και ξανά όταν η θερμοκρασία γίνεται 98°C . Τα δεδομένα που πήραμε φαίνονται στον πίνακα 4.

Πίνακας 4

Πίεση (N/m^2)	Θερμοκρασία = 5°C		Θερμοκρασία = 98°C	
	$V(\text{cm}^3)$	$1/V (\text{m}^{-3})$	$V(\text{cm}^3)$	$1/V (\text{m}^{-3})$
$0,03 \times 10^{-5}$	20,6	$4,9 \times 10^4$	27,5	$3,6 \times 10^4$
0,41	15,0	6,7	20,8	4,8
0,79	11,8	8,5	15,4	6,3
1,16	9,8	10,2	13,3	7,5
1,54	8,4	11,9	11,4	8,8

Το σχήμα 9-9 δείχνει τις γραφικές παραστάσεις αυτών των δεδομένων, σχεδιασμένες επάνω στους ίδιους άξονες. Και οι δυο ευθείες τέμνουν τον άξονα των πιέσεων περίπου στο $-1,0 \times 10^5 \text{ N/m}^2$. Μπορούμε να γράψουμε το ίδιο είδος εξισώσεων, όπως προηγουμένως, για την κάθε μια τους: $PV = b_1$ και $PV = b_2$ (όπου P είναι η ολική πίεση), αλλά οι b_1 και b_2 δεν είναι ίδιες. Οι τιμές των σταθερών εξαρτώνται από τη θερμοκρασία στην οποία παίρνουμε τα δεδομένα.

Η σχέση $PV = \text{σταθερά}$ ανακοινώθηκε πριν τριακόσια χρόνια περίπου από τον Robert Boyle (Ρόμπερτ Μπόιλ).



Σχήμα 9-8 Γραφική παράσταση του αντιστροφού όγκου $1/V$ σε συνάρτηση με την πίεση.

Σχήμα 9-9 Γραφική παράσταση των δεδομένων του πίνακα 4.

- Τι προσδιορίζει τη δύναμη που ασκεί η ατμόσφαιρα στο αέριο στο σχήμα 9-6;
- Το σχήμα 9-7 δείχνει μια γραφική παράσταση του V ως προς P για τα δεδομένα του πίνακα 3. Να σχεδιάσετε αυτή την παράσταση σε ένα χαρτί και ύστερα να σχεδιάσετε μια άλλη γραφική παράσταση, που να

δείχνει τη θέση των δεδομένων, αν η θερμοκρασία ήταν κάτω από τη θερμοκρασία δωματίου. Να δικαιολογήσετε την παράστασή σας.

7. Παίρνοντας δυο διαφορετικούς όγκους για ένα αέριο του πίνακα 3, να δείξετε ότι ο λόγος αυτών των δυο όγκων είναι το αντίστροφο του λόγου των δυο αντιστοίχων πιέσεων.

9-3 Ο γενικός νόμος των αερίων και η σταθερά του Boltzmann.

Τώρα έχουμε δυο σχέσεις που περιγράφουν τη συμπεριφορά των αερίων: $V = \alpha T$ και $PV = b$. Η πρώτη συνδέει τον όγκο και τη θερμοκρασία ενός αερίου όταν η πίεση μένει σταθερή και η δεύτερη αναφέρεται στην πίεση και στον όγκο ενός αερίου όταν η θερμοκρασία μένει σταθερή. Ας τις συνδυάσουμε σε μια μόνο σχέση που θα ισχύει υπό όλες τις συνθήκες.

Είδαμε ότι στη σχέση $V = \alpha T$ η τιμή του α εξαρτάται από την πίεση. Γνωρίζουμε από $PV = b$ ότι $V = b/P$. Επομένως το α είναι ανάλογο προς $1/P$ ή $\alpha = K/P$, όπου K είναι μια νέα σταθερά.

Επομένως $V = (K/P) \cdot T$ ή $PV = KT$. Αυτή η εξίσωση δείχνει ότι για σταθερή πίεση ο όγκος είναι ευθέως ανάλογος προς τη θερμοκρασία της κλίμακας kelvin. Για σταθερή θερμοκρασία, ο όγκος είναι αντιστρόφως ανάλογος προς την πίεση. Αυτή η γενική σχέση ισχύει για όλα τα αέρια με την προϋπόθεση ότι η θερμοκρασία δεν είναι πολύ χαμηλή και η πίεση πολύ υψηλή. Σε αντίθεση με τις τιμές των α και b της σχέσεως $V = \alpha T$ και $PV = b$ αντίστοιχα, η τιμή του K δεν εξαρτάται ούτε από την πίεση ούτε από τη θερμοκρασία του αερίου. Μήπως όμως εξαρτάται το K από τον αριθμό των μορίων στο δείγμα;

Θεωρείστε δυο δείγματα αερίου με ίσους όγκους (V) και στην ίδια θερμοκρασία (T). Το δεύτερο δείγμα όμως να περιέχει διπλάσιο αριθμό μορίων από το πρώτο δείγμα. Με διπλάσιο αριθμό μορίων στον ίδιο όγκο θα συμβαίνουν δυο φορές περισσότερες συγκρούσεις με τα τοιχώματα στη μονάδα του χρόνου. Όπως θα περίμενε κανείς, η πίεση στο δεύτερο δοχείο είναι διπλάσια από την πίεση στο πρώτο δοχείο. Επομένως το K πρέπει να είναι ανάλογο προς τον αριθμό N των μορίων στο δείγμα:

$$K = kN$$

Μπορούμε τώρα να γράψουμε τη γενική σχέση μεταξύ V , P και T :

$$PV = kNT$$

Παίρνουμε μια πιο βολική μορφή αν διαιρέσουμε και τα δυο μέλη δια V :

$$P = kT \left(\frac{N}{V} \right)$$

Αυτή η παραπάνω έκφραση θα μας είναι πολύ χρήσιμη. Μας δείχνει ότι η πίεση ενός δείγματος αερίου είναι ανάλογη προς τη θερμοκρασία kelvin και προς τον αριθμό των μορίων ανά μονάδα όγκου.

Αν γνωρίζουμε την πυκνότητα ενός αερίου και τη μάζα των μορίων του,

μπορούμε εύκολα να υπολογίσουμε τον αριθμό των μορίων ανά μονάδα όγκου. (Μια μέθοδος μετρήσεως της μάζας των μορίων περιγράφεται στο κεφάλαιο 15). Τα αποτελέσματα τέτοιων υπολογισμών για αρκετά αέρια σε 0° C και υπό ατμοσφαιρική πίεση φαίνονται στον πίνακα 5. Είναι χαρακτηριστικό ότι ο αριθμός των μορίων ανά μονάδα όγκου είναι ίδιος για όλα τα αέρια.

Επειδή για την ίδια πίεση και θερμοκρασία ο αριθμός των μορίων ανά μονάδα όγκου είναι ίδιος για όλα τα αέρια, το k πρέπει να είναι παγκόσμια σταθερά, ίδια για όλα τα αέρια. Λέγεται σταθερά του Boltzmann.

Το γεγονός ότι ίσοι όγκοι αερίων με ίδια πίεση και θερμοκρασία περιέχουν ίσους αριθμούς μορίων ανακοινώθηκε σαν υπόθεση από τον Avogadro (Αβογκάντρο) το 1811. Η υπόθεσή του βασίστηκε στις χημικές αντιδράσεις μεταξύ αερίων, πολύ πριν να είναι δυνατό να προσδιορισθεί ο αριθμός των μορίων σε ένα δείγμα αερίου.

Τώρα μπορούμε να προσδιορίσουμε την αριθμητική τιμή της σταθεράς του Boltzmann. Βλέπουμε από τον πίνακα 5 ότι υπό ατμοσφαιρική πίεση και 0° C (273 K) υπάρχουν $2,68 \times 10^{22}$ μόρια σε ένα λίτρο αερίου ή $(2,68 \times 10^{22}) (1,00 \times 10^3) = 2,68 \times 10^{25}$ μόρια σε ένα κυβικό μέτρο. Επομένως:

$$k = \frac{P}{T \left(\frac{N}{V} \right)} = \frac{1,01 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{273 \text{ K} \times 2,68 \times 10^{25} \frac{\text{μόρια}}{\text{m}^3}} = 1,38 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{μόριο} \cdot \text{K}}$$

Πίνακας 5

	Πυκνότητα D (kg/L)	Μάζα μορίου m (kg)	Αριθμός μορίων σε ένα λίτρο (D/m)
Ήλιο (He)	$0,1785 \times 10^{-3}$	$6,65 \times 10^{-27}$	$2,68 \times 10^{22}$
Υδρογόνο (H ₂)	$0,0899 \times 10^{-3}$	$3,35 \times 10^{-27}$	$2,68 \times 10^{22}$
Άζωτο (N ₂)	$1,251 \times 10^{-3}$	$46,6 \times 10^{-27}$	$2,69 \times 10^{22}$
Οξυγόνο (O ₂)	$1,429 \times 10^{-3}$	$53,2 \times 10^{-27}$	$2,69 \times 10^{22}$

8. Αν η πίεση μέσα σε ένα κύλινδρο με αέριο είναι $3 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ σε 20° C, πόσο θα αυξηθεί η πίεση, αν δυθίσουμε τον κύλινδρο σε βραστό νερό (100° C);
9. Σε ένα πείραμα, όπου θέλουμε να προσδιορίσουμε την πυκνότητα του διοξειδίου του άνθρακα, συλλέγομε 411 cm³ αερίου που έχει μάζα 0,78 g.
 - (α) Τι πυκνότητα αερίου υπολογίσαμε;
 - (β) Το πείραμα έγινε με πίεση μιας ατμόσφαιρας και θερμοκρασία δωματίου 20° C. Τι πίεση θα είχε το αέριο υπό κανονικές συνθήκες; ($P = 1$ ατμόσφαιρα, $T = 0^\circ \text{ C}$).

10. Ένα «άδειο» δοχείο έχει εσωτερικό όγκο $2,0 \text{ m}^3$ και είναι ανοικτό στην ατμόσφαιρα. Αρχικά η πίεση του αέρα είναι 1 ατμόσφαιρα και η θερμοκρασία 20°C . Αν αργότερα η θερμοκρασία αυξηθεί σε 30°C και η πίεση μειωθεί σε 0,9 ατμόσφαιρες, ποιο κλάσμα του αέρα που υπήρχε αρχικά στο δοχείο θα διαφύγει;
11. Ποια είναι η μάζα ενός μορίου προπανίου; Η πυκνότητα του προπανίου σε 0°C και υπό ατμοσφαιρική πίεση είναι $2,02 \times 10^{-3} \text{ kg/l}$.

9-4 Η δυναμική των αερίων.

Αρχίσαμε τη μελέτη της δυναμικής παρατηρώντας σώματα με μάζες μεγέθους περίπου ενός χιλιογράμμου που κινούνται σε αποστάσεις περίπου ενός μέτρου και επί χρονικά διαστήματα περίπου ενός δευτερολέπτου. Αργότερα εφαρμόσαμε με ευκολία το νόμο του Newton για την κίνηση των πλανητών. Αυτή η εφαρμογή συνεπάγεται μια προέκταση σε μεγαλύτερα μεγέθη κατά συντελεστές 10^{24} για τη μάζα, 10^{11} για την απόσταση και 10^8 για το χρόνο. (Βλ. πίνακα 3, κεφάλαιο 5).

Τώρα θέλουμε να εφαρμόσουμε τη μηχανική του Newton στην κίνηση των μορίων στα αέρια. Αυτή η εφαρμογή συνεπάγεται μια προέκταση προς τα κάτω στις κλίμακες της μάζας, της αποστάσεως και του χρόνου. Ισχύει η μηχανική του Newton σε κλίμακα ατομικών μαζών και αποστάσεων και πολύ μικρών διαστημάτων χρόνου; Υπάρχουν κίνδυνοι στην εφαρμογή, αλλά θα την πραγματοποιήσουμε και η εγκυρότητά της θα κριθεί από το πόσο συμφωνεί το αποτέλεσμα του πειράματος με τη θεωρία. Για απλοποίηση θα αρχίσουμε με μονατομικά μόρια, όπως τα μόρια του ηλίου, του αργού και του νέου. Φαντασθείτε πρώτα ένα μόνο μόριο που πλησιάζει ένα τοίχο, κινούμενο σε ευθεία γραμμή με ταχύτητα $\vec{v}$. Αν το μόριο έχει μάζα m , η ορμή του είναι $m\vec{v}$. Υποθέτουμε ότι, όταν το μόριο κτυπήσει στον τοίχο, αναπηδά ελαστικά.

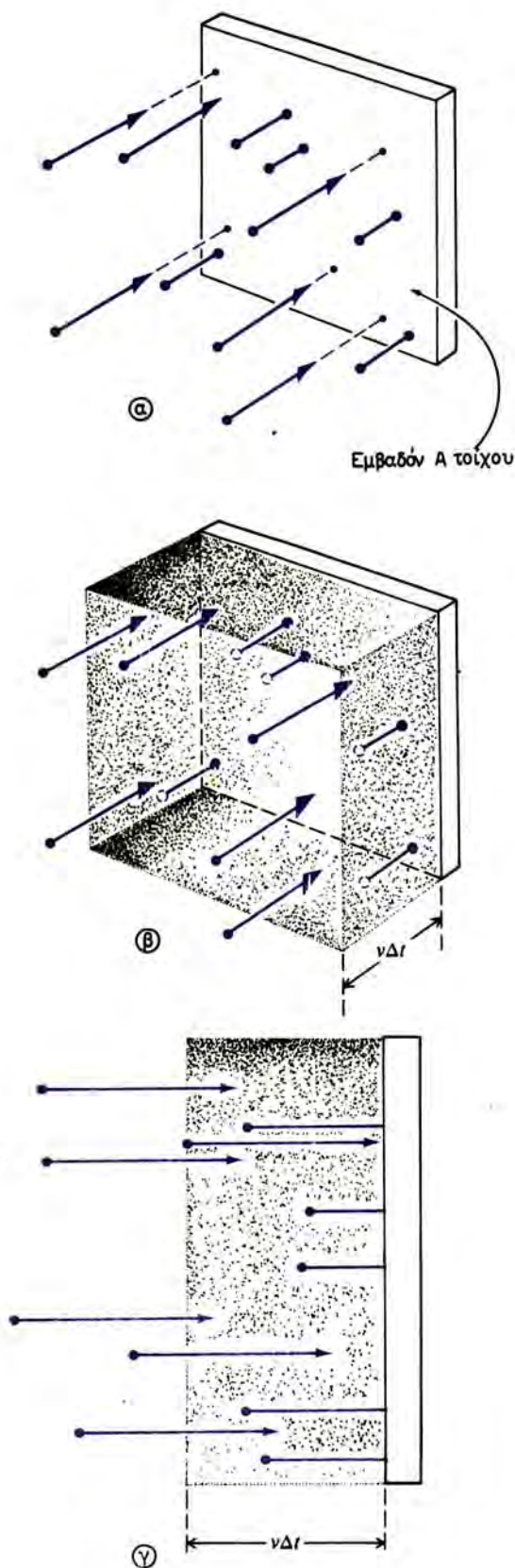
Τώρα φαντασθείτε ένα μικρό χρονικό διάστημα Δt , κατά το οποίο n τέτοια μόρια κτυπούν στον τοίχο και αναπηδούν προς τα πίσω. Η ολική μεταβολή στην ορμή είναι $\Delta \vec{p} = n \cdot m \Delta \vec{v}$. Αν η σύγκρουση είναι ελαστική, $\Delta \vec{v} = -2\vec{v}$ και $\Delta \vec{p} = -2n \cdot m\vec{v}$. Επομένως η ολική ώθηση που ασκήθηκε από τα μόρια κάθετα προς τον τοίχο είναι $2nm\vec{v}$. Αν ο αριθμός n των μορίων είναι αρκετά μεγάλος, ο τοίχος θα ανταποκριθεί σαν να υπήρχε μια σταθερή δύναμη. Αν πολλαπλασιάσουμε αυτή τη δύναμη με το χρόνο Δt , θα έχουμε ένα άλλο τρόπο, για να εκφράσουμε την ολική ώθηση. Επομένως:

$$\vec{F} \Delta t = 2nm\vec{v}$$

Από αυτή την εξίσωση βλέπουμε ότι το μέτρο της μέσης δυνάμεως που ασκείται στον τοίχο είναι:

$$F = \frac{2nmv}{\Delta t}$$

Θέλουμε να συσχετίσουμε αυτή τη δύναμη με τη δύναμη που ασκείται ανά μονάδα επιφάνειας στον τοίχο. Γι' αυτό το σκοπό πρέπει να γνωρίζουμε πόσα μόρια βρίσκονται σε μια μικρή περιοχή του χώρου κοντά στον τοίχο, για να προκαλέσουν το δομολαβισμό αυτό (σχ. 9-10). Μπορούμε



Σχήμα 9-10 (α) Τα μόρια προχωρούν προς τον τοίχο με ταχύτητα v . Μέσα σε ποιον όγκο βρίσκονται τα μόρια που ξεκινούν και φθάνουν στην επιφάνεια Α του τοίχου μέσα σε χρόνο Δt ; (β) Οι μεγάλες κουκίδες στην αρχή των βελών δείχνουν τις αρχικές θέσεις των μορίων. Τα άκρα των βελών δείχνουν πόσο μπορούν να προχωρήσουν, σε χρονικό διάστημα Δt , εκτός αν κτυπήσουν στον τοίχο. Προσέξτε ότι όλα τα μόρια που ξεκινούν από μία απόσταση μικρότερη ή ίση με $v\Delta t$ κτυπούν τον τοίχο. Όλα εκείνα που ξεκινούν από μεγαλύτερη απόσταση δεν φθάνουν στον τοίχο μέσα στο χρονικό διάστημα Δt . Επομένως όλα τα μόρια που φθάνουν στον τοίχο προέρχονται από ένα όγκο με βάση Α και ύψος $v\Delta t$.

να βρούμε αυτό τον αριθμό των μορίων, αν βρούμε τον όγκο κοντά στον τοίχο από τον οποίο ήρθαν τα n μόρια.

Εξετάζουμε όλα τα μόρια που κτύπησαν μια επιφάνεια A του τοίχου σε χρονικό διάστημα Δt . Όλα τα μόρια πρέπει να ήλθαν από ένα μικρό όγκο με βάση A και ύψος $u\Delta t$. Τα μόρια που απείχαν από τον τοίχο περισσότερο από $u\Delta t$ δεν έφθασαν στον τοίχο, γιατί $u\Delta t$ είναι η απόσταση που καλύπτουν τα μόρια σε χρόνο Δt και, αν ξεκινούσαν από πιο μακριά, δεν θα είχαν το χρόνο να φθάσουν στον τοίχο. Όλα τα μόρια που πλησιάζουν τον τοίχο από μια απόσταση μικρότερη από $u\Delta t$ πρέπει να φθάσουν στον τοίχο, γιατί θα καλύψουν αυτή την απόσταση σε χρόνο μικρότερο από Δt . Επομένως μπορούμε να συμπεράνουμε ότι κατά την αρχή του χρονικού διαστήματος Δt ο όγκος $u\Delta t A$ περιείχε τα n μόρια.

Ποια σχέση έχει ο αριθμός των μορίων που κτυπούν την επιφάνεια A στον τοίχο σε χρονικό διάστημα Δt με τον αριθμό των μορίων N στο συνολικό όγκο V ; Τα μόρια ενός αερίου σε ένα δοχείο είναι κατανεμημένα σε όλο τον όγκο ομοιόμορφα. Έτσι ο αριθμός των μορίων ανά μονάδα όγκου είναι N/V και ο αριθμός των μορίων σε έναν όγκο $u\Delta t A$ είναι:

$$\left(\frac{N}{V} \right) u\Delta t A$$

Τώρα θα κάνουμε δυο ιδανικές υποθέσεις, που θα απλουστεύσουν τον υπολογισμό. (Στην επόμενη παράγραφο θα δούμε, αν αυτές οι ιδανικές υποθέσεις έχουν κάποια σημαντική επίδραση στα αποτελέσματα). Πρώτο, θα υποθέσουμε ότι όλα τα μόρια κινούνται κατά τρεις άξονες κάθετους μεταξύ τους, τους άξονες x , y και z , ενός συστήματος συντεταγμένων. Δεύτερο, θα υποθέσουμε ότι όλα τα μόρια έχουν την ίδια ταχύτητα (μέτρο). Έστω ότι η επιφάνεια A του τοίχου είναι παράλληλη με το επίπεδο yz . Τότε, με βάση τις υποθέσεις μας μόνο το ένα τρίτο των μορίων θα κινείται παράλληλα προς τον άξονα x και από αυτά μόνο τα μισά θα κινούνται προς τον τοίχο. Έτσι μόνο το ένα έκτο των μορίων στον όγκο $u\Delta t A$ θα κτυπήσει την επιφάνεια A κατά το χρονικό διάστημα Δt :

$$n = \frac{1}{6} \frac{N}{V} u\Delta t A$$

* Θα αναρωτηθείτε πώς η πίεση, μια βαθμωτή ποσότητα, μπορεί να είναι μια δύναμη (διάνυσμα) ανά μονάδα επιφάνειας. Βέβαια εδώ ασχολούμαστε μόνο με μέτρα, αλλά η σχέση $F = PA$ ισχύει και σαν διανυσματική εξίσωση με την εξής έννοια: Μια επιφάνεια έχει την ιδιότητα ενός διανύσματος, που έχει μέτρο ίσο προς το εμβαδόν της επιφάνειας και κατεύθυνση κάθετη προς την επιφάνεια. Τότε η δύναμη PA είναι επίσης κάθετη και έχουμε τη διανυσματική εξίσωση:

$$\vec{F} = \vec{P}A$$

Αν στην έκφραση για το μέτρο της δυνάμεως που ασκείται στον τοίχο αντικαταστήσουμε την τιμή n , έχουμε:

$$F = \frac{2nmv}{\Delta t} = \frac{2mv}{\Delta t} \left(\frac{1}{6} \frac{N}{V} u\Delta t A \right) = \frac{1}{3} mv^2 \left(\frac{N}{V} \right) A$$

$$\text{Έτσι η πίεση } P = \frac{F}{A} \text{ γίνεται } P = \frac{1}{3} mv^2 \left(\frac{N}{V} \right)^*$$

Τώρα αφού $mv^2/2$ είναι η κινητική ενέργεια E_K :

$$\frac{1}{3} mv^2 = \frac{2}{3} \left(\frac{mv^2}{2} \right) = \frac{2}{3} E_K$$

Άρα μπορούμε να γράψουμε την έκφραση για την πίεση ως:

$$P = \frac{2}{3} E_K \left(\frac{N}{V} \right)$$

Αυτή η εξίσωση δείχνει ότι η πίεση είναι τα 2/3 της κινητικής ενέργειας ενός μορίου επί τον αριθμό των μορίων ανά μονάδα όγκου. Αυτή η μορφή της εξισώσεως τονίζει το ρόλο της μοριακής κινητικής ενέργειας για τον προσδιορισμό της πίεσεως.

9-5 Το αποτέλεσμα της κατανομής των ταχυτήτων.

Είναι φανερό ότι τα μόρια των αερίων δεν κινούνται στην πραγματικότητα μόνο κατά τρεις διευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους. Για ένα αέριο μέσα σε ένα δοχείο το διάνυσμα ταχύτητας ενός μορίου μπορεί να έχει οποιαδήποτε διεύθυνση και φορά. Επίσης δεν υπάρχει λόγος να πιστεύουμε ότι όλα τα μόρια ενός αερίου έχουν την ίδια ταχύτητα κατά μέτρο. Ένα πιο πραγματικό πρότυπο για την πίεση αερίου πρέπει να λαμβάνει υπόψη ότι τα μόρια αερίων κινούνται προς όλες τις κατευθύνσεις με διάφορες ταχύτητες. Για να γίνει αυτό, θα εξετάσουμε ξανά το συλλογισμό του τελευταίου τμήματος με γενικότερες συνθήκες κατανομής ταχυτήτων τόσο κατά μέτρο όσο και κατεύθυνση.

Αρχίζουμε πάλι με ένα μόνο μόριο. Έστω ότι έχει ταχύτητα $\vec{v}_1$. Κατά τη σύγκρουση με τον τοίχο θα αντιστραφεί μόνο η κάθετη συνιστώσα της ταχύτητας $v_{1\perp}$. Η παράλληλη συνιστώσα $v_{1\parallel}$ θα παραμείνει ίδια (σχ. 9-11). Επομένως το μέτρο της μεταβολής της ορμής είναι $2mv_{1\perp}$. Για να συγκρουσθεί ένα μόριο με κάθετη συνιστώσα ταχύτητας $v_{1\perp}$ με την επιφάνεια A του τοίχου σε χρονικό διάστημα Δt , θα πρέπει να μην απέχει περισσότερο από μια απόσταση $v_{1\perp} \Delta t$ από τον τοίχο. Δηλαδή πρέπει να βρίσκεται μέσα στον όγκο $v_{1\perp} \Delta t A$.

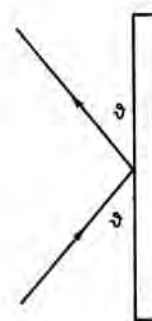
Έστω ότι υπάρχουν N_1 μόρια με $v_{1\perp}$ σε ολόκληρο τον όγκο V . Τότε στον όγκο $v_{1\perp} \Delta t A$ θα υπάρχουν $N_1 \frac{v_{1\perp} \Delta t A}{V}$ μόρια, που η ταχύτητά τους είναι $v_{1\perp}$. Επομένως η συνεισφορά αυτού του αριθμού των μορίων στην πίεση προς τον τοίχο θα είναι:

$$P_1 = \frac{(N_1 v_{1\perp} \Delta t A) 2mv_{1\perp}}{V \Delta t A} = 2mv_{1\perp}^2 \left(\frac{N_1}{V} \right)$$

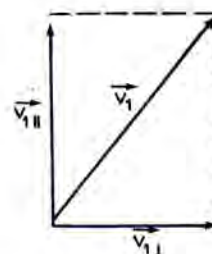
Αν εκτός από τα N_1 μόρια με ταχύτητα $v_{1\perp}$ υπάρχουν και N_2 μόρια με κάθετη ταχύτητα $v_{2\perp}$, η συνεισφορά τους στην πίεση θα είναι:

$$P_2 = 2mv_{2\perp}^2 \left(\frac{N_2}{V} \right)$$

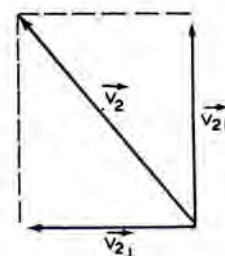
Αφού τα μόρια δεν επηρεάζουν τις συγκρούσεις των άλλων μορίων με τον τοίχο, η πίεση που θα επιφέρουν και οι δυο ομάδες θα είναι $P_1 + P_2$. Μπορούμε να επεκτείνουμε αυτό το συλλογισμό σε όλες τις πιθανές τιμές



(α)



(β)



(γ)

Σχήμα 9-11 Στο (α) ένα μονατομικό μόριο αερίου που κινείται με ταχύτητα $\vec{v}_1$ κτυπά στον τοίχο και αναπηδά χωρίς να αλλάξει το μέτρο της ταχύτητάς του και με κατεύθυνση που σχηματίζει με τον τοίχο γωνία θ ίδια με εκείνη που είχε πριν από τη σύγκρουση. Στα (β) και (γ) δείχνονται αντίστοιχα οι κάθετες και παράλληλες συνιστώσες της ταχύτητας πριν και μετά τη σύγκρουση. Όπως βλέπετε

$$\vec{v}_{2\parallel} = \vec{v}_{1\parallel} \text{ και } \vec{v}_{2\perp} = -\vec{v}_{1\perp}$$

του $v_{\perp}$. Τότε η ολική πίεση είναι:

$$P = \frac{2m}{V} (v_{\perp 1}^2 N_1 + v_{\perp 2}^2 N_2 + v_{\perp 3}^2 N_3 + \dots)$$

Το άθροισμα $N_1 + N_2 + \dots = 1/2 N$, όπου N είναι ο ολικός αριθμός των μορίων στο δοχείο. Θέτομε τον παράγοντα $1/2$, γιατί λόγω συμμετρίας υπάρχουν τόσα σωματίδια με $-v_1$ όσα υπάρχουν με $+v_1$. Βάσει του ορισμού για μέσο όρο, το άθροισμα της παρενθέσεως είναι ο μέσος όρος του $v_{\perp}^2$ επί $N/2$. Άρα:

$$P = \frac{2m}{V} \times \overline{v_{\perp}^2} \cdot \frac{N}{2} = m \overline{v_{\perp}^2} \left(\frac{N}{V} \right)$$

(Η γραμμή επάνω από το $v_{\perp}^2$ σημαίνει «μέσος όρος»).

Τι είναι $\overline{v_{\perp}^2}$; Αν διαλέγαμε την επιφάνεια A να είναι παράλληλη με το επίπεδο yz , τότε $v_{\perp}^2 = v_x^2$. Επειδή όλες οι κατευθύνσεις κινήσεως των μορίων είναι το ίδιο πιθανές:

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$$

Αλλά

$$\overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$$

Επομένως

$$3 \overline{v_{\perp}^2} = \overline{v^2}$$

ή

$$\overline{v_{\perp}^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}$$

Αν αντικαταστήσουμε αυτή την τιμή του $\overline{v_{\perp}^2}$ στην εξίσωση για την πίεση, θα έχουμε:

$$P = \frac{1}{3} m \overline{v^2} \left(\frac{N}{V} \right)$$

ή

$$P = \frac{2}{3} \overline{E_K} \left(\frac{N}{V} \right)$$

Η μόνη μεταβολή που έχουμε από την αντικατάσταση του ιδανικού μοντέλου της παραγράφου 9-4 με το πιο πραγματικό μοντέλο αυτής της παραγράφου είναι η αντικατάσταση της κινητικής ενέργειας των μορίων (που υποθέταμε ότι είναι η ίδια για όλα τα μόρια) από τη μέση κινητική τους ενέργεια.

12. Ποια είναι η ώθηση που δίνεται στον τοίχο, αν ένα μόριο μάζας m και ταχύτητας v πέσει επάνω του και αναπηδήσει με ταχύτητα $-v$;
13. Ποιο είναι το αποτέλεσμα της πίεσεως που ασκείται από μόρια αερίου στα τοιχώματα ενός κλειστού δοχείου, αν:
 - (α) Διπλασιασθεί η μέση ταχύτητά τους;
 - (β) Διπλασιασθεί ο αριθμός τους;
14. Ας υποθέσουμε ότι έχετε έναν κύλινδρο ηλίου υπό πίεση και ότι υπάρχει μια μικρή τρύπα από όπου διαφεύγει το αέριο. Αν μέσα

στο δοχείο υπήρχε οξυγόνο αντί του ηλίου, πιστεύετε ότι η πίεση στον κύλινδρο θα μειωνόταν πιο αργά, πιο γρήγορα ή με τον ίδιο ρυθμό;

15. Η πίεση ενός δείγματος αερίων περιορισμένου σε ορισμένο χώρο μειώνεται στο 64% της αρχικής της τιμής. Ποια είναι η επίδραση αυτής της μεταβολής στη μέση ταχύτητα των μορίων του αερίου;
16. Ποια είναι η ολική ορμή των μορίων ενός γραμμαρίου ηλίου μέσα σε ένα δοχείο με θερμοκρασία 300 K;

9-6 Θερμοκρασία και κινητική θεωρία των αερίων: Εσωτερική ενέργεια.

Τώρα έχουμε δυο εκφράσεις που συσχετίζουν την πίεση ενός αερίου με τον αριθμό των μορίων ανά μονάδα όγκου. Η πρώτη είναι το αποτέλεσμα πειραμάτων και περιέχει και τη θερμοκρασία του αερίου (παράγρ. 9-3):

$$P = kT \left(\frac{N}{V} \right)$$

Η δεύτερη έκφραση είναι το αποτέλεσμα θεωρητικών υποθέσεων και βασίζεται στην εφαρμογή του νόμου της μηχανικής στις συγκρούσεις των μορίων του αερίου με τα τοιχώματα του δοχείου (παράγρ. 9-4 και 9-5):

$$P = \frac{2}{3} \overline{E_K} \left(\frac{N}{V} \right)$$

Αν συνδυάσουμε τις δυο εκφράσεις, έχουμε:

$$kT = \frac{2}{3} \overline{E_K} \quad \text{και} \quad \overline{E_K} = \frac{3}{2} kT$$

Αυτό είναι σημαντικό αποτέλεσμα. Μας δείχνει ότι η θερμοκρασία ενός αερίου (σε K) είναι ανάλογη προς τη μέση κινητική ενέργεια των μορίων. Η σταθερά της αναλογίας $\frac{3}{2} k$ είναι παγκόσμια σταθερά, ανεξάρτητη από τη μάζα των μορίων. Έτσι, στην ίδια θερμοκρασία, τα μόρια διαφόρων μονατομικών αερίων έχουν την ίδια μέση κινητική ενέργεια.

Αν αυξήσουμε τη θερμοκρασία ενός αερίου, αυξάνουμε την κινητική ενέργεια των μορίων του. Αφού το αέριο σαν σύνολο παραμένει ακίνητο (με την προϋπόθεση ότι το δοχείο είναι ακίνητο), αυτή η μεταβολή ενέργειας εκδηλώνεται με μεταβολές μέσα στο αέριο. Αναφερόμαστε σε αυτή τη μεταβολή ως μεταβολή στην **εσωτερική ενέργεια**. Για μονατομικά αέρια η εσωτερική ενέργεια είναι το σύνολο της κινητικής ενέργειας των ατόμων.

Για να αυξήσουμε κατά ΔT τη θερμοκρασία μιας ποσότητας μονατομικού αερίου που περιέχει N μόρια υπό ένα σταθερό όγκο, πρέπει να αυξήσουμε την εσωτερική ενέργεια του αερίου κατά:

$$N \Delta \bar{E}_K = \frac{3}{2} kN \Delta T$$

Η ποσότητα $N \Delta \bar{E}_K / \Delta T = \frac{3}{2} kN$ εκφράζει τη μεταβολή στην κινητική ενέργεια μιας ποσότητας αερίου ανά βαθμό kelvin. Σημειώστε ότι είναι μια σταθερά ανεξάρτητη από τη θερμοκρασία. Για λόγους συγκρίσεως αυτή δίνεται συνήθως για ένα συγκεκριμένο αριθμό μορίων $N_0 = 6,02 \times 10^{23}$ που ονομάζεται ένα γραμμομόριο (mol)*. Τα γραμμομόρια χρησιμοποιούνται εκτεταμένα στη χημεία.

Η μεταβολή ανά kelvin της εσωτερικής ενέργειας ενός γραμμομορίου μιας ουσίας ονομάζεται **μοριακή θερμοχωρητικότητα** ή **μοριακή θερμότητα**. Προβλέπομε ότι η μοριακή θερμοχωρητικότητα ενός μονατομικού αερίου είναι σταθερή και η τιμή της είναι:

$$C = \frac{3}{2} kN_0 = \frac{3}{2} \times 1,38 \times 10^{-23} \times 6,02 \times 10^{23} = 12,5 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

Οι μοριακές θερμοχωρητικότητες διαφόρων μονατομικών αερίων που έχουν παρατηρηθεί δίνονται στον πίνακα 6. Η συμφωνία μεταξύ των παρατηρήσεων και της προβλέψεώς μας δείχνει ότι η θεωρία συμφωνεί πολύ καλά με τα πειράματα για μια μεγάλη περιοχή θερμοκρασιών.

17. Ο λόγος της μάζας ενός μορίου νέου και της μάζας ενός μορίου ηλίου είναι 5,0. Πώς συγκρίνεται η μέση ταχύτητα των μορίων ενός δείγματος νέου με τη μέση ταχύτητα των μορίων ενός δείγματος ηλίου, αν και τα δυο δείγματα των αερίων έχουν την ίδια θερμοκρασία;
18. Πώς εξαρτάται η ολική κινητική ενέργεια των μονατομικών μορίων σε ένα δείγμα αερίου, από τον αριθμό των μορίων N , τον όγκο V και την πίεση P του αερίου;
19. Πόσο μεταβάλλεται η μέση κινητική ενέργεια των μονατομικών μορίων ενός αερίου, αν το θερμάνουμε από 25°C σε 100°C ;

Πίνακας 6

Μοριακή θερμοχωρητικότητα σε $\text{J/mol} \cdot \text{K}$

Στοιχείο	$T_1 = 293 \text{ K}$	$T_2 = 100 \text{ K}$
He	12,6	12,6
Ne	12,7	12,7
Ar	12,5	12,5

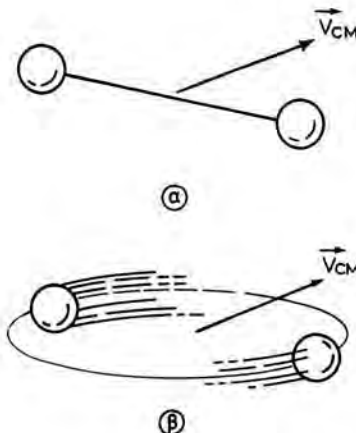
* Ένα mole (1 mol) είναι η ποσότητα ύλης που περιέχει τον ίδιο αριθμό δομικών λίθων με όσα άτομα υπάρχουν σε 12 g του άνθρακα-12. Οι δομικοί λίθοι μπορεί να είναι άτομα, μόρια, ιόντα, ηλεκτρόνια κ.λπ.

9-7 Η εσωτερική ενέργεια διατομικών αερίων.

Μονατομικά αέρια, όπως το ήλιο και το νέον, προσφέρονται θαυμάσια για θεωρητικούς υπολογισμούς, αλλά δύσκολα συναντάτε τέτοια αέρια. Τα περισσότερα αέρια έχουν δυο και περισσότερα άτομα ανά μόριο. Με ποιο τρόπο πρέπει να τροποποιήσουμε τους συλλογισμούς των προηγούμενων παραγράφων, για να συσχετίσουμε την πίεση και τη θερμοκρασία ενός διατομικού αερίου με τη μέση κινητική ενέργεια των μορίων του;

Μια αναδρομή στις προηγούμενες παραγράφους θα δείξει ότι πούθενά δεν χρησιμοποιήσαμε τον περιορισμό να είναι μονατομικά τα αέρια. Χρησιμοποιήσαμε τη σχέση μεταξύ ωθήσεως και ορμής και της διατήρησης της ορμής στις συγκρούσεις. Έτσι όλα μας τα συμπεράσματα ισχύουν τόσο για διατομικά (ή πολυατομικά) όσο και για μονατομικά μόρια. Όμως, αν δώσουμε το ίδιο ποσό ενέργειας σε ίσους όγκους ηλίου και διατομικού αζώτου, βρίσκουμε ότι η αύξηση της θερμοκρασίας στο αζώτο είναι μόνο τα τρία πέμπτα από την αύξηση στο ήλιο. Τα περισσότερα διατομικά αέρια δείχνουν την ίδια αύξηση θερμοκρασίας, όπως το αζώτο. Έτσι γι' αυτά τα αέρια η κίνηση του κέντρου μάζας κερδίζει λιγότερη κινητική ενέργεια από την ενέργεια που του δώσαμε. Υπάρχει κάποιος άλλος τρόπος, ώστε τα διατομικά μόρια να αυξάνουν την ενέργειά τους, χωρίς να αυξάνουν την κινητική ενέργεια της κινήσεως του κέντρου μάζας τους; Ένας τέτοιος τρόπος είναι να αυξήσουμε την κινητική ενέργεια της κινήσεως των δυο ατόμων σε σχέση με το κέντρο μάζας του μορίου (σχ. 9-12). Ένα αέριο που αποτελείται από περιστρεφόμενα μόρια, τα οποία έχουν την ίδια μέση κινητική ενέργεια του κέντρου μάζας τους που έχει ένα μονατομικό αέριο, θα ασκήσει την ίδια πίεση, αλλά θα έχει υψηλότερη εσωτερική ενέργεια που οφείλεται στην περιστροφή των μορίων.

Επομένως θα χρειασθεί περισσότερη μηχανική ενέργεια, για να αυξηθεί η θερμοκρασία N μορίων ενός διατομικού αερίου, όπως το αζώτο, από αυτήν που θα χρειασθεί ο ίδιος αριθμός ενός μονατομικού αερίου, όπως το ήλιο. Πραγματικά, αυτό δείχνει και η παρατήρηση.



Σχήμα 9-12 Η ταχύτητα $\vec{V}_{CM}$ του κέντρου μάζας των δυο διατομικών μορίων είναι η ίδια στο (α) και (β). Όμως στο (β) τα δυο άτομα περιστρέφονται επίσης γύρω από το κέντρο μάζας.

20. (α) Ποια είναι η αύξηση στη μέση κινητική ενέργεια ενός μορίου νέου, όταν η θερμοκρασία του αερίου αυξάνεται κατά 1 K ;
- (β) Θα είναι διαφορετική η απάντησή σας, αν αφορά ένα διατομικό μόριο οξυγόνου σε αέριο οξυγόνο που η θερμοκρασία του αυξάνεται κατά 1 K ; Γιατί;
21. Να χρησιμοποιήσετε τις πληροφορίες για το αζώτο που δίνονται στην παράγραφο 9-7 και να υπολογίσετε τη μοριακή θερμοχωρητικότητα.
22. Προβλέπετε ότι η μοριακή θερμοχωρητικότητα ενός τριατομικού αερίου (όπως το CO_2) είναι μεγαλύτερη, ίση ή κατώτερη από τη μοριακή θερμοχωρητικότητα ενός διατομικού αερίου; Πού βασίζετε την απάντησή σας;

9-8 Η εσωτερική ενέργεια των στερεών. Μοριακή* θερμοχωρητικότητα.

Όταν ένα κινούμενο στερεό επιβραδύνεται εξαιτίας τριβής με ένα άλλο στερεό, παρατηρείται επίσης αύξηση θερμοκρασίας. Μπορεί ένα μηχανικό μοντέλο ενός στερεού να εξηγήσει την αύξηση της θερμοκρασίας; Η κύρια διαφορά μεταξύ ενός στερεού και ενός αερίου είναι ότι το αέριο γεμίζει όλο το διαθέσιμο χώρο, ενώ τα στερεά κρατούν το σχήμα τους και δύσκολα εκτείνονται ή συμπιέζονται. Πρέπει να συμπεράνουμε ότι σε ένα αέριο δεν υπάρχουν δυνάμεις που συνδέουν τα μόρια, ενώ σε ένα στερεό υπάρχουν δυνάμεις που κρατούν τα άτομα (γενικότερα ή τους δομικούς λίθους του στερεού) σε ορισμένες θέσεις. Δηλαδή, αν για κάποιο λόγο η απόσταση μεταξύ δυο ατόμων είναι μεγαλύτερη από την «κανονική», η δύναμη έλξεως θα τα κάνει να πλησιάσουν μεταξύ τους. Παρομοίως, αν η απόστασή τους είναι μικρότερη από την «κανονική», μια απωθητική δύναμη θα τα απομακρύνει. Μπορούμε να δεχθούμε, κατά προσέγγιση τουλάχιστον, ότι μια ενδοατομική δύναμη θα ενεργήσει ως παράγοντας αποκαταστάσεως και τα άτομα θα έχουν απλή αρμονική κίνηση (βλ. παράγρ. 4-5).

Επομένως σύμφωνα με αυτό το μοντέλο, τα άτομα ενός στερεού έχουν, εκτός από την κινητική ενέργεια που οφείλεται στην ταλάντωσή τους, και μια δυναμική ενέργεια που εξαρτάται από τις ενδοατομικές αποστάσεις (βλ. παράγρ. 8-5). Για να φέρομε το μοντέλο στο σημείο όπου μπορούμε να προδοούμε σε συγκεκριμένες προβλέψεις πρέπει να κάνουμε και άλλη μια υπόθεση.

Με βάση το συλλογισμό μας για τα αέρια θα υποθέσουμε επίσης ότι για ένα στερεό η θερμοκρασία (σε kelvin) είναι ανάλογη προς τη μέση κινητική ενέργεια των ατόμων (ή καλύτερα των δομικών του λίθων)

$$\frac{3}{2}kT = \overline{E}_K$$

Όμως, για αντικείμενα που εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση, δεν μπορούμε να αυξήσουμε τη μέση κινητική ενέργεια χωρίς να αυξήσουμε τη μέση δυναμική ενέργεια**.

Μπορούμε να αποδείξουμε με μαθηματικό υπολογισμό ότι για απλή αρμονική ταλάντωση, η μέση δυναμική ενέργεια είναι ίση προς τη μέση κινητική ενέργεια.

$$\overline{U} = \overline{E}_K \quad \text{Αλλά} \quad E_K + U = E$$

η ολική ενέργεια ενός ατόμου στο στερεό. Άρα

$$\overline{E}_K = \frac{1}{2} \overline{E}$$

$$\text{και επομένως} \quad \frac{3}{2} kT = \frac{1}{2} \overline{E} \quad \text{ή} \quad 3kT = \overline{E}$$

* Σε μονατομικά στοιχεία χρησιμοποιούμε και την έννοια ατομική θερμοχωρητικότητα. Θα χρησιμοποιήσουμε τον όρο μοριακή θερμοχωρητικότητα για να καλύψουμε και τις δύο περιπτώσεις.

** Σκεφθείτε το εκκρεμές. Αν το σπρώξετε πιο δυνατά, θα φθάσει στην αιώρησή του

Σημειώστε ότι, ακριβώς όπως στην περίπτωση των αερίων, η μάζα του ατόμου δεν εμφανίζεται στην εξίσωση. Αν ένα στερεό συμπεριφέρεται σαν ένα σύνολο ατόμων που έχουν απλή αρμονική ταλάντωση, τότε το ποσό της ενέργειας που χρειάζεται για να αυξηθεί η θερμοκρασία ενός δείγματος που περιέχει N άτομα, κατά 1 K , εξαρτάται από το N . Αλλά είναι ανεξάρτητο από τη μάζα των ατόμων.

Τότε η πρόβλεψή μας είναι ότι η μοριακή θερμοχωρητικότητα των στερεών είναι η ακόλουθη:

$$C = \frac{N_o \Delta \bar{E}}{\Delta T} = 3 N_o k$$

Η τιμή αυτή είναι διπλάσια από τη μοριακή θερμοχωρητικότητα των μονατομικών αερίων.

$$C = 25 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

Αλλά όπως η μοριακή θερμοχωρητικότητα των αερίων έτσι και η μοριακή θερμοχωρητικότητα των στερεών πρέπει να είναι ανεξάρτητη από τη θερμοκρασία.

Ο πίνακας 7 δείχνει τις μοριακές θερμοχωρητικότητες που έχουν μετρηθεί για πολλά στερεά. Από τον πίνακα βλέπουμε ότι για πολλά στοιχεία το απλό μας μοντέλο δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα σε θερμοκρασία δωματίου. Στις περισσότερες περιπτώσεις οι μοριακές-

Πίνακας 7 Μετρημένες μοριακές θερμοχωρητικότητες στερεών στοιχείων

Στερεό	Μάζα ενός ατόμου (σε 10^{-26} kg)	Μοριακή θερμοχωρητικό- τητα ($\text{J/mol} \cdot \text{K}$) σε 293 K	Μοριακή θερμοχωρητικό- τητα ($\text{J/mol} \cdot \text{K}$) σε 100 K
Λίθιο	1,2	24	13
Βόριο	1,8	12	1
Άνθρακας (γραφίτης)	2,0	9	2
Μαγνήσιο	4,0	24	16
Αλουμίνιο	4,6	25	13
Πυρίτιο	4,7	20	7
Θείο	5,3	24	13
Ασθέσιο	6,7	26	20
Χρώμιο	8,6	23	10
Σίδηρος	9,3	25	12
Νικέλιο	9,8	26	14
Χαλκός	10,6	24	16
Ψευδάργυρος	10,9	25	19
Γερμάνιο	12,1	26	14
Αρσενικό	12,5	25	17
Άργυρος	17,9	26	20
Κασσίτερος	19,7	26	22
Χρυσός	32,7	25	22
Μόλυβδος	34,4	27	26

θερμοχωρητικότητες είναι πολύ κοντά σε $25 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$, παρόλο που οι μάζες των ατόμων ποικίλλουν πολύ. Έτσι, επεκτείνοντας τους νόμους της μηχανικής του Νεύτωνα στο άτομο ενός στερεού ή αερίου, μπορούμε να εξηγήσουμε την απώλεια της μηχανικής ενέργειας λόγω τριβής και να κρατήσουμε τη διατήρηση της ενέργειας συμπεριλαμβάνοντας την εσωτερική ενέργεια στον ισολογισμό ενέργειας.

Με τη μηχανική του Νεύτωνα μπορούμε να φθάσουμε μόνο ως εδώ. Σε θερμοκρασία 100 K οι μοριακές θερμοχωρητικότητες που παρατηρούμε διαφέρουν πολύ από αυτές που προβλέψαμε. Μετρήσεις σε ακόμα χαμηλότερες θερμοκρασίες δείχνουν ότι οι μοριακές θερμοχωρητικότητες ακολουθούν να μειώνονται. Η μηχανική του Νεύτωνα δεν μπορεί να εξηγήσει αυτήν τη μείωση. Στο τέλος αυτού του μαθήματος θα δείτε ότι η μηχανική του Νεύτωνα βρίσκει άλλες βασικές δυσκολίες στην εξήγηση της συμπεριφοράς των ατόμων.

-
23. Ο θειούχος χαλκός είναι ένωση που γίνεται από χαλκό και θείο. Ποια θα είναι η μοριακή θερμοχωρητικότητα ενός δείγματος θειούχου χαλκού σε θερμοκρασία δωματίου;
24. Ο ορείχαλκος είναι κράμα από χαλκό και ψευδάργυρο. Από τον πίνακα 7, ποια προβλέπετε ότι θα είναι η μοριακή θερμοχωρητικότητα ενός δείγματος ορείχαλκου σε θερμοκρασία δωματίου;
-

9-9 Ειδικές θερμότητες υπό σταθερό όγκο και σταθερή θερμοκρασία. Ειδική θερμότητα.

Συχνά χρησιμοποιούμε το φυσικό μέγεθος **ειδική θερμότητα** ή **ειδική θερμοχωρητικότητα** αντί της μοριακής θερμοχωρητικότητας. Ειδική θερμότητα είναι η μεταβολή στην εσωτερική ενέργεια ανά μονάδα μάζας, μιας ουσίας και ανά μονάδα αυξήσεως της θερμοκρασίας. Ένα γραμμομόριο ενός στοιχείου με μάζα μορίου ίση με M έχει μάζα $N_0 M$ (γραμμάρια). Επομένως η ειδική θερμότητα είναι η μοριακή θερμοχωρητικότητα διαιρούμενη με τη μάζα που έχει 1 γραμμομόριο.

$$c = \frac{C}{N_0 M}$$

Χρησιμοποιούμε τα δεδομένα του πίνακα 7 και υπολογίζουμε ότι η ειδική θερμότητα του αλουμινίου είναι:

$$c_{\text{Al}} = \frac{25}{4,6 \times 10^{-26} \times 6,02 \times 10^{23}} \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} = 900 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \text{ ή } 0,90 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

και η ειδική θερμότητα του μολύβδου είναι:

$$c_{\text{Pb}} = \frac{27}{34,4 \times 10^{-26} \times 6,02 \times 10^{23}} \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} = 130 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \text{ ή } 0,13 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

(Η μεταβολή θερμοκρασίας κατά ένα βαθμό στην κλίμακα kelvin είναι ίδια με τη μεταβολή θερμοκρασίας κατά ένα βαθμό στην κλίμακα Κελσίου). Ενώ οι μοριακές θερμοχωρητικότητες του αλουμινίου και του μολύβδου έχουν παρόμοιες τιμές, η ειδική θερμότητα του αλουμινίου είναι εξαπλάσια από την ειδική θερμότητα του μολύβδου. Αυτό οφείλεται στο ότι ο αριθμός των ατόμων του μολύβδου ανά μονάδα μάζας είναι λιγότερος από το ένα έκτο του αριθμού των ατόμων του αλουμινίου ανά μονάδα μάζας.

Όταν μια ουσία θερμαίνεται, ο όγκος της αυξάνεται σχεδόν πάντα. Αφού τα αντικείμενα υπάρχουν συνήθως μέσα στον αέρα, όταν διαστέλλονται ωθούν την ατμόσφαιρα για να καταλάβουν μεγαλύτερο όγκο. Η ατμόσφαιρα ασκεί μια πίεση περίπου $1,0 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ στο ύψος της επιφάνειας της θάλασσας. Επομένως πρέπει να εκτελείται ένα έργο, για να μετατοπισθεί η ατμόσφαιρα. Αυτό το έργο προέρχεται από την ενέργεια που προστίθεται όταν το αντικείμενο θερμαίνεται. Το ποσό της διαστολής που συμβαίνει, όταν στερεά ή υγρά θερμαίνονται, είναι τόσο μικρό που συνήθως μπορούμε να το αγνοήσουμε. Αυτό όμως δεν συμβαίνει με τα αέρια. Θα θυμάστε ότι, για να υπολογίσουμε την τιμή της μοριακής θερμοχωρητικότητας ενός μονατομικού αερίου στην παράγραφο 9-6, θεωρήσαμε ότι ο όγκος παραμένει σταθερός. Όσο αυξάνεται η θερμοκρασία ενός αερίου σε ένα δοχείο, αυξάνεται και η πίεση του αερίου μέσα στο δοχείο.

Τι θα βρούμε, αν κρατήσουμε την πίεση σταθερή και αφήσουμε να αυξηθεί ο όγκος του; Αυτό μπορούμε να το πετύχουμε, αν περικλείσουμε το αέριο σε ένα κύλινδρο με κινητό έμβολο. Καθώς το έμβολο κινείται προς τα έξω, πρέπει να γίνει κάποιο έργο εναντίον της πίεσεως της ατμόσφαιρας. Έτσι, το ποσόν της ενέργειας που δίνεται στο αέριο, για να αυξήσει κατά ένα ορισμένο ποσόν τη θερμοκρασία του, είναι μεγαλύτερο από αυτό που χρειάζεται για να αυξήσει τη θερμοκρασία του κατά το ίδιο ποσόν όταν ο όγκος είναι σταθερός. Επομένως, θα βρούμε ότι η μοριακή θερμοχωρητικότητα ενός αερίου υπό σταθερή πίεση (C_p) είναι μεγαλύτερη από τη μοριακή θερμοχωρητικότητά του υπό σταθερό όγκο (C_v). Αφού $c = C/N_0M$, θα βρούμε ότι η ειδική θερμότητα ενός αερίου υπό σταθερή πίεση (c_p) είναι μεγαλύτερη από την ειδική θερμότητα υπό σταθερό όγκο (c_v). Ο πίνακας 8 παρέχει τις μοριακές θερμοχωρητικότητες και τις ειδικές θερμότητες, που παρατηρήθηκαν σε διάφορα αέρια. Θα δείτε ότι η C_p είναι μεγαλύτερη από την C_v και η c_p είναι μεγαλύτερη από την c_v .

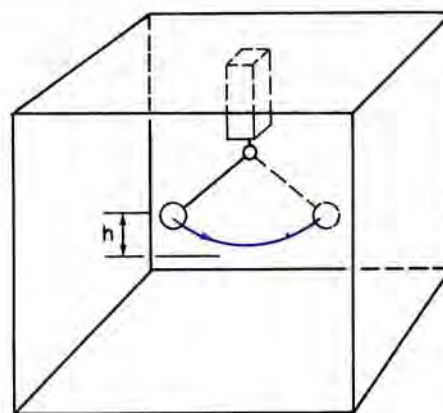
Πίνακας 8

	Μάζα μορίου	C_p	C_v	c_p	c_v
Στοιχείο	kg	J/mol . K		J/mol . K	
He	$6,65 \times 10^{-27}$	20,8	12,5	5,23	3,15
Ar	$6,63 \times 10^{-26}$	20,8	12,5	0,525	0,316
H ₂	$3,35 \times 10^{-27}$	28,9	20,5	14,2	10,1
N ₂	$4,65 \times 10^{-26}$	28,9	20,6	1,04	0,740
O ₂	$5,31 \times 10^{-26}$	29,4	21,0	0,912	0,651

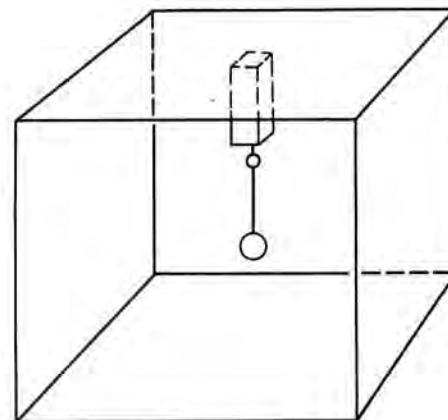
25. Χρησιμοποιώντας τις πληροφορίες του πίνακα 7 να υπολογίσετε την ειδική θερμότητα του σιδήρου σε θερμοκρασία δωματίου.
26. Δυο κομμάτια, το ένα από αλουμίνιο και το άλλο από μόλυβδο, ίσης μάζας και σε θερμοκρασία δωματίου, υφίστανται μια αύξηση της θερμοκρασίας τους κατά ΔT . Πώς συγκρίνονται οι αυξήσεις των εσωτερικών ενεργειών τους;
27. Ένα δείγμα από αργό 25 g περιέχεται σε ένα κύλινδρο με κινητό έμβολο. Η θερμοκρασία του είναι 20°C . Πόση ενέργεια πρέπει να δοθεί στο αργό για να αυξηθεί η θερμοκρασία του στους 50°C , αν:
- Το έμβολο μένει στη θέση του;
 - Το έμβολο είναι ελεύθερο να κινηθεί, ώστε η πίεση να μένει σταθερή;

Για το σπίτι, την τάξη και το εργαστήριο.

28. Ένα οπλοπολυβόλο εκτοξεύει μια σειρά από σφαίρες 10 g με ρυθμό 400 βολών ανά λεπτό. Οι σφαίρες κινούνται με ταχύτητα 800 m/s, κτυπούν σε ένα τοίχο σκληρό και σταματούν. Να υπολογίσετε:
- Τη δύναμη στον τοίχο.
 - Την κινητική ενέργεια των σφαιρών που φθάνουν στον τοίχο σε ένα λεπτό.
 - Την κινητική ενέργεια των σφαιρών σε μήκος ενός μέτρου του ρεύματος των σφαιρών, καθώς πλησιάζουν τον τοίχο. Να συγκρίνετε το διπλάσιο αυτής της απαντήσεως με την απάντησή σας στο (α).
29. Πρέπει τα μόρια αερίων να αναπηδούν πάντοτε από ένα τοίχο με την ίδια κινητική ενέργεια που είχαν πριν από τη σύγκρουση;
- (Σκεφθείτε τι συμβαίνει, όταν η θερμοκρασία του αερίου είναι ψηλότερη ή χαμηλότερη από τη θερμοκρασία του τοίχου).
30. Ένα εκκρεμές μάζας 3,0 kg κρέμεται μέσα σε ένα δοχείο γεμάτο με μισό γραμμομόριο ηλίου. Το τραβάμε προς το πλάι σε ύψος 0,20 m και το αφήνουμε να αιωρείται (σχ. Α).
- Αν, αφού σταματήσει το εκκρεμές, η ολική δυναμική του ενέργεια είχε διατεθεί για θέρμανση του ηλίου, ποια θα ήταν η τελική θερμοκρασία του ηλίου;
 - Αν κάνατε αυτό το πείραμα, θα παρατηρούσατε μια αύξηση θερμοκρασίας πολύ μικρότερη από αυτή της (α). Γιατί θα συμβεί αυτό;



α



β

Σχήμα Α

31. (α) Να υπολογίσετε την ταχύτητα των μορίων του οξυγόνου από τα ακόλουθα στοιχεία: $3,2 \times 10^{-2}$ kg οξυγόνου σε θερμοκρασία δωματίου (20°C) και μια ατμόσφαιρα ($1,02 \times 10^5 \text{ N/m}^2$) καταλαμβάνουν $2,4 \times 10^{-2} \text{ m}^3$.
- (β) Ο ίδιος όγκος υδρογόνου με την ίδια θερμοκρασία και πίεση έχει μάζα μόνον 2×10^{-3} kg. Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα μορίων του υδρογόνου σε θερμοκρασία δωματίου.
- (γ) Από την απάντησή σας στην (α) να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα μορίων αζώτου σε θερμοκρασία δωματίου με ακρίβεια 10 στα εκατό.
- (δ) Ποια είναι η ταχύτητα μορίων οξυγόνου σε θερμοκρασία δωματίου και πίεση δυο ατμοσφαιρών;
32. Σε κάποιο αέριο τα $2/5$ της ενέργειας των μορίων είναι δεσμευμένα στην κίνηση των ατόμων ως προς το κέντρο μάζας κάθε μορίου και τα $3/5$ στην κίνηση των κέντρων μάζας.
- (α) Κατά μέσον όρο ποια είναι η κινητική ενέργεια της κινήσεως των κέντρων μάζας ενός τέτοιου μορίου, όταν η θερμοκρασία είναι 300 K ;
- (β) Αν η θερμοκρασία υψωθεί κατά 1°C , ποια ενέργεια πρέπει να διοχετευθεί σε $6,02 \times 10^{23}$ μόρια του αερίου;
33. Ένα λίτρο αερίου σε 1 ατμόσφαιρα και 0°C περιέχει $2,68 \times 10^{22}$ μόρια. Πόση ενέργεια πρέπει να δοθεί στο αέριο, για να αυξηθεί η θερμοκρασία του κατά 1 K , αν (α) το αέριο είναι ήλιο και (β) το αέριο είναι άζωτο;
34. Ένα αέριο μέσα σε ένα κύλινδρο ωθεί το έμβολο προς τα έξω, αυξάνοντας έτσι τον όγκο του κατά ΔV . Το αέριο ασκεί πίεση P στη βάση του εμβόλου, που έχει επιφάνεια A . Η δύναμη που ασκείται από το αέριο κινεί το έμβολο κατά μία απόσταση Δx και μεταφέρει ενέργεια $F\Delta x$ σε ένα εξωτερικό μηχανισμό. Δείξτε ότι το έργο $F\Delta x$ είναι ίσο με $P\Delta V$.
- (Σημείωση:** Αυτή είναι πολύ χρήσιμη έκφραση για το έργο, οποτεδήποτε ασχολούμαστε με ένα αέριο ή υγρό, που ωθεί έμβολο. Το έργο ισούται με την πίεση επί τη μεταβολή του όγκου).
35. Υποθέσετε ότι ένα δείγμα μονατομικού αερίου περιέχεται σε ένα κύλινδρο με κινητό έμβολο, έτσι ώστε το αέριο να διατηρείται σε ατμοσφαιρική πίεση P . Αν θερμάνουμε το αέριο από θερμοκρασία T σε T' , ο όγκος του μεταβάλλεται από V σε V' .
- (α) Από το γενικό νόμο των αερίων $PV = kN_0T$, να διατυπώσετε τη σχέση μεταξύ $\Delta V = V' - V$ και $\Delta T = T' - T$.
- (β) Χρησιμοποιήστε τη σχέση που βγήκε στο πρόβλημα 34 και εκφράστε το έργο που παράγεται από το αέριο στο έμβολο ως συνάρτηση των N_0 και k .
- (γ) Η μοριακή θερμοχωρητικότητα υπό σταθερή πίεση είναι ίση προς το άθροισμα της θερμοχωρητικότητας υπό σταθερό όγκο και του έργου που γίνεται στο έμβολο. Να διατυπώσετε αυτή την έκφραση ως συνάρτηση των N_0 και k .
- (δ) Η τιμή του C_v που υπολογίστηκε για μονατομικά αέρια ήταν $12,5 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$. Τι προβλέπετε για την τιμή του C_p για ένα μονατομικό αέριο;
- (ε) Πόσο πλησιάζει το αποτέλεσμα σας στις τιμές που δίνονται στον πίνακα 8;
36. (α) Από τις πληροφορίες που δίνονται για το άζωτο στην παράγραφο 9-7 και από το συλλογισμό στο πρόβλημα 35, ποια προβλέπετε ότι θα είναι η τιμή του C_p για το άζωτο;
- (β) Τι προβλέπετε για την ειδική θερμότητα του αζώτου;
- (γ) Συμφωνούν οι προβλέψεις σας με τις τιμές που δίνονται στον πίνακα 8;
37. (α) Κάνετε ένα κατάλογο με τη διαφορά στις μοριακές θερμοχωρητικότητες ($C_p - C_v$) για κάθε ένα από τα αέρια στον πίνακα 8. Ποιες κανονικότητες παρατηρείτε;
- (β) Ποια είναι η εξήγηση γι' αυτή την κανονικότητα;
38. (α) Αν κάνετε ένα κατάλογο του λόγου των ειδικών θερμοτήτων (c_p/c_v) για τα αέρια του πίνακα 8, τι κανονικότητες βρίσκετε;
- (β) Αν σας πουν ότι ο λόγος c_p/c_v ενός αερίου είναι $1,41$ χωρίς να προσθέσουν τίποτε άλλο, τι μπορείτε να πείτε γι' αυτό το αέριο;



10-1 Μετατροπές ενέργειας.

Η ατμόσφαιρα θερμαίνεται και ψύχεται και έτσι δημιουργούνται άνεμοι. Το νερό ανεβαίνει από τη θάλασσα με μορφή ατμού και ξαναγυρίζει στη γη με μορφή βροχής ή χιονιού. Μέρη από το φλοιό της γης κινούνται και έτσι γίνονται σεισμοί και εκρήξεις ηφαιστειών. Σε όλα αυτά τα φαινόμενα η ενέργεια μετατρέπεται. Δεν υπάρχει σχεδόν τίποτα που να συμβαίνει στη γη και να μην περιλαμβάνει μετατροπή ενέργειας.

Για πολλές γενιές οι άνθρωποι κατασκεύασαν μηχανές, για να μετατρέψουν την ενέργεια από τη μια μορφή στην άλλη, για διάφορους σκοπούς. Στην πραγματικότητα τέτοιες κατασκευές υπήρχαν πολύ πριν να ανακαλυφθεί ο όρος «ενέργεια». Στην Περσία χρησιμοποιούσαν ανεμόμυλους πριν από το δέκατο αιώνα. Το δέκατο όγδοο αιώνα οι ανεμόμυλοι εξαπλώθηκαν στην Ευρώπη. Οι ανεμόμυλοι μεταχειρίζονται την κινητική ενέργεια του ανέμου, για να περιστρέψουν μυλόπετρες και έτσι να αλέθουν σιτηρά. Οι νερόμυλοι χρησιμοποιούν δυναμικό βαρύτητας και κινητική ενέργεια, για να αλέσουν αλεύρι ή για να πριονίσουν ξύλα. Πολλοί αγρότες μεταχειρίζονταν ανεμόμυλους για να αντλήσουν νερό από πηγάδια. Σε αυτήν την περίπτωση χρησιμοποιούσαν την κινητική ενέργεια του αέρα, για να αυξήσουν τη δυναμική ενέργεια βαρύτητας του νερού. Στην ατμομηχανή ή στη μηχανή ντήζελ χρησιμοποιούμε την εσωτερική ενέργεια θερμού ατμού ή αερίων, για να παραχθεί έργο σε διάφορα αντικείμενα, ώστε να τα σηκώσουμε ή να τα κινήσουμε.

Όλα αυτά τα παραδείγματα των μετατροπών ενέργειας έχουν ένα κοινό χαρακτηριστικό: τα κινητά τμήματά τους έχουν περιοδική κίνηση (συμπεριλαμβανόμενης και της κυκλικής). Γιατί; Για να είναι χρήσιμος ένας μετατροπέας ενέργειας, πρέπει να λειτουργεί συνεχώς. Αυτό σημαίνει ότι η κίνηση επαναλαμβάνεται. Ένα βλήμα στην κάννη ενός όπλου ωθείται από ζεστά αέρια. Το ίδιο συμβαίνει και στο έμβολο μέσα στον κύλινδρο μιας μηχανής αυτοκινήτου. Αλλά, αντίθετα με το βλήμα, το έμβολο επανέρχεται και αρχίζει νέο κύκλο. Ο μετατροπέας ενέργειας, αντίθετα με τα καύσιμα που καταναλώνονται, μένει ο ίδιος.

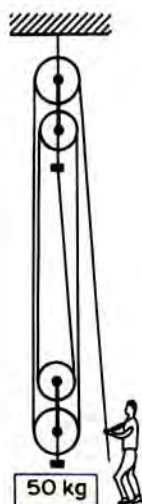
Σε κανένα από αυτούς τους μετατροπείς που αναφέρθηκαν δεν μετατρέπεται όλη η εισερχόμενη ενέργεια στη μορφή που επιθυμούμε. Στο νερόμυλο το νερό που εξέρχεται εξακολουθεί να έχει κινητική ενέργεια. Στα έδρανα υπάρχει τριβή και έτσι παράγεται κάποια θερμότητα. Στη μηχανή ντήζελ υπάρχει επίσης τριβή και, πιο σημαντικό ακόμη, τα ζεστά αέρια της εξατμίσεως μεταφέρουν εσωτερική ενέργεια. Δεν μας ενδιαφέρει το γεγονός ότι σε όλες αυτές τις μετατροπές διατηρείται η ολική ενέργεια. Αυτό που πραγματικά μετρά είναι ο λόγος της εξερχόμενης ενέργειας στην επιθυμητή μορφή, προς την εισερχόμενη ενέργεια. Αυτός ο λόγος ονομάζεται συντελεστής αποδόσεως του μετατροπέα της ενέργειας. Η ωφέλιμη εξερχόμενη ενέργεια μπορεί να πάρει διάφορες μορφές. Γι' αυτό το λόγο ο απλούστερος τρόπος για να τη μετρήσουμε είναι να μετρήσουμε το ωφέλιμο έργο που παράγεται από το μετατροπέα της ενέργειας. Σαν σύμβολο για το συντελεστή αποδόσεως χρησιμοποιούμε συχνά το ελληνικό γράμμα η όπου:

10

Μετατροπή ενέργειας και εντροπία

- 10-1 Μετατροπές ενέργειας
- 10-2 Ανεμόμυλοι ως μετατροπείς ενέργειας
- 10-3 Ροή θερμότητας
- 10-4 Ο ατμοστρόβιλος: Μια θερμική μηχανή
- 10-5 Η μέγιστη απόδοση των θερμικών μηχανών
- 10-6 Εντροπία
- 10-7 Μεταβολές εντροπίας σε μερικές άλλες περιπτώσεις
- 10-8 Ο δεύτερος νόμος της θερμοδυναμικής

Φωτογραφία αριστερά: Η παραμορφωμένη εικόνα πίσω από τη μηχανή του αεροπλάνου δείχνει ότι τα αέρια της εξατμίσεως είναι θερμά. Πρέπει να είναι θερμά;



Σχήμα Α

$$\eta = \frac{\text{εξαγόμενο ωφέλιμο έργο}}{\text{εισαγόμενη ενέργεια}}$$

Είναι επιθυμητό η τιμή του η να είναι κατά το δυνατό πλησιέστερη προς το 1, γιατί πληρώνουμε την εισερχόμενη ενέργεια. (Ακόμη και σε ένα νερόμυλο πληρώνουμε την εισερχόμενη ενέργεια. Παρόλο ότι δεν πληρώνουμε το νερό, πρέπει να υπολογίσουμε το κόστος κατασκευής. Αν ο μύλος δεν αποδίδει, πρέπει να κατασκευάσουμε ένα μεγαλύτερο μύλο, για να κάνει μια ορισμένη δουλειά). Υπάρχει πάντοτε κάποια τριβή σε οποιαδήποτε κατασκευή με κινούμενα τμήματα. Επομένως, θα περίμενε κανείς ότι για πραγματικούς μετατροπείς ενέργειας $\eta < 1$, αλλά ότι με πολύ καλό σχεδιασμό θα μπορούσαμε να φθάσουμε πολύ κοντά στο $\eta = 1$. Σε αυτό το κεφάλαιο θα δούμε ότι, ακόμη και αν αγνοήσουμε την τριβή, η απόδοση των μετατροπέων ενέργειας δεν μπορεί να υπερβεί κάποιες μέγιστες τιμές $\eta_{\max} < 1$.

1. Η μηχανή Α έχει εξερχόμενη ενέργεια 120 J και εισερχόμενη 180 J. Η μηχανή Β έχει εξερχόμενη ενέργεια 70 J και εισερχόμενη 90 J. Ποια μηχανή είναι πιο αποδοτική;
2. Χρησιμοποιήστε τις τροχαλίες που δείχνει το σχήμα Α, για να σηκώσετε μια μάζα 50 kg σε ύψος 2,0 m. Για να σηκώσετε αυτό το αντικείμενο, εξασκήσετε μια δύναμη 200 N στο σκοινί προς τα κάτω.
 - (α) Πόσο σκοινί τραβήξατε για να σηκώσετε το αντικείμενο 2,0 m;
 - (β) Πόσο έργο διαθέτετε στο σκοινί;
 - (γ) Πόσο έργο έδωσε η τροχαλία στο αντικείμενο;
 - (δ) Ποιος είναι ο συντελεστής αποδόσεως της τροχαλίας;
 - (ε) Γιατί νομίζετε ότι $\eta < 1$;



Σχήμα 10-1 Ένας παλιός ανεμόμυλος.

10-2 Ανεμόμυλοι ως μετατροπείς ενέργειας.

Οι ανεμόμυλοι, είτε είναι παλιοί, όπως ο μύλος του σχήματος 10-1, είτε είναι σύγχρονοι, όπως ο μύλος του σχήματος 10-2, λειτουργούν με την ίδια αρχή. Διαθέτουν ένα ρότορα που αποτελείται από πτερύγια ή λάμες συνδεδεμένες ακτινωτά σε μια άτρακτο. Οι λάμες είναι στραμμένες με τέτοιο τρόπο, ώστε ο άνεμος να τις «διώχνει» και έτσι να περιστρέφεται το όλο σύστημα. Κατά το διάστημα αυτής της διαδικασίας ο άνεμος χάνει ταχύτητα. Η άτρακτος μπορεί να συνδεθεί με ένα αλευρόμυλο, μια αντλία νερού ή οποιαδήποτε άλλη κατασκευή που παράγει έργο. Όταν ο ανεμόμυλος περιστρέφεται με σταθερό ρυθμό, η κινητική του ενέργεια παραμένει σταθερή. Στην περίπτωση αυτή χρειάζεται να ασχοληθούμε μόνο με την εισαγόμενη και εξερχόμενη ενέργεια του μύλου.

Όταν τα πτερύγια περιστρέφονται, διαγράφουν ένα κυκλικό δίσκο που η ακτίνα του είναι η απόσταση από το κέντρο της άτρακτου έως το



Σχήμα 10-2 Η «στροβιλογεννήτρια» στο νησί Bloch στο Rhode Island. Η θεωρία πίσω από τη σύγχρονη αυτή κατασκευή είναι ίδια με του παλιού ανεμομύλου του σχήματος 10-1. Με πτερύγια που έχουν συνολικό μήκος 38,1 m, αυτή η γεννήτρια παράγει $2,0 \times 10^5$ W ηλεκτρικής ενέργειας με ταχύτητα ανέμου 8 m/s.

άκρο της πτέρυγας. Μόνο ο αέρας που περνά μέσα από αυτό το δίσκο μπορεί να προσδώσει κινητική ενέργεια. Ποια είναι η κινητική ενέργεια ενός σταθερού ανέμου με ταχύτητα v_i ; Αφού ο άνεμος είναι μια συνεχής ροή αέρα, δεν μπορούμε να καθορίσουμε τη μάζα του κινούμενου αέρα. Όμως, μπορούμε να υπολογίσουμε τη μάζα του αέρα που φθάνει στο δίσκο ανά δευτερόλεπτο. Ο όγκος του αέρα που φθάνει στο δίσκο ανά δευτερόλεπτο είναι ίσος με τον όγκο ενός κυλίνδρου με βάση το εμβαδόν πr^2 και ύψος v_i (σχ. 10-3):

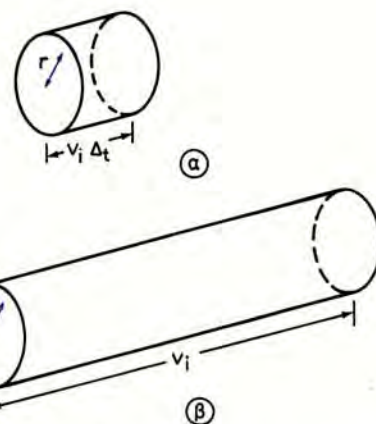
$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \pi r^2 v_i$$

Έστω ότι η πυκνότητα του αέρα είναι d . Τότε η μάζα του αέρα που φθάνει στο δίσκο ανά δευτερόλεπτο είναι:

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = d \frac{\Delta V}{\Delta t} = d \pi r^2 v_i$$

Η κινητική ενέργεια που φθάνει στο δίσκο ανά δευτερόλεπτο είναι:

$$\frac{1}{2} \frac{\Delta m}{\Delta t} v_i^2 = \frac{1}{2} d \pi r^2 v_i^3$$



Σχήμα 10-3 (α) Ο όγκος του αέρα που περνά από ένα δίσκο ακτίνας r σε μικρό χρόνο Δt είναι $\Delta V = \pi r^2 v_i \Delta t$. (β) Ο όγκος αέρα που περνά από τον ίδιο δίσκο ανά μονάδα χρόνου είναι $\Delta V / \Delta t = \pi r^2 v_i$.

Θα ονομάσουμε αυτή την ποσότητα ισχύ εισόδου. Ο πίνακας 1 δείχνει την ισχύ εισόδου για μερικές τιμές r και v_i . (Η πυκνότητα του αέρα θεωρείται ότι είναι $1,2 \text{ kg/m}^3$).

Πίνακας 1

Ταχύτητα ανέμου (m/s)	Ισχύς εισόδου		
	$r = 3 \text{ m}$	$r = 10 \text{ m}$	$r = 10 \text{ m}$
1	$1,7 \times 10^1$	$1,0 \times 10^2$	$7,6 \times 10^2$
5	$2,1 \times 10^3$	$2,4 \times 10^4$	$9,3 \times 10^4$
15	$5,7 \times 10^4$	$6,3 \times 10^5$	$2,5 \times 10^6$
25	$2,6 \times 10^5$	$2,9 \times 10^6$	$1,2 \times 10^7$

Η τελευταία στήλη του πίνακα 1 αντιστοιχεί χονδρικά στη στροβιλογεννήτρια που φαίνεται στο σχήμα 10-2. Όπως βλέπουμε, μεγάλοι ανεμόμυλοι έχουν σημαντική ισχύ εισόδου με μέτριους ανέμους.

Ποιος είναι ο συντελεστής αποδόσεως των ανεμομύλων; Ο πίνακας 2 δίνει περιοχές τιμών για μερικούς τύπους ανεμομύλων. (Η απόδοση εξαρτάται από την ταχύτητα του ανέμου). Ακόμη και ο πιο σύγχρονος μετατροπέας ενέργειας ανέμου έχει απόδοση κάτω από 60%. Μπορεί η πιο δραστική μείωση τριβής να φέρει την απόδοση κοντά στο $\eta = 1$; Η απάντηση είναι «όχι». Για να μετατρέψει ένα μέρος της κινητικής ενέργειας του ανέμου σε ωφέλιμο έργο, ο ρότορας πρέπει να επιδραδύνει τον άνεμο. Αναγκαστικά αυτό υψώνει την πίεση του αέρα εμπρός από το ρότορα. Ο συμπιεσμένος αέρας ωθεί επίσης τον αέρα γύρω του και αυτό το έργο χάνεται. Κάποια κινητική ενέργεια παραμένει επίσης στον αέρα που ρέει πίσω από το ρότορα.

Πίνακας 2

Είδος ανεμογεννήτριας	η (%)
Δανέζικη	5-10
LaCour	20-22
Χαλύβδινος (American farm)	30-35
Αεριοστρόβιλος	35-40
Στροβιλογεννήτρια (εικ. 10-2)	53 (σε 8 m/s)

Η ποσοτική ανάλυση του προβλήματος, παρόλο που είναι μακροσκελής, στηρίζεται στο νόμο του Νεύτωνα, τον ορισμό του έργου και τη σχέση μεταξύ μάζας, όγκου και πυκνότητας. Το αποτέλεσμα του υπολογισμού είναι ότι η μέγιστη απόδοση, αγνοώντας την τριβή, είναι $\eta = 0,59$ (ή 59%). Έτσι η στροβιλογεννήτρια του σχήματος 10-2 έχει σχεδόν τη μέγιστη απόδοση. Οι μεταβολές ενέργειας σε ένα ανεμόμυλο συνοψίζονται στο σχήμα 10-4. Το σχήμα έχει σχεδιασθεί υπό κλίμακα για τη στροβιλογεννήτρια.



Σχήμα 10-4 Σχηματική απεικόνιση της μετατροπής της ενέργειας στη στροβιλογεννήτρια. Περίπου 53% της εισαγόμενης ενέργειας μετατρέπεται σε ωφέλιμο έργο, περίπου 11% απομακρύνεται με τον άνεμο ως κινητική ενέργεια και περίπου 36% χάνεται ως έργο στον αέρα του περιβάλλοντος.

3. Να εξηγήσετε γιατί η ισχύς εισόδου ενός ανεμομύλου είναι ανάλογη με την τρίτη δύναμη της ταχύτητας του ανέμου.
4. (α) Φανταστείτε μία σειρά από φορτηγά αυτοκίνητα μάζας $3,0 \times 10^3 \text{ kg}$ που κινούνται με 25 m/s . Πόσα τέτοια φορτηγά πρέπει να περάσουν ανά δευτερόλεπτο από ένα σημείο του δρόμου, ώστε η «ισχύς εισόδου» τους να ισούται με την ισχύ ενός ανέμου που έχει την ίδια ταχύτητα και κινείται καθέτως μέσα σε έναν κύκλο ακτίνας 10 m ;
- (β) Αν τα φορτηγά έχουν ίσες αποστάσεις μεταξύ τους, ποια είναι αυτή η απόσταση;
5. Ένας χαλύβδινος ανεμόμυλος (πίνακας 2) αντλεί νερό από ένα πηγάδι βάθους 10 m . Ο ρότοράς του έχει ακτίνα $1,0 \text{ m}$. Ποια είναι η μεγαλύτερη ποσότητα νερού που μπορεί να αντληθεί με ταχύτητα ανέμου 12 m/s ;
6. Χρησιμοποιήστε τις πληροφορίες των σχημάτων 10-2 και 10-4, για να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια που απομένει, όταν ένας άνεμος 8 m/s κινεί τη στροβιλογεννήτρια του σχήματος 10-2.

10-3 Ροή θερμότητας.

Από την καθημερινή ζωή γνωρίζετε ότι ένα πιάτο σούπας συνεχώς κρυώνει μέχρι να φθάσει τη θερμοκρασία δωματίου. Η εσωτερική ενέργεια του δωματίου με τον αέρα, τα έπιπλα και τους τοίχους του, είναι πολύ μεγαλύτερη από την εσωτερική ενέργεια του πιάτου της σούπας. Όμως η ροή της εσωτερικής ενέργειας γίνεται από την υψηλή θερμοκρασία της σούπας προς τη χαμηλή θερμοκρασία του περιβάλλοντος. Όταν συμβαίνει μια ανταλλαγή εσωτερικής ενέργειας μεταξύ δυο σωμάτων με διαφορετικές θερμοκρασίες χωρίς να παράγεται έργο, λέμε ότι υπάρχει **ροή θερμότητας**. Η θερμότητα ρέει από υψηλότερη σε χαμηλότερη θερμοκρασία, ποτέ κατά την αντίθετη φορά.

Με μόνη εξαίρεση το σημείο τήξεως και το σημείο βρασμού, η αύξηση της εσωτερικής ενέργειας ενός σώματος λόγω ροής θερμότητας Q θα αυξήσει τη θερμοκρασία του σώματος κατά ΔT . Η σχέση μεταξύ των δυο ποσοτήτων εκφράζεται από την εξίσωση:

$$Q = mc\Delta T$$

Εδώ, m είναι η μάζα του σώματος και c η ειδική θερμότητά του (βλ. παράγρ. 9-9). Για παράδειγμα, μια ροή θερμότητας $3,0 \times 10^4 \text{ J}$ προς $4,0 \text{ kg}$ νερού ($c = 4,2 \times 10^3 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$) θα προκαλέσει αύξηση θερμοκρασίας:

$$\Delta T = \frac{Q}{mc} = \frac{3,0 \times 10^4}{4,0 \times 4,2 \times 10^3} ^\circ\text{C} = 1,7^\circ\text{C}$$

Η ροή θερμότητας προς ένα σώμα λαμβάνεται ως θετική. Το γινόμενο της μάζας επί την ειδική θερμότητα (mc) ονομάζεται **θερμοχωρητικότητα** ενός σώματος. Όσο μεγαλύτερη είναι η θερμοχωρητικότητα ενός σώματος, τόσο μικρότερη είναι η μεταβολή της θερμοκρασίας, που παράγεται από ένα ορισμένο ποσό ροής θερμότητας προς το σώμα.

Συνήθως χρησιμοποιούμε υγρά και αέρια για να προμηθεύσουμε σταθερή ροή θερμότητας. Αυτό γίνεται στις μηχανές αυτοκινήτων με κυκλοφορία νερού που θερμαίνεται από τη μηχανή και αποδίδει θερμότητα στην ατμόσφαιρα διαμέσου του «ψυγείου». Εσωτερική ενέργεια από το λέβητα στα σπίτια διανέμεται συχνά με ζεστό νερό στα σώματα του καλοριφέρ κατά τον ίδιο τρόπο. Τέτοιες ανταλλαγές θερμότητας παίζουν ζωτικό ρόλο στις θερμικές μηχανές όπως θα δούμε στην επόμενη παράγραφο.

-
7. Αναμιγνύουμε δυο λίτρα νερού 40°C με δυο λίτρα νερού 20°C μέσα σε μονωμένο δοχείο. Η τελική θερμοκρασία του νερού είναι 30°C .
 (α) Πόση θερμότητα έρευσε προς το κρύο νερό;
 (β) Πόση θερμότητα έρευσε προς το ζεστό νερό;
 8. Τοποθετούμε μια πέτρα θερμοχωρητικότητας $50 \text{ J/}^\circ\text{C}$ θερμοκρασίας 60°C μέσα σε 5 kg νερού σε 22°C (θερμοκρασία δωματίου).
 (α) Να υπολογίσετε τη θερμότητα που προσδίδεται στο νερό, αμελώντας την αύξηση θερμοκρασίας του.
 (β) Να χρησιμοποιήσετε την απάντησή σας στην ερώτηση (α) και να υπολογίσετε την αύξηση θερμοκρασίας του νερού. Ήταν σωστό να αμελήσετε την αύξηση θερμοκρασίας του νερού, όταν υπολογίσετε την προσδιδόμενη θερμότητα;
 9. Ας υποθέσουμε ότι 10 λίτρα (10 kg) ψυκτικού υγρού φεύγει ανά λεπτό από τη μηχανή ενός αυτοκινήτου, μπαίνει στον κυκλοφορητή με θερμοκρασία 100°C και δγαίνει με θερμοκρασία 40°C . Η ειδική θερμότητα του ψυκτικού υγρού είναι $3,2 \text{ J/g} \cdot ^\circ\text{C}$. Με τι ρυθμό ανταλλάσσεται η θερμότητα με τον αέρα;
-

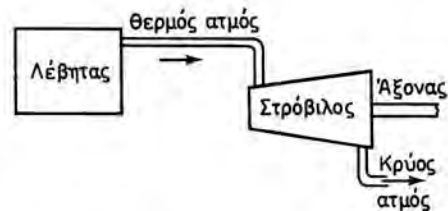
10-4 Ο ατμοστρόβιλος: Μια θερμική μηχανή.

Οι θερμικές μηχανές είναι συσκευές που μετατρέπουν την εσωτερική ενέργεια σε άλλες μορφές ενέργειας εκτελώντας έργο. Παρατηρούμε συχνά στην κουζίνα τέτοιες συσκευές, στην πιο πρωτόγονη και ανεπιθύμητη μορφή τους. Το καπάκι της χύτρας, όπου βράζει νερό,

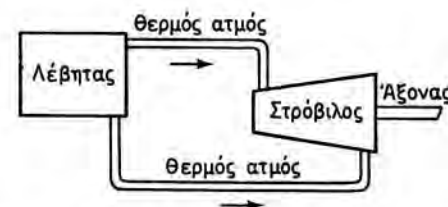
αναπηδά και δημιουργεί το γνωστό θόρυβο. Η φυσική εξήγηση γι' αυτό το αναπηδητό είναι απλή. Η πίεση του ατμού στη χύτρα δημιουργεί μια δύναμη προς τα επάνω και ωθεί το καπάκι. Όταν η δύναμη είναι μεγαλύτερη από το βάρος του καπακιού, θα το σηκώσει. Η θερμοκρασία του νερού, που διαστέλλεται, θα μειωθεί λίγο. Η αύξηση της δυναμικής ενέργειας, εξαιτίας της βαρύτητας, του καπακιού γίνεται σε βάρος της εσωτερικής ενέργειας του ατμού. Όταν το καπάκι ανασκώνεται, διαφεύγει λίγος ατμός και η πίεση μειώνεται. Το καπάκι πέφτει και θα σηκωθεί ξανά όταν η πίεση αυξηθεί πάλι. Αν θράζαμε το νερό με μόνο σκοπό να ανασκωθεί το καπάκι, θα προσπαθούσαμε να μειώσουμε στο ελάχιστο τον ατμό που διαφεύγει. Η παλιά ατμομηχανή, που ήδη είχε τελειοποιηθεί πολύ το δέκατο όγδοο αιώνα, αποτελεί επέκταση και εφαρμογή της ίδιας ιδέας του καπακιού που αναπηδά. Η μηχανή ντήζελ είναι άλλο ένα παράδειγμα θερμικής μηχανής. Και στους δυο τύπους μηχανών θερμά αέρια πιέζουν έμβολα και κατά τη διαδικασία αυτή τα αέρια ψύχονται. Η περιοδική κίνηση των εμβόλων μετατρέπεται σε κυκλική κίνηση των τροχών. Ένα άλλο είδος θερμικής μηχανής είναι οι αεριοστρόβιλοι, που χρησιμοποιούνται σε μηχανές αεροπλάνων και οι ατμοστρόβιλοι που χρησιμοποιούνται στα μεγάλα εργοστάσια ηλεκτροπαραγωγής. Για να επωφεληθούμε από την προηγούμενη συζήτησή μας για τους ανεμόμυλους, θα συγκεντρωθούμε στους ατμοστρόβιλους.

Η λεπτομερής περιγραφή ενός ατμοστρόβιλου θα ήταν περίπλοκη και περιττή για την κατανόηση της μέγιστης αποδόσεως των μηχανών θερμότητας. Γι' αυτό το λόγο θα χρησιμοποιήσουμε μόνο σχηματικά διαγράμματα. Το σχήμα 10-5 δείχνει τα μέρη ενός ατμοστρόβιλου που παράγουν έργο. Το νερό θερμαίνεται στο λέβητα για να παράγει ατμό υψηλής θερμοκρασίας και πίεσεως. (Η θέρμανση γίνεται είτε με κάρβουνο είτε με πυρηνικό καύσιμο). Ένας σωλήνας συνδέει το λέβητα με το ρότορα του στρόβιλου. Ο ρότορας έχει αρκετές σειρές από μικρές λεπίδες που στερεώνονται επάνω σε ένα κεντρικό στέλεχος σαν να είναι πολλοί μικροί ανεμόμυλοι επάνω στον ίδιο άξονα. Λόγω της υψηλής πίεσεως ασκείται δύναμη επάνω στις λεπίδες και τις αναγκάζει να περιστρέφονται. Όσο ο ατμός κινείται ανάμεσα στις κινούμενες λεπίδες, η θερμοκρασία του μειώνεται γιατί ένα μέρος από την εσωτερική του ενέργεια μετατρέπεται σε έργο που παράγεται από την περιστρεφόμενη άτρακτο σε όποια συσκευή είναι συνδεδεμένη με αυτήν. Όταν ο ρότορας περιστρέφεται με σταθερό ρυθμό, η κινητική του ενέργεια παραμένει σταθερή. Με αυτή τη συνθήκη το έργο που παράγεται από τον ατμό ισούται με το έργο που παράγει η άτρακτος.

Αν σχεδιάσουμε το ρότορα, έτσι ώστε η θερμοκρασία εξόδου του ατμού να είναι όσο το δυνατό πιο χαμηλή, μπορούμε να ελπίζουμε ότι θα μετατρέψουμε την περισσότερη δυνατή εσωτερική ενέργεια σε ωφέλιμο έργο. Όμως, ο ατμοστρόβιλος που φαίνεται στο σχήμα 10-5 δεν μπορεί να λειτουργεί διαρκώς, γιατί θα τελειώσει κάποτε ο ατμός του λέβητα. Αν απλώς επιχειρήσουμε τον κρύο ατμό που βγαίνει από το ρότορα να τον επαναφέρουμε στο λέβητα με ένα σωλήνα, όπως φαίνεται στο σχήμα 10-6, είναι βέβαιο πως δεν θα καταφέραμε τίποτα. Αντί να μπαίνει στο λέβητα κρύος ατμός χαμηλής πίεσεως, θα βγαίνει από το λέβητα θερμός ατμός υψηλής πίεσεως και θα πηγαίνει ακριβώς πίσω από το

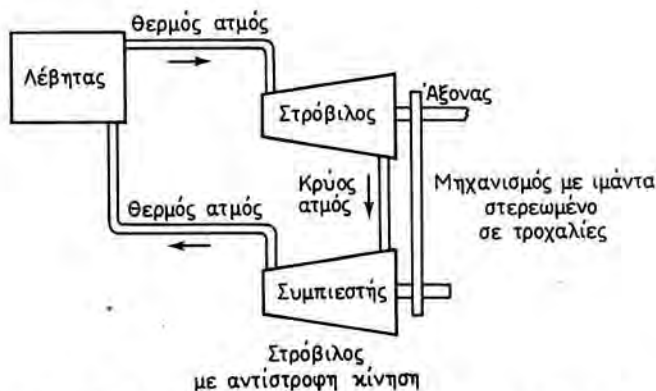


Σχήμα 10-5 Σχηματικό διάγραμμα ενός ατμοστρόβιλου. Εδώ ο κρύος ατμός διαφεύγει στον αέρα. Με αυτή τη μορφή ο στρόβιλος θα λειτουργήσει έως ότου εξαντληθεί το νερό στο λέβητα.



Σχήμα 10-6 Ο κρύος ατμός δεν θα επιστρέψει στο λέβητα με τη διάταξη που φαίνεται σε αυτό το σχήμα.

Σχήμα 10-7 Μία διάταξη με την οποία ο ατμός επιστρέφει στο λέβητα. Μπορεί να λειτουργήσει μόνο υπό ιδανικές συνθήκες και ακόμη και τότε ο στρόβιλος δεν θα μπορούσε να παράγει ωφέλιμο έργο.



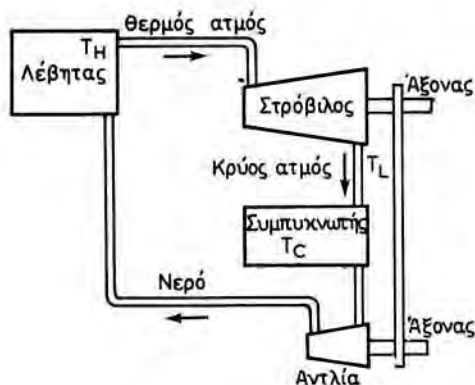
ρότορα. Η πίεση στις δύο πλευρές του στροβίλου θα εξισωθεί και δεν θα υπάρχει συνισταμένη δύναμη που να ασκείται στις λεπίδες. Ο στρόβιλος δεν θα κινηθεί.

Για να αυξηθεί η πίεση του ατμού μέχρι την τιμή της μέσα στο λέβητα, χρειάζεται ένας συμπιεστής. Μπορούμε να φαντασθούμε ένα συμπιεστή σαν ένα ρότορα που περιστρέφεται αντίστροφα. Οι λεπίδες ωθούν τον ατμό και έτσι αυξάνουν τη θερμοκρασία και την πίεσή του. Αντί να παράγει έργο ο ατμός επάνω στο ρότορα, ο ρότορας παράγει έργο στον ατμό. Έτσι ένας ατμοστρόβιλος, όπου κυκλοφορεί ατμός, μπορεί να παρασταθεί όπως στο σχήμα 10-7. Αν δεν διαφεύγει θερμότητα και αν δεν υπάρχει πουθενά τριβή, τότε η αύξηση σε εσωτερική ενέργεια του ατμού, που περνά μέσα από το συμπιεστή, θα ισούται με τη μείωση σε εσωτερική ενέργεια του ίδιου ποσού ατμού που περνά μέσα από το ρότορα παράγοντας έργο. Άρα, ακόμη και υπό ιδανικές συνθήκες ο στρόβιλος που περιγράφεται στο σχήμα 10-7 δεν θα είναι ικανός να παράγει ωφέλιμο έργο. Όλο το έργο που παράγεται από τον ατμό θα χρειασθεί για να λειτουργήσει ο συμπιεστής.

Χειριστήκαμε τον ατμό μέχρι τώρα σαν να ήταν αέρας, δηλαδή ένα αέριο μακριά από το σημείο υγροποίησής του. Το πλεονέκτημα του ατμού έναντι του αέρα είναι ότι, όταν ο ατμός ψύχεται, γίνεται νερό. Για να συμπιεσθεί το νερό στην ίδια πίεση, χρειάζεται πολύ λιγότερο έργο από ό,τι χρειάζεται ο θερμός ατμός ή ο αέρας γιατί ο όγκος του νερού δεν μεταβάλλεται σχεδόν καθόλου με την πίεση.

Επομένως, λύνομε το πρόβλημα κυκλοφορίας του ατμού αν τον υγροποιήσουμε, μόλις εξέλθει από το ρότορα, ο οποίος παράγει έργο. Αυτό γίνεται με ένα συμπυκνωτή. Ο συμπυκνωτής είναι σαν το ψυγείο του αυτοκινήτου, με τη διαφορά ότι έχει ατμό μέσα και νερό από έξω και όχι νερό μέσα και ατμό από έξω. Η άντληση του νερού, για να ξαναγυρίσει στο λέβητα, χρειάζεται ένα μικρό μέρος από το έργο που παράγεται στο στρόβιλο από τον ατμό. Τα ουσιαστικά χαρακτηριστικά ενός πραγματικού ατμοστρόβιλου δίνονται στο σχήμα 10-8.

Τώρα, για να μετατρέψουμε όσο το δυνατόν περισσότερη εσωτερική ενέργεια του ατμού σε ωφέλιμο έργο, χρειαζόμαστε τη μεγαλύτερη δυνατή διαφορά θερμοκρασίας $T_H - T_L$ (σχ. 10-8). Αλλά, επειδή η θερμότητα ρέει μόνον από ένα σώμα με υψηλότερη θερμοκρασία σε ένα σώμα με χαμηλότερη θερμοκρασία, η θερμοκρασία του εξερχόμενου ατμού πρέπει να είναι υψηλότερη από τη θερμοκρασία του συμπυκνωτή: $T_L > T_C$. Η θερμοκρασία του συμπυκνωτή δεν μπορεί να είναι χαμηλότε-



Σχήμα 10-8 Τέσσερα αναγκαία τμήματα ενός πραγματικού ατμοστρόβιλου. Το έργο που χρειάζεται για να κινηθεί η αντλία είναι πολύ μικρότερο από το έργο που παράγεται από το στρόβιλο.

ρη από τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος αέρα, ποταμού ή θάλασσας. Έτσι δεν μπορούμε παρά να αφήσουμε τον ατμό να βγει με θερμοκρασία **υψηλότερη** από του περιβάλλοντος, και κατόπιν να τον ψύξουμε ανταλλάσσοντας εσωτερική ενέργεια με το συμπυκνωτή. Αυτή η ενέργεια που ανταλλάσσεται είναι χαμένη, αλλά δεν μπορούμε να κάνουμε διαφορετικά.

10. Ο ατμοστρόβιλος ενός εργοστασίου ηλεκτρισμού παράγει ωφέλιμη ισχύ 650 MW. Ο κινητήρας που κινεί την αντλία χρειάζεται 30.000 hp (ίππους). Ποιο κλάσμα της ισχύος καταναλώνεται από την αντλία; (1 hp = 750 W).

10-5 Η μέγιστη απόδοση των θερμικών μηχανών.

Το σχήμα 10-9 δείχνει μια ποιοτική απεικόνιση του ισολογισμού της ενέργειας σε ένα ατμοστρόβιλο. Μπορούμε να φαντασθούμε ένα ιδανικό στρόβιλο, όπου μπορούν να αγνοηθούν οι απώλειες λόγω τριβής και το έργο στην αντλία. Όμως δεν μπορούμε να αγνοήσουμε τη ροή της θερμότητας από τον ατμό στο συμπυκνωτή*. Χωρίς αυτήν, ο στρόβιλος δεν μπορεί να λειτουργήσει. Στον ιδανικό ατμοστρόβιλο αυτή η ροή θα είναι όσο γίνεται πιο μικρή.



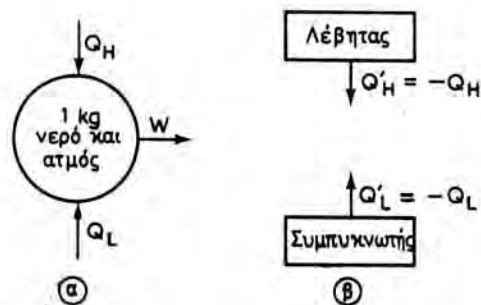
Σχήμα 10-9 Σχηματική απεικόνιση της μετατροπής ενέργειας σε ένα ατμοστρόβιλο.

Ας παρακολουθήσουμε ένα πλήρη κύκλο 1 kg νερού μέσα σε ένα ιδανικό ατμοστρόβιλο, ξεκινώντας από την είσοδό του στο λέβητα. Στο λέβητα, ένα ποσό θερμότητας Q_H μεταδίδεται στο νερό και το μετατρέπει σε ατμό. Καθώς ο ατμός περνά μέσα από το ρότορα και παράγει έργο, ψύχεται. Στο συμπυκνωτή το 1 kg του ατμού αποβάλλει θερμότητα. Η θερμότητα Q_L που μεταδίδεται στον ατμό θα είναι αρνητική (σχ. 10-10). Στην αντλία δεν υπάρχει ροή θερμότητας από το νερό και το έργο που γίνεται στο νερό είναι αμελητέο. Το 1 kg νερού φθάνει στην είσοδο του λέβητα με την ίδια ακριβώς θερμοκρασία που είχε στο τέλος του προηγούμενου κύκλου και επομένως με την ίδια εσωτερική ενέργεια.

Άρα, από τη διατήρηση της ενέργειας, το έργο W , που παράγεται από τον ατμό, είναι:

$$W = Q_H + Q_L$$

* Αυτή η θερμότητα ανά μονάδα μάζας ονομάζεται **θερμότητα συμπτυκνώσεως** ή υγροποιήσεως.



Σχήμα 10-10 (α) Η ροή θερμότητας μέσα σε 1 kg νερού/ατμού κατά τη διάρκεια ενός ολόκληρου κύκλου μέσα από το στρόβιλο. Το έργο W παράγεται από τον ατμό στα πτερύγια του ρότορα. (β) Οι ίδιες ροές θερμότητας όπως στο (α) αναφέρονται στο λέβητα και στο συμπυκνωτή.

Ο συντελεστής αποδόσεως η αυτής της θερμικής μηχανής ατμού είναι:

$$\eta = \frac{\text{εξερχόμενο ωφέλιμο έργο}}{\text{εισερχόμενη ενέργεια}} = \frac{Q_H + Q_L}{Q_H} = 1 + \frac{Q_L}{Q_H}$$

Αυτό το συμπέρασμα ισχύει για όλες τις θερμικές μηχανές και όχι μόνο για τον ατμοστρόβιλο. Οι ποσότητες Q_H και Q_L μπορούν να προσδιορισθούν πειραματικά. Μπορούμε να τις χρησιμοποιήσουμε για να υπολογίσουμε το συντελεστή αποδόσεως, που θα είχε η θερμική μηχανή, αν δεν υπήρχε τριβή και άλλες απώλειες. Οι μετρήσεις δείχνουν ότι ο συντελεστής αποδόσεως αυξάνεται όταν η θερμοκρασία T_H του ατμού που μπαίνει στο στρόβιλο αυξάνεται και όταν η θερμοκρασία του ατμού T_L που βγαίνει από το στρόβιλο μειώνεται. Όμως για όλους τους πραγματικούς ατμοστρόβιλους:

$$\eta < 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

Εδώ, και οι δυο θερμοκρασίες μετρούνται στην κλίμακα κέλβιν (βλ. παράγρ. 9-1).

Ο συντελεστής αποδόσεως πλησιάζει στο $1 - T_L/T_H$, όταν όλες οι μεταφορές θερμότητας συμβαίνουν με μικρές διαφορές θερμοκρασίας. Η θερμοκρασία δηλαδή στο συμπυκνωτή είναι λίγο χαμηλότερη από τη θερμοκρασία του εισερχόμενου ατμού και το νερό θερμαίνεται σταδιακά πριν φθάσει στο λέβητα.

Με άλλα λόγια, η ροή θερμότητας από το λέβητα χρησιμοποιείται σχεδόν εξ ολοκλήρου για να εξατμισθεί το νερό και όχι για να θερμανθεί. Παρομοίως η ροή θερμότητας στο συμπυκνωτή χρησιμοποιείται για να υγροποιήσει τον υδρατμό (ατμό) παρά για να τον ψύξει. Κατ' επέκταση (καθώς και με θεωρητικούς υπολογισμούς) μπορούμε να δείξουμε ότι η μέγιστη απόδοση οποιασδήποτε θερμικής μηχανής, που λειτουργεί μεταξύ των θερμοκρασιών T_H και T_L , είναι:

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

Είδαμε όμως ότι με την απουσία της τριβής και άλλων απωλειών θερμότητας ο συντελεστής αποδόσεως είναι:

$$\eta = 1 + \frac{Q_L}{Q_H}$$

Αυτή η τελευταία εξίσωση ισχύει και για $\eta_{\max}$. Επομένως για την πιο αποδοτική ιδανική θερμική μηχανή:

$$1 + \frac{Q_L}{Q_H} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

Δηλαδή:

$$\frac{-Q_L}{Q_H} = \frac{T_L}{T_H}$$

Καταλήγουμε λοιπόν στο ότι, για μέγιστο συντελεστή αποδόσεως ο λόγος της θερμότητας, που αποβάλλεται σε χαμηλή θερμοκρασία, προς τη θερμότητα, που απορροφάται σε υψηλή θερμοκρασία, είναι ίσος προς το λόγο των δυο θερμοκρασιών kelvin. Η τιμή Q_L/Q_H είναι η μικρότερη δυνατή.

11. Σε ένα σύγχρονο εργοστάσιο παραγωγής ηλεκτρισμού ο ατμός αφήνει το λέβητα με θερμοκρασία 537°C και μπαίνει στο συμπυκνωτή με 37°C . Κάτω από αυτές τις συνθήκες ποιος είναι ο μέγιστος συντελεστής αποδόσεως; (Η πραγματική απόδοση του στροβίλου είναι 42%).

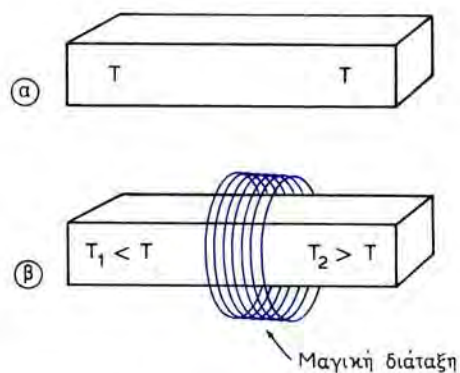
10-6 Εντροπία.

Το γεγονός ότι ο μέγιστος συντελεστής αποδόσεως μιας θερμικής μηχανής δίνεται από $1 - (T_L/T_H)$ έχει πολλές συνέπειες. Πρώτα σημαίνει ότι για $T_L = T_H$, $\eta = 0$. Δεν μπορεί να υπάρξει μηχανή (συσκευή που λειτουργεί συνεχώς), που να παράγει έργο σε βάρος της εσωτερικής ενέργειας του περιβάλλοντος. Για παράδειγμα, δεν υπάρχει αυτοκίνητο που τρέχει ψύχοντας την ατμόσφαιρα.

Επιπλέον, δεν υπάρχει συσκευή, που χωρίς άλλες μετατροπές, την κατάσταση ενός σώματος με ομοιόμορφη θερμοκρασία να τη μετατρέψει σε κατάσταση που να είναι το ένα άκρο του σε υψηλότερη και το άλλο άκρο του σε χαμηλότερη θερμοκρασία (σχ. 10-11). Αν αυτό ήταν δυνατό, θα συνδέαμε αυτό το σώμα με μια θερμική μηχανή και θα χρησιμοποιούσαμε το θερμό άκρο του σώματος ως λέβητα και το ψυχρό άκρο ως συμπυκνωτή της θερμικής μηχανής. Ο συνδυασμός αυτής της συσκευής με τη μηχανή θα ήταν μια θερμική μηχανή με συντελεστή αποδόσεως $\eta > 0$ παρά το γεγονός ότι $T_H = T_L$. Αυτό μας δείχνει ότι η μέγιστη απόδοση μιας θερμικής μηχανής, $\eta \approx 1 - T_L/T_H$ σχετίζεται με το γεγονός ότι η θερμότητα ρέει από μόνη της από υψηλότερη σε χαμηλότερη θερμοκρασία και ποτέ κατ' αντίθετη φορά.

Στη φυσική προσπαθούμε πάντα να περιλαμβάνουμε σε ένα μόνο νόμο όσο το δυνατό περισσότερα φαινόμενα. Μπορούμε να περιλάβουμε τα φαινόμενα που συζητούμε στο νόμο της διατηρήσεως της ενέργειας (βλ. παράγρ. 9-8); Βεβαίως όχι! Ο νόμος της διατηρήσεως της ενέργειας απαιτεί μόνο το άθροισμα όλων των **μεταβολών** ενέργειας από τη μια μορφή στην άλλη να είναι μηδενικό. Σε ό,τι αφορά το νόμο της διατηρήσεως της ενέργειας, ένα αντικείμενο που ακινητοποιείται λόγω τριβής μπορεί να αρχίσει να κινείται πάλι, αν η θερμοκρασία του μειωθεί κατάλληλα. Για να εκφράσουμε τις παρατηρήσεις που μόλις κάναμε, χρειαζόμαστε ένα καινούργιο νόμο που θα λαμβάνει υπόψη όχι μόνο τις μεταβολές ενέργειας αλλά επίσης και τις θερμοκρασίες, κάτω από τις οποίες έγιναν οι μεταβολές.

Ξεκινούμε από τη συνθήκη της μέγιστης αποδόσεως μιας θερμικής



Σχήμα 10-11 (α) Ένα σώμα με ομοιόμορφη θερμοκρασία T . (β) Μία μαγική διάταξη που ψύχει το ένα άκρο και θερμαίνει το άλλο, χωρίς να συμβαίνουν άλλες μεταβολές. Ποτέ δεν κατασκευάστηκε μία τέτοια συσκευή.

μηχανής:

$$\frac{-Q_L}{Q_H} = \frac{T_L}{T_H}$$

Μπορούμε να ξαναγράψουμε αυτή την εξίσωση ως εξής:

$$\frac{Q_L}{T_L} + \frac{Q_H}{T_H} = 0$$

Σημειώστε ότι ο πρώτος όρος της παραπάνω εξισώσεως περιέχει μόνο ποσότητες εκείνης της πλευράς του στροβίλου που έχει χαμηλή θερμοκρασία, ενώ ο δεύτερος όρος περιέχει ποσότητες της πλευράς του στροβίλου με υψηλή θερμοκρασία.

Ας στρέψουμε τώρα την προσοχή μας από το νερό (ή ατμό) στο λέβητα και το συμπυκνωτή. Όπως φαίνεται ήδη στο σχήμα 10-10β, η ροή θερμότητας προς το λέβητα $Q_H = -Q_H$ είναι αρνητική. Η ροή θερμότητας προς το συμπυκνωτή $Q_L = -Q_L$ είναι θετική διότι Q_L είναι αρνητικό.

Αν κάνουμε αντικατάσταση στην τελευταία εξίσωση, θα έχουμε:

$$\frac{Q'_L}{T_L} + \frac{Q'_H}{T_H} = 0$$

Ο αριστερός όρος της εξισώσεως περιγράφει μια μεταβολή σε μια ποσότητα που σχετίζεται με το συμπυκνωτή. Ο δεξιός όρος περιγράφει μια ίση και αντίθετη μεταβολή στην ίδια ποσότητα στο λέβητα. Αυτή η ποσότητα ονομάζεται **εντροπία** και συνήθως συμβολίζεται με το γράμμα S . Τότε:

$$\Delta S_{\text{συμπυκνωτή}} = \frac{Q'_L}{T_L} \quad \text{και} \quad \Delta S_{\text{λέβητα}} = \frac{Q'_H}{T_H}$$

Έτσι:

$$\Delta S_{\text{συμπυκνωτή}} + \Delta S_{\text{λέβητα}} = 0$$

Σε μέγιστη απόδοση το άθροισμα των μεταβολών της εντροπίας του λέβητα και της εντροπίας του συμπυκνωτή ισούται με το μηδέν. Έτσι η συνολική εντροπία παραμένει σταθερή.

Οι πραγματικοί ατμοστροβίλοι λειτουργούν με απόδοση μικρότερη από τη μέγιστη. Για παράδειγμα, η τριβή μειώνει το εξαγόμενο ωφέλιμο έργο και παράγει θερμότητα. Για να αφαιρέσουμε αυτή τη θερμότητα χρησιμοποιούμε σύστημα ψύξεως. Ας υποθέσουμε ότι η θερμότητα που ρέει προς το σύστημα ψύξεως είναι Q_C και ότι η θερμοκρασία του συστήματος ψύξεως είναι T_C . Τότε η εντροπία του συστήματος ψύξεως θα αυξηθεί κατά:

$$\Delta S_{\text{ψύξεως}} = \frac{Q'_C}{T_C} > 0$$

Επομένως, η συνολική μεταβολή της εντροπίας θα είναι:

$$\Delta S_{\text{ψύξεως}} + \Delta S_{\text{συμπυκνωτή}} + \Delta S_{\text{λέβητα}} > 0$$

Όλοι οι άλλοι παράγοντες που μειώνουν την απόδοση ενός πραγματικού ατμοστροβίλου ή άλλων θερμικών μηχανών παράγουν πλεονάζουσα ροή θερμότητας σε βάρος του ωφέλιμου έργου. Αυτή η ροή θερμότητας στο τμήμα της μηχανής που έχει χαμηλή θερμοκρασία παράγει πλεονάζουσα αύξηση εντροπίας. Επομένως συμπεραίνουμε ότι πραγματικές μηχανές θερμότητας παράγουν αύξηση εντροπίας.

Από τους ορισμούς του ΔS προκύπτει ότι μονάδα της εντροπίας είναι J/K. Είναι ίδια με τη μονάδα της θερμοχωρητικότητας. Αλλά η θερμοχωρητικότητα εκφράζεται είτε σε J/°C είτε σε J/K, διότι στον ορισμό παρουσιάζεται μόνο μεταβολή θερμοκρασίας και όχι η θερμοκρασία αυτή καθεαυτή. Η κατάσταση μέγιστης αποδόσεως μιας θερμικής μηχανής που μας οδήγησε στον ορισμό της μεταβολής της εντροπίας περιέχει αυτή καθεαυτή τη θερμοκρασία σε kelvin. Γι' αυτό το λόγο, αν χρησιμοποιούμε καθιερωμένες μονάδες, πρέπει να εκφράζουμε τη μεταβολή της εντροπίας σε J/K. Θα θυμάστε ότι οι νόμοι για τα αέρια μπορούσαν να πάρουν απλούστατη μορφή όταν εκφράζαμε τη θερμοκρασία στην κλίμακα kelvin (βλ. παράγρ. 9-1). Είναι χαρακτηριστικό ότι η ανώτατη απόδοση μιας θερμικής μηχανής παίρνει απλούστατη μορφή σε κλίμακα θερμοκρασιών με το ίδιο μηδενικό σημείο.

-
12. (α) Η εξίσωση $\Delta S = Q/T$ ορίζει μόνο μεταβολές σε εντροπία. Μπορείτε να δάλετε το μηδέν της εντροπίας όπου θέλετε;
 (β) Πού συναντήσατε στα προηγούμενα κεφάλαια μια παρόμοια κατάσταση, όπου μια ποσότητα ορίζεται από μια μεταβολή;
-

10-7 Μεταβολές εντροπίας σε μερικές άλλες περιπτώσεις.

Όταν δυο μη ελαστικές μπάλες ίσης μάζας και με ίσες και αντίθετες ταχύτητες συγκρούονται, ακινητοποιούνται. Η κινητική ενέργεια μετατρέπεται σε εσωτερική ενέργεια. Η αύξηση της θερμοκρασίας αντιστοιχεί σε ροή θερμότητας

$$Q = 2E_K,$$

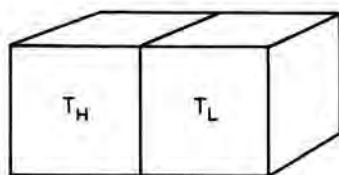
όπου E_K είναι η κινητική ενέργεια της μιας μπάλας.

Όταν η μεταβολή της θερμοκρασίας που ακολουθεί είναι μικρή, συγκριτικά με την αρχική θερμοκρασία (σε κλίμακα kelvin!) στις μη ελαστικές μπάλες, η σύγκρουση προκαλεί την ακόλουθη μεταβολή εντροπίας:

$$\Delta S = \frac{2E_K}{T}$$

Η κινητική ενέργεια είναι πάντοτε θετική. Επομένως:

$$\Delta S > 0$$



Σχήμα 10-12 Φέρνουμε σε επαφή δυο υλικά τεμάχια με θερμοκρασίες T_H και T_L . Για το πρώτο μικρό ποσό θερμότητας που μεταφέρεται η μεταβολή της εντροπίας είναι:

$$-\frac{q}{T_H} + \frac{q}{T_L} > 0$$

Σε κάθε σύγκρουση, που είναι έστω και λίγο μη ελαστική, παράγεται κάποια θερμότητα και επομένως υπάρχει αύξηση εντροπίας. Μόνο σε ιδανική ελαστική σύγκρουση είναι $\Delta S = 0$.

Τώρα, εξετάσετε δυο όμοια κομμάτια χαλκού με θερμοκρασίες T_H και $T_L < T_H$. Τα φέρνουμε σε επαφή και τα απομονώνετε από το περιβάλλον τους. Όπως το περιμένετε και τα δυο κομμάτια θα φθάσουν στην τελική θερμοκρασία $\frac{1}{2}(T_H + T_L)$. Η διατήρηση της ενέργειας μας δείχνει ότι το θερμό κομμάτι έχασε θερμότητα τόση, όση κέρδισε το άλλο κομμάτι. Ή, για να το πούμε διαφορετικά, η θερμότητα που δγήκε από το θερμό κομμάτι ισούται με τη θερμότητα που μπήκε στο ψυχρό κομμάτι. Κέρδισε το κρύο κομμάτι όση εντροπία έχασε το θερμό κομμάτι; Εδώ δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη σχέση

$$\Delta S = \frac{Q}{T}$$

γιατί η θερμοκρασία μεταβάλλεται όσο ανταλλάσσεται θερμότητα. Πάντως η απάντηση στην παραπάνω ερώτηση είναι με δεβαιότητα «Όχι». Για να το καταλάβετε, εξετάστε μια πολύ μικρή ποσότητα της θερμότητας που ανταλλάχθηκε. Έστω ότι το q είναι τόσο μικρό, ώστε οι δυο θερμοκρασίες σχεδόν να μην έχουν μεταβληθεί (σχ. 10-12). Τότε η μεταβολή εντροπίας του θερμού κομματιού πλησιάζει πολύ το $-q/T_H$ και η μεταβολή εντροπίας του ψυχρού κομματιού πλησιάζει πολύ το $+q/T_L$. Αφού $T_H > T_L$:

$$\frac{q}{T_H} < \frac{q}{T_L}$$

Έτσι:

$$\Delta S = -\frac{q}{T_H} + \frac{q}{T_L} > 0$$

Όταν ανταλλάσσεται μια επιπλέον μικρή ποσότητα θερμότητας q , οι δυο θερμοκρασίες θα πλησιάσουν περισσότερο αλλά η μια θα μένει ακόμη υψηλότερη από την άλλη.

Για το λόγο αυτό και για την επόμενη ποσότητα q , $\Delta S' > 0$. Έτσι μπορούμε να είμαστε βέβαιοι ότι για τη συνολική μεταβολή της εντροπίας έχουμε $\Delta S > 0$.

-
13. (α) Μια μπάλα από πλαστελίνη μάζας 0,50 kg κτυπά ένα τοίχο με 3,0 m/s και κολλά σ' αυτόν. Η θερμοκρασία και των δυο σωμάτων είναι 20° C. Ποια είναι η μεταβολή εντροπίας; (Η ειδική θερμότητα της πλαστελίνης είναι 1×10^3 J/kg °C).
- (β) Για να μετατραπεί 1 g πάγου σε νερό στους 0° C χρειάζονται 340 J. Ποια είναι η μεταβολή της εντροπίας του πάγου κατά τη διαδικασία αυτή;
- (γ) Πώς συγκρίνεται η απάντησή σας στη (β) με την απάντησή σας στη (γ) ερώτηση;
-

10-8 Ο δεύτερος νόμος της θερμοδυναμικής.

Η μεταφορά θερμότητας από θερμό σε ψυχρό σώμα, οι μη ελαστικές συγκρούσεις και οι πιο σύνθετες διαδικασίες, που συμβαίνουν σε μια θερμική μηχανή, έχουν μια κοινή ιδιότητα: Το άθροισμα των μεταβολών εντροπίας είναι πάντοτε θετικό. Μόνο σε ιδανικές καταστάσεις $\Delta S = 0$. Η γενίκευση αυτών των συμπερασμάτων είναι ότι σε κάθε πραγματική διαδικασία το άθροισμα των μεταβολών εντροπίας είναι θετικό. Μόνο σε ιδανικές καταστάσεις η μεταβολή της εντροπίας είναι μηδενική. Επομένως η εντροπία αυξάνεται πάντοτε. Στην καλύτερη περίπτωση μπορεί να μείνει σταθερή, αλλά ποτέ δεν μειώνεται. Αυτή η γενίκευση είναι γνωστή ως ο δεύτερος νόμος της θερμοδυναμικής. (Ο νόμος της διατήρησης της ενέργειας θεωρείται ως ο πρώτος νόμος της θερμοδυναμικής).

Ο δεύτερος νόμος έχει σοβαρές επιπτώσεις για την ανθρώπινη ζωή στον πλανήτη μας. Οι πιο πολλές βιομηχανίες, καθώς και τα μεταφορικά μέσα, εξαρτώνται από θερμικές μηχανές διαφόρων μορφών για να λειτουργήσουν. Οι θερμικές μηχανές χρειάζονται ένα λέβητα υψηλής θερμοκρασίας ή ένα θάλαμο καύσεως για να προμηθεύουν την εσωτερική ενέργεια στον ατμό ή το αέριο που κινεί ένα ρότορα ή ένα έμβολο. Πώς επιτυγχάνεται η υψηλή θερμοκρασία; Η απάντηση είναι: Καίγοντας καύσιμο. Αλλά η ποσότητα των καυσίμων στη γη είναι πεπερασμένη. Επομένως κάποτε τα καύσιμα θα τελειώσουν.

Υπάρχει και άλλο πρόβλημα. Ακόμη και οι πιο αποδοτικές θερμικές μηχανές αυξάνουν τη θερμοκρασία της επιφάνειας της γης. Σε τελευταία ανάλυση, ο αέρας και το νερό είναι μέρη του συμπυκνωτή κάθε θερμικής μηχανής. Καθώς όλο και περισσότεροι άνθρωποι χρησιμοποιούν όλο και περισσότερες θερμικές μηχανές το φαινόμενο γίνεται πιο έντονο. Αυτό το φαινόμενο ονομάζεται «θερμική ρύπανση». Αντίθετα με τη χημική ρύπανση, δεν μπορούμε να αποφύγομε τη θερμική ρύπανση. Αποτελεί ειρωνία ότι το τίμημα για την κάθαρση από τη χημική ρύπανση είναι η αύξηση σε θερμική ρύπανση.

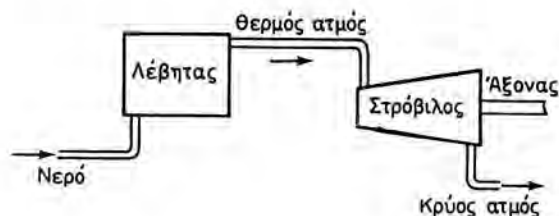
Η λύση τέτοιων προβλημάτων απαιτεί μεγάλη και λεπτομερειακή γνώση επιστήμης και τεχνολογίας. Ο δεύτερος νόμος της θερμοδυναμικής μας καθορίζει τα όρια της τεχνολογίας.

-
14. Όταν ένα αντικείμενο ψύχεται, η εντροπία του μειώνεται. Αυτό παραβιάζει το δεύτερο νόμο της θερμοδυναμικής;
 15. (α) Πόση θερμότητα θα απελευθερωθεί, αν ένα τμήμα του ωκεανού $10^3 \text{ km} \times 10^3 \text{ km} \times 10 \text{ m}$ ψυχθεί κατά 1°C ;
 (β) Αν υποθέσουμε ότι αυτή είναι η παραγόμενη ενέργεια σε ένα εργοστάσιο ισχύος 10^9 J/s (τιμή τάξεως μεγέθους), για πόσο χρόνο θα μπορούσε το εργοστάσιο να προμηθεύσει αυτή την ισχύ;
 (γ) Γιατί οι άνθρωποι εύχονται να ήταν αυτό δυνατό;
-

Για το σπίτι, την τάξη και το εργαστήριο.

16. (α) Η μηχανή X έχει απόδοση 0,8 και η μηχανή Y έχει απόδοση 0,5. Η ενέργεια εξόδου της X χρησιμοποιείται ως ενέργεια εισόδου στην Y. Ποια είναι η απόδοση του συνδυασμού των δυο μηχανών;
- (β) Να δώσετε ένα πραγματικό παράδειγμα δυο μηχανών ενωμένων σε σειρά, όπως στο ερώτημα (α). (Οι αριθμητικές τιμές των αποδόσεων δεν παίζουν ρόλο).
17. Ένα εργοστάσιο ηλεκτρισμού παράγει 750.000 kW ηλεκτρικής ισχύος. Η γεννήτρια κινείται από ένα ατμοστρόβιλο. Στο λέβητα στέλλεται ατμός θερμοκρασίας περίπου 300° C. Το νερό αφήνει το συμπιεστή με θερμοκρασία 38° C. Θεωρήστε ότι η απόδοση του στρόβιλου είναι 30%.
- (α) Πόση θερμότητα ανά δευτερόλεπτο πρέπει να παρέχεται στον ατμό του λέβητα;
- (β) Πόση άχρηστη θερμότητα ανά δευτερόλεπτο στέλλεται στο συμπυκνωτή;
- (γ) Για να μετατραπεί σε ατμό 1 kg νερού στο λέβητα, χρειάζονται $2,6 \times 10^6$ J. Πόσος ατμός παράγεται σε κάθε δευτερόλεπτο στο λέβητα;
- (δ) Όταν μετατρέπεται σε νερό, μέσα στο συμπυκνωτή, ένα χιλιόγραμμο ατμού, απελευθερώνει 2×10^6 J. Πόση θερμότητα πρέπει να φύγει ανά δευτερόλεπτο από το συμπυκνωτή;
18. Υποθέστε ότι η θερμότητα που απελευθερώνεται μέσα στο συμπυκνωτή της προηγούμενης ερωτήσεως μεταφέρεται από νερό ψύξεως που μπαίνει στο συμπυκνωτή με θερμοκρασία 20° C. Αν η αύξηση της θερμοκρασίας του νερού ψύξεως περιορίζεται στους 5° C, πόσο νερό ανά δευτερόλεπτο πρέπει να ρεύσει μέσα από το συμπυκνωτή;
19. Νερό που για πολλούς σκοπούς θεωρείται καθαρό μπορεί να περιέχει 55 g διαλυμένων στερεών σε κάθε τόνο του. Αν υποθέσετε ότι αυτό το νερό εισάγεται στο λέβητα του εργοστασίου ηλεκτρισμού των δυο προηγούμενων ερωτήσεων και αφού χρησιμοποιείται στο συμπυκνωτή, χάνεται, πόσο στερεό αποτίθεται στο λέβητα κάθε μέρα;
20. Υποθέστε ότι αντί να ψύξουμε και να συλλέξουμε τον ατμό σε ένα συμπυκνωτή, αφήνομε τον ατμό ελεύθερο και εισάγουμε καινούργιο νερό κατευθείαν στο λέβητα του ατμοστρόβιλου (σχ. Β).

- (α) Αυτό εξαλείφει το συμπυκνωτή ή ο συμπυκνωτής υπάρχει και είναι απλώς καλυμμένος;
- (β) Θα μπορούσε ο ατμοστρόβιλος στο σχήμα Β να είναι πιο αποδοτικός από το στρόβιλο του σχήματος 10-8; (Υπόδειξη: η πίεση του υδρατμού στο συμπυκνωτή είναι περίπου 5% της ατμοσφαιρικής πίεσεως. Στον ατμοστρόβιλο του σχήματος 10-8 έχει αντληθεί ο αέρας).



Σχήμα Β

21. Η μηχανή ενός αυτοκινήτου χωρίς σιγαστήρα δημιουργεί τρομερό θόρυβο. Ο σιγαστήρας που βρίσκεται στο άκρο της εξατμίσεως της μηχανής μετατρέπει τη συγκεκριμένη ροή των αερίων σε μια ομαλότερη ροή. Ο σιγαστήρας αυξάνει ή μειώνει την απόδοση της μηχανής του αυτοκινήτου; Εξηγήστε.
22. Όταν ο ορισμός της αποδόσεως εφαρμόζεται σε ατμοστρόβιλο, η εισαγόμενη ενέργεια λαμβάνεται ως ροή θερμότητας προς τον ατμό του λέβητα. Σε ένα εργοστάσιο, όπου το καύσιμο είναι κάρβουνο, αυτή η εσωτερική ενέργεια προέρχεται από τη θερμότητα που παράγεται από την καύση του κάρβουνου.
- (α) Όλη αυτή η θερμότητα πραγματικά μεταφέρεται στον ατμό;
- (β) Με βάση την απάντησή σας στην (α) πώς προτείνετε να μεταβληθεί ο ορισμός της αποδόσεως ενός εργοστασίου;
23. Οι μικρές λίμνες «ηλιακής θερμότητας» περιέχουν διάλυμα ορισμένων αλάτων που η πυκνότητά του αυξάνει με το βάθος. Όταν ο ήλιος φωτίζει τη λίμνη, απορροφάται περισσότερη θερμότητα κοντά

στον πυθμένα της λίμνης παρά στην επιφάνειά της. Έχουν κατασκευασθεί αρκετές θερμικές μηχανές που χρησιμοποιούν αυτή τη διαφορά θερμοκρασίας για να παράγουν ηλεκτρισμό.

(α) Ποια θα είναι η ανώτατη απόδοση μιας τέτοιας θερμικής μηχανής, αν η θερμοκρασία στην επιφάνεια είναι 20°C και η θερμοκρασία στο βυθό είναι 70°C ;

(β) Η πραγματική απόδοση ίσως να είναι το μισό της μέγιστης. Γιατί συμφέρει να κατασκευάζουμε τέτοια εργοστάσια ηλεκτρισμού;

24. Για να επιτύχομε υψηλή απόδοση, προσπαθούμε να μειώσουμε την πίεση του ατμού στο πίσω μέρος του ρότορα με την ελάχιστη δυνατή αποβολή θερ-

μότητας. Για να γίνει αυτό, πρέπει η θερμοκρασία του συμπυκνωτή να είναι λίγο χαμηλότερη από τη θερμοκρασία που εισερχόμενου ατμού. Όμως, με αυτές τις συνθήκες η ροή θερμότητας θα είναι πολύ αργή. Για να προκαλέσουμε ταχύτερη ροή θερμότητας μέσα στο συμπυκνωτή, τον κρατούμε σε αρκετά χαμηλότερη θερμοκρασία. Να εξηγήσετε, γιατί αυτό μειώνει την απόδοση του στροβίλου.

25. Ένα πτητικό υγρό σε θερμοκρασία δωματίου θα ψυχθεί σε χαμηλότερη θερμοκρασία από τη θερμοκρασία δωματίου, καθώς εξατμίζεται. Αν εφαρμόσετε το δεύτερο νόμο της θερμοδυναμικής, τι μπορείτε να πείτε για τη μεταβολή της εντροπίας που σχετίζεται με την εξάτμιση ενός υγρού;



Η πείρα σας διδάσκει ότι η γη έλκει όλα τα αντικείμενα ανεξάρτητα αν υπάρχει επαφή μεταξύ της γης και των αντικειμένων. Η δύναμη βαρύτητας δρα από απόσταση μέσα από τον κενό ενδιαμέσο χώρο. Παρόλο ότι η δύναμη βαρύτητας φαίνεται να είναι παρούσα ανάμεσα σε δυο αντικείμενα, η δύναμη αυτή έχει πρακτικό αποτέλεσμα μόνο όταν τουλάχιστον ένα από τα αντικείμενα που αλληλεπιδρούν έχει τεράστια μάζα, όπως π.χ. ένας πλανήτης. Αλλά οι δυνάμεις βαρύτητας δεν είναι οι μόνες δυνάμεις που δρουν από απόσταση μεταξύ των υλικών σωμάτων. Μερικές φορές υπάρχουν δυνάμεις που είναι πολύ μεγαλύτερες. Ένας μικρός μαγνήτης θα σηκώσει ένα ασάλινο καρφί από το τραπέζι υπερνικώντας την έλξη βαρύτητας ολόκληρης της γης. Ένα κτένι που τρίβουμε στο μανίκι μας σηκώνει κομματάκια χαρτί. Ο μαγνήτης και το κτένι παρουσιάζουν αντίστοιχα παραδείγματα μαγνητικών και ηλεκτρικών δυνάμεων.

Παρόλο που η ύπαρξη αυτών των δυνάμεων είναι γνωστή από την αρχαιότητα, μόνο τον τελευταίο αιώνα μπόρεσαν οι φυσικοί να καταλάβουν καλά αυτά τα θέματα. Σπάνιες είναι οι επιστημονικές επιτεύξεις που είχαν τόσο βαθιές και εκτεταμένες συνέπειες. Υπάρχουν αναρίθμητες πρακτικές εφαρμογές. Η δέσμευση της ηλεκτρικής ισχύος και η ανάπτυξη των ηλεκτρικών επικοινωνιών άλλαξαν τον τρόπο της ζωής μας. Από επιστημονικής πλευράς μάθαμε ότι από τις ηλεκτρικές δυνάμεις εξαρτάται η δομή των ατόμων και των μορίων. Ο ηλεκτρισμός έχει σχέση με βιολογικές διαδικασίες, όπως είναι η δράση των νευρών και του εγκεφάλου μας.

11-1 Ηλεκτρισμένα αντικείμενα.

Ας αρχίσουμε με την περιγραφή ενός απλού πειράματος ηλεκτρισμού. Τρίβουμε μία γυάλινη ράβδο με ένα κομμάτι μετάξι και την τοποθετούμε οριζόντια σε ένα αναβολέα που κρέμεται από ένα μεταξωτό νήμα. Κατόπιν τρίβουμε μία δεύτερη γυάλινη ράβδο και την φέρνουμε κοντά στην πρώτη. Οι δυο ράβδοι **απωθούνται** μεταξύ τους.

Επαναλαμβάνουμε το πείραμα με δυο πλαστικές ράβδους που τρίβουμε με χαρτί. Και αυτές οι δυο ράβδοι απωθούνται, όπως οι γυάλινες ράβδοι (σχ. 11-1).

Τελικά τρίβουμε μία γυάλινη ράβδο με μεταξωτό και μία πλαστική με χαρτί. Έπειτα τοποθετούμε τη μία ράβδο στον αναβολέα και φέρνουμε την άλλη κοντά της. Βλέπουμε ότι οι δυο ράβδοι έλκονται μεταξύ τους.

Μπορούμε να κάνουμε παρόμοια πειράματα με άλλα υλικά. Αντικείμενα από το ίδιο υλικό που «ηλεκτρίστηκαν» με την ίδια διαδικασία πάντοτε απωθούνται. Διαφορετικά ηλεκτρισμένα αντικείμενα μπορούν να απωθούνται ή να έλκονται.

Βρίσκομε ότι τα ηλεκτρισμένα αντικείμενα χωρίζονται σε δυο ομάδες. Υπάρχουν μόνο δυο «ηλεκτρικές καταστάσεις», μία ίδια με την κατάσταση της γυάλινης ράβδου και μία ίδια με την πλαστική ράβδο του προηγούμενου παραδείγματος. Σύμφωνα με την παράδοση που ξεκινά από τον Benjamin Franklin (Μπέντζαμιν Φράνκλιν) λέμε ότι η γυάλινη ράβδος και όλα τα άλλα αντικείμενα που συμπεριφέρονται όπως αυτή

Ηλεκτρικό φορτίο και ηλεκτρική δύναμη

- 11-1 Ηλεκτρισμένα αντικείμενα
- 11-2 Μερικά πειράματα με φορτισμένα και αφόρτιστα αντικείμενα
- 11-3 Ηλεκτροστατική επαγωγή
- 11-4 Ένα μοντέλο για το ηλεκτρικό φορτίο
- 11-5 Δύναμη ως συνάρτηση απόστασης
- 11-6 Ο νόμος του Coulomb
- 11-7 Ηλεκτρικά πεδία
- 11-8 Μέτρηση μικρών ηλεκτρικών δυνάμεων
- 11-9 Το στοιχειώδες φορτίο
- 11-10 Μπαταρίες και ηλεκτρικά πεδία
- 11-11 Η σταθερά στο νόμο του Coulomb
- 11-12 Η διατήρηση του φορτίου

Φωτογραφία αριστερά: Ένα φορτισμένο κορίτσι. Οι ηλεκτρισμένες τρίχες απωθούνται μεταξύ τους και υπερνικούν τη δύναμη βαρύτητας.

Σχήμα 11-1 Δυο ηλεκτρισμένες πλαστικές ράβδοι απωθούνται μεταξύ τους, όταν πλησιάσουν. Αυτή η φωτογραφία έγινε με το φακό ανοικτό, καθώς πλησίαζε η μία ράβδος την άλλη. Η δύναμη απώθησής απομάκρυνε το πλησιέστερο άκρο της αναρτημένης ράβδου.



είναι **θετικά φορτισμένα**. Όμοια λέμε ότι η πλαστική ράβδος και όλα τα ηλεκτρισμένα αντικείμενα που συμπεριφέρονται όπως αυτή είναι **αρνητικά φορτισμένα**. Δυο οποιαδήποτε αντικείμενα που είναι θετικά φορτισμένα αλληλοαπωθούνται, ακριβώς όπως κάνουν οι δυο ηλεκτρισμένες γυάλινες ράβδοι. Παρομοίως δυο οποιαδήποτε αντικείμενα που είναι φορτισμένα αρνητικά απωθούνται. Οποιοδήποτε θετικά φορτισμένο αντικείμενο έλκει κάθε άλλο που είναι φορτισμένο αρνητικά. Χρησιμοποιούμε τις λέξεις **θετικό** και **αρνητικό**, γιατί οι δυνάμεις που ασκούνται από δυο γειτονικά αντικείμενα φορτισμένα θετικά και αρνητικά επάνω σε ένα τρίτο σώμα τείνουν να αναιρούνται.

1. Αν δυο φορτισμένες ράβδοι απωθούνται μεταξύ τους, τι μπορούμε να πούμε για το πρόσημο του φορτίου της κάθε ράβδου;
2. Ας υποτεθεί ότι έχετε τέσσερα φορτισμένα αντικείμενα Α, Β, Γ, Δ. Βρίσκετε ότι το Α απωθεί το Β, το Α έλκει το Γ και το Γ απωθεί το Δ. Αν γνωρίζετε ότι το Δ είναι φορτισμένο θετικά, τι φορτίο έχει το Β;

11-2 Μερικά πειράματα με φορτισμένα και αφόρτιστα αντικείμενα.

Τα απλά πειράματα που περιγράφονται στην προηγούμενη παράγραφο δείχνουν ποιοτικά πώς αλληλεπιδρούν δυο ηλεκτρισμένα αντικείμενα. Πώς αλληλεπιδρά ένα ηλεκτρισμένο αντικείμενο με ένα αφόρτιστο; Ας υποθέσουμε ότι αναρτούμε μία ελαφριά μπάλα με μεταλλική επένδυση από νήμα νάιλον και κατόπιν τοποθετούμε οριζόντια μία μεταλλική ράβδο επάνω σε ένα κύπελλο, έτσι ώστε το ένα άκρο της να αγγίζει τη μπάλα, όπως φαίνεται στο σχήμα 11-2 (α). Τώρα ηλεκτρίζουμε μία γυάλινη ράβδο και τρίβουμε με αυτή το άλλο άκρο της μεταλλικής ράβδου. Καθώς τρίβουμε το γυαλί στο μέταλλο, η μπάλα απομακρύνεται όπως φαίνεται στο σχήμα 11-2 (β). Όταν τραβήξουμε τη γυάλινη ράβδο, η μπάλα εξακολουθεί να απωθείται από τη μεταλλική ράβδο όπως φαίνεται στο σχήμα 11-2 (γ). Επαναλαμβάνουμε το πείραμα χρησιμοποιώντας μία αφόρτιστη γυάλινη ράβδο στη θέση της μεταλλικής. Τώρα η μπάλα δεν απομακρύνεται (σχ. 11-3). Άρα, βλέπουμε, ότι η μεταλλική και η γυάλινη ράβδος δρουν διαφορετικά.

Σχήμα 11-2 (α) Μία μεταλλική ράβδος επάνω σε ένα δοχείο βρίσκεται σε επαφή με μία ελαφριά μπάλα επενδεδυμένη με μέταλλο. (β) Αγγίζουμε το άκρο της μεταλλικής ράβδου με μία φορτισμένη ράβδο και η μπάλα στην άλλη άκρη απωθείται. (γ) Όταν απομακρύνουμε τη φορτισμένη ράβδο, η μεταλλική ράβδος εξακολουθεί να απωθεί τη μπάλα.



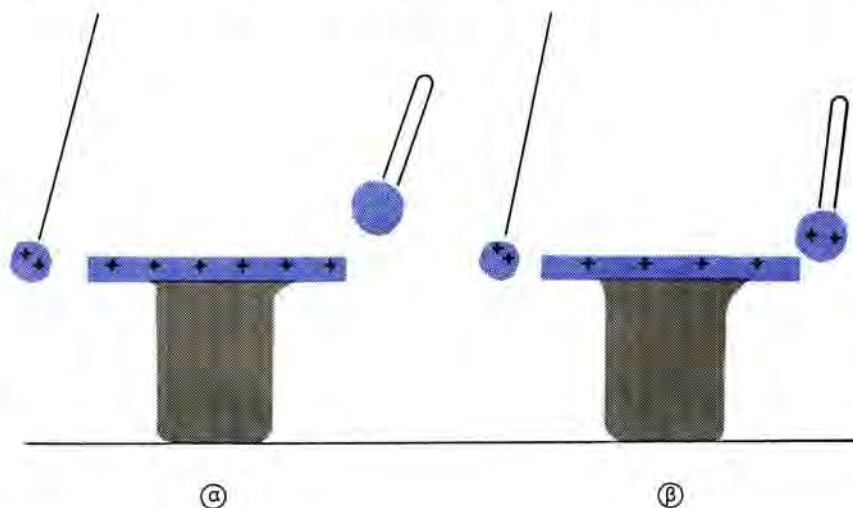
Σχήμα 11-3 Επαναλαμβάνουμε το πείραμα με γυάλινη ράβδο αντί της μεταλλικής. Η μπάλα παραμένει σε επαφή με τη γυάλινη ράβδο.



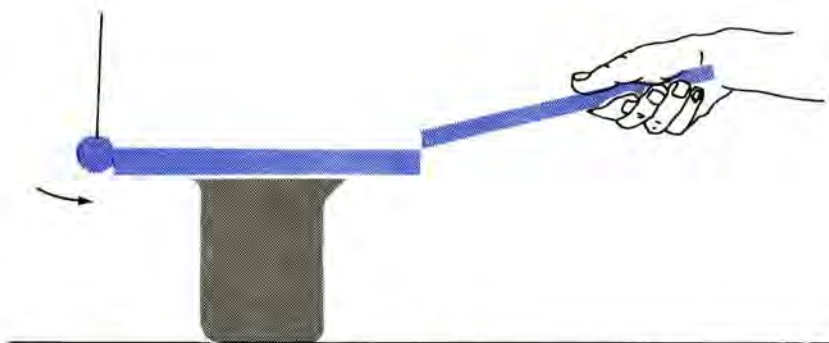
Ονομάζουμε τα υλικά που συμπεριφέρονται σαν το μέταλλο σε αυτό το είδος πειράματος **αγωγούς**. Υλικά που συμπεριφέρονται σαν το γυαλί τα ονομάζουμε **μονωτές**. Πώς εξηγούμε αυτό που συνέβη σε αυτά τα πειράματα; Στην περίπτωση της μεταλλικής ράβδου φαίνεται ότι θετικό φορτίο πέρασε από το γυαλί στη μεταλλική ράβδο και διαχύθηκε στη ράβδο και στη μπάλα. Η θετικά φορτισμένη μπάλα και η θετικά φορτισμένη ράβδος απώθησαν η μία την άλλη και η μπάλα τραβήχτηκε μακριά. Βέβαια, αν είχαμε αγγίξει τη μεταλλική ράβδο με ένα κομμάτι πλαστικού φορτισμένου αρνητικά, η μπάλα και η ράβδος θα είχαν φορτισθεί αρνητικά. Πάλι θα απωθούσε η μία την άλλη και η μπάλα θα είχε αποτραπηχθεί.

Στην περίπτωση της γυάλινης ράβδου που είναι μονωτής, κανένα φορτίο δεν ξαπλώθηκε στη ράβδο και η μπάλα δεν κινήθηκε. Για το λόγο αυτό τοποθετήσαμε τη μεταλλική ράβδο επάνω στο γυάλινο κύπελλο και κρεμάσαμε τη μπάλα με επένδυση μεταλλική από ένα μονωμένο νήμα νάιλον. Έτσι το φορτίο δεν μπορεί να διαφύγει από τη μεταλλική ράβδο διαμέσου του κυπέλλου, ούτε να αφήσει τη μπάλα διαμέσου του νήματος.

Τώρα, ας υποθέσουμε ότι έχουμε όπως πριν, μία μεταλλική ράβδο επάνω σε μία μονωμένη βάση. Η ράβδος εφάπτεται σε μία μπάλα με μεταλλική επένδυση που κρέμεται από ένα μονωμένο νήμα νάιλον. Φορτίζουμε τη ράβδο και η μπάλα απομακρύνεται. Αν αγγίξουμε τη ράβδο με ένα αφορτιστο μεταλλικό αντικείμενο που έχει μονωμένη λαβή, η αιωρούμενη μπάλα επιστρέφει προς τη ράβδο (σχ. 11-4). Προφανώς αφαιρέσαμε κάποιο φορτίο από τη ράβδο. Το φορτίο μοιράζεται μεταξύ της ράβδου και του μεταλλικού αντικειμένου. Αν επαναλάβουμε το παραπάνω πείραμα με ένα ακόμα μεγαλύτερο μεταλλικό αντικείμενο με μονωμένη λαβή, η μπάλα θα πλησιάσει ακόμα περισσότερο προς τη ράβδο. Το ίδιο πράγμα συμβαίνει αν συνδέσουμε τη μεταλλική ράβδο με ένα σύρμα. Ένα τμήμα του φορτίου φεύγει από το σύρμα-αγωγό προς το μεγάλο αντικείμενο. Με ένα πολύ μεγάλο μεταλλικό αντικείμενο, σχεδόν όλο το φορτίο πηγαίνει στο αντικείμενο. Η ράβδος μένει με τόσο λίγο φορτίο, ώστε η μπάλα επιστρέφει, αγγίζει τη μεταλλική ράβδο και



Σχήμα 11-4 (α) Μία θετικά φορτισμένη μεταλλική ράβδος και μία αιωρούμενη μπάλα με μεταλλική επένδυση απωθούνται. (β) Αγγίζουμε τη ράβδο με μία μεγάλη μεταλλική μπάλα με μονωμένη λαβή. Τώρα το φορτίο μοιράζεται μεταξύ της μεγάλης μπάλας και της ράβδου. Η μπάλα επανέρχεται προς τη ράβδο.



Σχήμα 11-5 Όταν αγγίζετε τη φορτισμένη μεταλλική ράβδο με ένα κομμάτι γραφίτη, η αιωρούμενη μπάλα πέφτει. Εσείς και ο γραφίτης είστε αγωγοί.

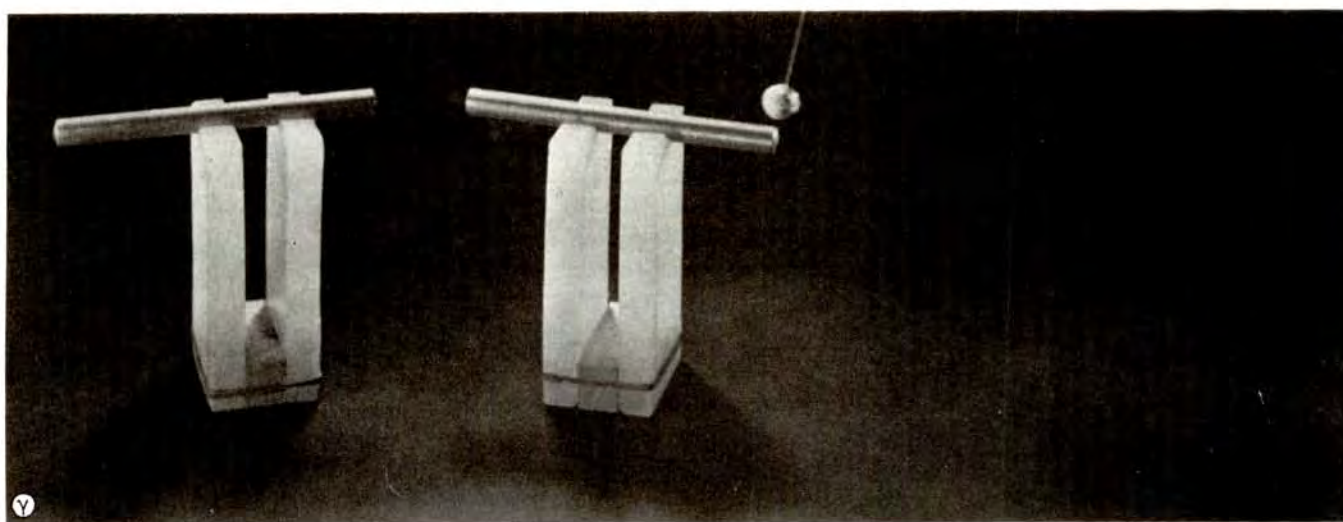
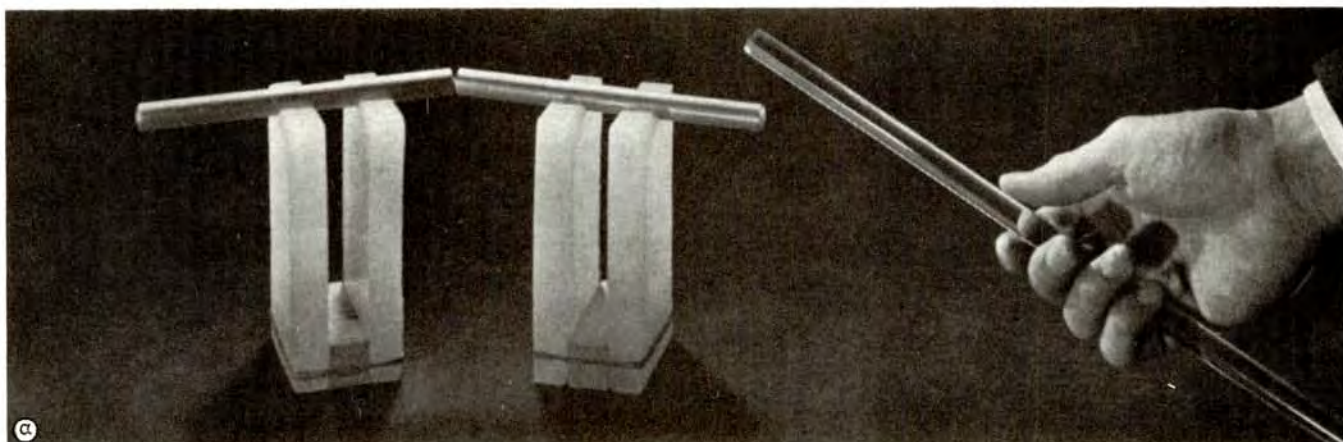
χάνει και το δικό της φορτίο. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το μεγαλύτερο δυνατό αντικείμενο, τη γη. Όταν συνδέσουμε τη φορτισμένη μεταλλική ράβδο με τη γη, σχεδόν όλο το φορτίο φεύγει* έχει μείνει τόσο λίγο φορτίο που δεν φαίνεται εύκολα. (Η διαδικασία όπου μοιραζόμαστε το φορτίο με τη γη ονομάζεται συχνά «γείωση»*).

Παρόλο που δεν έχετε το μέγεθος της γης, είστε επίσης αγωγοί. Αν φορτίσετε τη μεταλλική ράβδο και κατόπιν την αγγίξετε με το δάκτυλό σας, η μπάλα θα επιστρέψει. Αν υπήρχε αρχικά ένα περίσσειμα αρνητικού φορτίου στη μεταλλική ράβδο, ένα μέρος αυτού του φορτίου πρέπει να πήγε στο σώμα σας. Θα πέρασε μέσα από το σώμα σας και μάλλον θα πήγε στη γη. Ακόμη και αν τα παπούτσια σας είναι μονωμένα, η ράβδος θα χάσει όλο το φορτίο της. Σε αυτήν την περίπτωση μοιράζεστε το φορτίο με τη ράβδο και την αιωρούμενη μπάλα. Από αυτό το πείραμα συμπεραίνουμε ότι το ανθρώπινο σώμα είναι ηλεκτρικός αγωγός.

Μπορούμε να διαπιστώσουμε ποιες άλλες ουσίες είναι αγωγοί. Για παράδειγμα, ας φορτίσουμε πάλι τη μεταλλική ράβδο και ας την αγγίξουμε με ένα κομμάτι γραφίτη όπως είναι η μύτη ενός μολυβιού (σχ. 11-5). Η ράβδος χάνει αμέσως το φορτίο της και έτσι αποδεικνύεται ότι και ο γραφίτης είναι αγωγός. Όμως τίποτε δεν συμβαίνει αν αγγίξουμε τη ράβδο με αφόρτιστο γυαλί, σκληρό λάστιχο, πορσελάνη ή πλαστικό. Αυτές οι ουσίες είναι ηλεκτρικοί μονωτές. Αν αγγίξουμε το άκρο με ένα ξύλινο σπέρτο, η ράβδος χάνει φορτίο αλλά με πολύ αργό ρυθμό. Προφανώς το ηλεκτρικό φορτίο μπορεί να κινηθεί στο ξύλο αλλά όχι τόσο ελεύθερα όσο στα μέταλλα. Το ξύλο προβάλλει πολύ περισσότερη «αντίσταση» από τα μέταλλα στην κίνηση του ηλεκτρικού φορτίου.

3. Ας υποθεθεί ότι αγγίζετε τη μπάλα του σχήματος 11-2 (γ) με μία μεταλλική ράβδο. Τι προβλέπετε ότι θα συμβεί;
4. Όταν η δεξαμενή δενζίνης ενός αεροπλάνου γεμίζει, το μεταλλικό στόμιο του σωλήνα παροχής δενζίνης συνδέεται προσεκτικά με ένα σύρμα με το μέταλλο του αεροπλάνου πριν εισαχθεί μέσα στο ντεπόζιτο. Γιατί νομίζετε ότι γίνεται αυτό;

* Η γη έχει μερικά κομμάτια που δεν είναι αγωγοί – η άμμος της ερήμου, μερικοί δράχοι κλπ. – αλλά υπάρχει και αρκετά καλό υπόγειο αγώγιμο υλικό, ώστε το φορτίο να μοιράζεται γρήγορα επάνω στη γη. Ένας μεταλλικός σωλήνας, όπως είναι ένας σωλήνας νερού, χρησιμοποιείται συχνά για να εξασφαλίσει τη σύνδεση με την αγώγιμη υπόγεια έκταση.



Σχήμα 11-6 Ηλεκτροστατική επαγωγή. (α) Μεταλλικές ράβδοι σε επαφή, θετικό φορτίο κοντά. (β) Οι ράβδοι έχουν διαχωριστεί. (γ) Δοκιμάζουμε το φορτίο σε κάθε ράβδο με μία θετικά φορτισμένη μπάλα. Η ράβδος στα αριστερά απωθεί – είναι θετικά φορτισμένη. Η ράβδος στα δεξιά έλκει – είναι φορτισμένη αρνητικά.

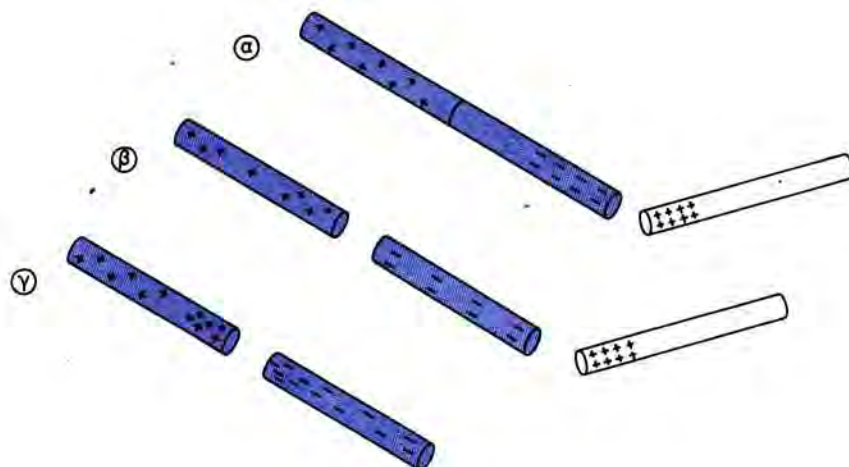
11-3 Ηλεκτροστατική επαγωγή.

Δεν χρειάζεται να αγγίξουμε ένα αγωγό για να αναγκάσουμε φορτίο του να μετακινηθεί. Ας υποθέσουμε ότι έχουμε δυο μεταλλικές ράβδους επάνω σε μονωμένες βάσεις. Τις φέρνουμε σε επαφή έτσι ώστε να σχηματίσουν ένα μακρύ αγωγό, όπως στα σχήματα 11-6 (α) και 11-7 (α). Τώρα φέρνουμε κοντά στο ένα άκρο του αγωγού μία γυάλινη ράβδο φορτισμένη θετικά. Το θετικό φορτίο της γυάλινης ράβδου θα έλξει το αρνητικό φορτίο του αγωγού και θα απωθήσει το θετικό φορτίο. Το αποτέλεσμα είναι ότι το πλησιέστερο άκρο του αγωγού αποκτά επιπλέον αρνητικό φορτίο και έτσι το άλλο άκρο είναι θετικό. Τώρα χωρίζουμε τις δυο μεταλλικές ράβδους απομακρύνοντας τις βάσεις τους, ενώ αφήνουμε κοντά τους τη θετικά φορτισμένη γυάλινη ράβδο όπως στο σχήμα 11-6 (β). Η πλησιέστερη ράβδος πρέπει να έχει ένα συνολικό αρνητικό φορτίο και η πιο απομακρυσμένη ένα συνολικό θετικό φορτίο, όπως στο σχήμα 11-7 (β). Μπορούμε να επιβεβαιώσουμε αυτό το συμπέρασμα αν αποσύρουμε το γυαλί, όπως στο σχήμα 11-7 (γ) και φέρνουμε μία ελαφριά θετικά φορτισμένη μπάλα που κρέμεται από ένα νήμα. Τότε βλέπουμε ότι η πλησιέστερη ράβδος έλκει τη θετικά φορτισμένη μπάλα, όπως φαίνεται στο σχήμα 11-6 (γ), ενώ η απομακρυσμένη ράβδος την απωθεί.

Αν τώρα φέρνουμε τις δυο ράβδους πάλι σε επαφή, βλέπουμε ότι και στα δυο άκρα δεν υπάρχει φορτίο. Το θετικό και αρνητικό φορτίο που είχαν διαχωριστεί, τώρα αναιρούνται μεταξύ τους σε όλο το μήκος των ράβδων και λέμε ότι οι ράβδοι είναι **ουδέτερες**, όπως ήταν πριν αρχίσουμε το πείραμα.

Ο διαχωρισμός των θετικών και αρνητικών φορτίων σε ένα αγωγό, που προκαλείται από την παρουσία ενός φορτισμένου αντικειμένου, ονομάζεται **ηλεκτροστατική επαγωγή**. Τα τοπικά περισσεύματα του θετικού και αρνητικού φορτίου, που συσσωρεύονται στα διάφορα τμήματα του αγωγού, ονομάζονται **επαγόμενα φορτία**.

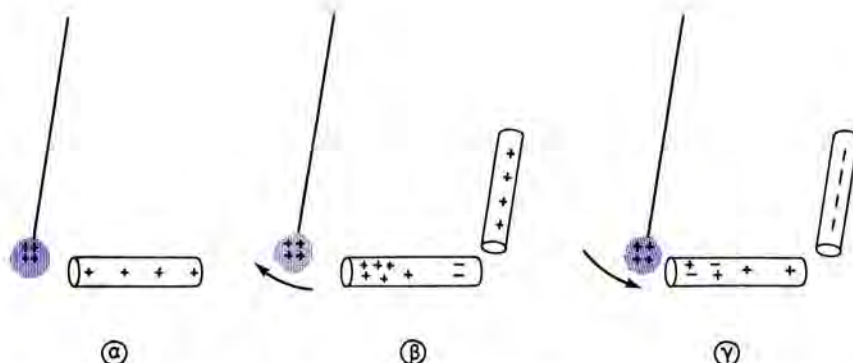
Η ηλεκτροστατική επαγωγή μας επιτρέπει να ανακαλύπτουμε την παρουσία ενός φορτίου χωρίς να το μεταφέρουμε στη μεταλλική ράβδο και την αιωρούμενη μπάλα που μεταχειριστήκαμε στην προηγούμενη παρά-



Σχήμα 11-7 Ηλεκτροστατική επαγωγή.

(α) Δυο μεταλλικές ράβδοι βρίσκονται σε επαφή. Μία θετικά φορτισμένη ράβδος βρίσκεται κοντά τους. Αρνητικά φορτία έλκονται προς τα δεξιά αφήνοντας ένα θετικό φορτίο προς τα αριστερά. (β) Οι ράβδοι είναι διαχωρισμένες, ενώ το φορτισμένο σώμα είναι ακόμη κοντά. Η δεξιά ράβδος έχει αρνητικό φορτίο και η αριστερή θετικό. (γ) Οι ράβδοι κρατούν τα φορτία τους ακόμη και όταν το φορτισμένο σώμα απομακρύνεται.

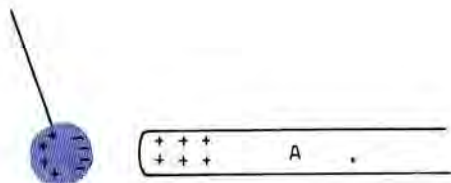
Σχήμα 11-8 (α) Μία θετικά φορτισμένη μπάλα αιωρείται μακριά από τη θετικά φορτισμένη ράβδο. (β) Η θετικά φορτισμένη σφαίρα απομακρύνεται από τη ράβδο όταν ένα θετικά φορτισμένο σώμα έρχεται κοντά στη ράβδο. (γ) Η θετικά φορτισμένη σφαίρα πλησιάζει προς τη ράβδο όταν ένα αρνητικά φορτισμένο σώμα έρχεται κοντά στη ράβδο.



γραφο. Μπορούμε μάλιστα να καθορίσουμε και το πρόσημο του φορτίου. Για να γίνει αυτό, φορτίζουμε τη ράβδο και τη μπάλα, ας πούμε θετικά. Κατόπιν φέρομε το άγνωστο φορτίο κοντά στη ράβδο, όπως στο σχήμα 11-8(α). Αν το «άγνωστο» φορτίο είναι θετικό, επάγει ένα αρνητικό φορτίο στο άκρο της ράβδου, που είναι πλησιέστερα στη θετικά φορτισμένη ράβδο και έτσι αυξάνει το θετικό φορτίο στην άλλη άκρη της ράβδου. Συνεπώς η αιωρούμενη μπάλα θα μετατοπισθεί μακρύτερα από τη ράβδο, όπως φαίνεται στο σχήμα 11-8(β). Αν όμως το άγνωστο φορτίο είναι αρνητικό, η επαγωγή οδηγεί σε αντίθετα αποτελέσματα. Συγκεκριμένα, το συνολικό θετικό φορτίο στο άλλο άκρο της ράβδου μειώνεται και η μπάλα κινείται προς τη ράβδο, όπως φαίνεται στο σχήμα 11-8(γ).

Η ηλεκτροστατική επαγωγή μας δοθεί επίσης να καταλάβουμε τη δύναμη έλξεως που ασκείται από ένα ηλεκτρισμένο σώμα σε ένα ουδέτερο αγωγό. Ας υποθέσουμε ότι η ηλεκτρισμένη ράβδος στο σχήμα 11-9 είναι φορτισμένη θετικά. Θα επαγάγει ένα αρνητικό φορτίο στο τμήμα της μπάλας, που είναι πλησιέστερα στη ράβδο, και ένα θετικό φορτίο στο τμήμα της που είναι μακρύτερα από τη ράβδο. Το αρνητικό φορτίο που επάγεται έλκεται προς το θετικό φορτίο στο Α και το αρνητικό φορτίο απωθείται από αυτό. Όμως, η απώθηση είναι πιο αδύνατη από την έλξη, γιατί το θετικό φορτίο βρίσκεται μακρύτερα από το Α από όσο το αρνητικό. Το αποτέλεσμα είναι ότι υπάρχει στη μπάλα μία συνολική δύναμη που την έλκει προς το Α.

Υπάρχει μία παρόμοια αλλά μικρότερη δύναμη έλξεως μεταξύ ενός ουδέτερου μονωτή και ενός φορτισμένου σώματος. Σε ένα μονωτή ούτε το θετικό ούτε το αρνητικό φορτίο μπορούν να μετακινηθούν μακριά, αλλά μπορούμε να τα ωθήσουμε ή να τα έλξουμε μετακινώντας τα κατά μικρές αποστάσεις. Για παράδειγμα, μπορούμε να φαντασθούμε ότι σε ένα μονωτή το θετικό φορτίο παραμένει σε μία σταθερή θέση μέσα στο μονωτή, ενώ το αρνητικό φορτίο μένει κοντά στο θετικό φορτίο εξαιτίας ελαστικών δυνάμεων. Οι ελαστικές δυνάμεις εμποδίζουν το αρνητικό φορτίο να κινηθεί σε μεγάλη απόσταση. Αλλά όταν φέρομε ένα θετικά φορτισμένο σώμα κοντά στο μονωτή, το αρνητικό φορτίο έλκεται από αυτό. Επομένως κινείται προς το σώμα που ασκεί την έλξη, απομακρυνόμενο κατά μικρή μόνον απόσταση από το θετικό φορτίο που εξουδετερώνει (σχ. 11-10). Επειδή το αρνητικό φορτίο είναι λίγο πλησιέστερα προς το φορτισμένο σώμα από το αντίστοιχο θετικό, η δύναμη έλξεως επάνω του είναι λίγο μεγαλύτερη από την απώθηση



Σχήμα 11-9 Έλξη ενός ουδέτερου αγωγού. Όταν ένας ουδέτερος αγωγός βρίσκεται κοντά σε ένα θετικά φορτισμένο σώμα, αρνητικό φορτίο έλκεται προς το άκρο κοντά στο θετικό φορτίο. Θετικό φορτίο μένει στο υπόλοιπο τμήμα του αγωγού. Αφού το επαγόμενο αρνητικό φορτίο βρίσκεται πλησιέστερα προς το θετικό σώμα, υπάρχει μία συνισταμένη δύναμη έλξεως.

που ασκείται στο θετικό φορτίο. Το αποτέλεσμα είναι ότι υπάρχει μία συνολική δύναμη έλξεως μεταξύ του μονωτή και του θετικά φορτισμένου σώματος.



Σχήμα 11-10 Έλξη ενός ουδέτερου μονωτή. Ένα θετικά φορτισμένο αντικείμενο βρίσκεται κοντά στον αφόρτιστο μονωτή. Το ηλεκτρικό φορτίο δεν κινείται ελεύθερα μέσα στο μονωτή, αλλά θετικά και αρνητικά φορτία μπορούν να μετατοπισθούν λίγο. Έτσι το αρνητικό φορτίο είναι λίγο πλησιέστερα προς το θετικά φορτισμένο αντικείμενο δίνοντας ξανά μία συνολική δύναμη έλξεως. Σημειώστε ότι στην πραγματικότητα τα μόρια είναι εξαιρετικά μικρά, όπως επίσης είναι και τα φορτία επάνω τους.

Αυτό το διάγραμμα δεν είναι καθόλου ρεαλιστική εικόνα.

5. Έχετε δυο μεταλλικές σφαίρες του ίδιου μεγέθους επάνω σε δυο μονωμένες βάσεις, μία λωρίδα πλαστικού και ένα κομμάτι χαρτί. Να περιγράψετε τι πρέπει να κάνετε για να δώσετε στις δυο σφαίρες ίσα ηλεκτρικά φορτία (α) με το ίδιο πρόσημο, (β) με αντίθετα πρόσημο.
6. Υποθέστε ότι φέρνετε μία αρνητικά φορτισμένη ράβδο κοντά σε μια ελαφριά σφαίρα, αγωγίμη, που κρέμεται από ένα νήμα. Η σφαίρα κινείται προς τη ράβδο. Τι μπορείτε να πείτε για το φορτίο στη σφαίρα;
7. Υποθέστε ότι κρατάτε στο χέρι σας μία μεταλλική ράβδο και φέρνετε το ένα άκρο της κοντά σε μία θετικά φορτισμένη σφαίρα που κρέμεται από ένα μονωμένο νήμα.
(α) Τι θα παρατηρήσετε;
(β) Πώς εξηγείτε την παρατήρησή σας;

11-4 Ένα μοντέλο για το ηλεκτρικό φορτίο.

Ας αρχίσουμε να κατασκευάζουμε ένα μοντέλο για να συσχετίσουμε τα ηλεκτρικά φαινόμενα που έχουμε παρατηρήσει μέχρι τώρα. Κατ' αρχήν είναι φυσικό να σκεφθούμε ότι η δύναμη μεταξύ δυο σωμάτων είναι το διανυσματικό άθροισμα των δυνάμεων που ασκούνται μεταξύ των ατόμων τους. Αφού δυο ηλεκτρισμένα αντικείμενα έλκονται ή απωθούνται μεταξύ τους, υποθέτουμε ότι υπάρχουν όμοιες δυνάμεις έλξεως ή απωθήσεως μεταξύ των τμημάτων που συνιστούν τα δυο αντικείμενα. Επειδή υπάρχουν αντικείμενα με θετικό ηλεκτρικό φορτίο και με αρνητικό ηλεκτρικό φορτίο, υποθέτουμε ότι τα άτομά τους περιέχουν δυο τύπους σωματιδίων: **ηλεκτρικώς θετικά** και **ηλεκτρικώς αρνητικά**. Δυο σωματίδια με ομόσημα φορτία απωθούνται, ενώ δυο σωματίδια με ετερόσημα φορτία έλκονται.

Όταν κοινά, «αφόρτιστα» κομμάτια ύλης τοποθετούνται κοντά, δεν ασκούνται σημαντικές ηλεκτρικές δυνάμεις μεταξύ τους. Αυτή όμως η παρατήρηση δεν σημαίνει ότι πρέπει να ξεχάσουμε την ιδέα της υπάρξεως και σωματιδίων στην ύλη θετικώς ή αρνητικώς φορτισμένων. Αφού ένα θετικά και ένα αρνητικά φορτισμένο σωματίδιο ασκούν δυνάμεις με διαφορετικές κατευθύνσεις επάνω σε ένα τρίτο φορτισμένο σωματίδιο, αυτό σημαίνει ότι οι δυνάμεις που ασκούνται από τα δυο σωματίδια μπορούν να αναιρεθούν. Αν όλοι οι μικροί όγκοι ενός σώματος είναι ουδέτεροι, η δύναμη που ασκείται από όλα τα φορτισμένα σωματίδια επάνω σε οποιοδήποτε φορτισμένο σωματίδιο έξω από το σώμα είναι μηδενική. Ένα σώμα όμως μπορεί να είναι ουδέτερο κατά μέσο όρο, αλλά να περιέχει τοπικά συγκεντρωμένα φορτία. Τότε ένα φορτισμέ-

νο σωματίδιο κοντά σε μια τοπική συγκέντρωση φορτίου υφίσταται μία δύναμη.

Αν προσθέσουμε μερικά θετικά σωματίδια σε ένα ηλεκτρικά ουδέτερο σώμα η ισορροπία χάνεται. Η δράση των θετικών σωματιδίων είναι μεγαλύτερη από αυτή των αρνητικών. Τότε λέμε ότι το σώμα είναι φορτισμένο θετικά. Μπορούμε ακόμη να φορτίσουμε θετικά ένα σώμα, αφαιρώντας μερικά αρνητικά σωματίδια και αφήνοντας έτσι περισσότερα θετικά. Παρομοίως μπορούμε να καταστήσουμε ένα ουδέτερο αντικείμενο ηλεκτρικά αρνητικό είτε προσθέτοντας αρνητικά σωματίδια είτε αφαιρώντας θετικά σωματίδια.

Είδαμε ότι, αν τρίψουμε μία γυάλινη ράβδο με μεταξωτό ύφασμα, την καθιστούμε θετικά φορτισμένη. Πώς συμβαίνει αυτό; Έχουμε δυο πιθανότητες. Ίσως να υπάρχει μεταφορά θετικών σωματιδίων από το μεταξωτό ύφασμα στη ράβδο. Ίσως να υπάρχει μεταφορά αρνητικών σωματιδίων από τη ράβδο στο μεταξωτό ύφασμα. Και στις δυο περιπτώσεις το μεταξωτό ύφασμα πρέπει να ηλεκτρισθεί αρνητικά καθώς το γυαλί ηλεκτρίζεται θετικά. Μπορούμε να ελέγξουμε αυτό το συμπέρασμα πλησιάζοντας το μεταξωτό ύφασμα κοντά στη ράβδο που κρέμεται. Βρίσκομε ότι η ράβδος έλκεται από το μεταξωτό ύφασμα. Και αυτό το ελέγχουμε, αν πλησιάσουμε το μεταξωτό ύφασμα σε μία πλαστική ράβδο που είναι φορτισμένη αρνητικά. Η ράβδος απωθείται.

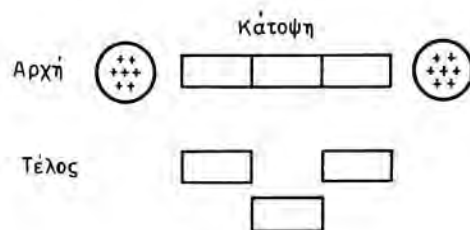
Για να εξηγήσουμε τη διαφορά μεταξύ αγωγών και μονωτών χρειαζόμαστε επέκταση του μοντέλου. Το μόνο που πρέπει να προσθέσουμε είναι η υπόθεση ότι σε ένα μέταλλο μερικά φορτισμένα σωματίδια είναι ελεύθερα να κινούνται από σημείο σε σημείο ενώ στο πλαστικό τα σωματίδια δεν κινούνται ελεύθερα. Ας υποθέσουμε ότι τα ελεύθερα σωματίδια στο μέταλλο είναι αρνητικά. Όταν το γυαλί που είναι φορτισμένο θετικά αγγίζει την ουδέτερη μεταλλική ράβδο, όπως στο σχήμα 11-2(β), το γυαλί έλκει μερικά από τα ελεύθερα αρνητικά σωματίδια από τη μεταλλική ράβδο και τη μπάλα. Επομένως η μπάλα και η ράβδος φορτίζονται θετικά και αλληλοαπωθούνται. Ακόμη και όταν αφαιρέσουμε το γυαλί, υπάρχει έλλειψη αρνητικών σωματιδίων στη ράβδο και τη μπάλα και θα εξακολουθούν να απωθούνται όπως στο σχήμα 11-2(γ).

Εξίσου επιτυχημένα όμως μπορούμε να υποθέσουμε ότι τα ελεύθερα σωματίδια είναι θετικά. Τότε, όταν αγγίξουμε τη μεταλλική ράβδο με το ηλεκτρισμένο γυαλί, θετικά σωματίδια θα περάσουν από το γυαλί στο μέταλλο, θα απλωθούν σε αυτό και θα φθάσουν τη μπάλα. Η ράβδος και η μπάλα θα φορτισθούν θετικά και θα απωθηθούν.

Τώρα, ας φαντασθούμε τι συμβαίνει, αν αντικαταστήσουμε τη μεταλλική ράβδο με μία πλαστική. Στο πλαστικό ούτε τα θετικά ούτε τα αρνητικά σωματίδια μπορούν να κινηθούν ελεύθερα. Έτσι αποκτά περσίσευμα θετικών σωματιδίων μόνο το τμήμα της ράβδου που βρίσκεται σε επαφή με το φορτισμένο γυαλί. Η υπόλοιπη ράβδος καθώς και η μπάλα παραμένουν ηλεκτρικά ουδέτερες. Άρα, δεν υπάρχει δύναμη που να ωθεί τη μπάλα μακριά από τη ράβδο.

Πρέπει να τονίσουμε ότι σε αυτή μας την ανάλυση δεν μπορούμε να αποφασίσουμε, αν μόνο θετικά ή μόνο αρνητικά φορτία, ή και από τα δύο, κινούνται κατά τη διάρκεια των πειραμάτων μας.

8. Για να φορτίσετε ένα αντικείμενο, μπορείτε να προσθέσετε ή να αφαιρέσετε αρνητικά φορτία ή να προσθέσετε ή να αφαιρέσετε θετικά φορτία. Ποιες διαδικασίες θα φορτίσουν αρνητικά το αντικείμενο;
9. Για να φορτισθεί θετικά μία ράβδος, πρέπει να αφαιρεθούν όλα τα αρνητικά φορτία;
10. Τρία μεταλλικά κομμάτια βρίσκονται σε επαφή επάνω σε ένα πλαστικό τραπέζομάντηλο, όπως στο σχήμα Α. Τοποθετείτε δυο αντικείμενα με μεγάλα θετικά φορτία στα δυο άκρα της γραμμής, σε μικρή απόσταση, αλλά χωρίς να αγγίζουν τα κομμάτια. Κατόπιν διαχωρίζετε τα κομμάτια, χρησιμοποιώντας μία μονωμένη (αφόρτιστη) ράβδο, ενώ τα φορτισμένα αντικείμενα εξακολουθούν να είναι στη θέση τους. Τελικά αφαιρείτε τα φορτισμένα αντικείμενα.
- (α) Τι φορτίο υπάρχει τώρα σε κάθε κομμάτι;
- (β) Να χρησιμοποιήσετε το μοντέλο του ηλεκτρικού φορτίου για να εξηγήσετε πώς τα κομμάτια απέκτησαν αυτά τα φορτία.

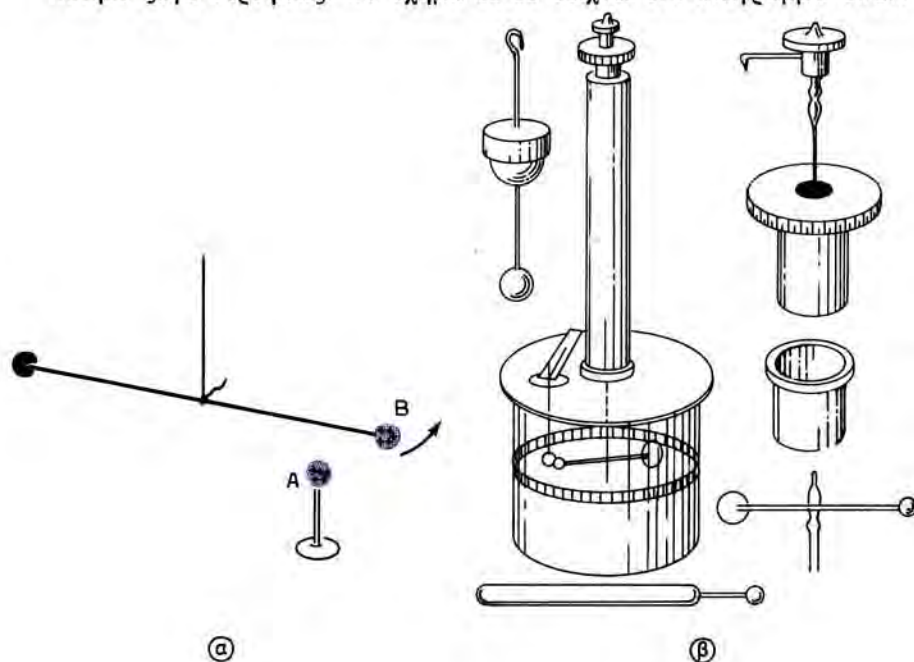


Σχήμα Α

11-5 Δύναμη ως συνάρτηση αποστάσεως.

Έως τώρα τα πειράματά μας στον ηλεκτρισμό καθώς και ο τρόπος σκέψέως μας γι' αυτά ήταν ποιοτικά. Δεν είπαμε τίποτε για τα μεγέθη των φορτίων ούτε για τα μέτρα των μεταξύ τους δυνάμεων. Τώρα πρέπει να εξετάσουμε αυτά τα θέματα ποσοτικά. Αρχίζουμε με το συγκεκριμένο πρόβλημα της δυνάμεως μεταξύ φορτισμένων σφαιρών.

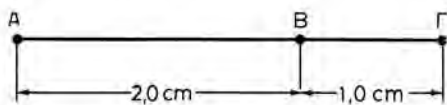
Ο Γάλλος φυσικός Charles Coulomb (Σαρλ Κουλόμπ) προσδιόρισε το 1785 την επίδραση που έχει η απόσταση πάνω στην έλξη ή την άπωση μεταξύ φορτισμένων σφαιρών. Σε αυτό το πείραμα ο Coulomb χρησιμοποίησε ζυγό στρέψεως. Το σχήμα 11-11 δείχνει ένα διάγραμμα αυτού



Σχήμα 11-11 (α) Σχηματικό διάγραμμα του ζυγού στρέψεως του Coulomb. (β) Σκίτσο της συσκευής του Coulomb που παρουσιάστηκε στην αρχική δημοσίευσή του.

του οργάνου. Όταν η φορτισμένη σφαίρα Α τοποθετείται στη θέση της, η ηλεκτρική δύναμη που ασκεί στη φορτισμένη σφαίρα Β ωθεί τον οριζόντιο βραχίονα. Μετά από αυτό ο βραχίονας σταματά σε μία θέση εξαιτίας της στρέψεως του συστήματος αιωρήσεως. Όσο μεγαλύτερη είναι η στρέψη του συστήματος αιωρήσεως, τόσο μεγαλύτερη πρέπει να είναι η δύναμη.

Από τη γωνία στρέψεως, ο Coulomb μέτρησε την ηλεκτρική δύναμη. Ακόμη, αλλάζοντας την απόσταση μεταξύ των φορτισμένων σφαιρών, μέτρησε τη δύναμη ως συνάρτηση της αποστάσεως. Επειδή τα φορτία είναι κατανεμημένα επάνω σε όλη την επιφάνεια των σφαιρών, οι σφαίρες πρέπει να είναι αρκετά μακριά ώστε οι διάμετροί τους να είναι μικρές σε σύγκριση με την απόσταση μεταξύ τους*. Χρησιμοποιώντας σφαίρες φορτισμένες θετικά και αρνητικά ο Coulomb απέδειξε ότι η ηλεκτρική δύναμη είναι πάντοτε αντιστρόφως ανάλογη προς το τετράγωνο της αποστάσεως μεταξύ των φορτίων. Προσδιόρισε αυτό το αποτέλεσμα με ακρίβεια 3%. Αργότερα, με έμμεσα πειράματα – χρησιμοποιώντας την ιδιότητα θωρακίσεως των αγωγών – η ισχύς του νόμου αυτού έχει αποδειχθεί με πολύ μεγαλύτερη ακρίβεια. Ο Cavendish επέτυχε ακρίβεια 1% και στα τελευταία χρόνια του δέκατου ένατου αιώνα ο Maxwell προσδιόρισε το συντελεστή 2 (τον εκθέτη στο αντίστροφο τετράγωνο), με ακρίβεια ένα προς 40.000. Σήμερα είναι γνωστός με ακρίβεια ένα προς περίπου 10^{16} . Αν μελετήσατε το κεφάλαιο 5, θα παρατηρήσατε ότι οι ηλεκτρικές δυνάμεις και οι δυνάμεις βαρύτητας μεταβάλλονται με την απόσταση με τον ίδιο ακριδώς τρόπο. Δεν έχουμε εξήγηση γι' αυτή την ομοιότητα, αλλά λόγω αυτής μπορούμε να καταλαβαίνουμε συχνά τα φαινόμενα του ηλεκτρισμού και της βαρύτητας με τον ίδιο τρόπο.



Σχήμα Β

11. Δυο μικρά ηλεκτρισμένα αντικείμενα Α και Β βρίσκονται σε απόσταση 0,03 m μεταξύ τους και απωθούνται με δύναμη $4,0 \times 10^{-5}$ N. Αν μετατοπίσουμε το σώμα Α κατά 0,03 m επιπλέον, πόση θα είναι η ηλεκτρική δύναμη;
12. Τρία αντικείμενα με ίσα φορτία είναι τοποθετημένα όπως φαίνεται στο σχήμα Β. Η ηλεκτρική δύναμη που ασκείται από το Α στο Β είναι $3,0 \times 10^{-6}$ N.
 - (α) Ποια ηλεκτρική δύναμη ασκεί το Γ επάνω στο Β;
 - (β) Ποια είναι η συνολική ηλεκτρική δύναμη στο Β;

11-6 Ο νόμος του Coulomb.

Η δύναμη μεταξύ δυο φορτισμένων σωμάτων εξαρτάται από την απόστασή τους και αυξάνεται με το ποσό του φορτίου σε κάθε σώμα. Πώς ακριδώς εξαρτάται η δύναμη από το φορτίο; Μπορούμε να χρησι-

* Όταν φορτισμένα σώματα είναι σε απόσταση πολύ μεγάλη σε σύγκριση με τις διαστάσεις τους, ονομάζονται συχνά σημειακά φορτία, επειδή οι ακριβείς θέσεις των φορτίων επάνω στα σώματα δεν έχουν σημασία.

μπουήσουμε τη μέθοδο που προτείνεται στο τελευταίο τμήμα του πειράματος 16: Η Δύναμη Μεταξύ Δυο Φορτισμένων Σφαιρών, για να διαιρέσουμε ένα φορτίο όπως θέλουμε. Το φορτίο μπορεί να διαιρεθεί σε μισό, σε τέταρτα κ.ο.κ. Ας υποθέσουμε ότι αγγίζουμε μία φορτισμένη σφαίρα με μία ίδια αφόρτιστη. Το ηλεκτρικό φορτίο μετακινείται, έως ότου μοιρασθεί κατά ίσα μέρη στις δυο σφαίρες, έτσι ώστε κάθε σφαίρα να έχει το μισό από το αρχικό φορτίο.

Τι συμβαίνει στις ηλεκτρικές δυνάμεις, όταν μοιράζονται τα φορτία; Μετρούμε τη δύναμη απωθήσεως μεταξύ δυο φορτισμένων σφαιρών Α και Γ που βρίσκονται σε κάποια απόσταση. Κατόπιν μειώνουμε στο μισό το φορτίο στην Α μοιράζοντάς το με μία ίδια σφαίρα Β. Η δύναμη απωθήσεως μεταξύ Α και Γ (που βρίσκονται πάντοτε στην ίδια απόσταση) μειώνεται και αυτή στο μισό. Ακόμη έχουμε την ίδια δύναμη, αν αντικαταστήσουμε την Α με την Β, την ίδια σφαίρα με την οποία μοιράστηκε το φορτίο της. Προφανώς, η δύναμη και το φορτίο είναι ανάλογα.

Τώρα, ας συνοψίσουμε τα παραπάνω με αλγεβρική γλώσσα. Η ηλεκτρική δύναμη σε ένα φορτίο q_1 είναι ανάλογη προς το φορτίο $F \propto q_1$. Όταν αυτή η δύναμη είναι η δύναμη αλληλεπιδράσεως αυτού του φορτίου q_1 με ένα άλλο μικρό σώμα με φορτίο q_2 , είναι επίσης ανάλογη προς το δεύτερο φορτίο. Μπορούμε να εκφράσουμε αυτή την αναλογία προς τα δυο φορτία ως $F \propto q_1 q_2$.

Τώρα που γνωρίζουμε πώς εξαρτάται η ηλεκτρική δύναμη από τα φορτία, μπορούμε να συνδυάσουμε αυτή τη γνώση με τα πειράματα του Coulomb. Αυτά μας λένε ότι η δύναμη είναι αντιστρόφως ανάλογη προς το τετράγωνο της αποστάσεως r μεταξύ των φορτίων. Έτσι φθάνουμε στην πλήρη έκφραση για τη δύναμη αλληλεπιδράσεως μεταξύ δυο φορτίων. Το μέτρο της δυνάμεως σε κάθε ένα από τα δυο φορτισμένα σώματα είναι:

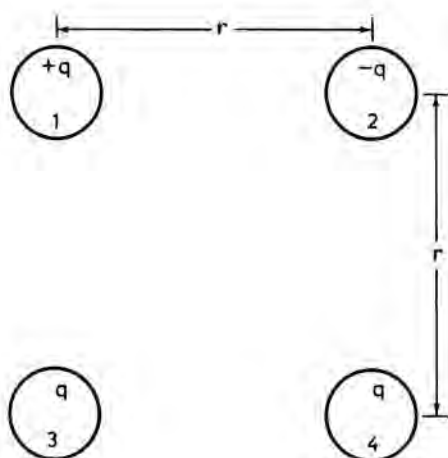
$$F = \frac{k q_1 q_2}{r^2}$$

όπου ο συντελεστής αναλογίας k εξαρτάται μόνο από τις μονάδες με τις οποίες μετρούμε τις δυνάμεις, τις αποστάσεις και τα φορτία. Αν τα q_1 και q_2 έχουν το ίδιο πρόσημο, οι δυνάμεις είναι απωστικές και η δύναμη σε κάθε φορτισμένο σώμα δείχνει προς τα έξω κατά την ευθεία που ενώνει τα δυο σώματα. Αν όμως τα q_1 και q_2 έχουν αντίθετα πρόσημα, οι δυνάμεις είναι ελκτικές και η δύναμη σε κάθε σώμα δείχνει προς τα μέσα κατά την ευθεία που τα ενώνει. Η έκφραση για τη δύναμη ονομάζεται **νόμος του Coulomb** και οι δυνάμεις λέγονται **δυνάμεις Coulomb**.

13. Ποια είναι η επίδραση επάνω στη δύναμη μεταξύ δυο φορτισμένων σφαιρών, αν:

- (α) Διπλασιασθεί το φορτίο της κάθε σφαίρας;
- (β) Διπλασιασθεί η απόσταση μεταξύ των κέντρων τους;

14. Τέσσερις όμοιες αγωγίμες σφαίρες επάνω σε πεσσούς ξηρού πάγου κρατούνται στις τέσσερις γωνίες ενός τετραγώνου επάνω σε ένα λείο τραπέζι. Δυο από αυτές έχουν φορτίο $+q$ και οι άλλες δυο



Σχήμα Γ

φορτίο $-q$, όπως φαίνεται στο σχήμα Γ.

(α) Να κάνετε ένα διανυσματικό διάγραμμα, υπό κλίμακα, που να δείχνει τις ηλεκτρικές δυνάμεις στη σφαίρα 1.

(β) Αν οι πεσσοί αφηθούν ελεύθεροι την ίδια στιγμή, προς ποια κατεύθυνση θα κινηθεί η κάθε σφαίρα;

15. Δυο όμοιες με ίσα φορτία σφαίρες Α και Β απωθούνται με μια δύναμη $2,0 \times 10^{-5} \text{ N}$. Βλέπε σχήμα Δ (α). Αγγίζουμε την Α με μία άλλη όμοια και αφόρτιστη σφαίρα Γ, όπως φαίνεται στο σχήμα Δ (β). Κατόπιν η Γ μεταφέρεται δίπλα στην Β, όπως φαίνεται στο σχήμα Δ (γ).

(α) Ποια είναι τώρα η ηλεκτρική δύναμη στην Α;

(β) Ποια είναι η συνολική ηλεκτρική δύναμη στην Γ (αφού άγγιξε την Α), όταν βρίσκεται στο μισό της αποστάσεως μεταξύ Α και Β;

16. (α) Αν η απόσταση μεταξύ δυο σημειακών φορτίων πολλαπλασιασθεί επί τρία, με ποιο συντελεστή πολλαπλασιάζεται η δύναμη μεταξύ αυτών των φορτίων;

(β) Αν η απόσταση μεταξύ δυο σημειακών φορτίων μεταβληθεί, ώστε η δύναμη μεταξύ τους να πολλαπλασιασθεί επί μισό, με τι παράγοντα πολλαπλασιάσθηκε η απόσταση;

11-7 Ηλεκτρικά πεδία.

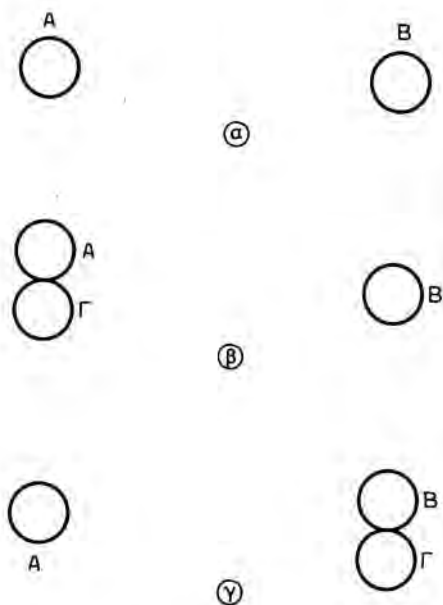
Στην προηγούμενη παράγραφο μάθαμε ότι η ηλεκτρική δύναμη μεταξύ δυο φορτισμένων σφαιρών είναι ανάλογη προς το φορτίο της κάθε μιας από αυτές. Ποια θα είναι η δύναμη που ασκείται από αρκετές σφαίρες όπως οι Α, Β, Γ και Δ επάνω σε μια πέμπτη σφαίρα Χ; Η δύναμη της κάθε μιας από τις σφαίρες Α, Β, Γ, Δ είναι ανάλογη προς το φορτίο της σφαίρας Χ. Η συνολική δύναμη είναι το διανυσματικό άθροισμα των επιμέρους δυνάμεων. Αφού το κάθε μέλος του αθροίσματος είναι ανάλογο προς το φορτίο της σφαίρας Χ, το άθροισμα των δυνάμεων θα είναι επίσης ανάλογο προς το φορτίο της σφαίρας Χ. Το αποτέλεσμα μένει ίδιο, ακόμη και αν τα φορτισμένα αντικείμενα που δρουν στη σφαίρα Χ δεν είναι σφαίρες αλλά έχουν άλλο σχήμα.

Επομένως, για να περιγράψουμε τις ηλεκτρικές επιδράσεις οποιουδήποτε φορτισμένου σώματος, είναι χρήσιμο να εκφράσουμε την ηλεκτρική δύναμη που ασκεί αυτό το φορτισμένο σώμα ανά μονάδα φορτίου σε οποιαδήποτε θέση στο χώρο. Αυτή η δύναμη ανά μονάδα φορτίου ονομάζεται ηλεκτρικό πεδίο (ή ένταση ηλεκτρικού πεδίου) και συμβολίζεται με το διάνυσμα $\vec{E}$:

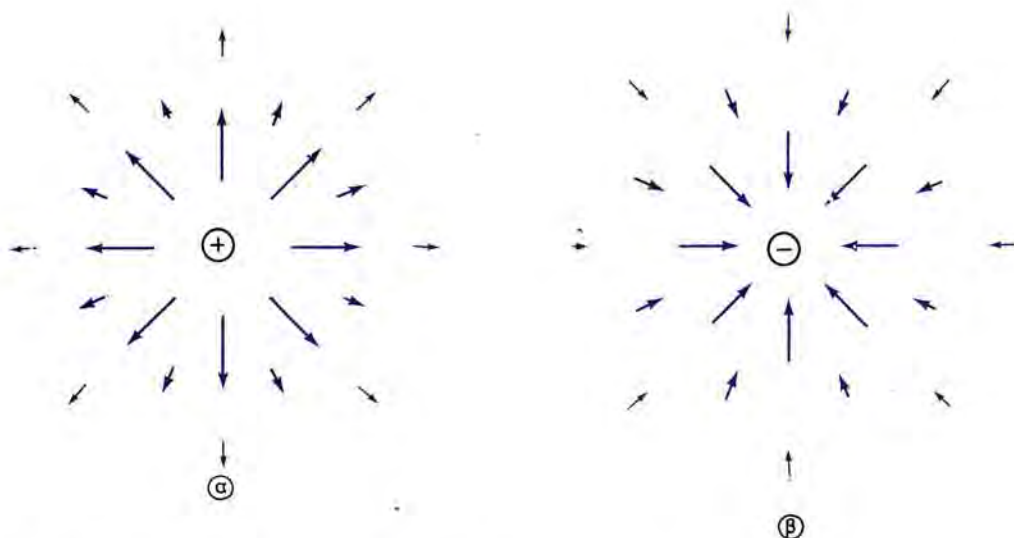
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

όπου $\vec{F}$ είναι η δύναμη που δρα σε κάποιο φορτίο q . Το πεδίο $\vec{E}$ δεν εξαρτάται από το φορτίο q , όπου δρα η δύναμη, αλλά μόνο από τα φορτία που προκαλούν τις δυνάμεις που ασκούνται στο q . Η μονάδα που θα χρησιμοποιήσουμε για το ηλεκτρικό πεδίο είναι ένα newton ανά μονάδα φορτίου.

Μπορούμε να σχεδιάσουμε ένα διάγραμμα των διανυσμάτων του πε-



Σχήμα Δ

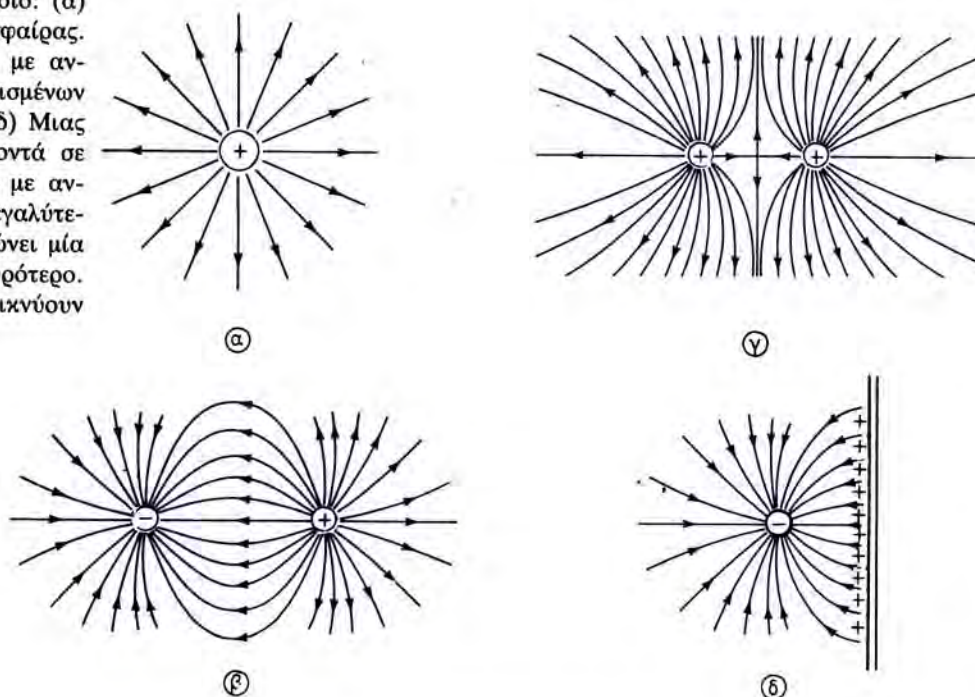


Σχήμα 11-12 Το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται από: (α) ένα θετικό ακίνητο φορτίο, (β) ένα αρνητικό ακίνητο φορτίο.

δίου γύρω από ένα ακίνητο φορτίο που να δείχνει το μέτρο και την κατεύθυνση του πεδίου σε πολλά σημεία. Το σχήμα 11-12 δείχνει ένα τέτοιο σύστημα διανυσμάτων για ένα στατικό θετικό φορτίο καθώς και για ένα στατικό αρνητικό φορτίο. Τα διανύσματα του ηλεκτρικού πεδίου έχουν κατεύθυνση προς τα έξω, όταν το στατικό φορτίο είναι θετικό και η δύναμη απωστική ενώ κατευθύνονται προς αυτό αν το στατικό φορτίο είναι αρνητικό και η δύναμη ελκτική, επί ενός θετικού δοκιμαστικού φορτίου.

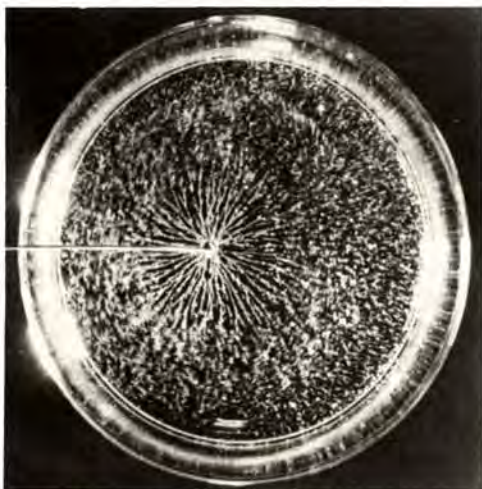
Συχνά αντί να σχεδιάσουμε μία σειρά από διανύσματα πεδίου, παριστάνουμε ένα ηλεκτρικό πεδίο με λίγο διαφορετικό τρόπο, σχεδιάζοντας μερικές γραμμές ηλεκτρικού πεδίου (δυναμικές γραμμές, πεδιακές γραμμές). Η γραμμή χαράζεται αν κινήσουμε διαρκώς ένα σημείο κατά την κατεύθυνση της δύναμης που ασκείται σε μία θετική μονάδα φορτίου. Η γραμμή ακολουθεί τη δύναμη καθώς αυτή αλλάζει διεύθυνση. Στο σχήμα 11-13 φαίνονται τα σχήματα των γραμμών του ηλεκτρικού πεδίου γύρω από ένα μοναδικό μικρό φορτισμένο αντικείμενο και γύρω από πολλά ξεχωριστά φορτισμένα σώματα. Η κατεύθυνση της γραμμής είναι η κατεύθυνση της συνολικής δύναμης σε μία κινητή μονάδα φορτίου που έχει τοποθετηθεί στη γραμμή. Μερικές φορές μπορούμε να δείξουμε πειραματικά τις δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου γιατί μικρά σώματα παρατάσσονται παράλληλα προς αυτές. Για παράδειγμα, μπορούμε να έχουμε αιωρούμενους σπόρους χλόης (το κοινό γρασίδι) μέσα σε ένα μονωτικό υγρό. Στη συνέχεια, αν δημιουργήσουμε ένα ηλεκτρικό πεδίο τοποθετώντας φορτισμένα αντικείμενα μέσα στο υγρό, οι σπόροι διατάσσονται σε γραμμές και δίνουν την εικόνα του πεδίου. Το σχήμα 11-14 δείχνει φωτογραφίες σχημάτων από σπόρους χλόης διαφόρων ηλεκτρικών πεδίων.

Σχήμα 11-13 Το ηλεκτρικό πεδίο: (α) Μιας μόνο θετικά φορτισμένης σφαίρας. (β) Δυο φορτισμένων σφαιρών με αντίθετα πρόσημα. (γ) Δυο φορτισμένων σφαιρών με το ίδιο πρόσημο. (δ) Μιας μικρής φορτισμένης σφαίρας κοντά σε ένα φορτισμένο επίπεδο αγωγό με αντίθετο πρόσημο. Σημειώστε ότι μεγαλύτερη πυκνότητα γραμμών υποδηλώνει μία περιοχή όπου το πεδίο είναι ισχυρότερο. Γραμμές που αποκλίνουν υποδεικνύουν ότι το πεδίο εξασθενίζει.



Στο σχήμα 11-14 τα φορτισμένα αντικείμενα είναι μεταλλικοί αγωγοί. Παρατηρήστε ότι οι γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου συναντούν τις επιφάνειές τους υπό ορθή γωνία. Αυτό το καταλαβαίνουμε εύκολα. Σε ένα μεταλλικό αγωγό τα φορτία είναι ελεύθερα να κινούνται από σημείο σε σημείο μέσα στο μέταλλο αλλά δεν μπορούν να αφήσουν εύκολα την επιφάνειά του. Αν οι ηλεκτρικές δυνάμεις που δρουν στα φορτία σε μία μεταλλική επιφάνεια έχουν μία οποιαδήποτε συνιστώσα παράλληλη προς την επιφάνεια, τότε κινούν τα φορτία κατά μήκος της επιφάνειας. Αυτή η κίνηση εξακολουθεί έως ότου τα φορτία τοποθετηθούν έτσι, ώστε οι γραμμές του ηλεκτρικού φορτίου να γίνονται κάθετες προς κάθε μεταλλική επιφάνεια. Αυτή η τακτοποίηση γίνεται σε χρονικό διάστημα μικρού κλάσματος του δευτερολέπτου. Σε αυτά τα πειράματα της ηλεκτροστατικής μετρούμε το πεδίο αφού έχουν σταματήσει να κινούνται τα φορτία.

17. Να συνδυάσετε τα πεδία που φαίνονται στο σχήμα 11-13 με τα σχήματα των σπόρων χλόης του σχήματος 11-14.
18. Μπορούν να διασταυρώνονται οι γραμμές ηλεκτρικού πεδίου;
19. Το βέλος στα αριστερά του σχήματος 11-12 (α) δείχνει το ηλεκτρικό πεδίο σε ένα ορισμένο σημείο. Να ονομάσετε αυτό το σημείο P.
 - (α) Υπάρχει άλλο σημείο στο σχήμα 11-12 (α) όπου το ηλεκτρικό πεδίο να είναι το ίδιο με του σημείου P; Αν υπάρχει πού είναι;
 - (β) Υπάρχει άλλο σημείο στο σχήμα 11-12 (β) όπου το ηλεκτρικό πεδίο να είναι το ίδιο με του σημείου P; Αν υπάρχει πού είναι;



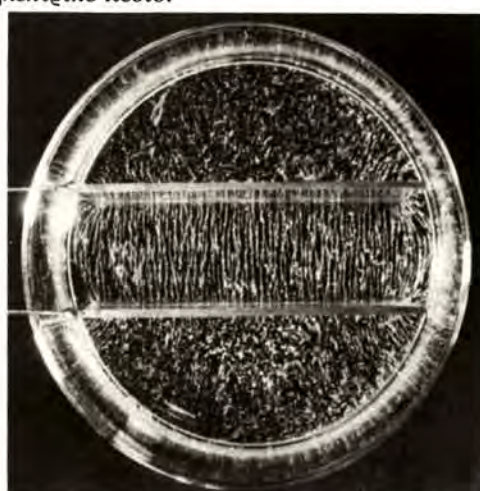
(α) Μοναδική φορτισμένη ράβδος.



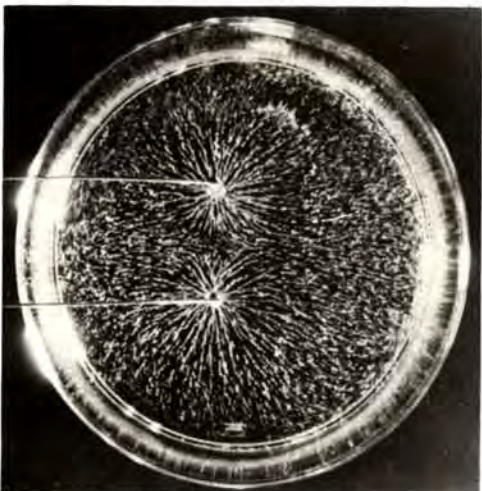
(δ) Δύο παράλληλες ηλεκτρικές πλάκες χωρίς ηλεκτρικό πεδίο.



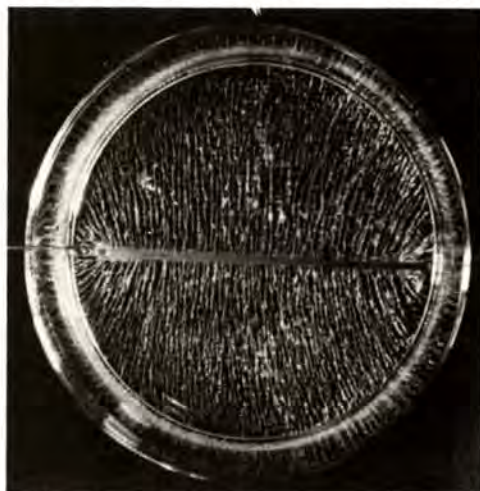
(β) Δύο ράβδοι με ίσα και αντίθετα φορτία.



(ε) Δύο παράλληλες πλάκες με αντίθετα φορτία.



(γ) Δύο ράβδοι με το ίδιο φορτίο.



(στ) Μοναδική φορτισμένη πλάκα.

Σχήμα 11-14 Φωτογραφίες σχημάτων ηλεκτρικών πεδίων που δημιουργούνται από σπόρους χλόης (κοινού γρασιδιού) μέσα σε μονωτικό υγρό.

11-8 Μέτρηση μικρών ηλεκτρικών δυνάμεων.

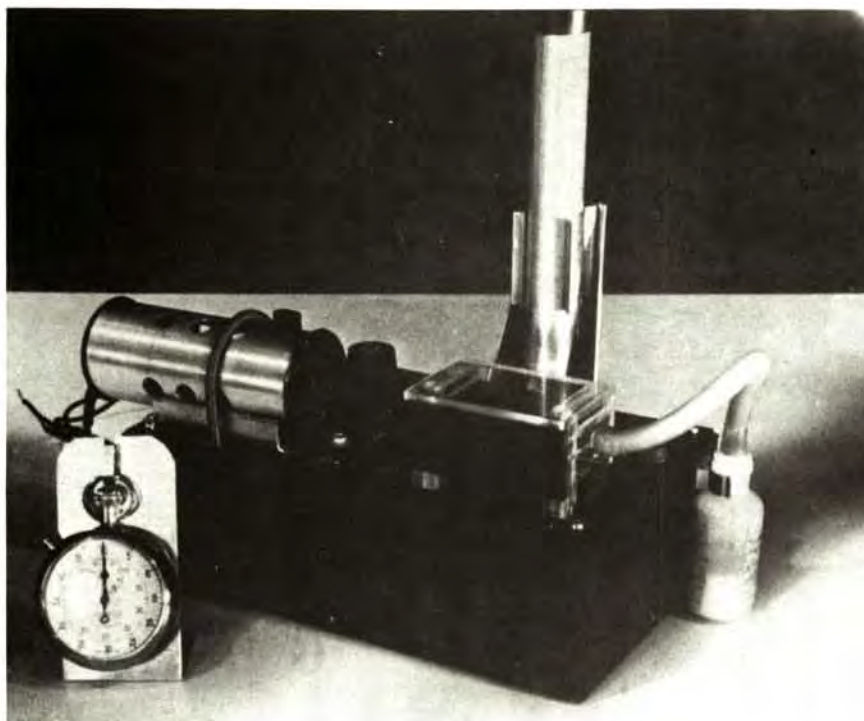
Κατασκευάσαμε ένα μοντέλο για το ηλεκτρικό φορτίο, υποθέτοντας ότι συνήθη κομμάτια ύλης περιέχουν ίσους αριθμούς θετικών και αρνητικών σωματιδίων. Με αυτό το μοντέλο μπορέσαμε να εξηγήσουμε ικανοποιητικά τις παρατηρήσεις που κάναμε μέχρι τώρα στα πειράματα για τον ηλεκτρισμό. Ένα μοντέλο όμως που θα θεωρούσε το ηλεκτρικό φορτίο σαν δυο διαφορετικούς τύπους ρευστών θα εξυπηρετούσε εξίσου καλά αυτές τις παρατηρήσεις. Ένας βασικός έλεγχος για ένα μοντέλο σωματιδίων θα ήταν η ύπαρξη «ατόμων» ηλεκτρισμού, σωματιδίων δηλαδή φορτισμένων με το ίδιο φορτίο. Για να μπορέσουμε να ερευνήσουμε για τέτοια σωματίδια, πρέπει πρώτα να μάθουμε πώς να μετρούμε τις πολύ μικρές δυνάμεις που μπορούν να ασκούνται επάνω τους. Τότε θα είμαστε σε θέση να χρησιμοποιήσουμε τις δυνάμεις αυτές για να μετρήσουμε το ηλεκτρικό φορτίο.

Χρειαζόμαστε αντικείμενα αρκετά μεγάλα, για να είναι ορατά, αλλά αρκετά μικρά, για να μπορούν να κινηθούν από τις ηλεκτρικές δυνάμεις που μπορούμε να ασκήσουμε σε φορτισμένα σωματίδια. Αντικείμενα ορατά από το μάτι μας είναι πολύ βαριά για το σκοπό μας. Μικροσκοπικές πλαστικές σφαίρες διαμέτρου περίπου 10^{-6} του μέτρου είναι αρκετά ικανοποιητικές (σχ. 11-15). Παρόλο που είναι αρκετά μεγάλες, ώστε να φαίνονται σαν φωτεινές κουκίδες μέσα από ένα οπτικό μικροσκόπιο, η μάζα της κάθε μιας είναι μόνο 10^{-15} kg. Αυτές οι σφαίρες κατασκευάζονται για να βαθμονομούνται οι αποστάσεις που δλέπομε με ηλεκτρονικό μικροσκόπιο και έτσι διαθέτομε πολλές σχεδόν πανομοιότυπες τέτοιες σφαίρες.

Θα μελετήσουμε την κίνηση αυτών των σφαιρών με τη συσκευή που φαίνεται στα σχήματα 11-16 και 11-17. Όταν δεν υπάρχει φορτίο στις πλάκες, οι σφαίρες κινούνται μάλλον αργά.

Σχήμα 11-15 Φωτογραφία ηλεκτρονικού μικροσκοπίου που δείχνει μερικές πλαστικές σφαίρες μεγεθυμένες περίπου επί 12.000 φορές.

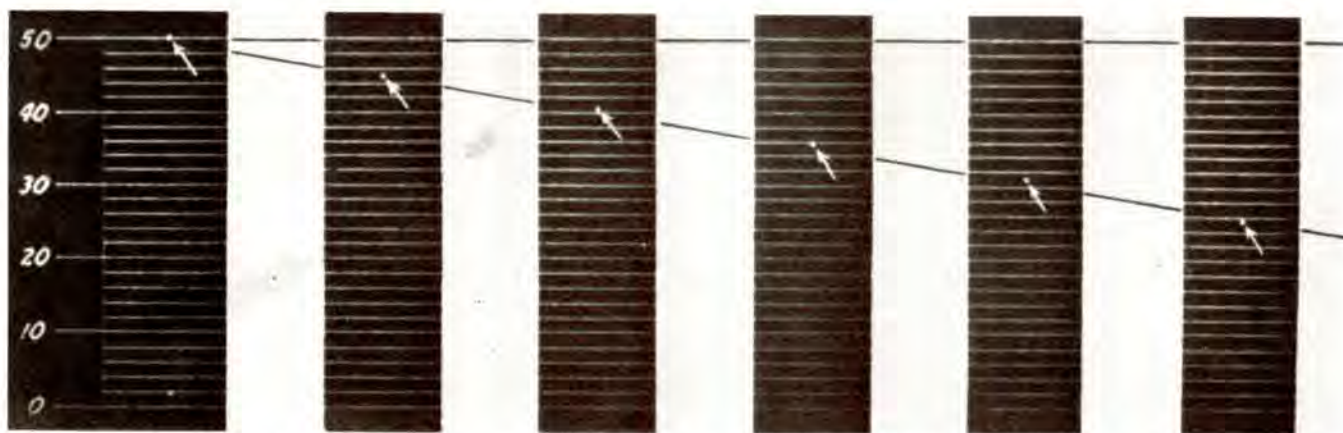




Σχήμα 11-16 Το πλαστικό μπουκάλι συμπιέζεται για να ωθήσει τις πλαστικές σφαίρες προς τα επάνω μέσα από το σωλήνα ώστε να φθάσουν στο χώρο μεταξύ των μεταλλικών πλακών. Μία ισχυρή φωτεινή πηγή στο αριστερό κέντρο της φωτογραφίας φωτίζει τις σφαίρες για να φαίνονται μέσα από το όρθιο μικροσκόπιο.



Σχήμα 11-17 Κοντινή άποψη των πλακών. Το μικροσκόπιο έχει αφαιρεθεί για να φανούν πιο καθαρά οι πλάκες.



Σχήμα 11-18 Φωτογραφίες που λήφθηκαν με μικροσκόπιο σε χρονικά διαστήματα ενός δευτερολέπτου και δείχνουν τις μικρές πλαστικές σφαίρες να κινούνται προς τα κάτω λόγω βαρύτητας. Η σφαίρα διανύει πέφτοντας την ίδια απόσταση για κάθε διάστημα των διαγραμμίσεων που έχουν ολικό μήκος λίγο περισσότερο από 1 mm.

Όταν τις παρατηρούμε, βλέπουμε ότι πέφτουν με σταθερό ρυθμό (σχ. 11-18). Προφανώς έχουν φθάσει στην οριακή τους ταχύτητα (βλ. παράγρ. 4-3). Αν εξαναγκάσουμε τις σφαίρες να περάσουν μέσα από το σωλήνα και να φθάσουν στο χώρο μεταξύ των πλακών, τότε πολλές από αυτές θα φορτισθούν ηλεκτρικά, μερικές θετικά και άλλες αρνητικά. Έτσι, αν οι πλάκες είναι φορτισμένες, υπάρχει μία ηλεκτρική δύναμη που δρα επάνω στις σφαίρες οι οποίες φέρουν φορτίο. Η δράση της ηλεκτρικής δυνάμεως προστίθεται στη δύναμη βαρύτητας. Η κινούσα δύναμη θα είναι το διανυσματικό άθροισμα της ηλεκτρικής δυνάμεως και της δυνάμεως βαρύτητας. Αυτή η κινούσα δύναμη μπορεί να κατευθύνεται προς τα επάνω ή προς τα κάτω ανάλογα με το μέτρο και τη φορά της ηλεκτρικής δυνάμεως.

Πειράματα μας δείχνουν ότι οι σφαίρες με την παρουσία μιας ηλεκτρικής δυνάμεως φθάνουν και πάλι σε μία οριακή ταχύτητα. Επομένως η ηλεκτρική δύναμη μεταξύ των πλακών καθώς και η δύναμη βαρύτητας είναι σταθερές. Ακόμα πρέπει να γνωρίζουμε τη σχέση μεταξύ της κινούσας δυνάμεως $\vec{F}_e + \vec{F}_g = \vec{F}_s$ και της οριακής ταχύτητας. Ας υποθέσουμε ότι η κινούσα δύναμη είναι 4 φορές μεγαλύτερη από τη δύναμη βαρύτητας. Πώς θα επηρεάσει αυτό την οριακή ταχύτητα; Το βάρος των μικρών σφαιρών είναι περίπου $2,8 \times 10^{-14}$ N. Έτσι η κινούσα δύναμη θα είναι $11,2 \times 10^{-14}$ N. Σ' αυτή την περίπτωση η συνολική δύναμη (συμπεριλαμβάνοντας την αντίσταση του αέρα) θα είναι σε newton (υ σε m/s):

$$F = 11,2 \times 10^{-14} - 2,9 \times 10^{-10} v - 7,0 \times 10^{-13} v^2$$

και όχι

$$F = 2,8 \times 10^{-14} - 2,9 \times 10^{-16} v - 7,0 \times 10^{-13} v^2$$

όπως είχαμε στην παράγραφο 4-3 για τη βαρύτητα μόνο.

Στην παράγραφο 4-3 δείξαμε ότι μπορούμε να αμελήσουμε τον όρο που περιέχει το v^2 και ότι η οριακή ταχύτητα είναι:

$$v = \frac{2,8 \times 10^{-14}}{2,9 \times 10^{-10}} \text{ m/s} = 0,97 \times 10^{-4} \text{ m/s}$$

όταν η μικρή σφαίρα πέφτει υπό την επίδραση της βαρύτητας μόνο.

Μπορείτε να δεχθείτε ότι ο όρος v^2 είναι αμελητέος αν κάνετε τον υπολογισμό ακόμη και για κινούσα δύναμη 11×10^{-14} N. Επομένως η οριακή ταχύτητα της μικρής σφαίρας θα είναι:

$$v = \frac{11,2 \times 10^{-14}}{2,9 \times 10^{-10}} \text{ m/s} = 3,9 \times 10^{-4} \text{ m/s},$$

δηλαδή θα είναι 4 φορές μεγαλύτερη από την τελική ταχύτητα υπό την επίδραση της βαρύτητας και μόνο.

Από τους παραπάνω συλλογισμούς είναι προφανές ότι για δυνάμεις πολλαπλάσιες της δυνάμεως βαρύτητας, η οριακή ταχύτητα της μικρής σφαίρας είναι ανάλογη προς την κινούσα δύναμη. Έτσι μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την οριακή ταχύτητα για να μετρήσουμε την κινούσα δύναμη.

20. Στην έκφραση: $F = 11,2 \times 10^{-14} - 2,7 \times 10^{-10} v - 7,0 \times 10^{-13} v^2$, με F σε N και v σε m/s, πώς συγκρίνεται ο όρος που περιέχει το v με τον όρο που περιέχει το v^2 , όταν $v = 3,9 \times 10^{-4}$ m/s;

21. Ας υποθέσουμε ότι μετρούμε την ταχύτητα των πλαστικών σφαιρών μεταξύ των πλακών στη διάταξη του σχήματος 11-17 και βρίσκουμε ότι είναι μιάμιση φορά μεγαλύτερη από την ταχύτητα που έχουν μόνο υπό την επίδραση της βαρύτητας. Το βάρος της μιας σφαίρας είναι $2,8 \times 10^{-14}$ N.

Ποια είναι η ηλεκτρική δύναμη;

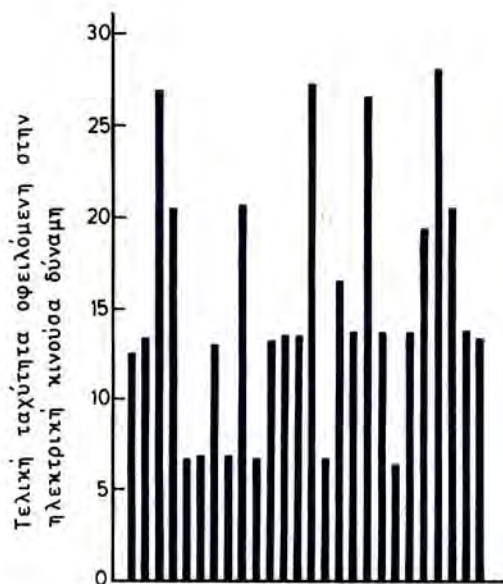
(α) Αν κινούνται προς τα επάνω;

(β) Αν κινούνται προς τα κάτω;

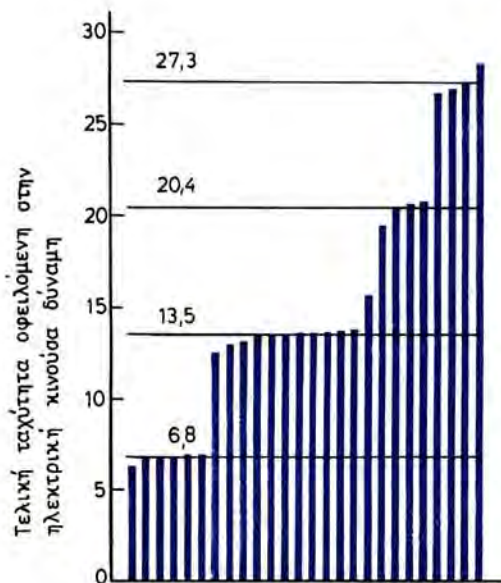
11-9 Το στοιχειώδες φορτίο.

Ας υποθέσουμε ότι δάξουμε αρκετές σφαίρες, σαν αυτές που φαίνονται στο σχήμα 11-15, μεταξύ των πλακών της συσκευής που φαίνεται στο σχήμα 11-17. Όταν οι πλάκες είναι αφόρτιστες, δεν δρα ηλεκτρική δύναμη. Όλες οι σφαίρες έχουν την ίδια οριακή ταχύτητα. Αυτό συμβαίνει γιατί οι σφαίρες έχουν την ίδια μάζα και έτσι η κινούσα δύναμη που οφείλεται στη βαρύτητα είναι η ίδια σε κάθε σφαίρα. Όμως, όταν οι πλάκες είναι φορτισμένες οι οριακές ταχύτητες δεν είναι πια οι ίδιες για κάθε σφαίρα. Η κινούσα δύναμη είναι τώρα λίγο ηλεκτρική και λίγο δύναμη βαρύτητας και έτσι η οριακή ταχύτητα είναι το διανυσματικό άθροισμα των τμημάτων που οφείλονται στον ηλεκτρισμό και στη βαρύτητα. Αν αφαιρέσουμε την οριακή ταχύτητα που οφείλεται στην κινούσα δύναμη βαρύτητας, θα βρούμε την οριακή ταχύτητα που θα είχε κάθε σφαίρα αν η μόνη κινούσα δύναμη ήταν ηλεκτρική. Αφού γνωρίζουμε ότι η οριακή ταχύτητα είναι ανάλογη προς την κινούσα δύναμη, μπορούμε να προσδιορίσουμε την ηλεκτρική δύναμη που δρα σε κάθε σφαίρα.

Σε ένα πείραμα όπου χρησιμοποιήθηκε η συσκευή των σχημάτων 11-16 και 11-17 μετρήθηκαν οι οριακές ταχύτητες αρκετών σφαιρών. Από κάθε τιμή αφαιρέθηκε η οριακή ταχύτητα που οφείλεται μόνο στην κινούσα δύναμη βαρύτητας και οι ταχύτητες που έμειναν και οφείλονται μόνο στην κινούσα ηλεκτρική δύναμη σχεδιάστηκαν στο σχήμα 11-19.



Σχήμα 11-19 Οι οριακές ταχύτητες (μετρημένες σε μονάδες κατάλληλες για αυτό το πείραμα) που οφείλονται στο ηλεκτρικό μέρος της κινητήριας δυνάμεως επάνω σε αρκετές πλαστικές σφαίρες. Η οριακή ταχύτητα που οφείλεται στο μέρος της δυνάμεως βαρύτητας της κινητήριας δυνάμεως έχει αφαιρεθεί από τις τιμές που παρατηρήθηκαν.



Σχήμα 11-20 Οι οριακές ταχύτητες του σχήματος 11-19 ξανασχεδιάστηκαν κατά αυξανόμενο μέτρο. Σημειώστε ότι τα μέτρα ταχυτήτων συγκεντρώνονται γύρω από τις τιμές που είναι ακέραια πολλαπλάσια της χαμηλότερης τιμής.

Παρατηρήστε ότι οι τιμές δεν είναι τυχαία μοιρασμένες. Συγκεντρώνονται γύρω από ορισμένες τιμές που είναι πολλαπλάσιες της χαμηλότερης τιμής. Γι' αυτό ειδικά το πείραμα, οι ταχύτητες συγκεντρώνονται γύρω από τις τιμές 6,8, 13,5, 20,4 και 27,3 (σε μονάδες που ήταν βολικές για αυτό το πείραμα) όπως φαίνονται αν τις ανακατανεύουμε κατά μέτρο (σχ. 11-20). Αφού η οριακή ταχύτητα είναι ανάλογη προς την κινούσα δύναμη, συμπεραίνουμε από αυτά τα στοιχεία ότι η ηλεκτρική δύναμη είναι επίσης μοιρασμένη γύρω από ορισμένες τιμές. Τώρα η ηλεκτρική δύναμη εξαρτάται από τα φορτία στις σφαίρες και το φορτίο στις πλάκες. Το φορτίο στις πλάκες είναι σταθερό καθ' όλο το πείραμα. Επομένως οι διαφορές της ηλεκτρικής δυνάμεως σε κάθε σφαίρα πρέπει να οφείλονται στις διαφορές του ηλεκτρικού φορτίου σε κάθε σφαίρα. Αφού η ηλεκτρική δύναμη σε μία σφαίρα είναι ανάλογη προς το φορτίο που φέρει (βλ. παράγρ. 11-6), αυτές οι ίσες διαφορές της ηλεκτρικής δυνάμεως στις μικρές φορτισμένες σφαίρες είναι το αποτέλεσμα των ίσων διαφορών στα ηλεκτρικά φορτία των σφαιρών.

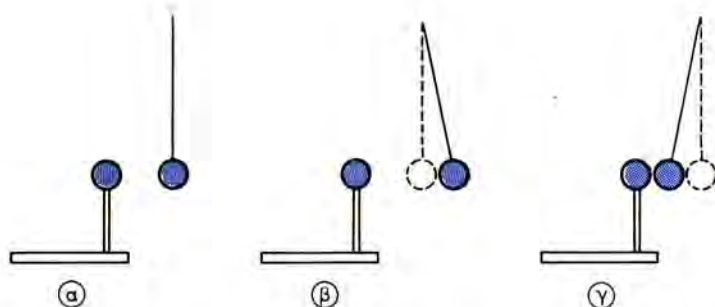
Αν το φορτίο εμφανίζεται να παίρνει διακριτές ίσες τιμές όπως φαίνεται να δείχνει το πείραμά μας, τότε υπάρχει μία φυσική μονάδα φορτίου. Αυτή η φυσική μονάδα φορτίου ονομάζεται **στοιχειώδες φορτίο**. Το 1909 ο R.A. Millikan (Μίλικαν) έκανε μία σειρά πειραμάτων που έδειξαν καθαρά την ύπαρξη της στοιχειώδους μονάδας φορτίου, χρησιμοποιώντας μία συσκευή πολύ παρόμοια με αυτή που περιγράψαμε.

Αντί για πλαστικές σφαίρες γνωστής μάζας που χρησιμοποιήσαμε, μεταχειρίστηκε μικρές σταγόνες λαδιού και αναγκάστηκε να μετρήσει τις μάζες τους όσο μετρούσε τα φορτία τους. Επομένως το πείραμά μας είναι ευκολότερο από το δικό του, αλλά σε όλα τα άλλα είναι το ίδιο.

22. Να συνοψίσετε τις συνθήκες που πρέπει να υπάρχουν στο πείραμα που περιγράφεται στις παραγράφους 11-8 και 11-9 και να αναφέρετε ποιες υποθέσεις πρέπει να γίνουν για να φθάσουμε στο συμπέρασμα ότι το ηλεκτρικό φορτίο έρχεται σε μονάδες στοιχειώδους φορτίου.
23. (α) Θα μπορούσατε να κάνετε το πείραμα των παραγράφων 11-8 και 11-9 σε κενό;
 - (β) Το πείραμα των παραγράφων 11-8 και 11-9 έγινε στην επιφάνεια της θάλασσας όπου η πυκνότητα του αέρα είναι $1,22 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ και ξανά με την ίδια συσκευή και διαδικασία σε ένα υψόμετρο 3000 m, όπου η πυκνότητα του αέρα είναι $0,89 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$. Νομίζετε ότι θα υπάρξουν διαφορές στις παρατηρήσεις και στα συμπεράσματα μεταξύ των δυο πειραμάτων;

11-10 Μπαταρίες και ηλεκτρικά πεδία.

Το τρίψιμο δυο αντικειμένων μεταξύ τους, όπως π.χ. μιας πλαστικής ράβδου και ενός μάλλινου υφάσματος, δεν είναι η μόνη μέθοδος για το διαχωρισμό των θετικά και των αρνητικά φορτισμένων σωματιδίων.



Σχήμα 11-21 Η συσκευή μετρήσεως της δύναμης μεταξύ δυο φορτισμένων σφαιρών. (α) Θέση των αφορτίστων σφαιρών. (β) Θέση των δυο σφαιρών όταν η κάθε μία έχει ακουμπήσει τον ίδιο πόλο μιας μεγάλης μπαταρίας. (γ) Θέση των δυο σφαιρών που η μία έχει ακουμπήσει το θετικό και η άλλη τον αρνητικό πόλο μιας μεγάλης μπαταρίας.

Φορτία διαχωρίζονται επίσης και σε ένα στοιχείο ηλεκτρικού φαναριού (φακού). Μπορείτε να βεβαιωθείτε γι' αυτό με τη συσκευή του σχήματος 11-21 (α) που χρησιμοποιήσατε για να μελετήσετε τη δύναμη μεταξύ δυο φορτισμένων σφαιρών. Αν αγγίξετε κάθε σφαίρα με το ίδιο άκρο ηλεκτρικού στοιχείου θα δάλετε ίσα φορτία στις σφαίρες και αυτές θα απωθηθούν. Αν το δοκιμάσετε όμως θα απογοητευθείτε. Δεν θα παρατηρήσετε κανένα αποτέλεσμα. Αλλά, αν αγγίξετε κάθε σφαίρα με ένα σύρμα συνδεδεμένο με μία μπαταρία κατασκευασμένη από δυο χιλιάδες ηλεκτρικά στοιχεία φακού σε σειρά, θα παρατηρήσετε σημαντική άπωση μεταξύ των σφαιρών. [Η διαδικασία που φαίνεται στο σχήμα 11-21 (β) είναι δύσκολη και επικίνδυνη!]

Μπορούμε να διερευνήσουμε το πρόσημο του φορτίου στις σφαίρες δοκιμάζοντας με ένα σώμα που έχει γνωστό φορτίο. Για παράδειγμα, αν αγγίξουμε τις σφαίρες με ένα σύρμα συνδεδεμένο με το θετικό πόλο της μπαταρίας, θα απωθηθούν από μια φορτισμένη γυάλινη ράβδο και επομένως θα έχουν θετικό φορτίο.

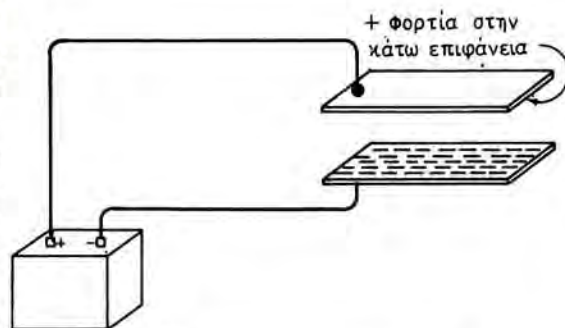
Τώρα, αν αγγίξουμε τη μία σφαίρα με ένα σύρμα συνδεδεμένο με το θετικό πόλο και την άλλη με ένα σύρμα συνδεδεμένο με τον αρνητικό πόλο μιας μπαταρίας. Οι σφαίρες έλκονται όπως φαίνεται στο σχήμα 11-21 (γ).

Αν οι δυο σφαίρες αγγίξουν η μία την άλλη, χάνουν τα φορτία τους και η σφαίρα που αιωρείται επανέρχεται στην αρχική κατακόρυφη θέση της. Προφανώς τα φορτία που δόθηκαν σε κάθε μία από τις σφαίρες είχαν το ίδιο μέτρο, αφού οι σφαίρες έγιναν ουδέτερες, όταν άγγιξαν η μία την άλλη.

Επομένως μία μπαταρία είναι μία κατασκευή που με χημική δράση κρατά ένα θετικό φορτίο στον ένα πόλο και ένα αρνητικό φορτίο στον άλλο πόλο, παρόλη την ηλεκτρική έλξη που τείνει να ενώσει αυτά τα φορτία. Όταν αγγίξουμε τη μία σφαίρα με τον ένα πόλο της μπαταρίας μαζεύονται γρήγορα φορτία στη σφαίρα.

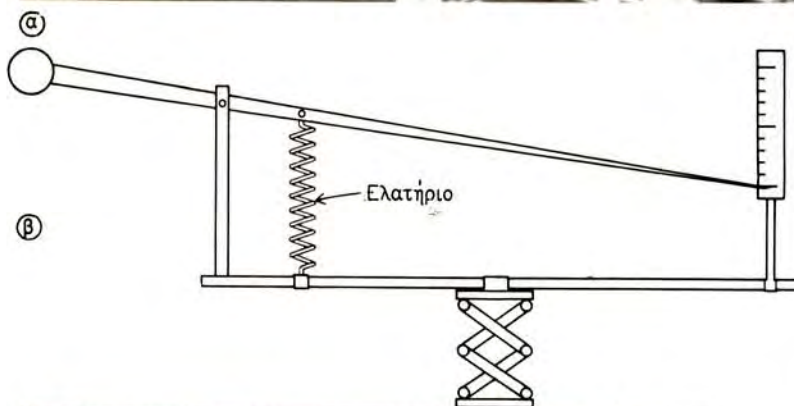
Ας υποθέσουμε ότι συνδέουμε δυο παράλληλες μεταλλικές πλάκες με τους πόλους μιας μπαταρίας που αποτελείται από ένα αρκετά μεγάλο αριθμό στοιχείων (σχ. 11-22).

Πώς εξαρτάται το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ των πλακών από την απόσταση μεταξύ τους; Μπορούμε να απαντήσουμε σ' αυτή την ερώτηση μετρώντας την ηλεκτρική δύναμη σε μία φορτισμένη σφαίρα για διαφορετικές αποστάσεις των πλακών, όσο οι πλάκες είναι συνδεδεμένες με τη μπαταρία. Η δύναμη μπορεί να μετρηθεί με ένα βαθμονομημένο



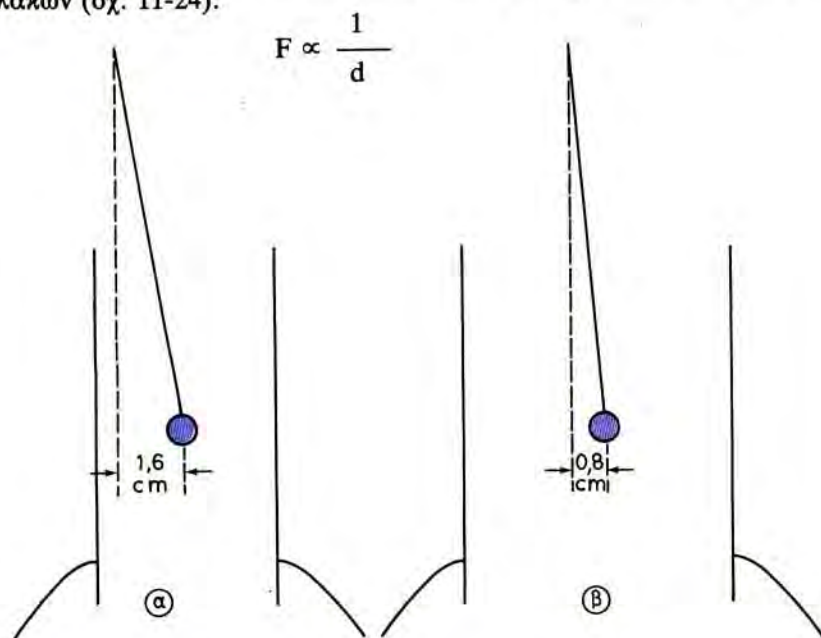
Σχήμα 11-22 Δυο παράλληλες μεταλλικές πλάκες συνδεδεμένες με μία μπαταρία. Αν η απόσταση μεταξύ των πλακών είναι μικρή σε σύγκριση με τις γραμμικές τους διαστάσεις, το ηλεκτρικό φορτίο περιορίζεται στις εσωτερικές επιφάνειες των πλακών.

Σχήμα 11-23 Ένας μεγάλος ηλεκτρικός ζυγός. (α) Όταν δεν δρα ηλεκτρική δύναμη ο ζυγός είναι ρυθμισμένος έτσι, ώστε ο δείκτης να είναι στο μηδέν. (β) Ένα σχέδιο του ζυγού που φαίνεται η θέση του ελατηρίου. (γ) Όταν οι μεγάλες πλάκες συνδέονται με τη συστοιχία των μπαταριών (στα δεξιά, πίσω από το ζυγό), η ηλεκτρική δύναμη στη σφαίρα τη σπρώχνει προς τα κάτω και αναγκάζει τον πλαστικό βραχίονα του ζυγού να περιστρέφεται περί το κατακόρυφο υποστήριγμα. Όλο το σύστημα του βραχίονα του ζυγού, του υποστηρίγματος και της κλίμακας είναι στερεωμένα ώστε η σφαίρα να μένει στο κέντρο των πλακών όπου το πεδίο δυνάμεων είναι ομοιόμορφο. Η κλίμακα έχει βαθμονομηθεί τοποθετώντας μια πολύ μικρή μάζα επάνω στη σφαίρα (με τις πλάκες αφόρτιστες) και σημειώνοντας πόσες διαιρέσεις αντιστοιχούν στη γνωστή δύναμη βαρύτητας επάνω στη μάζα.



(γ)

ζυγό ελατηρίου (σχ. 11-23). Όταν γίνει η μέτρηση, βρίσκουμε ότι, αν διπλασιάσουμε την απόσταση μεταξύ των πλακών, μειώνουμε τη δύναμη στο μισό της αρχικής τιμής της και αν τριπλασιάσουμε την απόσταση, μειώνουμε τη δύναμη στο ένα τρίτο. Γενικώς η δύναμη σε ένα φορτίο μεταξύ δυο μεγάλων πλακών, συνδεδεμένων με τους πόλους μιας μπαταρίας, είναι αντιστρόφως ανάλογη προς την απόσταση μεταξύ των πλακών (σχ. 11-24).



Σχήμα 11-24 Μία φορτισμένη σφαίρα κρέμεται μεταξύ δυο παραλλήλων αγωγίων πλακών. Οι πλάκες συνδέονται με μία ηλεκτρική πηγή ισοδύναμη με ένα μεγάλο αριθμό ηλεκτρικών στοιχείων φακού. (α) Όταν η απόσταση των πλακών είναι 10 cm, η σφαίρα αποκλίνει κατά 1,6 cm. (β) Όταν η απόσταση των πλακών αυξάνει στα 20 cm, η σφαίρα αποκλίνει 0,8 cm. Το ηλεκτρικό πεδίο για απόσταση μεταξύ των πλακών ίση με 20 cm είναι μισό από το πεδίο για απόσταση 10 cm. Επομένως $E_1 d_1 = E_2 d_2$ και το γινόμενο Ed δεν άλλαξε.

Το ηλεκτρικό πεδίο είναι η ηλεκτρική δύναμη ανά μονάδα φορτίου (βλ. παράγρ. 11-7). Αν υποθέσουμε ότι το ηλεκτρικό φορτίο παραμένει σταθερό κατά τη διάρκεια των μετρήσεων της δύναμης, τότε το ηλεκτρικό πεδίο θα είναι επίσης αντιστρόφως ανάλογο προς την απόσταση μεταξύ των πλακών

$$F \propto \frac{1}{d}$$

Μετρήσεις του πεδίου για διάφορους αριθμούς στοιχείων σε σειρά δείχνουν ότι το ηλεκτρικό πεδίο είναι ανάλογο προς τον αριθμό n των στοιχείων σε σειρά. Έτσι:

$$E \propto \frac{n}{d} \quad \text{ή} \quad E = \text{σταθερά} \frac{n}{d}$$

Η σταθερά αναλογίας εξαρτάται μόνο από το είδος των στοιχείων που χρησιμοποιούνται για να κατασκευασθεί μία μπαταρία.

Από την τελευταία εξίσωσή μας εικάζεται ότι, αν ο αριθμός των μπαταριών που είναι συνδεδεμένες με τις πλάκες και η απόσταση μεταξύ των πλακών είναι σταθερά, το ηλεκτρικό πεδίο E είναι το ίδιο παντού μεταξύ των πλακών, ομογενές πεδίο. Αυτό θα ισχύει, αν η απόσταση μεταξύ των πλακών είναι μικρή, σε σύγκριση με το μέγεθός τους, και αν

το σημείο όπου μετριέται η δύναμη του πεδίου δεν είναι πολύ κοντά στα άκρα των πλακών. Το πεδίο μεταξύ των πλακών φαίνεται από τα σχήματα των σπόρων χλόης του σχήματος 11-14 (ε). Μπορείτε να παρατηρήσετε ότι οι γραμμές των σπόρων είναι παράλληλες και ισαπέχουσες μεταξύ των πλακών, εκτός από την περιοχή κοντά στα άκρα τους.

- 24.** Δυο παράλληλες αγωγίμες πλάκες που έχουν απόσταση μεταξύ τους d φορτίζονται, όταν συνδεθούν με τους πόλους μιας μπαταρίας. Μία φορτισμένη σφαίρα μεταξύ τους υφίσταται μία ηλεκτρική δύναμη F . Ποια είναι η δύναμη στη σφαίρα αν:
- (α) Η απόσταση μειωθεί σε $d/2$ αλλά η μπαταρία δεν αλλάξει;
 - (β) Μία άλλη όμοια μπαταρία συνδεθεί σε σειρά με την πρώτη αλλά η απόσταση δεν αλλάξει;
 - (γ) Τρεις μπαταρίες συνδεθούν σε σειρά και η απόσταση μεταβληθεί σε $3d/2$;
- 25.** Πώς μπορείτε να ελέγξετε, αν ένα σημαντικό ποσό φορτίου έφυγε από τη σφαίρα κατά τη διάρκεια του πειράματος που φαίνεται στο σχήμα 11-23;

11-11 Η σταθερά στο νόμο του Coulomb.

Ο νόμος του Coulomb (βλ. παράγρ. 11-6), λέει ότι το μέτρο της ηλεκτρικής δυνάμεως μεταξύ δυο φορτίων είναι ανάλογο προς το γινόμενο των φορτίων και αντιστρόφως ανάλογο προς το τετράγωνο της απόστασής τους:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Πώς μπορούμε να προσδιορίσουμε τη σταθερά αναλογίας k ;

Θεωρητικά μπορούμε να φορτίσουμε δυο σφαίρες και να μετρήσουμε τα φορτία τους q_1 και q_2 , αν τις τοποθετήσουμε μεταξύ δυο φορτισμένων πλακών όπως κάναμε στο πείραμα Millikan. Κατόπιν μπορούμε να μετρήσουμε τη δύναμη μεταξύ τους όταν η μεταξύ τους απόσταση είναι r , αν κρατήσουμε τη μία σφαίρα σταθερή και συνδέσουμε την άλλη σφαίρα με ένα ζυγό ελατηρίου. Αυτό θα μας δώσει τη δύναμη F . Αφού μας είναι γνωστά τα F , r , q_1 , q_2 μπορούμε να υπολογίσουμε την k από το νόμο του Coulomb.

Υπάρχει όμως μία τεχνική δυσκολία. Οι δυνάμεις μεταξύ των μικρών σφαιρών που χρησιμοποιήσαμε στο πείραμα Millikan είναι πολύ μικρές για να μετρηθούν. Τόσο μικρές σφαίρες δεν κρατούν αρκετά μεγάλα φορτία. Και αρκετά μεγάλες σφαίρες δεν χωρούν μεταξύ των δυο πλακών που απέχουν μερικά χιλιοστά.

Για να μετατρέψουμε αυτό το νοητικό πείραμα σε πραγματικό, πρέπει να μεγεθύνουμε τη διάταξη των παραλλήλων πλακών με τέτοιο τρόπο, ώστε να μπορέσουμε να χρησιμοποιήσουμε τα αποτελέσματα του πειράματος Millikan. Στο πείραμα Millikan το ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$ μεταξύ των πλακών ήταν ομογενές. Παρατηρήσαμε ότι οι ηλεκτρικές δυνάμεις που δρούσαν στις μικρές σφαίρες ήταν πολλαπλάσια της μικρότερης δυνατής δυνάμεως. Αφού:

$$F = q E$$

αποδίδουμε την κδάντωση της δυνάμεως στην κδάντωση του ηλεκτρικού φορτίου. Ας υποθέσουμε ότι μεταβάλλουμε τη διάταξη των παραλλήλων πλακών έτσι, ώστε το ηλεκτρικό πεδίο να παραμείνει αμετάβλητο και παρατηρούμε μία δύναμη μέτρου F να δρα σε ένα φορτίο q' σε μία μεγάλη σφαίρα. Τότε:

$$F' = q' E \text{ και } \frac{F'}{F} = \frac{q' E}{q E} = \frac{q'}{q}$$

ή $q' = q \frac{F'}{F}$

Συμπεραίνουμε δηλαδή ότι, μπορούμε να προσδιορίσουμε το φορτίο q' σε μία μεγάλη σφαίρα με δάση τον αριθμό των στοιχειωδών φορτίων σε μία μικρή σφαίρα του πειράματος του Millikan μετρώντας τις αναντίστοιχες ηλεκτρικές δυνάμεις στο ίδιο ηλεκτρικό πεδίο.

Πώς μπορούμε να κρατήσουμε σταθερό το ηλεκτρικό πεδίο, ενώ αυξάνουμε την απόσταση μεταξύ των πλακών;

Από την προηγούμενη παράγραφο γνωρίζουμε ότι το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ των δυο πλακών που είναι συνδεδεμένες με μία ηλεκτρική μπαταρία πολλών στοιχείων είναι ανάλογο προς τον αριθμό των στοιχείων n σε σειρά και αντιστρόφως ανάλογο προς την απόσταση μεταξύ τους:

$$E \propto \frac{n}{d}$$

Αν κρατήσουμε αυτό το κλάσμα σταθερό, θα είναι σταθερό και το ηλεκτρικό πεδίο. Βέβαια, για να είμαστε δέδαιοι ότι το πεδίο μεταξύ των πλακών παραμένει ομογενές, πρέπει να αυξήσουμε τις διαστάσεις των πλακών, καθώς αυξάνουμε την απόσταση, έτσι ώστε η απόσταση μεταξύ τους να παραμένει μικρή σε σχέση με τις διαστάσεις τους.

Τα επόμενα είναι τα αποτελέσματα ενός πραγματικού πειράματος που βασίζεται στους προηγούμενους συλλογισμούς. Μία μεταλλική σφαίρα (διαμέτρου μερικών εκατοστών) φορτίσθηκε και κατόπιν ήλθε σε επαφή με μία όμοια σφαίρα, έτσι ώστε και οι δυο σφαίρες είχαν ίσα φορτία. Σε μία απόσταση 0,15 m μεταξύ των κέντρων τους, η ηλεκτρική δύναμη ήταν $6,7 \times 10^{-4} \text{ N}$ (σχ. 11-25). Η μία από τις σφαίρες τοποθετήθηκε μεταξύ δυο φορτισμένων πλακών που είχαν απόσταση 100 φορές μεγαλύτερη από αυτή που είχαν οι πλάκες στο πείραμα Millikan και ήταν συνδεδεμένες με 100πλάσιο αριθμό μπαταριών (σχ. 11-23). Αυτό εξα-

Σχήμα 11-25 Η μέτρηση της δυνάμεως μεταξύ δυο σφαιρών με ίσα φορτία με ένα ζυγό ελατηρίου.



σφάλιζε ότι το ηλεκτρικό πεδίο ήταν το ίδιο με του πειράματος Millikan. Η δύναμη F' που μετρήθηκε ήταν $3,55 \times 10^{-3} \text{ N}$.

Στο πείραμα Millikan μία φορτισμένη σφαίρα κρατήθηκε ακίνητη μεταξύ δυο πλακών που είχαν απόσταση μεταξύ τους $3,1 \times 10^{-3} \text{ m}$ και ήταν συνδεδεμένες με τρεις μπαταρίες «90 Volt» σε σειρά. Η μάζα της σφαίρας ήταν $2,9 \times 10^{-15} \text{ kg}$ και έτσι η δύναμη βαρύτητας ήταν $2,8 \times 10^{-14} \text{ N}$. Επομένως το μέτρο της ηλεκτρικής δυνάμεως που εξισορροπεί τη βαρύτητα πρέπει να είναι επίσης $2,8 \times 10^{-14} \text{ N}$. Αργότερα, στο πείραμα, προσδιορίσθηκε ότι η σφαίρα είχε δυο στοιχειώδη φορτία επάνω της.

Άρα η δύναμη σε κάθε στοιχειώδες φορτίο ήταν $1,4 \times 10^{-14} \text{ N}$. Επομένως το φορτίο στη μεγάλη σφαίρα ήταν:

$$q' = q \frac{F'}{F} = 2e \frac{3,55 \times 10^{-3} \text{ N}}{2,8 \times 10^{-14} \text{ N}} = 2,5 \times 10^{11}e$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές F' , q' και r στο νόμο του Coulomb έχουμε:

$$6,7 \times 10^{-4} \text{ N} = \frac{k (2,5 \times 10^{11} e)^2}{(0,15 \text{ m})^2} \quad \text{ή} \quad ke^2 = 2,4 \times 10^{-28} \text{ Nm}^2$$

Η πιο ακριβής τιμή για το ke^2 που βασίζεται σε πολλά πειράματα είναι $ke^2 = 2,306 \times 10^{-28} \text{ Nm}^2$. Η τιμή του k εξαρτάται από τη μονάδα φορτίου. Για την ώρα θα χρησιμοποιήσουμε ως μονάδα το στοιχειώδες φορτίο. Τώρα μπορούμε να γράψουμε το νόμο του Coulomb ως:

$$F = 2,306 \times 10^{-28} \frac{N_1 N_2}{r^2}$$

όπου N_1 και N_2 είναι οι αριθμοί των στοιχειωδών φορτίων και r είναι η απόσταση.

Το κλειδί στη μέτρηση φορτίων είναι η γνώση της τιμής του k . Διαμοιράζοντας φορτία μπορούμε πάντα να έχουμε δυο ίσα φορτία. Αφού μετρήσουμε τη δύναμη μεταξύ τους σε μία ορισμένη απόσταση, γνωρίζουμε τα F , r και k στο νόμο του Coulomb και επομένως μπορούμε να υπολογίσουμε το N σε στοιχειώδη φορτία. Χρησιμοποιώντας ένα από τα φορτισμένα σώματα σαν πρότυπο, μπορούμε να μετρήσουμε τον αριθμό των στοιχειωδών φορτίων σε οποιοδήποτε άλλο σώμα, μετρώντας τη δύναμη μεταξύ αυτού και του προτύπου.

Η σταθερά $2,306 \times 10^{-28} \text{ N} \cdot \text{m}^2$ εκτός του ότι μας προσφέρει πρακτικό τρόπο μετρήσεως των αριθμών των στοιχειωδών φορτίων μετρώντας τις ηλεκτρικές δυνάμεις μεταξύ αντικειμένων με συνηθισμένες διαστάσεις, μας δίνει κατευθείαν τη δύναμη μεταξύ δυο στοιχειωδών φορτίων που απέχουν ένα μέτρο, συγκεκριμένα η δύναμη που ασκεί το ένα επάνω στο άλλο είναι ακριβώς $2,306 \times 10^{-28} \text{ N}$. Αυτή η δύναμη φαίνεται εντελώς αμελητέα αλλά στην πραγματικότητα είναι τεράστια. Η έλξη βαρύτητας μεταξύ δυο ατόμων υδρογόνου σε αυτή την απόσταση είναι περίπου $2 \times 10^{-64} \text{ N}$. Η ηλεκτρική δύναμη μεταξύ δυο στοιχειωδών φορτίων είναι 10^{36} φορές μεγαλύτερη. Η δύναμη είναι τόσο μεγάλη, ώστε δυο ομάδες από 10^{24} στοιχειώδη φορτία (περίπου 2 g ιόντων υδρο-

γόνου – άτομα υδρογόνου με ένα θετικό στοιχειώδες φορτίο το κάθε ένα) που είναι τοποθετημένες σε αντίθετες πλευρές της γης θα εξασκούσαν μεταξύ τους δύναμη μισού εκατομμυρίου newton, δηλαδή 50 τόννους. Δυο όμοιου μεγέθους ομάδες των πιο βαριών ατόμων τοποθετημένες στα αντίθετα άκρα της διαμέτρου της γης δεν θα ασκούσαν μεταξύ τους μετρήσιμη δύναμη βαρύτητας.

26. Δυο μεγάλες μεταλλικές πλάκες βρίσκονται σε απόσταση 0,10 m. Είναι συνδεδεμένες με τους πόλους μιας μπαταρίας. Μία μικρή φορτισμένη μπάλα που βρίσκεται στο μέσον της αποστάσεώς τους υφίσταται ηλεκτρική δύναμη 3×10^{-4} N. Κατόπιν οι πλάκες μετακινούνται έτσι ώστε η απόστασή τους να γίνει 0,15 m. Είναι συνδεδεμένες με την ίδια μπαταρία.

(α) Ποια ηλεκτρική δύναμη δρα τώρα στη μπάλα;

(β) Αν προσθέσουμε δυο όμοιες μπαταρίες σε σειρά στη νέα απόσταση, ποια είναι η ηλεκτρική δύναμη στη μπάλα;

27. Στον προσδιορισμό της τιμής της σταθεράς k στη σχέση $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$

για ποιο σκοπό χρησιμοποιούμε τη μεγεθυμένη έκδοση της συσκευής Millikan;

28. Ποια θα είναι η δύναμη απωθήσεως μεταξύ δυο μικρών σφαιρών σε απόσταση 1,0 m, αν η κάθε μία τους έχει περίσσεια 10^6 στοιχειώδη φορτία;

29. Σε ένα μικρό αντικείμενο τοποθετείται περίσσεια 1×10^{10} αρνητικών στοιχειωδών φορτίων. Ποιο θα είναι το ηλεκτρικό πεδίο σε απόσταση 0,5 m;

11-12 Η διατήρηση του φορτίου.

Η εικόνα των σωματιδίων με ηλεκτρικό φορτίο μας οδηγεί στην ιδέα διατηρήσεως του φορτίου. Όταν φορτίζουμε σώματα τρίβοντάς τα, μετακινούμε φορτισμένα σωματίδια από το κένα σώμα στο άλλο. Ό,τι φορτίο κερδίζει το ένα σώμα, χάνεται από το άλλο. Όταν φορτίζουμε δυο παράλληλες πλάκες με μία μπαταρία, η μπαταρία μετακινεί φορτίο από τη μία πλάκα στην άλλη. Τα φορτία των πλακών είναι ίσα και αντίθετα.

Σε μερικές πολύ ασυνήθιστες περιπτώσεις μπορούμε να «δημιουργήσουμε» φορτισμένα σωματίδια. Αλλά βλέπουμε ότι τα δημιουργούμε πάντοτε σε ζευγάρια και το φορτίο του ενός σωματιδίου είναι ίσο και αντίθετο προς το άλλο.

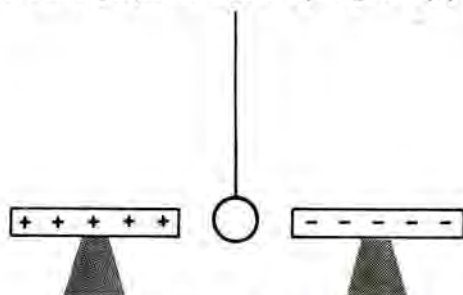
Μερικές φορές και η φύση «δημιουργεί» αυτόματα φορτισμένα σωματίδια. Για παράδειγμα, ένα νετρόνιο μετατρέπεται σε ένα πρωτόνιο και ένα ηλεκτρόνιο. Το πρωτόνιο και το ηλεκτρόνιο που δημιουργήθηκαν με αυτό τον τρόπο έχουν ίσα και αντίθετα φορτία. Το συνολικό φορτίο είναι μηδενικό πριν και μετά τη δημιουργία.

Όλες οι παρατηρήσεις δείχνουν ότι το συνολικό ποσό του φορτίου δεν αλλάζει ποτέ. Όπως η διατήρηση της ενέργειας, έτσι και η διατήρηση του φορτίου είναι νόμος της φύσεως που εκτείνεται σε ο,τιδήποτε γνωρίζουμε.

30. Υποθέσετε ότι έχετε τρεις όμοιες αγωγίμες σφαίρες στερεωμένες σε μονωμένες δάσεις. Η πρώτη σφαίρα είναι φορτισμένη με N στοιχειώδη φορτία. Αγγίζετε την πρώτη σφαίρα με τη δεύτερη και κατόπιν την απομακρύνετε. Αγγίζετε τη δεύτερη σφαίρα με την τρίτη και την απομακρύνετε. Πώς είναι διανεμημένο τώρα το φορτίο; Να εξηγήσετε πώς θα φθάσετε στην απάντησή σας. Να υποθέσετε ότι δεν υπάρχει διαφυγή φορτίου.

Για το σπίτι, την τάξη και το εργαστήριο.

31. (α) Όταν κάποια ξερή χειμωνιάτικη μέρα αγγίξετε ένα μεταλλικό αντικείμενο, όπως το πόμολο της πόρτας, βλέπετε ένα σπινθήρα και αισθάνεστε ένα τίναγμα. Συνήθως αυτό το εξηγούμε λέγοντας ότι φέρετε στατικό φορτίο. Πώς μπορείτε να βρείτε το πρόσημο του φορτίου που έχετε;
- (β) Αν μαζέψετε στατικό φορτίο και κατόπιν αγγίξετε την ξύλινη κάσα της πόρτας, συνήθως δεν υπάρχει ούτε σπινθήρας ούτε τίναγμα, παρόλο που θα υπήρχαν αν είχατε αγγίξει το μεταλλικό πόμολο. Γιατί;
- (γ) Μερικές φορές, αν αγγίξετε πρώτα την ξύλινη κάσα και κατόπιν το πόμολο, δεν συμβαίνει ούτε σπινθήρας ούτε τίναγμα, παρόλο που θα υπήρχαν, αν είχατε αγγίξει πρώτα το πόμολο. Να εξηγήσετε γιατί.
32. Δυο μεταλλικές ράβδοι είναι στερεωμένες σε μονωμένες δάσεις και βρίσκονται πάνω στον ίδιο άξονα σε κάποια απόσταση μεταξύ τους. Η μία είναι θετικά φορτισμένη και η άλλη αρνητικά. Παρεμβάλλουμε στον μεταξύ τους χώρο μια ελαφριά σφαίρα με αγωγή επένδυση που αιωρείται από ένα μακρύ μονωμένο νήμα (σχ. Ε) και την αγγίζουμε στη θετική ράβδο. Τι περιμένετε ότι θα γίνει; Σε ποιο συλλογισμό βασίζετε την πρόβλεψή σας;

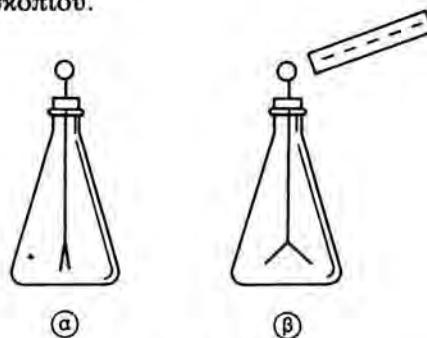


Σχήμα Ε

33. Ένα παλιές τεχνολογίας ηλεκτροσκόπιο φύλλων χρυσού αποτελείται από δυο φύλλα χρυσού που κρέμονται από μία μεταλλική ράβδο μέσα σε ένα γυάλινο δοχείο, όπως φαίνεται στο σχήμα Ζ (α). Υποθέστε ότι ηλεκτρίζετε μία πλαστική ράβδο και

κατόπιν τη φέρνετε κοντά στη λαβή του ηλεκτροσκοπίου. Τα φύλλα χρυσού αποχωρίζονται, όπως φαίνεται στο σχήμα Ζ (β). Όταν απομακρύνετε τη ράβδο τα φύλλα χρυσού επανέρχονται στη θέση τους.

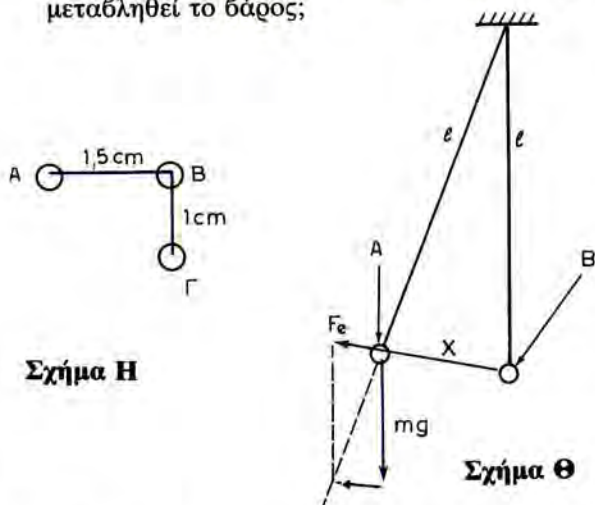
Να χρησιμοποιήσετε το μοντέλο για το ηλεκτρικό φορτίο για να εξηγήσετε τη συμπεριφορά του ηλεκτροσκοπίου.



Σχήμα Ζ

34. Τα φύλλα του ηλεκτροσκοπίου στο σχήμα Ζ (α) κρέμονται προς τα κάτω. Ηλεκτρίζετε μία γυάλινη ράβδο και αγγίζετε τη λαβή του ηλεκτροσκοπίου. Τα φύλλα αποχωρίζονται και παραμένουν αποχωρισμένα και όταν απομακρύνετε τη ράβδο. Να χρησιμοποιήσετε το μοντέλο για το ηλεκτρικό φορτίο, για να εξηγήσετε τη συμπεριφορά του ηλεκτροσκοπίου.
35. Κρατάτε μία φορτισμένη πλαστική ράβδο κοντά στη λαβή του ηλεκτροσκοπίου στο σχήμα Ζ (α). Αγγίζετε τη λαβή με το δάκτυλό σας. Απομακρύνετε πρώτα το δάκτυλό σας και κατόπιν τη ράβδο. Τα φύλλα του ηλεκτροσκοπίου αποχωρίζονται και μένουν αποχωρισμένα. Να χρησιμοποιήσετε το μοντέλο για το ηλεκτρικό φορτίο για να εξηγήσετε τη συμπεριφορά του ηλεκτροσκοπίου. Ποιον απλό έλεγχο πρέπει να κάνετε για να επαληθεύσετε την ερμηνεία σας;
36. Ας υποθέσουμε ότι τοποθετούμε τρεις μικρές φορτισμένες σφαίρες με ίσα φορτία, όπως φαίνεται στο σχήμα Η. Η Γ ασκεί δύναμη $4 \times 10^{-6} \text{ N}$ επάνω στην Β.
- (α) Ποια δύναμη ασκεί η Α στη Β;

- (β) Ποια είναι η συνολική δύναμη στη Β;
37. Δυο φορτισμένες μπάλες Α και Β, που η κάθε μία έχει μάζα m τοποθετούνται όπως φαίνεται στο σχήμα Θ. Η μπάλα Α μπορεί να κινείται ελεύθερα. Η Β είναι σταθερώς στερεωμένη.
- (α) Πώς εξαρτάται η δύναμη F_e μεταξύ τους από το X ;
- (β) Να προσδιορίσετε τη σχέση μεταξύ της ηλεκτρικής δυνάμεως F_e και του βάρους mg με βάση τα X και l .
- (γ) Αν το φορτίο παραμένει το ίδιο και η απόσταση X μειωθεί στο μισό, πόσο πρέπει να έχει μεταβληθεί το βάρος;



Σχήμα Η

Σχήμα Θ

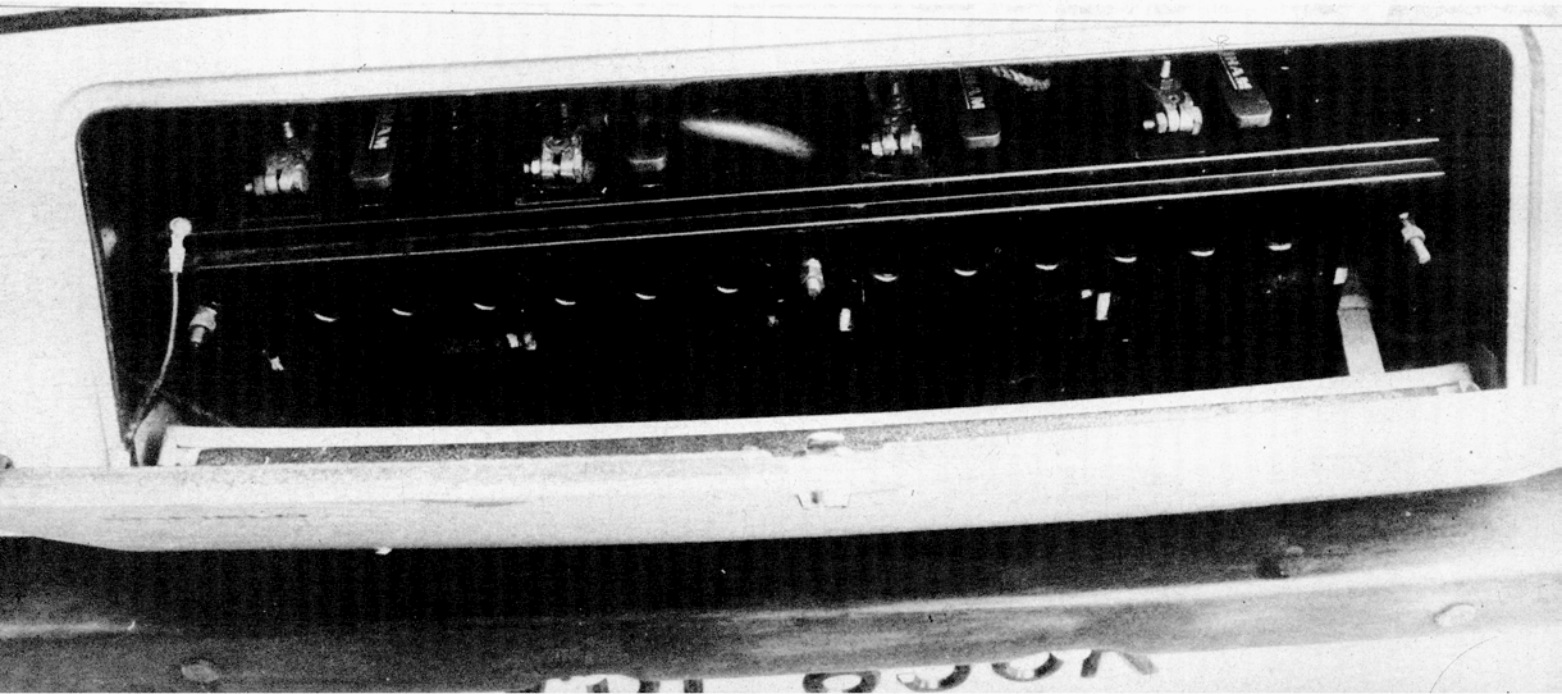
38. Το γράφημα στο σχήμα Ι δείχνει την ηλεκτρική δύναμη απώθησης επάνω σε μία μικρή φορτισμένη αγωγίμη σφαίρα ως συνάρτηση της απόστασής της από μια μεγάλη αγωγίμη σφαίρα. Η μεγάλη σφαίρα έχει διάμετρο 1 cm και έχει δεκαπλάσιο φορτίο από τη μικρή σφαίρα.
- (α) Πόση θα γίνει η δύναμη, αν η απόσταση αλλάξει από 5 σε 3 cm;
- (β) Να εξηγήσετε τη συμπεριφορά της δυνάμεως σε αποστάσεις μικρότερες από 2 cm.



Σχήμα Ι

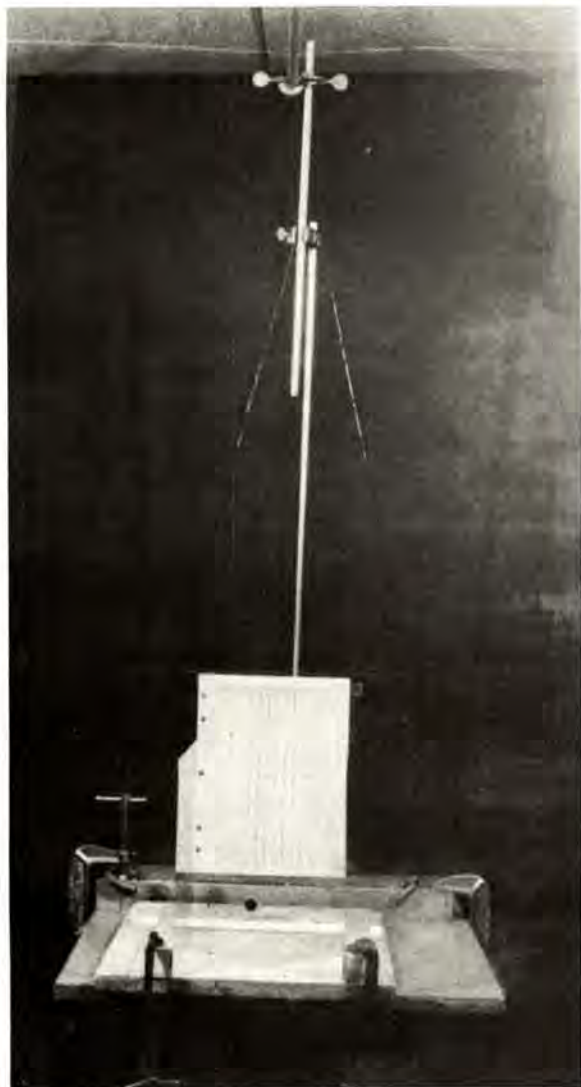
39. Αν ένα φορτισμένο σωματίδιο κινείται ελεύθερα, θα κινηθεί κατά μήκος μίας δυναμικής γραμμής ηλεκτρικού πεδίου;

40. Μία μικρή πλαστική σφαίρα είναι ακίνητη στο χώρο μεταξύ των πλακών μιας συσκευής Millikan. Τι θα κάνει η σφαίρα, αν:
- (α) Αυξηθεί η απόσταση μεταξύ των πλακών;
- (β) Αυξηθεί ο αριθμός των μπαταριών;
- (γ) Διπλασιασθεί η απόσταση μεταξύ των πλακών και ο αριθμός των μπαταριών;
41. (α) Οι περισσότερες από τις σχεδιασμένες ταχύτητες του σχήματος 11-20 είναι συγκεντρωμένες γύρω από ορισμένες τιμές που είναι πολλαπλάσια της μικρότερης τιμής. Υπάρχουν όμως περιπτώσεις ταχυτήτων που οι τιμές τους βρίσκονται αρκετά μακριά από αυτές τις ομάδες ταχυτήτων. Για παράδειγμα, υπάρχει μία στο 0,3 της αποστάσεως μεταξύ του 13,5 και 20,4 στην αυθαίρετη κλίμακα ταχυτήτων. Ποια είναι η πιο πιθανή εξήγηση γι' αυτό;
- (β) Ας υποθέσουμε ότι τα δεδομένα που φαίνονται στο σχήμα 11-20 έχουν μετρηθεί με τη σύνδεση τεσσάρων μπαταριών με τις πλάκες της συσκευής Millikan. Πώς θα άλλαζε η εικόνα των σχεδιασμένων δεδομένων αν επαναλαμβάναμε το πείραμα με πέντε μπαταρίες συνδεδεμένες με τις πλάκες;
42. Ας υποθέσουμε ότι όταν είχαν σχεδιασθεί τα δεδομένα που δείχνονται στο σχήμα 11-19, η οριακή ταχύτητα που οφείλεται στην κινούσα δύναμη βαρύτητας δεν είχε αφαιρεθεί. Τότε οι αριθμοί θα ήταν διαφορετικοί από αυτούς που φαίνονται; Τι προϋποθέσεις υπήρξαν κατά τη διάρκεια των πειραμάτων που περιγράφονται στις παραγράφους 11-8 και 11-9, ώστε να εξασφαλισθεί ότι τα γραφήματα των σχημάτων 11-19 και 11-20 θα έχουν τη μορφή που δείχνουν;
43. Ας υποθέσουμε ότι τα πειράματα που περιγράφονται στις παραγράφους 11-8 και 11-9 είχαν εκτελεσθεί με σφαίρες διπλής μάζας από αυτή που χρησιμοποιήθηκε.
- (α) Ποιες παρατηρήσεις θα ήταν διαφορετικές;
- (β) Πώς θα συγκρίνονταν τα συμπεράσματα αυτού του πειράματος με τα συμπεράσματα που είχαμε από τα πειράματα των παραγράφων 11-8 και 11-9;
44. Σε ένα πείραμα δυο μικρές αγωγίμες σφαίρες (120 mg η κάθε μία) κρεμάστηκαν από δυο λεπτά μονωτικά νήματα μήκους 82 cm. Όταν τοποθετήθηκαν ίσα φορτία στις σφαίρες, αυτές διαχωρίστηκαν και έμειναν ακίνητες σε απόσταση 10 cm μεταξύ των κέντρων τους. Ποιος ήταν ο αριθμός των στοιχειωδών φορτίων σε κάθε σφαίρα;



12-1 Μπαταρίες και διαφορά δυναμικού.

Στην παράγραφο 11-10 περιγράψαμε ένα πείραμα που έδειξε ότι το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ δυο παραλλήλων πλακών που συνδέονται στους πόλους μιας μπαταρίας είναι αντιστρόφως ανάλογο προς την απόσταση μεταξύ των πλακών. Το σχήμα 12-1 δείχνει ένα παρόμοιο πείραμα πιο λεπτομερειακά. Μία ελαφριά αγωγίμη σφαίρα κρεμάστηκε από μία μακριά και πολύ λεπτή μονωτική κλωστή. Η σφαίρα φορτίστηκε με μία ηλεκτρισμένη πλαστική λωρίδα και κατόπιν οι μεταλλικές πλάκες συνδέθηκαν με μία μπαταρία. Η φορτισμένη σφαίρα απέκλινε στο ηλεκτρικό πεδίο. Η θέση των δυο πλακών ρυθμίστηκε έτσι, ώστε η σφαίρα να βρίσκεται περίπου στο μέσο της αποστάσεως μεταξύ τους.

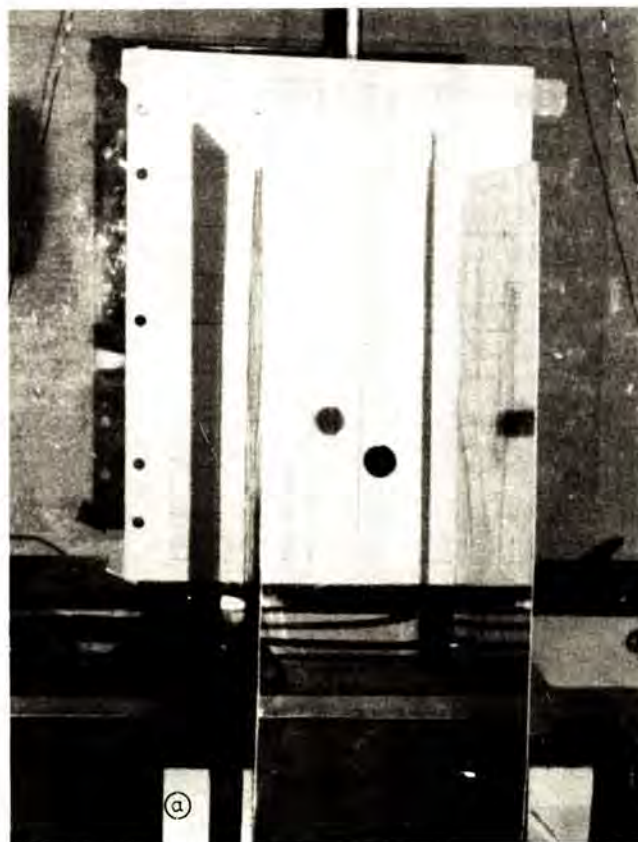


Σχήμα 12-1 Μία φορτισμένη σφαίρα αναρτάται με ένα μακρύ και πολύ ελαφρύ νήμα στο χώρο μεταξύ δυο παραλλήλων μεταλλικών πλακών. Οι πλάκες συνδέονται με ένα τροφοδοτικό τάσεως ισοδύναμο με μεγάλο αριθμό ηλεκτρικών στοιχείων.

Φορτίο και ενέργεια σε ηλεκτρικά κυκλώματα

- 12-1 Μπαταρίες και διαφορά δυναμικού
- 12.2 Η διαφορά δυναμικού που παρέχουν διάφορες μπαταρίες
- 12-3 Το Volt: Μία μονάδα για τη διαφορά δυναμικού
- 12-4 Φορτίο και ρεύμα: Το Coulomb και το Ampere
- 12-5 Ηλεκτρικό έργο και ισχύς
- 12-6 Αντίσταση: Ο νόμος του Ohm
- 12-7 Στοιχεία κυκλώματος παράλληλα και σε σειρά
- 12-8 Κάτι που χρειάζεται προσοχή

Φωτόγραφία αριστερά: Μία ασυνήθιστη δεξαμενή καυσίμου για ένα αυτοκίνητο. Μπορεί κάποια μέρα τέτοιες μπαταρίες για ηλεκτρικά αυτοκίνητα να είναι πολύ κοινές.



Σχήμα 12-2 (α) Η απόσταση μεταξύ των πλακών είναι 10,0 cm και η σφαίρα αποκλίνει κατά 1,6 cm από τη θέση που έχει όταν το πεδίο είναι μηδέν. (β) Η απόσταση των πλακών είναι 20,0 cm και η απόκλιση είναι 0,8 cm.

Το σχήμα 12-2 δείχνει την απόκλιση της σφαίρας για απόσταση μεταξύ των πλακών 10,0 cm και 20,0 cm. Η απόκλιση στα 20,0 cm είναι μισή από την απόκλιση στα 10,0 cm. Η αναρτημένη σφαίρα συμπεριφέρεται σαν ένα απλό εκκρεμές (βλ. παράγρ. 4-6). Η δύναμη επαναφοράς είναι ανάλογη προς την απόκλιση. Επομένως αν η απόκλιση μειωθεί στο μισό και η δύναμη μειώνεται στο μισό.

Αφού το φορτίο της σφαίρας δεν άλλαξε κατά τη διάρκεια του πειράματος, η μεταβολή στην ηλεκτρική δύναμη πρέπει να οφείλεται σε μεταβολή του ηλεκτρικού πεδίου. Επομένως, για δεδομένη μπαταρία το ηλεκτρικό πεδίο E είναι αντιστρόφως ανάλογο προς την απόσταση d των παραλλήλων πλακών που είναι συνδεδεμένες στα άκρα της μπαταρίας.

$$E \propto \frac{1}{d}, \quad \text{ή} \quad E = \text{σταθερά} \cdot \frac{1}{d}$$

Αν πολλαπλασιάσουμε και τις δυο πλευρές της παραπάνω εξισώσεως με d και θυμηθούμε ότι το ηλεκτρικό πεδίο είναι ηλεκτρική δύναμη ανά μονάδα φορτίου βρίσκουμε:

$$Ed = \frac{Fd}{q} = \text{σταθερό}$$

Το γινόμενο Fd είναι το έργο που παράγεται επάνω στη σφαίρα κατά

την κίνησή της από τη μία πλάκα στην άλλη (χωρίς να αγγίζει τις πλάκες ώστε να εκφορτισθεί). Το έργο αυτό δεν εξαρτάται από το δρόμο που ακολουθεί η σφαίρα μεταξύ των πλακών. Επομένως, Fd είναι το μέτρο της διαφοράς στην ηλεκτροστατική δυναμική ενέργεια της σφαίρας, όταν βρίσκεται πάνω στη μια και στη συνέχεια στην άλλη πλάκα.

Τελικά Fd/q είναι η αντίστοιχη διαφορά στην ηλεκτροστατική δυναμική ενέργεια ανά μονάδα φορτίου. Φθάσαμε σε ένα σπουδαίο και ίσως αναπάντεχο συμπέρασμα: Μία μπαταρία που συνδέεται με δυο παράλληλες πλάκες παρέχει σταθερή διαφορά δυναμικής ενέργειας ανά μονάδα φορτίου, ανεξάρτητα από την απόσταση μεταξύ των πλακών.

Κατ' αναλογία με τη δυναμική ενέργεια βαρύτητας ανά μονάδα μάζας, μπορούμε να ονομάσουμε την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια ανά μονάδα φορτίου **ηλεκτρικό δυναμικό** ή, πιο σύντομα, **δυναμικό**. Η διαφορά σε δυναμική ενέργεια ανά μονάδα φορτίου μεταξύ των δυο πλακών ονομάζεται **διαφορά δυναμικού**. Όταν αναφερόμαστε στη διαφορά δυναμικού μεταξύ των πλακών, δεν χρειάζεται να πούμε πού εκλέγουμε το μηδέν του δυναμικού, στη μία ή στην άλλη πλάκα ή σε οποιοδήποτε άλλο σημείο ανάμεσά τους.

-
1. (α) Να υποθέσετε ότι έχετε μία φορτισμένη σφαίρα αναρτημένη από μία μακριά κλωστή και φέρετε κοντά της μία αφόρτιστη αγώγιμη πλάκα. Τι προβλέπετε ότι θα συμβεί;
 - (β) Γιατί φροντίζουμε στο πείραμα που δείχνουν τα σχήματα 12-1 και 12-2 να κρατάμε τη σφαίρα στο μέσο της αποστάσεως μεταξύ των πλακών;
 2. Να υποθέσετε ότι η απόσταση των πλακών στο σχήμα 12-2 μεταβάλλεται από 10,0 cm σε 15,0 cm. Πώς θα μεταβληθεί η απόκλιση της σφαίρας;
 3. Μία φορτισμένη σφαίρα κρέμεται μεταξύ δυο παραλλήλων πλακών που συνδέονται στα άκρα μιας μπαταρίας. Να υποθέσετε ότι το φορτίο της σφαίρας γίνεται διπλάσιο. Πώς θα μεταβληθεί:
 - (α) Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια και
 - (β) το ηλεκτρικό δυναμικό;
-

12-2 Η διαφορά δυναμικού που παρέχουν διάφορες μπαταρίες.

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη συσκευή του σχήματος 12-1, για να συγκρίνουμε τη διαφορά δυναμικού που παράγουν διάφορες μπαταρίες σε δυο παράλληλες πλάκες. Για παράδειγμα, μπορούμε να αλλάξουμε τον αριθμό των στοιχείων στη μπαταρία κρατώντας την απόσταση μεταξύ των πλακών σταθερή. Από τη συζήτηση της παραγράφου 11-10 γνωρίζουμε ήδη ότι το πεδίο μεταξύ των πλακών είναι ανάλογο προς τον αριθμό των στοιχείων στη μπαταρία

$$E \propto n$$



Σχήμα 12-3 Ενδείξεις βολτομέτρου για μπαταρίες με διάφορους αριθμούς στοιχείων.

Επομένως η διαφορά δυναμικού $V = Ed$ είναι επίσης ανάλογη προς τον αριθμό των στοιχείων:

$$V \propto n \quad \text{ή} \quad V = \text{σταθερά } n$$

Η σταθερά αναλογίας είναι η διαφορά δυναμικού που παρέχει ένα ηλεκτρικό στοιχείο. Έχει επικρατήσει να ονομάζεται αυτή η σταθερά, ηλεκτρεγερτική δύναμη του στοιχείου. Φυσικά, δεν είναι καθόλου δύναμη. Παρόλα αυτά χρησιμοποιούμε τη συντομογραφία ΗΕΔ*. Η ΗΕΔ ενός στοιχείου εξαρτάται κυρίως από τη χημική σύνθεση των ηλεκτροδίων και από τη θερμοκρασία. Αν κατασκευάσουμε μπαταρίες με πολλά στοιχεία του ίδιου είδους, θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε τη συσκευή του σχήματος 12-1, για να συγκρίνουμε την ΗΕΔ διαφόρων στοιχείων. Στην πράξη αποφεύγουμε τη δύσχερη αυτή συσκευή και χρησιμοποιούμε ένα όργανο που λέγεται **βολτόμετρο**. Προς το παρόν το μόνο που χρειάζεται να ξέρουμε για το βολτόμετρο είναι ότι για μία μπαταρία που αποτελείται από ένα είδος στοιχείων, η θέση του δείκτη που διαβάζουμε επάνω σε μία αυθαίρετη κλίμακα είναι ανάλογη προς τον αριθμό των στοιχείων (σχ. 12-3).

Για να συγκρίνουμε την ΗΕΔ στοιχείων, πρέπει να εκλέξουμε ένα στοιχείο ως πρότυπο. Για το σκοπό αυτό πρέπει η ΗΕΔ του στοιχείου αυτού να παραμένει σταθερή επί μακρό χρονικό διάστημα και να μεταβάλλεται πολύ λίγο με τη θερμοκρασία. Ως τέτοιο πρότυπο χρησιμοποιείται ευρύτατα ένα στοιχείο που ονομάζεται στοιχείο Weston. Ο πίνακας 1 δείχνει τη διαφορά δυναμικού διαφόρων κοινών στοιχείων σε σύγκριση με τη διαφορά δυναμικού του στοιχείου Weston.

Πίνακας 1 Η ΗΕΔ διαφόρων στοιχείων

Στοιχείο	ΗΕΔ
Weston	1,0 οριζόμενη
Νικελίου - καδμίου	1,2
Ηλεκτρικού φακού (ψευδαργύρου - άνθρακα)	1,5
Συσσωρευτής μολύβδου	2,1

* Αγγλικά EMF (Electromotive Force) (σ. του μεταφραστή).

Η διαφορά δυναμικού που παράγεται από το πρότυπο στοιχείο Weston διαφέρει κατά 2% το πολύ από την πρακτική μονάδα διαφοράς δυναμικού, το volt, που είναι η μονάδα της κλίμακας του βολτομέτρου.

4. Πόσα στοιχεία φακού σε σειρά θα δώσουν την ίδια διαφορά δυναμικού με 3 συσσωρευτές μολύβδου;
5. Μία μπαταρία του εμπορίου έχει τρεις ακροδέκτες: 0, 22, 5 V και 45 V.
 - (α) Ποιο από τα στοιχεία του πίνακα 1 χρησιμοποιήθηκε για την κατασκευή αυτής της μπαταρίας;
 - (β) Ποια διάταξη στοιχείων στη μπαταρία θα έδινε τις τάσεις που παρέχει;
6. Μία φορτισμένη σφαίρα κρέμεται μεταξύ δυο παραλλήλων πλακών. Όταν οι πλάκες συνδεθούν με μία μπαταρία που αποτελείται από N στοιχεία φακού, η σφαίρα αποκλίνει κατά S.
 - (α) Ποια θα ήταν η απόκλιση, αν μία μπαταρία με N στοιχεία συσσωρευτή μολύβδου συνδεόταν με τις πλάκες;
 - (β) Πόσα στοιχεία νικελίου-καδμίου χρειάζονται, για να προκαλέσουν την ίδια απόκλιση όπως στο μέρος (α);

12-3 Το volt: Μια μονάδα για τη διαφορά δυναμικού.

Στο κεφάλαιο 7 ορίσαμε μία μονάδα για το έργο και την ενέργεια, το joule. Στο κεφάλαιο 7 είδαμε ότι η φύση παρέχει μία μονάδα για το ηλεκτρικό φορτίο, το στοιχειώδες φορτίο. Χρησιμοποιώντας αυτές τις δυο μονάδες μπορούμε να ορίσουμε μία μονάδα για το ηλεκτρικό δυναμικό και τη διαφορά δυναμικού από τη σχέση:

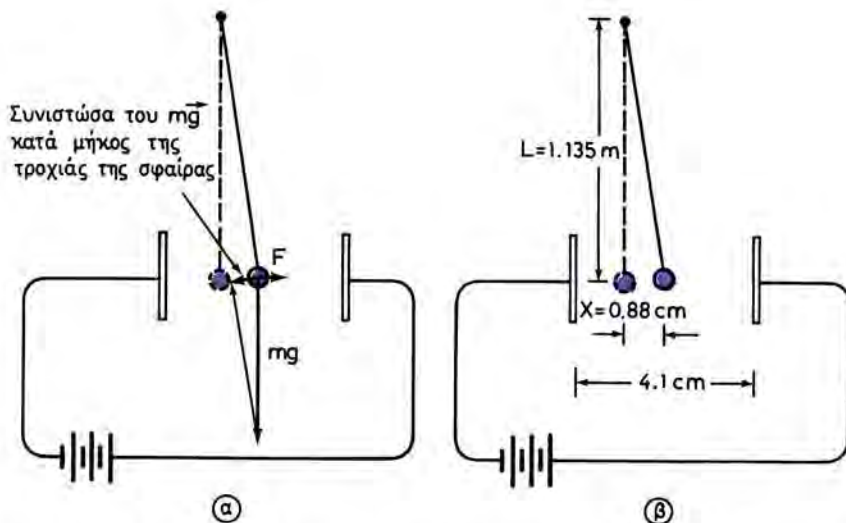
$$V = \frac{W}{q} \quad \text{ως} \quad \frac{J}{e}$$

Όμως, για πρακτικές εφαρμογές, το στοιχειώδες φορτίο είναι πολύ μικρή μονάδα φορτίου και επομένως το joule ανά στοιχειώδες φορτίο είναι πολύ μεγάλη μονάδα και δύσχρηστη. Για να το καταλάβουμε θα αναλύσουμε μία σειρά μετρήσεων που έγινε με τη συσκευή του σχήματος 12-1.

Το σχήμα 12-4 είναι μία σχηματική παράσταση της συσκευής που δείχνει τα γεωμετρικά δεδομένα. Η μάζα της σφαίρας είναι 0,10 g. Όταν η σφαίρα είναι ακίνητη στη θέση που δείχνεται στο σχήμα 12-4, η συνιστώσα του βάρους της σφαίρας κατά τη διεύθυνση της τροχιάς που διαγράφει αν κινηθεί με τεντωμένο το νήμα είναι σχεδόν ίση κατά μέτρο και αντίθετη σε κατεύθυνση, προς την ηλεκτρική δύναμη που δρα επάνω στη σφαίρα (ισχύει για μικρές εκτροπές από την κατακόρυφο). Με αυτές τις συνθήκες το μέτρο κάθε μιας από αυτές τις δυνάμεις δίνεται από τη σχέση:

$$F = m \cdot g \cdot \frac{x}{L}$$

Σχήμα 12-4 Σχηματικό διάγραμμα (όχι υπό κλίμακα) της συσκευής του σχήματος 12-1, όπου δείχνονται: (α) Οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα και (β) οι διαστάσεις της συσκευής και το μέγεθος της αποκλίσεως.



Εδώ x είναι η απόκλιση που φαίνεται στο σχήμα 12-4(β) και L το μήκος της κλωστής. (Βλ. παράγρ. 4-6 για την εξαγωγή αυτής της σχέσεως). Στην περίπτωση μας οι αριθμητικές τιμές είναι:

$$\begin{aligned} m &= 0,10 \text{ g} = 1,0 \times 10^{-4} \text{ kg} \\ L &= 1,135 \text{ m} \\ x &= 0,88 \text{ cm} = 8,8 \times 10^{-3} \text{ m} \end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας αυτές τις τιμές στην έκφραση για τη δύναμη, βρίσκουμε:

$$\begin{aligned} F &= (1,0 \times 10^{-4} \text{ kg}) (9,8 \text{ m/s}^2) \frac{(8,8 \times 10^{-3} \text{ m})}{(1,135 \text{ m})} \\ F &= 7,6 \times 10^{-6} \text{ N} \end{aligned}$$

Η τιμή αυτή είναι πραγματικά μία πολύ μικρή δύναμη. Το έργο που παράγει η ηλεκτρική δύναμη (ομογενές πεδίο) ωθώντας τη φορτισμένη σφαίρα από τη μια πλάκα στην άλλη είναι:

$$W = F \cdot d = (7,6 \times 10^{-6} \text{ N}) (4,1 \times 10^{-2} \text{ m}) = 3,1 \times 10^{-7} \text{ J}$$

Η τιμή αυτή αντιπροσωπεύει πολύ λίγο έργο σε σύγκριση με το έργο που γίνεται σε φαινόμενα της καθημερινής ζωής.

Πόσα στοιχειώδη φορτία υπάρχουν επάνω στη σφαίρα; Μπορούμε να απαντήσουμε σ' αυτή την ερώτηση χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα του πειράματος του Millikan, που περιγράψαμε στην παράγραφο 11-11. Έχοντας υπόψη τη διαφορετική απόσταση των πλακών, το διαφορετικό αριθμό στοιχείων και τη δύναμη στα δυο πειράματα, βρίσκουμε ότι το φορτίο στη σφαίρα είναι:

$$q = 1,83 \times 10^9 e$$

(Για λεπτομέρειες βλέπε το πρόβλημα 9 στο τέλος αυτής της παραγράφου).

Επομένως η διαφορά δυναμικού μεταξύ των πλακών είναι:

$$V = \frac{W}{q} = \frac{3,1 \times 10^{-7} \text{ J}}{1,83 \times 10^9 e} = 1,7 \times 10^{-16} \frac{\text{J}}{e}$$

Το J/e είναι προφανώς πολύ μεγάλη μονάδα για το ηλεκτρικό δυναμικό και δεν χρησιμοποιείται. Η μονάδα που έχει γίνει δεκτή για το ηλεκτρικό δυναμικό είναι το volt (V). Όπως ήδη αναφέραμε, το volt είναι πολύ κοντά στη διαφορά δυναμικού που παράγεται από το πρότυπο στοιχείο Weston:

$$V_{\text{πρότυπο στοιχείο}} = 1,0183 \text{ V στους } 20^\circ \text{ C}^*$$

Η διαφορά δυναμικού στο πείραμα που περιγράφεται στην παράγραφο 12-1 μετρήθηκε με ένα βολτόμετρο και δρέθηκε 1060 volts. Άρα:

$$\begin{aligned} 1060 \text{ V} &= 1,7 \times 10^{-6} \text{ J/e} \\ 1 \text{ V} &= 1,6 \times 10^{-19} \text{ J/e} \end{aligned}$$

Το volt είναι πολύ μικρότερη μονάδα από το J/e και είναι κατάλληλη για καθημερινή χρήση.

7. Πόσα στοιχεία συσσωρευτή μολύβδου υπάρχουν σε μία μπαταρία αυτοκινήτου 12 volt;
8. Για να πάρετε μία ιδέα για το πόσο μικρό είναι το $3,1 \times 10^{-7} \text{ J}$ σε σύγκριση με το έργο που κάνετε χωρίς να το καταλαβαίνετε, υπολογίστε το ύψος στο οποίο θα έπρεπε να σηκώσετε 0,1 g για να κάνετε έργο $3,1 \times 10^{-7} \text{ J}$.
9. (α) Στο πείραμα του Millikan η δύναμη σε φορτίο $2 e$ ήταν $2,8 \times 10^{-14} \text{ N}$. Ποιο ήταν το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ των πλακών;
- (β) Ποιο θα ήταν το πεδίο, αν η απόσταση των πλακών ήταν 4,1 cm αντί για 3,1 cm;
- (γ) Για απόσταση 4,1 cm τα 270 V του πειράματος του Millikan αντικαθίστανται με 1060 V. Ποιο είναι το ηλεκτρικό πεδίο;
- (δ) Στο πεδίο που υπολογίσατε στο μέρος (γ) η δύναμη στη φορτισμένη σφαίρα που δείχνει το σχήμα 12-1 ήταν $7,6 \times 10^{-6} \text{ N}$. Ποιο ήταν το φορτίο στη σφαίρα;

12-4 Φορτίο και ρεύμα: Το coulomb και το ampere.

Στη σχέση: $qV = W$ οι μονάδες οποιωνδήποτε δυο μεγεθών ορίζουν τη μονάδα του τρίτου μεγέθους. Ξεκινήσαμε με το joule για το W και το στοιχειώδες φορτίο για το q. Αυτό ορίζει τη μονάδα για το V ως J/e.

Στην προηγούμενη παράγραφο εισάγαμε το volt ως μονάδα για τη διαφορά δυναμικού.

* Πρβλ. ένα σχόλιο για τον ορισμό του volt στην παράγραφο 15-6.

Το volt και το joule ορίζουν μία νέα μονάδα φορτίου, το coulomb (C).

$$1 \text{ coulomb} = \frac{1 \text{ joule}}{1 \text{ volt}}$$

Δηλαδή, αν το έργο που θα παραγόταν πάνω σε μία φορτισμένη σφαίρα ήταν 1 joule, όταν η σφαίρα εκκινείτο μεταξύ πλακών με διαφορά δυναμικού 1 volt, το φορτίο θα ήταν 1 coulomb. Γράψαμε επίτηδες «αν... ήταν» και «θα παραγόταν», γιατί θα ήταν αδύνατο να δάλομε φορτίο 1 coulomb επάνω σε μια μικρή σφαίρα σαν κι αυτή που χρησιμοποιήσαμε στην παράγραφο 12-1. Για να το καταλάδομε, θυμόμαστε ότι:

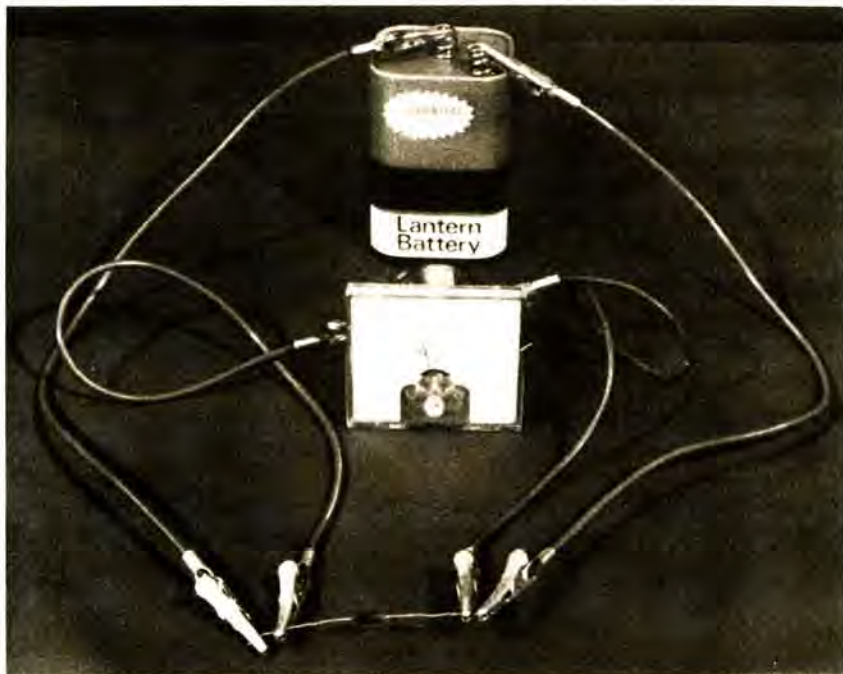
$$1 \text{ V} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J/e}$$

Επομένως:

$$1 \text{ C} = \frac{1 \text{ J}}{1,6 \times 10^{-19} \text{ J/e}} = 6,2 \times 10^{18} \text{ e}$$

Η σφαίρα στο πείραμά μας είχε φορτίο $1,8 \times 10^9 \text{ e}$ (βλ. πρόβλημα 9). Για να δάλομε 1 coulomb επάνω στη σφαίρα θα χρειαζόταν 3 δισεκατομμύρια φορές περισσότερα στοιχειώδη φορτία!

Μήπως το coulomb είναι τόσο μεγάλη μονάδα ώστε δεν είναι εύχρηστη; Καθόλου. Πολλά coulomb φορτίου κινούνται μεταξύ σημείων με συνήθεις διαφορές δυναμικού σε ηλεκτρικά κυκλώματα όπως ενός ηλεκτρικού φαναριού («φακός») ή σε ένα μικρό θερμαντικό σώμα που συνδέεται με μία μπαταρία (σχ. 12-5). Μπορείτε να βεβαιωθείτε γι' αυτό στο εργαστήριο. Όμως το φορτίο σε ένα ηλεκτρικό κύκλωμα δεν συσσωρεύεται σε κανένα σημείο του κυκλώματος. Επομένως, το ερώτη-



Σχήμα 12-5 Απλό ηλεκτρικό κύκλωμα που αποτελείται από μία μπαταρία και ένα θερμαντικό σώμα. Το βολτόμετρο συνδέεται για να μετρηθεί η διαφορά δυναμικού στα άκρα του θερμαντικού σώματος.

μα δεν είναι «Πόσο φορτίο υπάρχει **επάνω** στο θερμαντικό σώμα», αλλά «Πόσο φορτίο πέρασε **μέσα από** το θερμαντικό σώμα». Η ποσότητα φορτίου που περνά από μια διατομή σε κάποιο σημείο κυκλώματος μετριέται έμμεσα.

Θα εξηγήσουμε τη μέθοδο με την ακόλουθη απλή αναλογία:

Αποστάσεις μέχρι μερικά μέτρα μπορούν να μετρηθούν με έναν κανόνα ή με ένα μέτρο. Για αποστάσεις πολλών χιλιομέτρων από τη μία άκρη μιας λίμνης στην άλλη είναι πρακτικά αδύνατο να κάνουμε μία τέτοια κατευθείαν μέτρηση. Σε τέτοιες περιπτώσεις μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη σχέση μεταξύ αποστάσεως, σταθερής ταχύτητας και χρόνου:

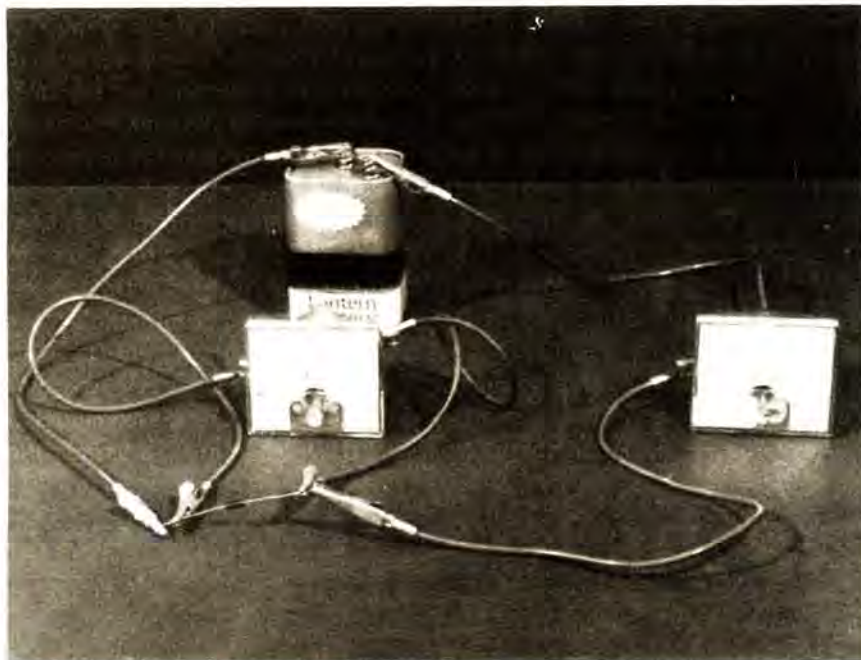
$$d = v t$$

Η ταχύτητα μετριέται με ένα ταχογράφο, ο χρόνος μετριέται με ένα χρονόμετρο και η απόσταση υπολογίζεται από τις δυο αυτές μετρήσεις. Υποθέστε ότι η ταχύτητα ενός σκάφους μετριέται σε κόμβους (τη συνήθη μονάδα ταχύτητας) και ότι ο χρόνος μετριέται σε δευτερόλεπτα: τότε η απόσταση θα εκφραζόταν σε κόμβους-δευτερόλεπτα. Δηλαδή η απόσταση θα ήταν ένα παράγωγο μέγεθος που θα περιελάμβανε κόμβους και δευτερόλεπτα αντί να είναι η ταχύτητα παράγωγο μέγεθος που θα περιελάμβανε μέτρα και δευτερόλεπτα.

Σε ένα ηλεκτρικό κύκλωμα μετράμε κατευθείαν το ρυθμό ροής φορτίου ή το **ρεύμα** και υπολογίζουμε το φορτίο από το γινόμενο **ρεύμα** × **χρόνος**. Η σχέση είναι

$$q = It$$

όπου I δηλώνει το ρεύμα. Φυσικά, όπως η σχέση $d = vt$ ισχύει μόνο για σταθερή ταχύτητα, έτσι και η σχέση $q = It$ ισχύει μόνο για σταθερό ρεύμα.



Σχήμα 12-6 Ένα βολτόμετρο και ένα αμπερόμετρο συνδεδεμένα για τη μέτρηση της διαφοράς δυναμικού στα άκρα του θερμαντικού σώματος και του ρεύματος που το διαρρέει.

Το ηλεκτρικό ρεύμα μετρείται κατευθείαν με ένα αμπερόμετρο. Θα συζητήσουμε πώς δουλεύει ένα αμπερόμετρο στην παράγραφο 15-5. Για να μετρήσουμε το ρεύμα σε ορισμένο τμήμα ενός κυκλώματος, πρέπει να παρεμβάλλουμε το αμπερόμετρο σ' αυτό το τμήμα του κυκλώματος (σχ. 12-6).

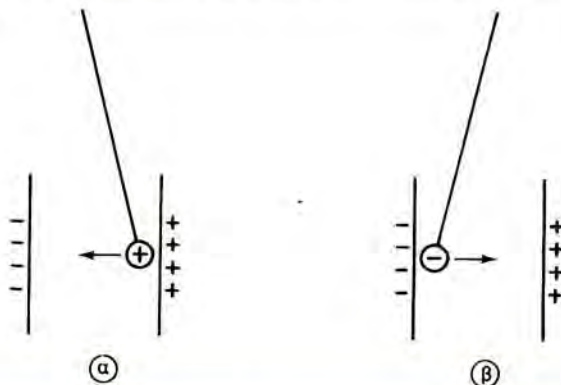
Η μονάδα ρεύματος είναι το ampere (A).

Ένα ρεύμα 1 A που διαρκεί 1 s μεταφέρει 1 C φορτίου:

$$1 \text{ C} = 1 \text{ A} \times 1 \text{ s}$$

Η φορά του ηλεκτρικού ρεύματος, που λέγεται και συμβατική φορά, είναι η φορά ροής θετικού φορτίου. Αν η σφαίρα στο σχήμα 12-1 φορτισθεί, ερχόμενη σε επαφή με τη θετική πλάκα, θα αποκτήσει θετικό φορτίο. Κατόπιν θα απωθηθεί και μπορεί να κινηθεί μέχρι την αρνητική πλάκα. Εκεί θα αποθέσει το θετικό φορτίο, θα φορτισθεί αρνητικά και θα απωθηθεί πάλι προς τη θετική πλάκα (σχ. 12-7). Και στις δυο αυτές διαδρομές το ρεύμα ρέει από τα δεξιά προς τα αριστερά. Η δεξιά πλάκα γίνεται πιο θετική και η αριστερή γίνεται πιο αρνητική (λιγότερο θετική).

Σχήμα 12-7 Στο (α) θετικό φορτίο λαμβάνεται από τη δεξιά πλάκα και αποτίθεται στην αριστερή πλάκα. Στο (β) αρνητικό φορτίο λαμβάνεται από την αριστερή πλάκα και αποτίθεται στη δεξιά πλάκα. Και στις δυο περιπτώσεις η διεύθυνση του ρεύματος είναι από δεξιά προς τα αριστερά. Και στις δυο περιπτώσεις η δεξιά πλάκα γίνεται λιγότερο θετική και η αριστερή πλάκα περισσότερο θετική (λιγότερο αρνητική).



10. Έστω ότι χρησιμοποιείτε ένα αμπερόμετρο που μπορεί να μετρήσει 10^{-9} A. Να εκφράσετε αυτό το ρεύμα σε στοιχειώδη φορτία ανά δευτερόλεπτο.
11. Οι ασφάλειες σε μία κοινή ασφαλειοθήκη σε ένα σπίτι επιτρέπουν να περάσει ρεύμα 20 A χωρίς να καούν. Υποθέστε ότι ρεύμα 20 A περνά μέσα από μια από αυτές τις ασφάλειες για 1,0 h. Πόσο φορτίο πέρασε από την ασφάλεια;
12. Ένα ηλεκτρικό φανάρι μπορεί να τραβά ρεύμα 0,7 A από ένα στοιχείο 1,5 V. Πόσο φορτίο περνά από το λαμπάκι σε 10 s;
13. Σε μία κίνηση με μεταβλητή ταχύτητα μπορούμε να υπολογίσουμε τη μετατόπιση από το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη ταχύτητας ως προς το χρόνο. Πώς θα βρίσκατε το ηλεκτρικό φορτίο που πέρασε από ένα αμπερόμετρο αν το ρεύμα μεταβαλλόταν με το χρόνο;

12-5 Ηλεκτρικό έργο και ισχύς.

Στις παραγράφους 12-1 και 12-2 είδαμε ότι η διαφορά δυναμικού μεταξύ δυο παραλλήλων πλακών, που είναι συνδεδεμένες στους ακρο-

δέκτες μιας μπαταρίας, εξαρτάται μόνο από το είδος και τον αριθμό των στοιχείων. Μπορείτε να πεισθείτε με μία απλή μέτρηση με ένα βολτόμετρο ότι η διαφορά δυναμικού υπάρχει στους ακροδέκτες και χωρίς τις πλάκες. Αλλά χωρίς τις παράλληλες πλάκες το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ των ακροδεκτών δεν είναι ομογενές. Δηλαδή μία φορτισμένη σφαίρα που κινείται από τον ένα ακροδέκτη στον άλλο δεν θα ωθείται από σταθερή δύναμη. Όμως το **(ηλεκτρικό)** έργο που παράγεται στη σφαίρα από την ηλεκτρική δύναμη θα είναι πάλι το γινόμενο του φορτίου της σφαίρας επί τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των ακροδεκτών:

$$W = qV$$

Η σχέση αυτή ισχύει οποτεδήποτε ένα φορτίο κινείται μεταξύ δύο σημείων με διαφορά δυναμικού. Το φορτίο μπορεί να δρίσκεται επάνω σε μία σφαίρα, η οποία κερδίζει κινητική ενέργεια ή μπορεί να κινείται σε ένα μεταλλικό σύρμα που θερμαίνεται. Το ηλεκτρικό έργο θα είναι πάλι: qV .

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το νόμο της διατηρήσεως της ενέργειας για να πεισθούμε ότι αυτή η σχέση ισχύει πάντα. Υποθέστε, για παράδειγμα, ότι κατά την κίνηση του φορτίου σε ένα σύρμα παράγεται περισσότερο έργο παρά κατά την κίνηση μαζί με τη φορτισμένη σφαίρα. Τότε θα μπορούσαμε να δάλομε το φορτίο να κινηθεί κατά μήκος του σύρματος σε μία κατεύθυνση και να το επαναφέρομε στην αρχική θέση τοποθετώντας το πάνω σε μια σφαίρα την οποία μετακινούμε προς το αρχικό σημείο, κάνοντας έτσι κατά τη δεύτερη διαδρομή λιγότερο έργο. Τέτοιο «ταξίδι με επιστροφή» θα αποτελούσε παραβίαση του νόμου διατηρήσεως της ενέργειας. Κανείς δεν μπόρεσε μέχρι τώρα να καταφέρει κάτι τέτοιο.

Όπως είπαμε προηγουμένως, στις περισσότερες εφαρμογές το ηλεκτρικό φορτίο υπολογίζεται από το γινόμενο του ρεύματος επί τον χρόνο, It . Επομένως με μεγέθη που μπορούν να μετρηθούν άμεσα, το ηλεκτρικό έργο δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$W = ItV$$

Αν διαιρέσουμε και τα δυο μέλη της παραπάνω εξισώσεως με το χρόνο t , έχουμε τη σχέση για το έργο ανά μονάδα χρόνου:

$$\text{έργο ανά μονάδα χρόνου} = IV$$

Αυτός ο ρυθμός, με τον οποίο παρέχεται ενέργεια σε ένα στοιχείο (τμήμα) κυκλώματος, ονομάζεται **ισχύς** και εκφράζεται συνήθως σε joule ανά second. Ένα joule ανά second (J/s) έχει ονομασθεί **watt** (W). (Βλέπε υποσημείωση στη σ. 155).

$$P \text{ (watt)} = I \text{ (ampere)} \times V \text{ (volt)}$$

Κινητήρες, ηλεκτρικοί λαμπτήρες και άλλες ηλεκτρικές συσκευές σχεδιάζονται συνήθως έτσι ώστε να καταναλίσκουν ενέργεια με ορισμένο ρυθμό. Δηλαδή προδιαγράφεται η ισχύς καθώς και η διαφορά δυναμικού στην οποία η συσκευή θα χρησιμοποιήσει την ισχύ. Από την ισχύ και τη διαφορά δυναμικού μπορείτε να καθορίσετε το ρεύμα που «τραβά»

ένα ηλεκτρικό μηχάνημα. Για παράδειγμα, ένας λαμπτήρας 60 watt, 220 volt θα τραβήξει ρεύμα $60/220 = 0,27$ ampere, όταν εφαρμοσθεί μία διαφορά δυναμικού 220 volt στα άκρα του. Όταν η κατανάλωση ισχύος είναι μεγάλη, εκφράζεται συνήθως σε kilowatt (10^3 watt) ή megawatt (10^6 watt).

14. Η βασική μονάδα ηλεκτρικού έργου είναι το joule που είναι ένα watt.second. Η πρακτική μονάδα που χρησιμοποιείται από τις ηλεκτρικές εταιρίες είναι το kilowatt.hour (κιλοβατώρα). Υποθέστε ότι η τάση που παρέχεται στα σπίτια είναι 220 volts.

(α) Πόσο ρεύμα διέρχεται από:

(1) Ένα ηλεκτρικό ρολόι 2-watt;

(2) Έναν λαμπτήρα 100-watt;

(3) Μία φρυγανιέρα 750-watt;

(β) Πόσο ηλεκτρικό έργο δαπανάται, σε κιλοβατώρες κάθε μήνα 30 ημερών, αν:

(1) Το ηλεκτρικό ρολόι δουλεύει συνεχώς;

(2) Ο λαμπτήρας χρησιμοποιείται 3 ώρες την ημέρα;

(3) Η φρυγανιέρα χρησιμοποιείται 10 λεπτά την ημέρα;

15. Ποιο είναι μεγαλύτερο, το μηχανικό έργο που παράγεται από μία δύναμη 500 N που μετακινεί το σημείο εφαρμογής της κατά 20 m ή το ηλεκτρικό έργο που παράγεται όταν φορτίο 40 C μετακινείται μεταξύ δύο σημείων με διαφορά δυναμικού 220 V;

12-6 Αντίσταση: Ο νόμος του Ohm.

Αν έχετε ποτέ ανοίξει το περίβλημα ενός ραδιοφώνου θα έχετε δει την περίπλοκη διάταξη των κομματιών που το αποτελούν. Κάθε τέτοιο κομμάτι είναι ένα στοιχείο κυκλώματος. Όταν λειτουργεί το ραδιόφωνο, υπάρχουν διαφορές δυναμικού στα άκρα αυτών των στοιχείων και διέρχεται ρεύμα μέσα από αυτά. Η σχέση μεταξύ της διαφοράς δυναμικού στα άκρα ενός στοιχείου κυκλώματος και του ρεύματος μέσα από αυτό εξαρτάται από το είδος του στοιχείου. Για μεταλλικούς αγωγούς σε σταθερή θερμοκρασία η σχέση είναι πάρα πολύ απλή. Το ρεύμα μέσα από τον αγωγό είναι ανάλογο προς την τάση στα άκρα του. Διατυπώνουμε τη σχέση με αυτόν τον τρόπο, γιατί πειραματικά ρυθμίζουμε την τάση και όχι το ρεύμα. Μπορούμε όμως να διατυπώσουμε την ίδια σχέση λέγοντας ότι η τάση είναι ανάλογη προς το ρεύμα:

$$V = R I$$

Ο νόμος που εκφράζεται από αυτή την εξίσωση ονομάζεται νόμος του Ohm και η σταθερά αναλογίας R ονομάζεται **ηλεκτρική αντίσταση** του αγωγού. Αν το V μετριέται σε volts και το I σε amperes, το R μετριέται σε μία μονάδα που καλείται ohm (Ω). Αφού: $R = V/I$

$$1 \text{ ohm} = 1 \text{ volt ανά ampere}$$

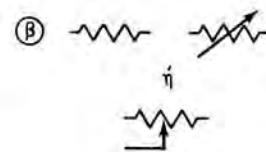
Δηλαδή λέμε ότι, ένας αγωγός που διαρρέεται από ρεύμα 1 ampere και μεταξύ των άκρων του υπάρχει διαφορά δυναμικού 1 volt έχει αντίσταση 1 ohm. Ο πίνακας 2 δείχνει την αντίσταση διαφόρων ηλεκτρικών συσκευών.

Πίνακας 2

Συσκευή	Θερμοκρασία	Αντίσταση (Ohms)
Κοινό καλώδιο λάμπας μήκους 2 m	Δωματίου (περίπου 20°C)	0,084
Θερμαντικό σώμα (Χρωμονικελίνη)	Δωματίου	11
	Λειτουργίας (περίπου 1000° C)	21
Λαμπτήρας 100 W (Βολφράμιο)	Δωματίου	11
	Λειτουργίας (περίπου 2500° C)	144
Φωτάκι νύχτας (Βολφράμιο)	Δωματίου	300
	Λειτουργίας	2340
Λαμπτήρας 100 W (Ανθρακας)	Δωματίου	385
	Λειτουργίας (περίπου 2200° C)	110
Ηλεκτρολυτικό στοιχείο με διάλυμα άλατος 12 g/l και ηλεκτρόδια 4 - cm ² σε απόσταση 5 cm	23° C	180
	83° C	70

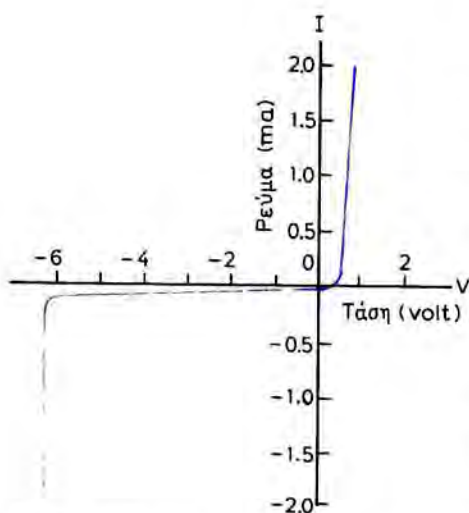
Κάθε αγωγός που ακολουθεί το νόμο του Ohm και είναι κατασκευασμένος έτσι ώστε να έχει μία ορισμένη τιμή αντιστάσεως ονομάζεται **αντιστάτης**.^{*} Αντιστάτες χρησιμοποιούνται για ποικίλους σκοπούς, όπως να περιορίσουν το ρεύμα σε ένα κύκλωμα, να αναπτύξουν διαφορές δυναμικού που μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως σήματα ή για λόγους ασφαλείας. Η τιμή της αντιστάσεως είναι συνήθως γραμμένη επάνω στον **αντιστάτη** ή δίνεται από ένα κώδικα χρωμάτων (σχ. 12-8).

Στην πράξη ένας αντιστάτης μπορεί να χρησιμοποιηθεί με διάφορες τάσεις. Η ισχύς που καταναλώνεται σε ένα αντιστάτη είναι $IV = V^2/R$. Έτσι ένας συγκεκριμένος αντιστάτης θα θερμανθεί πολύ περισσότερο αν συνδεθεί με υψηλή τάση παρά με χαμηλή. Αν ένας αντιστάτης δεν είναι σχεδιασμένος να διαχέει αποτελεσματικά τη θερμότητα, η θερ-



Σχήμα 12-8 (α) Ποικιλία τύπων αντιστατών. Η σειρά των ταινιών είναι ένας χρωματικός κώδικας. (β) Τα τυπικά σύμβολα για σταθερό και μεταβλητό αντιστάτη.

^{*} Η ονομασία αυτή εισάγεται για να διακρίνουμε τον τύπο του στοιχείου (αντιστάτη) από τη φυσική ιδιότητα (αντίσταση). Αντίστοιχα στα αγγλικά χρησιμοποιούνται οι όροι resistor και resistance (σ. του μεταφραστή).

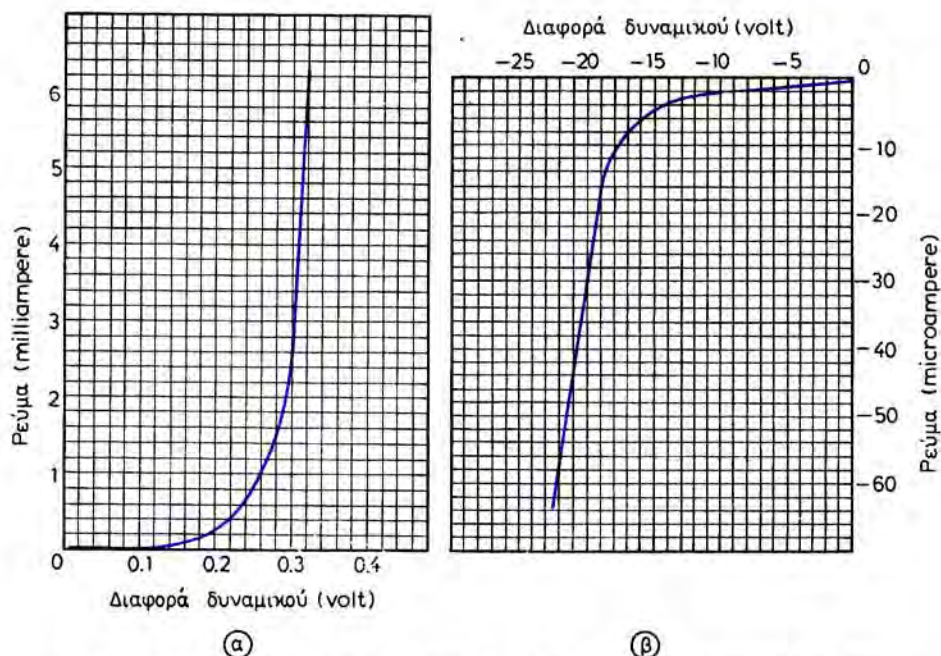


Σχήμα 12-9 Η χαρακτηριστική καμπύλη I-V μιας διόδου Zener. Αρχίζει να άγει απότομα κατά την ανάστροφη φορά περίπου στα $-6,3$ volt, ενώ η τάση παραμένει σταθερή για ευρεία περιοχή ρευμάτων.

μοκρασία του θα ανέβει τόσο πολύ ώστε να προκαλέσει ζημιά και στον ίδιο και σε άλλα γειτονικά στοιχεία κυκλώματος. Γι' αυτό το λόγο, εκτός από την αντίστασή τους οι αντιστάτες χαρακτηρίζονται από τη μέγιστη ισχύ που μπορούν να καταναλώνουν με ασφάλεια. Το μέγιστο μπορεί να κυμαίνεται από $1/4$ watt σε ηλεκτρονικά μηχανήματα μέχρι 100 watt ή και περισσότερο σε τροφοδοτικά ισχύος.

Υπάρχουν ουσίες, των οποίων η αντίσταση εξαρτάται από το ποσό του φωτός που πέφτει επάνω τους. Τέτοιοι φωτοαγωγοί ή φωτοαντιστάτες χρησιμοποιούνται σε μερικά είδη φωτομέτρων. Για παράδειγμα, η αντίσταση ενός φωτοαγωγού θείουχου καδμίου μπορεί να πέσει από 4×10^6 ohm στο σκοτάδι σε 5×10^4 ohm σε δυνατό φως.

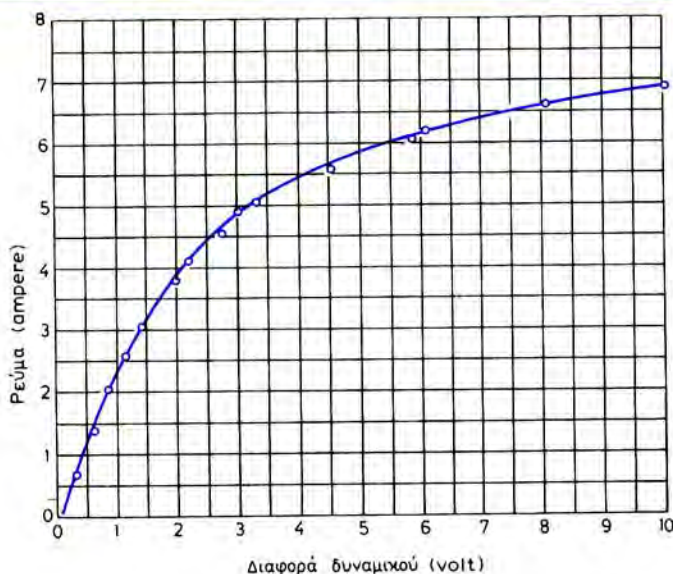
Για πολλούς σημαντικούς τύπους στοιχείων κυκλώματος η αντίσταση δεν είναι καθόλου σταθερή ακόμη και σε σταθερή θερμοκρασία ή φωτισμό. Ένα παράδειγμα είναι μια απλή διάταξη που χρησιμοποιείται συχνά και λέγεται δίοδος Zener. Όπως δείχνει το σχήμα 12-9, το ρεύμα μέσα από τη δίοδο Zener δεν είναι ανάλογο με την τάση στα άκρα του. Για μία δίοδο γερμανίου η διαφορά στην εξάρτηση του ρεύματος από τη διαφορά δυναμικού για θετικές και αρνητικές τιμές διαφοράς δυναμικού είναι τόσο μεγάλη, ώστε χρειάζονται δυο γραφικές παραστάσεις για να την δείξουν (σχ. 12-10). Ο νόμος του Ohm δεν ισχύει για καμιά από αυτές τις διόδους.



Σχήμα 12-10 Η χαρακτηριστική καμπύλη I-V μιας διόδου γερμανίου. Σημειώστε τη διαφορά της κλίμακας στα (α) και (β). Είναι φανερό ότι η αντίσταση της διόδου εξαρτάται όχι μόνο από το μέτρο αλλά και από το πρόσημο της διαφοράς δυναμικού. Η δίοδος δεν είναι συμμετρικό στοιχείο κυκλώματος.

16. (α) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση του ρεύματος ως συνάρτηση της διαφοράς δυναμικού για μια αντίσταση 1000Ω στο διάστημα του V μεταξύ -10 V και $+10$ V. (Να χρησιμοποιήσετε για μονάδα στην κλίμακα του ρεύματος το milliampere).

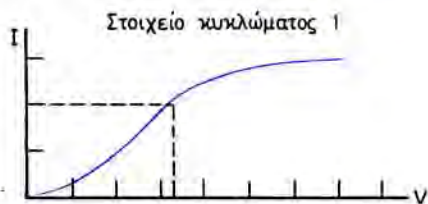
- (β) Περιγράψτε τις διαφορές μεταξύ αυτής της γραφικής παραστάσεως και της γραφικής παραστάσεως του σχήματος 12-9.
17. Ένα ρεύμα $2,0 \times 10^{-3} \text{ A}$ (2,0 mA) ρέει μέσα από ένα αντιστάτη 220Ω . Ποια είναι η διαφορά δυναμικού στα άκρα του αντιστάτη;
18. Ένα ρεύμα σε τμήμα κυκλώματος μεταξύ δυο σημείων πρέπει να περιορισθεί στα 10 mA. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ αυτών των σημείων είναι 4,0 V. Ποια είναι η τιμή της αντιστάσεως μεταξύ των σημείων αυτών του κυκλώματος που θα δώσει το επιθυμητό όριο στο ρεύμα;
19. (α) Ποιοι από τους αγωγούς στον πίνακα 2 είναι μέταλλα και ποιοι μη μέταλλα;
(β) Πώς μεταβάλλεται με τη θερμοκρασία η αντίσταση των αγωγών στις δυο ομάδες;
20. Το σχήμα A δείχνει τη γραφική παράσταση του ρεύματος μέσα από ένα κομμάτι σιδερένιου σύρματος ως συνάρτηση της τάσεως στα άκρα του.
(α) Σε ποια περιοχή τάσεως ισχύει κατά προσέγγιση ο νόμος του Ohm για το σύρμα;
(β) Πώς εξηγείται η μορφή της καμπύλης;
21. Συνδυάστε το νόμο του Ohm και την εξίσωση $P = VI$ για να εκφράσετε την ισχύ που καταναλώνεται σ' έναν αντιστάτη (α) ως συνάρτηση του I και R και (β) ως συνάρτηση του V και R.
22. Μία ηλεκτρική κουδέρτα κατασκευασμένη για πρίζα 220 V παρέχει ισχύ 60 W. Χρησιμοποιώντας μία από τις απαντήσεις σας στο πρόβλημα 21 υπολογίστε την αντίσταση της κουδέρτας στη θερμοκρασία λειτουργίας.



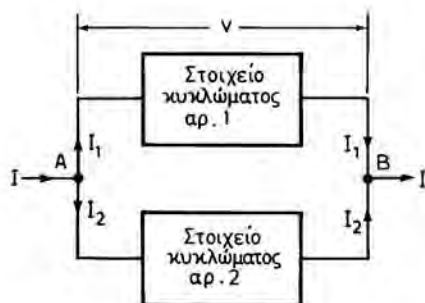
Σχήμα A

12-7 Στοιχεία κυκλώματος παράλληλα και σε σειρά.

Στις προηγούμενες παραγράφους εξετάσαμε για μερικά στοιχεία κυκλώματος τη σχέση μεταξύ των διαφορών δυναμικού και των ρευμάτων που τα διαρρέουν.



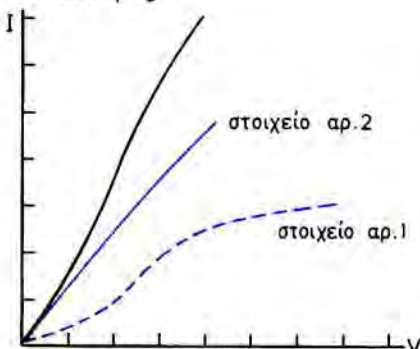
Σχήμα 12-11 Καμπύλες I-V για δυο στοιχεία κυκλώματος.



Σχήμα 12-12 Δυο στοιχεία κυκλώματος σε παράλληλη σύνδεση.

Μπορούμε τώρα να εφαρμόσουμε αυτές τις γνώσεις σε πιο περίπλοκα κυκλώματα που περιέχουν περισσότερα από ένα στοιχεία κυκλώματος.

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε δυο στοιχεία κυκλώματος με γνωστές καμπύλες ρεύματος ως συναρτήσεις της διαφοράς δυναμικού, π.χ. τα στοιχεία κυκλώματος που παριστάνονται στις γραφικές παραστάσεις του σχήματος 12-11. Αν τα δυο αυτά στοιχεία συνδέονταν παράλληλα, όπως στο σχήμα 12-12, η διαφορά δυναμικού V στα άκρα του Α και Β θα είναι αυτόματα η ίδια και για τα δυο στοιχεία. Το ρεύμα I που μπαίνει στον κόμβο Α και φεύγει στον Β διαχωρίζεται στο Α και ένα μέρος του περνά από κάθε στοιχείο του κυκλώματος. Το ολικό ρεύμα που μπαίνει στο Α και φεύγει από το Β πρέπει να είναι το άθροισμα των ρευμάτων διαμέσου των δυο στοιχείων, αφού το φορτίο διατηρείται (βλ. παράγρ. 11-12). Μπορούμε να βρούμε το ολικό ρεύμα I , αν προσθέσουμε το ρεύμα I_1 που ρέει μέσα από το στοιχείο 1 στην ορισμένη τιμή της διαφοράς δυναμικού και το ρεύμα I_2 που ρέει μέσα από το στοιχείο 2 στην ίδια τιμή της διαφοράς δυναμικού. Προσθέτοντας τα δυο ρεύματα που προσδιορίζονται από το σχήμα 12-11 σε κάθε τιμή της διαφοράς δυναμικού μπορούμε να κάνουμε μία γραφική παράσταση του συνολικού ρεύματος $I = I_1 + I_2$, που περνά από το Α στο Β ως συνάρτηση της διαφοράς δυναμικού (σχ. 12-13). Μ' αυτό τον τρόπο συνδυάζουμε δυο στοιχεία κυκλώματος σε ένα νέο μοναδικό στοιχείο που παριστάνεται από τη νέα γραφική παράσταση του I ως προς V . Η διαδικασία αυτή μπορεί να επεκταθεί σε περισσότερα στοιχεία κυκλώματος σε παράλληλη σύνδεση, προσθέτοντας τα επιμέρους ρεύματα σε κάθε διαφορά δυναμικού. Έτσι μπορούμε πάντοτε να αντικαταστήσουμε μία ομάδα από στοιχεία κυκλώματος συνδεδεμένα παράλληλα με ένα ισοδύναμο στοιχείο κυκλώματος που ενεργεί με τον ίδιο τρόπο όπως ο παράλληλος συνδυασμός.

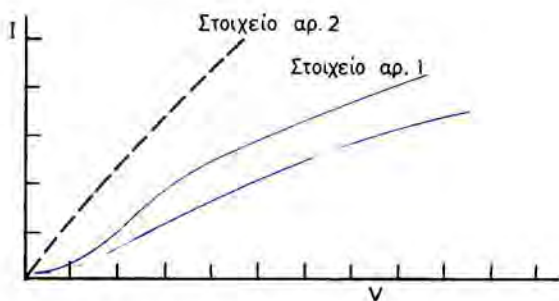


Σχήμα 12-13 Καμπύλη I-V για το ισοδύναμο στοιχείο κυκλώματος που προκύπτει από την παράλληλη σύνδεση των στοιχείων του σχήματος 12-11. Κατασκευάζεται με πρόσθεση των ρευμάτων που διαρρέουν κάθε στοιχείο κυκλώματος όταν η διαφορά δυναμικού είναι η ίδια και για τα δύο.

Για οποιαδήποτε διαφορά δυναμικού V στα άκρα του παράλληλου συνδυασμού η ενέργεια ανά μονάδα φορτίου, το οποίο μετακινείται διαμέσου του συνδυασμού ισούται πάλι με τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των άκρων του συνδυασμού. Επομένως η ισχύς που καταναλώνεται στο σχηματισμό είναι IV , όπου I είναι το συνολικό ρεύμα, το ρεύμα που διαρρέει το συνδυασμό όταν τον θεωρούμε σαν ένα μοναδικό στοιχείο κυκλώματος. Επειδή η ενέργεια διατηρείται, η ισχύς που καταναλώνεται πρέπει να είναι ίση με το άθροισμα της ισχύος που καταναλώνεται σε κάθε ένα από τα επιμέρους στοιχεία κυκλώματος. Για παράδειγμα, αν έχουμε δυο στοιχεία κυκλώματος συνδεδεμένα παράλληλα:

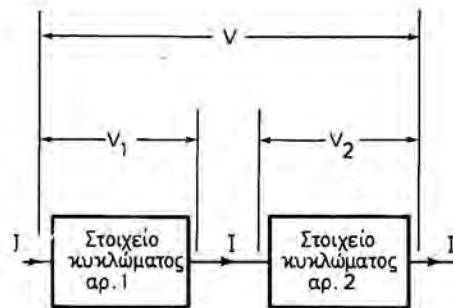
$$IV = I_1 V + I_2 V$$

Αν συνδέσουμε επιμέρους στοιχεία κυκλώματος σε σειρά, όπως στο σχήμα 12-14, η ανάλυση είναι κάπως διαφορετική. Αφού το φορτίο διατηρείται, το ίδιο ρεύμα πρέπει να διαρρέει κάθε ένα από τα επιμέρους στοιχεία. Ας αρχίσουμε, υποθέτοντας ότι το ρεύμα έχει κάποια δεδομένη τιμή. Χρησιμοποιώντας τις γραφικές παραστάσεις του ρεύματος ως προς τη διαφορά δυναμικού για κάθε ένα επιμέρους στοιχείο κυκλώματος, μπορούμε να βρούμε τις αντίστοιχες διαφορές δυναμικού από το σχήμα 12-11. Κατόπιν, για να βρούμε τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των δύο άκρων του κυκλώματος στοιχείων σε σειρά πρέπει να προσθέσουμε τις επιμέρους διαφορές δυναμικού. Ακολουθώντας αυτή τη μέθοδο για κάθε δυνατό ρεύμα, μπορούμε να καθορίσουμε τη σχέση μεταξύ του ρεύματος και της διαφοράς δυναμικού στα άκρα του ολικού κυκλώματος σειράς. Μπορούμε πάλι να τη σχεδιάσουμε ως μία καμπύλη του ρεύματος ως προς διαφορά δυναμικού (σχ. 12-15). Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να μετατρέψουμε το κύκλωμα στοιχείων σε σειρά σε ένα ηλεκτρικώς ισοδύναμο μοναδικό στοιχείο κυκλώματος που παριστάνεται από αυτή τη νέα καμπύλη ρεύματος ως προς διαφορά δυναμικού*.



Τώρα που βρήκαμε τη συμπεριφορά αυτού του ισοδύναμου μοναδικού στοιχείου κυκλώματος, μπορούμε να βρούμε το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα σειράς όταν εφαρμόζεται στα άκρα του δεδομένη διαφορά δυναμικού. Όπως πάντοτε, αυτή η διαφορά δυναμικού αντιπροσωπεύει την ενέργεια που καταναλώνεται ανά μονάδα φορτίου που περνά μέσα από το κύκλωμα. Πάλι η ισχύς που καταναλώνεται είναι IV , όπου V είναι η διαφορά δυναμικού από το ένα άκρο στο άλλο για το συνολικό κύκλωμα σειράς. Σ' αυτή την περίπτωση όμως V είναι το άθροισμα των επιμέρους διαφορών δυναμικού στα άκρα των επιμέρους στοιχείων που σχηματίζουν το κύκλωμα σειράς. Αν το κύκλωμα αποτελείται από δυο στοιχεία, το άθροισμα αυτό είναι $V = V_1 + V_2$.

* Σε όλα σχεδόν τα διαγράμματα κυκλωμάτων υποθέτουμε ότι τα σύρματα συνδέσεως έχουν αμελητέα αντίσταση (και επομένως αμελητέα διαφορά δυναμικού στα άκρα τους). Επομένως, μπορούμε να αγνοήσουμε τις πολύ μικρές διαφορές δυναμικού που προκαλούνται από τα σύρματα τα οποία συνδέουν τα στοιχεία κυκλώματος στα σχήματα 12-12 και 12-14.



Σχήμα 12-14 Δυο στοιχεία κυκλώματος συνδεδεμένα σε σειρά.

Σχήμα 12-15 Καμπύλη I-V για το ισοδύναμο στοιχείο κυκλώματος όταν τα στοιχεία κυκλώματος με τις καμπύλες I-V του σχήματος 12-11 συνδέονται σε σειρά. Κατασκευάζεται με πρόσθεση των διαφορών δυναμικού στα άκρα του καθενός από τα δυο στοιχεία κυκλώματος όταν το ρεύμα έχει την ίδια τιμή και στα δυο. Μπορείτε να καταλάβετε αυτή την πρόσθεση ως εξής: Για ένα συγκεκριμένο ρεύμα η διαφορά δυναμικού που απαιτείται, για να το προκαλέσει στο στοιχείο κυκλώματος 1, δίνεται από την απόσταση κατά μήκος του άξονα V μέχρι τη συνεχή καμπύλη του στοιχείου 1. Η διαφορά δυναμικού που απαιτείται, για να προκαλέσει αυτό το ρεύμα στο στοιχείο κυκλώματος 2, δίνεται από την απόσταση κατά μήκος του άξονα V μέχρι τη διακεκομμένη καμπύλη. Το άθροισμα αυτών των δυο διαφορών δυναμικού είναι η διαφορά δυναμικού που απαιτείται στα άκρα των δυο στοιχείων κυκλώματος σε σειρά για να παράγει το ίδιο ρεύμα. (Συνεχής γραμμή κάτω από τη γραμμή του στοιχείου 1).

Επομένως:

$$IV = IV_1 + IV_2$$

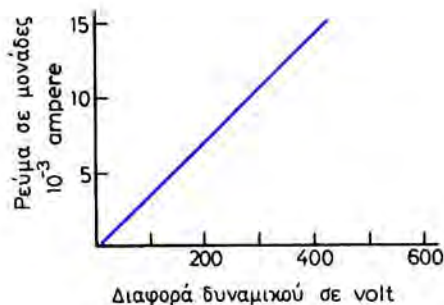
Σ' αυτή την εξίσωση κάθε όρος στο δεύτερο μέλος αντιπροσωπεύει την ισχύ, που καταναλώνεται σε κάθε στοιχείο και επειδή η ενέργεια διατηρείται, η ολική κατανάλωση ισχύος IV είναι ακριβώς το άθροισμα της ισχύος που καταναλώνεται σε κάθε επιμέρους στοιχείο.

23. (α) Στο κύκλωμα που φαίνεται στο σχήμα Β τα αμπερόμετρα A_1 και A_2 δείχνουν 0,75 A και 0,20 A αντιστοίχως. Ποια περιμένετε να είναι η ένδειξη στο A_3 ;
- (β) Να υποθέσετε ότι τα δυο στοιχεία κυκλώματος είναι αντιστάτες. Το στοιχείο 1 έχει αντίσταση 12 Ω. Πόση είναι η αντίσταση του στοιχείου 2;

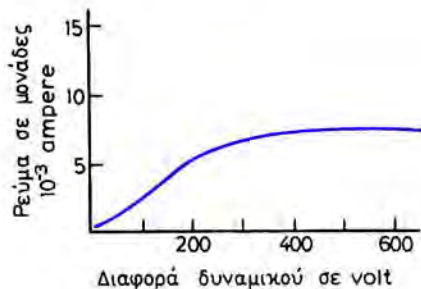


Σχήμα Β

24. Αν υποθέσετε ότι τα τρία αμπερόμετρα του σχήματος Β δείχνουν 0,40 A, 0,12 A και 0,26 A, πώς θα ερμηνεύατε αυτές τις ενδείξεις; Με ποιο τρόπο μπορείτε να ελέγξετε την ερμηνεία σας;
25. Αν οι διαιρέσεις της κλίμακας στο σχήμα 12-11 αναφέρονται σε volt και amperes και συνδέσουμε τα δυο στοιχεία κυκλώματος σε σειρά με μία μπαταρία, πόση τάση θα χρειασθεί για να δώσει ρεύμα 2,0 A;
26. Το σχήμα Γ δείχνει το ρεύμα μέσα από έναν αντιστάτη ως συνάρτηση της διαφοράς δυναμικού στα άκρα του. Το σχήμα Δ δείχνει το ρεύμα μέσα από μία λάμπα κενού ως συνάρτηση της διαφοράς δυναμικού στα άκρα της.
- (α) Αν τα δυο στοιχεία συνδεθούν σε σειρά και διαρρέονται από ρεύμα 5×10^{-3} amperes, πόση είναι η διαφορά δυναμικού στα άκρα του αντιστάτη;
- (β) Ποια είναι η διαφορά δυναμικού στα άκρα της λάμπας;
27. Το σχήμα 12-10 δείχνει τη χαρακτηριστική καμπύλη $I - V$ για μία δίοδο γερμανίου.
- (α) Να υποθέσετε ότι θέλετε να περιορίσετε το ρεύμα μέσα από τη δίοδο σε 2,2 milliamperes. Ποια πρέπει να είναι η αντίσταση αντιστάτη, συνδεδεμένου σε σειρά με τη δίοδο, αν ο αντιστάτης και η δίοδος πρόκειται να συνδεθούν με μία μπαταρία 4,5 volt με πολικότητα κατά τη φορά της μικρής αντιστάσεως της δίοδου;

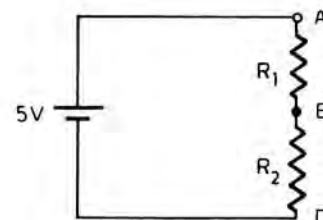


Σχήμα Γ



Σχήμα Δ

- (6) Πόσο θα ήταν το ρεύμα, αν αντιστρεφόταν η πολικότητα της μπαταρίας με αυτόν το συνδυασμό;
28. (α) Πόση είναι η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Β και Γ στο σχήμα Ε, αν $V_{AB} = 4 \text{ V}$;
- (β) Είναι αρκετή η πληροφορία που δίνεται στο (α), για να υπολογισθούν τα R_1 και R_2 ;
- (γ) Είναι αρκετή η πληροφορία που δίνεται στο (α), για να υπολογισθεί ο λόγος R_1/R_2 ;
29. Γιατί οι ηλεκτρικοί λαμπτήρες, τα ηλεκτρικά σίδερα, οι συσκευές τηλεοράσεως κλπ. συνδέονται παράλληλα μεταξύ τους στο κύκλωμα της ηλεκτρικής εγκαταστάσεως ενός σπιτιού;



Σχήμα Ε

12-8 Κάτι που χρειάζεται προσοχή.

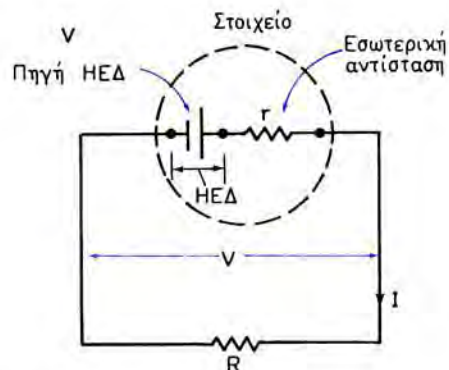
Οι νέες έννοιες εισάγονται καλύτερα αν κάνουμε υποθέσεις που απλοποιούν τα πράγματα. Αργότερα όμως πρέπει να φροντίσουμε να επισημάνουμε τα όρια αυτών των υποθέσεων. Αυτό θα κάνουμε τώρα για τις έννοιες που εισάγουμε σ' αυτό το κεφάλαιο.

Δυο αντίθετα φορτισμένες πλάκες, σε απόσταση μικρή σχετικά με το μέγεθός τους, παράγουν ένα ομοιόμορφο ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ τους (σχ. 11-14ε). Το πεδίο εξαρτάται από την απόσταση μεταξύ των πλακών και τον αριθμό των μπαταριών που συνδέονται σε αυτές. Στη σχέση $F = qE$ για τη δύναμη σε ένα φορτισμένο σώμα, το πεδίο E υποτίθεται ότι είναι ανεξάρτητο του φορτίου q . Αυτή η υπόθεση είναι σωστή, εφόσον το q είναι τόσο μικρό και το φορτίο στις πλάκες είναι τόσο μεγάλο, ώστε να μπορούμε να αμελήσουμε την επίδραση του q στο φορτίο των πλακών. Η υπόθεση αυτή ισχύει στο πείραμα του Millikan. Μπορεί να μην ισχύει για όλες τις συνθήκες του πειράματος που δείχνει η φωτογραφία του σχήματος 12-1, ιδιαίτερα όταν η φορτισμένη σφαίρα είναι πιο κοντά στη μία πλάκα παρά στην άλλη. Γι' αυτό το λόγο η απόκλιση μετρήθηκε με τη σφαίρα στο μέσο του διαστήματος μεταξύ των πλακών.

Θεωρούμε τη μπαταρία ως μία πηγή σταθερής διαφοράς δυναμικού. Πραγματικά, αν συνδέσουμε ένα βολτόμετρο στα άκρα της μπαταρίας ενός αυτοκινήτου με τη μηχανή σθισμένη, η ένδειξη δεν αλλάζει αν ανοίξουμε το ραδιόφωνο. Όμως, αν γυρίσουμε τη μίζα, η ένδειξη του βολτομέτρου πέφτει σημαντικά. Η μίζα «τραβά» πολύ περισσότερο ρεύμα από το ραδιόφωνο. Είναι φανερό ότι η αντίσταση της μίζας είναι πολύ πιο μικρή από την αντίσταση του ραδιοφώνου. Η επίδραση που έχει στην τάση μιας μπαταρίας ένα στοιχείο κυκλώματος που είναι συνδεδεμένο στα άκρα της, μπορεί να αγνοηθεί μόνον αν η αντίσταση του στοιχείου είναι αρκετά μεγάλη.

Τι θα πει «αρκετά μεγάλη»; Μπορούμε να θεωρήσουμε ένα ηλεκτρικό στοιχείο ή μία μπαταρία ως μία ιδανική πηγή ΗΕΔ σε σειρά με μία εσωτερική αντίσταση r (σχ. 12-16). Ο συνδυασμός αυτός συνδέεται σε σειρά με την εξωτερική αντίσταση R ενός στοιχείου κυκλώματος. Μπορούμε να αγνοήσουμε την πτώση τάσεως στην r μόνον αν $r \ll R$.

Η εσωτερική αντίσταση δεν υπάρχει μόνο σε ηλεκτρικά στοιχεία αλλά και σε κάθε άλλη πηγή ΗΕΔ. Για παράδειγμα, μία ηλεκτρική γεννήτρια



Σχήμα 12-16 Ο κύκλος με διακεκομμένη γραμμή δείχνει το ισοδύναμο κύκλωμα ενός ηλεκτρικού στοιχείου. Το ρεύμα στο εξωτερικό κύκλωμα (μέσα από την R)

είναι $I = \frac{HE\Delta}{r + R}$. Η τάση που πα-

ρέχεται στο εξωτερικό κύκλωμα, η οποία ονομάζεται και τάση ακροδεκτών (η τάση στα άκρα του ηλεκτρικού στοιχείου)

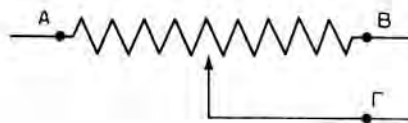
είναι $V = HE\Delta \times \frac{R}{r + R}$.

έχει μέσα της σύρματα που διαρρέονται από ρεύμα και επομένως έχει επίσης εσωτερική αντίσταση. Εφόσον η αντίσταση όλων των συσκευών που είναι συνδεδεμένες στη γεννήτρια είναι μεγάλη σε σύγκριση με την εσωτερική αντίσταση της γεννήτριας, η τάση που παρέχει η γεννήτρια παραμένει πρακτικά σταθερή. Όταν συνδεθούν πολλές συσκευές συγχρόνως, όπως πολλά κλιματιστικά μηχανήματα μία ζεστή μέρα του καλοκαιριού, η τάση «πέφτει». Η γεννήτρια δίνει λιγότερη ηλεκτρική ισχύ και τα φώτα πέφτουν. Η διαφορά ισχύος καταναλώνεται μέσα στη γεννήτρια. Όταν αυτή η κατανάλωση γίνει επικίνδυνη, ένας διακόπτης ασφαλείας αποσυνδέει τη γεννήτρια.

-
30. Όταν έχετε έναν ηλεκτρικό φακό συνεχώς αναμμένο, το φως συνεχώς λιγοστεύει. Αν τον σβήσετε για λίγο, το φως ξαναβρίσκει την έντασή του. Τι σημαίνει αυτή η συμπεριφορά για την εσωτερική αντίσταση της στήλης του φακού;
31. (α) Αν συνδέσετε στα άκρα ενός αλκαλικού στοιχείου μεγέθους D ένα αμπερόμετρο κατάλληλης περιοχής μετρήσεως, η ένδειξη του θα είναι περίπου 6 A. Πόση είναι η εσωτερική αντίσταση του στοιχείου; Η ΗΕΔ είναι περίπου 1,5 V.
- (β) Οχτώ στοιχεία μεγέθους D σας δίνουν την ίδια τάση με μία μπαταρία αυτοκινήτου. Γιατί δεν μπορείτε να ξεκινήσετε ένα αυτοκίνητο με 8 στοιχεία D;
-

Για το σπίτι, την τάξη και το εργαστήριο.

32. Να υπολογίσετε την τιμή της σταθεράς στο νόμο του Coulomb αν το φορτίο εκφράζεται σε coulomb. Καταρχήν θα μπορούσε κανείς να ορίσει τη μονάδα ηλεκτρικού φορτίου με τον ακόλουθο τρόπο: Η μονάδα του ηλεκτρικού φορτίου είναι το φορτίο, που, αν τοποθετηθεί σε κάθε μια από δυο σφαίρες που απέχουν η μία από την άλλη 1 m, θα προκαλέσει μία απωστική δύναμη μεταξύ τους ίση με 1 N.
- (α) Με πόσα στοιχειώδη φορτία ισούται αυτή η μονάδα;
- (β) Με πόσα coulomb ισούται αυτή η μονάδα;
- (γ) Ποια θα ήταν η τιμή της σταθεράς στο νόμο του Coulomb αν χρησιμοποιούσαμε αυτή τη μονάδα;
33. Μπορούμε να κατασκευάσουμε έναν μεταβλητό αντιστάτη τυλίγοντας ένα σύρμα επάνω σε ένα κύλινδρο και δάζοντας μία κινητή επαφή (δρομέα). Αυτός ο αντιστάτης παριστάνεται με το σύμβολο:



- Οι προδιαγραφές ενός αντιστάτη αυτού του τύπου είναι 50 ohm και 4 watt.
- (α) Πόσο είναι το μέγιστο ρεύμα που μπορεί να διέρχεται δια του αντιστάτη;
- (β) Ας υποθέσετε ότι φέρνετε την κινητή επαφή Γ κοντά στο Β και συνδέετε μία πηγή 5 volt μεταξύ Α και Γ. Σε ποιο κλάσμα της αποστάσεως μεταξύ Α και Β μπορείτε να μετακινήσετε το Γ προς την κατεύθυνση του Α, χωρίς να υπερβείτε τις προδιαγραφές της αντιστάσεως;
34. Η αντίσταση ενός σύρματος είναι ανάλογη προς το μήκος του και αντιστρόφως ανάλογη προς το εμ-

δαδόν της διατομής του.

(α) Να γράψετε αυτή την πρόταση σε μαθηματική μορφή.

(β) Ποιες είναι οι μονάδες του συντελεστή αναλογίας;

35. Αν θεωρήσετε δυο σύρματα χαλκού, το ένα με μήκος 200 m και διάμετρο 4,6 mm και το άλλο με μήκος 0,80 m και 0,25 mm διάμετρο, ποιος είναι ο λόγος της αντιστάσεως του πρώτου σύρματος προς την αντίσταση του δεύτερου;

36. Όταν δυο αντιστάτες συνδέονται σε σειρά, το ρεύμα πρέπει να είναι το ίδιο και στους δυο (διατήρηση φορτίου) και η διαφορά δυναμικού στα άκρα του συνδυασμού πρέπει να είναι το άθροισμα των διαφορών δυναμικού στα άκρα του κάθε ενός αντιστάτη (διατήρηση ενέργειας).

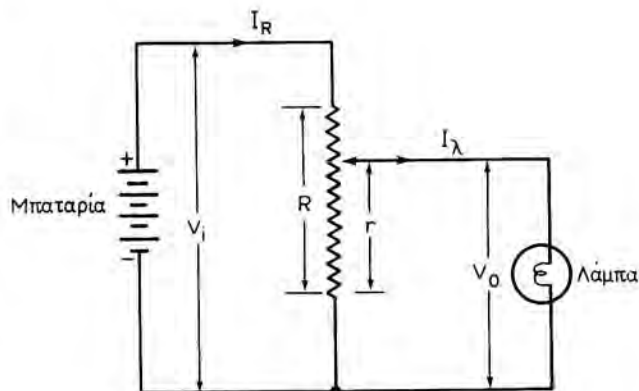
(α) Να χρησιμοποιήσετε αυτά τα δεδομένα, για να γράψετε μια έκφραση για την ισοδύναμη αντίσταση R_e του συνδυασμού ως συνάρτηση των μερικών αντιστάσεων r_1 και r_2 .

(β) Ποια θα ήταν η ισοδύναμη αντίσταση R_e τριών αντιστατών με αντιστάσεις r_1 , r_2 και r_3 συνδεδεμένων σε σειρά;

37. (α) Για δυο στοιχεία κυκλώματος, συνδεδεμένα παράλληλα, η διαφορά δυναμικού στα άκρα τους είναι η ίδια και το ολικό ρεύμα με το οποίο τροφοδοτούνται είναι ίσο με το άθροισμα των ρευμάτων που διαρρέουν το καθένα στοιχείο. Να βρείτε μια έκφραση για την ισοδύναμη αντίσταση R_e για ένα ζεύγος στοιχείων, αν το καθένα υπακούει στο νόμο του Ohm ως συνάρτηση των επιμέρους αντιστάσεων r_1 και r_2 .

(β) Ποια είναι η ισοδύναμη αντίσταση τριών αντιστατών με αντιστάσεις r_1 , r_2 και r_3 σε παράλληλη σύνδεση;

38. Η διάταξη με τον αντιστάτη με αντίσταση R που φαίνεται στο σχήμα Z ονομάζεται **ποτενσιόμετρο**. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε συνδυασμό με μία μπαταρία για να δώσει μία πηγή μεταβλητής διαφοράς δυναμικού. Το θέλος δείχνει μία μεταβλητή σύνδεση με τον αντιστάτη (δρομέας) που μπορεί να κινηθεί από το ένα άκρο του μέχρι το άλλο ή σε οποιοδήποτε σημείο μεταξύ τους. Να δείχθει ότι, αν το ρεύμα μέσα από το λαμπτήρα I_L είναι μικρό σε σχέση με το I_R (το ρεύμα μέσα από το **ποτενσιόμετρο** R), τότε η διαφορά δυναμικού V_o στα άκρα του λαμπτήρα ισούται με $r/R \cdot V_i$.

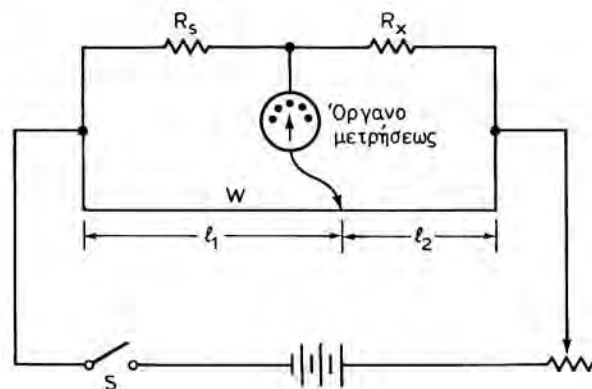


Σχήμα Z

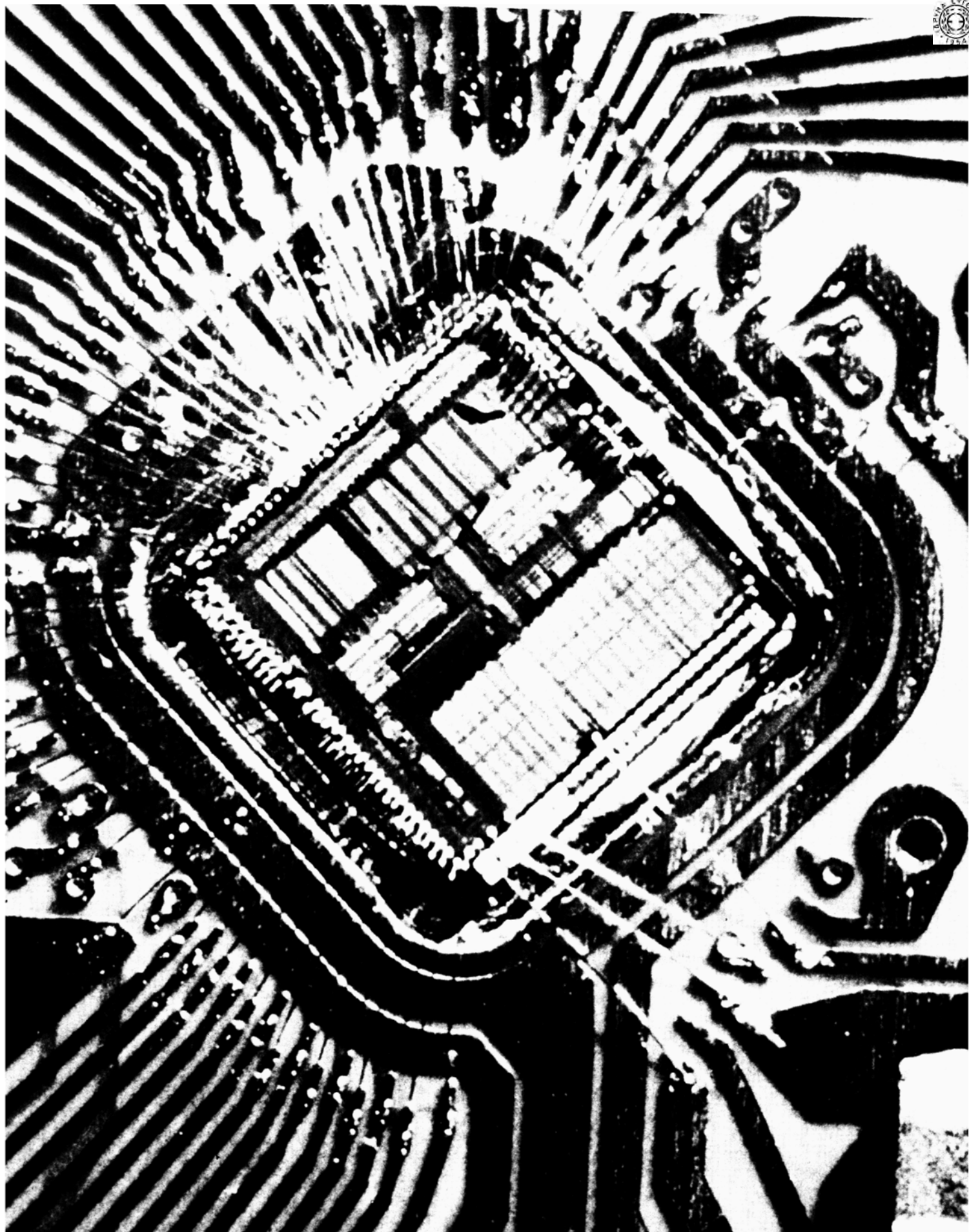
39. Στο κύκλωμα που φαίνεται στο σχήμα H, R_s είναι ένας αντιστάτης με γνωστή αντίσταση, R_x είναι ένας αντιστάτης του οποίου θέλουμε να προσδιορίσουμε την αντίσταση και W είναι ένα σύρμα με ομοιόμορφη αντίσταση ανά μονάδα μήκους. Κλείνουμε το διακόπτη s και μετακινούμε το δρομέα μέχρι που το ευαίσθητο όργανο μέτρησης να μη δείχνει ρεύμα.

(α) Πώς συγκρίνονται οι λόγοι R_s/R_x και I_1/I_2 , όταν το όργανο δείχνει μηδενικό ρεύμα;

(β) Η R_s είναι 24 ohm $l_1 = 60,0$ cm. $l_2 = 40,0$ cm. Ποια είναι η τιμή της R_x ; (Αυτή είναι μία απλοποιημένη γέφυρα Wheatstone που χρησιμοποιείται για τη μέτρηση αντιστάσεων. Στην πράξη, η R_s θα ήταν ένας αντιστάτης από ένα σύνολο προτύπων αντιστατών που μπορούν να συνδεθούν στο κύκλωμα).



Σχήμα H



Ο κύριος στόχος αυτού του μαθήματος είναι η ανάπτυξη και κατανόηση των βασικών νόμων της φύσεως. Για το σκοπό αυτό εκτελέσαμε και αναλύσαμε πειράματα υπό τις απλούστερες δυνατές συνθήκες. Για παράδειγμα, στο κεφάλαιο 2, για να φθάσουμε στο νόμο της κινήσεως του Newton, μελετήσαμε την κίνηση ενός αντικειμένου υπό την επίδραση σταθερής δυνάμεως. Στο κεφάλαιο 11 μελετήσαμε πώς εξαρτάται το μέτρο της ηλεκτρικής δυνάμεως από την απόσταση μεταξύ δυο φορτισμένων σφαιρών, δηλαδή το νόμο του Coulomb. Με τέτοιους βασικούς νόμους μπορούμε να συσχετίσουμε πολλά φαινόμενα, που αλλιώς θα φαινόταν τελείως άσχετα.

Στο κεφάλαιο αυτό θα περάσουμε σε μία διαφορετική πλευρά της φυσικής. Θα μελετήσουμε τις ιδιότητες μερικών απλών στοιχείων κυκλωμάτων και κατόπιν θα μάθουμε πώς μπορούμε να συνδυάσουμε αυτά τα στοιχεία για να πετύχουμε ένα επιθυμητό αποτέλεσμα. Στη διαδικασία αυτή θα χρησιμοποιήσουμε εκτεταμένα όσα μάθατε στην παράγραφο 12-7: Στοιχεία κυκλώματος παράλληλα και σε σειρά.

Ο σκοπός μας είναι να κατασκευάσουμε το είδος της διατάξεως που αποτελεί το πρώτο δήμα για την πρόσθεση αριθμών από ένα ηλεκτρονικό υπολογιστή.

13-1 Πρόσθεση δυαδικών αριθμών.

Έχουμε συνηθίσει να δουλεύουμε με αριθμούς στη βάση 10. Στη βάση 10 οι ακέραιοι αριθμοί 0 έως 9 χρειάζονται 10 διαφορετικά σύμβολα. Για μεγαλύτερους αριθμούς δάζουμε σύμβολα το ένα δίπλα στο άλλο. Η θέση του συμβόλου ή ψηφίου καθορίζει τη δύναμη του δέκα με την οποία πολλαπλασιάζεται. Για παράδειγμα:

$$638 = 6 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 8 \times 10^0$$

εκατοντάδες δεκάδες μονάδες

Ας θεωρήσουμε τώρα την πρόσθεση δυο πολυψηφίων αριθμών. Αν το άθροισμα των ψηφίων σε κάθε κατακόρυφη στήλη είναι μικρότερο ή ίσο με 9, τότε τα ψηφία αυτά μπορούν να προστεθούν εξ' ολοκλήρου μέσα στην ίδια στήλη. Για παράδειγμα:

$$\begin{array}{r} 638 \\ + 241 \\ \hline 879 \end{array}$$

Η πρόσθεση των αριθμών στη στήλη των μονάδων ($8 + 1 = 9$) δεν έχει επίδραση στην πρόσθεση των αριθμών στη στήλη των δεκάδων ($3 + 4 = 7$) και αυτή η πρόσθεση δεν έχει επίδραση στη στήλη των εκατοντάδων ($6 + 2 = 8$).

Όταν το άθροισμα δυο ψηφίων είναι μεγαλύτερο από 9, τότε έχουμε «κρατούμενο». Δηλαδή προσθέτουμε 1 στην επόμενη προς τα αριστερά στήλη. Για παράδειγμα, όταν προσθέσουμε 27 και 16, έχουμε κρατούμενο 1 για τη στήλη των δεκάδων:

$$\begin{array}{r} (1) \\ 27 \\ + 16 \\ \hline 43 \end{array}$$

Ηλεκτρονικές λογικές πύλες και δυαδική πρόσθεση

- 13-1** Πρόσθεση δυαδικών αριθμών
- 13-2** Είσοδος και έξοδος
- 13-3** Δίοδοι
- 13-4** Η πύλη AND
- 13-5** Η πύλη OR
- 13-6** Το τρανζίστορ: Μία πύλη NOT
- 13-7** Η πύλη αποκλειστικού OR και ο ημιπροσθετής
- 13-8** Ολοκληρωμένα κυκλώματα
- 13-9** Πλήρεις προσθετές

Φωτογραφία αριστερά: Αυτό είναι ένα από πολλά παραδείγματα ολοκληρωμένων κυκλωμάτων που χρησιμοποιούνται όλο και περισσότερο σε ηλεκτρονικές διατάξεις.

Η ευρεία χρήση της δάσεως 10 πιθανότατα έχει σχέση με το γεγονός ότι ο άνθρωπος έχει δέκα δάκτυλα. Για ηλεκτρονικούς υπολογιστές η δάση 10 δεν είναι εύχρηστη, γιατί απαιτεί 10 σύμβολα. Η δάση 2 απαιτεί μόνο δυο σύμβολα 0 και 1. Σε ένα ηλεκτρονικό κύκλωμα αυτά τα δυο σύμβολα μπορούν να πραγματοποιηθούν σαν μία από δυο τάσεις, τη μηδενική τάση και κάποια καθορισμένη τάση. Η διευθέτηση αυτή είναι πολύ εύχρηστη.

Στη δάση δύο ένας αριθμός αναλύεται σε ένα άθροισμα δυνάμεων του 2. Για παράδειγμα:

$$\begin{aligned} 5 &= 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \quad \text{ή} \quad 101 \\ 12 &= 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0 \quad \text{ή} \quad 1100 \end{aligned}$$

Είναι φανερό ότι χρειάζονται πολύ περισσότερα ψηφία για να εκφραστούν οι αριθμοί σε δάση 2 παρά σε δάση 10. Επίσης, η ανάγκη για «κρατούμενο», όταν προσθέτουμε δυο αριθμούς, εμφανίζεται πολύ πιο συχνά, γιατί, ακόμη και όταν προσθέτουμε δυο μονάδες, το άθροισμα 2 χρειάζεται κρατούμενο. Για παράδειγμα:

$$\begin{array}{r} + 3 \\ 1 \\ \hline 4 \end{array} \quad \text{σε δάση 2} \quad \begin{array}{r} (1) \\ 11 \\ 1 \\ \hline 100 \end{array}$$

Τα σύγχρονα ηλεκτρονικά κυκλώματα όμως λειτουργούν με μεγάλη ταχύτητα και είναι πολύ μικρά. Έτσι η ανάγκη για πολλά ψηφία και συχνό κρατούμενο δεν είναι σοβαρό πρόβλημα.

Μία μηχανή αθροίσεως αριθμών στη δάση 2 πρέπει να περιλαμβάνει πολλά δομικά στοιχεία που προσθέτουν μονοψήφιους αριθμούς και μεταφέρουν κρατούμενο, αν χρειάζεται. Ας συμβολίσουμε τους δυο αριθμούς που πρόκειται να προσθέσουμε με Α και Β. Τότε το βασικό δομικό στοιχείο της αθροιστικής μηχανής πρέπει να έχει τις ιδιότητες που συνοψίζονται στον πίνακα 1.

Πίνακας 1

Άθροιση	Προσθετέοι		Ολικό Κρατούμενο	Άθροισμα
	A	B		
0 + 0 = 0	0	0	0	0
0 + 1 = 1	0	1	0	1
1 + 0 = 1	1	0	0	1
1 + 1 = 10	1	1	1	0

Θα αφιερώσουμε το υπόλοιπο αυτού του κεφαλαίου για να βρούμε έναν τρόπο να κατασκευάσουμε τέτοιες συσκευές και να τις συναρμολογήσουμε, ώστε να προσθέτουν πολυψήφιους αριθμούς.

1. Να γράψετε τους επόμενους αριθμούς σε δάση 2: 0, 1, 2, 6, 9, 16, 19.
2. Οι επόμενοι αριθμοί είναι γραμμένοι σε δάση 2. Γράψτε τους σε δάση 10: 0, 1, 11, 111, 1011, 1101, 100100.

13-2 Είσοδος και έξοδος.

Στην καθημερινή γλώσσα οι όροι *είσοδος* και *έξοδος* αναφέρονται σε τι μπαίνει σε μια συσκευή ή διαδικασία και τι βγαίνει από αυτή. Αν η διαδικασία είναι μία γραπτή εξέταση, οι απαντήσεις σας είναι η είσοδος και ο βαθμός σας είναι η έξοδος. Στη φυσική είσοδος και έξοδος έχουν βασικά την ίδια σημασία. Τι είδους ποσότητες είναι, εξαρτάται από τη συσκευή και τη χρήση της. Για παράδειγμα, στο μετρητή ταχύτητας ενός αυτοκινήτου η είσοδος είναι ο αριθμός των στροφών του άξονα ανά δευτερόλεπτο και η έξοδος είναι μία γωνία (αν και η κλίμακα είναι βαθμονομημένη σε km/h). Στο κεφάλαιο αυτό θα ασχοληθούμε με συσκευές στις οποίες και η είσοδος και η έξοδος είναι τάσεις (σχ. 13-1). Ιδανικά, η έξοδος εξαρτάται μόνο από την είσοδο και όχι από το πώς μετρείται ή χρησιμοποιείται η έξοδος. Όμως, όπως μπορείτε να διαπιστώσετε και μόνοι σας στο εργαστήριο και για τις συσκευές εισόδου - εξόδου, χρειάζεται προσοχή και ισχύουν όσα αναπτύχθηκαν στην παράγραφο 12-8.

Γενικά οι τάσεις εισόδου και εξόδου κυμαίνονται σε ευρεία περιοχή. Στο κεφάλαιο αυτό θα ενδιαφερθούμε μόνο για συσκευές στις οποίες η είσοδος και η έξοδος μπορούν να παραστήσουν ένα δυαδικό στοιχείο. Η διευθέτηση αυτή χρειάζεται μόνο δυο τιμές που αντιστοιχούν σε 0 και 1. Στην πράξη οι δυο τιμές θα είναι κοντά σε 0 και 5 volt αλλά θα αναφερόμαστε σ' αυτές ως 0 και 1.

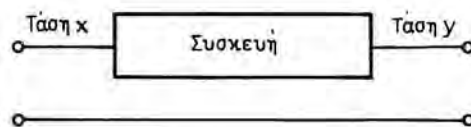
Συσκευές εισόδου - εξόδου με μόνο μία είσοδο και έξοδο δεν είναι δυνατόν να οδηγήσουν σε δυαδική πρόσθεση. Σε μία πρόσθεση ακόμη και δυο μονοψηφίων αριθμών πρέπει να υπάρχουν **δυο** εισοδοί για τους προσθετέους και δυο εξοδοί, για το άθροισμα και το κρατούμενο ψηφίο (σχ. 13-2).

Ο στόχος μας είναι να κατασκευάσουμε μία συσκευή με δυο δυαδικές εισόδους και δυο δυαδικές εξόδους που θα έχει τις ιδιότητες του πίνακα 1. Θα χωρίσουμε την εργασία σε δυο μέρη. Πρώτα θα κατασκευάσουμε δυο συσκευές, κάθε μία με δυο εισόδους και μία έξοδο (σχ. 13-3). Η μία θα έχει τις ιδιότητες που φαίνονται στον πίνακα 2 και η άλλη θα έχει τις ιδιότητες που φαίνονται στον πίνακα 3. Κατόπιν θα συνδέσουμε τις δυο συσκευές παράλληλα (σχ. 13-4).

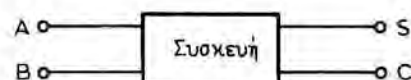
Το επόμενο βήμα μας είναι να εξοικειωθούμε με τα δομικά στοιχεία με τα οποία κατασκευάζονται οι συσκευές εισόδου - εξόδου.

Πίνακας 2			Πίνακας 3		
A	B	C	A	B	S
0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1
1	1	1	1	1	0

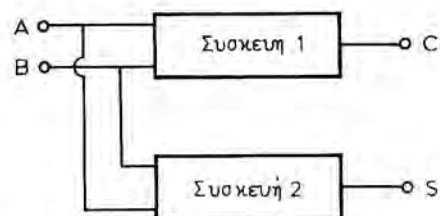
3. Να εξετάσετε ένα ραδιοφωνάκι. Ποιες είναι οι εισοδοί; Ποια είναι η έξοδος;
4. Να εξετάσετε ένα ηλεκτρικό κινητήρα. Ποια είναι η είσοδος; Ποια είναι η έξοδος;



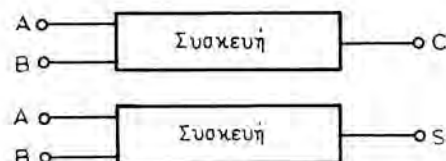
Σχήμα 13-1 Σχηματική παράσταση μιας διατάξεως εισόδου-εξόδου. Οι τάσεις μετριοούνται πάντα ως προς ένα σημείο αναφοράς, που είναι συνήθως κοινό. Αυτό το κοινό σημείο αναφοράς, η γη, εννοείται πάντα, ακόμη και αν δεν περιλαμβάνεται στο διάγραμμα.



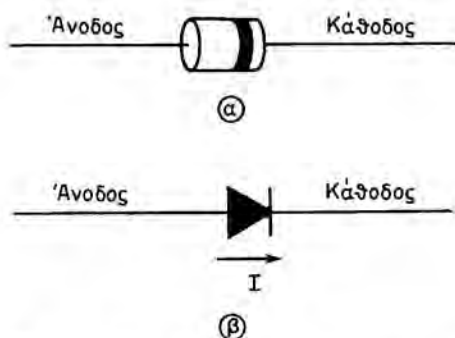
Σχήμα 13-2 Σχηματική παράσταση μιας διατάξεως με δυο εισόδους και δυο εξόδους.



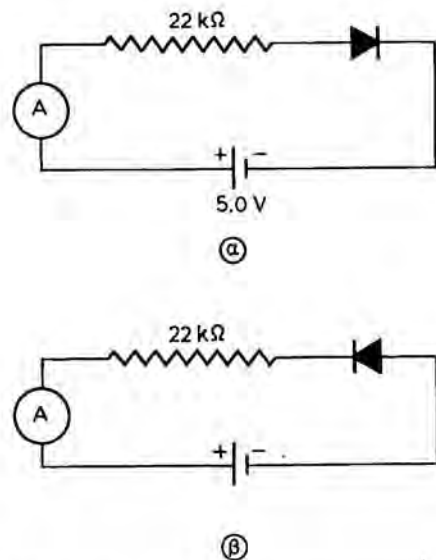
Σχήμα 13-3 Δυο διατάξεις με δυο εισόδους και μία έξοδο η κάθε μία.



Σχήμα 13-4 Δυο διατάξεις σε παράλληλη σύνδεση.

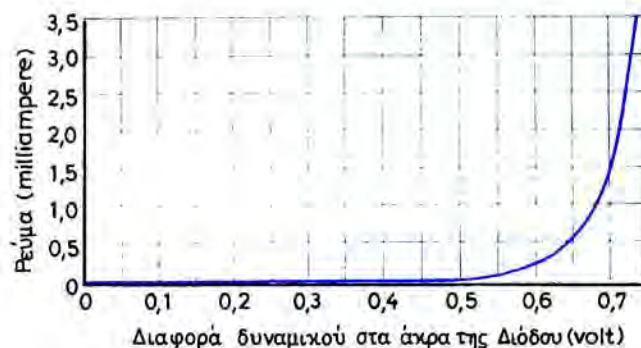


Σχήμα 13-5 (α) Συνθησιμένη μορφή μιας διόδου. Η μαύρη λωρίδα σημαδεύει την πλευρά της καθόδου της διόδου. (β) Το σχηματικό σύμβολο για τη διόδο, όπως εμφανίζεται σε κυκλωματικά διαγράμματα.



Σχήμα 13-6 Μέτρηση του ρεύματος μέσα από: (α) Μία διόδο με ορθή πόλωση και (β) μία διόδο με ανάστροφη πόλωση.

Σχήμα 13-7 Γράφημα του ρεύματος μέσα από μία ορθά πολωμένη διόδο πυριτίου ως συνάρτηση της τάσεως στα άκρα της.



13-3 Δίοδοι.

Ένα από τα βασικά στοιχεία κυκλωμάτων που χρησιμοποιούνται στη δυαδική αριθμητική είναι η διόδος. Οι διόδους παράγονται σε διάφορες μορφές, είναι κατασκευασμένες από διάφορα υλικά, αλλά έχουν τις ίδιες βασικές ιδιότητες. Έχουμε ήδη αναφέρει το πιο σημαντικό χαρακτηριστικό της διόδου στην παράγραφο 12-6 και το έχουμε παραστήσει στο σχήμα 12-10. Οι διόδους είναι καλοί αγωγοί, όταν η τάση στα άκρα τους είναι κατά μία κατεύθυνση (ορθή), και κακοί αγωγοί, όταν η τάση εφαρμόζεται στην αντίθετη (ανάστροφη) κατεύθυνση. Η κατεύθυνση καλής αγωγιμότητας είναι καθαρά σημειωμένη επάνω στις διόδους (σχ. 13-5).

Μία άλλη ιδιότητα που έχουν όλες οι διόδους είναι ότι μπορούν να καταστραφούν εύκολα από μεγάλα ρεύματα. Το ρεύμα μέσα από μία διόδο μπορεί να αυξηθεί χωρίς να το θέλουμε, επειδή η αντίσταση της διόδου ελαττώνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας. Όταν αυξάνεται η θερμοκρασία και μειώνεται η αντίσταση, το ρεύμα αυξάνεται. Στη συνέχεια αυτό θα αυξήσει τη θερμοκρασία και θα ελαττώσει την αντίσταση ακόμη περισσότερο κ.ο.κ. Για να προληφθούν τέτοιες αυξήσεις ρεύματος οι διόδους τοποθετούνται σε κυκλώματα με κατάλληλη αντίσταση σε σειρά.

Μετρήσεις με το κύκλωμα που φαίνεται στο σχήμα 13-6 δείχνουν ότι η διόδος είναι πρακτικά ένας αγωγός μιας κατευθύνσεως. Για τη σύνδεση στο (α) το ρεύμα είναι $2,0 \times 10^{-4}$ A. Στο (β) το ρεύμα είναι 2×10^{-7} A. Όταν η διόδος άγει εύκολα, ονομάζουμε την τάση στα άκρα της τάση πρόσω ορθής φοράς και λέμε ότι η διόδος είναι πρόσω ορθά πολωμένη. Όταν η διόδος δεν άγει σχεδόν καθόλου, η τάση που εφαρμόζεται ονομάζεται ανάστροφη τάση και λέμε ότι η διόδος είναι ανάστροφα πολωμένη. (Ο όρος **πόλωση** αναφέρεται σε μία τάση που εφαρμόζεται σε μία διάταξη για να λειτουργήσει σωστά).

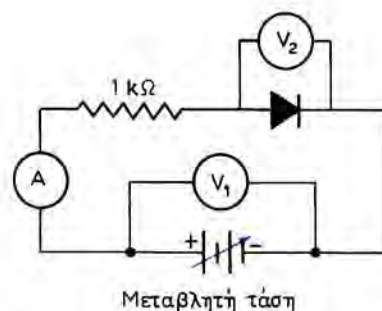
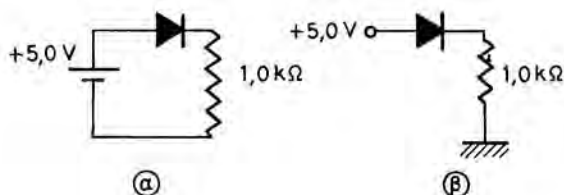
Η πλευρά της διόδου που συνδέεται με το θετικό άκρο μιας μπαταρίας, όταν η διόδος άγει εύκολα, ονομάζεται **άνοδος** και η άλλη πλευρά ονομάζεται **κάθοδος**. Στα διαγράμματα κυκλωμάτων το τρίγωνο στο σύμβολο για τη διόδο δείχνει προς την κατεύθυνση που άγει εύκολα η διόδος. Ο κατασκευαστής της διόδου σημαδεύει με κάποιο τρόπο ένα από τα άκρα. Για μία διόδο σε κυλινδρικό περίβλημα μία ταινία διαφορετικού χρώματος από το χρώμα του περιβλήματος χρησιμοποιείται συνήθως για να υποδείξει την κάθοδο.

Η καμπύλη του ρεύματος ως προς την τάση για μία διόδο από γερμάνιο δείχνεται στο σχήμα 12-10. Άλλη κοινή διόδος κατασκευάζεται από πυρίτιο. Η καμπύλη του ρεύματος ως προς την τάση για μία διόδο πυριτίου με πρόσω (ορθή) πόλωση δείχνεται στο σχήμα 13-7. Το κύκλωμα που χρησιμοποιήθηκε για τις μετρήσεις δείχνεται στο σχήμα 13-8. Σημειώστε ότι, παρόλο που στο σχήμα 13-7 ο οριζόντιος άξονας αναφέρεται στην τάση V_2 στα άκρα της διόδου, η ανεξάρτητη μεταβλητή κατά το πείραμα ήταν η τάση V_1 στα άκρα του τροφοδοτικού. Το σχήμα 13-9 δείχνει ένα γράφημα του V_2 ως προς V_1 με βάση τα αποτελέσματα του πίνακα 4. Η πτώση τάσεως στα άκρα μιας διόδου πυριτίου αυξάνεται γρήγορα μέχρι τα 0,7 V και κατόπιν μένει εκεί, ακόμη και αν η τάση εισόδου (V_1) στα άκρα της διόδου και μιας αντιστάσεως είναι σημαντικά υψηλότερη. Αυτή η ιδιότητα των διόδων πυριτίου θα παίξει σημαντικό ρόλο σε όσα θα αναπτύξουμε στις επόμενες παραγράφους.

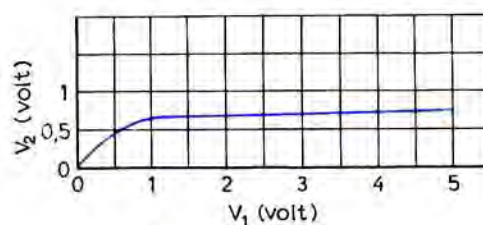
Πίνακας 4

V_1 (V)	V_2 (V)	I (mA)	V_1 (V)	V_2 (V)	I (mA)
0	0	0	0,80	0,60	0,18
0,20	0,20	0	1,00	0,63	0,35
0,40	0,40	0,01	1,50	0,67	0,70
0,50	0,48	0,02	2,50	0,69	1,10
0,60	0,53	0,04	3,00	0,72	2,40
0,70	0,58	0,11	4,00	0,74	3,25

5. Για το κύκλωμα που περιγράφεται στο σχήμα 13-6 να υπολογίσετε τα παρακάτω για την ορθή και ανάστροφη πόλωση.
 - (α) Την τάση στα άκρα της αντιστάσεως.
 - (β) Την τάση στα άκρα της διόδου.
6. Από το σχήμα 12-10 ποια είναι η μέγιστη τάση στα άκρα μιας διόδου γερμανίου;
7. Από την απάντησή σας στην ερώτηση 6, μπορείτε να πείτε αν η διόδος που περιγράφεται στο σχήμα 13-6 είναι κατασκευασμένη από γερμάνιο ή πυρίτιο;
8. Στο κύκλωμα που δείχνει το σχήμα Α, ποια είναι η τάση στα άκρα της αντιστάσεως αν η διόδος είναι κατασκευασμένη, (α) από γερμάνιο, (β) από πυρίτιο;



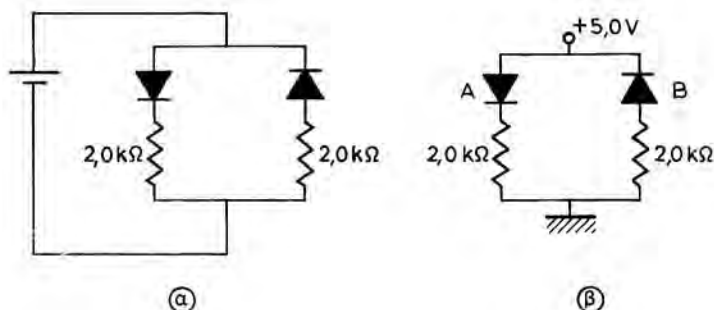
Σχήμα 13-8 Το κύκλωμα που χρησιμοποιήθηκε για να λάβουμε τα δεδομένα του πίνακα 4 και του σχήματος 13-7.



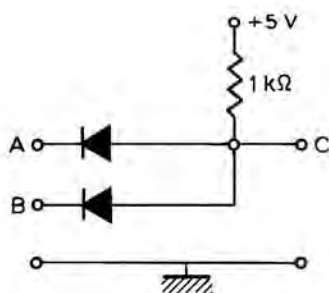
Σχήμα 13-9 Γράφημα της τάσεως στα άκρα μιας διόδου πυριτίου ως συνάρτηση της τάσεως εισόδου.

Σχήμα Α Το κύκλωμα δείχνεται με δυο συμβολισμούς. Ο συμβολισμός στο (β) είναι συντομότερος και πιο ευέλικτος. Το σύμβολο $\circ$ δηλώνει τον ακροδέκτη στον οποίο μπορεί να εφαρμοστεί μία τάση ως προς σημείο αναφοράς που υποδεικνύεται με //// ή --- . Όταν υπάρχουν περισσότεροι από ένας ακροδέκτες, οι τάσεις που υποδεικνύονται αναφέρονται πάντα σε μία κοινή γη.

Σχήμα Β Όπως στο σχήμα Α, το κύκλωμα έχει σχεδιαστεί με δυο συμβολισμούς.



9. Αν υποθέσετε ότι οι διόδους στο σχήμα Β είναι τύπου γερμανίου σαν κι αυτή που δείχνει το σχήμα 12-10, τι τιμή κατά προσέγγιση έχουν τα ρεύματα σε κάθε κλάδο;



Σχήμα 13-10 Το κυκλωματικό διάγραμμα για μία πύλη AND. Οι εισόδους είναι οι τάσεις στα Α και Β. Η έξοδος είναι η τάση στο C. Όλες οι τάσεις αναφέρονται ως προς τη γη.

13-4 Η πύλη AND.

Εξετάστε το κύκλωμα που φαίνεται στο σχήμα 13-10. Ποια θα είναι η τάση εξόδου στο C (δηλαδή μεταξύ C και γης) αν η τάση και στο A και στο B είναι 5 V ως προς τη γη; Υπό τις συνθήκες αυτές και τα δυο άκρα του αντιστάτη είναι στο ίδιο δυναμικό και επομένως η τάση μεταξύ C και γης θα είναι η πλήρης τάση 5 V.

Υποθέστε τώρα ότι το A είναι σε 5 V αλλά το B είναι σε μηδέν volt (δηλαδή το B είναι συνδεδεμένο κατευθείαν με τη γη). Τώρα η διόδος B έχει ορθή πόλωση και άγει. Ας υποθέσουμε ότι οι διόδους είναι κατασκευασμένες από πυρίτιο. Η τάση στα άκρα της διόδου θα είναι περίπου 0,7 V. Η άνοδος της διόδου είναι κατευθείαν συνδεδεμένη με το C. Επομένως η τάση του C ως προς τη γη είναι περίπου 0,7 V, που για το σκοπό μας μπορεί να θεωρηθεί κοντά στο μηδέν. Η διόδος A έχει τώρα αντίστροφη πόλωση και δεν άγει.

Για λόγους συμμετρίας θα έχουμε το ίδιο αποτέλεσμα, αν το A είναι στη γη και το B σε 5 V. Όταν και το A και το B είναι στη γη, η τάση στα άκρα και των δυο διόδων θα είναι 0,7 V και πάλι το C θα είναι στα 0,7 V.

Μπορούμε να θεωρήσουμε το κύκλωμα του σχήματος 13-10 ως μία διάταξη με δυο εισόδους A και B και μία έξοδο C. Όπως είπαμε ήδη στην παράγραφο 13-2, θα αναφερόμαστε στην είσοδο 5 V ως 1. Η έξοδος των 0,7 V είναι αρκετά κοντά στο μηδέν, ώστε να μπορεί να θεωρηθεί ίση με μηδέν. Τότε το κύκλωμα του σχήματος 13-10 ενεργεί ως διάταξη εισόδου - εξόδου με τις ιδιότητες που φαίνονται στον πίνακα 5.

Σημειώστε ότι ο πίνακας 5 είναι ίδιος με τον πίνακα 2. Το κύκλωμα του σχήματος 13-10 είναι ακριβώς το κύκλωμα που χρειάζεται, για να μεταφέρει κρατούμενο 1 σε δυαδική πρόσθεση.

Στη μαθηματική λογική ένας πίνακας σαν τον πίνακα 5 ονομάζεται **πίνακας αλήθειας**. Ειδικότερα ο πίνακας 5 είναι ο πίνακας αλήθειας για την πράξη AND: μόνον όταν **και το A και το B** είναι αληθινά (δηλαδή

Πίνακας 5

A	B	C
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

έχουν την τιμή 1), τότε είναι το C αληθινό (δηλαδή έχει την τιμή 1). Κύκλωμα με τις ιδιότητες που φαίνονται στον πίνακα 5 ονομάζεται πύλη AND.

13-5 Η πύλη OR.

Αφού λύσαμε το πρόβλημα μεταφοράς κρατουμένου 1, πρέπει τώρα να κατασκευάσουμε ένα κύκλωμα με πίνακα αλήθειας τον πίνακα 3. Αρχίζουμε με το κύκλωμα που φαίνεται στο σχήμα 13-11. Αν και οι δύο εισοδοί συνδεθούν στη γη, δεν υπάρχει διαφορά δυναμικού στα άκρα του αντιστάτη και επομένως δεν υπάρχει ρεύμα. Άρα η τάση εξόδου στο D είναι 0.

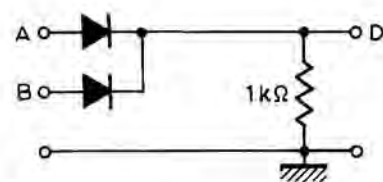
Έστω τώρα ότι η είσοδος στο A είναι 5 V και στο B είναι μηδέν. Η διόδος A είναι ορθά πολωμένη και άγει. Αν η A είναι διόδος πυριτίου, η τάση στα άκρα της θα είναι 0,7 V. Έτσι μένει υπόλοιπο μία τάση 4,3 V στο D. Θα θεωρήσουμε ότι η τάση 4,3 V είναι κατά προσέγγιση 5 V, ακριβώς όπως θεωρήσαμε ότι η τάση 0,7 V είναι κατά προσέγγιση μηδέν. Η διόδος B έχει ανάστροφη πόλωση και δεν επιδρά στο υπόλοιπο μέρος του κυκλώματος.

Για λόγους συμμετρίας η έξοδος θα είναι 4,3 V όταν το A είναι στο μηδέν και το B είναι στα 5 V. Τέλος αν και το A και το B είναι στα 5 V δεν γίνεται τίποτε καινούργιο. Η πτώση τάσεως επάνω σε κάθε μία από τις διόδους είναι 0,7 V. Επομένως το D θα είναι στα 4,3 V ή κατά προσέγγιση 5 V.

Αν παραστήσουμε το 5 V ή 4,3 V με 1 και το μηδέν ή 0,7 V με μηδέν, μπορούμε να συνοψίσουμε στον πίνακα 6 τις ιδιότητες εισόδου-εξόδου του κυκλώματος του σχήματος 3-11.

Μια διάταξη που έχει ως πίνακα αλήθειας τον πίνακα 6 ονομάζεται πύλη OR, επειδή η έξοδος είναι 1, αν το A ή το B ή και τα δυο είναι 1.

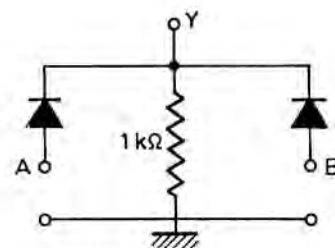
Συγκρίνοντας τον πίνακα 6 με τον πίνακα 3, βλέπουμε ότι στις τρεις από τις τέσσερις περιπτώσεις η πύλη OR είναι αυτό που χρειαζόμαστε για την πρόσθεση δυαδικών ψηφίων. Μόνο η τελευταία γραμμή δεν ταιριάζει. Αν προσθέσουμε δυο 1, θα έπρεπε να έχουμε ως αποτέλεσμα μηδέν. (Η μεταφορά του κρατουμένου θα γίνει με μία πύλη AND). Όσο και αν φαίνεται όμοιος ο πίνακας 6 με τον πίνακα 3, θα μας χρειασθούν οι δυο επόμενες παραγράφους για να κατασκευάσουμε ένα κύκλωμα που θα έχει ως πίνακα αλήθειας τον πίνακα 3.



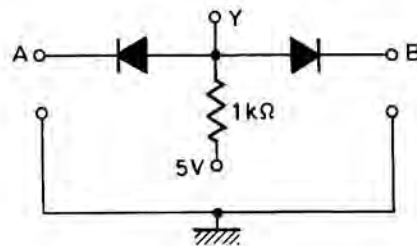
Σχήμα 13-11 Το κυκλωματικό διάγραμμα για μία πύλη OR.

Πίνακας 6

A	B	D
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



Σχήμα Γ



Σχήμα Δ

10. Να κατασκευάσετε τον πίνακα αλήθειας για τις πύλες που φαίνονται στα σχήματα Γ και Δ. A και B είναι οι εισοδοί, Y είναι η έξοδος. Τι τύπου πύλη είναι η κάθε μία;
11. Μία πύλη AND με τρεις εισόδους είναι μία πύλη στην οποία η έξοδος είναι 1 μόνο αν όλες οι εισοδοί είναι 1. Σχεδιάστε ένα κύκλωμα για μια πύλη αυτού του τύπου και κατασκευάστε τον πίνακα αλήθειας γι' αυτή.
12. Μία-πύλη OR με τρεις εισόδους είναι μια πύλη για την οποία η έξοδος είναι 1, όταν τουλάχιστον μία από τις εισόδους είναι 1. Να

σχεδιάσετε ένα κύκλωμα για μία πύλη αυτού του τύπου και να κατασκευάσετε τον πίνακα αλήθειας γι' αυτή.

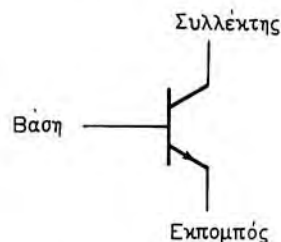
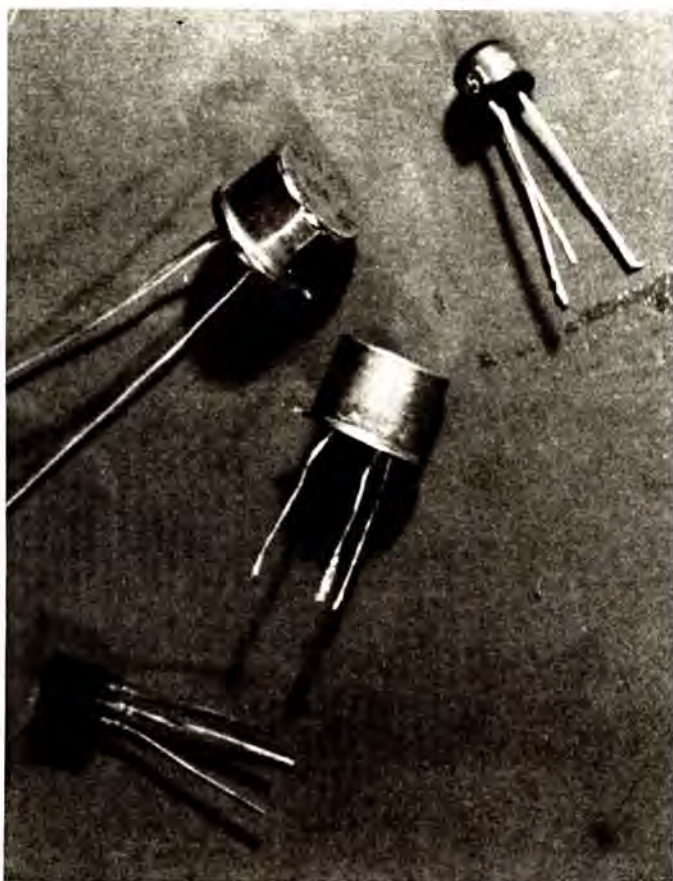
13. Η πύλη OR που φαίνεται στο σχήμα 13-11 έχει διόδους πυριτίου. Να υπολογίσετε το ρεύμα στη διόδο Α όταν:

(α) $V_A = 5 \text{ V}$ και $V_B = 0$.

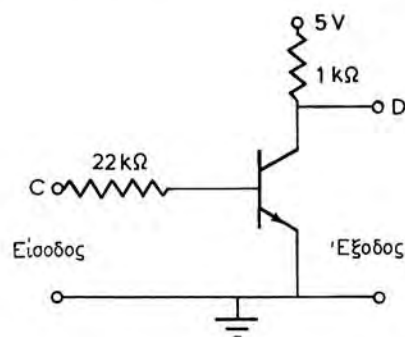
(β) $V_A = V_B = 5 \text{ V}$.

13-6 Το τρανζίστορ*: Μία πύλη NOT.

Το επόμενο βήμα μας σ' αυτό το ταξίδι είναι να περιγράφομε μία νέα διάταξη εισόδου - εξόδου που ονομάζεται τρανζίστορ. Τα τρανζίστορ έχουν διάφορες μορφές (σχ. 13-12) και χρησιμοποιούνται για διάφορους σκοπούς. Τα περισσότερα τρανζίστορ έχουν τρεις ακροδέκτες. Σ' αυτές που θα χρησιμοποιήσουμε, οι ακροδέκτες ονοματίζονται, όπως δείχνει το σχήμα 13-13. Θα χρησιμοποιήσουμε το τρανζίστορ με δυο αντιστάτες, όπως φαίνεται στο σχήμα 13-14. Το τμήμα αυτού του κυκλώ-



Σχήμα 13-13 Το σύμβολο και οι συνδέσεις για ένα κοινό τρανζίστορ.



Σχήμα 13-14 Το κυκλωματικό διάγραμμα για μία πύλη NOT που αποτελείται από ένα τρανζίστορ και δύο αντιστάτες.

Σχήμα 13-12 Διάφορες μορφές τρανζίστορ.

* Σ.τ.μ. Ο όρος transistor έχει αποδοθεί ελληνικά και ως κρυσταλλοτρίοδος. Επειδή όμως η λέξη έχει επικρατήσει στη διεθνή βιβλιογραφία θα χρησιμοποιήσουμε και ελληνικά τη λέξη τρανζίστορ.

ματος που περιλαμβάνει τον εκπομπό και τη βάση συμπεριφέρεται σαν μία διάδος. Το γράφημα της τάσεως μεταξύ βάσεως και γης ως συναρτήσεως της τάσεως εισόδου έχει την ίδια ακριβώς μορφή που δείχνει το σχήμα 13-9.

Το αντίστοιχο γράφημα όμως της τάσεως εξόδου, δηλαδή της τάσεως μεταξύ συλλέκτη και εκπομπού, είναι πολύ διαφορετικό (σχ. 13-15). Αν $V_i \approx 0$, τότε $V_o = 5\text{ V}$. Αν $V_i > 1,5\text{ V}$, τότε $V_o < 0,1\text{ V}$.

Αν αντιστοιχίσουμε σ' αυτές τις δυο ομάδες τιμών τις δυαδικές τιμές 0 και 1, όπως και προηγουμένως, βλέπουμε ότι στη διάταξη του σχήματος 13-14 το τρανζίστορ έχει τον πίνακα αλήθειας που φαίνεται στον πίνακα 7.

Πίνακας 7

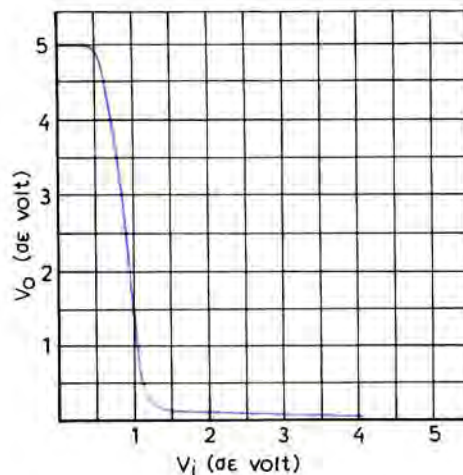
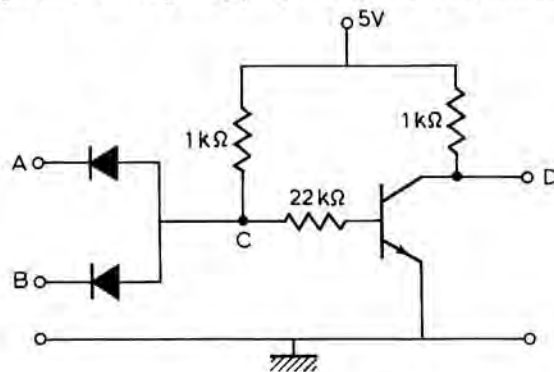
C	D
0	1
1	0

Πίνακας 8

A	B	D
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Το τρανζίστορ δρα ως αναστροφέας. Αλλάζει ένα «όχι» σε ένα «ναι» και αντίστροφα. Γι' αυτό το λόγο ονομάζεται **πύλη NOT**. Αν συνδέσουμε την έξοδο οποιασδήποτε πύλης, ας πούμε της πύλης X, στην είσοδο της πύλης NOT, η πύλη X γίνεται πύλη NOT X, ή πύλη NX. Ειδικότερα, αν συνδέσουμε την έξοδο της πύλης AND στην είσοδο της πύλης NOT, προκύπτει μία πύλη NAND με τον πίνακα αλήθειας που φαίνεται στον πίνακα 8.

Το διάγραμμα του κυκλώματος μιας πύλης NAND φαίνεται στο σχήμα 13-16*.



Σχήμα 13-15 Γράφημα της τάσεως εξόδου V_o μεταξύ του συλλέκτη και του εκπομπού ως συναρτήσεως της τάσεως εισόδου.

Σχήμα 13-16 Το κυκλωματικό διάγραμμα για μία πύλη NAND. Το σημείο C είναι η έξοδος της πύλης AND και η είσοδος της πύλης NOT.

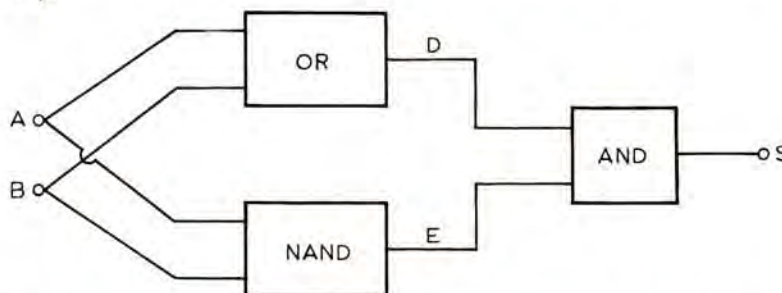
14. Χρησιμοποιώντας όσα ξέρετε για τις ιδιότητες μιας διόδου και ενός τρανζίστορ, να επαληθεύσετε τον πίνακα 8 ως τον πίνακα αλήθειας για το κύκλωμα που φαίνεται στο σχήμα 13-16.
15. Να κατασκευάσετε τον πίνακα αλήθειας για μία πύλη που αποτελείται από μία πύλη OR και μία πύλη NOT, με την έξοδο της πύλης OR συνδεδεμένη στην είσοδο της πύλης NOT. Αυτή η πύλη ονομάζεται πύλη NOR.
16. Να σχεδιάσετε το κυκλωματικό διάγραμμα για μία πύλη NOR.

* Σ.τ.μ. Τα ονόματα των πυλών προέρχονται από τις αντίστοιχες αγγλικές λέξεις (AND = και, OR = ή, NOT = όχι).

13-7 Η πύλη αποκλειστικού OR και ο ημιπροσθετής.

Εφοδιασμένοι με τις τρεις πύλες, την πύλη OR, την πύλη NAND και την πύλη AND, μπορούμε να κατασκευάσουμε ένα κύκλωμα που θα έχει ως πίνακα αλήθειας τον πίνακα 9. Αν σχεδιάσουμε με λεπτομέρεια όλα τα στοιχεία του κυκλώματος, η εικόνα θα είναι πολύ συγκεχυμένη. Γι' αυτό το λόγο θα χρησιμοποιήσουμε ένα σχηματικό διάγραμμα. Ένα ορθογώνιο με δυο εισόδους στα αριστερά και μία έξοδο στα δεξιά παριστάνει μία πύλη. Ο τύπος της πύλης σημειώνεται μέσα στο ορθογώνιο (σχ. 13-17).

Σχήμα 13-17 Σχηματικό διάγραμμα για μία πύλη αποκλειστικού OR.



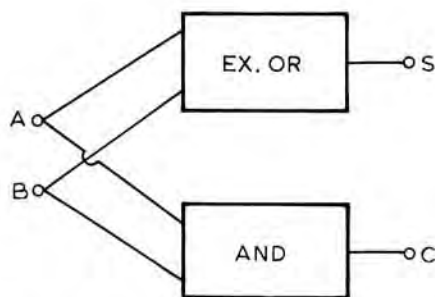
Οι πύλες OR και NAND συνδέονται παράλληλα. Επομένως έχουν τις ίδιες εισόδους. Οι εξοδοί τους φαίνονται στη στήλη D και E του πίνακα 9. Έχουν αντιγραφεί όπως είναι από τους πίνακες 6 και 8 αντιστοίχως. Οι εξοδοί D και E παρέχουν τώρα την είσοδο στην πύλη AND. Η στήλη S δείχνει την έξοδο της πύλης AND σύμφωνα με τον πίνακα 5.

Πίνακας 9

Είσοδος	Είσοδος	OR	NAND	Έξοδος
A	B	D	E	S
0	0	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	1	1	1
1	1	1	0	0

Πίνακας 10

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



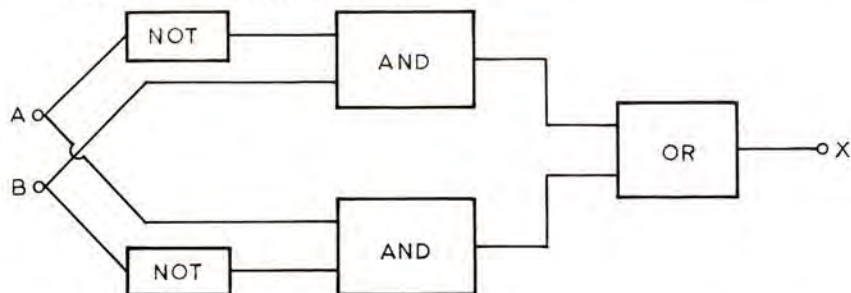
Σχήμα 13-18 Σχηματικό διάγραμμα ενός ημιπροσθετή.

Αν παραλείψουμε τα ενδιάμεσα στάδια D και E, έχουμε σε συνοπτική μορφή τον πίνακα αλήθειας για την πύλη του σχήματος 13-17 (πίνακας 10). Είναι ταυτόσημος με τον πίνακα 3. Η πύλη αυτή ονομάζεται πύλη **αποκλειστικού OR** (Ex-OR από την αγγλική ονομασία Exclusive OR gate). Η πύλη αποκλειστικού OR διαφέρει από την κανονική πύλη OR κατά το ότι έχει έξοδο 1 μόνο όταν μία από τις εισόδους είναι 1 αλλά **όχι και οι δύο**.

Μπορούμε τώρα να συνδυάσουμε παράλληλα μια πύλη αποκλειστικού OR και μία πύλη AND (σχ. 13-18). Ο συνδυασμός αυτός παράγει μία διάταξη εισόδου-εξόδου με δυο εισόδους και δυο εξόδους. Οι εξοδοί δίνονται από τους πίνακες 10 και 5. Είναι ακριβώς οι εξοδοί που χρειάζονται για την πρόσθεση και μεταφορά κρατουμένου των δυο δυαδικών ψηφίων που δείχνει ο πίνακας 1. Ο συνδυασμός των πυλών που φαίνεται στο σχήμα 13-18 καλείται ημιπροσθετής. Ο ημιπροσθετής

λύνει το πρόβλημα της προσθέσεως δυο μονοψηφίων δυαδικών αριθμών. Το επόμενο πρόβλημα είναι να συνδυάσουμε ημιπροσθετές σε ένα πλήρη προσθετή που μπορεί να προσθέτει δυαδικούς αριθμούς με περισσότερα από ένα ψηφία.

17. Να δρείτε τον πίνακα αλήθειας για την πύλη που φαίνεται στο σχήμα E. Τι είδους πύλη είναι αυτή;



Σχήμα E

18. Ας υποθέσουμε ότι, καθώς επιχειρείτε να κατασκευάσετε το κύκλωμα του σχήματος 13-17, άθελά σας κάνετε εναλλαγή των πυλών NAND και AND. Πώς θα λειτουργήσει το κύκλωμα σ' αυτή την περίπτωση; Μπορείτε να το δρείτε κατασκευάζοντας τον πίνακα αλήθειας;

13-8 Ολοκληρωμένα κυκλώματα.

Οι απλές λογικές πύλες που περιγράψαμε στις προηγούμενες παραγράφους δουλεύουν καλά όταν χρησιμοποιούνται η κάθε μία ξεχωριστά. Όταν συνδέονται σε σειρά, για να σχηματίσουν πιο περίπλοκες πύλες, δημιουργούνται προβλήματα.

Υποθέστε ότι η πρώτη είσοδος είναι 0 ή 5 V. Η πρώτη έξοδος, που είναι η είσοδος στο δεύτερο στάδιο, είναι μόνο κατά προσέγγιση 0 ή 5 V. Οι επόμενες εξοδοί θα είναι ακόμη μεγαλύτερες από το 0 ή μικρότερες από τα 5 V, με αποτέλεσμα να πλησιάζουν όλο και περισσότερο η μία την άλλη. Σε κάποιο στάδιο η έξοδος δεν θα είναι πια αξιόπιστη.

Ένα άλλο πρόβλημα δημιουργείται όταν η έξοδος ενός σταδίου ανατροφοδοτεί ένα προηγούμενο στάδιο. Σ' αυτή την περίπτωση βλάπτεται η σωστή λειτουργία και των δυο σταδίων.

Για να αποφευχθούν αυτές οι δυσκολίες, προσθέτομε σε κυκλώματα πυλών και άλλους αντιστάτες, διόδους και τρανζίστορες. Αυτά τα πρόσθετα στοιχεία κάνουν τις πύλες πολύ ογκώδεις.

Στη σημερινή εποχή όμως η τεχνική της κατασκευής διατάξεων στερεάς καταστάσεως, όπως αντιστατών, διόδων και τρανζίστορες έχει αναπτυχθεί τόσο πολύ, ώστε είναι δυνατόν να τοποθετήσουμε ένα μεγάλο αριθμό τέτοιων διατάξεων επάνω σε ένα μικρό κομμάτι υλικού, μια ψηφίδα (αγγλικά chip). Για παράδειγμα, στο εργαστήριο μπορεί να χρησιμοποιήσετε μία διάταξη που περιλαμβάνει τέσσερις πύλες Ex-OR. Κάθε μία περιλαμβάνει 5 διόδους, 10 αντιστάσεις και 11 τρανζίστορες, δηλαδή ένα σύνολο 104 στοιχείων κυκλώματος. Αυτά τα στοιχεία χωράνε σε ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με διαστάσεις 1,9 cm × 0,6 cm × 0,2 cm (σχ. 13-19). Μία διάταξη που περιλαμβάνει ένα μεγάλο αριθμό κυκλω-



Σχήμα 13-19 Φωτογραφία σε μεγέθυνση ενός ολοκληρωμένου κυκλώματος που περιλαμβάνει τέσσερις πύλες Ex-OR. Ένας κατάλογος των καθιερωμένων συμβολισμών για λογικές πύλες και IC περιλαμβάνεται στον οδηγό του εργαστηρίου.

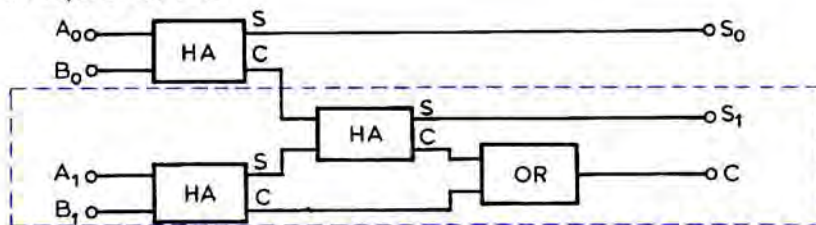
ματικών στοιχείων στερεάς καταστάσεως ονομάζεται **ολοκληρωμένο κύκλωμα** (IC από τα αρχικά της αγγλικής ονομασίας Integrated Circuit). Ο αριθμός των κυκλωματικών στοιχείων που περιλαμβάνονται σε ολοκληρωμένα κυκλώματα, τα οποία χρησιμοποιούνται σε σύγχρονους υπολογιστές, είναι πολλές τάξεις μεγέθους μεγαλύτερος από τον αριθμό των στοιχείων στα ολοκληρωμένα κυκλώματα που θα χρησιμοποιήσετε στο εργαστήριο.

13-9 Πλήρεις προσθετές.

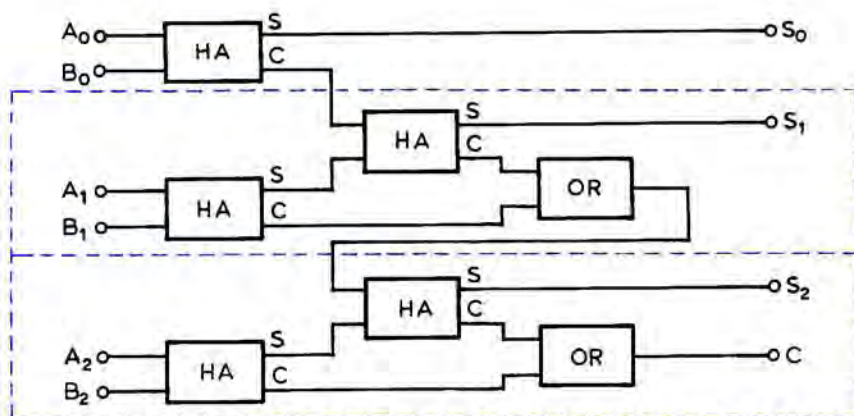
Στα πρώτα μέρη αυτού το κεφαλαίου περιγράψαμε απλές λογικές πύλες ως συγκροτήματα διόδων και αντιστατών. Κατόπιν περιγράψαμε πιο περίπλοκες πύλες με σχηματικά διαγράμματα, χρησιμοποιώντας τις απλές πύλες ως δομικά στοιχεία. Τώρα θα περιγράψουμε τον πλήρη προσθετή ως συγκρότημα ημιπροσθετών.

Το σχήμα 13-20 είναι ένα σχηματικό διάγραμμα για ένα ημιπροσθετή και ένα πλήρη προσθετή που μπορούν να προσθέσουν δυο δυαδικούς αριθμούς οι οποίοι έχουν μέχρι δυο ψηφία. Οι δυο αριθμοί είναι A_1A_0 και B_1B_0 . Τα A και τα B είναι είτε 0 είτε 1 και ο δείκτης δείχνει τη δύναμη του δύο που αντιπροσωπεύουν. Για παράδειγμα, $A_1 = 1$ και $A_0 = 1$ παριστάνει τον αριθμό 11 ή $1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 2 + 1 = 3$ (στο δεκαδικό). Οι δυο προσθετέοι είναι η είσοδος στο αριστερό μέρος του διαγράμματος στο σχήμα 13-20. Στο δεξιό μέρος είναι η έξοδος. Τα S και C είναι επίσης δυαδικά ψηφία, δηλαδή 0 ή 1. Το άθροισμα δίνεται ως CS_1S_0 . Π.χ., για $3 + 2 = 5$, $C = 1$, $S_1 = 0$ και $S_0 = 1$, γιατί το 5 σε δυαδικό συμβολισμό είναι 101.

Σχήμα 13-20 Ένας ημιπροσθετής και ένας πλήρης προσθετής με δυνατότητα προσθέσεως δυο αριθμών με δυο δυαδικά ψηφία στον καθένα. Ο πλήρης προσθετής περικλείεται από το διακεκομμένο ορθογώνιο.



Σχήμα 13-21 Ένας ημιπροσθετής και δυο πλήρεις προσθετές για την πρόσθεση δυο αριθμών με δυο δυαδικά ψηφία στον καθένα. Οι δυο πλήρεις προσθετές περικλείονται στα διακεκομμένα ορθογώνια.



Ο μόνος τρόπος για να καταλάβετε τη λειτουργία αυτού του κυκλώματος είναι να δώσετε διάφορες τιμές στα A_1A_0 και B_1B_0 και κατόπιν να

παρακολουθήσετε διαδοχικά τις διάφορες ενδιάμεσες εξόδους S και C μέχρι την τελική έξοδο CS_1S_0 . Κάνοντας αυτό με τη βοήθεια των πινάκων 1 και 6 θα πεισθείτε ότι το κύκλωμα του σχήματος 13-20 κάνει σωστά την πρόσθεση δυο διψηφίων δυαδικών αριθμών.

Η επέκταση του κυκλώματος του σχήματος 13-20 για να κάνει την πρόσθεση δυο αριθμών που αποτελούνται από τρία δυαδικά ψηφία ο καθένας είναι προφανής. Η έξοδος της πύλης OR είναι η είσοδος στον επόμενο πλήρη προσθετή μαζί με τις εισόδους A_2 και B_2 για τα ψηφία της τρίτης στήλης των προσθετέων (σχ. 13-21).

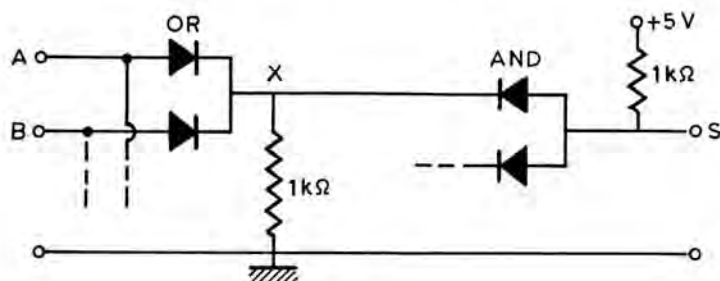
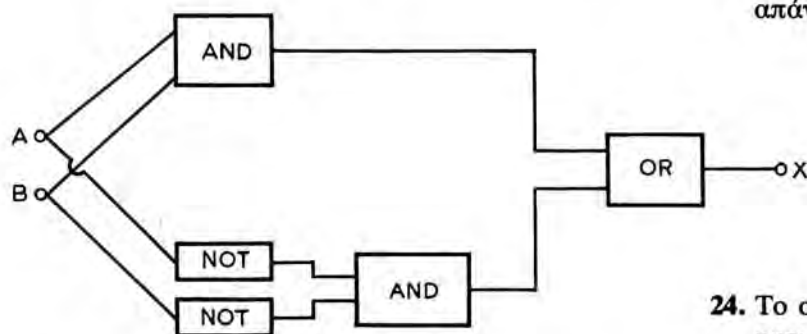
19. Να υποθέσετε ότι έχετε τα ακόλουθα IC που περιέχουν το καθένα τέσσερις πύλες δυο εισόδων: OR, AND και NAND. Ποιος θα ήταν ο μικρότερος αριθμός IC κάθε είδους με τον οποίο θα μπορούσατε να κατασκευάσετε ένα πλήρη προσθετή;
20. Να αντιγράψετε το σχήμα 13-21 και να προσθέσετε σ' αυτό ακόμη ένα πλήρη προσθετή ώστε να κάνει την πρόσθεση δυο αριθμών με τέσσερα δυαδικά ψηφία στον καθένα.

Για το σπίτι, την τάξη και το εργαστήριο.

21. Ποια λογική πύλη θα χρησιμοποιούσατε για να πολλαπλασιάσετε δυο μονοψήφιους δυαδικούς αριθμούς;
22. (α) Να βρείτε τον πίνακα αλήθειας για την πύλη που φαίνεται στο σχήμα Z.

(β) Να προτείνετε ένα άλλο τρόπο για να κατασκευασθεί μια πύλη με τον ίδιο πίνακα αλήθειας.

23. Στην κατασκευή ενός πλήρους προσθετή είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί μία πύλη OR αντί για μία πύλη αποκλειστικού OR; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



24. Το σχήμα Η δείχνει μέρος ενός ημιπροσθετή που κατασκευάζεται από απλές πύλες όπως περιγράφεται σ' αυτό το κεφάλαιο. Ξέρετε ότι, όταν οι εισόδους A και B είναι και οι δυο μηδέν, η τάση στο σημείο X θα έπρεπε να είναι μηδέν. Αληθεύει αυτό στο κύκλωμα του σχήματος; Πώς το ξέρετε; Πώς θα επηρεασθεί η έξοδος της πύλης AND στο S;

Σχήμα Η

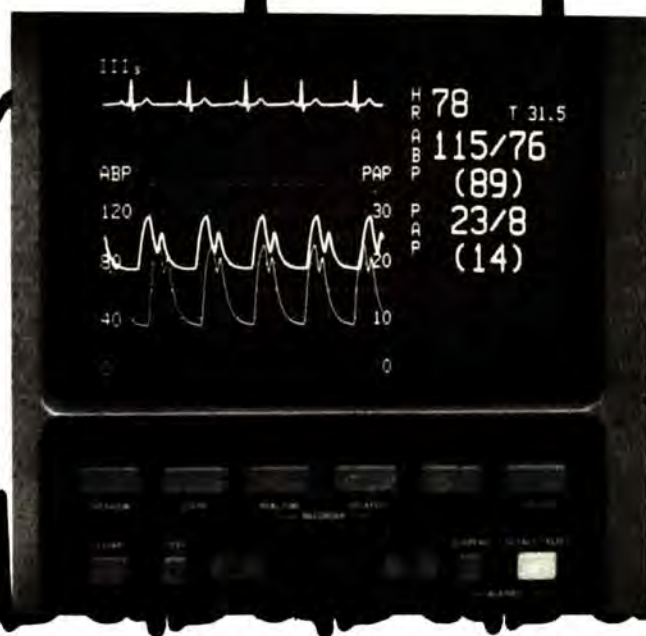
RESP 19



1

✱

69. (50 - 125)



119

10

71 (50 - 95)



14

Κίνηση φορτισμένων σωματιδίων σε ηλεκτρικά πεδία

Από ό,τι έχουμε μάθει έως τώρα, είναι προφανές ότι το ηλεκτρικό φορτίο είναι στενά συνδεδεμένο με την ύλη. Η τριβή διαφόρων υλικών μεταξύ τους χωρίζει την ουδέτερη ύλη σε θετικά και αρνητικά φορτισμένη ύλη. Χημικές αντιδράσεις σε ηλεκτρικά στοιχεία διαχωρίζουν θετικά και αρνητικά φορτία χωρίς να χρειασθεί τριβή. Αλλά δεν έχουμε αναφέρει ακόμη τίποτε για τη φύση των φορτισμένων σωματιδίων. Υπάρχουν αρκετές βασικές ερωτήσεις στις οποίες πρέπει να απαντήσουμε πριν να έχουμε ένα ικανοποιητικό μοντέλο για τα ηλεκτρικά φαινόμενα. Τα αρνητικά φορτισμένα σωματίδια έχουν την ίδια μάζα με τα θετικά φορτισμένα; Οι ηλεκτρικές δυνάμεις που δρουν σε αυτά τα σωματίδια μένουν ίδιες σε υψηλές και χαμηλές ταχύτητες; Ο νόμος της κινήσεως του newton εφαρμόζεται σε αυτά τα σωματίδια κάτω από οποιεσδήποτε συνθήκες;

Η έρευνα γι' αυτές τις ερωτήσεις δεν θα σταματήσει σε αυτό το κεφάλαιο, αλλά θα εμφανιστεί πάλι στα κεφάλαια 15 και 21 και επίσης προς το τέλος αυτού του βιβλίου. Κατά την έρευνα αυτή θα αντιληφθείτε τις μεγάλες δυνατότητες αλλά και τους περιορισμούς της μηχανικής του Νεύτωνα.

Για να μπορέσουμε να μελετήσουμε τα ατομικά σωματίδια, πρέπει να δημιουργήσουμε μία δέσμη τέτοιων σωματιδίων. Θα αρχίσουμε με τα ηλεκτρόνια.

14-1 Φορτία σε μέταλλα: Ηλεκτρόνια.

Τα μέταλλα είναι ο πιο κοινός τύπος αγωγού. Τι είδους φορτισμένα σωματίδια κινούνται ελεύθερα μέσα τους και τα κάνουν αγωγούς; Αυτά τα σωματίδια είναι θετικά, αρνητικά ή και τα δύο;

Ας υποθέσουμε ότι τα ηλεκτρισμένα σωματίδια στα μέταλλα βρίσκονται σε κατάσταση θερμικής αναταραχής, όπως τα μόρια ενός αερίου (βλ. κεφάλαιο 9). Αλλά διάφορα πειράματα δείχνουν ότι ένα κομμάτι μέταλλο σε κενό διατηρεί το φορτίο του απεριόριστα. Επομένως γνωρίζουμε ότι τα ηλεκτρικά σωματίδια συνήθως δεν μπορούν να διαφύγουν από το μέταλλο. Συμπεραίνουμε ότι, όταν τα κινούμενα σωματίδια βρίσκονται κοντά στην επιφάνεια του μετάλλου, υφίστανται δυνάμεις που τα έλκουν προς τα πίσω και έτσι εμποδίζουν τη διαφυγή τους.

Ας υποθέσουμε τώρα ότι θερμαίνουμε το μέταλλο. Όσο αυξάνει η θερμοκρασία, οι ταχύτητες των σωματιδίων πρέπει να μεγαλώνουν, ακριβώς όπως γίνεται στα μόρια των αερίων. Σε αρκετά υψηλές θερμοκρασίες, ένας σημαντικός αριθμός σωματιδίων θα πρέπει να έχει τόσο υψηλή ταχύτητα ώστε να διαφύγει.

Με τη συσκευή που φαίνεται στα σχήματα 14-1 και 14-6 μπορούμε να κάνουμε πειράματα και να δούμε τι συμβαίνει όταν θερμαίνουμε ένα μέταλλο. Το κύριο μέρος αυτής της συσκευής είναι μια λυχνία κενού, του είδους που χρησιμοποιούσαν άλλοτε σε ραδιοφωνα και τηλεοράσεις (σχ. 14-1). Έχουμε δγάλει από τη λυχνία σχεδόν όλο τον αέρα. Το σχήμα 14-1 (6) δείχνει το εσωτερικό της λυχνίας. Τα πιο σημαντικά τμήματα είναι το μεγάλο ορθογώνιο ηλεκτρόδιο που συνήθως ονομάζεται πλάκα ή άνοδος και το μακρύ κυλινδρικό ηλεκτρόδιο που ονομάζεται κάθοδος. Το μακρύ διπλωμένο σύρμα που φαίνεται στο σχήμα 14-1 (6) είναι ένα

- 14-1 Φορτία σε μέταλλα: Ηλεκτρόνια
- 14-2 Αγωγιμότητα των αερίων: Ιόντα
- 14-3 Κινητική ενέργεια φορτισμένων σωματιδίων
- 14-4 Απόκλιση ηλεκτρονίων
- 14-5 Βολτ και ηλεκτρονιοβόλτ
- 14-6 Παλμογράφος
- 14-7 Μέτρηση της ταχύτητας ηλεκτρονίων και ιόντων

Φωτογραφία αριστερά: Ένα γράφημα καρδιακών παλμών, όπως φαίνεται στην οθόνη ενός παλμογράφου. Οι παλμογράφοι χρησιμοποιούνται ευρέως για να δείχνουν γραφήματα διαφόρων μετρήσεων.



Σχήμα 14-1 (α) Γενική άποψη μιας λυχνίας κενού. (β) Χωριστές απόψεις του νήματος θερμάνσεως, της καθόδου και της ανόδου.

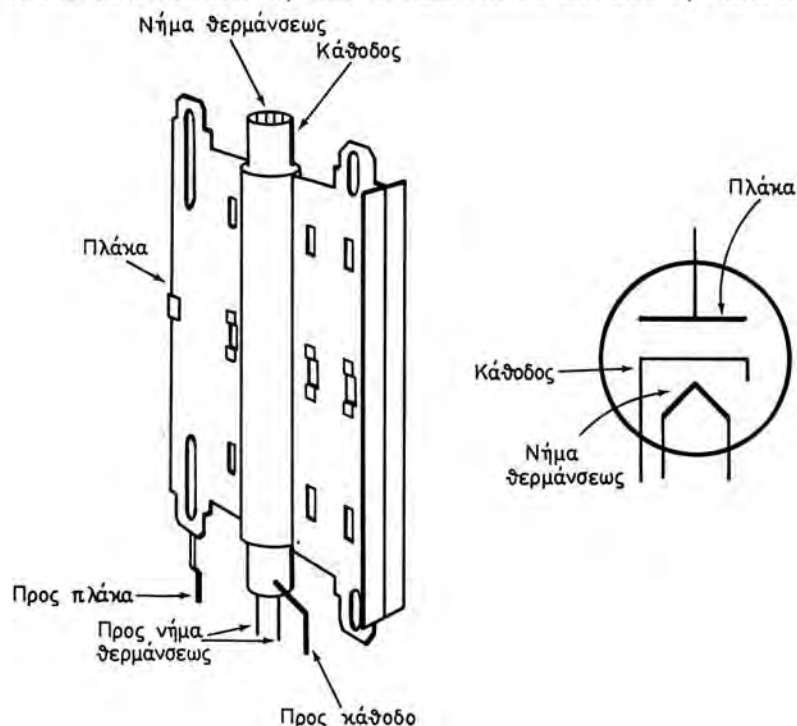
ηλεκτρικό θερμαντικό σώμα (νήμα θερμάνσεως ή νήμα) που έχει διπλωθεί μέσα στην κάθοδο και είναι απομονωμένο από αυτήν (σχ. 14-2). Όταν διοχετεύσουμε ρεύμα, το νήμα θερμαίνεται, κοκκινίζει και θερμαίνει την κάθοδο που γίνεται επίσης κόκκινη.

Πρώτα εξετάζουμε, αν μπορεί να περάσει φορτίο μέσα από τη λυχνία, αν αυτή έχει θερμοκρασία δωματίου. Η κάθοδος συνδέεται με τον αρνητικό πόλο μιας μπαταρίας 12 στοιχείων και η πλάκα συνδέεται με το θετικό της πόλο. Ένα αμπερόμετρο τοποθετείται στο κύκλωμα, για να μετρήσει το ρεύμα, όπως φαίνεται στο σχήμα 14-3. Το αμπερόμετρο δεν δείχνει ρεύμα. Κατόπιν ανταλλάσσουμε τις συνδέσεις της καθόδου και της ανόδου. Όπως φαίνεται στο σχήμα 14-4, η κάθοδος συνδέεται με το αμπερόμετρο και κατόπιν με το θετικό πόλο της μπαταρίας και η άνοδος συνδέεται με τον αρνητικό πόλο. Και πάλι δεν υπάρχει ρεύμα.

Τώρα επαναλαμβάνουμε τις συνδέσεις των σχημάτων 14-3 και 14-4 αλλά συνδέουμε επίσης το νήμα της καθόδου, με άλλη μπαταρία. Τώρα υπάρχει ρεύμα όταν η θερμή κάθοδος συνδεθεί με τον αρνητικό πόλο της μπαταρίας, αλλά το ρεύμα σταματά όταν η κάθοδος συνδεθεί με το θετικό πόλο (σχ. 14-5 και 14-6).

Μπορούμε να συνοψίσουμε τη συμπεριφορά της λυχνίας, υπό τις συνθήκες που φαίνονται στα σχήματα 14-3 έως 14-6 με τον εξής τρόπο. Όταν η κάθοδος είναι κρύα, δεν υπάρχει ρεύμα. Όταν η κάθοδος είναι θερμή, υπάρχει ρεύμα μόνον όταν η κάθοδος συνδεθεί με τον αρνητικό πόλο της μπαταρίας.

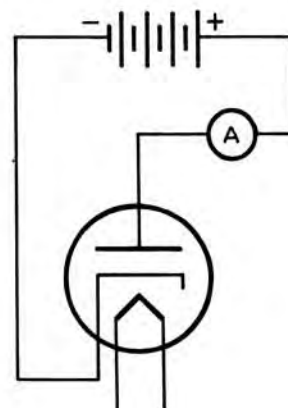
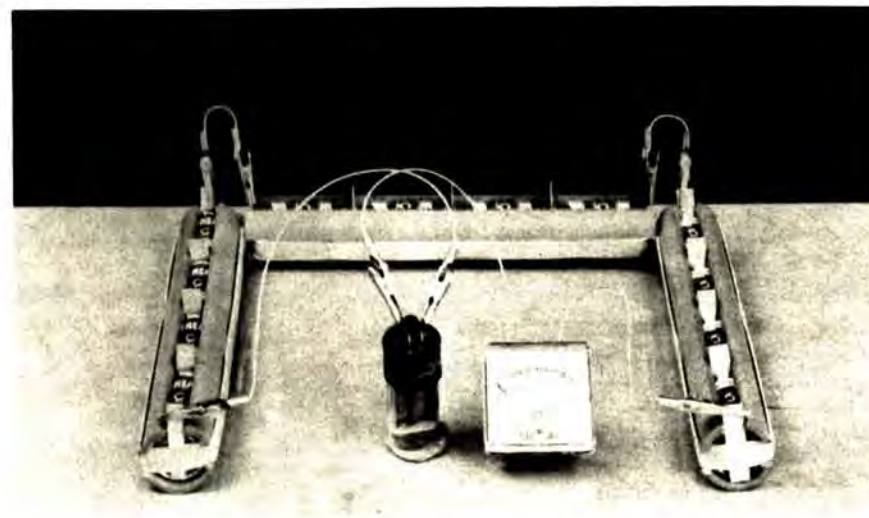
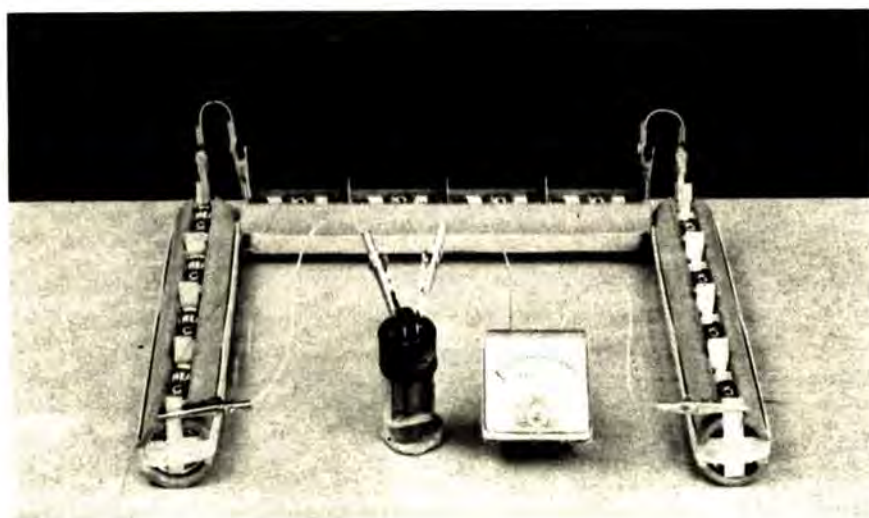
Τι σημαίνουν αυτά τα αποτελέσματα; Ας υποθέσουμε πρώτα ότι η θερμή κάθοδος παράγει αρνητικά σωματίδια. Όταν η κάθοδος είναι αρνητική και η άνοδος θετική, τα σωματίδια αυτά απωθούνται από την κάθοδο και έλκονται από την άνοδο. Έτσι κινούνται από την κάθοδο



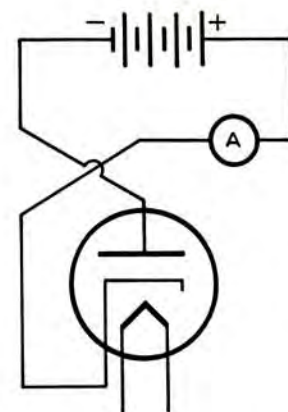
Σχήμα 14-2 Η δομή της λυχνίας κενού που φαίνεται στο σχήμα 14-1 και το σχηματικό διάγραμμά της.

προς την άνοδο. Κατόπιν διοχετεύονται μέσα από το μεταλλικό σύρμα προς το θετικό πόλο της μπαταρίας και από τον αρνητικό πόλο, μέσα από το μεταλλικό σύρμα, επιστρέφουν πάλι στη θερμή κάθοδο. Έτσι τα αρνητικά σωματίδια κινούνται από την κάθοδο στην άνοδο και έτσι παρατηρείται ένα σταθερό ρεύμα.

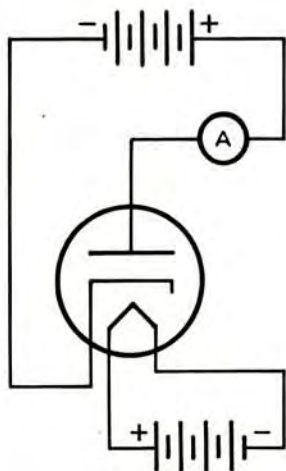
Ας υποθέσουμε ότι, αντίθετα, η κάθοδος παράγει θετικά σωματίδια. Θα κινούνταν μέσα από το διάκενο όταν η κάθοδος είναι θετική και η άνοδος αρνητική και τότε το αμπερόμετρο θα έδειχνε ρεύμα. Επομένως, το γεγονός ότι δεν υπάρχει ρεύμα, όταν η κάθοδος είναι θετική, δείχνει ότι η κάθοδος δεν εκπέμπει θετικά σωματίδια.



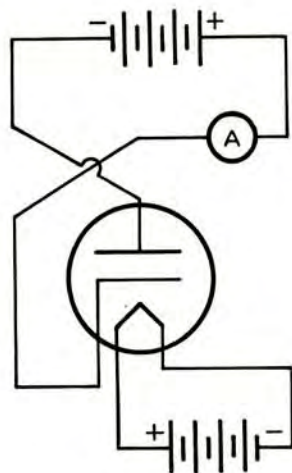
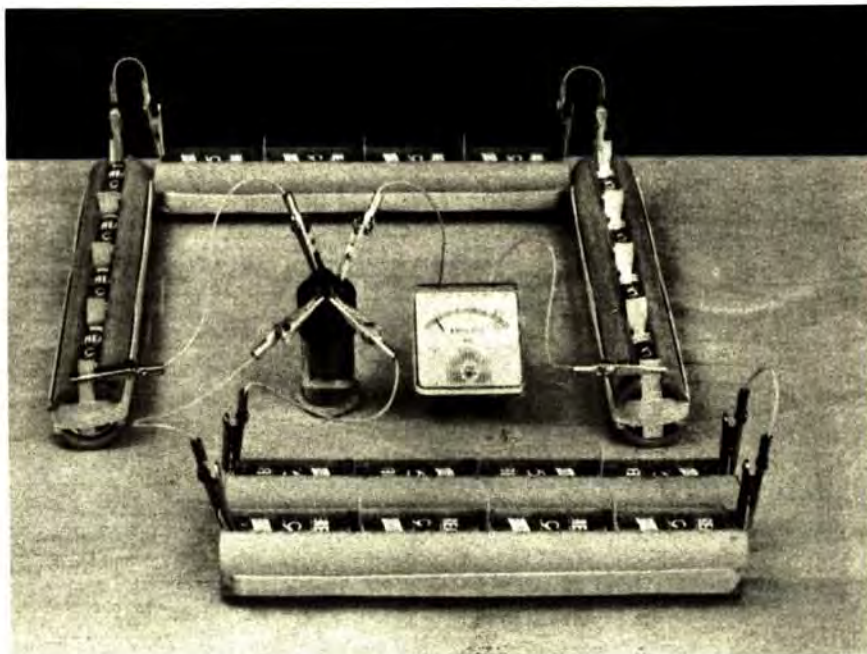
Σχήμα 14-3 Φωτογραφία και σχηματικό διάγραμμα του κυκλώματος της λυχνίας κενού. Η κάθοδος συνδέεται με τον αρνητικό πόλο της μπαταρίας.



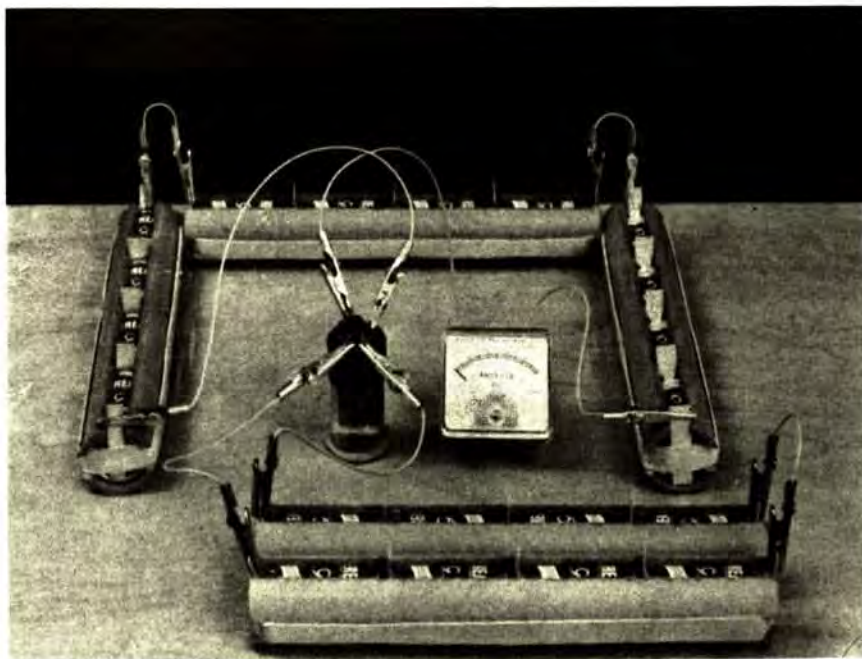
Σχήμα 14-4 Το ίδιο κύκλωμα όπως του σχήματος 14-3 όπου όμως η κάθοδος συνδέεται με το θετικό πόλο της μπαταρίας (διαμέσου του αμπερομέτρου).



Σχήμα 14-5 Το ίδιο κύκλωμα του σχήματος 14-3. Τώρα όμως η κάθοδος θερμαίνεται.



Σχήμα 14-6 Το ίδιο κύκλωμα του σχήματος 14-4, αλλά η κάθοδος θερμαίνεται.



Συμπεραίνουμε ότι όλα τα σωματίδια που παράγονται από το θερμό μέταλλο είναι φορτισμένα αρνητικά. Θα μπορούσαν αυτά τα αρνητικά φορτισμένα σωματίδια να είναι άτομα φορτισμένα αρνητικά; Ας υποθέσουμε ότι αφήνομε το ρεύμα να περάσει για πολύ μέσα από το σωλή-

να. Αν άτομα μετέφεραν φορτίο μέσα από το κενό, θα μπορούσαμε να πούμε ότι η άνοδος θα κέρδιζε μάζα και η κάθοδος θα έχανε μάζα. Μετά από αρκετά μεγάλο χρονικό διάστημα το κέρδος και η απώλεια της μάζας θα ήταν αρκετά μεγάλα για να μετρηθούν. Τέτοιο πείραμα έγινε και δεν παρατηρήθηκε αλλαγή της μάζας της ανόδου ή της καθόδου, άσχετα με πόσο χρόνο αφήσαμε το φορτίο να διέλθει μέσα από το κενό. Το συμπέρασμα είναι ένα: Το φορτίο δεν μεταφέρεται από άτομα μέσα από τη λυχνία κενού. Πρέπει να υπάρχουν φορείς άλλου είδους, που σύμφωνα με τις παρατηρήσεις μας έχουν τις παρακάτω ιδιότητες:

- (α) Βγαίνουν από θερμή κάθοδο που είναι συνδεδεμένη με τον αρνητικό πόλο μιας μπαταρίας και όχι από θερμή κάθοδο συνδεδεμένη με το θετικό πόλο.
- (β) Δεν φαίνονται να μειώνουν τη μάζα της καθόδου ούτε να αυξάνουν τη μάζα της ανόδου.

Αυτοί οι φορτισμένοι αρνητικά φορείς ονομάζονται **ηλεκτρόνια**. Το γεγονός ότι δεν μεταβάλλεται η μάζα της ανόδου ή της καθόδου μας δηλώνει ότι ο αριθμός των ηλεκτρονίων που αφήνουν την κάθοδο και επιστρέφουν σε αυτή διαμέσου των μεταλλικών συρμάτων παραμένει σταθερός. Επομένως είναι λογικό να συμπεράνομε ότι τα ηλεκτρόνια είναι οι φορείς φορτίου στα μέταλλα.

1. Να υποθέσετε ότι το αμπερόμετρο στο σχήμα 14-5 δείχνει ότι περνούν από μέσα του 6×10^{17} ηλεκτρόνια ανά δευτερόλεπτο.
 - (α) Προβλέπετε ότι ο αριθμός των ηλεκτρονίων που περνούν από την κάθοδο προς την άνοδο ανά δευτερόλεπτο είναι μεγαλύτερος, ίσος ή μικρότερος από 6×10^{17} ; Ποιος είναι ο συλλογισμός σας;
 - (β) Ποιος νομίζετε πως είναι ο αριθμός των ηλεκτρονίων ανά δευτερόλεπτο που φεύγουν από τον αρνητικό πόλο της μπαταρίας;
2. Σας δίνουν μια λυχνία σαν αυτή που φαίνεται στο σχήμα 14-1 και βλέπετε ότι η δάση της φέρει πέντε μεταλλικά ποδαράκια. Σας λένε ότι μόνο ένα από τα ποδαράκια δεν συνδέεται με τίποτα στο εσωτερικό της λυχνίας (νεκρό ποδαράκι). Αν έχετε μια συσκευή σαν αυτή που φαίνεται στο σχήμα 14-5, με ποιο τρόπο θα ξεχωρίζατε τα ποδαράκια που είναι συνδεδεμένα με το θερμαντικό σώμα, την κάθοδο και την άνοδο;
3. Στο σχήμα 14-5, η μπαταρία που βρίσκεται μεταξύ της ανόδου και της καθόδου έχει αντικατασταθεί με ένα χάλκινο σύρμα και το αμπερόμετρο έχει αντικατασταθεί με ένα άλλο πιο ευαίσθητο. Το δεύτερο αυτό αμπερόμετρο δείχνει ένα μικρό ρεύμα, ακόμη και όταν δεν υπάρχει μπαταρία. Πώς εξηγείτε αυτή την παρατήρηση;
4. Στο σχήμα 14-5 η σταθερή μπαταρία για το νήμα έχει αντικατασταθεί με άλλη που η τάση της είναι μεταβλητή. Καθώς η τάση της μπαταρίας του νήματος αυξάνει, οι ενδείξεις του αμπερομέτρου αυξάνουν, παρόλο που δεν υπάρχει μεταβολή στη μπαταρία η οποία είναι συνδεδεμένη μεταξύ ανόδου και καθόδου. Πώς εξηγείτε αυτή την παρατήρηση;

14-2 Αγωγιμότητα των αερίων: Ιόντα.

Κάτω από κανονικές συνθήκες, ένα μονωμένο, φορτισμένο ηλεκτροσκόπιο παραμένει φορτισμένο για πολύ χρόνο. Ο αέρας που είναι γύρω του είναι καλός μονωτής. Αυτό σημαίνει ότι τα μόρια του αέρα είναι ηλεκτρικώς ουδέτερα. Επίσης, αν δάξουμε το ηλεκτροσκόπιο σε περιβάλλον ενός άλλου αερίου, όπως διοξείδιο του άνθρακα, ήλιο ή αργό, βρίσκουμε πάντοτε τα ίδια αποτελέσματα.

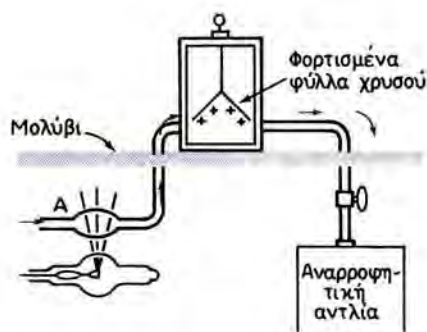
Αλλά ας πλησιάσουμε τώρα στο φορτισμένο ηλεκτροσκόπιο ένα ραδιενεργό υλικό ή ας κατευθύνουμε προς αυτό μία δέσμη ακτίνων X. Το ηλεκτροσκόπιο θα χάσει σταδιακά το φορτίο του. Αν αφαιρέσουμε το ραδιενεργό υλικό ή σταματήσουμε την παραγωγή ακτίνων X, το ηλεκτροσκόπιο θα σταματήσει να χάνει το φορτίο του.

Μπορούμε να εξηγήσουμε αυτά τα αποτελέσματα, αν υποθέσουμε ότι οι ακτίνες X ή η ακτινοβολία του ραδιενεργού υλικού σπάζουν τα μόρια του αερίου σε κομμάτια που είναι φορτισμένα ηλεκτρικά. Τα φορτισμένα κομμάτια, μερικά από τα οποία είναι θετικά και άλλα αρνητικά, καλούνται **ιόντα**. Ένα αέριο που περιέχει ιόντα λέγεται **ιοντισμένο**.

Ενώ ένα κοινό αέριο είναι μονωτής, ένα ιοντισμένο αέριο συμπεριφέρεται σαν αγωγός. Ένα θετικά φορτισμένο αντικείμενο που είναι δυθισμένο σε ένα ιοντισμένο αέριο έλκει αρνητικά ιόντα. Ένα αρνητικά φορτισμένο αντικείμενο έλκει θετικά ιόντα. Και στις δυο περιπτώσεις τα ιόντα εξουδετερώνουν σταδιακά το αρχικό φορτίο, καθώς έρχονται σε επαφή με το αντικείμενο.

Μπορούμε να κάνουμε πολλά πειράματα που να δείχνουν ότι η αγωγιμότητα ενός αερίου οφείλεται στον ιοντισμό του. Για παράδειγμα, μπορούμε να δεβαιωθούμε ότι η εκφόρτιση ενός φορτισμένου ηλεκτροσκοπίου, που έχει τοποθετηθεί σε μία δέσμη ακτίνων X, δεν οφείλεται στην απευθείας επίδραση των ακτίνων X επάνω στο ηλεκτροσκόπιο. Το πείραμα που φαίνεται στο σχήμα 14-7 δείχνει ότι οι ακτίνες X δρουν επάνω στο αέριο. Σε αυτό το πείραμα αντλούμε αέρα μέσα από ένα σωλήνα, που ένα τμήμα του μπορεί να ακτινοβοληθεί και τον περνούμε μέσα από ένα φορτισμένο ηλεκτροσκόπιο. Φορτίζουμε το ηλεκτροσκόπιο και ξεκινούμε την αντλία. Κατόπιν ανάβουμε τις ακτίνες X. Το ηλεκτροσκόπιο αρχίζει να χάνει φορτίο, γιατί τα ιόντα που δημιουργήθηκαν από τη δέσμη των ακτίνων X μεταφέρονται από τον αέρα που κινείται μέσα στο κουτί το οποίο περιβάλλει το ηλεκτροσκόπιο. Ενώ η μηχανή των ακτίνων X λειτουργεί ακόμη, σταματούμε την αντλία. Η ροή του αέρα σταματά και τα ιόντα που δημιουργήθηκαν μέσα στο σωλήνα δεν φθάνουν πια στο ηλεκτροσκόπιο. Τότε η σταδιακή εκφόρτιση σταματά.

Στην αρχή αυτής της παραγράφου είπαμε ότι τα αέρια είναι συνήθως καλοί μονωτές. Θα μπορούσαμε να είχαμε πει ότι, όταν δεν υπάρχει ιοντίζουσα ακτινοβολία, τα αέρια είναι τέλειοι μονωτές. Αλλά ένα μικρό ποσό ακτινοβολίας υπάρχει παντού. Τα περισσότερα υλικά γύρω μας περιέχουν μικρά ίχνη ραδιενεργών ουσιών που παράγουν ραδιενέργεια ικανή να ιοντίζει αέρια. Ενώ μπορούμε να εξαλείψουμε την ακτινοβολία από τα υλικά, που είναι κοντά, οι κοσμικές ακτίνες θα εξακολουθούν να δημιουργούν μερικά ιόντα. Έτσι τα αέρια είναι πάν-



Σχήμα 14-7 Ακτίνες X ιοντίζουν τον αέρα στο A. Όταν ο ιοντισμένος αέρας φθάσει το φορτισμένο ηλεκτροσκόπιο, αυτό χάνει το φορτίο του.

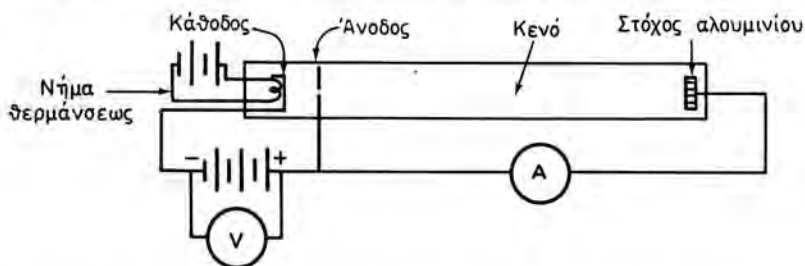
τοτε λίγο ιοντισμένα και επομένως λίγο αγωγή. Αυτή η αγωγιμότητα όμως είναι τόσο μικρή που μπορεί να καταγραφεί μόνο με μία πολύ ευαίσθητη συσκευή. Πάντως διαπιστώνουμε ότι κοσμικές ακτίνες, ακτίνες X και ραδιενεργές ουσίες μπορούν να παράγουν θετικά και αρνητικά ιόντα στα αέρια.

Ποιο είναι το μικρότερο φορτίο που μπορεί να έχει ένα θετικό ή αρνητικό ιόν; Βέβαια δεν μπορεί να είναι μικρότερο από το στοιχειώδες φορτίο, γιατί αυτό είναι το μικρότερο δυνατό φορτίο που παρατηρούμε στη φύση. Είναι δυνατόν τα ιόντα να φέρουν πάντοτε ένα πολλαπλάσιο στοιχειωδών φορτίων; Αν είναι έτσι, πώς θα μπορούσαμε να έχουμε ανακαλύψει το στοιχειώδες φορτίο; Επομένως είναι λογικό ότι το μικρότερο φορτίο (ανεξάρτητα από το πρόσημό του) επάνω σε ένα ιόν είναι ένα στοιχειώδες φορτίο. Επειδή σε ένα στερεό αγωγό οι φορείς φορτίου είναι τα ηλεκτρόνια, είναι επίσης πιθανό ότι τα ηλεκτρόνια φέρουν ένα (αρνητικό) στοιχειώδες φορτίο. Για την ώρα στο επόμενο κεφάλαιο θα έχουμε ανεξάρτητη επαλήθευση αυτής της υποθέσεως.

5. Γιατί μία μονωμένη, φορτισμένη ράβδος εκφορτίζεται πιο αργά μέσα σε «θάλαμο κενού» παρά σε αέρα;
6. Ένα φορτισμένο αντικείμενο χάνει το φορτίο του, αν πλησιάσει σε ένα αναμμένο σπίρτο. Τι μπορείτε να συμπεράνετε για τη φλόγα του σπίρτου από αυτή την παρατήρηση;

14-3 Κινητική ενέργεια φορτισμένων σωματιδίων.

Στις προηγούμενες δυο παραγράφους παρουσιάσαμε μαρτυρίες για την ύπαρξη των ηλεκτρονίων και ιόντων. Τώρα θα μελετήσουμε την κίνηση των ηλεκτρονίων σε ένα σωλήνα κενού (σχ. 14-8) και θα απαντήσουμε στις ερωτήσεις που θέσαμε στην εισαγωγή αυτού του κεφαλαίου.



Σχήμα 14-8 Συσκευή για την παρατήρηση της κινήσεως ηλεκτρονίων μέσα σε ένα σωλήνα κενού. Από μία θερμή κάθοδο ηλεκτρόνια επιταχύνονται προς μία άνοδο. Αυτά που περνούν από μία τρύπα στην άνοδο κινούνται μέσα σε ένα χώρο χωρίς πεδίο και κατόπιν κτυπούν ένα στόχο από αλουμίνιο.

Ηλεκτρόνια παράγονται από τη θερμή κάθοδο στα αριστερά και αποκτούν κινητική ενέργεια καθώς επιταχύνονται προς τη θετική άνοδο. Πολλά ηλεκτρόνια θα προσκρούσουν στην άνοδο. Άλλα θα περάσουν μέσα από την τρύπα και θα σχηματίσουν μία λεπτή δέσμη στο χώρο, όπου δεν υπάρχει πεδίο πέρα από την άνοδο. Τα ηλεκτρόνια φεύγουν από την κάθοδο με πολύ μικρή κινητική ενέργεια. Επομένως, αν η διαφορά δυναμικού μεταξύ της ανόδου και καθόδου – η τάση επιταχύνσεως V_e – είναι αρκετά μεγάλη (πάνω από 100 V), τότε όλα τα ηλεκτρό-

νια που περνούν μέσα από την τρύπα θα έχουν περίπου την ίδια κινητική ενέργεια. Αν υποθέσουμε ότι τα ηλεκτρόνια φέρουν (αρνητικό) στοιχειώδες φορτίο, η κινητική τους ενέργεια θα πρέπει να είναι:

$$E_K = eV_e$$

Μπορούμε να επαληθεύσουμε αυτή την πρόβλεψη αν αφήσουμε ηλεκτρόνια να συγκρουσθούν με ένα στόχο αλουμινίου με γνωστή μάζα και αν μετρήσουμε την αύξηση θερμοκρασίας του στόχου. Το γινόμενο της μάζας, της ειδικής θερμότητας και της αυξήσεως θερμοκρασίας μας δίνει τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του στόχου.

$$\Delta E = mc\Delta T$$

Η κινητική ενέργεια που έχασαν τα ηλεκτρόνια ισούται με το γινόμενο του αριθμού των ηλεκτρονίων N και της κινητικής ενέργειας ενός ηλεκτρονίου:

$$\Delta E = NE_K$$

Ο αριθμός των ηλεκτρονίων ισούται με το ολικό φορτίο It διά του φορτίου του ηλεκτρονίου e , όπου I είναι το ρεύμα και t ο χρόνος κατά τον οποίο υπήρχε ρεύμα. Έτσι προβλέπουμε ότι θα ισχύει η παρακάτω σχέση (παραλείπουμε το δείκτη στο V).

$$mc\Delta T = \frac{It}{e} eV = ItV$$

Αυτή είναι η ίδια σχέση που ισχύει για τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας που παράγεται σε έναν αντιστάτη.

Έχουν γίνει πολλά πειράματα που δείχνουν ότι η αύξηση της εσωτερικής ενέργειας του στόχου είναι πραγματικά ίση με ItV (Στο κεφάλαιο 21 υπάρχει η περιγραφή ενός τέτοιου πειράματος). Μπορούμε να κάνουμε παρόμοια πειράματα όπου χρησιμοποιούμε σωματίδια θετικά φορτισμένα αν αντιστρέψουμε την τάση επιταχύνσεως. Τα αποτελέσματα είναι ίδια, όποια και να είναι η φύση των φορτισμένων σωματιδίων: το ηλεκτρικό έργο που παράγεται ισούται με τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του στόχου.

-
7. Να υποθέσετε ότι στη συσκευή του σχήματος 14-8 ο στόχος έχει μάζα 24 g και είναι από χαλκό (ειδική θερμότητα $0,38 \text{ J/g}^\circ\text{C}$). Να υποθέσετε επίσης ότι η τάση επιταχύνσεως είναι 270 V και ότι περνά επί 21 s ρεύμα $2,0 \times 10^{-3} \text{ A}$. Ποια είναι η μεταβολή θερμοκρασίας του στόχου;
 8. Ας υποθέσετε ότι υπάρχει μία τάση V_e μεταξύ της καθόδου και της ανόδου της συσκευής του σχήματος 14-8 για ένα χρόνο t . Η θερμοκρασία του στόχου αυξάνεται κατά $1,0^\circ\text{C}$. Ποια θα είναι η αύξηση θερμοκρασίας, αν η διαδικασία επαναληφθεί με μία μόνο από τις εξής μεταβολές;
 - (α) Η τάση αυξηθεί σε $2 V_e$.
 - (β) Ο χρόνος αυξηθεί σε $2 t$.
 - (γ) Ο χρόνος αυξηθεί σε $20 t$.
 - (δ) Αν χρησιμοποιήσουμε ένα όμοιο σωλήνα με ίδιες συνθήκες, αλλά όπου η άνοδος απέχει από την κάθοδο τη διπλάσια απόσταση.
-

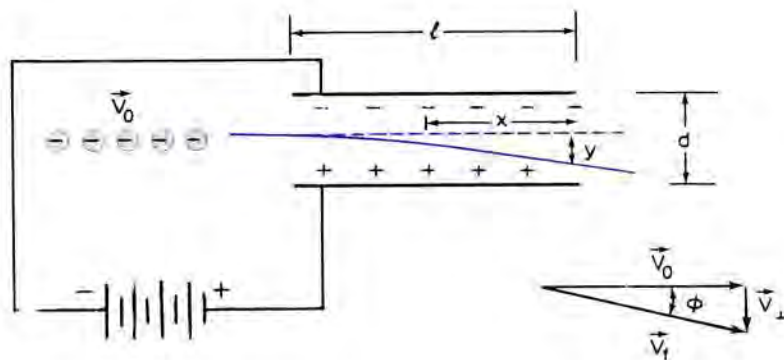
14-4 Απόκλιση ηλεκτρονίων.

Η μηχανική του Νεύτωνα προβλέπει ότι τα ηλεκτρόνια που περνούν μέσα από την τρύπα στην άνοδο του σχήματος 14-8 έχουν ταχύτητα v_0 που δίνεται από $eV_e = 1/2 mv_0^2$ όπου m είναι η μάζα του ηλεκτρονίου. Επομένως:

$$v_0 = \sqrt{\frac{2eV_e}{m}}$$

Αλλά τι προβλέπει η μηχανική του Newton για την απόκλιση τέτοιων ηλεκτρονίων σε ένα ηλεκτρικό πεδίο κάθετο προς την αρχική διεύθυνση της κινήσεως;

Ένας κοινός τρόπος για να έχουμε ηλεκτρικό πεδίο που προκαλεί απόκλιση είναι η χρησιμοποίηση δυο παραλλήλων πλακών οι οποίες φορτίζονται αν συνδεθούν με τους πόλους μιας μπαταρίας. Το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ των πλακών είναι ομογενές εκτός από την παραμόρφωση στα άκρα [βλ. σχ. 11-14(ε)]. Σαν πρώτη προσέγγιση αγνοούμε την παραμόρφωση και θεωρούμε το ηλεκτρικό πεδίο ομογενές και τελείως περιορισμένο στην περιοχή μεταξύ των πλακών.



Σχήμα 14-9 Μία δέσμη ηλεκτρονίων μέσα σε κενό αποκλίνει και ακολουθεί παραβολική τροχιά, καθώς περνά μέσα από ένα ζεύγος φορτισμένων παραλλήλων πλακών.

Έστω ότι μπαίνει στο πεδίο μία δέσμη ηλεκτρονίων με αρχική ταχύτητα v_0 , παράλληλα προς τις πλάκες και κατά μία ευθεία γραμμή στη μέση της αποστάσεώς τους (σχ. 14-9). Κάθε ηλεκτρόνιο παραμένει μεταξύ των πλακών για ένα χρόνο $t = l/v_0$. Καθ' όλον αυτόν το χρόνο κάθε ηλεκτρόνιο δέχεται μία δύναμη $F = eE$ κάθετη προς την αρχική ταχύτητα v_0 . Γνωρίζουμε ότι δυο παράλληλες πλάκες σε απόσταση d μεταξύ τους, που είναι συνδεδεμένες με μία μπαταρία V_d volt, έχουν ομογενές ηλεκτρικό πεδίο στην περιοχή μεταξύ τους και ότι $Fd = eV_d$ ή $F = eV_d/d$. Επομένως κάθε ηλεκτρόνιο έχει την παρακάτω κατακόρυφη επιτάχυνση:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eV_d}{md}$$

Όταν το ηλεκτρόνιο αφήσει το χώρο μεταξύ των πλακών, η ταχύτητά του, κάθετη προς τις πλάκες, είναι:

$$v_{\perp} = at = \left(\frac{eV_d}{md} \right) \left(\frac{l}{v_0} \right)$$

Η τελική ταχύτητα v_f έχει μέτρο $\sqrt{v_0^2 + v_{\perp}^2}$ και κατεύθυνση που καθορίζεται από τη γωνία φ όπου,

$$\tan \varphi = \frac{v_{\perp}}{v_0} = \frac{eV_d l}{mdv_0^2}$$

Μόλις τα ηλεκτρόνια αφήσουν την περιοχή μεταξύ των πλακών, θα ακολουθήσουν τροχιά ευθείας γραμμής που θα φαίνεται ότι άρχισε από το μέσον της περιοχής μεταξύ των πλακών. Αυτό θα το καταλάβετε με τον εξής τρόπο:

Καθώς αφήνει την περιοχή μεταξύ των πλακών, κάθε ηλεκτρόνιο αποκλίνει κάθετα προς τις πλάκες κατά απόσταση y .

$$y = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{eV_d}{md} \right) \left(\frac{l^2}{v_0^2} \right)$$

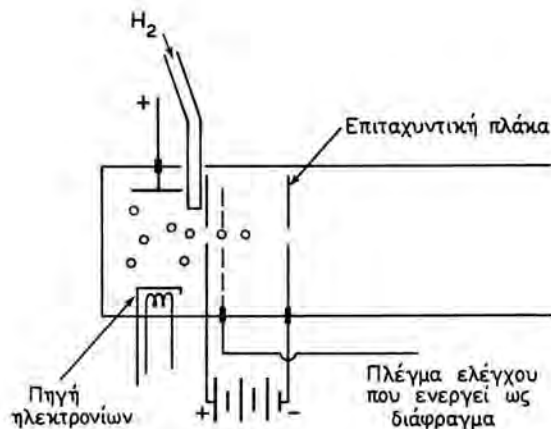
Τα ηλεκτρόνια θα φαίνονται να έρχονται από ένα σημείο επάνω στη γραμμή, την οποία ακολουθούσε η v_0 , σε μία απόσταση x από την άκρη των πλακών, ώστε: $\tan \varphi = \frac{y}{x}$.

$$x = \frac{y}{\tan \varphi} = \frac{eV_d l^2}{2mdv_0^2} \cdot \frac{mdv_0^2}{leV_d} = \frac{l}{2}$$

Πολλά πειράματα δείχνουν ότι για δυναμικά επιταχύνσεως της τάξεως μερικών χιλιάδων volt και για πεδία αποκλίσεως της τάξεως μερικών δεκάδων χιλιάδων volt ανά μέτρο, τα ηλεκτρόνια ακολουθούν ακριδώς αυτόν το νόμο.

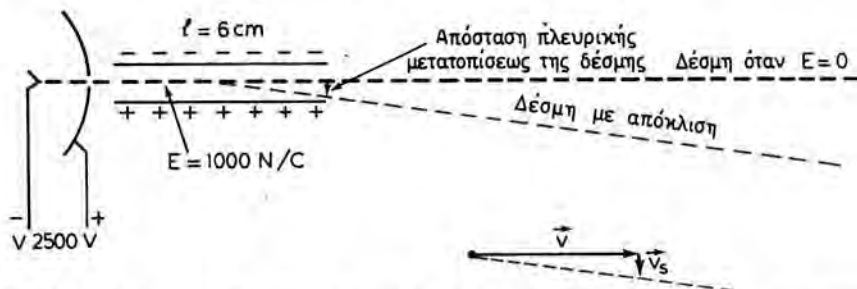
Η συζήτηση έως εδώ περιορίστηκε στα ηλεκτρόνια. Αλλά τα αποτελέσματα είναι γενικά και μπορούν να εφαρμοσθούν επίσης και στα ιόντα. Για παράδειγμα, η συσκευή του σχήματος 14-10 μπορεί να χρησι-

Σχήμα 14-10 Μία πηγή θετικών ιόντων υδρογόνου. Ηλεκτρόνια φεύγουν από τη θερμή κάθοδο στα αριστερά και επιταχύνονται προς τα επάνω. Όταν συγκρούονται με μόρια υδρογόνου, σχηματίζονται ιόντα υδρογόνου. Αυτά τα ιόντα κινούνται μέσα από την τρύπα της κατακόρυφης ανόδου και επιταχύνονται προς την κατακόρυφη κάθοδο. Έχει προστεθεί ένα πλέγμα ελέγχου για να το χρησιμοποιήσουμε σε μεταγενέστερο πείραμα.



μποποιηθεί για να δώσει μία δέσμη θετικών ιόντων υδρογόνου. Σημειώστε ότι το δυναμικό επιταχύνσεως είναι αντίστροφο από αυτό του σχήματος 14-8. Στις παραπάνω σχέσεις χρειάζεται μόνο να χρησιμοποιηθεί το φορτίο και η μάζα του ειδικού σωματιδίου που χρησιμοποιείται.

9. Μια δέσμη ηλεκτρονίων επιταχύνεται μέσα σε διαφορά δυναμικού 2500 V και κατόπιν περνά μεταξύ δυο πλακών αποκλίσεως μήκους $l = 6,0 \text{ cm}$ (σχ. Α). Η μάζα του ηλεκτρονίου είναι $0,91 \times 10^{-30} \text{ kg}$. Το ηλεκτρικό πεδίο E μεταξύ των πλακών είναι 1000 N/C .
- Αν οι πλάκες αποκλίσεως απέχουν $0,20 \text{ cm}$, ποια είναι η διαφορά δυναμικού μεταξύ τους;
 - Ποια είναι η ταχύτητα των ηλεκτρονίων που μπαίνουν στο ηλεκτρικό πεδίο;
 - Πόσο χρόνο χρειάζονται τα ηλεκτρόνια για να περάσουν κατά μήκος τους;
 - Καθώς περνά ένα ηλεκτρόνιο ανάμεσα από τις πλάκες αποκλίσεως αποκτά μία κάθετη συνιστώσα (ως προς την αρχική του ταχύτητα) λόγω της ηλεκτρικής δυνάμεως που δρα επάνω του. Ποιο είναι το μέτρο αυτής της ταχύτητας, όταν το ηλεκτρόνιο βγαίνει από το χώρο μεταξύ των πλακών αποκλίσεως;
 - Σε πόση απόσταση ωθείται καθέτως το ηλεκτρόνιο, όταν περνά ανάμεσα από τις πλάκες;



Σχήμα Α

10. Να υποθέσετε ότι στο σχήμα 14-9 τα σωματίδια αποκλίνουν κατά γωνία $\varphi = 6^\circ$. Πόση θα γίνει η γωνία φ , αν:
- Η απόσταση d των πλακών μειωθεί στα δυο τρίτα της αρχικής τιμής της;
 - Διπλασιασθεί η αρχική ταχύτητα v_0 των φορτισμένων σωματιδίων;

14-5 Βολτ και ηλεκτρονιοβόλτ.

Το joule και το coulomb είναι βολικές μονάδες για ενέργεια και φορτίο στη μακροσκοπική κλίμακα, δηλαδή στην κλίμακα της καθημερινής ζωής. Το ίδιο είναι και το volt ως joule ανά coulomb. Το volt είναι επίσης βολική μονάδα για το ηλεκτρικό δυναμικό που χρησιμοποιούμε όταν δουλεύουμε με μοναδικά ηλεκτρόνια ή ιόντα, γιατί οι τάσεις επιταχύνσεως και αποκλίσεως εκφράζονται σε volt.

Αλλά σε αυτή την περίπτωση το coulomb δεν είναι βολική μονάδα φορτίου γιατί το στοιχειώδες φορτίο ισούται με $1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$. Η ενέργεια που αποκτάται από ένα ηλεκτρόνιο ή ιόν, που φέρει ένα στοιχειώδες φορτίο, το οποίο περνά μέσα από διαφορά δυναμικού 1 V είναι:

$$1,6 \times 10^{-19} \text{ C} \times 1 \text{ V} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Έτσι και το joule είναι άβολο ως μονάδα ενέργειας όταν πρόκειται να εκφράσουμε μεταβολές ενέργειας μοναδικών ηλεκτρονίων ή ιόντων. Επομένως χρησιμοποιούμε συχνά άλλο σύστημα μονάδων.

Χρησιμοποιούμε ως μονάδα φορτίου το στοιχειώδες φορτίο e και το volt παραμένει ως μονάδα του ηλεκτρικού δυναμικού. Αυτός ο συνδυασμός καθορίζει μία μονάδα ενέργειας που ονομάζεται ηλεκτρονιοβόλτ (electronvolt).

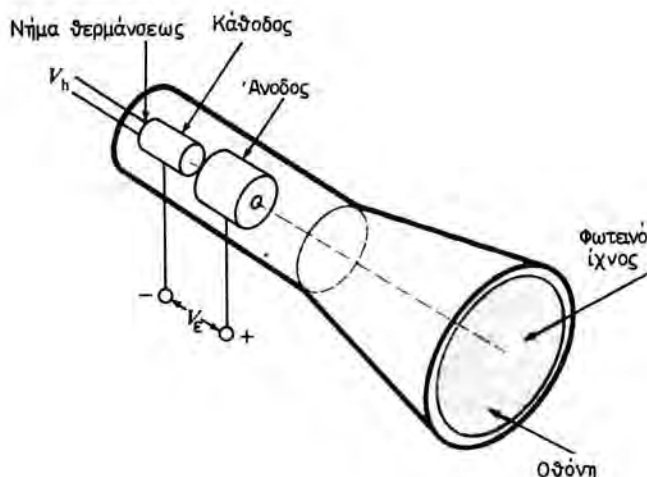
$$1 \text{ eV} = 1 e \times 1 \text{ V} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Με αυτό το σύστημα μονάδων ένα αρχικά ακίνητο ηλεκτρόνιο που επιταχύνεται από διαφορά δυναμικού 1000 V θα έχει στο τέλος κινητική ενέργεια 1000 eV. Αναφερόμαστε συχνά σε αυτό το ηλεκτρόνιο από πλευράς ενέργειας, ως ένα «ηλεκτρόνιο 1000 eV». Σε υψηλότερες ενέργειες συνήθως χρησιμοποιείται η μονάδα 1 MeV (ένα εκατομμύριο electronvolt) που ισούται με $1,6 \times 10^{-13} \text{ J}$.

-
11. Ένα ηλεκτρόνιο επιταχύνεται μέσα σε κενό από διαφορά δυναμικού $1,2 \times 10^2 \text{ V}$. Ποια είναι η αύξηση της κινητικής ενέργειάς του σε
(α) electronvolt και
(β) joule;
 12. Ένα ηλεκτρόνιο επιταχύνεται σε κενό από διαφορά δυναμικού $1,5 \times 10^6 \text{ V}$. Πόσο αυξάνεται η κινητική του ενέργεια σε
(α) MeV και
(β) joule;
-

14-6 Παλμογράφος.

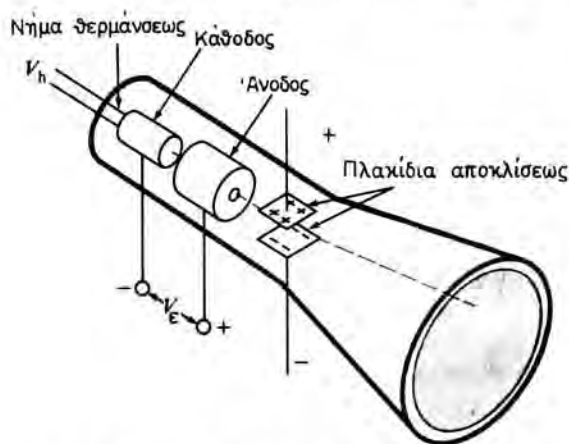
Η εκπομπή ηλεκτρονίων από μία θερμή κάθοδο έχει σπουδαία εφαρμογή στο ηλεκτρονικό κανόνι που είναι ένα απαραίτητο τμήμα ενός παλμογράφου. Το σχήμα 14-11 δείχνει ένα ηλεκτρονικό κανόνι που αποτελείται από μία κάθοδο, η οποία θερμαίνεται ηλεκτρικά και μία μεταλλική άνοδο που είναι φορτισμένη θετικά και έχει μία τρύπα. (Έχουμε παραλείψει τα τμήματα του κανονιού που ελέγχουν την ένταση, κεντράρισμα και εστίαση της δέσμης). Το κανόνι είναι μέσα σε ένα γυάλινο περιβόλι όπου υπάρχει υψηλό κενό. Παρόλο ότι τα περισσότερα ηλεκτρόνια που κινούνται από τη θερμή κάθοδο προσκρούουν στην άνοδο, αυτά που κινούνται κατευθείαν προς την τρύπα φεύγουν και κινούνται σαν δέσμη έως ότου συναντήσουν ένα εμπόδιο. Ένα τέτοιο ηλεκτρονικό κανόνι παράγει μία δέσμη κινουμένων ηλεκτρονίων μέσα



Σχήμα 14-11 Ένα ηλεκτρονικό κανόνι. Η θετικά φορτισμένη άνοδος έλκει ηλεκτρόνια από το άκρο της θερμής καθόδου. Το δεξιό άκρο του κενού γυάλινου περιδλήματος, η οθόνη, έχει ένα στρώμα υλικού που φωσφορίζει και λάμπει όταν το κτυπά η δέσμη των ηλεκτρονίων η οποία περνά μέσα από την τρύπα της ανόδου.

σε ένα παλμογράφο. Χρησιμοποιείται επίσης σε διάφορες άλλες συσκευές, όπως σωλήνες ακτίνων Χ, τηλεόραση, ραντάρ και οθόνες υπολογιστών.

Ας υποθέσουμε ότι βάζουμε δυο μικρές μεταλλικές οριζόντιες πλάκες (πλακίδια) μέσα στο σωλήνα, έτσι ώστε η δέσμη ηλεκτρονίων να περνά μεταξύ τους (σχ. 14-12). Αν η μία πλάκα είναι φορτισμένη θετικά και η άλλη αρνητικά, τα ηλεκτρόνια αποκλίνουν καθέτως προς την αρχική διεύθυνσή τους ελκόμενα από τη θετική πλάκα και προσκρούουν στη φωσφορίζουσα οθόνη σε μία διαφορετική θέση από την αρχική (σχ. 14-12). Ακόμη και μία μπαταρία φακού συνδεδεμένη στις πλάκες απο-

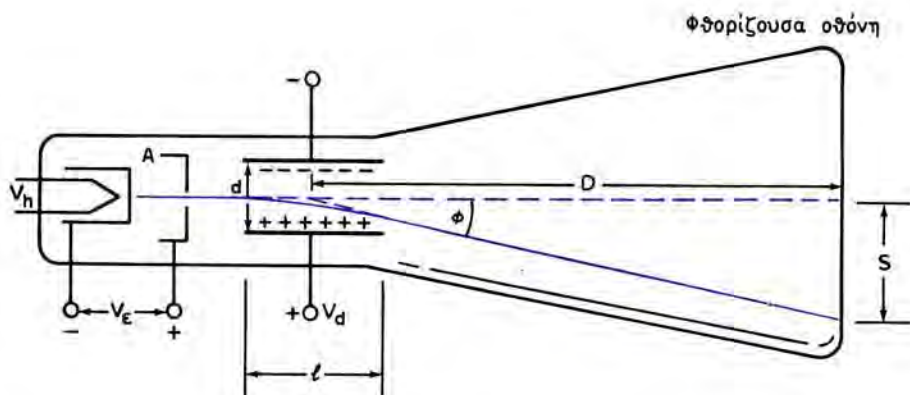


Σχήμα 14-12 Το ηλεκτρονικό κανόνι μπορεί να μετατραπεί σε βολτόμετρο, αν τοποθετηθεί μπροστά από την τρύπα ένα ζεύγος παραλλήλων μεταλλικών πλακιδίων. Αν, για παράδειγμα, βάλουμε ένα θετικό φορτίο στην επάνω πλάκα και ένα αρνητικό φορτίο στην κάτω πλάκα, η δέσμη των ηλεκτρονίων θα αποκλίνει προς τα επάνω. Η μετατόπιση του στίγματος από την κεντρική του θέση είναι μέτρο του φορτίου και της τάσεως στις πλάκες.

κλίσεως παράγει μία ορατή απόκλιση του φωτεινού ίχνους. Επομένως αυτός ο σωλήνας μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη μέτρηση διαφορών δυναμικού.

Ας ερευνήσουμε τους παράγοντες που καθορίζουν την ευαισθησία αυτού του «βολτομέτρου». Στο σχήμα 14-13, το μήκος των πλακών αποκλίσεως είναι l και η απόσταση μεταξύ τους είναι d . Η τάση επιταχύνσεως στο ηλεκτρονικό κανόνι είναι V_e και η τάση αποκλίσεως που ασκείται στις οριζόντιες πλάκες αποκλίσεως είναι V_d . Η φωσφορίζουσα οθόνη βρίσκεται σε απόσταση D από το μέσον των πλακών. Η δέσμη, αποκλί-

Σχήμα 14-13 Τα μεγέθη των V_e , V_d , d , l και D προσδιορίζουν την απόκλιση S της δέσμης των ηλεκτρονίων επάνω στη φωσφορίζουσα οθόνη.



νοντας κατά γωνία ϕ από την αρχική της κατεύθυνση, προσκρούει στην οθόνη σε ένα σημείο, που απέχει S από το μέσον της.

$$\text{Η απόκλιση της δέσμης δίνεται από: } \tan\phi = \frac{S}{D}$$

$$\text{Από την παράγραφο 14-4 η } \tan\phi \text{ είναι επίσης } \frac{eV_d l}{m v_0^2}$$

$$\text{Επομένως } S = \frac{eV_d l D}{m v_0^2}$$

Αφού το ηλεκτρικό έργο που παράγεται στα ηλεκτρόνια του κανονιού μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια,

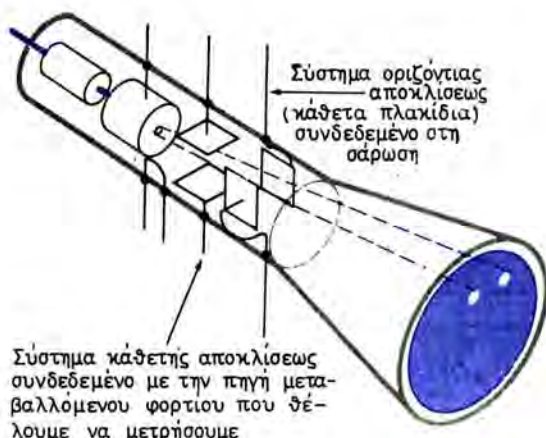
$$\frac{m v_0^2}{2} = e V_e \quad \text{και} \quad v_0 = \sqrt{\frac{2e V_e}{m}} \quad \text{Άρα:}$$

$$S = \frac{e V_d l D}{m d} \cdot \frac{m}{2 e V_e} = \frac{1}{2} \cdot \frac{V_d}{V_e} \cdot \frac{l}{d} \cdot D$$

Ένας τρόπος που μπορούμε να εκφράσουμε την ευαισθησία είναι να ορίσουμε πόσα volt χρειάζονται να ασκηθούν στις πλάκες αποκλίσεως, ώστε να έχουμε στην οθόνη απόκλιση 1 cm. Αυτό εξαρτάται από την τάση επιταχύνσεως V_e . Λογικές τιμές για τις υπόλοιπες παραμέτρους θα ήταν: $l = 2,0$ cm, $d = 0,5$ cm και $D = 20$ cm.

Αν θέσουμε αυτές τις τιμές και 1000 V για V_e , έχουμε ευαισθησία 25 V/cm. Για κοινούς σωλήνες παλμογράφων, ευαισθησίες 1 mV/cm και 100 V/cm είναι συνηθισμένες.

Σημειώστε ότι στην έκφραση για την απόκλιση S δεν αναφέρονται ούτε η μάζα ούτε το φορτίο του ηλεκτρονίου. Έτσι, ο παλμογράφος θα λειτουργούσε εξίσου καλά και με άλλα σωματίδια. Στην περίπτωση των θετικά φορτισμένων σωματιδίων θα χρειαζόταν αντιστροφή των διαφο-



Σχήμα 14-14 Ο σωλήνας του παλμογράφου έχει ένα δεύτερο ζεύγος καθέτων πλακιδίων που προκαλούν οριζόντια απόκλιση. Αν αυτά τα πλακίδια φορτισθούν, το ίχνος κινείται οριζοντίως στην οθόνη του σωλήνα.

ρών τάσεων που χρησιμοποιούνται.

Με μία απλή προσθήκη στο σωλήνα που φαίνεται στο σχήμα 14-12 έχουμε ένα παλμογράφο με τον οποίο μπορούμε να μελετήσουμε λεπτομερώς πώς μεταβάλλεται με το χρόνο μία μεταβαλλόμενη διαφορά δυναμικού. Γι' αυτό το σκοπό προσθέτουμε στο σωλήνα ένα δεύτερο ζευγάρι μεταλλικών πλακιδίων, που τοποθετούνται έτσι, ώστε να προκαλούν οριζόντια απόκλιση (σχ. 14-14). Ένα «κύκλωμα σαρώσεως» που βρίσκεται μέσα στον παλμογράφο τις φορτίζει σταδιακά, αυξάνοντας τη διαφορά δυναμικού μεταξύ τους, κατόπιν τις εκφορτίζει απότομα και αρχίζει να τις φορτίζει και πάλι. Κατά τη διάρκεια της σταδιακής φορτίσεως, το φωτεινό σημείο, όπου κτυπούν τα ηλεκτρόνια (ίχνος), κινείται οριζοντίως επάνω στην οθόνη με σταθερή ταχύτητα. Κατά την εκφόρτιση επιστρέφει γρήγορα στο αρχικό σημείο. Συγχρόνως το πρώτο ζευγάρι των πλακιδίων παράγει μία κάθετη απόκλιση που αντιστοιχεί στη διαφορά δυναμικού μεταξύ τους σε κάθε στιγμή. Σαν αποτέλεσμα των δυο αποκλίσεων το φωτεινό ίχνος διαγράφει μία καμπύλη που δίνει μία γραφική παράσταση του τρόπου με τον οποίο μεταβάλλεται με το χρόνο η διαφορά δυναμικού μεταξύ των καθέτων πλακών (σχ. 14-15).

Μερικοί παλμογράφοι έχουν τέτοια δομή, ώστε, αν θέλουμε, μπορούμε να δάλομε κατευθείαν επάνω στα πλακίδια την τάση που θέλουμε να μελετήσουμε. Συνήθως πάντως η τάση που μελετούμε μπαίνει σε ένα ενισχυτή που η έξοδός του δρα επάνω στα πλακίδια αποκλίσεως. Τότε η ευαισθησία προσαρμόζεται ευκολότερα και μπορεί να μεγεθυνθεί πολύ περισσότερο από την περίπτωση όπου η τάση θα επιβαλλόταν κατευθείαν στα πλακίδια αποκλίσεως.

Μία σπουδαία ιδιότητα του παλμογράφου είναι η ταχύτητα με την οποία ανταποκρίνεται. Τα ηλεκτρόνια έχουν πολύ μικρή μάζα. Επομένως η απόκλιση της δέσμης των ηλεκτρονίων συμβαίνει σχεδόν στιγμιαία. Έτσι ο παλμογράφος μπορεί να δείξει πολύ γρήγορες μεταβολές στη διαφορά δυναμικού.

Οι παλμογράφοι έχουν και άλλες εφαρμογές. Ένα παράδειγμα είναι οι οθόνες τηλεοράσεως και ραντάρ. Οι εικόνες που παράγουν γίνονται με απόκλιση της δέσμης των ηλεκτρονίων, έτσι ώστε να διαγράψει μία τροχιά επάνω σε όλη την οθόνη, ενώ η ένταση της δέσμης ποικίλλει, ώστε κάθε μικρό τμήμα της οθόνης να είναι φωτεινό ή σκοτεινό σε αντιστοιχία με σήματα από τη μηχανή λήψεως της TV ή την κεραία του ραντάρ.

Σχήμα 14-15 Φωτογραφία ενός ίχνους στην οθόνη ενός παλμογράφου. Καθώς το κύκλωμα σαρώσεως μετακίνησε τη δέσμη από τα αριστερά στα δεξιά, η μπαταρία φόρτισε γρήγορα δυο μεταλλικές πλάκες συνδεδεμένες με τα κάθετα πλακίδια αποκλίσεως του σωλήνα. Λίγο αργότερα αποφορτίστηκαν με πιο αργό ρυθμό μέσα από ένα σύρμα υψηλής αντιστάσεως.

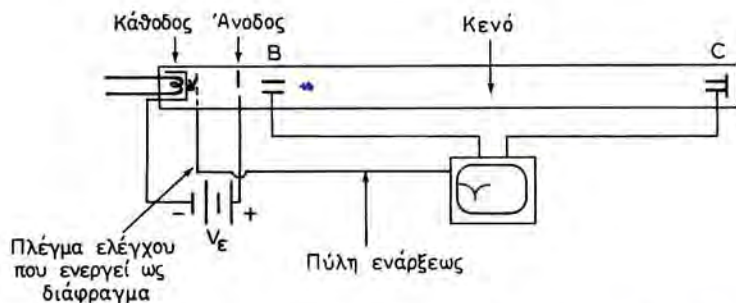


13. Στο σχήμα 14-14 τι φορτίο θα δάζατε στο πλακίδιο οριζόντιας αποκλίσεως που είναι προς το μέρος σας για να κινηθεί η δέσμη προς το αριστερό μέρος της οθόνης;
14. Στο σχήμα 14-13 ποιο αποτέλεσμα θα είχαμε επάνω στην απόκλιση S των ηλεκτρονίων, αν:
 - (α) Τριπλασιάσαμε την τάση αποκλίσεως V_d ;
 - (β) Μειώναμε στο μισό την τάση επιταχύνσεως V_e ;
 - (γ) Κάναμε τις δυο παραπάνω μεταβολές συγχρόνως;
15. Στη συσκευή του σχήματος 14-13 γιατί, όταν αυξάνεται η τάση επιταχύνσεως V_e , μειώνεται η απόκλιση S της δέσμης στην οθόνη;

14-7 Μέτρηση της ταχύτητας ηλεκτρονίων και ιόντων.

Ο σύντομος χρόνος αποκρίσεως καθιστά τους παλμογράφους χρήσιμα εργαλεία για τη μέτρηση μικρών χρονικών διαστημάτων. Ειδικότερα οι παλμογράφοι μπορούν να μετρήσουν το χρόνο που χρειάζονται τα ηλεκτρόνια για να διανύσουν μία δεδομένη απόσταση και έτσι μπορεί να μετρηθεί η ταχύτητά τους.

Η γενική άποψη μιας συσκευής κατάλληλης για τέτοιες μετρήσεις φαίνεται στο σχήμα 14-16. Ηλεκτρόνια φεύγουν από τη θερμή κάθοδο και επιταχύνονται προς την άνοδο που έχει στο κέντρο της μία μικρή

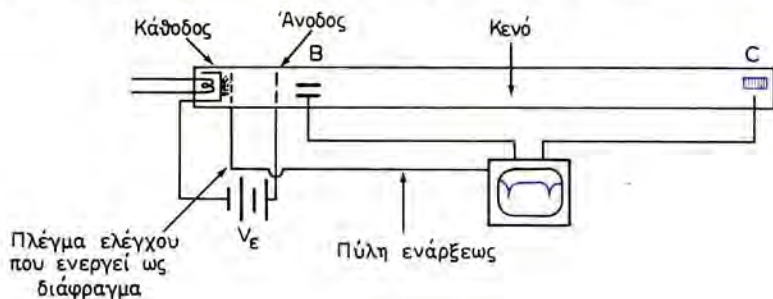


Σχήμα 14-16 Συσκευή μετρήσεως της ταχύτητας ηλεκτρονίων. Το πλέγμα ελέγχου που είναι συνήθως αρνητικό, εμποδίζει τα ηλεκτρόνια να μπουν στο σωλήνα. Ένας πολύ σύντομος θετικός παλμός δίνεται στο πλέγμα και αφήνει ένα παλμό ηλεκτρονίων να περάσει και συγχρόνως ξεκινά τη σάρωση του παλμογράφου. Καθώς ο παλμός των ηλεκτρονίων περνά μέσα από το μεταλλικό σωλήνα B, στην οθόνη του παλμογράφου εμφανίζεται μία αιχμή.

τρύπα. Τα ηλεκτρόνια που περνούν μέσα από την τρύπα κινούνται στο σωλήνα με σταθερή ταχύτητα. Αυτή η διάταξη μόνη της θα μας έδινε μία σταθερή δέσμη ηλεκτρονίων. Δεν είναι δυνατόν να χρονομετρήσουμε κάθε ηλεκτρόνιο σε μία σταθερή δέσμη, όπως δεν είναι δυνατόν να χρονομετρήσουμε κάθε σταγόνα ενός ποταμού.

Για να ξεπεράσουμε αυτή τη δυσκολία, τοποθετούμε κοντά στην κάθοδο ένα πλέγμα ελέγχου (σχ. 14-16). Αυτό το πλέγμα έχει αρνητικό δυναμικό σε σχέση με την κάθοδο. Αυτό εμποδίζει τα ηλεκτρόνια να περάσουν μέσα από το πλέγμα. Ένας μικρός θετικός παλμός εφαρμόζεται περιοδικά στο πλέγμα. Κατά το σύντομο χρόνο που το πλέγμα είναι θετικό ηλεκτρόνια περνούν από αυτό και προχωρούν προς την τρύπα της ανόδου. Καθώς η μικρή ομάδα ηλεκτρονίων περνά μέσα από το μεταλλικό σωλήνα B, τα ηλεκτρόνια επάγουν φορτίο στα τοιχώματα του σωλήνα που πηγαίνει στα πλακίδια αποκλίσεως του παλμογράφου και έτσι σχηματίζεται η αιχμή που φαίνεται στην οθόνη. Όταν τα ηλεκτρόνια κτυπούν το στόχο στο C, μία δεύτερη αιχμή σχηματίζεται στην οθόνη του παλμογράφου (σχ. 14-17). Ο θετικός παλμός που δόθηκε στο πλέγμα δίνεται συγχρόνως και στον παλμογράφο και έτσι αρχίζει την οριζόντια σάρωσή του. Αυτό εξασφαλίζει την εμφάνιση αιχμών σταθερών και σε ορισμένες θέσεις στην οθόνη του παλμογράφου. Σε ένα παλμογράφο μπορούμε να διαλέξουμε την ταχύτητα με την οποία κινείται το ίχνος επάνω στην οθόνη. Έτσι η απόσταση μεταξύ των αιχμών στον παλμογράφο είναι ένα μέτρο του χρόνου που χρειάζεται η ομάδα ηλεκτρονίων για να περάσει από το B στο C μέσα στο σωλήνα. Αφού γνωρίζουμε την απόσταση μεταξύ B και C, μπορούμε να υπολογίσουμε την ταχύτητα των ηλεκτρονίων της ομάδας.

Παρόμοια τεχνική μπορεί να εφαρμοσθεί για τη μέτρηση της ταχύτητας θετικών ιόντων. Μαζί με άλλες προσαρμογές, πρέπει να αντιστραφούν η τάση επιταχύνσεως και η τάση στο πλέγμα ελέγχου.



Σχήμα 14-17 Όταν τα ηλεκτρόνια κτυπούν τον στόχο στο C, μία δεύτερη αιχμή σχηματίζεται στην οθόνη του παλμογράφου. Η απόσταση μεταξύ των αιχμών είναι ένα μέτρο του χρόνου που χρειάζονται τα ηλεκτρόνια για να κινηθούν από το B στο C.

Όταν γνωρίζουμε την ταχύτητα των ηλεκτρονίων και των ιόντων από μετρήσεις χρόνου πτήσεως καθώς και την κινητική τους ενέργεια από την τάση επιταχύνσεως, έχουμε τη δυνατότητα να προσδιορίσουμε τις μάζες τους.

Η λύση της εξίσωσης $eV_e = 1/2 m v_0^2$ ως προς m δίνει:

$$m = \frac{2 e V_e}{v_0^2}$$

Για διάφορους λόγους αυτή η μέθοδος δεν δίνει πολύ ακριβή αποτελέσματα. Θα συζητήσουμε μία ακριβέστερη μέθοδο στο επόμενο κεφάλαιο. Πάντως η μέθοδος χρόνου πτήσεως για τη μέτρηση ταχυτήτων των ηλεκτρονίων και των ιόντων μας δίνει ακόμη ένα έλεγχο για την ισχύ της μηχανικής του Newton για πολύ μικρές μάζες. Στο κεφάλαιο 21 θα δούμε ότι μία ακριβής μέτρηση χρόνου πτήσεως μας αποδεικνύει τους περιορισμούς της μηχανικής του Newton.

16. Υποθέστε ότι μία πηγή ιόντων με ένα στοιχειώδες φορτίο, όπως αυτή του σχήματος 14-10, αντικαθιστά την πηγή ηλεκτρονίων του σχήματος 14-17. Η απόσταση μεταξύ B και C είναι 1,0 m. Η διαφορά δυναμικού επιταχύνσεως είναι 88 V. Η απόσταση μεταξύ των αιχμών στην οθόνη του παλμογράφου αντιστοιχεί σε χρονικό διάστημα $7,7 \times 10^{-6}$ s.

- (α) Ποια είναι η ταχύτητα των ιόντων;
- (β) Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός παλμών ιόντων ανά δευτερόλεπτο, που μπορεί να μπαίνει στο σωλήνα χρόνου πτήσεως, χωρίς να έχουμε συγχρόνως περισσότερο από έναν παλμό μέσα στο σωλήνα;
- (γ) Αν το μήκος του παλμού των ιόντων δεν είναι περισσότερο από το 5% της αποστάσεως μεταξύ B και C, ποιος είναι ο μέγιστος χρόνος κατά τον οποίο το σιγέμα ελέγχου μπορεί να είναι αρνητικό και να επιτρέπει τη διόδο ενός παλμού ιόντων;

17. Για την κατάσταση που περιγράφεται στο πρόβλημα 16:

- (α) Ποια είναι η κινητική ενέργεια των ιόντων;
- (β) Ποια είναι η μάζα των ιόντων;

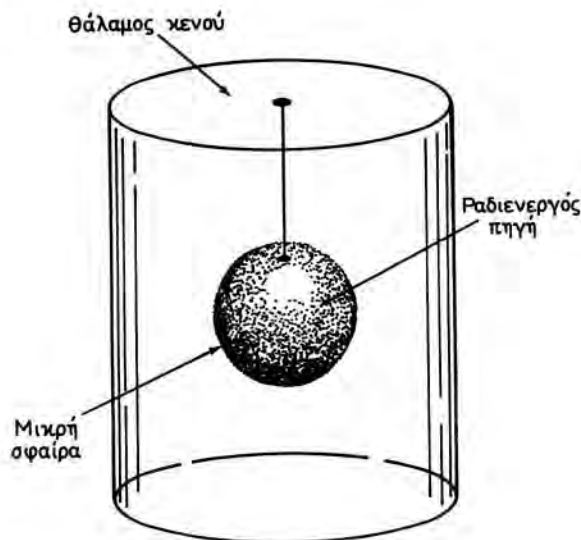
Για το σπίτι, την τάξη και το εργαστήριο.

18. Βάφομε μία μικρή αγωγίμη σφαίρα με ένα λεπτό στρώμα ραδιενεργού υλικού που παράγει σωματίδια βήτα. Κρεμάμε τη σφαίρα από ένα μονωμένο νήμα μέσα σε ένα θάλαμο κενού (σχ. Β). Μετά

από 50 μέρες μετρούμε το φορτίο της σφαίρας και βρίσκουμε ότι είναι $4,32 \times 10^{10}$ θετικά στοιχειώδη φορτία. (Η σφαίρα έχει μείνει στο θάλαμο κενού και έτσι πολύ λίγα φορτία διέφυγαν). Σε ένα

ξεχωριστό πείραμα με ένα μετρητή Geiger βρήκαμε ότι τα σωματίδια δέχονται εκκένωση με μέσο ρυθμό $1,00 \times 10^4$ ανά δευτερόλεπτο.

- (α) Ποιο είναι το φορτίο ενός σωματιδίου δέχεται;
(β) Τι νομίζετε ότι είναι τα σωματίδια δέχεται;



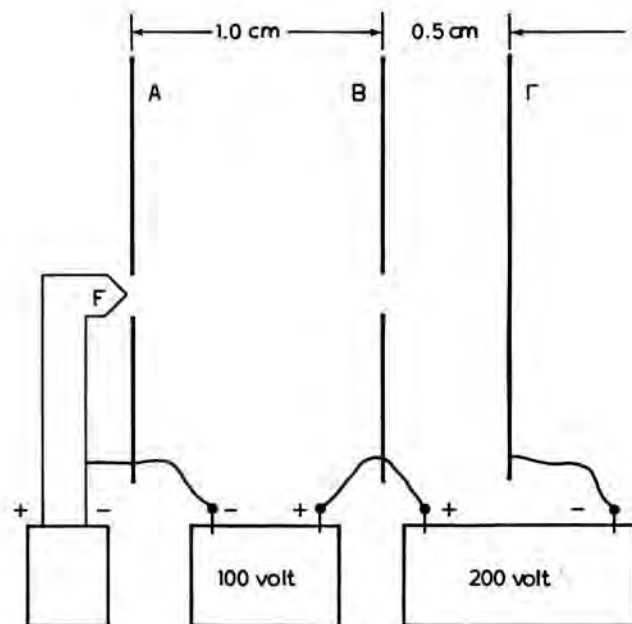
Σχήμα Β

19. Μέσα σε ένα σωλήνα κενού δυο μεγάλες παράλληλες μεταλλικές πλάκες συνδέονται με τους πόλους δυο μπαταριών των 90 V, σε σειρά. Ένα ιόν οξυγόνου διπλά φορτισμένο ξεκινά από την ηρεμία στη επιφάνεια της μιας πλάκας και επιταχύνεται προς την άλλη πλάκα.

- (α) Με ποια κινητική ενέργεια προσκρούει το ιόν του οξυγόνου στην άλλη πλάκα;
(β) Αν το ιόν ξεκινά από το μέσον της απόστασης μεταξύ των πλακών, με ποια κινητική ενέργεια θα κτυπήσει την αρνητική πλάκα;
20. Με την ίδια συσκευή του προβλήματος 19 πόσα ιόντα οξυγόνου διπλά φορτισμένα θα έπρεπε να πάνε από τη θετική στην αρνητική πλάκα για να μεταφέρουν σε αυτή ένα joule με την εναπόθεση όλης της κινητικής ενέργειάς τους;

21. Στο σχήμα Γ ηλεκτρόνια εκπέμπονται στο F και επιταχύνονται σε κενό προς την πλάκα B.

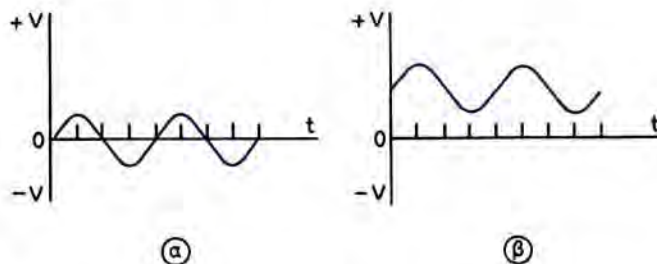
- (α) Πόση ενέργεια θα έχουν τα ηλεκτρόνια όταν φθάσουν στην πλάκα B;
(β) Ποιο είναι το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ A και B και μεταξύ B και Γ;



Σχήμα Γ

(γ) Μερικά ηλεκτρόνια θα περάσουν μέσα από την τρύπα του B. Πού θα πάνε;

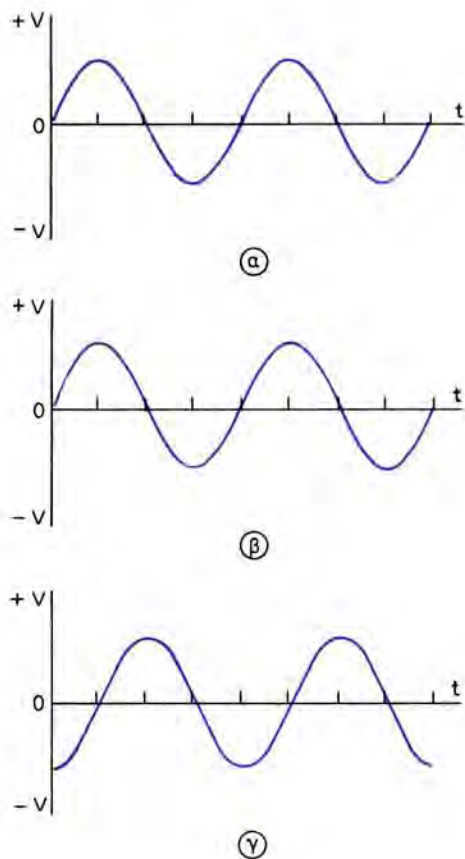
22. Σε κάποιο παλμογράφο, η (γραμμική) τάση σαρώσεως που περιγράφεται στην παράγραφο 14-6 δρα στα πλακίδια οριζόντια αποκλίσεως. Τι θα βλέπατε στην οθόνη του παλμογράφου αν η χρονικά μεταβαλλόμενη τάση που δείχνεται στο σχήμα Δ(α) εφαρμοζόταν στα πλακίδια κάθετης αποκλίσεως; Αν η χρονικά μεταβαλλόμενη τάση του σχήματος Δ(β) εφαρμοζόταν στα πλακίδια κάθετης αποκλίσεως;



Σχήμα Δ

23. Στο σχήμα Ε φαίνονται γραφήματα τριών χρονικά μεταβαλλόμενων τάσεων. Η τάση και οι κλίμακες χρόνου είναι ίδιες και στα τρία γραφήματα. Η τάση

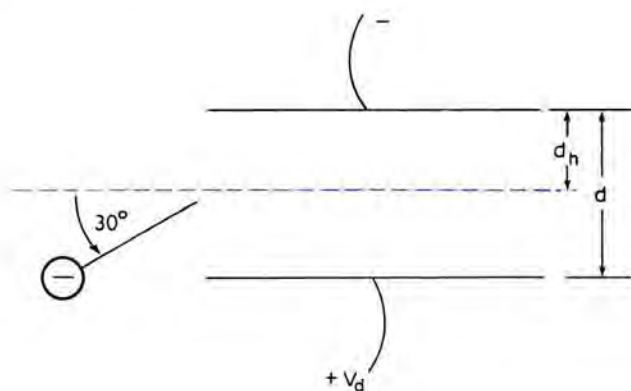
που φαίνεται στο σχήμα E(α) δρα στα πλακίδια οριζόντιας αποκλίσεως ενός παλμογράφου. Τι θα βλέπατε στη φωσφορίζουσα οθόνη αν η τάση που φαίνεται στο σχήμα E(β) δρούσε στα πλακίδια κατακόρυφου αποκλίσεως; Αν η τάση που φαίνεται στο σχήμα E(γ) εφαρμοζόταν στα πλακίδια κατακόρυφου αποκλίσεως;



Σχήμα E

24. Αν εξετάσετε το σχήμα 11-14(ε), θα δείτε ότι το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ των φορτισμένων παραλλήλων πλακών δεν σταματά απότομα στα άκρα τους, αλλά επεκτείνεται στο χώρο πέρα από τις πλάκες. Ποιο θα είναι το αποτέλεσμα αυτής της επεκτάσεως στην ευαισθησία του παλμογράφου; Πού βασίζετε την απάντησή σας;

25. Μια δέσμη ηλεκτρονίων 1000-eV μπαίνει στο χώρο μεταξύ δυο φορτισμένων παραλλήλων πλακών όπως φαίνεται στο σχήμα Z με γωνία 30° ως προς τις πλάκες. Ποια τάση V_d εφαρμοζόμενη μεταξύ των πλακών μόλις που θα εμποδίσει τα ηλεκτρόνια να κτυπήσουν την επάνω πλάκα; (Υπόδειξη: Ποια ενέργεια θα είχε ένα ηλεκτρόνιο που θα ξεκινούσε από την ηρεμία στην επάνω πλάκα όταν θα έφθανε στην κάτω πλάκα;)

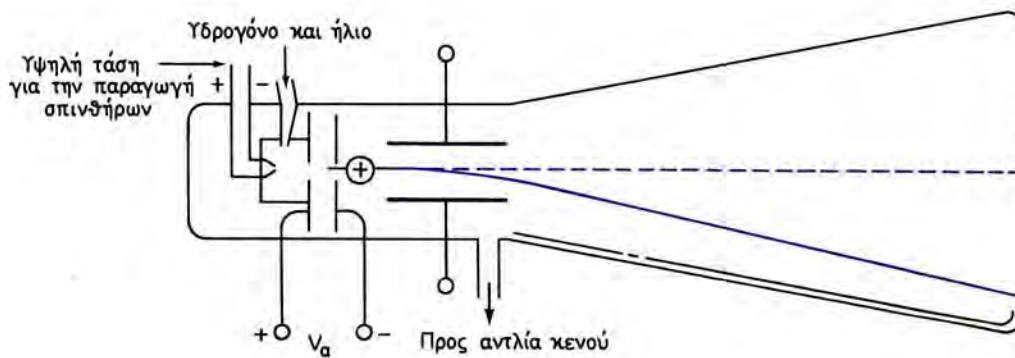


Σχήμα Z

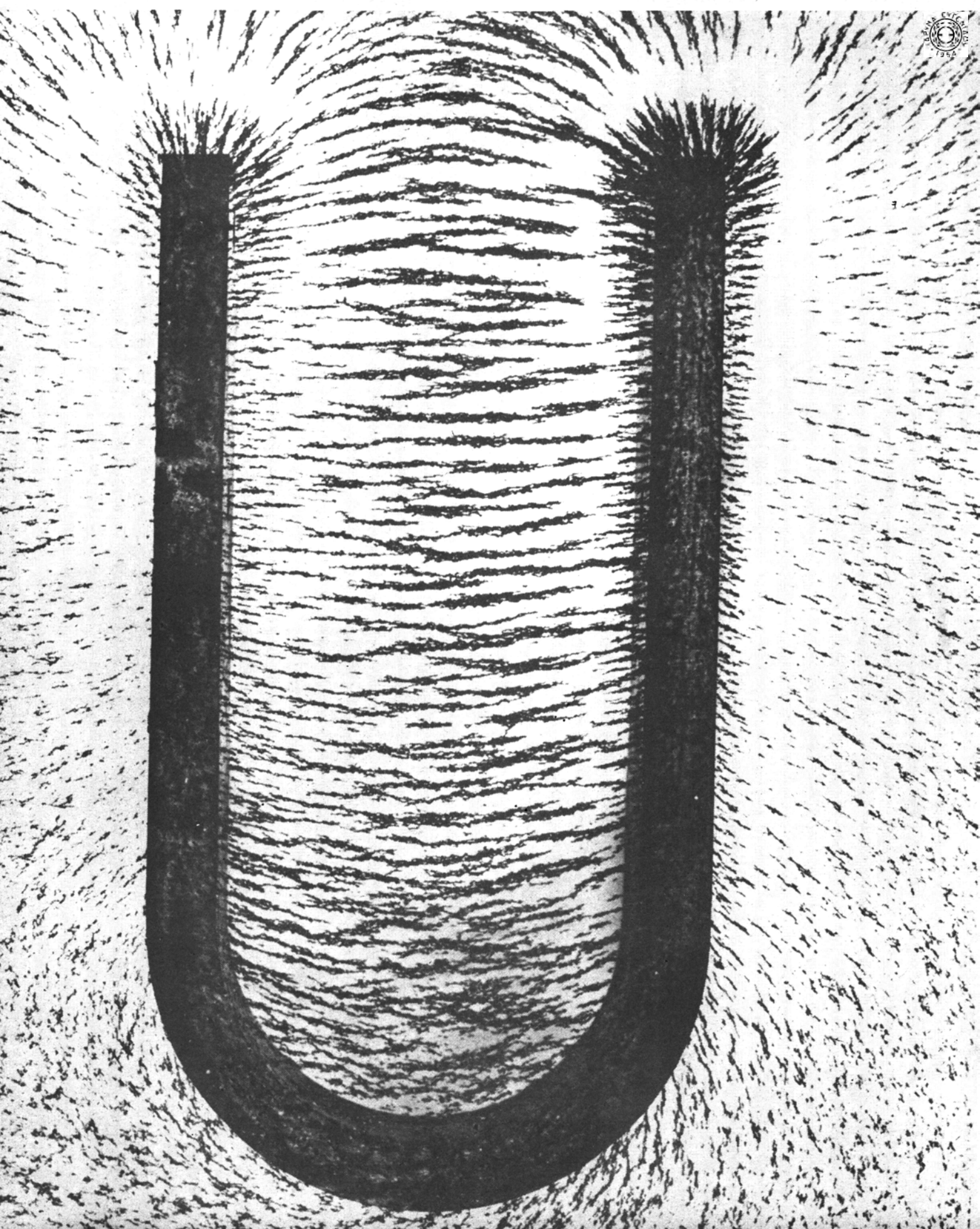
26. Το σχήμα H δείχνει ένα παλμογράφο που έχει μία θετική πηγή ιόντων αντί για ένα κανόνι ηλεκτρονίων. Αν το αέριο που μπαίνει στην πηγή των ιόντων είναι μίγμα υδρογόνου και ηλίου, η θετική δέσμη των ιόντων περιέχει ιόντα υδρογόνου απλά φορτισμένα, ιόντα ηλίου απλά φορτισμένα και ιόντα ηλίου διπλά φορτισμένα. Θα διαχωρίσουν τα πλακίδια αποκλίσεως τη δέσμη στις τρεις συνιστώσες της, στέλνοντας τα διαφορετικά ιόντα σε διαφορετικές αποστάσεις; Πού βασίζετε την απάντησή σας;
27. Να υποθέσετε ότι το ρεύμα φορτισμένων σωματιδίων που φαίνεται στο σχήμα 14-9 είναι πρώτα ρεύμα ιόντων υδρογόνου και αργότερα ρεύμα ηλεκτρονίων. Πώς συγκρίνεται η γωνία αποκλίσεως Φ_H των ιόντων του υδρογόνου με τη γωνία αποκλίσεως Φ_e των ηλεκτρονίων, αν:
- Οι ταχύτητες των ιόντων του υδρογόνου και των ηλεκτρονίων είναι ίδιες;
 - Οι κινητικές ενέργειες των ιόντων του υδρογόνου και των ηλεκτρονίων είναι ίδιες;

28. Σε αυτό το κεφάλαιο αγνοήσαμε την επίδραση της δυνάμεως βαρύτητας, όταν συζητούσαμε τις τροχιές των ηλεκτρονίων και των ιόντων σε ένα ηλεκτρικό πεδίο. Για να αποδείξετε ότι αυτό είναι σωστό, βρείτε το λόγο του βάρους ενός απλά φορ-

τισμένου ατόμου ουρανίου (που η μάζα του είναι $4,0 \times 10^{-25} \text{ kg}$) προς την ηλεκτρική δύναμη επάνω σε αυτό το ιόν, στο ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ δυο παραλλήλων πλακών που απέχουν 0,5 cm και έχουν μεταξύ τους διαφορά δυναμικού 1,0 volt.



Σχήμα Η

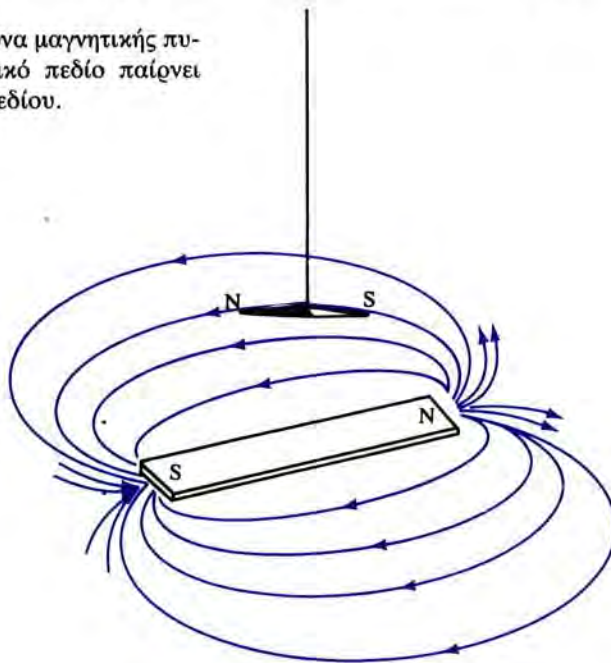


Ο Albert Einstein (Άλμπερτ Αϊνστάιν), όταν έγραψε την αυτοβιογραφία του σε ηλικία 67 ετών, θυμήθηκε την ημέρα που ο πατέρας του του χάρισε ένα καινούργιο παιχνίδι σε ηλικία τεσσάρων ετών, πράγμα που του έδωσε μεγάλη χαρά. Αυτό το παιχνίδι ήταν μία μαγνητική βελόνα. Ο θαυμασμός που τον κατέλαβε διατηρήθηκε σε όλη του τη ζωή. Πολλοί από εμάς αισθάνθηκαν τον ίδιο θαυμασμό και επίσης πολλοί από εμάς μαγεύτηκαν από τον πεταλοειδή μαγνήτη που έλκει το σίδηρο. Σε αυτό το κεφάλαιο θα μιλήσουμε για τις μαγνητικές δυνάμεις, καθώς και για την έννοια του μαγνητικού πεδίου που τις εξηγεί καλύτερα.

15-1 Η μαγνητική βελόνα.

Μία βελόνα μαγνητικής πυξίδας, που είναι ελεύθερη να περιστρέφεται γύρω από ένα κατακόρυφο άξονα, θα ευθυγραμμισθεί με τη διεύθυνση βορρά - νότου. Λέμε ότι ευθυγραμμίζεται με το μαγνητικό πεδίο της γης. Το άκρο της βελόνας που δείχνει προς βορρά ονομάζεται βορεινό άκρο* ή βόρειος πόλος. Λέμε ότι υπάρχει **μαγνητικό πεδίο** (σχ. 15-1) σε οποιοδήποτε χώρο υπάρχουν δυνάμεις που τείνουν να ευθυγραμμίσουν τη βελόνα κατά τη διεύθυνσή τους. Η διεύθυνση του πεδίου είναι η διεύθυνση που παίρνει η βελόνα η οποία είναι ελεύθερη να ευθυγραμμισθεί. Λέμε ότι το πεδίο έχει κατεύθυνση από το νότιο στο βόρειο

Σχήμα 15-1 Μία βελόνα μαγνητικής πυξίδας σε ένα μαγνητικό πεδίο παίρνει την κατεύθυνση του πεδίου.

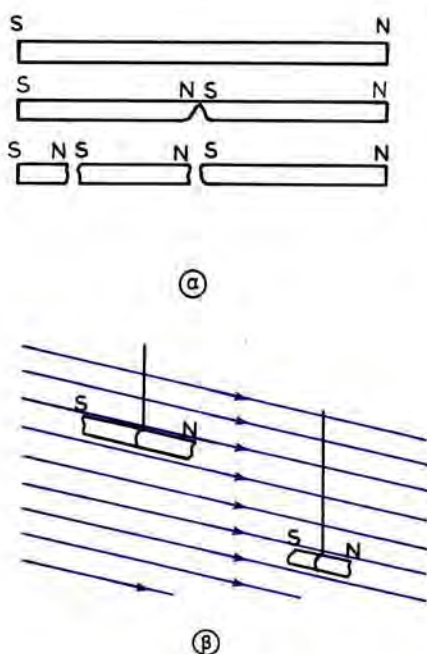


* Στην πραγματικότητα το βόρειο άκρο της βελόνας δείχνει **κατά προσέγγιση** στο γεωγραφικό βόρειο πόλο, αν δρισκόμαστε νότια από τον αρκτικό κύκλο (και βόρεια από τον ανταρκτικό). Στο βόρειο ημισφαίριο το βόρειο άκρο μιας μαγνητικής βελόνας που μπορεί να περιστραφεί γύρω από οριζόντιο άξονα, δείχνει επίσης προς τα κάτω και μετρά την «έγκλιση» του μαγνητικού πεδίου της γης.

Το μαγνητικό πεδίο

- 15-1 Η μαγνητική βελόνα
- 15-2 Μαγνητικά πεδία μαγνητών και ρευμάτων
- 15-3 Διανυσματική πρόσθεση μαγνητικών πεδίων
- 15-4 Δυνάμεις σε ρεύματα μέσα σε μαγνητικά πεδία – Μονάδα μαγνητικού πεδίου
- 15-5 Όργανα ηλεκτρικών μετρήσεων και κινητήρες
- 15-6 Δυνάμεις μεταξύ δυο ρευμάτων
- 15-7 Δυνάμεις σε φορτισμένα σωματίδια που κινούνται μέσα σε μαγνητικό πεδίο
- 15-8 Χρησιμοποίηση μαγνητικών πεδίων για τη μέτρηση της μάζας φορτισμένων σωματιδίων
- 15-9 Σωματίδια άλφα

Φωτογραφία αριστερά: Η παρουσία ενός μαγνητικού πεδίου φαίνεται από τον τρόπο που διατάσσονται τα ρινίσματα σιδήρου κοντά σε ένα πεταλοειδή μαγνήτη.



Σχήμα 15-2 (α) Όταν σπάσουμε ένα μαγνήτη, κάθε κομμάτι έχει αντίθετους πόλους στα άκρα του. (β) Όλα τα κομμάτια θα ευθυγραμμισθούν σε ένα μαγνητικό πεδίο.

πόλο της δελόνας της πυξίδας. Ακριδώς όπως χρησιμοποιήσαμε σπόρους χλόης για να δείξουμε τη διεύθυνση και φορά του ηλεκτρικού πεδίου, μπορούμε να διερευνήσουμε τη διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου χρησιμοποιώντας μία μαγνητική δελόνα. Μπορείτε να διαπιστώσετε ότι η δελόνα της πυξίδας δημιουργεί μαγνητικό πεδίο, αν φέρετε κοντά της μία άλλη δελόνα μαγνητικής πυξίδας. Θα διαπιστώσετε ότι η μία επηρεάζει την άλλη: η κάθε μία ασκεί δυνάμεις στην άλλη. Η κάθε μία έχει μαγνητικό πεδίο και τείνει να ευθυγραμμισθεί με το πεδίο της άλλης.

Από το 600 π.Χ. ακόμη οι αρχαίοι Έλληνες γνώριζαν το μαγνητισμό. Ο Θαλής ο Μιλήσιος, που συχνά ονομάζεται πατέρας της ελληνικής επιστήμης, γνώριζε ένα ορυκτό (μαγνητίτη), που προκαλούσε έλξη σε κοινό σίδηρο και είχε βρει ότι ο σίδηρος μαγνητιζόταν όταν ακουμπούσε στο μαγνητικό ορυκτό. Γύρω στον ενδέκατο αιώνα περίπου οι Κινέζοι ανακάλυψαν ότι ο μαγνήτης δρα ως πυξίδα. Ο William Gilbert (Γουίλιαμ Γκίλμπερτ), που εργαζόταν στην αυλή της βασίλισσας Ελισάβετ της Αγγλίας το 1600, περίπου την ίδια εποχή που ο Shakespeare έγραψε τον 'Αμλετ, διατύπωσε την ιδέα ότι η γη η ίδια είναι ένας μαγνήτης.

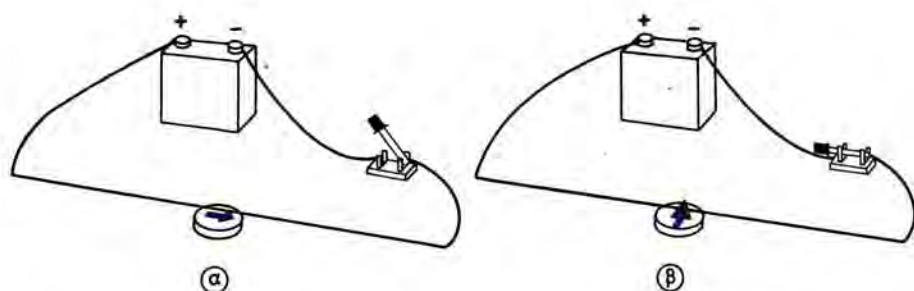
Ένα από τα πιο χαρακτηριστικά γνωρίσματα του μαγνήτη είναι ότι, αν τον σπάσουμε στα δύο, τότε κάθε κομμάτι είναι επίσης μαγνήτης (σχ. 15-2). Μπορεί να αναρωτηθούμε έως τότε μπορούμε να σπάσουμε το μαγνήτη ώστε τα κομματάκια του να μην είναι πια μαγνήτες. Αυτό δεν συμβαίνει ποτέ. Όσο μικρά και αν είναι τα κομμάτια του μαγνήτη, κάθε κομμάτι θα είναι μαγνήτης.

1. Να εξετάσετε το σχήμα 15-1. Γιατί, όταν χρησιμοποιούμε μία δελόνα μαγνητικής πυξίδας για να διερευνήσουμε ένα μαγνητικό πεδίο, η δελόνα πρέπει να είναι όσο γίνεται πιο μικρή;
2. Στο σχήμα 15-1 πού θα δάξατε την αιωρούμενη δελόνα της μαγνητικής πυξίδας, ώστε να παραμένει παράλληλη με τη μαγνητική ράβδο;
3. Ποια είναι η πολικότητα του μαγνητικού πεδίου της γης στο μαγνητικό πόλο που βρίσκεται στο δόρειο ημισφαίριο;

15-2 Μαγνητικά πεδία μαγνητών και ρευμάτων.

Ο μαγνήτης και ο μαγνητισμένος σίδηρος δεν είναι οι μόνες πηγές μαγνητικών πεδίων. Ας κάνουμε ένα πείραμα με το οποίο θα δημιουργήσουμε μαγνητικό πεδίο χωρίς να χρησιμοποιήσουμε αυτά τα υλικά.

Συνδέουμε ένα μακρύ κομμάτι σύρμα στους πόλους μιας μπαταρίας διαμέσου ενός διακόπτη, όπως φαίνεται στο σχήμα 15-3. Με το διακόπτη ανοικτό κρατούμε το σύρμα πάνω από μια δελόνα μαγνητικής πυξίδας και παράλληλα προς αυτήν. Κατόπιν κλείνουμε το διακόπτη. Αν το ρεύμα στο σύρμα είναι αρκετά δυνατό, βλέπουμε ότι η δελόνα της πυξίδας ξαφνικά αποκλίνει. Τώρα δείχνει κάθετα προς το σύρμα. Επομένως συμπεραίνουμε ότι το ηλεκτρικό ρεύμα παράγει μαγνητικό πεδίο στον περιβάλλοντα χώρο.



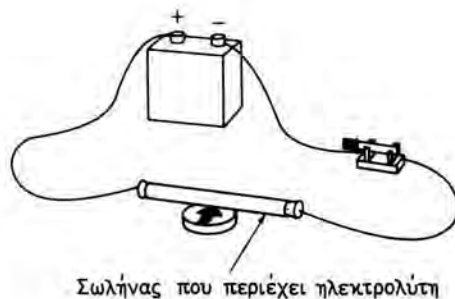
Σχήμα 15-3 (α) Ένα σύρμα τοποθετείται επάνω από μία δελόνα μαγνητικής πυξίδας και παράλληλα προς αυτή. Ο διακόπτης είναι ανοικτός και δεν διέρχεται ρεύμα από το σύρμα. (β) Όταν υπάρχει ρεύμα, η δελόνα αποκλίνει και έχει διεύθυνση κάθετη προς το σύρμα.

Σήμερα το γεγονός αυτό είναι τόσο γνωστό, ώστε να είναι δύσκολο να εκτιμήσουμε την επανάσταση που προκάλεσε αυτή η ανακάλυψη από το Δανό καθηγητή Oersted (Έρστεντ) κατά τα πρώτα χρόνια του δέκατου ένατου αιώνα. Έως αυτόν τον καιρό οι επιστήμονες θεωρούσαν τελείως ξεχωριστά τα ηλεκτρικά και μαγνητικά φαινόμενα. Η ανακάλυψη του Oersted φανέρωσε μία σχέση που δεν είχαν υποψιασθεί. Ο Oersted συνέδεσε την προέλευση των μαγνητικών πεδίων με την κίνηση των ηλεκτρικών φορτίων.

Μπορείτε να κάνετε το πείραμα που περιγράψαμε παραπάνω και θα είναι μάλλον αρκετό για να σας πείσει ότι ηλεκτρικά φορτία που κινούνται παράγουν μαγνητικά πεδία. Αλλά υπάρχει ένα πιο άμεσο πείραμα που όμως είναι πολύ δύσκολο. Έγινε για πρώτη φορά το 1876 στη Βαλτιμόρη από τον Henry Rowland (Χένρι Ρόουλαντ). Έβαλε το πιο μεγάλο ηλεκτρικό φορτίο που μπορούσε σε ένα δίσκο από σκληρό ελαστικό διαμέτρου 20 cm. Κατόπιν γύρισε το δίσκο με 60 στροφές ανά δευτερόλεπτο. Έτσι μπορούσε να παρατηρήσει με άμεσο τρόπο τα μαγνητικά φαινόμενα που προκαλούνται από κινούμενα ηλεκτρικά φορτία. Βρήκε ότι το περιστρεφόμενο ηλεκτρικό φορτίο δημιουργούσε ένα ασθενές μαγνητικό πεδίο.

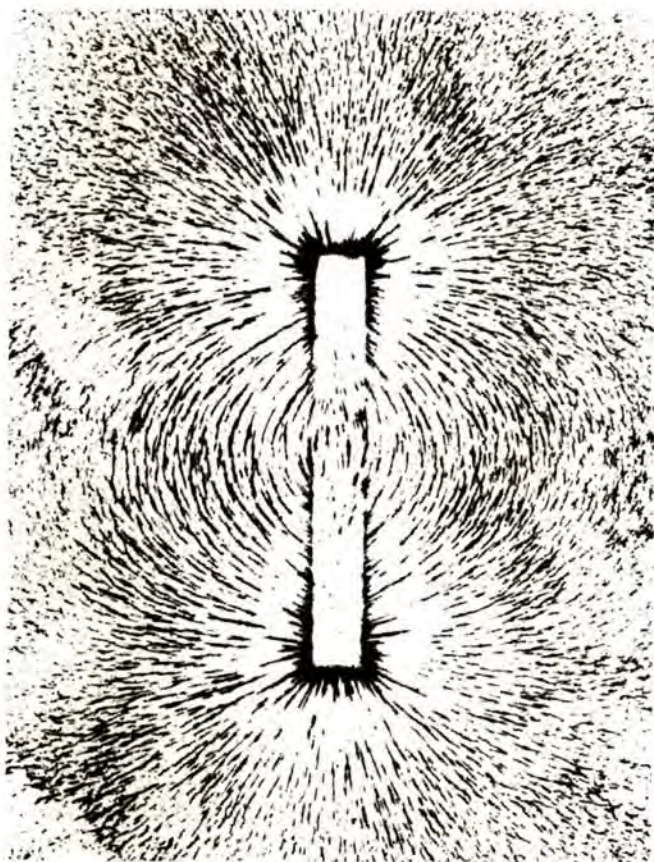
Στο πείραμα που φαίνεται στο σχήμα 15-3, στο σύρμα κινείται μόνο αρνητικό φορτίο. Θα παρατηρούσαμε τίποτε διαφορετικό, αν κινούνταν θετικό φορτίο; Για να το διαπιστώσουμε μπορούμε να αντικαταστήσουμε ένα τμήμα του σύρματος με ένα ηλεκτρολυτικό αγωγό, όπως φαίνεται στο σχήμα 15-4. Αυτός ο αγωγός αποτελείται από ένα διάλυμα μιας ουσίας, που, όταν διαλύεται στο νερό, διαχωρίζεται σε θετικά και αρνητικά ιόντα. Τα ιόντα αυτά είναι ελεύθερα να κινηθούν υπό την επίδραση της μπαταρίας. Θετικά ιόντα κινούνται προς τον αρνητικό πόλο και αρνητικά ιόντα προς το θετικό πόλο της μπαταρίας. Το μαγνητικό πεδίο στη θέση της πυξίδας στο σχήμα 15-4 πρέπει να είναι το αποτέλεσμα των δυο κινήσεων. Όμως η απόκλιση της δελόνας της μπαταρίας είναι η ίδια στα σχήματα 15-3 και 15-4, με την προϋπόθεση ότι και στις δυο περιπτώσεις ο ίδιος αριθμός ηλεκτρονίων αφήνει τον αρνητικό πόλο ανά μονάδα χρόνου. Έτσι, όταν περιγράφουμε τα μαγνητικά φαινόμενα σταθερών ρευμάτων, δεν μας απασχολεί το πρόσημο του φορτίου που μεταφέρεται από τα σωματίδια που κινούνται.

Περιγράφουμε τα μαγνητικά πεδία σχεδιάζοντας γραμμές μαγνητικού πεδίου, ακριβώς όπως σχεδιάζουμε τις γραμμές ηλεκτρικού πεδίου για να περιγράψουμε το ηλεκτρικό πεδίο. Αν ένα μαγνητικό πεδίο είναι αρκετά δυνατό και δεν ενδιαφέρεστε για μεγάλη ακρίβεια, μπορείτε να «δείτε»



Σωλήνας που περιέχει ηλεκτρολύτη

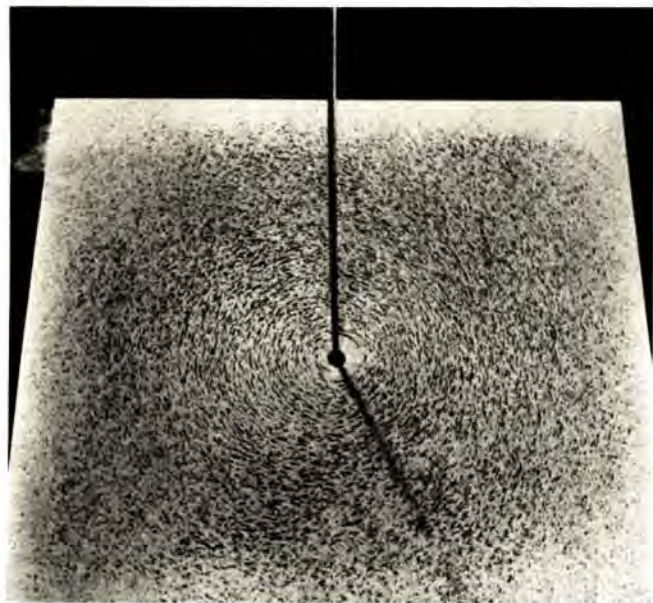
Σχήμα 15-4 Αν αντικαταστήσουμε ένα μέρος από το κύκλωμα του σχήματος 15-3 με ένα σωλήνα που περιέχει ηλεκτρολύτη, η δελόνα της πυξίδας αποκλίνει όπως και προηγουμένως, αν το ρεύμα στο κύκλωμα παραμείνει το ίδιο.



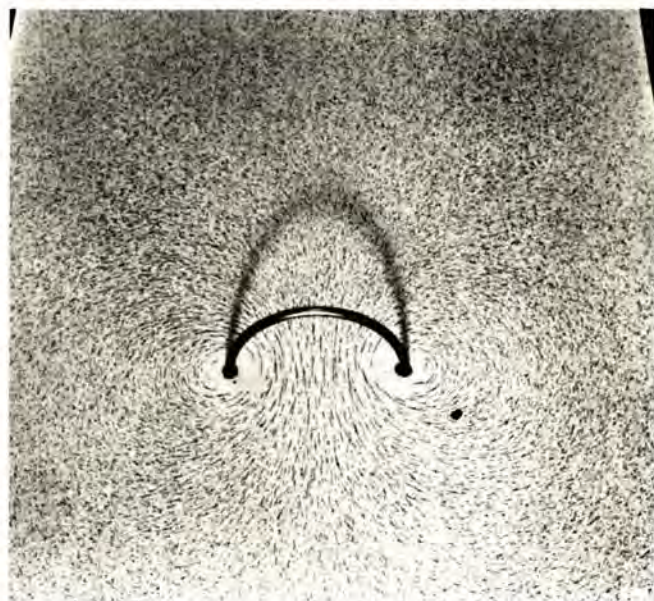
(α) Μαγνητική ράβδος



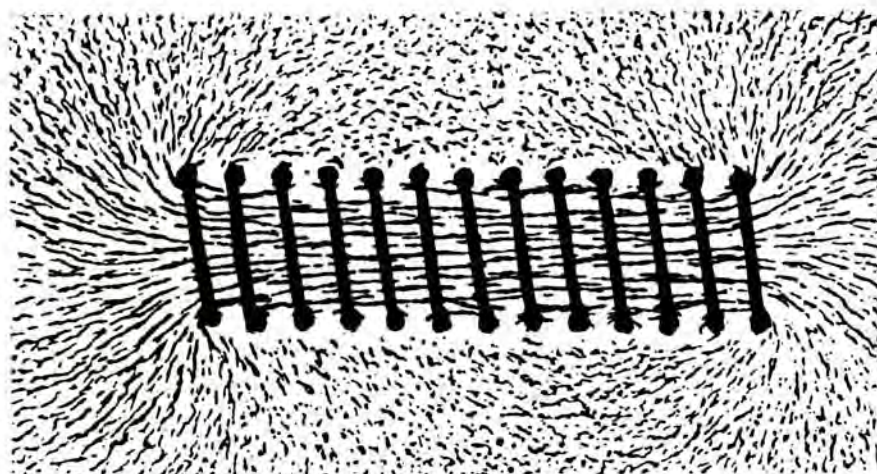
(β) Ρεύμα σε ένα μακρύ ευθύγραμμο σύρμα



(γ) Γενική άποψη της διατάξεως που χρησιμοποιήθηκε για το (β)



(δ) Ρεύμα σε ένα δρόχο σύρματος

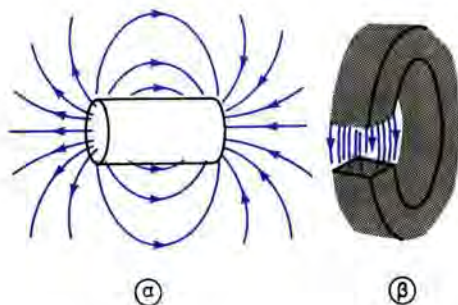


(ε) Ρεύμα σε ένα σωληνοειδές

τις μαγνητικές γραμμές αν απλώσετε ρινίσματα σιδήρου επάνω σε ένα χαρτί. Τα ρινίσματα ευθυγραμμίζονται με τις γραμμές του πεδίου όπως έκαναν οι σπόροι χλόης στο ηλεκτρικό πεδίο (δλ. παράγρ. 11-7). Αν τα ρινίσματα κολλάνε, κτυπήστε ελαφρά το χαρτί. Οι πέντε φωτογραφίες στο σχήμα 15-5 (α έως ε) είναι φωτογραφίες ρινισμάτων σιδήρου.

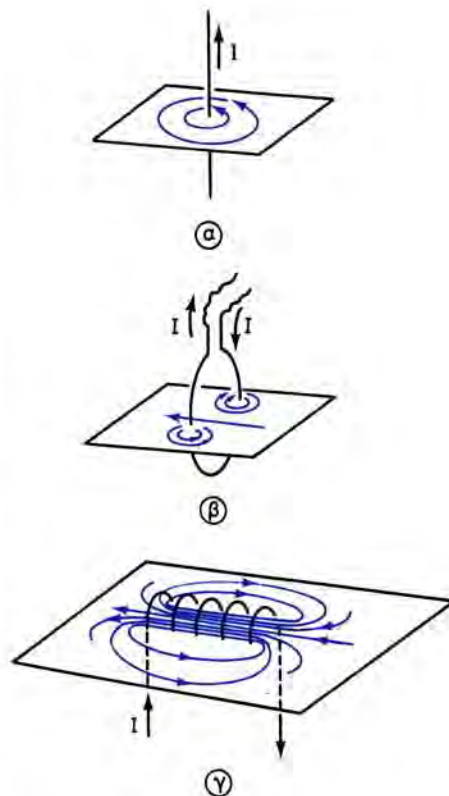
Βέβαια δεν έχουμε τη φορά του πεδίου από τα ρινίσματα του σιδήρου αλλά μόνο τη διεύθυνσή του. Αν τοποθετήσουμε μία πυξίδα σε διαφορετικές θέσεις, μπορούμε να προσδιορίσουμε τη φορά του. Τότε μπορούμε να σχεδιάσουμε τις γραμμές πεδίου διαφόρων μορφών, δείχνοντας τις κατευθύνσεις τους με βέλη. Τα σχήματα 15-6 και 15-7 δείχνουν τα μαγνητικά πεδία που δημιουργούνται από διάφορους μαγνήτες και ρεύματα. Μπορείτε να τα συγκρίνετε με το σχήμα 11-13 που δείχνει διάφορα ηλεκτρικά πεδία.

Οι γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου από ακίνητα ηλεκτρικά φορτία αρχίζουν και τελειώνουν στα φορτία που δημιουργούν το πεδίο. Αλλά οι γραμμές των μαγνητικών πεδίων που δημιουργούνται από ρεύματα δεν έχουν αρχή και τέλος. Περιστοιχίζουν τα σύρματα που φέρουν το

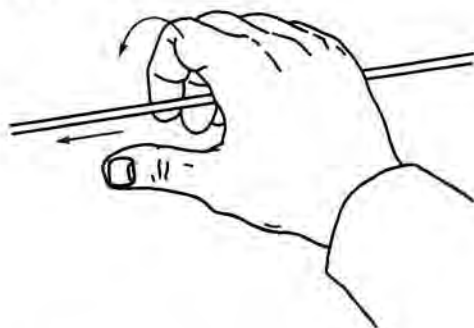


Σχήμα 15-6 Διαγράμματα των γραμμών μαγνητικού πεδίου μονίμων μαγνητών. (α) Μαγνητική ράβδος. (β) Πεταλοειδής μαγνήτης.

Σχήμα 15-5 Φωτογραφίες σχημάτων μαγνητικών πεδίων που παράγονται με ρινίσματα σιδήρου.



Σχήμα 15-7 Διαγράμματα των γραμμών μαγνητικού πεδίου γύρω από σύρματα που φέρουν ρεύμα. I είναι το ρεύμα και τα βέλη δείχνουν την κατεύθυνση της ροής. (α) Ένα μακρύ ευθύγραμμο σύρμα. (β) Ένας βρόχος σύρματος. (γ) Ένα σωληνοειδές.



Σχήμα 15-8 Ο κανόνας του δεξιού χεριού. Όταν ο αντίχειράς σας δείχνει προς την κατεύθυνση του ρεύματος στο σύρμα, τα δάκτυλά σας πιάνουν το σύρμα κατά την κατεύθυνση που έχει το μαγνητικό πεδίο γύρω από το ρεύμα.

ρεύμα (σχ. 15-7). Οι γραμμές των μαγνητικών πεδίων που παράγονται από σταθερούς μαγνήτες (σχ. 15-6) φαίνονται να αρχίζουν και να τελειώνουν στην επιφάνεια των μαγνητών. Αυτό όμως συμβαίνει γιατί δεν έχουμε σχεδιάσει τις γραμμές μέσα στους μαγνήτες όπου δεν μπορούμε να τοποθετήσουμε μία κοινή δελόνα μαγνητικής πυξίδας.

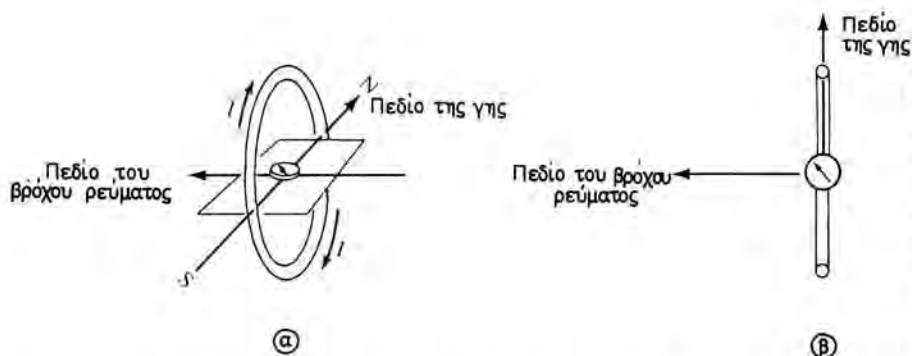
Για να θυμάστε πώς συνδέεται η κατεύθυνση του πεδίου με την κατεύθυνση του ρεύματος, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τον κανόνα του «δεξιού χεριού». Φανταστείτε ότι βάζετε το **δεξί** σας χέρι με τον αντίχειρα προς την κατεύθυνση του ρεύματος. Τότε τα δάκτυλά σας που πιάνουν το σύρμα δείχνουν προς την κατεύθυνση του πεδίου (σχ. 15-8). Σημειώστε ότι αυτός ο κανόνας δίνει επίσης την κατεύθυνση του πεδίου μέσα σε ένα βρόχο σύρματος.

4. Αν τοποθετούσατε πάνω στο επίπεδο ενός χαρτιού ένα μακρύ ευθύγραμμο σύρμα που φέρει ρεύμα και κατόπιν σκορπίζατε ρινίσματα σιδήρου επάνω στο χαρτί, πώς θα περιμένατε να συμπεριφερθούν τα ρινίσματα;
5. Έχουν αρχή και τέλος οι γραμμές του μαγνητικού πεδίου;
6. Ποια είναι η κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται από θετικά φορτία, τα οποία απομακρύνονται από σας;
Από αρνητικά φορτία που κινούνται προς το μέρος σας;

15-3 Διανυσματική πρόσθεση μαγνητικών πεδίων.

Το μαγνητικό πεδίο ή ένταση του μαγνητικού πεδίου, χαρακτηρίζεται από μέτρο, διεύθυνση και φορά. Αν δυο μαγνητικά πεδία δράσουν συγχρόνως, θα προστεθούν ως διανύσματα. Δεν είναι διάνυσμα οποιοδήποτε μέγεθος που έχει μέτρο, διεύθυνση και φορά. Για παράδειγμα, δεν μπορούν να προστεθούν διανυσματικά οι περιστροφές ενός σώματος σε τρεις διαστάσεις. Δοκιμάστε να περιστρέψετε ένα βιβλίο κατά 90° γύρω από ένα οριζόντιο άξονα και κατόπιν κατά 90° γύρω από ένα κατακόρυφο άξονα. Τώρα δοκιμάστε να κάνετε την περιστροφή κατά αντίθετη σειρά. Δεν θα έχετε το ίδιο τελικό αποτέλεσμα. Οι περιστροφές δεν προστίθενται διανυσματικά αφού τα διανύσματα πρέπει να προστίθενται με οποιαδήποτε σειρά και να προκύπτει το ίδιο αποτέλεσμα. Επομένως, ας εξετάσουμε πειραματικά την πρόσθεση των μαγνητικών πεδίων.

Καταρχήν εξετάζουμε μία απλή περίπτωση, την πρόσθεση δηλαδή δυο πεδίων ίσου μέτρου. Θα χρησιμοποιήσουμε μία μικρή δελόνα μαγνητικής πυξίδας που στρέφεται γύρω από έναν κατακόρυφο άξονα για να ανιχνεύσει το πεδίο που θα εμφανισθεί. Αφού το πεδίο της γης υπάρχει πάντοτε, θα το χρησιμοποιήσουμε σαν ένα από τα πεδία του πειράματος. Το άλλο πεδίο μπορεί να δημιουργηθεί από οποιαδήποτε κατάλληλη διάταξη ρεύματος για την οποία η κατεύθυνση του πεδίου μας είναι γνωστή. Διαλέγουμε ένα κυκλικό βρόχο γιατί το πεδίο είναι αρκετά ομογενές στο κέντρο του και έχει κατεύθυνση κατά τη διεύθυνση του άξονα του βρόχου, όπως φαίνεται στο σχήμα 15-5 (δ). Για να καταστήσουμε το πεδίο στο κέντρο του κυκλικού βρόχου ίσο κατά μέτρο με το

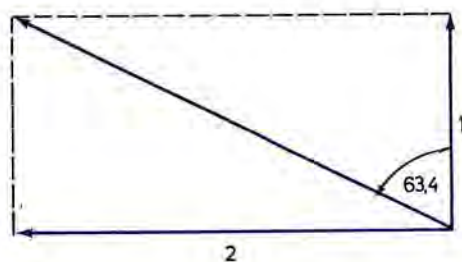


Σχήμα 15-9 (α) Ένα μαγνητικό πεδίο ίσου μέτρου προς το πεδίο της γης (όπως μετριέται από μία οριζόντια δελόνα μαγνητικής πυξίδας) προστίθεται κατά ορθή γωνία προς το πεδίο της γης. (β) Η οριζόντια δελόνα έχει κατεύθυνση που σχηματίζει γωνία 45° ως προς την κατεύθυνση του μαγνητικού βορρά. Για όλες τις άλλες γωνίες μεταξύ πεδίων ίσου μέτρου η δελόνα της πυξίδας διχοτομεί πάντοτε τη γωνία. Τα μαγνητικά πεδία φαίνονται να προστίθενται σαν διανύσματα.

Πεδίο της γης, τοποθετούμε τη δελόνα της μαγνητικής πυξίδας στο κέντρο του βρόχου και όταν το ρεύμα είναι μηδενικό ευθυγραμμίζουμε τον άξονα του βρόχου με τη διεύθυνση της δελόνας. Διαλέγουμε τη φορά του ρεύματος με τον κανόνα του δεξιού χεριού έτσι ώστε το πεδίο να είναι αντίθετο με το πεδίο της γης. Καθώς αυξάνουμε το ρεύμα στο βρόχο, βρίσκουμε μία τιμή όπου η δελόνα κινείται ελεύθερα. Δεν υπάρχει καμία δύναμη που να την ευθυγραμμίζει προς μία συγκεκριμένη κατεύθυνση. Η δελόνα δείχνει μηδενικό μαγνητικό πεδίο. Άρα το μαγνητικό πεδίο της γης έχει ισορροπηθεί από ένα ίσο και αντίθετο μαγνητικό πεδίο που οφείλεται στο ρεύμα του βρόχου.

Τώρα, ας προσθέσουμε αυτά τα δυο ίσα πεδία κατά ορθή γωνία μεταξύ τους. Περιστρέφουμε το βρόχο κατά μία κατακόρυφη διάμετρο έτσι, ώστε ο άξονάς του να στραφεί κατά 90° . Αν το ρεύμα δεν αλλάξει, βρίσκουμε ότι η δελόνα της πυξίδας δείχνει σε κατεύθυνση που σχηματίζει 45° ως προς την κατεύθυνση του πεδίου της γης (σχ. 15-9). Αυτό είναι φυσικό αν τα μαγνητικά πεδία προστίθενται σαν διανύσματα. Αλλά δεν είναι αρκετός ένας μόνος πειραματικός έλεγχος. Μπορούμε να δοκιμάσουμε άλλες γωνίες μεταξύ των κατευθύνσεων των δυο πεδίων: 30° , 45° , 60° . Η δελόνα της πυξίδας διχοτομεί πάντοτε τη γωνία μεταξύ δυο μαγνητικών πεδίων ίσου μέτρου.

Η διανυσματική πρόσθεση φαίνεται ικανοποιητική, τουλάχιστον για πεδία ίσης εντάσεως. Αλλά τι συμβαίνει μεταξύ πεδίων που έχουν διαφορετικά μέτρα; Εδώ συναντούμε ένα πρόβλημα γιατί δεν έχουμε δρει ακόμη τον τρόπο να μετρούμε την ένταση του πεδίου. Αλλά μπορούμε να σκεφθούμε ως εξής: Αν ένας βρόχος που έχει κάποιο ρεύμα μας δίνει πεδίο ίσο προς το πεδίο της γης, τότε δυο ίσοι βρόχοι τοποθετημένοι μαζί πρέπει να δίνουν πεδίο διπλάσιο από το πεδίο της γης, αν πραγματικά τα μαγνητικά πεδία προστίθενται σαν διανύσματα. Ένας βρόχος που έχει διπλάσιο ρεύμα θα πρέπει να δίνει πεδίο διπλάσιος εντάσεως. Επομένως, ας ορίσουμε την ένταση B του μαγνητικού πεδίου ως ανάλογη προς το ρεύμα που το παράγει και ας ελέγξουμε ξανά τη διανυσματική πρόσθεση. Επιστρέφουμε στη διάταξη όπου το πεδίο του βρόχου ήταν σε ορθή γωνία με το πεδίο της γης. Με το αρχικό ρεύμα η δελόνα έχει κατεύθυνση 45° ως προς την κατεύθυνση του πεδίου της γης. Με το διπλάσιο ρεύμα η γωνία αυξάνεται σε $63,4^\circ$. Αυτό ακριβώς θα έδινε και η πρόσθεση καθέτων διανυσμάτων με μήκη που έχουν λόγο δυο προς ένα (σχ. 15-10). Πραγματικά, με όποιο τρόπο κι αν αλλάξουμε



Σχήμα 15-10 Δυο κάθετα διανύσματα με λόγο μέτρων δυο προς ένα έχουν συνισταμένη που σχηματίζει γωνία $63,4^\circ$ ως προς το μικρότερο διάνυσμα. Αν ορίσουμε ότι η δύναμη μαγνητικού πεδίου είναι ανάλογη προς το ρεύμα που την παράγει, βρίσκουμε ότι τα μαγνητικά πεδία προστίθενται επίσης κατά τον ίδιο τρόπο. Επομένως τα μαγνητικά πεδία είναι διανύσματα.

το ρεύμα και τη διεύθυνση του βρόχου, βρίσκουμε ξανά και ξανά ότι η κατεύθυνση του ολικού μαγνητικού πεδίου δίνεται σωστά από το διανυσματικό άθροισμα των επί μέρους πεδίων, αν ορίσουμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου ως ανάλογη με το ρεύμα που το παράγει. Μπορούμε τώρα να παραστήσουμε το μέτρο και την κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου με το διανυσματικό σύμβολο $\vec{B}$.

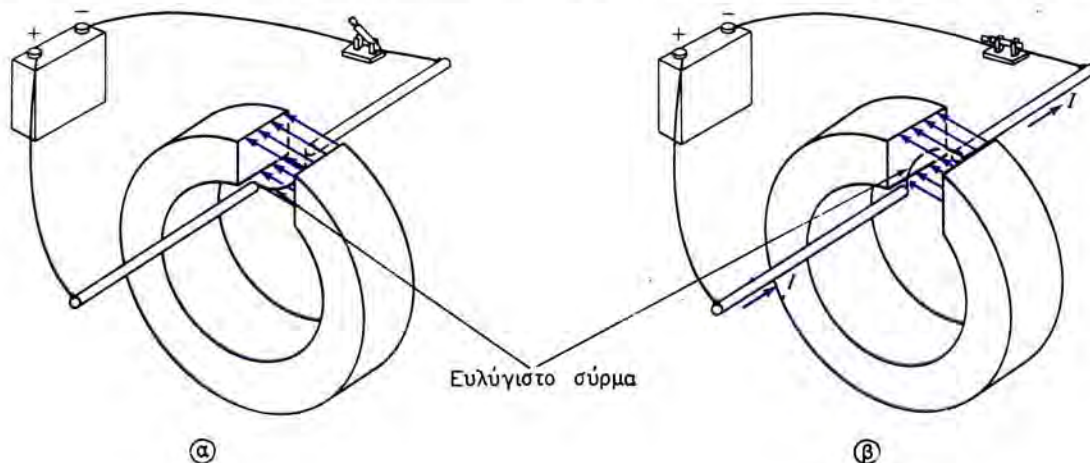
7. Δυο ίσοι κυκλικοί βρόχοι έχουν ίσα ρεύματα, κοινό κέντρο και σχηματίζουν ορθή γωνία μεταξύ τους. Πώς συγκρίνεται το μέτρο του πεδίου που δημιουργούν με το μέτρο του πεδίου ενός βρόχου;
8. Πώς εξαρτάται το πεδίο που παράγεται από ένα σύρμα, που διαρρέεται από ρεύμα, από το μέτρο του ρεύματος;
9. Ένα οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ είναι κάθετο προς την οριζόντια συνιστώσα $\vec{B}_e$ του μαγνητικού πεδίου της γης και έχει φορά προς την ανατολή.
 - (α) Ο λόγος $B/B_e = \sqrt{3}$. Ποια θα είναι η κατεύθυνση μιας δελόνας μαγνητικής πυξίδας; (Η δελόνα της πυξίδας περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο).
 - (β) Αν η κατεύθυνση της δελόνας είναι προς βορειοανατολικά, ποιο θα είναι το μέτρο του $\vec{B}$;

15-4 Δυνάμεις σε ρεύματα μέσα σε μαγνητικά πεδία – Μονάδα μαγνητικού πεδίου.

Ηλεκτρικά φορτία παράγουν ηλεκτρικά πεδία που ασκούν δυνάμεις επάνω σε άλλα ηλεκτρικά φορτία. Τώρα βρίσκουμε ότι ηλεκτρικά ρεύματα παράγουν μαγνητικά πεδία και υποθέτουμε ότι, αντίστοιχα, μαγνητικά πεδία ασκούν δυνάμεις σε ηλεκτρικά ρεύματα. Πράγματι αυτό συμβαίνει και οι δυνάμεις είναι αρκετά μεγάλες για συνήθη πεδία και ρεύματα. Αυτές οι μαγνητικές δυνάμεις είναι που στρέφουν τις ηλεκτρικές μηχανές που υπάρχουν στη γη.

Ας αρχίσουμε υποθέτοντας ότι κρεμάμε ένα εύκαμπτο σύρμα μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο (σχ. 15-11). Το πεδίο μπορεί να έχει δημιουργηθεί

Σχήμα 15-11 (α) Ένα ευλύγιστο σύρμα σε μαγνητικό πεδίο. Ο διακόπτης είναι ανοικτός, δεν υπάρχει ρεύμα, το σύρμα κρέμεται προς τα κάτω. (β) Όταν διέρχεται ρεύμα, υπάρχει στο σύρμα μαγνητική δύναμη που το τεντώνει.

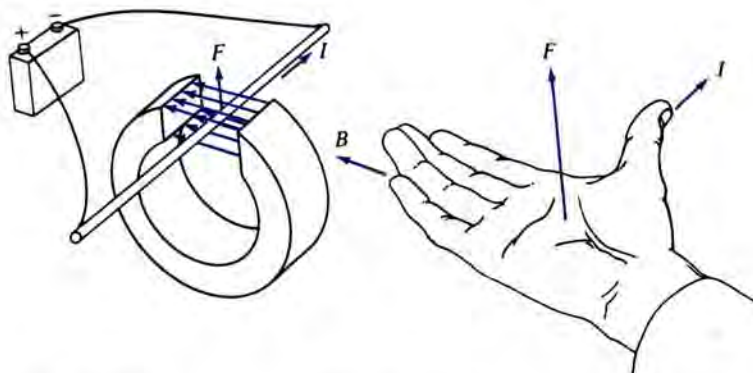


είτε από ένα σταθερό μαγνήτη είτε από ρεύμα που ελέγχουμε. Όταν διοχετεύουμε ηλεκτρικό ρεύμα στο σύρμα, παρατηρούμε ότι ωθείται προς τα επάνω μέσα στο μαγνητικό πεδίο.

Ας προσπαθήσουμε να βρούμε τους κανόνες που καθορίζουν τη δύναμη που δρα σε ένα ρεύμα μέσα σε μαγνητικό πεδίο. Μπορούμε να βρούμε αυτή τη δύναμη αν μετρήσουμε τη δύναμη που χρειάζεται για να κρατηθεί στη θέση του ένα τμήμα του σύρματος όταν δρα ένα μαγνητικό πεδίο. Αν χρησιμοποιήσουμε μία πειραματική διάταξη σαν αυτή του σχήματος 15-12, βρίσκουμε τα εξής:

I. Η δύναμη είναι κάθετη προς το μαγνητικό πεδίο και το ρεύμα.

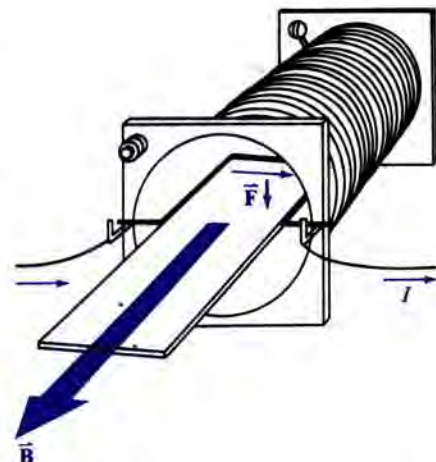
Ένας απλός κανόνας που σας βοηθά να θυμάστε τις κατευθύνσεις είναι ο εξής: Τεντώστε το δεξιό σας δαχτύλιο με το χέρι ανοικτό και τον αντίχειρα σε ορθή γωνία προς τα δάκτυλα. Γυρίστε το χέρι σας έτσι, ώστε ο αντίχειρας να δείχνει κατά την κατεύθυνση του ρεύματος και τα δάκτυλά σας να δείχνουν προς την κατεύθυνση του εφαρμοζόμενου μαγνητικού πεδίου. Τότε η δύναμη επάνω στο ρεύμα έχει κατεύθυνση κατευθείαν προς τα πάνω από την παλάμη σας. Η δύναμη έχει την κατεύθυνση κατά την οποία θα πιέζατε με το χέρι σας (σχ. 15-13).



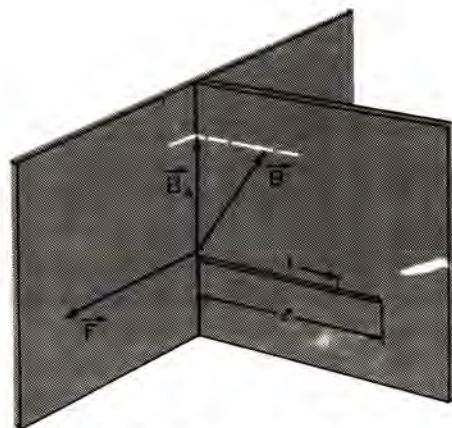
Σχήμα 15-13 Ένας κανόνας που δίνει την κατεύθυνση της μαγνητικής δύναμης επί ενός ρεύματος. Ανοίξτε τα δάκτυλα του δεξιού σας χεριού προς την κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου (B) και γυρίστε το χέρι σας, ώστε ο αντίχειράς σας να δείχνει προς το ρεύμα (I). Τότε η μαγνητική δύναμη (F) κατευθύνεται από το χέρι σας προς τα επάνω, προς την κατεύθυνση κατά την οποία θα σπρώχνατε με το χέρι σας.

II. Αν αλλάξουμε την ένταση του μαγνητικού πεδίου χωρίς να αλλάξουμε την κατεύθυνσή του, βρίσκουμε ότι η δύναμη στο ρεύμα είναι ανάλογη προς το μέτρο του πεδίου. Αν αλλάξουμε την κατεύθυνση του πεδίου, βρίσκουμε ότι μόνον η $\vec{B}$, η συνιστώσα του $\vec{B}$ κάθετη προς το ρεύμα, συμβάλλει στη δύναμη. Επομένως η δύναμη είναι ανάλογη προς $B \sin \theta$, δηλαδή προς το μέτρο της κάθετης συνιστώσας του μαγνητικού πεδίου (σχ. 15-14).

Για να βρούμε πώς εξαρτάται η δύναμη από το ρεύμα και από το μήκος του σύρματος, κάνουμε τον εξής συλλογισμό: Δυο σύρματα που τοποθετούνται παράλληλα το ένα δίπλα στο άλλο, διαρρέονται από ίσα ρεύ-



Σχήμα 15-12 Ένα σύρμα με σχήμα U βρίσκεται στο άκρο ενός ελαφρού ζυγού στο κέντρο του μαγνητικού πεδίου που παράγει ένα μακρύ πηνίο. Στο κέντρο το μαγνητικό πεδίο είναι ομογενές και παράλληλο προς τον άξονα του πηνίου. Η δύναμη $\vec{F}$ δρα επάνω στο ευθύγραμμο τμήμα του σύρματος στο άκρο του ζυγού και τείνει να γείρει το ζυγό. Μετρούμε τη δύναμη $\vec{F}$ βάζοντας βάρη στο άλλο άκρο του ζυγού.



Σχήμα 15-14 Η μαγνητική δύναμη σε ένα κομμάτι σύρμα που διαρρέεται από ρεύμα είναι ανάλογη προς $B \sin \theta$, το μέτρο της συνιστώσας του μαγνητικού πεδίου $\vec{B}$ που είναι κάθετη προς το σύρμα. Το διάνυσμα που παριστάνει αυτή τη δύναμη είναι κάθετο προς το σύρμα και προς $\vec{B}$. Η κατεύθυνση της δύναμης δίνεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού.

ματα και βρίσκονται μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο υφίστανται διπλάσια δύναμη από ό,τι το κάθε ένα σύρμα χωριστά. Αλλά, τα δυο συνδυασμένα σύρματα φέρουν το διπλάσιο ρεύμα από το ένα σύρμα. Επομένως, αν διπλασιάσουμε το ρεύμα, διπλασιάζουμε τη δύναμη.

Η δύναμη F είναι ανάλογη προς το ρεύμα I

Στη συνέχεια βρίσκουμε ότι δυο μικρά ευθύγραμμα και ισομήκη σύρματα που τοποθετούνται σε σειρά, ώστε να σχηματίσουν ένα μακρύτερο σύρμα, δέχονται διπλάσια δύναμη από αυτή που δέχεται το κάθε ένα.

Η δύναμη F είναι ανάλογη προς το μήκος του σύρματος l

Συνοψίζοντας τα αποτελέσματά μας, γνωρίζουμε την κατεύθυνση της δυνάμεως και επίσης γνωρίζουμε ότι η δύναμη είναι ανάλογη προς $B_{\perp}$, I και l . Μπορούμε να γράψουμε υπό μορφή εξισώσεως:

$$F = (\text{σταθερά}) I B_{\perp}$$

Η σταθερά της αναλογίας εξαρτάται μόνο από την εκλογή των μονάδων.

Μπορούμε τώρα να ορίσουμε τη μονάδα του μαγνητικού πεδίου ως συνάρτηση των μονάδων που έχουμε υιοθετήσει για τα F , I και l . Μετρούμε το F σε newton, το I σε ampere, το l σε meter και εκλέγουμε τη μονάδα του μαγνητικού πεδίου έτσι ώστε η σταθερά να ισούται με 1. Τότε $F = I l B_{\perp}$ και η μονάδα του B είναι:

$$\frac{1 \text{ newton}}{(1 \text{ ampere}) (1 \text{ meter})} = \frac{1 \text{ N}}{\text{A} \cdot \text{m}}$$

Ένα μαγνητικό πεδίο 1 newton ανά ampere-meter ασκεί δύναμη 1 newton σε έναν αγωγό μήκους 1 meter που διαρρέεται από ρεύμα 1 ampere.

-
10. Προς ποια κατεύθυνση μπορεί να κινηθεί ένα ηλεκτρικό φορτίο μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο, χωρίς να ασκηθεί δύναμη επάνω του;
 11. Αν υποθέσετε ότι ένα σύρμα διαρρέεται από ρεύμα με φορά από αριστερά προς τα δεξιά και βρίσκεται μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο, που έχει κατεύθυνση προς το μέρος σας, ποια είναι η κατεύθυνση της μαγνητικής δυνάμεως επάνω στο σύρμα;
 12. Ποια δύναμη ασκείται επάνω σε ένα σύρμα μήκους 0,20 m, που είναι τοποθετημένο μέσα σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο 5,0 N/A·m, και σχηματίζει γωνία 45° με αυτό και φέρει ρεύμα 3,0 A;
-

15-5 Όργανα ηλεκτρικών μετρήσεων και κινητήρες.

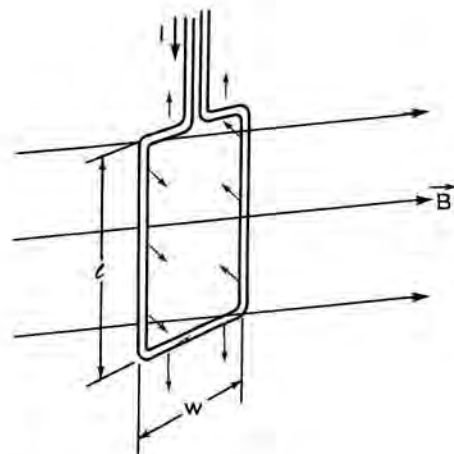
Οι λεπτές βελόνες που μετρούν μικρά ρεύματα και οι μεγάλοι άξονες που στρέφουν τους τροχούς ενός εργοστασίου χάλυβα κινούνται από το ίδιο είδος δυνάμεων από δυνάμεις που ασκούνται από ένα μαγνητικό πεδίο σε ένα βρόχο ή μία σπείρα σύρματος που διαρρέεται από ρεύμα. Μεγάλα ρεύματα σημαίνουν μεγάλες δυνάμεις. Μικρά ρεύματα μπορούν

να ασκήσουν μόνο πολύ μικρές δυνάμεις. Στις περισσότερες από αυτές τις μηχανές βρίσκουμε επίσης σίδηρο. Διευκολύνει το μηχανικό στην αύξηση των μαγνητικών πεδίων που προκαλούνται από δεδομένα ρεύματα.

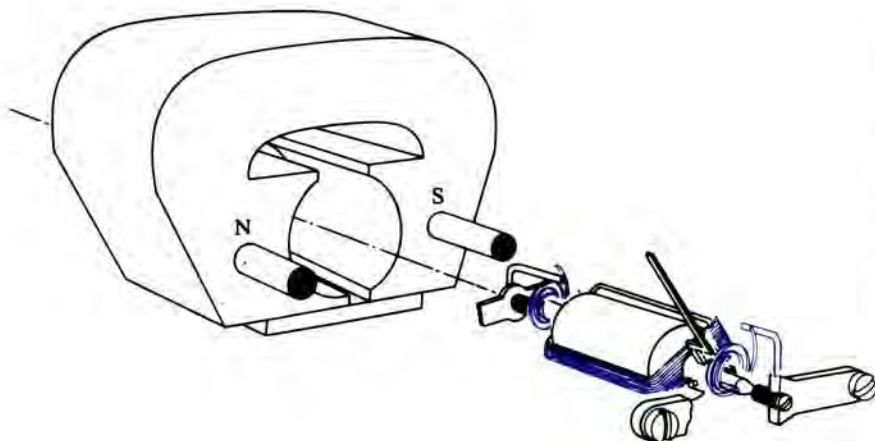
Η χρήση αυτών των δυνάμεων είναι πολύ εκτεταμένη και έχει χρησιμοποιηθεί πολλή γνώση και δεξιότητες για να επινοηθούν, να σχεδιασθούν και να κατασκευασθούν οι μηχανές που τις χρησιμοποιούν. Αυτό είναι το έργο των ηλεκτρολόγων μηχανικών, που για περίπου ένα αιώνα εφάρμοσαν αυτή τη δύναμη σε καινούργιες χρήσεις. Δεν θα προσπαθήσουμε να περιγράψουμε τους πρωτότυπους και συχνά περίπλοκους τρόπους που ανακάλυψαν για να χρησιμοποιήσουν αυτή τη δύναμη. Αυτό είναι άλλο θέμα. Αλλά θα δώσουμε μία σύντομη περιγραφή δυο απλών διατάξεων που εξαρτώνται από τις μαγνητικές δυνάμεις.

α) Αμπερόμετρα και δολτόμετρα κινούμενου πηνίου (ή πλαισίου). Το σχήμα 15-15 δείχνει τις δυνάμεις επάνω σε ένα δρόχο σύρματος μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο. Ο δρόχος είναι ορθογώνιος με πλευρές l και w . Το επίπεδό του σχηματίζει γωνία με ένα πεδίο εντάσεως B . Όταν ένα ρεύμα I διαρρέει το δρόχο, οι δυνάμεις στις πλευρές του είναι BIl και $-BIl$. Είναι παράλληλες αλλά δεν αλληλοαναιρούνται, γιατί δεν ενεργούν πάνω στην ίδια ευθεία. Σχηματίζουν ένα «ζεύγος», που στρέφει τη σπείρα γύρω από τον κατακόρυφο άξονα. Οι δυνάμεις στην επάνω και κάτω πλευρά είναι $B \perp l$ και $-B \perp l$. Είναι ίσες και αντίθετες. Τείνουν να τεντώσουν τη σπείρα αλλά δεν την κινούν σαν σύνολο.

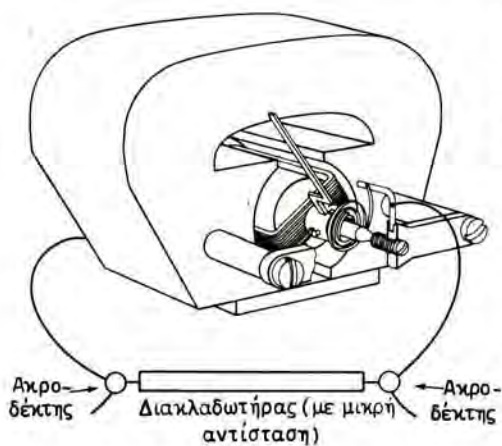
Σε ένα κοινό αμπερόμετρο για συνεχή ρεύματα (DC) το πηνίο στηρίζεται σε έναν άξονα με έδρανα. Ελαστικές δυνάμεις από δυο συρμάτινα ελατήρια αντιτίθενται στην περιστροφή του (σχ. 15-16). Το μαγνητικό πεδίο παράγεται από ένα μόνιμο μαγνήτη και είναι ακτινωτό πεδίο. (Αυτό γίνεται με καταλλήλως διαμορφωμένους μαγνητικούς πόλους και από ένα κυλινδρικό κομμάτι σιδήρου που στερεώνεται στον ανοικτό χώρο στο εσωτερικό του πηνίου). Τότε, ακόμη και όταν το πηνίο στρέφεται, εξακολουθεί να έχει το μαγνητικό πεδίο κάθετο στις πλευρές του και με τέτοια κατεύθυνση, ώστε οι μαγνητικές δυνάμεις να το στρέφουν εξίσου «δυνατά» ανεξάρτητα από το πόσο έχει περιστραφεί. Από την άλλη μεριά οι αντίθετες δυνάμεις που οφείλονται στα ελατήρια



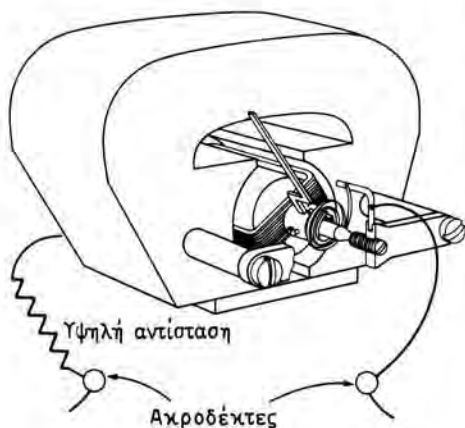
Σχήμα 15-15 Σχηματικό διάγραμμα ενός αμπερομέτρου. Όταν το ρεύμα ρέει μέσα από την ορθογώνια σπείρα, όπου οι μαγνητικές δυνάμεις I/B και $-I/B$ τείνουν να στρέψουν τη σπείρα. Στρέφεται έως ότου οι μαγνητικές δυνάμεις ισορροπήσουν με δυνάμεις ελατηρίων. Ένα όργανο είναι συνήθως κατασκευασμένο έτσι, ώστε η γωνία στρέψεως να είναι ανάλογη προς το ρεύμα.



Σχήμα 15-16 Ένα αμπερόμετρο. Ρεύμα εισέρχεται στο ορθογώνιο πηνίο, που έχει πολλές στροφές, διαμέσου του ελατηρίου τρίχας που είναι στο μπροστινό μέρος του άξονα και εξέρχεται από ένα όμοιο ελατήριο τρίχας που είναι στο πίσω μέρος του πηνίου. Όταν υπάρχει ρεύμα, η σπείρα στρέφεται γύρω από ένα σταθερό σιδερένιο κύλινδρο. Ο κύλινδρος και οι πόλοι ενός μεγάλου μόνιμου μαγνήτη που έχουν ειδικό σχήμα δίνουν ένα ακτινωτό μαγνητικό πεδίο που έχει σχεδόν παντού ίδιο μέτρο.



Σχήμα 15-17 Όργανο κινητού πηνίου (πλαίσιο) που έχει μετατραπεί για να χρησιμοποιηθεί ως αμπερόμετρο. Ένας διακλαδωτήρας με μικρή αντίσταση έχει συνδεθεί παράλληλα με το κινητό πηνίο.



Σχήμα 15-18 Όργανο κινητού πηνίου που έχει μετατραπεί για να χρησιμοποιηθεί ως βολτόμετρο. Μία υψηλή αντίσταση έχει συνδεθεί σε σειρά με το κινητό πηνίο.

αυξάνονται καθώς η σπείρα στρέφεται. Συνεπώς η σπείρα στρέφεται και ισορροπεί σε μία θέση όπου οι δυνάμεις του ελατηρίου εξισορροπούν τις μαγνητικές δυνάμεις. Όσο μεγαλύτερο είναι το ρεύμα, τόσο μεγαλύτερες είναι οι μαγνητικές δυνάμεις και τόσο περισσότερο πρέπει να στραφεί η σπείρα για να ισορροπήσει. Αφού συνήθως οι δυνάμεις του ελατηρίου είναι ανάλογες προς τη γωνία περιστροφής, αυτή η γωνία είναι ανάλογη προς το ρεύμα: η κλίμακα του αμπερομέτρου είναι γραμμική. Τέτοια όργανα κατασκευάζονται σε μεγάλη περιοχή μεγεθών και κλιμάκων.

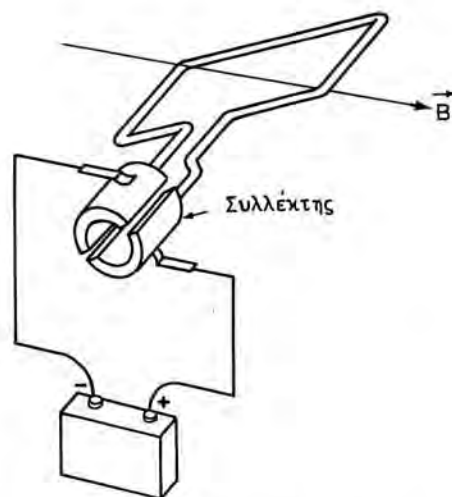
Για παράδειγμα, ένα βασικό αμπερόμετρο θα μπορούσε να έχει αντίσταση 17 ohm και να φθάνει στο μέγιστο της κλίμακάς του με ένα ρεύμα $1,0 \times 10^{-3} \text{ ampere}$. Θα ήταν άχρηστο στα περισσότερα κυκλώματα, γιατί η αντίστασή του είναι πολύ υψηλή και το μεγαλύτερο ρεύμα που μπορεί να μετρηθεί είναι πολύ μικρό.

Για να μετρηθεί ένα ρεύμα που διαρρέει ένα στοιχείο ηλεκτρικού κυκλώματος, το αμπερόμετρο πρέπει να συνδεθεί με το στοιχείο σε σειρά. Έτσι εξασφαλίζεται ότι το ρεύμα μέσα από το αμπερόμετρο ισούται με το ρεύμα στο στοιχείο του κυκλώματος. Αλλά αυξάνει επίσης την αντίσταση αυτού του τμήματος του κυκλώματος και μειώνει το ρεύμα που μετριέται. Γι' αυτό η αντίσταση του αμπερομέτρου πρέπει να είναι όσο το δυνατόν μικρότερη. Για να μειώσουμε την αντίσταση και συγχρόνως να αυξήσουμε την περιοχή μετρήσεως του αμπερομέτρου, συνδέουμε έναν αντιστάτη με μικρή αντίσταση (που συνήθως ονομάζεται διακλαδωτήρας) στα άκρα του κινητού πηνίου (σχ. 15-17). Ένα μικρό μέρος του ρεύματος περνά μέσα από το κινητό πηνίο, ενώ το περισσότερο περνά μέσα από το διακλαδωτήρα. Το ρεύμα μέσα από το κινητό πηνίο αποτελεί πάντοτε σταθερό κλάσμα του συνολικού ρεύματος μέσα από το αμπερόμετρο, ώστε η κίνηση του δείκτη είναι ανάλογη προς το συνολικό ρεύμα.

Μπορούμε να μετατρέψουμε το βασικό αμπερόμετρο σε βολτόμετρο αν συνδέσουμε αντιστάτη με μεγάλη αντίσταση σε σειρά με το κινητό πηνίο (σχ. 15-18). Για να μετρήσουμε τη διαφορά δυναμικού (τάση) στα άκρα κάποιου στοιχείου κυκλώματος, συνδέουμε το βολτόμετρο παράλληλα με το στοιχείο. Αυτή η σύνδεση εξασφαλίζει ότι η διαφορά δυναμικού στα άκρα του βολτομέτρου είναι ίση με αυτή του στοιχείου κυκλώματος. Αλλά η συνολική αντίσταση του βολτομέτρου και του στοιχείου είναι μικρότερη από την αντίσταση του στοιχείου και επομένως αυξάνεται το ρεύμα στο κύκλωμα. Το ρεύμα που αυξήθηκε παράγει αυξημένη διαφορά δυναμικού σε αντιστάτη που βρίσκεται σε άλλο σημείο του κυκλώματος αφού διαρρέεται από αυξημένο ρεύμα. Αφού η ΗΕΔ της πηγής δεν αλλάζει, η διαφορά δυναμικού στα άκρα του στοιχείου κυκλώματος που γίνεται η μέτρηση μειώνεται. Για να ελαχιστοποιήσουμε όσο το δυνατόν περισσότερο αυτό το φαινόμενο, η αντίσταση του βολτομέτρου γίνεται όσο το δυνατόν υψηλότερη. Το ρεύμα που περνά από το κινητό πηνίο είναι ανάλογο προς τη διαφορά δυναμικού του συνδυασμού του κινητού πηνίου και του αντιστάτη που έχει προστεθεί, έτσι ώστε η κίνηση του δείκτη είναι ανάλογη προς αυτή τη διαφορά δυναμικού.

6) Κινητήρες DC (συνεχούς ρεύματος). Ένας κινητήρας περιέχει μια στιβαρή κινητή σπείρα που διαρρέεται από ρεύμα μέσα σε ένα ισχυρό

μαγνητικό πεδίο. Ο μαγνήτης του κινητήρα DC μπορεί να είναι είτε ένας μόνιμος μαγνήτης, είτε ένας ηλεκτρομαγνήτης, δηλαδή ένας σιδερένιος πυρήνας μέσα σε ένα πηνίο που διαρρέεται από ρεύμα. Η σπείρα στερεώνεται σε ένα άξονα μέσα στο μαγνητικό πεδίο. Αν το ρεύμα μέσα στη σπείρα είχε πάντοτε την ίδια φορά, η σπείρα δεν θα συνέχιζε τις περιστροφές της. Θα έφθανε σε μία θέση ισορροπίας. Αλλά ένας κινητήρας μπορεί να αντιστρέψει το ρεύμα στη σπείρα σε κάθε μισή περιστροφή της. Η σπείρα περιστρέφεται κατά μισή στροφή. Το ρεύμα αντιστρέφεται και η σπείρα περιστρέφεται για άλλη μισή στροφή. Μία διάταξη αυτού του διακόπτη αντιστροφής ή συλλέκτη φαίνεται σε απλή μορφή στο σχήμα 15-19. Οι πραγματικοί κινητήρες δεν έχουν μόνο μία σπείρα αλλά μία ολόκληρη ομάδα από αυτές, τοποθετημένες έτσι, ώστε να δίνουν πιο σταθερές δυνάμεις περιστροφής. Επίσης, οι σπείρες είναι τυλιγμένες γύρω από ένα κομμάτι σίδηρο για να αυξηθεί το μαγνητικό πεδίο.



Σχήμα 15-19 Ένας κινητήρας συνεχούς ρεύματος (DC) είναι όμοιος με το όργανο κινητού πηνίου. Η σπείρα είναι μεγαλύτερη και ένας διακόπτης αντιστροφής (συλλέκτης) χρησιμεύει για να αντιστρέψει τη φορά του ρεύματος σε κάθε μισή περιστροφή.

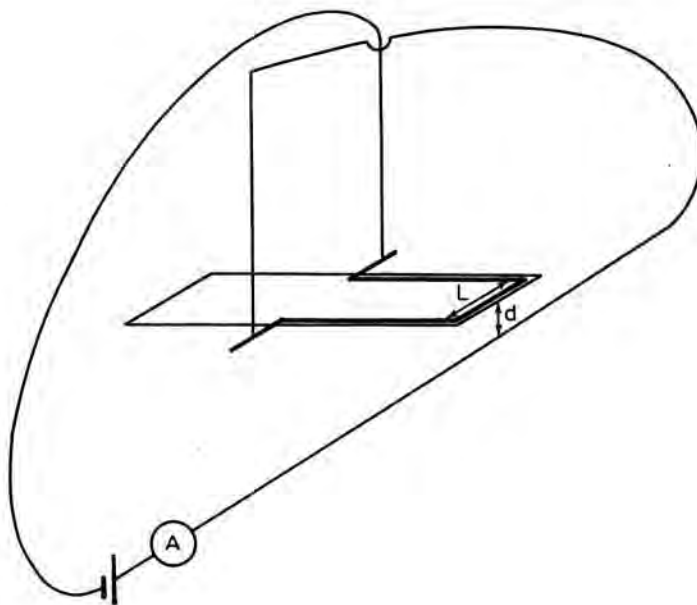
13. Ένα όργανο κινητού πηνίου έχει αντίσταση 17Ω και φθάνει στη μέγιστη απόκλιση του με ένα ρεύμα $1,0 \times 10^{-3} \text{ A}$.
 - (α) Τι πρέπει να κάνουμε για να μετατρέψουμε αυτό το όργανο σε αμπερόμετρο που η υψηλότερη ένδειξή του να είναι $1,0 \text{ A}$;
 - (β) Τι πρέπει να κάνουμε για να μετατρέψουμε το όργανο σε βολτόμετρο που η υψηλότερη ένδειξή του είναι 15 V ;
14. Αν ο μόνιμος μαγνήτης στο όργανο του σχήματος 15-16 εξασθενίσει, το όργανο αυτό θα είχε πολύ υψηλή ή πολύ χαμηλή ένδειξη για συγκεκριμένο ρεύμα;
15. (α) Ποια είναι η θέση του δρόχου στο σχήμα 15-19 σε σχέση με το μαγνητικό πεδίο όταν ο συλλέκτης αντιστρέφει το ρεύμα στο δρόχο;
 - (β) Γιατί πρέπει να αντιστραφεί το ρεύμα στο δρόχο;
16. Πώς θα μπορούσατε να αντιστρέψετε τη φορά περιστροφής της σπείρας στο σχήμα 15-19;

15-6 Δυνάμεις μεταξύ δυο ρευμάτων.

Ένα ηλεκτρικό ρεύμα παράγει μαγνητικό πεδίο. Ένα μαγνητικό πεδίο ασκεί δύναμη επάνω σε ρεύμα. Επομένως συμπεραίνουμε ότι δυο ηλεκτρικά ρεύματα θα ασκούν δύναμη το ένα επί του άλλου. Αυτό ακριδώς συμβαίνει στο σχήμα 15-12. Όταν δεν υπάρχει ρεύμα στο πηνίο, δεν υπάρχει και μαγνητικό πεδίο και δεν ασκείται δύναμη στο ζυγό ακόμη και αν το σύρμα του ζυγού διαρρέεται από ρεύμα. Αν υπάρχει ρεύμα στο ζυγό και στο πηνίο, ασκείται και στα δυο μία δύναμη. Επειδή ο ζυγός κινείται, η δύναμη επάνω του μπορεί να μετρηθεί εύκολα.

Η δύναμη μεταξύ δυο ρευμάτων μπορεί επίσης να επιδειχθεί αν χρησιμοποιήσουμε δυο ευθύγραμμα σύρματα (σχ. 15-20). Αν εφαρμόσουμε τον κανόνα του δεξιού χεριού, θα δούμε ότι η δύναμη στο τμήμα του ζυγού που είναι παράλληλο προς το μακρύ σύρμα, τραβά το ζυγό προς τα

Σχήμα 15-20 Ένας ζυγός ρεύματος έχει τοποθετηθεί παράλληλα προς ένα μακρύ ευθύγραμμο σύρμα. Με αυτή τη διάταξη ο ζυγός και το σύρμα έχουν το ίδιο ρεύμα. Το ευθύγραμμο τμήμα L του ζυγού ρεύματος βρίσκεται ακριβώς επάνω από το μακρύ ευθύγραμμο σύρμα.



κάτω, προς το σύρμα. Μπορούμε να εφαρμόσουμε μια ίση και αντίθετη δύναμη τοποθετώντας μικρά δάρη στην άλλη πλευρά του ζυγού.

Η μέτρηση της δυνάμεως μεταξύ δυο αγωγών που διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα μας δίνει τη σχέση μεταξύ του ηλεκτρικού ρεύματος, της δυνάμεως και του μήκους. Αφού έχουν ορισθεί οι μονάδες για το μήκος και τη δύναμη, ένα τέτοιο πείραμα μας δίνει τη μέθοδο για τον ορισμό της μονάδας του ηλεκτρικού ρεύματος. Στην περίπτωση της δυνάμεως μεταξύ δυο παραλλήλων συρμάτων (σχ. 15-20) η δύναμη είναι ανάλογη προς το τετράγωνο του ρεύματος και το μήκος του παράλληλου τμήματος και αντιστρόφως ανάλογη προς την απόσταση μεταξύ των συρμάτων:

$$F = (\text{σταθερά}) \frac{I^2 L}{d}$$

Ορίζουμε το ampere, αν δεχθούμε ότι η σταθερά είναι ίση προς $2 \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$. Αν δηλαδή η δύναμη ανάμεσα σε ένα πολύ μακρύ σύρμα και ένα παράλληλο τμήμα ενός άλλου σύρματος, μήκους 1 m και σε απόσταση 1 m, είναι $2 \times 10^{-7} \text{ N}$, τότε το ρεύμα στο σύρμα και στο τμήμα του άλλου σύρματος είναι 1 A. Αυτή η τιμή της σταθεράς αναλογίας κάνει τη μονάδα του ηλεκτρικού δυναμικού 1 volt = 1 watt ανά ampere να πλησιάζει πολύ στη διαφορά δυναμικού που δίνεται από ένα κοινό ηλεκτρικό στοιχείο (βλ. παράγρ. 12-3).

Υπάρχουν και άλλοι τρόποι μετρήσεως της δυνάμεως μεταξύ δυο ρευμάτων που είναι πιο βολικοί και πιο ακριβείς για το σκοπό βαθμονόμησης ενός αμπερομέτρου, όπως είναι η δύναμη που μετριέται μεταξύ δυο κυκλικών συρμάτων. Αλλά αν εξαιρέσει κανείς τη διαφορά της γεωμετρίας, οι διάφοροι μέθοδοι είναι ισοδύναμες και παρέχουν ένα άμεσο ορισμό του ampere. Το coulomb, ως μονάδα φορτίου, ορίζεται ως ampere-second (βλ. παράγρ. 12-4).

15-7 Δυνάμεις σε φορτισμένα σωματίδια που κινούνται μέσα σε μαγνητικό πεδίο.

Είδαμε ότι ένας αγωγός που διαρρέεται από ρεύμα υφίσταται μία δύναμη όταν βρίσκεται σε ένα μαγνητικό πεδίο. Αφού το ηλεκτρικό ρεύμα είναι κίνηση φορτισμένων σωματιδίων, είναι φυσικό να περιμένουμε ότι το μαγνητικό πεδίο δρα κατευθείαν στο κάθε ένα από τα φορτισμένα σωματίδια – στα ιόντα ή ηλεκτρόνια που η κίνησή τους παράγει το ηλεκτρικό ρεύμα. Η δύναμη που ασκείται στο σύνολο του αγωγού είναι το άθροισμα των δυνάμεων που ενεργούν στα σωματίδια.

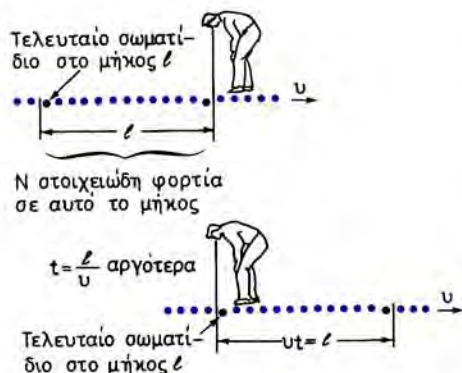
Μπορούμε να ελέγξουμε αυτή την ιδέα αν εκτοξεύσουμε μία δέσμη ηλεκτρονίων από ένα κανόνι ηλεκτρονίων μέσα σε ατμούς υδραργύρου ή αέριο υδρογόνο σε χαμηλή πίεση. Τα ηλεκτρόνια που θγαίνουν από τη σχισμή κάνουν το αέριο, που έχει χαμηλή πίεση, να φωτοβολεί. Έτσι η τροχιά της δέσμης είναι ορατή σε ένα συσκοτισμένο δωμάτιο (σχ. 15-21). Κατόπιν πλησιάζουμε ένα μαγνήτη στο σωλήνα με τέτοιο προσανατολισμό, ώστε το μαγνητικό πεδίο να έχει κατεύθυνση από εμάς προς το σωλήνα. Ο σωλήνας βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο. Η δέσμη αποκλίνει κατά ορθή γωνία ως προς την αρχική διεύθυνσή της και τη διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου.

Για την ακρίβεια, τα ηλεκτρόνια κινούνται στην αρχή κατακόρυφα προς τα επάνω. Αφού τα ηλεκτρόνια είναι σωματίδια φορτισμένα αρνητικά, η δέσμη αντιστοιχεί προς ένα ρεύμα που κατευθύνεται κατακόρυφα προς τα κάτω. Τότε σύμφωνα με τον κανόνα που δγάλαμε για τις κατευθύνσεις, η δύναμη που δρα σε κινούμενα σωματίδια πρέπει να τα έλκει προς τα δεξιά. Πράγματι, καθώς η δέσμη ανεβαίνει, αποκλίνει προς τα δεξιά. Αν αντιστρέψουμε το μαγνήτη η δέσμη αποκλίνει αντίστροφα.

Τώρα θα υπολογίσουμε τη δύναμη που δρα σε ένα φορτισμένο σωματίδιο, το οποίο κινείται με δεδομένη ταχύτητα σε ένα γνωστό μαγνητικό πεδίο. Για το σκοπό αυτό θεωρούμε ότι υπάρχει ένα ρεύμα από στοιχειώδη σωματίδια που έχουν ίσες αποστάσεις μεταξύ τους, κινούνται όλα με την ίδια ταχύτητα και παράγουν ένα ρεύμα I . Αν χρησιμοποιήσουμε τη σχέση $F = I \cdot l \cdot B \perp$ μπορούμε να βρούμε τη δύναμη F_1 σε ένα από αυτά τα

Σχήμα 15-21 Ένα πείραμα που δείχνει την απόκλιση φορτισμένων σωματιδίων που κινούνται σε ένα μαγνητικό πεδίο. Στο (α), ηλεκτρόνια που έχουν επιταχυνθεί από το κανόνι κινούνται κατακόρυφα προς τα επάνω, αφήνοντας πίσω τους μία τροχιά από αέριο που φωτοβολεί. Δεν υπάρχει μαγνητικό πεδίο. Όταν υπάρχει μαγνητικό πεδίο (β), η τροχιά των ηλεκτρονίων κάμπτεται σε κυκλικό τόξο. (Χρησιμοποιήσαμε ένα ζεύγος πηνίων αντί για ραβδόμορφο μαγνήτη, για να έχουμε ομογενές πεδίο μέσα σε ένα χώρο όπου μπορούμε να κάνουμε παρατηρήσεις).





Σχήμα 15-22 Ένας υποθετικός παρατηρητής βλέπει ένα ρεύμα από στοιχειώδη φορτία που κινούνται με ταχύτητα v . Μετρά N σωματίδια, όταν τον προσπερνά ένα μήκος l του συρμού των σωματιδίων. Αυτό γίνεται σε χρόνο $t = l/v$.

στοιχειώδη φορτία. Αν υπάρχουν N στοιχειώδη φορτία σε μήκος l , τότε:

$$F_1 = \frac{l B_{\perp}}{N}$$

Για να εκφράσουμε τη δύναμη F_1 ως συνάρτηση της ταχύτητας v των φορτίων, πρέπει να υπολογίσουμε το ρεύμα ως συνάρτηση του αριθμού των φορτίων N σε μήκος l . Για να δούμε πώς εκφράζεται το I ως συνάρτηση των N , l και v , φανταζόμαστε ότι υπάρχει ένας παρατηρητής στην αρχή του μήκους l που μετρά τα στοιχειώδη φορτία (του συρμού φορτίων) καθώς περνούν (σχ. 15-22). Επειδή κάθε φορτίο κινείται με ταχύτητα v , τα N φορτία που βρίσκονται στο μήκος l περνούν εμπρός από τον παρατηρητή σε χρόνο $t = l/v$.

Αλλά το ρεύμα I είναι το συνολικό φορτίο που περνά ανά δευτερόλεπτο. Αφού ένα στοιχειώδες φορτίο είναι e ($= 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$), το ρεύμα σε ampere θα είναι:

$$\frac{e N}{t}$$

Αν εκφράσουμε το χρόνο ως l/v , η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$I = \frac{e N}{l/v} = \frac{e N v}{l}$$

Αν αντικαταστήσουμε αυτή την έκφραση για το I στην προηγούμενη έκφραση για την F_1 , έχουμε:

$$F_1 = \frac{l B_{\perp}}{N} = \frac{e N v}{l} \times \frac{l B_{\perp}}{N} = e v B_{\perp}$$

Η δύναμη σε ένα στοιχειώδες φορτίο είναι συνάρτηση μόνο της ταχύτητάς του και του μέτρου της κάθετης συνιστώσας του μαγνητικού πεδίου. Αν ένα σωματίδιο που κινείται με ταχύτητα v φέρει n στοιχειώδη φορτία ($q = ne$), η δύναμη σε αυτό θα είναι n φορές μεγαλύτερη:

$$F = n F_1 = q v B_{\perp}$$

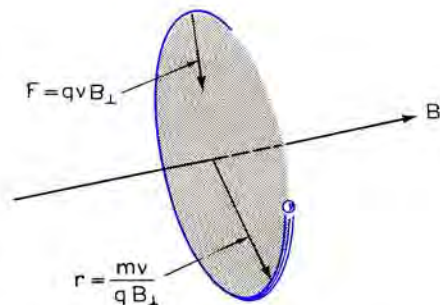
Ας εξετάσουμε τη σημασία αυτού του αποτελέσματος για ένα φορτισμένο σωματίδιο που κινείται καθέτως ως προς ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο ($B_{\perp} = B$). Επειδή η μαγνητική δύναμη είναι πάντοτε κάθετη προς την ταχύτητα, δεν παράγεται έργο από τη μαγνητική δύναμη. Επομένως το qvB έχει πάντοτε την ίδια τιμή και η κατεύθυνσή του είναι πάντα κάθετη προς τα $\vec{v}$ και $\vec{B}$. Μία τέτοια δύναμη προκαλεί κυκλική κίνηση. Αυτό φαίνεται από την τροχιά των ηλεκτρονίων στο σχήμα 15-21.

Η ακτίνα r της κυκλικής τροχιάς μπορεί να υπολογιστεί από την κεντρομόλο δύναμη που είναι η μαγνητική δύναμη qvB .

$$\frac{m v^2}{r} = q v B \quad \text{ή} \quad r = \frac{mv}{qB}$$

Η ακτίνα του κύκλου μπορεί να μετρηθεί. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την τελευταία εξίσωση για να βρούμε την ορμή mv του σωματιδίου για γνωστά φορτία και μαγνητικό πεδίο.

17. Τι συμβαίνει στην ακτίνα του κύκλου στο σχήμα 15-21(β), αν αυξηθεί το δυναμικό επιταχύνσεως μέσα στο ηλεκτρονικό κανόνι;
18. Από τι εξαρτάται η μαγνητική δύναμη σε ένα κινούμενο ηλεκτρικό φορτίο;
19. Πώς συγκρίνονται οι ορμές ενός πρωτονίου και ενός ηλεκτρονίου, αν και τα δυο κινούνται κάθετα προς το ίδιο μαγνητικό πεδίο σε κύκλους της ίδιας ακτίνας;
20. Ας υποθέσουμε ότι έχουμε μια δέσμη ηλεκτρονίων, που κινούνται με ταχύτητα $v = 3,00 \times 10^6$ m/s και προκαλούν ρεύμα 1,00 microampere (μ A).
 - (α) Πόσα ηλεκτρόνια ανά δευτερόλεπτο περνούν από μια διατομή της δέσμης σε ορισμένο σημείο;
 - (β) Πόσα ηλεκτρόνια βρίσκονται σε 1,00 μέτρο της δέσμης;
 - (γ) Ποια είναι η συνολική δύναμη σε όλα τα ηλεκτρόνια που βρίσκονται σε 1,00 μέτρο της δέσμης καθώς κινούνται μέσα σε ένα πεδίο 0,10 newton/ampere-meter;
 - (δ) Ποια είναι η δύναμη σε ένα μόνο ηλεκτρόνιο, αν υποθέσετε ότι κάθε ηλεκτρόνιο δέχεται την ίδια δύναμη;
21. Ποιο είναι το πρόσημο του φορτίου στο σωματίδιο του σχήματος 15-23; Πώς φθάσατε σε αυτό το συμπέρασμα;



Σχήμα 15-23 Όταν ένα φορτισμένο σωματίδιο κινείται κάθετα προς ένα μαγνητικό πεδίο, δέχεται μαγνητική δύναμη $F = qvB_{\perp}$ κάθετη προς την τροχιά του. Αν το πεδίο είναι ομογενές, το σωματίδιο κινείται σε κύκλο με ακτίνα $r = mv/qB_{\perp}$.

15-8 Χρησιμοποίηση μαγνητικών πεδίων για τη μέτρηση της μάζας φορτισμένων σωματιδίων.

Στην παράγραφο 14-3 είδαμε ότι σωματίδια με φορτίο q , που ξεκινούν από ηρεμία και επιταχύνονται από διαφορά δυναμικού V , αποκτούν κινητική ενέργεια.

$$\frac{1}{2} mv^2 = qV \quad (1)$$

Στην προηγούμενη παράγραφο μάθαμε ότι η ορμή του σωματιδίου είναι ανάλογη προς την ακτίνα της τροχιάς του σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο.

$$mv = qBr \quad (2)$$

Αν υψώσουμε τη δεύτερη εξίσωση στο τετράγωνο και αντικαταστήσουμε το v^2 στην εξίσωση (1), θα έχουμε:

$$m = \frac{qB^2 r^2}{2V} \quad (3)$$

Η εξίσωση (3) κάνει μία πολύ σοβαρή πρόβλεψη. Ας υποθέσουμε ότι επιταχύνουμε ένα είδος φορτισμένου σωματιδίου μέσα από διαφορετικές διαφορές δυναμικού V και παρατηρούμε την απόκλιση του μέσα σε διάφορα μαγνητικά πεδία B που είναι κάθετα προς την ταχύτητά του.

Τότε η ακτίνα των κυκλικών τροχιών θα είναι τέτοια, ώστε η τιμή του m θα είναι πάντοτε ίδια. Αυτό κάνουμε και στην πραγματικότητα. Οι λεπτομέρειες των πειραματικών διατάξεων ποικίλλουν. Αλλά η αρχή είναι η ίδια και φαίνεται στο σχήμα 15-24. Το αέριο που μπαίνει στον αριστερό θάλαμο ιοντίζεται λόγω συγκρούσεων με ηλεκτρόνια. Τα ηλεκτρόνια παράγονται από μία θερμή κάθοδο και επιταχύνονται από μία διαφορά δυναμικού, ώστε να αποκτήσουν αρκετή κινητική ενέργεια. Τα ιόντα κινούνται μέσα από την οπή και μπαίνουν στο χώρο μεταξύ των πλακών επιταχύνσεως. Τότε η δέσμη που παράγεται αποκλίνει λόγω του μαγνητικού πεδίου. Από τη θέση του σημείου επάνω στη φωτογραφική πλάκα μπορούμε να υπολογίσουμε το r .

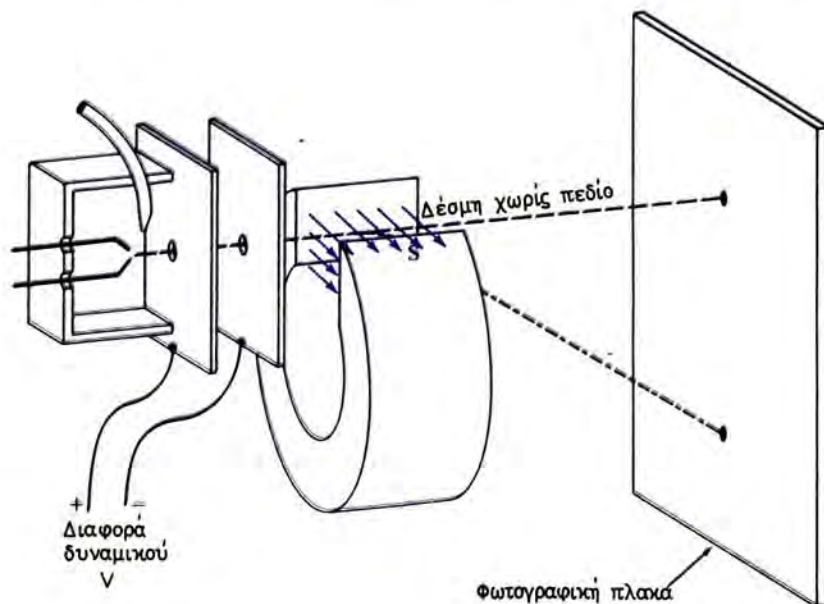
Όταν κάνουμε ένα τέτοιο πείραμα με υδρογόνο, επάνω στη φωτογραφική πλάκα εμφανίζεται ένα σημείο. Η μεταβολή της ενέργειας των ηλεκτρονίων που ιοντίζουν το αέριο δεν επιδρά καθόλου στο αποτέλεσμα. Η μάζα του ιόντος του υδρογόνου ή πρωτονίου είναι:

$$m_p = 1,672 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

Όταν κάνουμε το ίδιο πείραμα με ήλιο, το σημείο στη φωτογραφική πλάκα αντιστοιχεί προς μάζα:

$$m_{He} = 6,647 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

Αυτή η μάζα είναι περίπου τετραπλάσια από τη μάζα του πρωτονίου ή ιόντος του υδρογόνου. Αλλά όταν χρησιμοποιήσουμε ηλεκτρόνια με περισσότερη ενέργεια για να ιοντίσουμε το αέριο του ηλίου, εμφανίζεται ένα άλλο σημείο που αντιστοιχεί μόνο στο μισό του $6,647 \times 10^{-27} \text{ kg}$, αν



Σχήμα 15-24 Ένας απλός φασματογράφος μάζας. Τα ιόντα επιταχύνονται μέχρι μία γνωστή κινητική ενέργεια από το ηλεκτρικό πεδίο που βρίσκεται μεταξύ των πλακών. Στο μαγνητικό πεδίο η τροχιά τους κάμπτεται και διαγράφουν τόξο κύκλου. Τα ιόντα προσκρούουν σε μία οθόνη ή φωτογραφική πλάκα και από την απόκλιση μπορούμε να υπολογίσουμε την ακτίνα του κύκλου.

υποθέσουμε ότι και το σημείο αυτό αντιστοιχεί σε ένα ιόν με φορτίο $+1e$. Αν υπήρχε ένα άλλο είδος ατόμων του ηλίου με μάζα μισή από την κανονική, θα ήταν δύσκολο να εξηγήσουμε γιατί τα ιόντα του δεν παράγονται μαζί με τα άλλα ιόντα. Μία λογική εξήγηση είναι ότι το δεύτερο σημείο οφείλεται σε ένα ιόν ηλίου με φορτίο $+2e$. Άλλα ανεξάρτητα πειράματα υποδεικνύουν ότι αυτή είναι η σωστή εξήγηση. Δεν παρατηρήθηκε ποτέ ιόν ηλίου με φορτίο μεγαλύτερο από $+2e$. Επομένως συμπεραίνουμε ότι τα ουδέτερα άτομα του ηλίου αποτελούνται από δυο ηλεκτρόνια και ένα διπλά φορτισμένο θετικό ιόν.

Η μάζα του ηλεκτρονίου μπορεί να μετρηθεί με μία συσκευή όμοια με αυτή του σχήματος 15-24. Η πηγή των ιόντων αντικαθίσταται με μία θερμή κάθοδο. Πρέπει να αντιστραφούν οι πολικότητες των πλακών επιταχύνσεως και να γίνουν επίσης και άλλες προσαρμογές. Πάντως, στο σύνολό της, η μέτρηση της μάζας των ηλεκτρονίων είναι πολύ απλούστερη από τη μέτρηση της μάζας του πρωτονίου. Μπορείτε μάλιστα να την κάνετε και εσείς στο εργαστήριο. Αν την κάνετε, θα βρείτε μία τιμή κοντά στην

$$m_e = 9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

Έτσι:

$$\frac{m_p}{m_e} = \frac{1,672 \times 10^{-27}}{9,109 \times 10^{-31}} = 1,836 \times 10^3$$

Η μάζα ενός ηλεκτρονίου είναι περίπου το ένα δια δύο χιλιάδες της μάζας του πρωτονίου, δηλαδή του πιο ελαφρού ιόντος. Σχεδόν όλη η μάζα του ατόμου βρίσκεται στο θετικό ιόν.

-
22. Ένα απλά φορτισμένο ιόν νατρίου επιταχύνεται από διαφορά δυναμικού 90 V. Κατόπιν υφίσταται απόκλιση μέσα σε μαγνητικό πεδίο 0,100 N/A κάθετα προς τη δέσμη. Η ακτίνα του κυκλικού τμήματος της τροχιάς είναι 0,066 m. Ποια είναι η μάζα του ιόντος του νατρίου;
23. Φορτισμένα σωματίδια επιταχύνονται από ένα ομογενές ηλεκτρικό πεδίο και υφίστανται απόκλιση από ένα μαγνητικό πεδίο. Ποιες ποσότητες πρέπει να μετρηθούν για να προσδιορισθεί η μάζα των σωματιδίων;
-

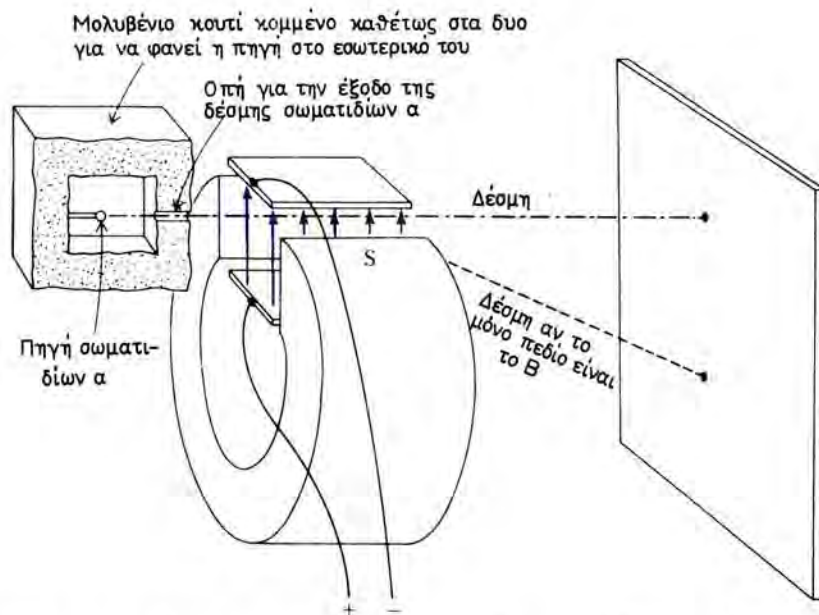
15-9 Σωματίδια άλφα.

Τα σωματίδια άλφα είναι θετικά φορτισμένα σωματίδια που εκπέμπονται από μερικά ραδιενεργά στοιχεία, όπως π.χ. το πολώνιο. Μπορούν να υποστούν απόκλιση σε μαγνητικά πεδία. Από τη μέτρηση αυτής της αποκλίσεως μπορούμε να υπολογίσουμε την ορμή τους:

$$mv = qBr$$

με την προϋπόθεση ότι κάνουμε κάποια παραδοχή για την τιμή του q . Για να προσδιορίσουμε τη μάζα των σωματιδίων άλφα, πρέπει να κάνουμε μία άλλη μέτρηση που θα μας επιτρέψει να υπολογίσουμε την ταχύτητα v . Αντίθετα προς τα ιόντα που μπορούν να παραχθούν σε κατάσταση

Σχήμα 15-25 Μέτρηση της ταχύτητας των σωματιδίων άλφα. Με ένα ζεύγος μεταλλικών πλακών τοποθετημένων οριζόντια μέσα στο σωλήνα, μπορούμε να ασκήσουμε ηλεκτρική δύναμη ίση και αντίθετη προς τη μαγνητική δύναμη. Τότε τα σωματίδια δεν αποκλίνουν και η ταχύτητά τους είναι $v = E/B$. Αυτή η εικόνα είναι σχηματική. Σε ένα πραγματικό πείραμα πρέπει να αλλάξουμε τις διαστάσεις για να έχουμε γνωστά, ομογενή ηλεκτρικά και μαγνητικά πεδία. Επίσης, η συσκευή βρίσκεται σε σύστημα κενού, για να αποφύγουμε τη σκέδαση και την απώλεια ενέργειας όταν τα σωματίδια άλφα κτυπήσουν τα μόρια του αέρα.



ηρεμίας και κατόπιν να επιταχυνθούν από μία γνωστή διαφορά δυναμικού, τα σωματίδια άλφα παράγονται με μεγάλη ταχύτητα. Έτσι πρέπει να χρησιμοποιήσουμε διαφορετική μέθοδο. Μία τέτοια μέθοδος φαίνεται στο σχήμα 15-25. Μία δέσμη σωματιδίων άλφα αφήνει τη θωρακισμένη πηγή από μία μικρή οπή. Όταν δεν υπάρχει πεδίο αποκλίσεως, τα σωματίδια θα συνεχίσουν να κινούνται σε ευθεία γραμμή. Τώρα όμως που υπάρχει μαγνητικό πεδίο, τα σωματίδια θα αποκλίνουν, όπως φαίνεται. Αυτή η απόκλιση μπορεί να αναιρεθεί από μία αντίθετη ηλεκτρική δύναμη, που παράγεται από το ηλεκτρικό πεδίο δυο πλακών, οι οποίες είναι φορτισμένες αντίθετα. Όταν συμβεί αυτό, τα σωματίδια άλφα θα προσκρούσουν στον ανιχνευτή στην ίδια θέση που θα προσέκρουαν αν δεν υπήρχε κανένα πεδίο αποκλίσεως. Υπό αυτές τις συνθήκες:

$$qBv = qE \quad \text{ή} \quad v = \frac{E}{B}$$

Προσέξτε ότι η τιμή του v είναι ανεξάρτητη από το φορτίο στο σωματίδιο άλφα.

Για σωματίδια άλφα που παράγονται από το πολώνιο $v = 1,6 \times 10^7$ m/s. Για την ορμή βρίσκουμε $mv = 0,53 \times 10^{-19}$ kg · m/s, υποθέτοντας ότι το φορτίο $q = 1e$ και $mv = 1,06 \times 10^{-19}$ kg · m/s για $q = 2e$.

Από αυτά τα στοιχεία έχουμε δυο τιμές για το λόγο ορμή / ταχύτητα ($= m$):

$$3,3 \times 10^{-27} \text{ kg} \quad \text{και} \quad 6,6 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

Αυτές οι τιμές είναι ίδιες με αυτές που παίρνομε με τις ίδιες προϋποθέσεις για τη μάζα των ιόντων του ηλίου από το δεύτερο σημείο επάνω στη φωτογραφική πλάκα (βλ. παράγρ. 15-8). Είναι δυνατόν τα σωματίδια άλφα να είναι ιόντα ηλίου φορτισμένα διπλά; Θα περιγράψουμε ένα πείραμα που απαντά σε αυτή την ερώτηση. Επιπλέον, αυτό



Σχήμα 15-26 Ο σφραγισμένος σωλήνας χαλαζία που περιέχει πολώνιο. Το πολώνιο παράγει μία γαλάζια ανταύγεια που προκαλείται από τα σωματίδια ηλίου όταν κτυπούν το χαλαζία. Αυτή η φωτογραφία πάρθηκε με το φως από τη γαλάζια ανταύγεια.



Σχήμα 15-27 Ο σωλήνας χαλαζία όταν ανοίχτηκε μέσα σε νερό. Το μήκος της στήλης του αερίου είναι 5,0 cm.

το πείραμα παρέχει μία μέτρηση της μάζας των σωματιδίων άλφα που είναι ανεξάρτητη από το φορτίο τους.

Μία μικρή ποσότητα καθαρού πολωνίου τοποθετήθηκε μέσα σε ένα σωλήνα κενού από χαλαζία και σφραγίστηκε (σχ. 15-26). Μετά από τρεις εβδομάδες διαπιστώθηκε η ύπαρξη ηλίου με ανάλυση του φάσματος του αερίου που συσσωρεύτηκε στον κύλινδρο (βλ. παράγρ. 16-3). Κατόπιν έσπασαν τον κύλινδρο μέσα σε νερό. Το νερό άσκησε στο ήλιο πίεση πρακτικά ίση με την ατμοσφαιρική (σχ. 15-27). Από τις διαστάσεις του κυλίνδρου και την πυκνότητα του ηλίου υπολογίστηκε η μάζα του αερίου του ηλίου.

Για να βρούμε τη μάζα ενός μόνο ατόμου του ηλίου πρέπει να γνωρίζουμε τον αριθμό των ατόμων του ηλίου μέσα στον κύλινδρο. Για να βρεθεί ο αριθμός αυτός, το πολώνιο διαλύθηκε μέσα σε ένα οξύ και μετρήθηκαν τα σωματίδια άλφα που παράγονται σε ένα λεπτό από μία πολύ μικρή γνωστή ποσότητα πολωνίου. [Ο μετρητής θα είχε κορεστεί, (φρακάρει), αν είχε χρησιμοποιηθεί όλο το δείγμα του πολωνίου].

Από αυτά τα στοιχεία υπολογίστηκε ο ολικός αριθμός των σωματιδίων άλφα. Αν καταγραφούν όλα τα σωματίδια άλφα και αν το κάθε ένα γίνει ουδέτερο άτομο ηλίου, τότε:

$$\text{μάζα ενός μόνο ατόμου ή ιόντος} = \frac{\text{μάζα ηλίου}}{\text{αριθμό ατόμων}}$$

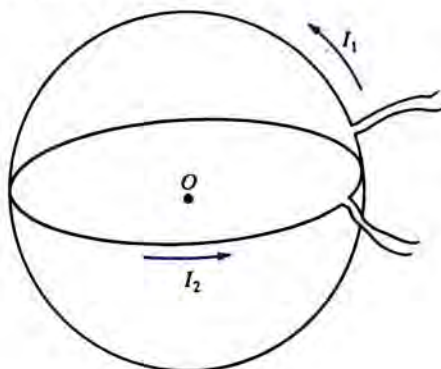
Παρόλο ότι αυτό το πείραμα βασίζεται σε απλή αρχή, υπάρχουν τεχνικά προβλήματα που μπορούν να προκαλέσουν πειραματικά λάθη. Ο μέσος όρος αρκετών μετρήσεων έδωσε την τιμή $6,44 \times 10^{-27}$ kg. (Για λεπτομερή στοιχεία μιας μετρήσεως βλ. πρόβλημα 34). Αυτή η τιμή

πλησιάζει πολύ προς $6,6 \times 10^{-27}$ kg, τη μάζα δηλαδή που παίρνουμε για τα ιόντα του ηλίου από ένα φασματογράφο μάζας με την υπόθεση ότι τα ιόντα του ηλίου μπορούν να φέρουν ένα ή δυο στοιχειώδη φορτία. Αφού τα άτομα είναι ουδέτερα, το φορτίο στο ηλεκτρόνιο είναι επίσης ένα (αρνητικό) στοιχειώδες φορτίο. Έτσι, παρουσιάσαμε την ανεξάρτητη απόδειξη για τον ορισμό που δώσαμε στην παράγραφο 14-2 σαν μία λογική υπόθεση.

24. Στο σχήμα 15-25 προς ποια κατεύθυνση θα αποκλίνουν σωματίδια άλφα που έχουν ταχύτητα $v < E/B$;
25. Από μία δέσμη σωματιδίων άλφα θέλετε να ξεχωρίσετε όσα έχουν ταχύτητα $8,0 \times 10^6$ m/s. Έχετε ένα ηλεκτρικό πεδίο $E = 2,0 \times 10^3$ N/C, κάθετο προς τη δέσμη. Ποιο πρέπει να είναι το μέτρο του μαγνητικού πεδίου που είναι κάθετο προς τη δέσμη και προς το ηλεκτρικό πεδίο;

Για το σπίτι, την τάξη και το εργαστήριο.

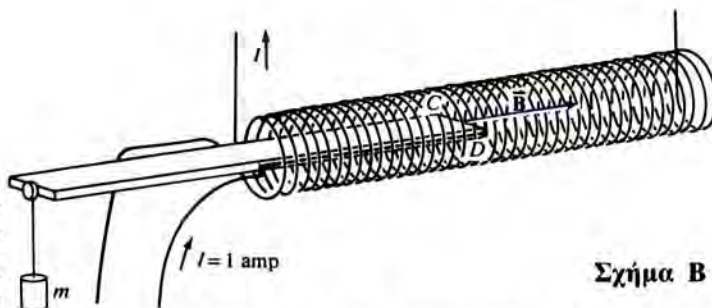
26. Δυο κυκλικοί βρόχοι από σύρμα, με την ίδια ακτίνα, έχουν τοποθετηθεί κατά ορθή γωνία μεταξύ τους και με κοινό κέντρο (σχ. Α). Αν $I_1 = 3,0$ A και $I_2 = 4,0$ A, ποια είναι η κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου στο O;



Σχήμα Α

27. Να υποθέσετε ότι δυο βρόχοι έχουν στερεωθεί σε ορθή γωνία μεταξύ τους και ότι μπορείτε να δώσετε ρεύμα και κατά τις δυο φορές και στους βρόχους. Αν αγνοήσετε το πεδίο της γης, πόσα διαφορετικά μαγνητικά πεδία μπορείτε να δημιουργήσετε, αν κάθε φορά που συνδέεται ένας βρόχος με την πηγή του ρεύματος, διαρρέεται από ρεύμα 2 A;
28. Το μαγνητικό πεδίο μέσα σε ένα μακρύ σωληνοειδές πηνίο είναι ομογενές και παράλληλο προς τον άξονα του σωληνοειδούς.

- (α) Ποια είναι η δύναμη σε ένα σύρμα που διαρρέεται από ρεύμα και που βρίσκεται μέσα στο σωληνοειδές, παράλληλο προς τον άξονά του;
- (β) Ποια είναι η δύναμη στο σύρμα που φαίνεται στο σχήμα Β, το οποίο διαρρέεται από ένα ρεύμα 1,0 A, αν το πεδίο $\vec{B}$ στο σωληνοειδές είναι $1,0 \times 10^{-2}$ N/A · m και το μήκος CD είναι 2 cm;
- (γ) Πόση μάζα m πρέπει να τοποθετηθεί στο άλλο άκρο του ζυγού για να τον εμποδίσει να γύρει;
- (δ) Να περιγράψετε πώς μπορείτε να χρησιμοποιήσετε αυτή τη διάταξη σαν ένα αμπερόμετρο.

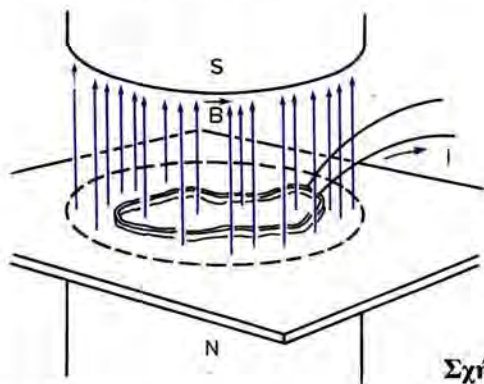


Σχήμα Β

29. (α) Να δείξετε ότι ένας τετράγωνος βρόχος από σύρμα που διαρρέεται από ρεύμα θα τείνει πάντοτε να πάρει τέτοια θέση μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο, ώστε το επίπεδό του να είναι κάθετο προς το πεδίο.
- (β) Πώς ενεργούν οι μαγνητικές δυνάμεις στο βρό-

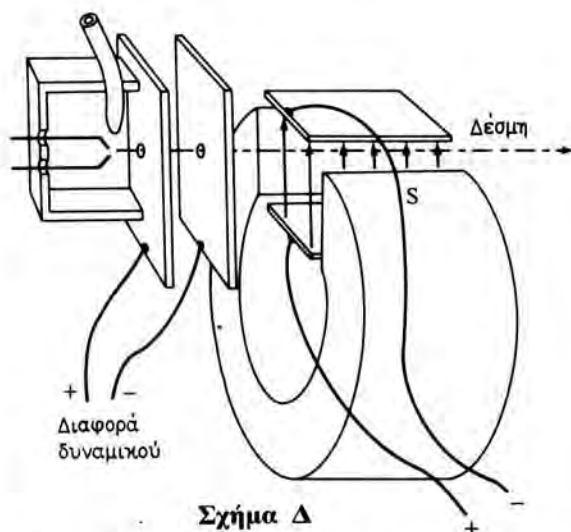
χο σ' αυτή τη θέση; (Υπόδειξη: σχεδιάστε μία πλάγια όψη).

30. Μία λαστιχένια λωρίδα έχει αγωγίμη επικάλυψη. Ηλεκτρικές συνδέσεις τοποθετούνται στη λωρίδα ώστε να διαρρέεται από ρεύμα. (σχ. Γ). Τι συμβαίνει όταν τοποθετηθεί στο μαγνητικό πεδίο που φαίνεται στο σχήμα;
31. Μία δέσμη πρωτονίων με κινητική ενέργεια E_K εισάγεται στο χώρο ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου $\vec{B}$ που έχει κάθετη διεύθυνση ως προς τη δέσμη.
- (α) Να δρείτε εκφράσεις για την ακτίνα και την περίοδο της κυκλικής κινήσεως που προκύπτει, ως συναρτήσεις της εντάσεως του μαγνητικού πεδίου.
- (β) Πώς θα επηρεασθούν οι απαντήσεις σας στο (α) αν η ενέργεια κατά την είσοδο τετραπλασιασθεί;
- (γ) Πρωτόνια με ενέργεια $4,60 \times 10^5$ electronvolt εισάγονται σε ένα συγχροτρόνιο πρωτονίων, όπου η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι $2,10 \times 10^{-2} \text{ N/A} \cdot \text{m}$. Να υπολογισθεί η ακτίνα και η περίοδος της κυκλικής κινήσεως.



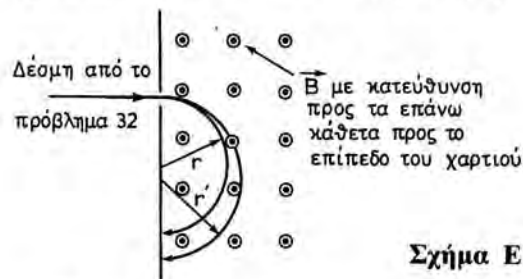
Σχήμα Γ

32. Μία δέσμη ιόντων με κινητική ενέργεια E_K εισάγεται σε ένα χώρο όπου υπάρχει ένα ομογενές ηλεκτρικό πεδίο $E = 1,0 \times 10^3 \text{ N/C}$ και ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο $B = 2,0 \times 10^{-2} \text{ N/A} \cdot \text{m}$. Το ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο είναι κάθετα μεταξύ τους και επίσης και τα δυο είναι κάθετα προς τη δέσμη. Έτσι οι ηλεκτρικές και μαγνητικές δυνάμεις σε ένα ιόν είναι αντίθετες (βλ. σχ. Δ). Ποια είναι η ταχύτητα των ιόντων που **δεν αποκλίνουν** όταν κινούνται μέσα από τα διασταυρωμένα ηλεκτρικά και μαγνητικά πεδία;
33. Τα ιόντα του προβλήματος 32 που δεν αποκλίνουν περνούν μέσα από μία σχισμή και κινούνται μέσα



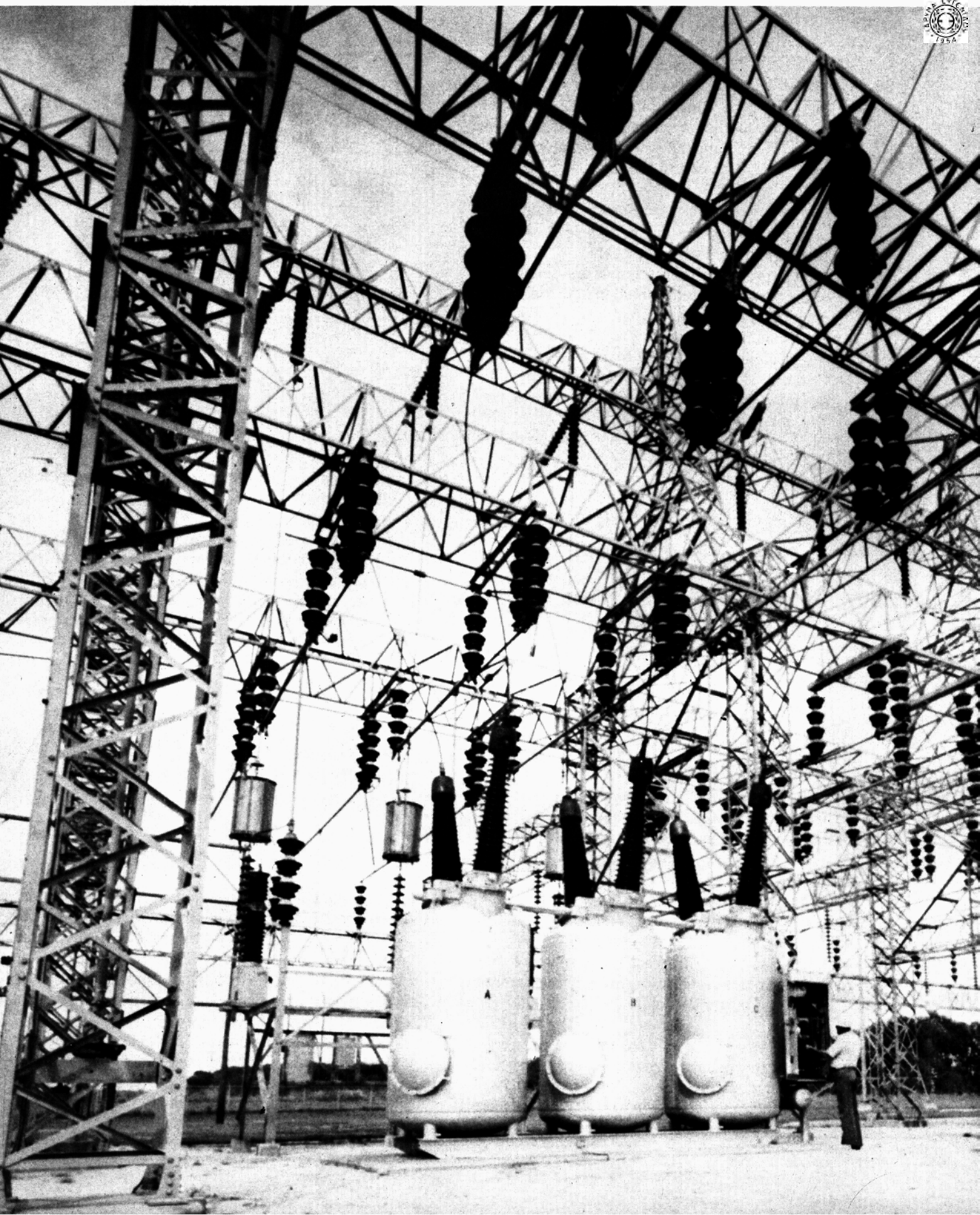
Σχήμα Δ

- σε ένα χώρο όπου υπάρχει ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο $B = 0,09 \text{ N/A} \cdot \text{m}$ κάθετο προς την κίνησή τους (βλ. σχ. Ε). Μέσα στο μαγνητικό πεδίο τα ιόντα συμπληρώνουν ένα ημικύκλιο και κατόπιν προσκρούουν σε μία φωτογραφική πλάκα.
- (α) Ποια είναι η διάμετρος του ημικυκλίου για ένα πρωτόνιο μάζας $3,4 \times 10^{-26} \text{ kg}$;
- (β) Αν η δέσμη των ιόντων αποτελείται από ιόντα με την ίδια ταχύτητα αλλά με μάζες $3,4 \times 10^{-26} \text{ kg}$ και $3,7 \times 10^{-26} \text{ kg}$, ποια θα είναι η απόσταση μεταξύ των σημείων που παράγονται στη φωτογραφική πλάκα από τα δυο είδη ιόντων;



Σχήμα Ε

34. Πήραμε τα εξής στοιχεία σε ένα πείραμα με πολώνιο και ήλιο. Ο όγκος του ηλίου που συλλέξαμε είναι $4,0 \times 10^{-2} \text{ cm}^3$. Η πυκνότητα του ηλίου σε θερμοκρασία δωματίου είναι $1,7 \times 10^{-4} \text{ g/cm}^3$. Ένα ποσοστό ένα προς 10^8 του πολωνίου παράγει $4,0 \times 10^5$ διασπάσεις ανά λεπτό. Η συλλογή του ηλίου είχε διάρκεια $3,0 \times 10^4 \text{ min}$.
- (α) Ποια ήταν η μάζα του ηλίου που συλλέξαμε;
- (β) Ποιος είναι ο ολικός αριθμός των ατόμων του ηλίου που δημιουργήθηκαν;
- (γ) Ποια είναι η μάζα ενός ατόμου ηλίου;



16-1 Επαγόμενο ρεύμα.

Αφότου ο Oersted ανακάλυψε ότι το ηλεκτρικό ρεύμα συνοδεύεται από ένα μαγνητικό πεδίο, πολλοί επιστήμονες άρχισαν να ερευνούν για το «αντίστροφο» φαινόμενο: Μπορεί ένας μαγνήτης να παράγει ρεύμα;

Υποθέστε ότι θέλετε να κάνετε μερικά πειράματα για να διαπιστώσετε αν μπορεί ένας μαγνήτης να παράγει ρεύμα. Θα μπορούσατε να τυλίξετε λίγο σύρμα γύρω από ένα μαγνήτη, να το συνδέσετε με ένα όργανο μετρήσεως ρεύματος για να συμπληρώσετε το κύκλωμα και θα βλέπατε τι γίνεται. Όταν βρίσκατε ότι το όργανο δείχνει μηδέν, θα δοκιμάζατε ένα μεγαλύτερο μαγνήτη. Απογοητευμένοι, ίσως δοκιμάζατε ένα πιο ευαίσθητο όργανο. Ή αντί για το μόνιμο μαγνήτη ίσως θα θέλατε να δημιουργήσετε το μαγνητικό πεδίο διοχετεύοντας ρεύμα μέσα από ένα σωληνοειδές από σύρμα. Θα τοποθετούσατε ένα κομμάτι μαλακού σιδήρου μέσα στο σωληνοειδές κατασκευάζοντας έτσι ένα ηλεκτρομαγνήτη, που θα έδινε ισχυρότερο μαγνητικό πεδίο. Αν κάνατε όλα αυτά τα πράγματα, θα ακολουθούσατε τα ίχνη του μεγάλου πειραματιστή Michael Faraday (Μάικελ Φάρανταιν). Και, όπως ο Faraday, θα βλέπατε ότι η βελόνα του οργάνου δεν κινείται.

Κατόπιν θα θέλατε να δείτε αν η γνώση που έχετε για την κίνηση φορτισμένων σωματίδιων μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο σας δίνει κάποια νύξη. Από το κεφάλαιο 15 θα θυμάστε ότι μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο η δύναμη σε ένα ηλεκτρικό φορτίο είναι ανάλογη προς την ταχύτητα του φορτίου. Έτσι ένα ακίνητο φορτίο δεν υφίσταται δύναμη, ανεξάρτητα από το πόσο ισχυρό είναι το μαγνητικό πεδίο. Ίσως θα συμπεραίνατε αμέσως: Αν θέλω να έχω ρεύμα σε ένα σύρμα που βρίσκεται σε μαγνητικό πεδίο, πρέπει να κινήσω το σύρμα!

Στο σχήμα 16-1 ένα μικρό ευθύγραμμο σύρμα κινείται προς τα αριστερά διαμέσου του μαγνητικού πεδίου. Ο κανόνας του δεξιού χεριού μας δίνει την κατεύθυνση της δυνάμεως στα αρνητικά φορτία του σύρματος. Η δύναμη κατευθύνεται προς το Q. Τα θετικά φορτία ωθούνται προς το πλησιέστερο (προς τον αναγνώστη) άκρο και τα αρνητικά φορτία ωθούνται προς το απώτερο άκρο του σύρματος. (Στην πραγματικότητα στο σύρμα κινούνται μόνο τα ηλεκτρόνια). Βέβαια δεν περιμένετε

Ηλεκτρομαγνητική επαγωγή

16-1 Επαγόμενο ρεύμα

16-2 Σχετική κίνηση

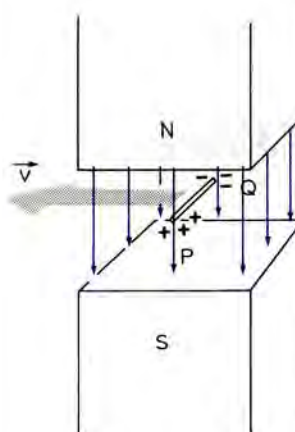
16-3 Μεταβολή της μαγνητικής ροής
ΠΡΟΣΘΕΤΑ ΘΕΜΑΤΑ: Μία γεννήτρια ηλεκτρικού ρεύματος

16-4 Εναλλασσόμενα ρεύματα

16-5 Επαγόμενη ΗΕΔ

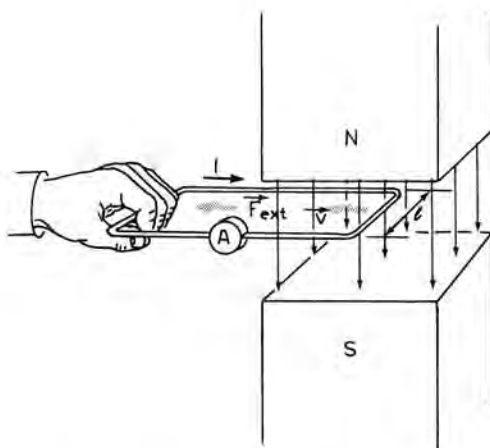
16-6 Φορά της επαγόμενης ΗΕΔ

16-7 Ηλεκτρικά πεδία γύρω από μεταβαλλόμενες μαγνητικές ροές



Σχήμα 16-1 Καθώς το σύρμα κινείται προς τα αριστερά μέσα στο πεδίο του μαγνήτη, τα φορτία στο σύρμα διαχωρίζονται μερικώς.

Φωτογραφία στην σελίδα αριστερά: Γενική άποψη υποσταθμού ενός δικτύου ηλεκτρικής ενέργειας. Οι μεγάλοι κύλινδροι στο έδαφος περιέχουν τους μετασχηματιστές που αλλάζουν την πολύ υψηλή τάση με την οποία εισέρχεται η ισχύς στη χαμλότερη τάση με την οποία εξέρχεται.



Σχήμα 16-2 Καθώς ο συρμάτινος δρόχος σύρεται από μία εξωτερική δύναμη μέσα στο μαγνητικό πεδίο, επάγεται ρεύμα. Σημειώστε ότι ένα μέρος του δρόχου βρίσκεται σε περιοχή με ασθενές πεδίο αρκετά μακριά από το μαγνήτη.

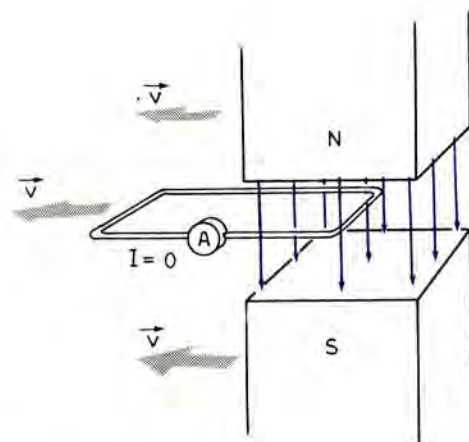
τέλειο διαχωρισμό των φορτίων, γιατί αντιτίθενται οι ηλεκτροστατικές δυνάμεις. Τα θετικά φορτία που είναι κοντά στο P έλκουν τα αρνητικά φορτία που είναι κοντά στο Q και απωθούν άλλα θετικά φορτία από το άκρο τους. Αυτό ακριβώς συμβαίνει σε οποιοδήποτε ανοικτό κύκλωμα όταν συνδέεται με μία μπαταρία: Τα φορτία συγκεντρώνονται στα άκρα του σύρματος.

Στο σχήμα 16-2 το κύκλωμα ολοκληρώθηκε έξω από το μαγνητικό πεδίο και παρεμβλήθηκε ένα όργανο για να δείξει τη διέλευση ρεύματος που μπορεί να εμφανισθεί. Τώρα το φορτίο μπορεί να κινηθεί δια μέσου του κυκλώματος. Το όργανο θα δείξει ρεύμα;

Αν κάνατε αυτό το πείραμα στο εργαστήριο, θα ήσαστε δέβαιοι ότι ο δείκτης του οργάνου θα απέκλινε. Αυτή τη φορά οι ελπίδες βασίζονται σε προηγούμενη εμπειρία, όχι μόνο σε διαίσθηση. Αν δεν βλέπατε τίποτε, θα δοκιμάζατε ένα μεγαλύτερο μαγνήτη, ή ταχύτερη κίνηση του σύρματος στο πεδίο, ή ένα πιο ευαίσθητο όργανο. Και κάποτε θα είχατε ρεύμα! Λέμε ότι η κίνηση του συρματινού δρόχου μέσα στο μαγνητικό πεδίο προκάλεσε **επαγόμενο** ή **επαγωγικό** ρεύμα στο δρόχο.

Δεν θα παραξενευτείτε αν μάθετε ότι ο διπλασιασμός της ταχύτητας του δρόχου διπλασιάζει το ρεύμα και ότι, αν κινήσετε το δρόχο με την ίδια ταχύτητα προς τα δεξιά αντί προς τα αριστερά, το ρεύμα αντιστρέφεται, αλλά χωρίς να αλλάξει κατά μέτρο. Ή ότι, όταν αναποδογυρίσουμε το μαγνήτη θα έχουμε το ίδιο αποτέλεσμα, θα αντιστρέψουμε δηλαδή το επαγόμενο ρεύμα.

1. Στο σχήμα 16-1 πού θα βρεθούν τα φορτία αν το σύρμα κινηθεί προς την αντίθετη φορά;
2. (α) Ποια είναι η κατεύθυνση της δυνάμεως (που οφείλεται στην κίνηση μέσα στο μαγνητικό πεδίο) επάνω στα φορτία στις πλαϊνές πλευρές του δρόχου του σχήματος 16-2;
- (β) Αυτή η δύναμη βοηθά την ώθηση των φορτίων μέσα από το δρόχο;



Σχήμα 16-3 Όταν ο μαγνήτης και ο δρόχος κινούνται μαζί, δεν επάγεται ρεύμα.

16-2 Σχετική κίνηση.

Υποθέστε όμως ότι κινείτε το συρματινό δρόχο και το μαγνήτη συγχρόνως με την ίδια ταχύτητα (σχ. 16-3). Θα περιμένετε να επαχθεί ρεύμα στο δρόχο;

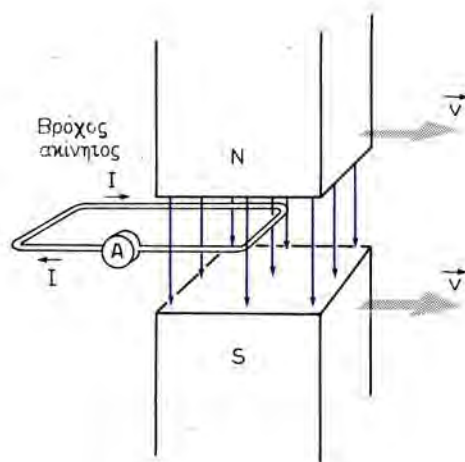
Όταν σκεφθείτε αυτή την ερώτηση θα θυμηθείτε ότι δεν αναφέρθηκε πουθενά στο κεφάλαιο 15 τίποτε για κινούμενους μαγνήτες. Θα μπορούσατε να κάνετε μία υπόθεση, αλλά θα ήταν μόνο υπόθεση σε αυτό το στάδιο και θα έπρεπε να την ελέγξετε με ένα πείραμα. Το αποτέλεσμα είναι: δεν υπάρχει επαγόμενο ρεύμα.

Τι συμπεραίνετε από αυτό; Βέβαια, θα μπορούσατε να συμπεράνετε ότι πρέπει να κρατήσετε ακίνητο το μαγνήτη για να έχετε επαγόμενο ρεύμα. Ή ακόμα θα μπαίνατε στον πειρασμό να δοκιμάσετε το πείραμα του σχήματος 16-4, όπου ο δρόχος μένει ακίνητος και κινείται ο μαγνήτης. Και αν το κάνατε αυτό, θα βλέπατε ότι, αν κινήσετε το μαγνήτη

προς τα δεξιά κρατώντας ακίνητο το δρόχο, θα είχατε στο δρόχο το ίδιο ρεύμα που θα είχατε αν κινούσατε το δρόχο προς τα αριστερά και κρατούσατε το μαγνήτη ακίνητο, όπως στο σχήμα 16-2. Φαίνεται λοιπόν ότι έχει σημασία μόνο η σχετική κίνηση.

Αυτή η ιδέα μπορεί να σας είναι γνωστή από το μάθημα της μηχανικής. Είναι πιθανόν να σας έχει συμβεί να βρίσκεστε μέσα σε ένα αυτοκίνητο σταματημένο σε ένα κόκκινο φανάρι και ξαφνικά να νομίσσετε ότι κινείστε προς τα πίσω και σε ένα λεπτό να αντιλαμβάνεστε ότι σας ξεγέλασε το φορτηγό στη διπλανή λωρίδα που κινήθηκε αργά προς τα εμπρός.

Αν το αυτοκίνητό σας δεν είχε παράθυρα, υπάρχει κανένα πείραμα που θα μπορούσατε να κάνετε, από το οποίο συνάγετε, αν το αυτοκίνητό σας κινείται προς τα εμπρός, προς τα πίσω, ή μένει ακίνητο; Σύμφωνα με τους νόμους της μηχανικής κανένα πείραμα δυναμικής δεν μπορεί να προσδιορίσει την απόλυτη ακινησία ή την κίνηση με σταθερή ταχύτητα. Τώρα φαίνεται ότι οι νόμοι του ηλεκτρισμού και του μαγνητισμού δείχνουν την ίδια αδιαφορία προς το απόλυτο. Δεν θα σας διαφωτίσουν για το «ποιος κινείται». Είναι οι ίδιοι σε ένα σύστημα αναφοράς με τους νόμους σε οποιοδήποτε άλλο σύστημα αναφοράς σε ομαλή κίνηση (σταθερή ταχύτητα) ως προς το πρώτο. Αυτή η άρνηση των φυσικών νόμων να προτιμούν περισσότερο ένα σύστημα αναφοράς από ένα άλλο, έγινε στα χέρια του Albert Einstein (Άλμπερτ Αϊνστάιν), ο θεμέλιος λίθος της ειδικής θεωρίας της σχετικότητας.



Σχήμα 16-4 Όταν ο μαγνήτης κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα v και ο δρόχος είναι ακίνητος, το επαγόμενο ρεύμα είναι το ίδιο, όπως όταν ο δρόχος κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα v και ο μαγνήτης είναι ακίνητος. Είναι φανερό πως αυτό που έχει σημασία είναι η σχετική κίνηση.

3. Τι θα δείξει το όργανο αν κινούσατε γρήγορα το μαγνήτη του σχήματος 16-4 έξω από το δρόχο και κατόπιν τον βάζατε ξανά μέσα;
4. Υποθέστε ότι κινείτε το μαγνήτη και το δρόχο, δηλαδή συνδυάζετε τις κινήσεις που φαίνονται στα σχήματα 16-3 και 16-4 με τις εξής ταχύτητες (δίδονται ως πολλαπλάσια του v).

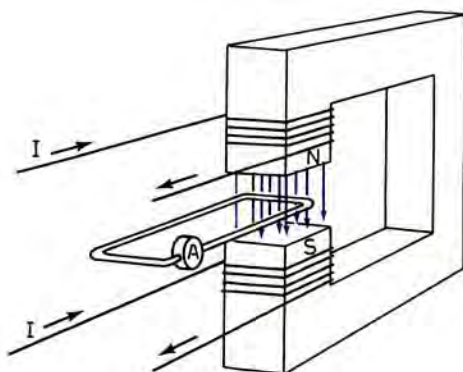
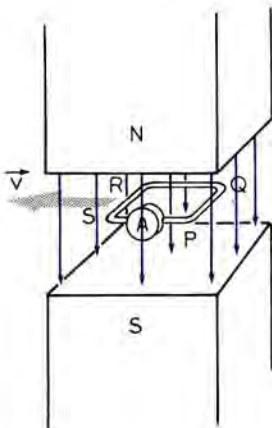
Βρόχος	Μαγνήτης	Βρόχος	Μαγνήτης
I Δεξιά $2v$	Δεξιά v	IV Αριστερά $3v$	Αριστερά $2v$
II Αριστερά v	Αριστερά $2v$	V Δεξιά $3v$	Αριστερά v
III Δεξιά v	Αριστερά v	VI Αριστερά $2v$	Αριστερά $3v$

- (α) Ποιες συνθήκες θα προκαλέσουν την ίδια ένδειξη του οργάνου;
- (β) Ποιες συνθήκες θα προκαλέσουν τη μέγιστη ένδειξη του οργάνου;

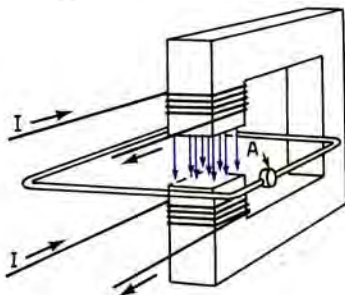
16-3 Μεταβολή της μαγνητικής ροής.

Καθώς διαβάζατε την προηγούμενη παράγραφο συναντήσατε συχνά την έκφραση «κίνηση του μαγνήτη». Πώς μπορούμε να εκφράσουμε την ίδια έννοια στη γλώσσα του μαγνητικού πεδίου χωρίς να αναφερθούμε στο μαγνήτη που είναι η πηγή του πεδίου; Ας δοκιμάσουμε μερικά ακόμη πειράματα με επαγόμενα ρεύματα και ας ψάξουμε για ενδείξεις. Υποθέ-

Σχήμα 16-5 Όταν ολόκληρος ο δρόχος βρίσκεται σε ομογενές πεδίο, η κίνηση δεν δημιουργεί επαγωγικό ρεύμα.



Σχήμα 16-6 Μπορεί να επαχθεί ρεύμα σε ένα ακίνητο δρόχο με μεταβολή του μαγνητικού πεδίου του ηλεκτρομαγνήτη.



Σχήμα 16-7 Μπορεί να επαχθεί ρεύμα σε ένα ακίνητο δρόχο, όταν το μαγνητικό πεδίο μεταβάλλεται, ακόμη και αν το σύρμα βρίσκεται σε περιοχή με πολύ ασθενές πεδίο.

στε ότι επαναλαμβάνετε το πείραμα του κινούμενου δρόχου σε ένα μαγνητικό πεδίο χρησιμοποιώντας ένα πολύ μικρό δρόχο, αρκετά μικρό, ώστε να μένει σε μία περιοχή ομογενούς πεδίου καθ' όλη τη διάρκεια της κινήσεως (σχ. 16-5). Δεν υπάρχει ένδειξη ρεύματος. Μόνον όταν ένα μέρος του δρόχου πλησιάζει στο άκρο του μαγνήτη, όπου το πεδίο εξασθενεί, βλέπουμε τη δελόνα του οργάνου να κινείται. Τι μας λέει αυτό; Μήπως ότι πρέπει να **μεταβάλλεται** το μαγνητικό πεδίο σε κάποιο μέρος του κυκλώματος;

Μπορούμε να ελέγξουμε αυτή την υπόθεση χωρίς να κινήσουμε ούτε το κύκλωμα ούτε το μαγνήτη. Χρησιμοποιώντας ένα ηλεκτρομαγνήτη (σχ. 16-6) μπορούμε να μεταβάλουμε το μαγνητικό πεδίο μεταβάλλοντας το ρεύμα μέσα από τα πηνία. Όταν κλείνουμε το διακόπτη, για να ξεκινήσουμε το ρεύμα στα πηνία, επάγεται ένα ρεύμα για σύντομο χρονικό διάστημα στο δρόχο. Και όταν ανοίγουμε το διακόπτη, για να σταματήσουμε το ρεύμα στα πηνία, επάγεται πάλι ρεύμα αλλά αντίθετης φοράς*. Φαίνεται πως η ιδέα ότι το επαγόμενο ρεύμα έχει σχέση με μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο μας έβαλε το σωστό δρόμο.

Μία μικρή τροποποίηση αυτής της διατάξεως φαίνεται στο σχήμα 16-7. Εδώ χρησιμοποιούμε ένα δρόχο αρκετά μεγάλο ώστε κανένα μέρος του σύρματος να μη βρίσκεται ανάμεσα στους πόλους του μαγνήτη. Όλο το σύρμα είναι σε περιοχή όπου το μαγνητικό πεδίο είναι πρακτικά μηδενικό. Αλλά όταν κλείνουμε το διακόπτη, η δελόνα του μετρητή ρεύματος αναπηδά. Επομένως το επαγόμενο ρεύμα φαίνεται πραγματικά να εξαρτάται από ένα μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο, που δεν απαιτεί όμως να βρίσκεται το σύρμα στην περιοχή ισχυρού πεδίου. Αυτό που φαίνεται να έχει σημασία είναι ότι πρέπει να υπάρ-

* Ιστορικά, τα επαγωγικά ρεύματα ανακαλύφθηκαν με αυτού του είδους το πείραμα το 1831 από τον Michael Faraday, στην Αγγλία και ανεξάρτητα από τον Joseph Henry (Τζόζεφ Χένρυ), που δίδασκε στην Ακαδημία του Albany (Όλμπανι) στην πολιτεία της Νέας Υόρκης.

χει μεταβολή στο «ποσό» του μαγνητικού πεδίου που περνά μέσα από τον κλειστό δρόχο του κυκλώματος.

Πώς μπορούμε να περιγράψουμε το «ποσό» του μαγνητικού πεδίου που περνά μέσα από το δρόχο του ρεύματος ώστε η περιγραφή να ισχύει για όλες τις καταστάσεις που συζητήσαμε (σχ. 16-2 μέχρι 16-7); Η ένταση του μαγνητικού πεδίου B είναι βέβαια σπουδαίο μέτρο του «ποσού» του μαγνητικού πεδίου, αλλά αναφέρεται σε κάθε ένα σημείο. Το πεδίο απλώνεται σε μία επιφάνεια και χρειάζεται να λάβουμε υπόψη ότι το μαγνητικό πεδίο περνά από την επιφάνεια που περικλείεται από το δρόχο του κυκλώματος. Θα ορίσουμε μία νέα ποσότητα, τη **μαγνητική ροή Φ_B** , για να μετρήσουμε το «ποσό» του μαγνητικού πεδίου που περνά μέσα από μια δεδομένη επιφάνεια. Για ομογενή πεδία η μαγνητική ροή είναι απλώς η ένταση του μαγνητικού πεδίου επί το εμβαδόν της επιφάνειας με την προϋπόθεση ότι η επιφάνεια είναι κάθετη στο μαγνητικό πεδίο (σχ. 16-8). Αν η επιφάνεια έχει μια κλίση, έτσι ώστε το μαγνητικό πεδίο να μην την διαπερνά κάθετα, η «ποσότητα» του μαγνητικού πεδίου που περνά μέσα από την επιφάνεια θα είναι μικρότερη (σχ. 16-9).

Για παράδειγμα, αν παρατηρήσουμε μία επιφάνεια που είναι παράλληλη προς τις γραμμές του μαγνητικού πεδίου, δεν θα διασχίζεται καθόλου από μαγνητικό πεδίο. Μόνον η συνιστώσα του πεδίου που είναι κάθετη προς την επιφάνεια, έχει σημασία. Επομένως θα ορίσουμε τη μαγνητική ροή μέσα από την επιφάνεια ως εξής:

$$\Phi_B = B_{\perp} A$$

Η γενική περίπτωση, όπου η B δεν είναι ίδια παντού επάνω στην επιφάνεια A , εξετάζεται παρακάτω.

Εφοδιασμένοι με αυτή την καινούργια έννοια, δοκιμάζουμε τώρα να διατυπώσουμε μια γενική πρόταση: Για να έχουμε επαγόμενο ρεύμα σε ένα κύκλωμα, πρέπει η ροή μέσα από το κύκλωμα να μεταβάλλεται.

Ας δοκιμάσουμε αυτή την πρόταση για να δούμε πώς εφαρμόζεται σε κάθε περίπτωση.

Στο σχήμα 16-2 μέρος του δρόχου είναι έξω από το πεδίο. Καθώς ο δρόχος κινείται προς τα αριστερά, το ενεργό εμβαδόν του δρόχου στο μαγνητικό πεδίο ελαττώνεται, ο δρόχος διαπερνάται με όλο και λιγότερη μαγνητική ροή κι έτσι επάγεται ρεύμα.

Η ανάλυση για το σχήμα 16-4 είναι η ίδια, όπως για το σχήμα 16-2. Δεν έχει σημασία τι κινείται. Το επαγόμενο ρεύμα οφείλεται στη μεταβολή της ροής μέσα από το δρόχο.

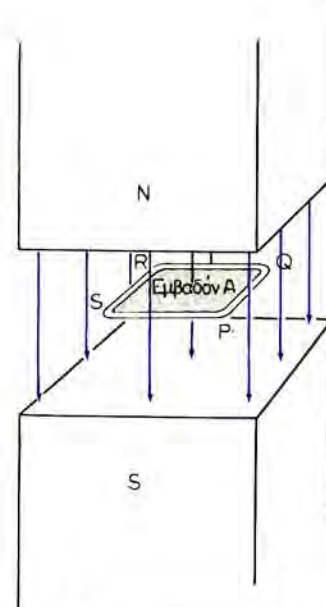
Στο σχήμα 16-3 δεν υπάρχει σχετική κίνηση, η ροή μέσα από το κύκλωμα δεν αλλάζει: ρεύμα δεν επάγεται.

Στο σχήμα 16-6 το ενεργό εμβαδόν του δρόχου στο πεδίο παραμένει το ίδιο (δεν υπάρχει κίνηση). Η ροή που διαπερνά το δρόχο μεταβάλλεται όταν το πεδίο μεταβάλλεται: επάγεται ρεύμα.

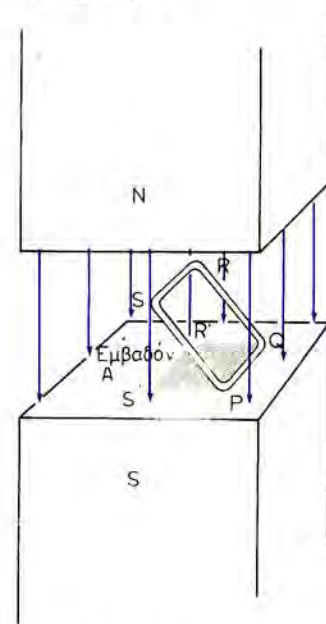
Το ίδιο ισχύει για το σχήμα 16-7 αν και εκεί η ροή είναι έντονη (το πεδίο είναι ισχυρό) μόνο κοντά στο κέντρο του δρόχου, αρκετά μακριά από το σύρμα.

Ας εξετάσουμε τώρα μερικές άλλες περιπτώσεις.

Στο σχήμα 16-10 το πεδίο είναι ομογενές σε ένα κύκλωμα που αποτε-

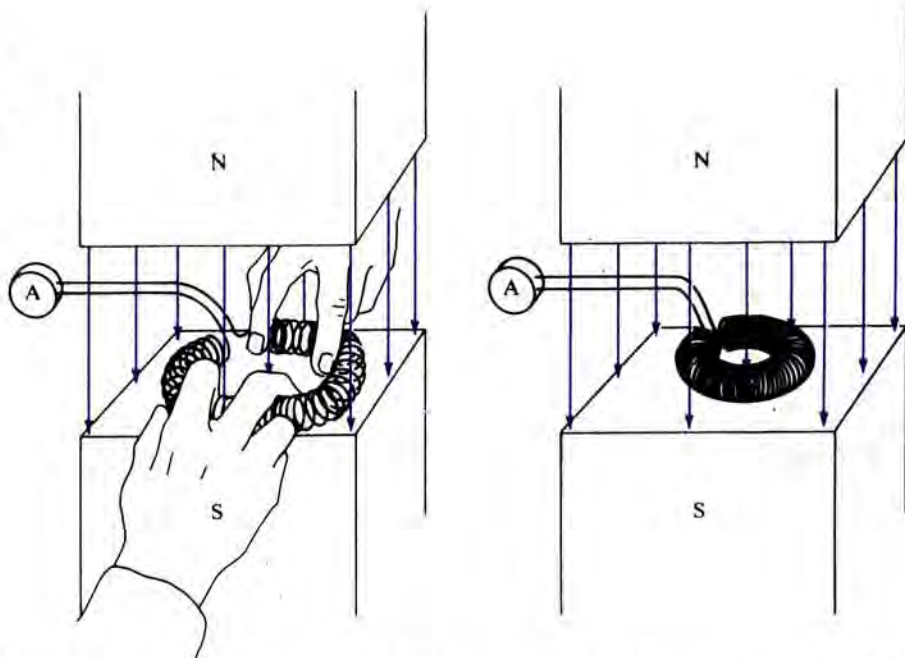


Σχήμα 16-8 η μαγνητική ροή Φ_B μέσα από το κύκλωμα PQRS είναι το γινόμενο του πεδίου B επί το εμβαδόν A του κυκλώματος $\Phi_B = BA$.

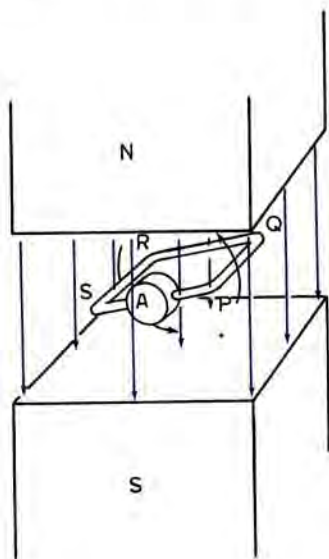


Σχήμα 16-9 Όταν το κύκλωμα PQRS βρίσκεται σε πλάγια θέση ως προς το μαγνητικό πεδίο, η μαγνητική ροή που περνά από αυτό είναι μικρότερη. Το ενεργό εμβαδόν τώρα είναι η σκιασμένη επιφάνεια PQRS.

Σχήμα 16-10 Ρεύμα επάγεται με μεταβολή του εμβαδού του κυκλώματος. Εδώ ένα τεντωμένο ελατήριο αφήνεται να συσταλεί σε μικρότερο εμβαδόν.



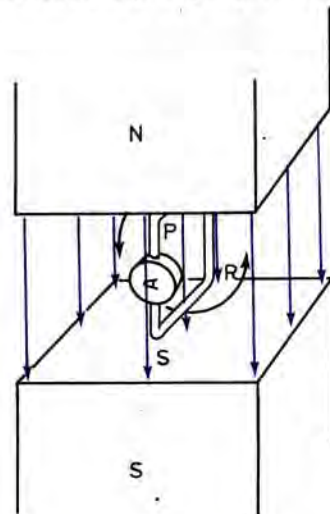
Σχήμα 16-11 Ρεύμα επάγεται με μεταβολή του προσανατολισμού του κυκλώματος ως προς το μαγνητικό πεδίο. Καθώς ο δρόχος περιστρέφεται, το εμβαδόν της προβολής του στο οριζόντιο επίπεδο μεταβάλλεται.

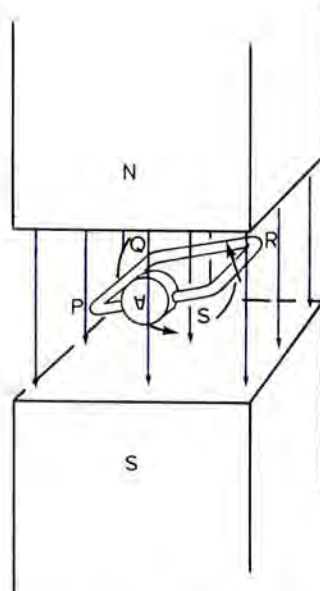


λείται από ένα ελατήριο. Καθώς αφήνουμε το κύκλωμα να συρρικνωθεί, η ροή που το διαπερνά ελαττώνεται και επάγεται ρεύμα.

Στο σχήμα 16-11 ολόκληρος ο δρόχος δρίσκεται σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο, ακριβώς όπως στο σχήμα 16-5, αλλά η μεταβολή της ροής γίνεται με περιστροφή του δρόχου γύρω από ένα οριζόντιο άξονα. Το ενεργό εμβαδόν Α (βλ. σχ. 16-9) είναι τώρα η προβολή του δρόχου στο οριζόντιο επίπεδο. Καθώς ο δρόχος στρέφεται και δγαίνει από το οριζόντιο επίπεδο, η ροή που τον διαπερνά ελαττώνεται και επάγεται ρεύμα με φορά που φαίνεται στο σχήμα. Όταν ο δρόχος στραφεί κατά 90° , η ροή που τον διαπερνά μηδενίζεται (σχ. 16-12). Αν η περιστροφή συνεχιστεί, η ροή αρχίζει να αυξάνει. Από τη σκοπιά του μαγνήτη (και του αναγνώστη) αυτή είναι ροή **προς τα κάτω** δια μέσου του δρόχου, όπως προηγουμένων. Αλλά από τη σκοπιά κάποιου που δρίσκεται επάνω στο δρόχο αυτή είναι ροή στην αντίθετη κατεύθυνση. Άρα η μεταβο-

Σχhμα 16-12 Η ροή μέσα από το δρόχο είναι τώρα μηδέν. Το εμβαδόν της οριζόντιας προβολής του δρόχου θα αρχίσει να αυξάνει καθώς ο δροχος περιστρέφεται. Η φορά όμως του πεδίου θα είναι τώρα προς την αντίθετη κατεύθυνση διαμέσου του δροχου. Επομένως η ροή εξακολουθεί να ελαττώνεται και το επαγόμενο ρεύμα έχει ακόμη την ίδια φορά όπως προηγουμένων.





Σχήμα 16-13 Η κατάσταση τώρα είναι η ίδια όπως στο σχήμα 16-12, με τη διαφορά ότι ο βρόχος είναι αναποδογυρισμένος. Όπως τον βλέπουμε από έξω, το ρεύμα θα ρέει με την ίδια φορά όπως στο σχήμα 16-12, αλλά το αμπερόμετρο θα δείξει ρεύμα αντίθετης φοράς.

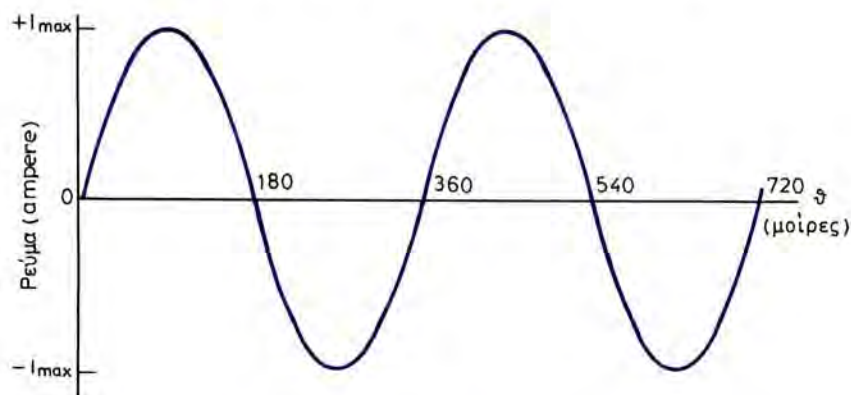
λή της ροής έχει το ίδιο πρόσημο, όπως προηγουμένως, και το ρεύμα που επάγεται έχει την ίδια φορά μέσα στο βρόχο όπως πριν. Αλλά όταν ο βρόχος έχει στραφεί κατά 180° το επίπεδό του είναι πάλι οριζόντιο, η ροή που τον διαπερνά είναι μέγιστη και ο ρυθμός μεταβολής της ροής είναι στιγμιαία μηδέν. Παραπάνω περιστροφή (σχ. 16-13) ελαττώνει τη ροή και προκαλεί ρεύμα αντίθετη φοράς.

Το σχήμα 16-14 δείχνει ένα γράφημα του επαγόμενου ρεύματος συναρτήσει της γωνίας περιστροφής του βρόχου. Αν ο βρόχος περιστρέφεται με σταθερή ταχύτητα και το μέγιστο ρεύμα είναι $I_{\max}$, τότε το ρεύμα μπορεί να εκφραστεί με την ακόλουθη σχέση:

$$I = I_{\max} \sin \theta$$

Αυτό που περιγράψαμε παραπάνω είναι μία απλή γεννήτρια εναλλασσόμενου ρεύματος. Οι τεράστιες γεννήτριες που τροφοδοτούν με ηλεκτρική ισχύ ολόκληρες πόλεις, λειτουργούν επάνω στην ίδια αρχή.

Η ενοποίησή της περιγραφής τόσων φαινομενικά διαφορετικών κατα-



Σχήμα 16-14 Το ρεύμα στο βρόχο των σχημάτων 16-11, 16-12 και 16-13 ως συνάρτηση της γωνίας περιστροφής του βρόχου.

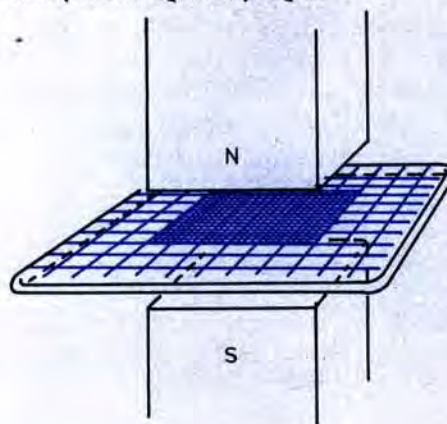
στάσεων με την έννοια της ροής οφείλεται στον Michael Faraday. Ο Faraday δεν ήταν μόνον εξαιρετικά επινοητικός κατασκευαστής μηχανημάτων και πειραματιστής, είχε και τη δημιουργική φαντασία που χρειαζόταν για να αντιληφθεί ότι όλα τα αποτελέσματα πολλών και πολύ διαφορετικών πειραμάτων ήταν δυνατόν να εξηγηθούν με μία γενική αρχή.

Μαγνητική ροή.

Ο ορισμός $\Phi_B = B_{\perp} A$ για τη μαγνητική ροή μέσα από ένα δρόχο κυκλώματος δεν είναι πλήρης όταν το πεδίο B είναι ανομοιογενές στην επιφάνεια που περικλείεται από το δρόχο του κυκλώματος. Στην περίπτωση του ανομοιογενούς πεδίου είναι λογικό να χρησιμοποιήσουμε μία κατάλληλη μέση τιμή του $B_{\perp}$ στο εμβαδόν που περικλείεται από το κύκλωμα. Για να βρούμε αυτή τη μέση τιμή θα καλύψουμε το περικλειόμενο εμβαδόν με ένα δίκτυο μικρών δρόχων με εμβαδόν ΔA , που λαμβάνεται τόσο μικρό, ώστε το $B_{\perp}$ να μπορεί να θεωρηθεί ότι έχει την ίδια τιμή σε όλα τα σημεία του καθενός από αυτούς (σχ. 16-15). Τότε η ολική ροή δεν είναι τίποτε άλλο παρά το άθροισμα των συμβολών στη ροή από όλους τους μικροσκοπικούς δρόχους.

$$\Phi_B = \text{άθροισμα } (B_{\perp} \Delta A)$$

Είναι δυνατόν να αποδειχθεί ότι το άθροισμα των ροών είναι ανεξάρτητο από τον τρόπο με τον οποίο σχεδιάζεται το δίκτυο υπό την προϋπόθεση ότι τα ΔA εκλέγονται αρκετά μικρά.



Σχήμα 16-15

5. Στο σχήμα 16-5 θα περιμένατε να επαχθεί ρεύμα αν κινούσαμε το μαγνήτη κι ο δρόχος έμενε ακίνητος;
6. Στο σχήμα 16-11, καθώς ο συρμάτινος δρόχος περιστρέφεται, σε ποιο προσανατολισμό: (α) Το επαγόμενο ρεύμα είναι μέγιστο και (β) το επαγόμενο ρεύμα αλλάζει φορά;
7. Γιατί δεν μπορείτε να παράγετε επαγωγικό ρεύμα κινώντας ένα συρμάτινο δρόχο παράλληλα προς το επίπεδό του μέσα σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο;
8. Ένας συρμάτινος δρόχος έχει εμβαδόν $0,5 \text{ m}^2$ και βρίσκεται μέσα σε ένα ομογενές πεδίο $2 \times 10^{-2} \text{ N/A.m}$. Ποια είναι η ροή που περνά μέσα από το δρόχο αν το επίπεδο του δρόχου είναι κάθετο στο πεδίο;

ΠΡΟΣΘΕΤΑ ΘΕΜΑΤΑ

Μία γεννήτρια ηλεκτρικού ρεύματος

Η μεταβολή της μαγνητικής ροής μέσα από ένα αγωγίμο πηνίο επάγει ηλεκτρικό ρεύμα στο πηνίο. Αυτή είναι η αρχή στην οποία βασίζεται η κατασκευή αυτής της τεράστιας γεννήτριας ισχύος. Όμως, όπως και οποιαδήποτε άλλη τεχνολογική κατασκευή περιλαμβάνει πολύ περισσότερα από την απλή αυτή αρχή.

Η γεννήτρια αποτελείται από δύο κύρια μέρη. Ο στάτορας (στάτης) ή στάσιμο τμήμα που φαίνεται στην επάνω φωτογραφία περιλαμβάνει τα πηνία. Οι χάλκινες σπείρες είναι ενσωματωμένες σε αυλάκια σε ένα σιδερένιο πυρήνα. (Τα ακραία τους τμήματα διακρίνονται στα δεξιά του φωτισμένου λαμπτήρα και φτάνουν μέχρι κάτω στον εργάτη δεξιά).

Ο ρότορας (δρομέας) που φαίνεται στην κάτω φωτογραφία περιλαμβάνει το μαγνήτη που παράγει το μαγνητικό πεδίο. Ο ρότορας είναι στερεωμένος σε ένα άξονα που τοποθετείται στο κέντρο του στάτορα. Όταν ο ρότορας κινείται, η μαγνητική ροή μέσα από τα πηνία του στάτορα μεταβάλλεται περιοδικά με το χρόνο και παρέχει εναλλασσόμενο ρεύμα. Ο καθεαυτό μαγνήτης έχει δρόχους που διαρρέονται από ρεύμα. Οι δρόχοι τροφοδοτούνται με ρεύμα από μία γεννήτρια συνεχούς ρεύματος (διεγέρτη) που είναι συνδεδεμένη στον άξονα.

Μετά τη συναρμολόγηση η γεννήτρια έχει διάμετρο 4 m και μήκος περίπου 18 m. Έχει μάζα 7×10^5 kg από την οποία 3×10^5 kg προέρχονται από το ρότορα και το διεγέρτη. Είναι μια τεράστια μηχανή! Αν όμως σκεφθείτε ότι μπορεί να δώσει περισσότερη από 10^9 J ηλεκτρική ενέργεια ανά δευτερόλεπτο – αρκετή για να ικανοποιήσει τις ανάγκες μισού εκατομμυρίου ανθρώπων – είναι πραγματικά ένα πολύ «νοικοκυρεμένο» μηχανήμα.

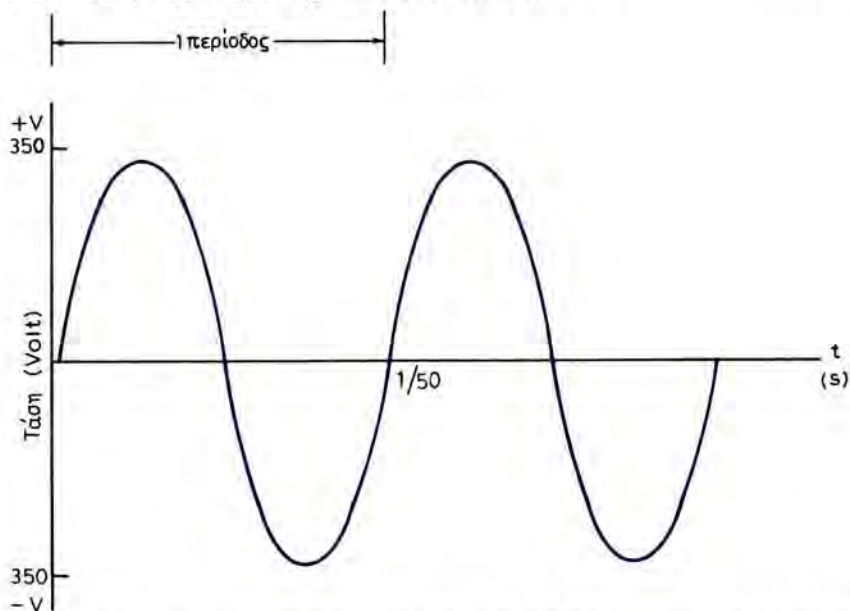
Φυσικά, η γεννήτρια είναι απλώς μετατροπέας ενέργειας από μία μορφή σε μία άλλη. Χρειάζεται μηχανικό έργο, για να γυρίσει ο άξονας της γεννήτριας. Αυτό το μηχανικό έργο παρέχεται συνήθως από υδατοπτώσεις ή από ένα ατμοστρόβιλο που με τη σειρά του παίρνει την ενέργεια από ορυκτά καύσιμα ή από ένα πυρηνικό αντιδραστήρα.



16-4 Εναλλασσόμενα ρεύματα.

Αν εξετάσουμε την τάση μιας κοινής οικιακής παροχής ηλεκτρικού ρεύματος, χρησιμοποιώντας ένα βαθμονομημένο παλμογράφο με κατάλληλη περιοχή μετρήσεως, βλέπουμε ότι η τάση μεταβάλλεται περιοδικά, όπως φαίνεται στο σχήμα 16-16. Η τάση ανεβαίνει περίπου στα 310 volt προς τη μία φορά, πέφτει στο μηδέν, ανεβαίνει περίπου στα 310 volt προς την αντίθετη φορά και πέφτει πάλι στο μηδέν. Ο κύκλος αυτός επαναλαμβάνεται συνεχώς. Η διάρκεια ενός κύκλου είναι 1/50 δευτερόλεπτα και ο χρόνος αυτός ονομάζεται **περίοδος** της τάσεως. Είναι φανερό ότι σε ένα δευτερόλεπτο υπάρχουν 50 κύκλοι. Αυτή είναι η **συχνότητα** της τάσεως. Η συχνότητα, ένας κύκλος ανά δευτερόλεπτο σε οποιοδήποτε περιοδικό φαινόμενο ονομάζεται ένα hertz (Hz) και επομένως η συχνότητα της τάσεως είναι 50 Hz.

Σχήμα 16-16 Γράφημα της εναλλασσόμενης τάσεως μιας παροχής ηλεκτρικού ρεύματος ως συναρτήσεως του χρόνου. Η περίοδος (ο χρόνος για ένα πλήρη κύκλο), είναι 1/50 δευτερολέπτου.



Συγκρίνετε το σχήμα 16-16 με το σχήμα 16-14. Μπορείτε να δείτε ότι τα δύο αυτά γραφήματα έχουν την ίδια μορφή. Αν η τάση που παριστάνεται στο σχήμα 16-16 παράγεται από ένα μοναδικό δρόχο, θα μπορούσαμε να πούμε ότι η περίοδος της τάσεως καθορίζεται από το ρυθμό περιστροφής του δρόχου. Σ' αυτή την περίπτωση ο δρόχος θα περιστρεφόταν 50 φορές στο δευτερόλεπτο, δηλαδή θα στρεφόταν κατά 360° σε 1/50 δευτερολέπτου. Οι γεννήτριες του εμπορίου είναι πολύ πιο περίπλοκες από το μοναδικό δρόχο του σχήματος 16-14, αφού περιέχουν πολλούς μαγνητικούς πόλους και πολλούς δρόχους. Αληθεύει όμως και σ' αυτή την περίπτωση ότι η περίοδος της τάσεως καθορίζεται από το ρυθμό, με τον οποίο περιστρέφεται η γεννήτρια.

Αν συνδέσουμε στους ακροδέκτες οποιαδήποτε συσκευή που ακολουθεί το νόμο του Ohm, το ρεύμα θα ανέβει, θα πέσει και θα αλλάξει φορά σε συμφωνία με την τάση. Είναι φανερό ότι οι μέσες τιμές και της τάσεως και του ρεύματος είναι μηδέν. Τι εννοούμε λοιπόν όταν ισχυριζόμαστε στην παράγραφο 12-5 ότι ένας λαμπτήρας 60 watt «τραβά»

ρεύμα 0,27 ampere, όταν εφαρμόζονται στα άκρα του 220 volt;

Είδαμε ότι η ισχύς που καταναλώνεται σε μια συσκευή με ωμική συμπεριφορά μπορεί να εκφρασθεί ως $P = RI^2$. Ενώ το ρεύμα στο λαμπτήρα έχει μέση τιμή μηδέν, η μέση τιμή του τετραγώνου του ρεύματος έχει κάποια θετική τιμή. Ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται σε εσωτερική ενέργεια ανεξάρτητα από τη φορά του ρεύματος.

Μπορούμε να ρωτήσουμε: Ποια συνεχής τάση και ρεύμα θα παρήγαγε την ίδια ποσότητα εσωτερικής ενέργειας ανά μονάδα χρόνου που παράγει η εναλλασσόμενη τάση και ρεύμα; Οι τιμές αυτές ονομάζονται ενεργές τιμές της εναλλασσόμενης τάσεως και ρεύματος.

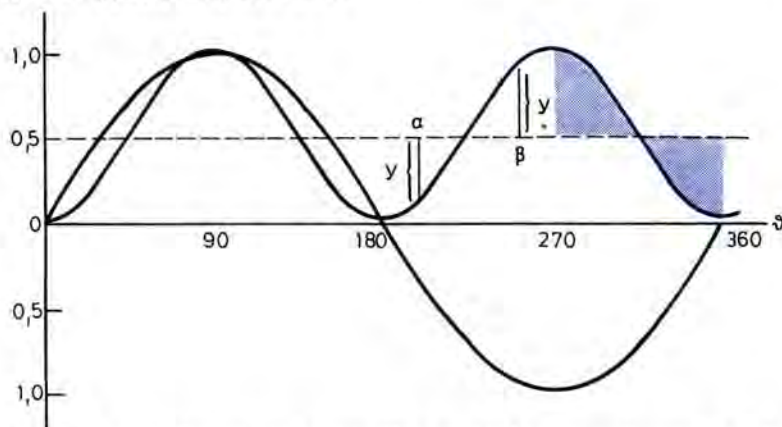
$$P = RI_{\text{ενεργός}}^2$$

Επειδή

$$I = I_{\text{max}} \sin \theta$$

$$I^2 = I_{\text{max}}^2 \sin^2 \theta$$

Επομένως το τετράγωνο της ενεργού τιμής του ρεύματος ισούται με I_{max}^2 επί τη μέση τιμή του $\sin^2 \theta$.



Σχήμα 16-17 Γράφημα του $\sin^2 \theta$ ως συν-
ρτήσεως του θ (μπλε καμπύλη). Τα ση-
μεία α και β απέχουν ίση απόσταση από
το σημείο όπου η καμπύλη τέμνει την
ευθεία $y = 1/2$. Στο σημείο α η καμπύλη
είναι κάτω από την ευθεία γραμμή στην
ίδια απόσταση με την οποία είναι από
πάνω στο σημείο β. Επομένως το εμ-
βαδόν κάτω από την καμπύλη είναι το
ίδιο με το εμβαδόν κάτω από την ευθεία
γραμμή $y = 1/2$. Το γράφημα του $\sin \theta$ ως
συναρτήσεως του θ παριστάνεται με τη
μαύρη καμπύλη.

Το σχήμα 16-17 δείχνει την καμπύλη του $\sin^2 \theta$ ως συνάρτηση του θ και την ευθεία $y = 1/2$. Σημειώστε ότι τα εμβαδά των δύο σκιασμένων τμημάτων είναι ίσα. Το ίδιο ισχύει και για άλλα ζεύγη παρομοίων τμημάτων. Επομένως η μέση τιμή του $\sin^2 \theta$ είναι $1/2$. Αυτό σημαίνει ότι η μέση τιμή του I^2 ισούται με:

$$\frac{1}{2} I_{\text{max}}^2 \quad \text{και} \quad I_{\text{εν}} = \frac{I_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$$

Επειδή

$$I_{\text{max}} = \frac{V_{\text{max}}}{R}, \quad \text{το } V_{\text{εν}} \text{ δίνεται από } V_{\text{εν}} = \frac{V_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$$

Οι ενεργές τιμές είναι αυτές που χρησιμοποιούμε όταν περιγράφουμε εναλλασσόμενες τάσεις και ρεύματα. Όταν εκφράζονται έτσι, ο νόμος του Ohm μπορεί να εφαρμοσθεί σε αντιστάτες με εναλλασσόμενες τάσεις και ρεύματα, ακριβώς όπως και σε αντιστάτες με συνεχείς τάσεις και ρεύματα.

Αν όμως το κύκλωμα έχει στοιχεία που αποτελούνται από συρμάτινες

οσπίρες ή μεταλλικές πλάκες, οι οποίες διαχωρίζονται από ένα μονωτή, η συμπεριφορά των τάσεων και των ρευμάτων είναι πολύ πιο περίπλοκη και δεν μπορεί να περιγραφεί με αυτόν τον απλό τρόπο.

Το αμπερόμετρο και το βολτόμετρο που περιγράψαμε στην παράγραφο 15-3 δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη μέτρηση εναλλασσόμενων (AC)* ρευμάτων και τάσεων.

Οι δείκτες τους απλώς θα πάλλονταν με μικρό πλάτος γύρω από το μηδέν της κλίμακας. Τα όργανα εναλλασσόμενου ρεύματος είναι διαφόρων τύπων. Μερικά χρησιμοποιούν το θερμικό αποτέλεσμα του ρεύματος που είναι ανεξάρτητο από τη φορά του ρεύματος. Η διαστολή ή συστολή ενός κομματιού από σύρμα με τη θερμοκρασία μπορεί να βαθμονομηθεί για να δείχνει το ρεύμα που περνά από το σύρμα.

Σ' ένα άλλο τύπο, οι μόνιμοι μαγνήτες των οργάνων DC αντικαθίστανται από ένα ζεύγος πηνίων που τοποθετείται με τον ίδιο τρόπο όπως οι πόλοι του μαγνήτη. Κατόπιν τα δύο πηνία συνδέονται σε σειρά μεταξύ τους και με το κινητό πηνίο. Τότε το ρεύμα είναι το ίδιο στα τρία πηνία κι επομένως η μαγνητική δύναμη είναι πάντα προς την ίδια κατεύθυνση. Συχνά χρησιμοποιείται επίσης για μέτρηση εναλλασσόμενων ρευμάτων και τάσεων ένα όργανο DC με έναν ανορθωτή διόδου.

-
9. Το θερμαντικό σώμα του πίνακα 2 του κεφαλαίου 12 συνδέεται στην ηλεκτρική παροχή που αναφέρθηκε στην αρχή αυτής της παραγράφου και δουλεύει στη θερμοκρασία λειτουργίας του. Πόση ισχύ καταναλώνει;
 10. Πριν να προτυποποιηθεί η συχνότητα ενός εναλλασσόμενου ρεύματος στα 50 Hz, μερικοί ηλεκτρικοί σταθμοί παραγωγής παρήγαν ρεύμα στα 25 Hz. Θεωρώντας τη λειτουργία ενός λαμπτήρα πυρακτώσεως, να αναφέρετε ένα λόγο για τον οποίο εγκαταλείφθηκε η χαμηλή συχνότητα.
-

16-5 Επαγόμενη ΗΕΔ.

Αν προσπαθήσουμε να διατυπώσουμε μία ποσοστική σχέση μεταξύ επαγόμενου ρεύματος και μεταβολής της μαγνητικής ροής, βρίσκουμε ότι υπάρχουν και άλλες μεταβλητές. Αν διαλέξουμε σύρμα διαφορετικών διαστάσεων ή κατασκευασμένο από διαφορετικό υλικό, το ρεύμα είναι επίσης διαφορετικό. Κόβουμε το σύρμα και το ρεύμα σταματά. Το ρεύμα συμπεριφέρεται ακριδώς σαν να υπάρχει μία μπαταρία στο κύκλωμα αντί για μεταβαλλόμενη μαγνητική ροή μέσα από αυτό. Όταν διακόπτεται ένα κύκλωμα που τροφοδοτείται από μία μπαταρία, ένα όργανο μέτρησης ρεύματος δείχνει μηδέν, αλλά ένα βολτόμετρο δείχνει μια διαφορά δυναμικού στο σημείο της διακοπής ίση με την ΗΕΔ της μπαταρίας. Αυτό μας οδηγεί να προσπαθήσουμε να αναλύσουμε την κατάσταση του σχήματος 16-2 και να διαπιστώσουμε αν μία δεδομένη κίνηση αν-

* Σ.τ.μ. Χρησιμοποιούμε το ακρωνύμιο AC (από τα αγγλικά Alternative Current), που έχει επικρατήσει διεθνώς, για να δηλώσουμε εναλλασσόμενα ρεύματα και τάσεις. Με τον ίδιο τρόπο χρησιμοποιούμε το ακρωνύμιο DC (Direct Current) για συνεχή ρεύματα και τάσεις.

τιστοιχεί όχι σε ορισμένο ρεύμα αλλά σε ορισμένη ΗΕΔ. Θα προσπαθήσουμε να συσχετίσουμε αυτή την ΗΕΔ με το ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής. Η σχέση που βρίσκουμε, όταν δοκιμασθούν πειραματικά «νέες» καταστάσεις, θα διαπιστωθεί ότι ισχύει γενικά ανεξάρτητα από την αιτία που προκαλεί τη μεταβολή της ροής.

Στο σχήμα 16-2, ας υποθέσουμε ότι ομαλή κίνηση του δρόχου με ταχύτητα $\vec{v}$ προς τα αριστερά μέσα στο μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ επάγει ρεύμα I στο δρόχο, όπως σημειώνεται. Τότε, όπως ξέρετε από την παράγραφο 15-4, η δύναμη στο μήκος l του σύρματος που οφείλεται στο μαγνητικό πεδίο, είναι:

$$F_{\text{μαγνητική}} = I l B$$

Αν εφαρμόσετε τον κανόνα του δεξιού χεριού, θα δείτε ότι η δύναμη αυτή κατευθύνεται προς τα δεξιά και τείνει να σταματήσει την κίνηση. Για να διατηρηθεί η σταθερή ταχύτητα του δρόχου, η μαγνητική δύναμη πρέπει να εξισορροπηθεί με μία ίση δύναμη F προς τα αριστερά. Αυτή είναι ακριδώς η δύναμη που ασκεί το χέρι που φαίνεται στο σχεδιάγραμμα. Καθώς το χέρι τραβά το δρόχο προς τα αριστερά, παράγει έργο. Σε χρονικό διάστημα Δt σύρει το δρόχο κατά απόσταση $v\Delta t$ και παράγει έργο $W = Fv\Delta t$. Αλλά αφού:

$$F = -F_{\text{μαγνητική}} = -I l B$$

το έργο που παράγεται, εκφρασμένο με τις ηλεκτρικές και μαγνητικές ποσότητες, είναι:

$$W = -I l B v \Delta t$$

Αυτό το έργο παρέχει την ενέργεια που απαιτείται για να οδηγήσει το ρεύμα μέσα από το δρόχο. Η απαιτούμενη ενέργεια ανά μονάδα φορτίου για να διατρέξει ένα φορτίο το δρόχο είναι ακριδώς αυτό που ονομάζουμε ϵ , ή ΗΕΔ. Η ποσότητα του φορτίου που περνά από κάθε διατομή του σύρματος του κυκλώματος σε χρόνο Δt είναι $I\Delta t$ και επομένως η συνολική ενέργεια που χρειάζεται για να ωθήσει το φορτίο είναι $\epsilon I\Delta t$. Αν την εξισώσουμε με το έργο που παράγεται κατά το τράβηγμα, έχουμε την ακόλουθη έκφραση:

$$\epsilon I\Delta t = -I l B v \Delta t$$

Διαιρώντας και τα δύο μέλη της εξίσωσης με το I έχουμε:

$$\epsilon \Delta t = -l B v \Delta t$$

Η απαλοιφή του I από την εξίσωση έχει σημασία, γιατί μας δηλώνει ότι το μήκος του σύρματος, η ένταση του πεδίου κι η ταχύτητα συνδέονται κατευθείαν με την επαγόμενη ΗΕΔ και όχι με το ρεύμα. Γιατί δεν απαλείψαμε επίσης το Δt ; Επειδή το μήκος l κατά την κίνησή του σε απόσταση $v\Delta t$ σαρώνει εμβαδόν $lv\Delta t$, η μεταβολή της μαγνητικής ροής είναι:

$$\Delta\Phi_B = B l v \Delta t$$

Αν αντικαταστήσουμε στο δεξιό μέλος της προηγούμενης εξίσωσης και λύσουμε ως προς την επαγόμενη ΗΕΔ βρίσκουμε:

$$\epsilon = - \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$$

Βλέπουμε ότι η επαγόμενη ΗΕΔ είναι ανάλογα με το ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής. Η σταθερά αναλογίας προκύπτει ίση με τη μονάδα εξαιτίας της εκλογής της μονάδας της εντάσεως του μαγνητικού πεδίου που κάναμε στην παράγραφο 15-4.

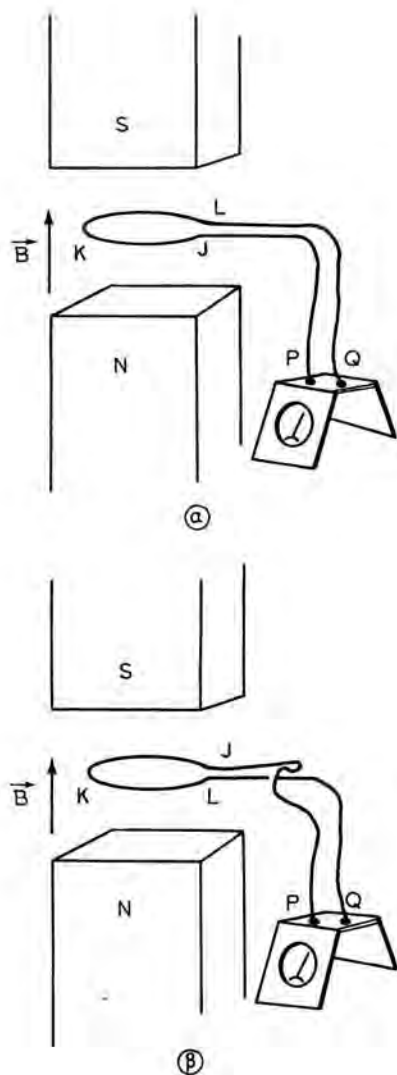
11. Θα ήταν ευκολότερο να τραβήξετε το δρόχο του σχήματος 16-2 αν η ηλεκτρική του αντίσταση αυξανόταν και επομένως το ρεύμα μειωνόταν;
12. Χρειάζεται περισσότερο έργο για να τραβήξετε ένα πηνίο έξω από ένα μαγνητικό πεδίο με μεγάλη ταχύτητα παρά με μικρή ταχύτητα;
13. Πόση είναι η ΗΕΔ που επάγεται σε ένα σύρμα μήκους 5 cm κινούμενο με ταχύτητα 10 cm/s σε ένα πεδίο $0,02 \text{ N/A}\cdot\text{m}$;
14. Πόση είναι η ΗΕΔ που επάγεται σε ένα συρμάτινο δρόχο αν η ροή που περνά μέσα από το δρόχο μεταβάλλεται με ρυθμό $0,5 \text{ N}\cdot\text{m/A}\cdot\text{s}$;

16-6 Φορά της επαγόμενης ΗΕΔ.

Τι σημαίνει το αρνητικό πρόσημο στην τελευταία εξίσωση; Σε κάποιο σημείο στην ανάλυσή μας πρέπει να αποδώσαμε ειδικό νόημα σε θετική ή αρνητική ροή χωρίς να το διατυπώσουμε με σαφήνεια. Όταν ταυτίσαμε το $+Bh\Delta t$ με τη μεταβολή της μαγνητικής ροής πρέπει να εισαγάγουμε κάποια σύμβαση για το πρόσημο της ροής. Αντί όμως να αναλύσουμε τι εννοούμε με θετικό ή αρνητικό B , v και Δt ξεχωριστά, ας χρησιμοποιήσουμε την αρχή της διατηρήσεως της ενέργειας για να καταλάβουμε τη σημασία του αρνητικού προσήμου.

Το επαγόμενο ρεύμα στο δρόχο προκαλεί μαγνητικό πεδίο και επομένως μαγνητική ροή που διαπερνά το δρόχο. Η ροή πρέπει να αντιτίθεται στη μεταβολή της ροής που προκάλεσε την ΗΕΔ. Γιατί, αν αυτό δεν συνέβαινε, δηλαδή αν το επαγόμενο ρεύμα προκαλούσε μαγνητική ροή που θα βοηθούσε τη γενική μεταβολή της ροής, τότε θα είχαμε αύξηση της ΗΕΔ, με συνέπεια αύξηση του ρεύματος που θα είχε σαν αποτέλεσμα αύξηση της ροής, με συνέπεια αύξηση της ΗΕΔ κ.ο.κ. – κι όλα αυτά χωρίς καμία δαπάνη ενέργειας. Το γεγονός ότι οι δυο ροές αντιτίθενται η μία στην άλλη ανακαλύφθηκε από το Γερμανό φυσικό H.F. Lenz (Λεντς) που εργαζόταν στη Ρωσία. Για την ακρίβεια, ο νόμος του Lenz μας λέει ότι η απαίτηση να διατηρείται η ενέργεια περιορίζει το επαγόμενο ρεύμα. Όλο το έργο που παράγεται από το επαγόμενο ρεύμα πρέπει να παράγεται από τη δύναμη που προκαλεί τη μεταβολή της ροής, π.χ. από το χέρι στο σχήμα 16-2 ή από το στρόφιλο σε ένα ηλεκτρικό σταθμό παραγωγής που τροφοδοτεί την πόλη σας με ηλεκτρισμό.

15. Αν εφαρμόζαμε μία σταθερή δύναμη στο δρόχο του σχήματος 16-2, θα επιταχυνόταν ομαλά ο δρόχος όσο το τμήμα μήκους l θα βρισκόταν μέσα στο μαγνητικό πεδίο;
16. Ένας συρμάτινος δρόχος JKL είναι τοποθετημένος ανάμεσα στους πόλους ενός μαγνήτη με το επίπεδό του παράλληλο με τους πόλους, όπως φαίνεται στο σχήμα A(a). Ο δρόχος συνδέεται με ένα ευαί-



Σχήμα A

σθητο αμπερόμετρο, του οποίου ο δείκτης ηρεμεί στο κέντρο της κλίμακας όταν δεν υπάρχει ρεύμα. Το αμπερόμετρο είναι έτσι κατασκευασμένο ώστε ο δείκτης να αποκλίνει προ το άκρο (P ή Q) από το οποίο εισέρχεται το ρεύμα.

- (α) Προς ποια κατεύθυνση αποκλίνει ο δείκτης όταν ο δρόχος σύρεται έξω από το πεδίο του μαγνήτη; Όταν τοποθετείται πάλι μέσα, όπως δείχνει το σχήμα A (α);
- (β) Προς ποια κατεύθυνση αποκλίνει ο δείκτης, όταν ο δρόχος τοποθετείται πάλι μέσα, όπως δείχνει το σχήμα A (β);
- (γ) Πώς κινείται ο δείκτης όταν ο δρόχος αναποδογυρίζει, από την πρώτη θέση στη δεύτερη, χωρίς να δγει από το πεδίο του μαγνήτη;

17. Στο σχήμα 16-2 το ρεύμα στο δρόχο θα προκαλέσει μαγνητικό πεδίο μέσα από το κέντρο του δρόχου. Ποια είναι η κατεύθυνση αυτού του πεδίου; Καθώς ο δρόχος σύρεται έξω από το μαγνήτη, το πεδίο που περνά από το δρόχο ελαττώνεται. Τι προσπαθεί να κάνει το πεδίο που παράγεται από το ρεύμα του δρόχου;

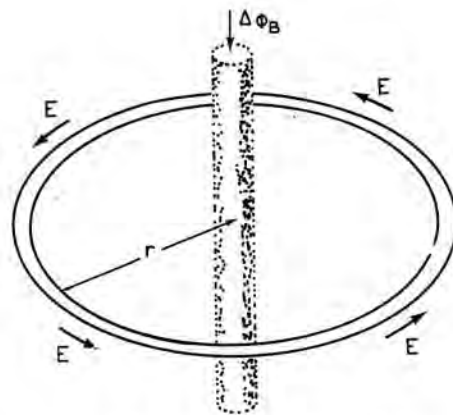
16-7 Ηλεκτρικά πεδία γύρω από μεταβαλλόμενες μαγνητικές ροές.

Μπορούμε να κατανοήσουμε καλύτερα την εξίσωση της ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής της παραγράφου 16-5 αν την ξαναγράψουμε χρησιμοποιώντας «γλώσσα πεδίου» αντί για ΗΕΔ. Η περιγραφή αυτή με το πεδίο οφείλεται στον James Clerk Maxwell (Τζέιμς Κλερκ Μάξγουελ).

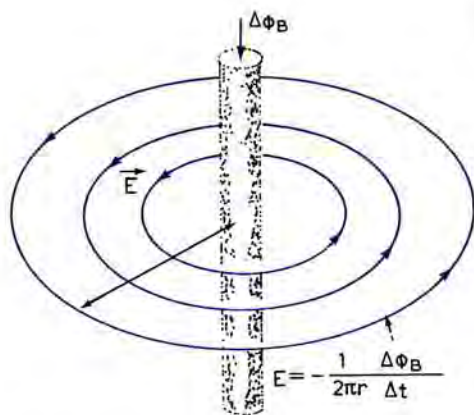
Αρχίζουμε αυτή τη σειρά των συλλογισμών με μία παρατήρηση: Οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου γύρω από ρεύματα είναι πάντα κλειστές. Δεν έχουν αρχή και τέλος πουθενά. Στην πραγματικότητα οι γραμμές του πεδίου που οφείλεται στο ρεύμα που διαρρέει ένα μακρύ ευθύγραμμο σύρμα είναι τέλειοι κύκλοι γύρω από το σύρμα. Από την άλλη μεριά οι γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου που περιγράψαμε στο κεφάλαιο 11 αρχίζουν σε θετικά και τελειώνουν σε αρνητικά φορτία. Είναι δυνατόν και οι γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου να σχηματίζουν κλειστούς δρόχους;

Για να απαντήσουμε σ' αυτό, ας θεωρήσουμε ένα κυκλικό συρμάτινο δρόχο ακτίνας r και μία μεταβαλλόμενη μαγνητική ροή κατά μήκος του άξονά του (σχ. 16-18). Ο νόμος της επαγωγής μας λέει ότι όποτε υπάρχει μεταβολή της ροής μέσα από το δρόχο, επάγεται σ' αυτόν μία ΗΕΔ. Θα δημιουργηθεί ροή ρεύματος μέσα στο δρόχο που σημαίνει ότι φορτία κινούνται μέσα σ' αυτόν. Θα πρέπει να υπάρχει μία μη μηδενική συνολική δύναμη για την κίνηση αυτών των φορτίων στο δρόχο, π.χ. για να δώσει την ενέργεια που χρειάζεται για να ζεσταθεί το σύρμα. Αυτή η δύναμη, ανά στοιχειώδες φορτίο, είναι ακριβώς το ηλεκτρικό πεδίο που ζητούμε. Σ' αυτό το απλό συμμετρικό παράδειγμα δεν υπάρχει τίποτε που να διακρίνει ένα μέρος του δρόχου από οποιοδήποτε άλλο και επομένως το ηλεκτρικό πεδίο πρέπει να έχει το ίδιο μέτρο σε κάθε σημείο του δρόχου και να έχει τη διεύθυνση του σύρματος.

Μπορούμε να δρούμε το μέτρο του $\vec{E}$ από το νόμο της επαγωγής. Η ΗΕΔ ορίστηκε στο κεφάλαιο 12 ως το έργο ανά στοιχειώδες φορτίο. Σ'



Σχήμα 16-18 Όταν η ροή μεταβάλλεται στη σκιασμένη επιφάνεια, το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου που την περιβάλλει πρέπει να είναι το ίδιο παντού κατά μήκος του σύρματος. Επομένως η ενέργεια ανά φορτίο που παρέχεται σε κάποιο φορτίο, το οποίο διαγράφει το μήκος της περιφέρειας είναι $2\pi rE$.



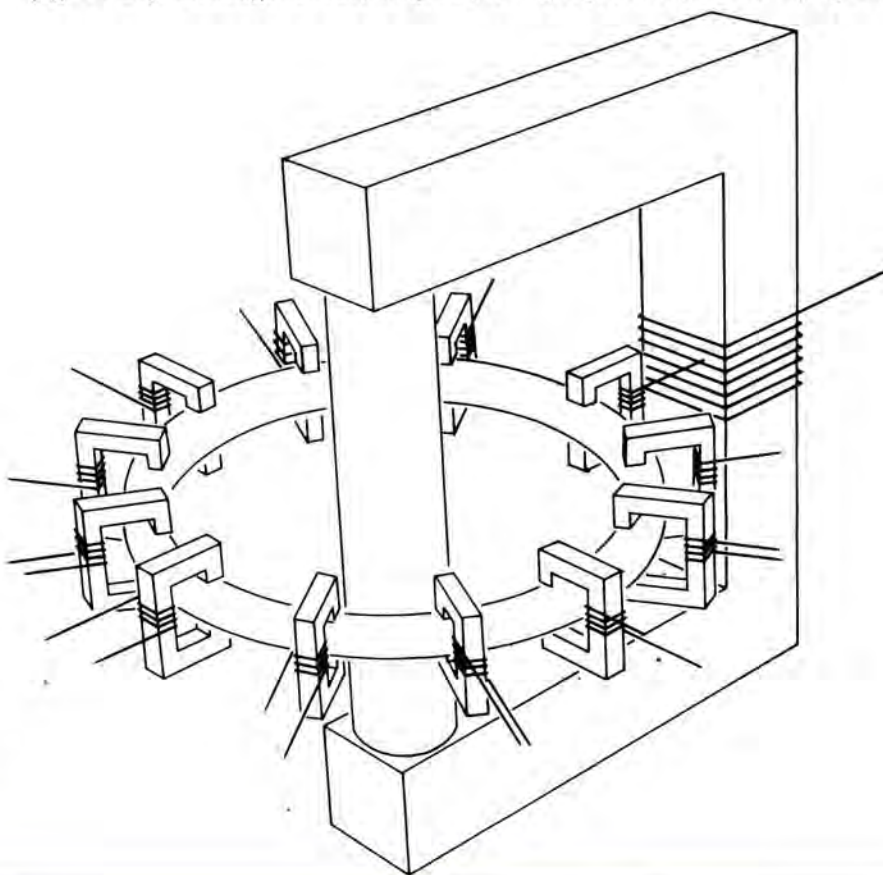
Σχήμα 16-19 Το επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο γύρω από μεταβαλλόμενη μαγνητική ροή σχηματίζει κύκλους. Το μέτρο είναι αντιστρόφως ανάλογο με την απόσταση.

αυτή την περίπτωση κατά την πλήρη διαδρομή του κυκλώματος, δηλαδή διάστημα $2\pi r$, το έργο, ϵ , ανά στοιχειώδες φορτίο συνδέεται με τη δύναμη ανά μονάδα φορτίου E , με τη σχέση $\epsilon = 2\pi r E$. Εισάγοντας το ρυθμό μεταβολής της ροής έχουμε την ακόλουθη σχέση:

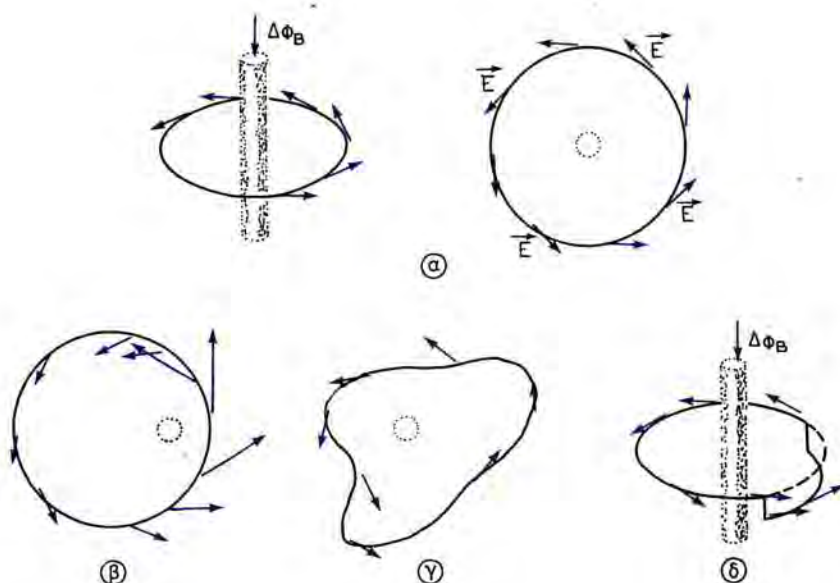
$$2\pi r E = - \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t}$$

Βλέπουμε ότι αν έχουμε ένα συρμάτινο δρόχο με μεγαλύτερη ακτίνα, το πεδίο E σ' αυτή τη μεγαλύτερη ακτίνα θα είναι αναλογικά μικρότερο, αφού το γινόμενο του πεδίου επί το μήκος της περιφέρειας του κύκλου πρέπει να είναι πάντα ίσο με μείον το ρυθμό της μεταβολής της ροής.

Αλλά στο κεφάλαιο 11 το ηλεκτρικό πεδίο ορίστηκε ως η δύναμη ανά μονάδα φορτίου, ανεξάρτητα αν υπάρχει ή όχι φορτίο. Ο Maxwell επισημάνει ότι ο νόμος της επαγωγής θα πρέπει να ισχύει είτε υπάρχουν είτε όχι πραγματικά κυκλώματα, δηλαδή ότι οι γραμμές του E γύρω από ένα κύλινδρο μεταβαλλόμενης μαγνητικής ροής υπάρχουν επίσης και στον κενό χώρο, όπως δείχνει το σχήμα 16-19. Ότι το πεδίο υπάρχει πραγματικά εκεί, μπορεί να ελεγχθεί πειραματικά με φορτισμένα σωματίδια που δεν είναι περιορισμένα σε ένα αγωγικό κύκλωμα. Υπάρχει μία επιταχυντική μηχανή φορτισμένων σωματιδίων, το δήτατρον, που επιταχύνει φορτισμένα σωματίδια σε σχετικά υψηλές ενέργειες με τη χρησιμοποίηση ακριβώς τέτοιων κυκλικών ηλεκτρικών πεδίων. Σ' αυτή τη μηχανή ηλεκτρόνια κινούνται, ολοένα και ταχύτερα μέσα σε ένα εκκενωμένο δακτύλιο που περιβάλλει μεταβαλλόμενη μαγνητική ροή (σχ. 16-20). Επιταχύνονται, ακριβώς όπως προβλέπομε από τη δράση



Σχήμα 16-20 Σχηματικό διάγραμμα του δήτατρον. Η μεταβαλλόμενη ροή στο κέντρο παράγει ένα ηλεκτρικό πεδίο που επιταχύνει ηλεκτρόνια. Τα ηλεκτρόνια περιορίζονται σε κυκλικές τροχιές από τον εξωτερικό δακτύλιο των μαγνητών. Μπορούμε να προβλέψουμε με ακρίβεια τις τροχιές από το μαγνητικό πεδίο του εξωτερικού δακτυλίου και από το ηλεκτρικό πεδίο που προκαλεί την επιτάχυνση κατά μήκος της τροχιάς.

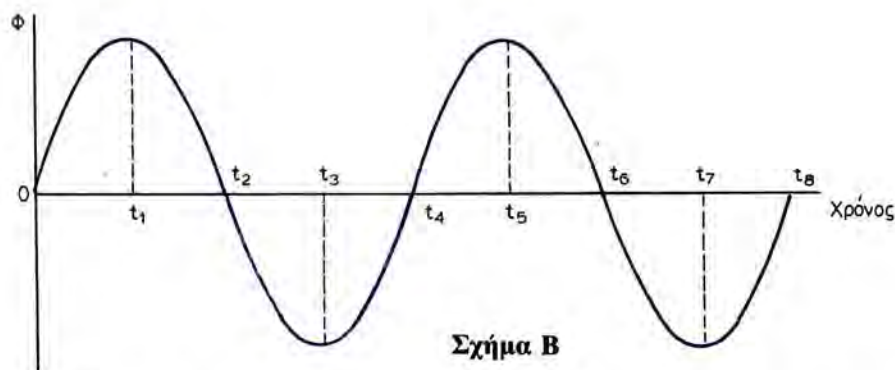


του ηλεκτρικού πεδίου που προκαλείται από ηλεκτρομαγνητική επαγωγή.

Εξετάσαμε μόνο ένα ειδικό και πολύ απλό παράδειγμα της περιγραφής του νόμου της επαγωγής με τη «γλώσσα του πεδίου». Στη γενική περίπτωση, όταν δεν έχουμε την τέλεια συμμετρία του σχήματος 16-18, πρέπει να πάρουμε τη συνιστώσα του E κατά μήκος της τροχιάς επί το μήκος της τροχιάς στο οποίο το E έχει αυτή τη συνιστώσα και να προσθέσουμε τις συνεισφορές κατά τη διαδρομή ενός δεδομένου δρόχου. Βρίσκουμε πάλι ότι η συνολική ΗΕΔ είναι ίση με μείον το ρυθμό μεταβολής της ροής επάνω στην περιοχή που περικλείεται από το δρόχο. Στην πραγματικότητα, ο δρόχος δεν είναι ανάγκη να είναι κυκλικός και ούτε είναι ανάγκη να είναι επίπεδος. Ο νόμος της επαγωγής εξακολουθεί να ισχύει (σχ. 16-21). Είναι ένας από τους θεμελιώδεις νόμους της φυσικής.

Σχήμα 16-21 Ο νόμος της κυκλοφορίας για το επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο γύρω από μεταβαλλόμενη μαγνητική ροή. Διαιρέστε την τροχιά σε μικρά τμήματα. Για κάθε ένα πάρτε τη συνιστώσα του $\vec{E}$ κατά μήκος του τμήματος και πολλαπλασιάστε επί το μήκος του τμήματος. Το άθροισμα των συνεισφορών κατά μήκος ολόκληρης της τροχιάς είναι η κυκλοφορία του $\vec{E}$ ή η επαγόμενη ΗΕΔ και είναι ίση με μείον το ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής μέσα από την περιοχή που ορίζεται από το κύκλωμα, ανεξάρτητα από το σχήμα της τροχιάς. Στο (α) η τροχιά είναι κυκλική και έχει το κέντρο της σε μία περιοχή ελαττούμενης μαγνητικής ροής, όπως στο σχήμα 16-18. Η όψη από πάνω δείχνει ότι τα διανύσματα του ηλεκτρικού πεδίου έχουν το ίδιο μέτρο σε κάθε σημείο της τροχιάς. Στο (β) η τροχιά δεν έχει κέντρο στην περιοχή της μεταβαλλόμενης ροής. Στο (γ) η τροχιά δεν είναι κυκλική. Στο (δ) η τροχιά δεν είναι καν σε ένα επίπεδο. Σε αυτές τις τρεις περιπτώσεις το μέτρο του $\vec{E}$ δεν είναι το ίδιο σε κάθε σημείο της τροχιάς. Η κυκλοφορία όμως του $\vec{E}$ είναι ακόμη ίση με μείον το ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής που διέρχεται από το κύκλωμα.

18. Έχουν αρχή και τέλος οι γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου που επάγεται από μεταβολή της μαγνητικής ροής;
19. Μπορείτε να προκαλέσετε επαγωγικό ρεύμα στο δρόχο του σχήματος 16-7 αν γεμίσετε το μαγνητικό διάκενο με σίδηρο; Γιατί;
20. Ποιο θα είναι το αποτέλεσμα στο ρεύμα που διαρρέει ένα κλειστό αγωγίμο δρόχο αν διπλασιασθεί ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής μέσα από το δρόχο;
21. Αν υποθέσετε ότι η ροή Φ του σχήματος 16-19 έχει ημιτονοειδή μεταβολή με το χρόνο, όπως φαίνεται στο σχήμα Β:
 - (α) Σε ποιες χρονικές στιγμές είναι μέγιστο το ηλεκτρικό πεδίο E ;
 - (β) Σε ποια χρονική στιγμή είναι μηδέν το ηλεκτρικό πεδίο;
 - (γ) Αν υποθέσετε ότι στη χρονική στιγμή μηδέν η κατεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου είναι αυτή που δείχνει το σχήμα. Σε ποια χρονικά διαστήματα το πεδίο θα έχει την αντίθετη κατεύθυνση;



Σχήμα Β

22. Ποιες θα ήταν οι τροχιές των ηλεκτρονίων στο δήτατρον του σχήματος 16-20 αν δεν υπήρχε ο εξωτερικός δακτύλιος των μαγνητών;

Για το σπίτι, την τάξη και το εργαστήριο.

23. (α) Αναλύστε πλήρως την κατάσταση του σχήματος 16-5 από την άποψη των δυνάμεων επάνω στα φορτία του σύρματος καθώς κινείται μέσα στο μαγνητικό πεδίο και δείξτε γιατί δεν υπάρχει επαγόμενο ρεύμα.

(β) Να συνεχίσετε πάνω σ' αυτό το συλλογισμό και να δείξετε γιατί υπάρχει επαγόμενο ρεύμα καθώς η μία πλευρά του δρόχου μπαίνει στην περιοχή ασθενέστερου πεδίου, στο άκρο του μαγνήτη.

24. Να υποθέσετε ότι στο σχήμα 16-2 η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι $0,5 \text{ N/A}\cdot\text{m}$, το l είναι 10 cm και ο δρόχος κινείται με σταθερή ταχύτητα 2 m/s υπό την επίδραση μιας δύναμης $0,01 \text{ N}$.

(α) Πόση είναι η ΗΕΔ που θα παραχθεί στο σύρμα;

(β) Πόσο είναι το ρεύμα στο κύκλωμα;

(γ) Τι συμβαίνει στο έργο που παράγει η δύναμη;

25. Το σχήμα 15-19 είναι το διάγραμμα ενός ηλεκτρικού κινητήρα.

(α) Να εξηγήσετε πώς θα μπορούσατε να χρησιμοποιήσετε την ίδια διάταξη μαγνητικού πεδίου και συρματινός δρόχου, για να κάνετε μία γεννήτρια που παράγει ρεύμα σε ένα εξωτερικό κύκλωμα μόνο προς μία φορά.

(β) Ποιος πρέπει να είναι ο προσανατολισμός του συρματινός δρόχου στο μαγνητικό πεδίο όταν ο συλλέκτης εναλλάσσει τις συνδέσεις μεταξύ των άκρων του δρόχου και των συρμάτων του εξωτερικού κυκλώματος;

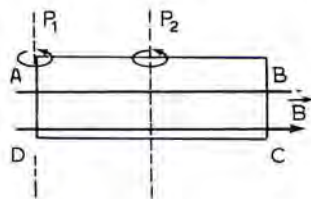
26. Ο ορθογώνιος συρματινός δρόχος που φαίνεται στο σχήμα Γ βρίσκεται σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο.

(α) Ποια φορά (των δεικτών του ρολογιού ή αντίθετα προς αυτούς) έχει το επαγόμενο ρεύμα, όταν ο δρόχος βρίσκεται στο επίπεδο του χαρτί και η πλευρά BC κινείται προς τα μέσα της σελίδας ένεκα περιστροφής περί τον άξονα P_1 ή τον άξονα P_2 ;

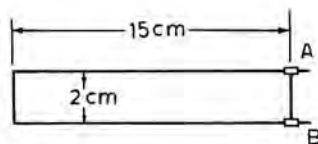
(β) Για δεδομένη ταχύτητα περιστροφής πώς συγκρίνεται το επαγόμενο ρεύμα για περιστροφή περί τον P_1 με το ρεύμα για περιστροφή περί τον P_2 ;

(γ) Για δεδομένη ταχύτητα περιστροφής, πώς εξαρτάται η επαγόμενη ΗΕΔ από το εμβαδόν του δρόχου;

(δ) Αν το μαγνητικό πεδίο έχει μέτρο $1,5 \text{ N/A}\cdot\text{m}$, $AB = 10 \text{ cm}$ και $BC = 4 \text{ cm}$, ποια είναι η μέγιστη επαγόμενη ΗΕΔ (σε volt) όταν ο δρόχος περιστρέφεται περί τον P_1 με $19,1$ στροφές ανά δευτερόλεπτο ($120/2\pi \text{ c/s}$);

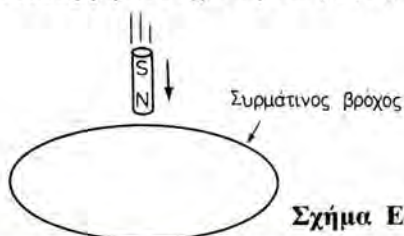


Σχήμα Γ



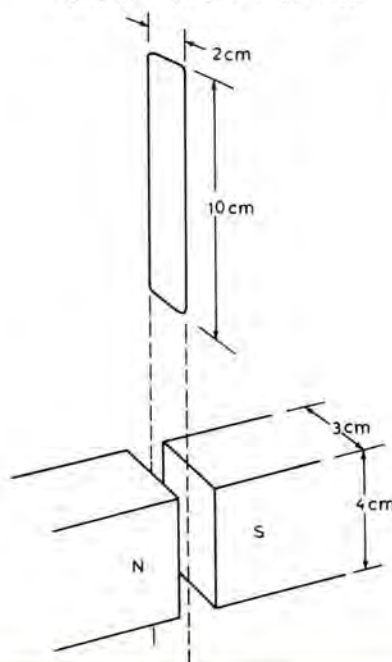
Σχήμα Δ

27. Ένα σύρμα σε σχήμα U (σχ. Δ) είναι συνδεδεμένο με ένα κινητό σύρμα AB. Η διάταξη αυτή είναι τοποθετημένη σε ένα ομογενές πεδίο, κάθετο προς τη σελίδα και με κατεύθυνση προς αυτήν.
- (α) Αν η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι $40 \text{ N/A}\cdot\text{m}$, ποια είναι η επαγόμενη ΗΕΔ (σε volt) όταν το AB είναι στη θέση που φαίνεται στο σχήμα και κινείται με 20 m/s ; Να το υπολογίσετε πρώτα από το ρυθμό μεταβολής της ροής και κατόπιν από τη μαγνητική δύναμη που δρα στα στοιχειώδη φορτία του σύρματος.
- (β) Ποια είναι η επαγόμενη ΗΕΔ όταν το AB βρίσκεται $5,0 \text{ cm}$ από το αριστερό άκρο και κινείται με 20 cm/s ; Με 10 cm/s ;
- (γ) Με ποιο ρυθμό παρέχεται ενέργεια στο δρόχο όταν το AB κινείται με 20 cm/s και το επαγόμενο ρεύμα είναι $2,0 \text{ A}$;
- (δ) Αν το επαγόμενο ρεύμα είναι $2,0 \text{ A}$, πόση δύναμη χρειάζεται για να κινηθεί το AB με 20 cm/s ;
28. Υποθέστε ότι το κινούμενο κύκλωμα του προβλήματος 24 έχει μάζα 200 g και ότι η εξωτερική δύναμη μηδενίζεται ξαφνικά καθώς κινείται με 2 m/s . Τι είδους κίνηση θα επακολουθήσει αν η συσκευή βρίσκεται σε χώρο όπου δεν υπάρχει βαρύτητα;
29. (α) Θα επαχθεί ρεύμα από το μαγνητικό πεδίο της γης σε ένα τεχνητό δορυφόρο με μεταλλική επιφάνεια που βρίσκεται σε τροχιά γύρω από τον ισημερινό; Σε τροχιά που το επίπεδό της διέρχεται από τους πόλους;
- (β) Αν αυτό πραγματικά συμβαίνει πώς θα επηρεάσουν αυτά τα ρεύματα την κίνηση του δορυφόρου;
30. Ένας ραβδόμορφος μαγνήτης αφήνεται να πέσει μέσα από ένα συρμάτινο δρόχο, όπως δείχνει το σχήμα Ε.
- (α) Να περιγράψετε τις μεταβολές στη φορά και το μέγεθος του ρεύματος που επάγεται στο δρόχο καθώς ο μαγνήτης πέφτει μέσα από το δρόχο.
- (β) Αν αμελήσετε την αντίσταση του αέρα, θα είναι σταθερή η επιτάχυνση του μαγνήτη που πέ-

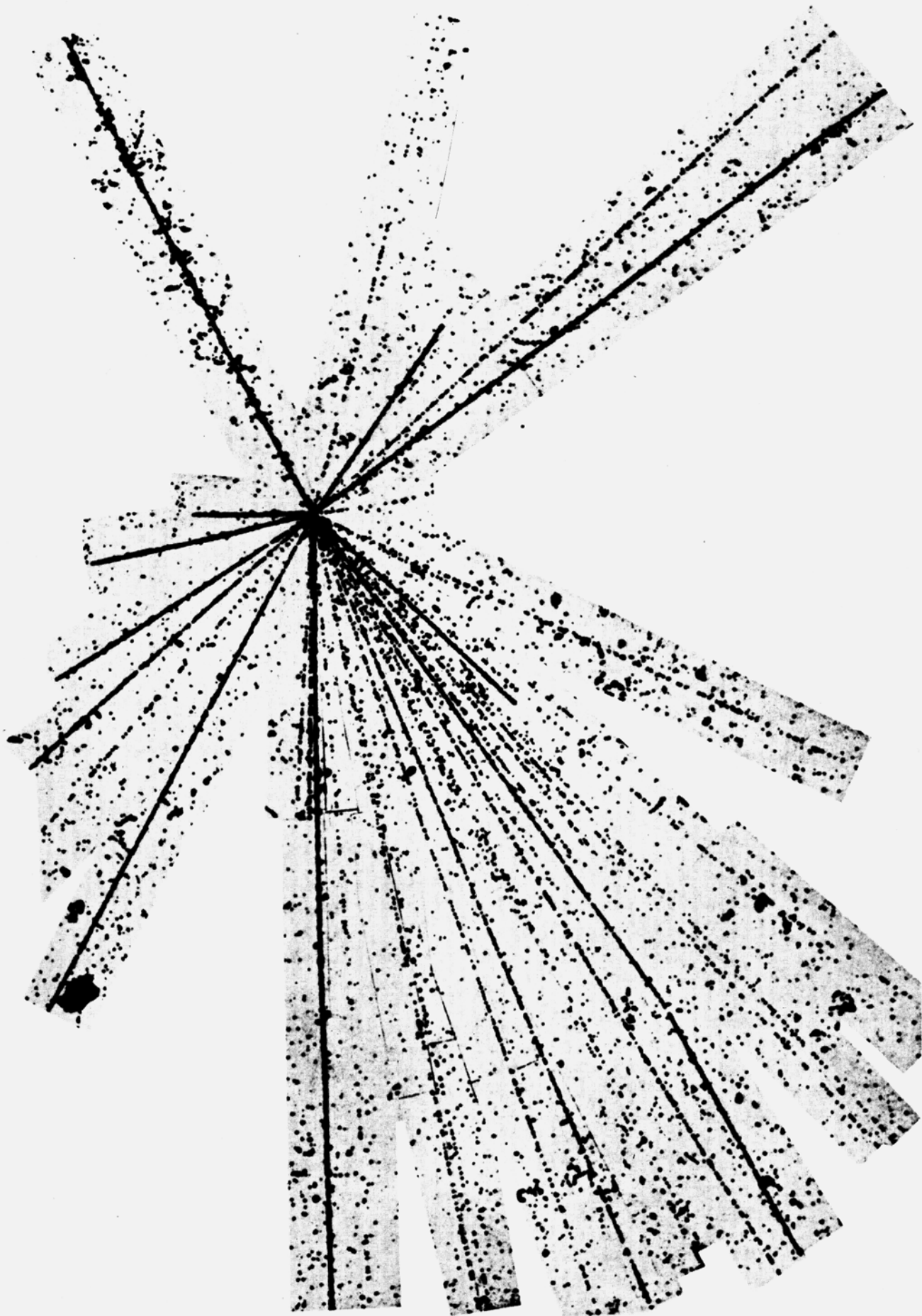


πτει;

31. Ένας ορθογώνιος δρόχος από χάλκινο σύρμα αφήνεται να πέσει ανάμεσα στους πόλους ενός μαγνήτη όπως δείχνει το σχήμα Ζ. Να περιγράψετε ποιοτικά την κίνηση του δρόχου αμελώντας την τριβή του αέρα.
32. Όταν διακόψετε ένα ηλεκτρικό κινητήρα μπορεί να δείτε ένα σπινθήρα μεταξύ των επαφών του διακόπτη. Τι προκαλεί το σπινθήρα; (Υπόδειξη: Ο ηλεκτρικός κινητήρας έχει ένα μεγάλο συρμάτινο πηνίο μέσα του. Τι συμβαίνει με τη μαγνητική ροή που περνά από το πηνίο όταν ανοίγετε το διακόπτη;)
33. Σε ένα δήτατρον, τα ηλεκτρόνια επιταχύνονται σε σχετικά υψηλές ενέργειες με μία μεταβαλλόμενη μαγνητική ροή. Τα ηλεκτρόνια κινούνται σε ένα κύκλο στο εσωτερικό ενός εκκενωμένου γυάλινου δακτυλίου και επιταχύνονται όταν η ροή μέσα από την τρύπα του δακτυλίου αυξάνει. Ένα άλλο μαγνητικό πεδίο διαπερνά το δακτύλιο κάθετα στο επίπεδό του για να κρατήσει την κυκλική κίνηση των ηλεκτρονίων.
- Ένα ηλεκτρόνιο κινείται στην περιφέρεια κύκλου με ακτίνα 50 cm μέσα στο δακτύλιο του δήτατρο και έχει ταχύτητα 98% της ταχύτητας του φωτός. Αν η ροή μέσα από το δακτύλιο αυξάνεται με ρυθμό $24 \text{ N}\cdot\text{m/A}\cdot\text{s}$ για $1/240 \text{ s}$, πόση ενέργεια (σε electronvolt) θα μεταφερθεί στο ηλεκτρόνιο;
- (Σημείωση: Υποθέστε ότι το μέτρο της ταχύτητας παραμένει σταθερό και ίσο περίπου με το μέτρο της ταχύτητας του φωτός).



Σχήμα Ζ



Τα ουδέτερα άτομα της ύλης αποτελούνται από ηλεκτρόνια και ιόντα. Έχετε δει τις ενδείξεις γι' αυτά τα συμπεράσματα. Τώρα θέλουμε να διεισδύσουμε περισσότερο μέσα στα άτομα για να αποκτήσουμε μία ιδέα για τη δομή τους. Τι μπορούμε να πούμε για τη θέση των ηλεκτρονίων και των ιόντων σε ουδέτερα άτομα; Υπάρχει σχέση ανάμεσα στις μάζες των ατόμων διαφορετικών στοιχείων; Τα θετικά ιόντα αποτελούνται από απλούστερους δομικούς λίθους; Αυτές οι ερωτήσεις είναι το αντικείμενο αυτού του κεφαλαίου. Θα αρχίσουμε από την πρώτη ερώτηση.

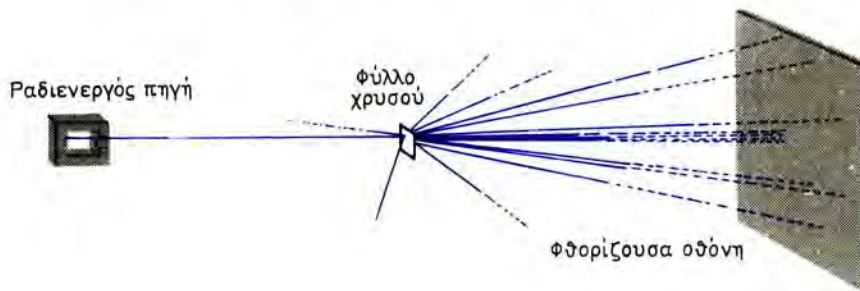
Για να λάβουμε πληροφορίες για το εσωτερικό ενός ατόμου χρειαζόμαστε κάποιον διερευνητή (probe, προμπ, μήλη) που να εισχωρεί σ' αυτό. Επομένως, άλλα άτομα και μόρια που αναπηδούν όταν πλησιάζουν στην επιφάνεια του ατόμου δεν είναι κατάλληλοι διερευνητές. Επίσης και φορτισμένα σωματίδια χαμηλής ενέργειας δεν μας βοηθούν πολύ γιατί και αυτά δεν διεισδύουν αρκετά βαθιά. Από την άλλη μεριά, ένας διερευνητής που περνά ελεύθερα μέσα από ο,τιδήποτε δεν μας δίνει καμιά πληροφορία για το χώρο που διαπέρασε.

Εξαιτίας ακριβώς αυτού του μειονεκτήματος είναι δύσκολο να χρησιμοποιήσουμε ακτίνες Χ που έχουν υψηλή διαπεραστικότητα, ή τις ακόμη πιο διαπεραστικές ακτίνες γ που προέρχονται από ραδιενεργό διάσπαση. Κατά τα πρώτα χρόνια του αιώνα μας οι πιο κατάλληλοι διερευνητές που μπορούσαν να εισχωρήσουν μέσα στα άτομα ήταν τα σωματίδια άλφα. Αυτά προέρχονται από ραδιενεργά υλικά και έχουν αρκετά μεγάλη ενέργεια ώστε να εισχωρήσουν βαθιά σε ένα άτομο. Και παρόλο ότι συνήθως περνούν με μικρή μεταβολή στην κατεύθυνσή τους, μερικές φορές αποκλίνουν απότομα. Όταν συμβαίνει αυτό, συμπεραίνουμε ότι προσέκρουσαν σε κάτι σχετικά συμπαγές και αναπήδησαν.

17-1 Η σκέδαση των σωματιδίων άλφα και το μοντέλο Rutherford για τα άτομα.

Το σχήμα 17-1 δείχνει τη διάταξη για ένα πείραμα όπου διερευνούμε άτομα χρυσού με σωματίδια άλφα υψηλής ταχύτητας που εκπέμπονται από τη ραδιενεργό διάσπαση ενός κομματιού πολωνίου. Αν χρησιμοποιούσαμε τη μέθοδο της παραγράφου 15-9 θα βρίσκαμε ότι τα σωματίδια άλφα έχουν ταχύτητα $1,6 \times 10^7$ μέτρα ανά δευτερόλεπτο.

Ας υποθέσουμε ότι κατευθύνουμε μία λεπτή δέσμη τέτοιων σωματιδίων άλφα προς ένα λεπτό φύλλο χρυσού και τοποθετούμε από την άλλη πλευρά του φύλλου ένα ανιχνευτή σωματιδίων άλφα. Αυτή η διάταξη



Το άτομο

- 17-1 Η σκέδαση των σωματιδίων άλφα και το μοντέλο Rutherford για τα άτομα
- 17-2 Δυναμική ενέργεια στο πεδίο Coulomb
- 17-3 Οι τροχιές των σωματιδίων άλφα στο ηλεκτρικό πεδίο του πυρήνα
- 17-4 Γωνιακή κατανομή σκεδάσεως
- 17-5 Το ηλεκτρικό πεδίο και το μέγεθος πυρήνων του ατόμου
- 17-6 Ατομικές μάζες: Ισότοπα
- 17-7 Το νετρόνιο
- 17-8 Η απορρόφηση των νετρονίων: Βήτα Διάσπαση και Σχάση

Σχήμα 17-1 Ένα πείραμα για να διερευνηθεί το εσωτερικό των ατόμων με «βλήματα» σωματίδια άλφα.

Φωτογραφία αριστερά: Σύγκρουση ενός πυρήνα μαγνησίου (που έρχεται από επάνω αριστερά) και ενός ακίνητου πυρήνα βρωμίου. Το γεγονός καταγράφηκε σε φωτογραφικό γαλάκτωμα. Φορτισμένα σωματίδια αφήνουν ίχνη μέσα στο γαλάκτωμα και γίνονται ορατά όταν εμφανίζεται το φωτογραφικό γαλάκτωμα.

θα μας δείξει πού κατευθύνονται τα σωματίδια άλφα αφού διαπεράσουν το φύλλο.

Το φύλλο χρυσού είναι μια μεγάλη συσσώρευση από άτομα χρυσού. Ένα κατάλληλο φύλλο χρυσού είναι τόσο λεπτό, ώστε κάθε τετραγωνικό μέτρο έχει μάζα 2×10^{-3} kg. Πόσες στρώσεις ατόμων υπάρχουν σε αυτό το φύλλο;

Για να απαντήσουμε σε αυτήν την ερώτηση υπολογίζουμε πρώτα το πάχος του φύλλου σε μέτρα. Κατόπιν θα βρούμε το πάχος ενός ατόμου χρυσού. Ο λόγος του πάχους του στρώματος ως προς το πάχος του ενός ατόμου θα μας δώσει τον αριθμό των στρωμάτων.

Για οποιαδήποτε ορθογώνια πλάκα:

$$\text{Πάχος} \times \text{εμβαδόν} \times \text{πυκνότητα} = \text{μάζα της πλάκας}$$

Σε αυτή την περίπτωση:

$$\text{Πάχος} \times 1 \text{ m}^2 \times 2 \times 10^4 \text{ kg/m}^3 = 2 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

Έτσι:

$$\text{Πάχος} = \frac{2 \times 10^{-3} \text{ kg}}{1 \text{ m}^2 \times 2 \times 10^4 \text{ kg/m}^3} = 1 \times 10^{-7} \text{ m}$$

Για να βρούμε το πάχος ενός ατόμου, σκεφθείτε ότι ένα κυβικό μέτρο χρυσού (πολύ ακριβό!), έχει μάζα 2×10^4 kg. Η μάζα ενός ατόμου χρυσού είναι $3,3 \times 10^{-25}$ kg. Διαιρώντας τη μάζα 1 m^3 χρυσού με τη μάζα ενός ατόμου χρυσού έχουμε τον αριθμό των ατόμων χρυσού σε 1 m^3 :

$$\text{Αριθμός ατόμων χρυσού σε } 1 \text{ m}^3 = \frac{2 \times 10^4 \text{ kg}}{3,3 \times 10^{-25} \text{ kg}} = 6,1 \times 10^{28}$$

Αν φαντασθούμε ότι το κάθε άτομο είναι μέσα σε ένα κυβικό κουτί, τότε ο όγκος ενός τέτοιου κουτιού θα είναι:

$$\frac{1 \text{ m}^3}{6,1 \times 10^{28}} = 16 \times 10^{-30} \text{ m}^3$$

Το μήκος της ακμής του είναι $\sqrt[3]{16 \times 10^{-30} \text{ m}^3}$ ή $2,5 \times 10^{-10} \text{ m}$.

Τελικά ο αριθμός των στρωμάτων ατόμων στο φύλλο του χρυσού είναι:

$$\begin{aligned} \text{Αριθμός στρωμάτων ατόμων} &= \frac{\text{πάχος φύλλου}}{\text{πάχος ενός στρώματος ατόμων}} = \\ &= \frac{1 \times 10^{-7} \text{ m}}{2,5 \times 10^{-10} \text{ m}} = 4 \times 10^2 \text{ ή πάχος περίπου } 400 \text{ ατόμων} \end{aligned}$$

Το πρώτο πράγμα που μαθαίνουμε με αυτή τη συσκευή είναι ότι τα περισσότερα σωματίδια άλφα διαπερνούν τα 400 στρώματα των ατόμων χωρίς αισθητή αλλαγή στην κατεύθυνση της κινήσεώς τους. Μπορούμε να συμπεράνουμε ότι το μεγαλύτερο μέρος του εσωτερικού του ατόμου δεν έχει σκληρά συμπαγή αντικείμενα που θα προκαλούσαν απόκλιση

κατά κάποια μεγάλη γωνία των σωματιδίων άλφα.

Παρόλα αυτά το άτομο έχει κάτι μέσα του, γιατί παρατηρούμε ότι τα σωματίδια άλφα χάνουν σταδιακά την ενέργειά τους καθώς περνούν μέσα από το χρυσό. Σε ένα συνηθισμένο πάχος χρυσού τα σωματίδια άλφα δεν θα έφθαναν ποτέ στην άλλη πλευρά. Όπως βλέπομε και σε άλλα πειράματα, η ενέργεια των σωματιδίων άλφα χάνεται κατά τον ιοντισμό των ατόμων χρυσού. Όταν ένα σωματίδιο άλφα κινείται δια μέσου των ατόμων, χάνοντας ενέργεια καθώς διώχνει ηλεκτρόνια, επιβραδύνεται όπως συμβαίνει σε μία σφαίρα που διασχίζει πολλά δέματα σανού.

Επειδή όμως έχομε καθορίσει τη μάζα των ατόμων, γνωρίζομε ότι κάτι συμπαγές πρέπει να βρίσκεται κάπου στο εσωτερικό του ατόμου. Δεν μπορούμε να πιστέψομε ότι αυτή η μάζα αποτελείται από ηλεκτρόνια. Για ένα ελαφρύ άτομο θα χρειαζόταν πολλές χιλιάδες ηλεκτρόνια και όταν ιοντίζομε το άτομο μπορούμε να πάρομε πολύ λίγα.

Η μάζα ενός ατόμου χρυσού είναι 50 φορές μεγαλύτερη από τη μάζα ενός σωματιδίου άλφα, και, αν το σωματίδιο άλφα κτυπήσει κατευθείαν μία τέτοια μάζα θα πρέπει να αναπηδήσει προς τα πίσω. Επομένως ας εξετάσομε ξανά τη δέση των σωματιδίων άλφα που περνά μέσα από το φύλλο χρυσού. Αν παρατηρήσομε τριγύρω προς όλες τις κατευθύνσεις, βρίσκομε ότι περνώντας μέσα από το φύλλο χρυσού περίπου 1 στα 10.000 σωματίδια άλφα φεύγει από την αρχική πορεία του και αποκλίνει κατά μία γωνία μεγαλύτερη από 10 μοίρες. Ακόμη πιο σπάνια, από ένα αστρονομικό αριθμό σωματιδίων άλφα ένα σωματίδιο αποκλίνει από την πορεία του κατά 90 μοίρες ή και περισσότερο. Το ίδιο γεγονός συμβαίνει καμιά φορά στα σωματίδια άλφα που διαπερνούν το αέριο σε ένα θάλαμο Γουίλσον ή θάλαμο νέφους. Αν εξετάσομε μυριάδες φωτογραφίες θαλάμου νέφους θα βρούμε μερικές όπου τα σωματίδια άλφα πολύ καθαρά αναπηδούν από ένα άτομο κάνοντας σχεδόν μεταβολή. Το σχήμα 17-2 είναι μία τέτοια φωτογραφία.

Τα σωματίδια άλφα που αποκλίνουν έντονα όταν προσπίπτουν στο φύλλο χρυσού έχουν συγκρουσθεί βίαια με κάποιο τμήμα ενός ατόμου του φύλλου. Είμαστε βέβαιοι ότι μόνο μια σύγκρουση είναι σημαντική (βίαιη) γιατί τα περισσότερα σωματίδια άλφα διασχίζουν το φύλλο χωρίς απόκλιση. Επομένως η πιθανότητα ακόμη και για μία μόνο βίαιη σύγκρουση είναι πολύ μικρή και επομένως η πιθανότητα για περισσότερες από μία βίαιες συγκρούσεις, (πολλαπλή σκέδαση), κατά τη διέλευση ενός σωματιδίου δια μέσου του φύλλου είναι εντελώς αμελητέα.

Για να εξηγηθούν αυτές οι παρατηρήσεις, ένα μοντέλο ατόμων πρέπει να έχει δυο χαρακτηριστικά. Επειδή σχεδόν όλα τα σωματίδια άλφα διασχίζουν σχεδόν ανενόχλητα το άτομο, το μεγαλύτερο μέρος του ατόμου πρέπει να μην περιέχει οτιδήποτε συμπαγές. Επειδή, έστω και σπανίως, ένα σωματίδιο άλφα αναπηδά προς τα πίσω, πρέπει κάπου στο εσωτερικό του ατόμου να υπάρχει τουλάχιστο μια συσσωρευση μάζας με την οποία τα σωματίδια άλφα να αλληλεπιδρούν έντονα.

Επιπλέον, έχομε συσχετίσει την επιβράδυνση των σωματιδίων άλφα σε ένα παχύ φύλλο χρυσού με τα ελαφρά ηλεκτρόνια που αποχωρίζονται από τα άτομα του χρυσού όταν τα σωματίδια άλφα περνούν μέσα

Σχήμα 17-2 Η φωτογραφία ενός θαλάμου νέφους (θαλάμου Wilson), όπου φαίνονται τα ίχνη των σωματιδίων άλφα που κινούνται μέσα από αέριο. Τα σωματίδια άλφα κινούνται προς τα επάνω από μία πηγή που βρίσκεται κάτω αριστερά. Προσέξτε το σωματίδιο που συγκρούστηκε με ένα άτομο αζώτου κοντά στο κέντρο της φωτογραφίας. Έχει σκεδαστεί προς τα πίσω με γωνία 142° , ενώ το άτομο αζώτου ανακρούεται.



από τα άτομα και τα ιοντίζουν. Έτσι οδηγούμαστε στο να συσχετίσουμε την κύρια μάζα του ατόμου με το θετικό φορτίο που πρέπει να υπάρχει ώστε το άτομο σαν σύνολο να είναι κανονικά ουδέτερο.

Το 1911 ο Rutherford επινόησε ένα ατομικό μοντέλο που περιείχε όλα αυτά τα χαρακτηριστικά και επιπλέον χρειαζόταν μόνο τη δύναμη Coulomb, για να εξηγήσει την αλληλεπίδραση των σωματιδίων άλφα με τη θετική συμπαγή καρδιά του ατόμου. Το μοντέλο του περιγράφει το άτομο σαν ένα πολύ μικρό ηλιακό σύστημα με μία καρδιά ή **πυρήνα** στο κέντρο και ηλεκτρόνια γύρω του. Ο πυρήνας είναι φορτισμένος θετικά και φέρει όλη σχεδόν τη μάζα του ατόμου. Τα ελαφρά, αρνητικά φορτισμένα σωματίδια, περιστρέφονται γύρω από τον πυρήνα συγκρατημένα από την έλξη Coulomb. Έξω από το άτομο, αυτά τα αρνητικά ηλεκτρόνια αναιρούν την επίδραση του θετικού φορτίου του πυρήνα ώστε το άτομο σαν σύνολο να είναι ουδέτερο. Αυτό σημαίνει ότι ο πυρήνας φέρει ένα αριθμό θετικών στοιχειωδών φορτίων, ίσο προς τον αριθμό των ηλεκτρονίων.

Έχουμε ήδη συμπεράνει ότι το άτομο του υδρογόνου αποτελείται από ένα πρωτόνιο και ένα ηλεκτρόνιο (παράγρ. 15-8). Έτσι στο μοντέλο Rutherford για το άτομο του υδρογόνου (σχ. 17-3) ο πυρήνας είναι το πρωτόνιο και υπάρχει ένα ηλεκτρόνιο που κινείται σε τροχιά γύρω του. Παρομοίως, το άτομο του ηλίου αποτελείται από ένα σωματίδιο άλφα και δυο ηλεκτρόνια. Στο ήλιο ο πυρήνας είναι το σωματίδιο άλφα και τα δυο ηλεκτρόνια περιστρέφονται γύρω του.



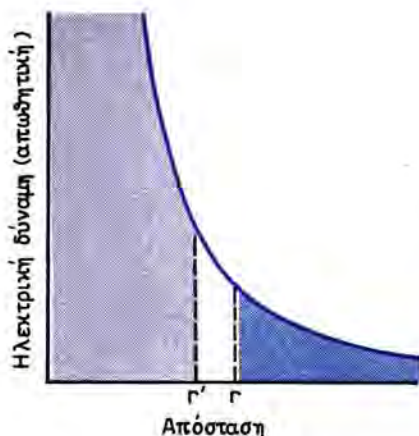
Σχήμα 17-3 Το μοντέλο Rutherford για το άτομο του υδρογόνου. Σ' αυτή την κλίμακα το ηλεκτρόνιο και ο πυρήνας είναι τόσο μικρά που στην πραγματικότητα δεν θα μπορούσατε να τα δείτε καθόλου, παρόλο ότι η γραμμική μεγέθυνση είναι 10^9 φορές.

Στο μοντέλο του Rutherford για οποιοδήποτε άτομο οι διαστάσεις του πυρήνα και των ηλεκτρονίων είναι πολύ μικρές σε σύγκριση με τις διαστάσεις ολόκληρου του ατόμου και έτσι το μεγαλύτερο μέρος του όγκου του ατόμου είναι κενός χώρος. Σε αυτό το χώρο κοντά στον πυρήνα το ηλεκτρικό πεδίο είναι ουσιαστικά το πεδίο του φορτίου του πυρήνα, ένα πεδίο που ακολουθεί το νόμο του Coulomb οπότε η έντασή του μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με το τετράγωνο της αποστάσεως από τον πυρήνα. Τα πλανητικά ηλεκτρόνια βρίσκονται στην εξωτερική περιοχή του ατόμου και εκεί τα αρνητικά αυτά φορτία συνεισφέρουν επίσης στο ηλεκτρικό πεδίο. Έξω από το άτομο τα αρνητικά αυτά φορτία θωρακίζουν τελείως το θετικό φορτίο του πυρήνα και το ηλεκτρικό πεδίο εξαφανίζεται.

Σε αυτό το μοντέλο, ένα σωματίδιο άλφα που εκτοξεύεται προς το άτομο με τροχιά σε κάποια σημαντική απόσταση από το κέντρο του, θα διαπεράσει το άτομο χωρίς σημαντική απόκλιση. Θα σπρώξει μόνο λίγο προς τα έξω τα ηλεκτρόνια. Αλλά σε ένα ρεύμα σωματιδίων άλφα που εκτοξεύονται προς ένα φύλλο χρυσού υπάρχουν μερικά που περνούν τόσο κοντά από το κέντρο ενός ατόμου ώστε συναντούν το ισχυρό ηλεκτρικό πεδίο κοντά στο βαρύ πυρήνα και «σκεδάζονται» κατά μεγάλη γωνία.

Βλέπουμε ότι το υπόδειγμα (μοντέλο) Rutherford εξηγεί, ποιοτικά τουλάχιστον, τα πειραματικά δεδομένα. Εξηγεί, γιατί τα άτομα αφήνουν τα περισσότερα σωματίδια άλφα να τα διαπερνούν χωρίς να τα επηρεάζουν και πώς μερικά σωματίδια άλφα αποκλίνουν έντονα. Όμως, πριν να εμπιστευθούμε απόλυτα αυτό το μοντέλο, πρέπει να το ελέγξουμε και ποσοτικά. Αυτό έγινε πολύ επιδέξια από τον Rutherford και τους μαθητές του.

1. Για να μπορέσετε να φαντασθείτε το πάχος του φύλλου χρυσού που χρησιμοποιήθηκε στο πείραμα της παραγράφου 17-1 για την παραγωγή σωματιδίων άλφα, να δρείτε τον αριθμό τέτοιων φύλλων που αν τοποθετηθούν το ένα επάνω στο άλλο θα έχουν συνολικό πάχος ίσο με το πάχος της σελίδας του διβλίου σας.
2. Ένα τετραγωνικό μέτρο φύλλου αργύρου έχει μάζα 5×10^{-3} kg.
 - (α) Ποιο είναι το πάχος του; (Η πυκνότητα του αργύρου είναι 1×10^4 kg/m³).
 - (β) Η μάζα του ατόμου του αργύρου είναι $1,8 \times 10^{-25}$ kg. Ποιο είναι το μήκος της πλευράς του «κουτιού» (κύβου) που αντιστοιχεί σε ένα μόνο άτομο;
 - (γ) Ποιο είναι το πάχος του φύλλου εκφρασμένο σε μήκος πλευράς ενός τέτοιου κύβου;
3. Πώς αποδεικνύουμε ότι τα σωματίδια άλφα, που αποκλίνουν κατά μεγάλη γωνία όταν περνούν μέσα από ένα λεπτό φύλλο χρυσού, προέρχονται από μία μόνο σύγκρουση;
4. Ποια κύρια χαρακτηριστικά πρέπει να έχει ένα ατομικό μοντέλο για να εξηγήσει τον τρόπο με τον οποίο αποκλίνουν τα σωματίδια άλφα όταν περνούν μέσα από ένα φύλλο χρυσού;



Σχήμα 17-4 Το γράφημα της δυνάμεως της ηλεκτρικής απώσεως μεταξύ δυο ίδιων φορτίων ως προς την απόστασή τους. Η μη σκιασμένη επιφάνεια αντιπροσωπεύει το έργο που έγινε στα φορτία, όταν η απόσταση αυξήθηκε από r' σε r . (Αν ένας από τους δυο φορείς φορτίου είναι πολύ πιο ελαφρύς από τον άλλο, τότε όλο το έργο γίνεται στον ελαφρότερο φορέα). Η σκούρα επιφάνεια είναι το έργο που έγινε για να αυξηθεί η απόσταση από r στο άπειρο.

17-2 Δυναμική ενέργεια στο πεδίο Coulomb.

Ο νόμος της έλξεως του Coulomb παίζει σημαντικό ρόλο στο μοντέλο του Rutherford. Αυτή η δύναμη εξαρτάται μόνο από την απόσταση μεταξύ του σωματιδίου άλφα και του πυρήνα του ατόμου. Επομένως μπορούμε να περιγράψουμε την απώλεια της κινητικής ενέργειας ενός σωματιδίου άλφα, καθώς αυτό πλησιάζει τον πυρήνα χρυσού, ως κέρδος σε ηλεκτρική δυναμική ενέργεια.

Πώς εξαρτάται η δυναμική ενέργεια από την απόσταση όταν η δύναμη είναι ανάλογη προς $1/r^2$; Το σχήμα 17-4 δείχνει τη δύναμη ως συνάρτηση της αποστάσεως για μία δύναμη αντίστροφου τετραγώνου. Το εμβαδόν κάτω από αυτήν την καμπύλη μεταξύ δυο διαφορετικών αποστάσεων δίνει το έργο που παράγεται καθώς μεταβάλλεται η απόσταση. Για παράδειγμα, η λευκή επιφάνεια αντιστοιχεί στο έργο που παράγεται στο σωματίδιο άλφα, όταν η απόσταση αυξάνεται από r' σε r . Αν μεταχειριστούμε μαθηματικές μεθόδους πιο πολύπλοκες, που δεν χρειάζεται να συζητήσουμε εδώ, μπορούμε να υπολογίσουμε την επιφάνεια κάτω από την καμπύλη της δυνάμεως - αποστάσεως από οποιαδήποτε απόσταση r μέχρι το άπειρο. Αυτή είναι η σκούρα μπλε επιφάνεια που

εκτείνεται προς το άπειρο από τα δεξιά του r . Ισούται με: $\frac{kq_1 q_2}{r}$ και

ισοδυναμεί προς το έργο που παράγεται στο σωματίδιο άλφα από τη δύναμη του πεδίου όταν κινηθεί από το r στο άπειρο. Το αρνητικό αυτού του έργου είναι η μεταβολή στην ηλεκτρική δυναμική ενέργεια:

$$U(\infty) - U(r) = -\frac{kq_1 q_2}{r}$$

Είναι βολικό να θέσουμε το δυναμικό και τη δυναμική ενέργεια στο άπειρο ίσα με μηδέν, δηλαδή $U(\infty) = 0$. Αυτό δίνει:

$$U(r) = \frac{kq_1 q_2}{r}$$

Προσέξτε ότι η δυναμική ενέργεια είναι θετική όταν τα q_1 και q_2 έχουν το ίδιο πρόσημο. Αυτή είναι η περίπτωση για σωματίδιο άλφα στο πεδίο ενός πυρήνα χρυσού ($q_1 = +2e$). Ένα σωματίδιο άλφα χάνει κινητική ενέργεια και κερδίζει δυναμική ενέργεια όταν πλησιάζει ένα πυρήνα. Για ένα ηλεκτρόνιο στο πεδίο ενός θετικού πυρήνα ($q_1 = -1e$) η δυναμική ενέργεια είναι αρνητική. Ένα ηλεκτρόνιο κερδίζει κινητική ενέργεια και χάνει δυναμική ενέργεια όταν πλησιάζει ένα πυρήνα.

- Ένα φορτίο q_1 βρίσκεται σε απόσταση r από ένα ακίνητο φορτίο q_2 . Αν το q_1 μπορεί να απομακρυνθεί ελεύθερα υπό την επίδραση της απωθήσεως του πεδίου Coulomb, ποια θα είναι η κινητική του ενέργεια σε πολύ μεγάλη απόσταση;
- Ένα κινητό φορτίο q βρίσκεται σε απόσταση $2r$ από ένα ακίνητο φορτίο Q . Πόσο έργο χρειάζεται ως συνάρτηση των Q , q , r για να φθάσει το κινητό φορτίο σε απόσταση r από το Q ;

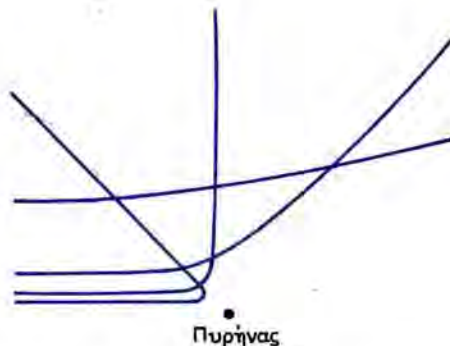
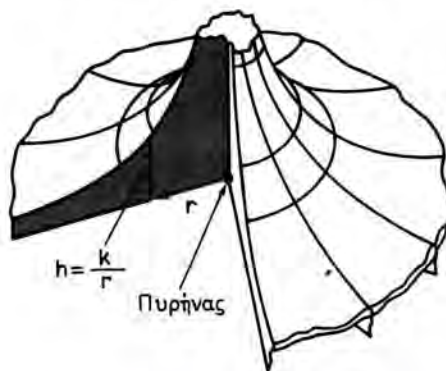
7. Ένα μικρό αντικείμενο φέρει ένα ηλεκτρικό φορτίο q . Πώς συγκρίνονται το ηλεκτρικό πεδίο και το ηλεκτρικό δυναμικό που οφείλονται στο q με τις τιμές τους σε ένα σημείο σε απόσταση $2r$ από το αντικείμενο;

17-3 Οι τροχιές των σωματιδίων άλφα στο ηλεκτρικό πεδίο του πυρήνα.

Στο μοντέλο του Rutherford ένα σωματίδιο άλφα κοντά στον πυρήνα υφίσταται μία απωστική δύναμη που είναι αντιστρόφως ανάλογη προς το τετράγωνο της αποστάσεως. Για να ελέγξουμε αυτό το μοντέλο πρέπει να προσδιορίσουμε τις τροχιές που διαγράφει ένα σωματίδιο άλφα σε ένα τέτοιο πεδίο δυνάμεως.

Στο σχήμα 17-5 φαίνονται παραδείγματα τροχιών που έχουν υπολογισθεί. Παρόλο που δεν θα παραθέσουμε τους μακρούς υπολογισμούς, αυτές οι τροχιές δεν περιέχουν τίποτε πιο μυστηριώδες από το νόμο του Coulomb, το νόμο κινήσεως του Newton και τη λεπτομερή γεωμετρική διάταξη. Οι καμπύλες είναι υπερβολές που έχουν όλες τον πυρήνα σε μία εστία.

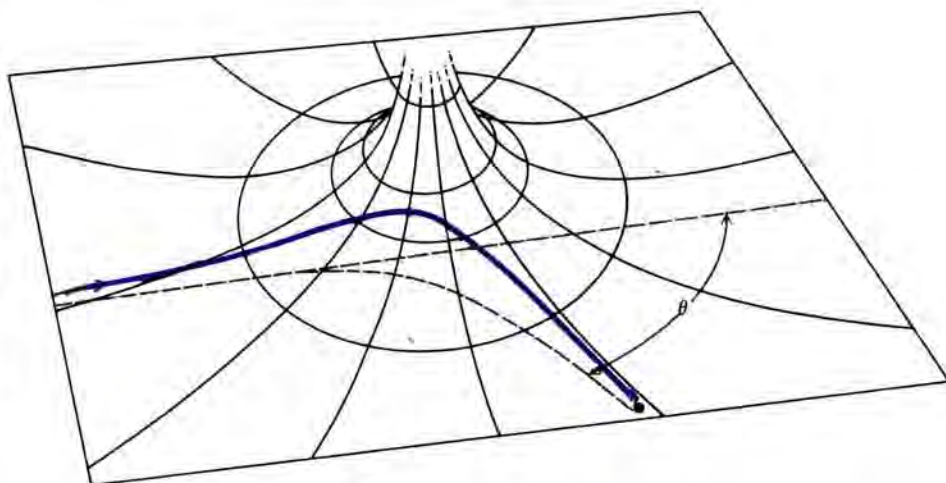
Μπορείτε επίσης να βεβαιωθείτε ότι οι υπολογισμοί είναι σωστοί αν εξετάσετε ένα μηχανικό μοντέλο που αναπαράγει τα κυριότερα χαρακτηριστικά της σκεδάσεως των σωματιδίων άλφα στο πεδίο δυνάμεως του Coulomb. Ίσως μάλιστα να θελήσετε να κατασκευάσετε ένα τέτοιο μηχανικό μοντέλο και να πειραματισθείτε με αυτό. Στο μηχανικό μοντέλο, το σωματίδιο άλφα είναι μία χαλύβδινη μπάλα που κυλά με μικρή τριβή σε ένα λείο καμπύλο λοφίσκο ο οποίος υψώνεται πάνω σε ένα επίπεδο τραπέζι (σχ. 17-6). Ορίζουμε τη δυναμική ενέργεια βαρύτητας της μπάλας έτσι ώστε να αντιστοιχεί προς την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του σωματιδίου άλφα κοντά στον πυρήνα. Έτσι, αυτό το μηχανικό μοντέλο παριστάνει ένα επίπεδο που περνά μέσα από το κέντρο ενός ατόμου, ενώ η τρίτη διάσταση, το ύψος του λοφίσκου, παριστάνει όχι την τρίτη διάσταση του χώρου, αλλά τη δυναμική ενέργεια. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια μεταβάλλεται ως $1/r$, όπου r είναι η απόσταση από τον πυρήνα. Επομένως κατασκευάζουμε το λοφίσκο μας, έτσι ώστε το ύψος επάνω από οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου να είναι αντιστρόφως ανάλογο προς την απόσταση r αυτού του σημείου από το κέντρο (πυρήνα).



Σχήμα 17-5 Τροχιές σωματιδίων άλφα τα οποία πλησιάζουν έναν πυρήνα. Έχουν υπολογισθεί με απωστική δύναμη αντίστροφου τετραγώνου.

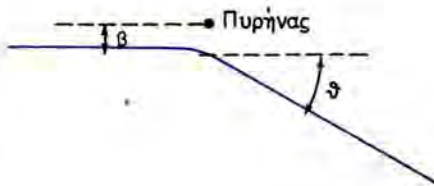
Σχήμα 17-6 Ένα μηχανικό μοντέλο που δείχνει τροχιές των σωματιδίων άλφα κοντά σε ένα πυρήνα. Τα σωματίδια άλφα έχουν δυναμική ενέργεια ανάλογη του $1/r$, όπου r είναι η απόσταση από τον πυρήνα. Ο λοφίσκος είναι κατασκευασμένος έτσι, ώστε το ύψος κάθε σημείου της επιφάνειας να είναι ανάλογο προς $1/r$, όπου r είναι η απόσταση (προβολή) επάνω στο επίπεδο από το κέντρο. Επομένως, η μπάλα επάνω στο λοφίσκο θα έχει δυναμική ενέργεια βαρύτητας ανάλογη προς $1/r$. Τότε η κίνησή της μοιάζει με την κίνηση ενός φορτίου που κινείται στο επίπεδο μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο του πυρήνα.

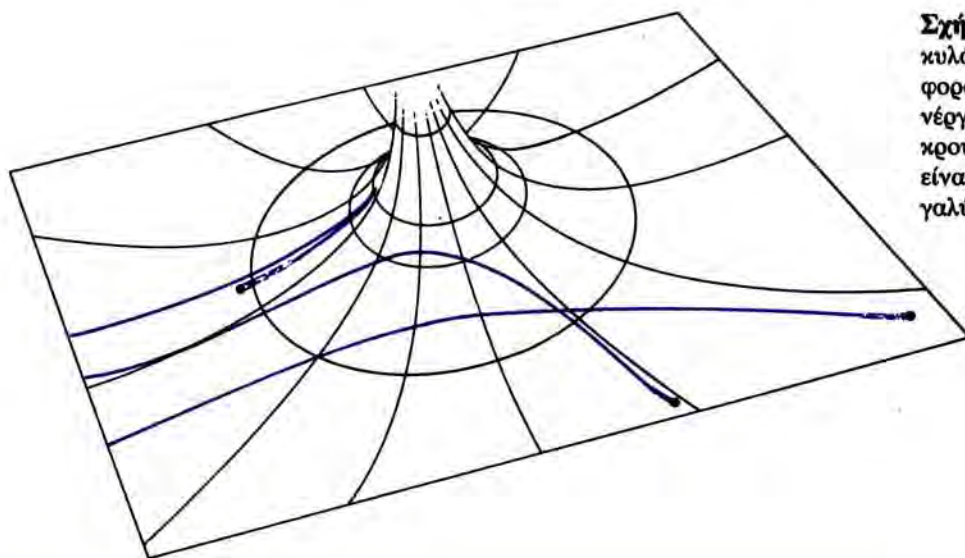
Σχήμα 17-7 Η παχιά γραμμή δείχνει μία πιθανή τροχιά της μπάλας που κυλά στο λοφίσκο του μοντέλου του πεδίου Coulomb. Η διακεκομμένη ευθεία γραμμή στο επίπεδο κάτω από το λοφίσκο δείχνει την κατεύθυνση κατά την οποία είχε γίνει αρχικά η σκόπευση της μπάλας. Αν παρατηρήσετε το λοφίσκο, από μια θέση ακριβώς από πάνω του, τότε βλέπετε την προβολή της τροχιάς της μπάλας η οποία δείχνει την τροχιά ενός σωματιδίου άλφα που κινείται επάνω στο οριζόντιο επίπεδο. Αυτή η τροχιά δείχνεται με τη διακεκομμένη καμπύλη γραμμή.



Σε αυτό το μοντέλο η κίνηση του σωματιδίου άλφα εξομοιώνεται με την κίνηση μιας μπάλας επάνω στο λοφίσκο της δυναμικής ενέργειας στο σχήμα 17-7. Αν παρατηρήσουμε μία μπάλα που κυλά επάνω σε ένα πραγματικό λόφο με αυτό το σχήμα, η τροχιά που βλέπομε μοιάζει πολύ με την τροχιά ενός σωματιδίου άλφα κοντά στον πυρήνα. Ένα σωματίδιο άλφα, που σκοπεύει κατευθείαν προς ένα πυρήνα, θα σκεδαστεί ακριβώς προς την αντίθετη κατεύθυνση. Έτσι και στο μηχανικό μοντέλο, αν βάλομε τη μπάλα να κυλά προς το κέντρο ακριβώς του λοφίσκου, θα ανέβει προς τα επάνω έως ένα ύψος όπου η δυναμική ενέργεια εξισώνεται με την αρχική κινητική ενέργεια. Εκεί αντιστρέφει την κίνησή της και επιστρέφει στο σημείο εκκινήσεως. Αν όμως κατευθύνουμε το σωματίδιο άλφα προς ένα σημείο στα δεξιά του πυρήνα, η άπωση Coulomb σπρώχνει το σωματίδιο άλφα προς τα δεξιά και μεταβάλλει τη διεύθυνσή του καθώς προσπερνά τον πυρήνα (σχ. 17-7). Η γωνία θ μεταξύ της τελικής κατευθύνσεως της κινήσεως και της αρχικής τροχιάς καλείται γωνία σκεδάσεως (σχ. 17-8). Όσο πιο πολύ πλησιάζει το σωματίδιο άλφα προς τον πυρήνα, τόσο ισχυρότερη είναι η δύναμη του Coulomb επάνω του και τόσο πιο πολύ το ωθεί προς τα πίσω αντίθετα προς την αρχική κατεύθυνση της κινήσεως. Επομένως η γωνία σκεδάσεως θ θα αυξηθεί όταν το «σφάλμα σκοπεύσεως» (παράμετρος κρούσεως) που παριστάνεται από την απόσταση b μειωθεί. Το σχήμα 17-9 δείχνει την αντίστοιχη κίνηση της μπάλας στο μηχανικό μας μοντέλο.

Σχήμα 17-8 Η παράμετρος κρούσεως b είναι η απόσταση από τον πυρήνα, κατά την οποία θα «αστοχούσε» το σωματίδιο, αν δεν απέκλινε. Η γωνία σκεδάσεως θ είναι η γωνία μεταξύ της αρχικής κατευθύνσεως και της κατευθύνσεως μετά τη σκέδαση.





Σχήμα 17-9 Τροχιές μιας μπάλας που κυλά στο λοφίσκο του μοντέλου. Κάθε φορά η μπάλα στέλνεται με την ίδια ενέργεια αλλά με διαφορετική παράμετρο κρούσεως. Προσέξτε ότι όσο μικρότερη είναι η παράμετρος κρούσεως, τόσο μεγαλύτερη είναι η γωνία σκεδάσεως.

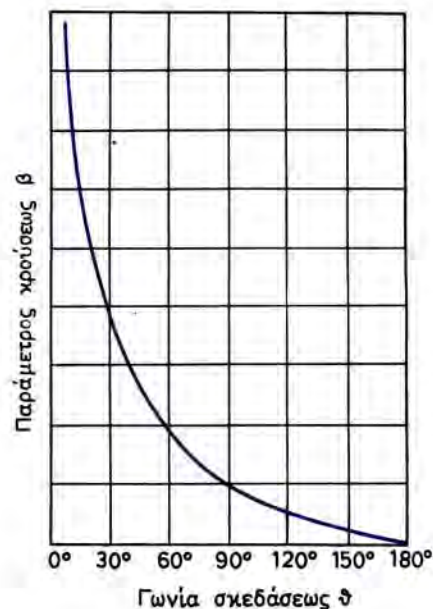
8. Τι είναι γωνία σκεδάσεως;
9. Για τα σωματίδια άλφα του σχήματος 17-1 που κατευθύνονται στο κέντρο του φύλλου χρυσού ποιο είναι το μέγιστο δυνατό σφάλμα σκοπεύσεως (παράμετρος κρούσεως);
10. Θα μπορούσε ποτέ η απόσταση r_0 της πλησιέστερης προσεγγίσεως να είναι ίση με το σφάλμα σκοπεύσεως b ; Ποιος είναι ο συλλογισμός σας;

17-4 Γωνιακή κατανομή σκεδάσεως.

Για σωματίδια με την ίδια ενέργεια, ορισμένη παράμετρος κρούσεως καταλήγει σε ορισμένη γωνία σκεδάσεως υπό την επίδραση της δύναμης του Coulomb από τον πυρήνα. Αν υπολογίσουμε τις τροχιές για ένα αριθμό παραμέτρων κρούσεως (ή αν μεταχειριστούμε πιο κομψές μεθόδους), μπορούμε να σχεδιάσουμε μία καμπύλη της παραμέτρου κρούσεως b ως προς τη γωνία σκεδάσεως θ που προκύπτει. Για τη δύναμη Coulomb αυτή η σχέση φαίνεται στο σχήμα 17-10.

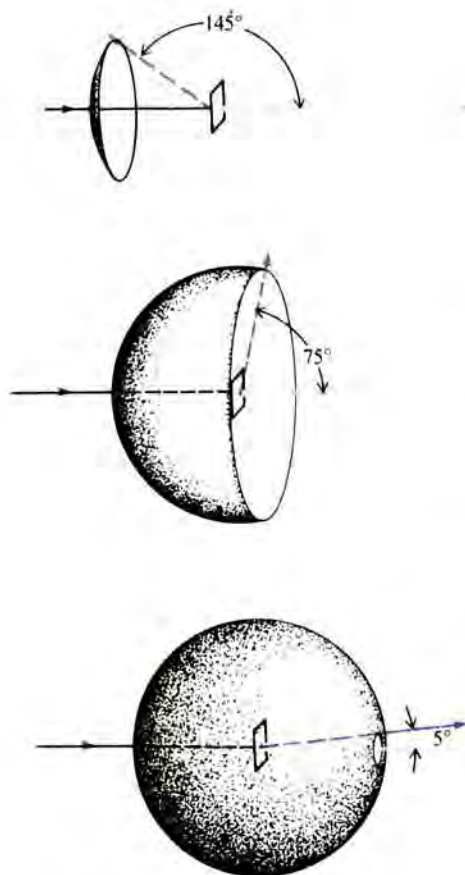
Τώρα, αν μπορούσαμε να δούμε το κέντρο ενός ατόμου και να εκτοξεύσουμε ένα σωματίδιο άλφα με τέλεια ακρίβεια, θα μπορούσαμε να ελέγξουμε τη σχέση μεταξύ b και θ με ένα συγκεκριμένο πείραμα. Όμως και στη δέσμη που εκτοξεύεται με τη μεγαλύτερη ακρίβεια, τα σωματίδια άλφα κτυπούν τυχαία σε μία επιφάνεια που είναι πολύ μεγαλύτερη από ένα άτομο. Επομένως πρέπει να κάνουμε ένα πείραμα λίγο διαφορετικό.

Επειδή οι μικρές παράμετροι κρούσεως οδηγούν σε μεγαλύτερες γωνίες σκεδάσεως (σχ. 17-11), επωφελούμαστε από την κακή και ανεξέλεγκτη σκόπευσή μας και υπολογίζουμε τον αριθμό των σωματιδίων άλφα που θα κτυπήσουν με παράμετρο κρούσεως μικρότερη από b . Όλα αυτά τα σωματίδια άλφα (και μόνον αυτά) θα πρέπει να σχεδιαστούν με

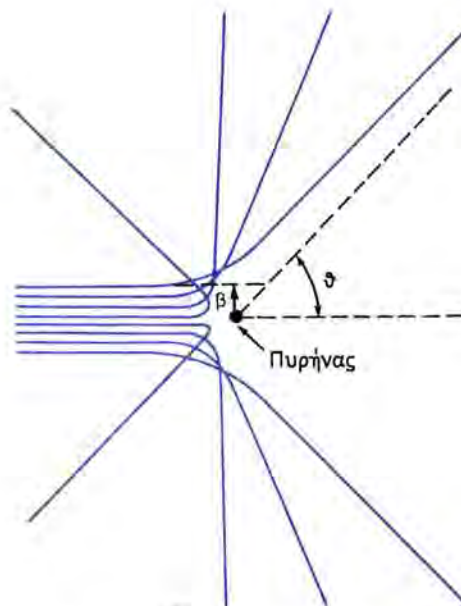


Σχήμα 17-10 Γράφημα μεταξύ b και θ για την περίπτωση απωστικής δύναμης Coulomb.

Σχήμα 17-11 Καθώς η παράμετρος κρούσεως μειώνεται, η γωνία σκεδάσεως αυξάνει. Επομένως όλα τα σωματίδια που σκοπεύουν μέσα σε μία απόσταση b από τον πυρήνα, θα σκεδασθούν σε γωνίες μεγαλύτερες από θ . Βλέπετε την ίδια αυτή σχέση στα σχήματα 17-9 και 17-10.



Σχήμα 17-12 Αφού τα σωματίδια σκεδάζονται προς όλες τις κατευθύνσεις, απλώνονται στην επιφάνεια μιας σφαίρας. Όταν μετρούμε όλα τα σωματίδια που σκεδάζονται υπό γωνίες μεγαλύτερες της θ , μετρούμε τα σωματίδια που πέφτουν σε ένα τμήμα της σφαίρας. Τα «σφαιρικά» τμήματα για $\theta = 145^\circ$, $\theta = 75^\circ$ και $\theta = 5^\circ$ δείχνονται εδώ. N_θ είναι ο αριθμός των σωματιδίων που σκεδάζονται στο αντίστοιχα σφαιρικό τμήμα.



γωνία μεγαλύτερη από την αντίστοιχη γωνία σκεδάσεως θ . Αφού μπορούμε να μετρήσουμε πειραματικά τον αριθμό των σωματιδίων N_θ που έχουν σκεδασθεί περισσότερο από μία ορισμένη γωνία θ , μπορούμε να δρούμε πειραματικά αν η σκέδαση προέρχεται από τη δύναμη Coulomb. Μια οποιαδήποτε άλλη δύναμη θα μπορούσε να προκαλέσει σκέδαση του ίδιου αριθμού σωματιδίων N_θ σε γωνίες μεγαλύτερες από μία ορισμένη γωνία θ , αλλά, όπως θα δούμε, δεν θα μπορούσε να δώσει την ίδια σχέση μεταξύ N_θ και θ για πολλές γωνίες. Λεπτομερειακά λοιπόν το πείραμά μας συνίσταται στο να μετρηθεί το N_θ ως συνάρτηση του θ (σχ. 17-12) και να συγκριθούν τα πειραματικά αποτελέσματα με αυτά που προβλέπομε από τη δύναμη Coulomb.

Για να υπολογίσουμε τον αριθμό των σωματιδίων N_θ που κτυπούν μέσα στα όρια κάποιας αποστάσεως b από το κέντρο του ατόμου, χρησιμοποιούμε το γεγονός ότι η δέσμη κατανέμεται ομοιόμορφα επάνω στην επιφάνεια σκοπεύσεως του ατόμου. Επειδή ο αριθμός των σωματιδίων N_θ που κατευθύνονται προς μία μικρή επιφάνεια ενός ατόμου είναι ίσος προς τον αριθμό των σωματιδίων που κατευθύνονται προς μία οποιαδήποτε άλλη επιφάνεια του ίδιου ατόμου, ο αριθμός των σωματιδίων N_θ που περνούν σε μία απόσταση b από ένα δεδομένο πυρήνα είναι ανάλογος προς την επιφάνεια ενός κύκλου ακτίνας b (σχ. 17-13).

Αυτή η επιφάνεια είναι πb^2 . Επομένως ο αριθμός των σωματιδίων N_θ που σκεδάζονται περισσότερο από γωνία θ είναι ανάλογος προς b^2 .

Αλλά γνωρίζουμε ήδη πώς σχετίζεται το b με την θ . Αν λοιπόν χρησιμοποιήσουμε το γράφημα του b ως προς θ , μπορούμε να σχεδιάσουμε ένα γράφημα του b^2 ως προς θ . Αφού ο αριθμός των σωματιδίων N_θ που σκεδάζονται περισσότερο από τη γωνία θ είναι ανάλογος προς b^2 , ένα γράφημα του b^2 ως προς θ είναι ίδιο με ένα γράφημα του N_θ ως

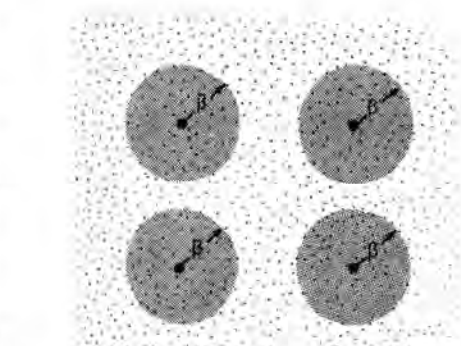
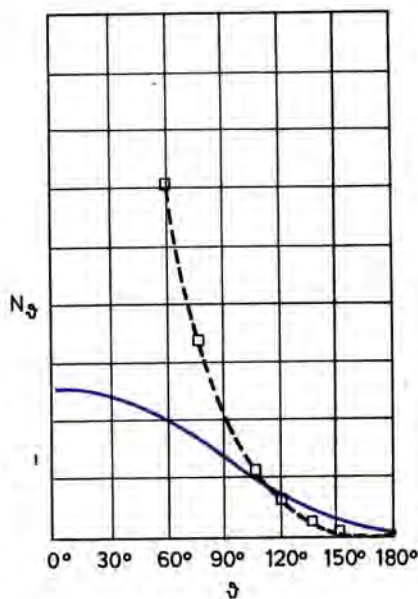
προς θ (εκτός από έναν πολλαπλασιαστικό συντελεστή της κλίμακας του κατακόρυφου άξονα). Το σχήμα 17-14 δείχνει αυτό το γράφημα.

Τώρα είμαστε σε θέση να κάνουμε ένα πειραματικό έλεγχο του μοντέλου Rutherford. Αν μετρήσουμε τον αριθμό των σωματιδίων άλφα που έχουν σκεδαστεί από τη δέσμη προς όλες τις γύρω κατευθύνσεις, μπορούμε να βρούμε πειραματικά κατά πόσο ο αριθμός των σωματιδίων άλφα N_θ – ο αριθμός δηλαδή των σωματιδίων που σκεδάστηκαν περισσότερο από τη γωνία θ – για διάφορες θ , μοιάζει στο γράφημα. Λεπτομερή πειράματα επάνω στη γωνιακή κατανομή σκεδάσεως έγιναν από τους Geiger (Γκίγιγκερ) και Marsden (Μάρσντεν) το 1913. Τα σχεδιασμένα σημεία (τετράγωνα) στο σχήμα 17-14 δείχνουν μερικά από τα αποτελέσματα. Μέσα στα όρια ακρίβειας των μετρήσεων, τα πειραματικά σημεία ανταποκρίνονται στην καμπύλη που υπολογίστηκε για τη δύναμη Coulomb.

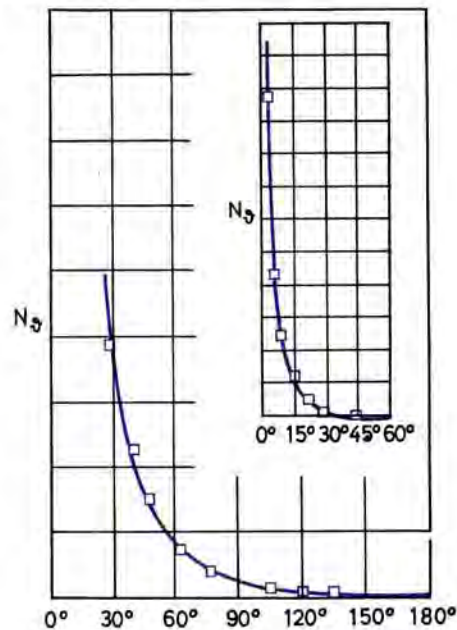
Τώρα μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η σκέδαση των σωματιδίων άλφα είναι αποτέλεσμα της δυνάμεως Coulomb. Αλλά, για να είμαστε δέδαιοι γι' αυτό το συμπέρασμα, θα πρέπει να δούμε τι είδους γράφημα της N_θ ως προς θ θα είχαμε από μία διαφορετική δύναμη.

Είναι εύκολο να υπολογίσουμε τις τροχιές και να βρούμε τη σχέση μεταξύ παραμέτρου κρούσεως και γωνίας σκεδάσεως για μία δύναμη που είναι μηδενική σε μεγάλες αποστάσεις από το κέντρο του ατόμου και κατόπιν υψώνεται απότομα σε υψηλές τιμές, αν ένα σωματίδιο άλφα φθάσει σε μία ορισμένη απόσταση από το κέντρο. Γι' αυτό το λόγο αποφασίσαμε να κάνουμε το γράφημα του N_θ ως προς θ για μία τέτοια «απότομη» δύναμη. Αυτή η καμπύλη που φαίνεται στο σχήμα 17-15 είναι διαφορετική από αυτή που παίρνομε από τη δύναμη Coulomb, τόσο διαφορετική ώστε είναι φανερό ότι δεν μπορεί να συμφωνήσει με τα πειραματικά αποτελέσματα των Geiger και Marsden.

Σχήμα 17-15 Η συνεχής γραμμή είναι η καμπύλη του N_θ ως προς θ για μία δύναμη που μεγαλώνει απότομα. Η διακεκομμένη γραμμή ενώνει τα σημεία από τα πειράματα των Geiger και Marsden. Τα σημεία της μιας καμπύλης πολλαπλασιάστηκαν όλα επί μία σταθερά έτσι, ώστε οι καμπύλες να συμπίπτουν για $\theta = 120^\circ$. Καμιά όμως τέτοια τροποποίηση δεν μπορεί να τα προσαρμόσει σε όλα τους τα σημεία.



Σχήμα 17-13 Έχουμε «ραντίσει» ομοιόμορφα με σωματίδια άλφα την επιφάνεια του στόχου που περιλαμβάνει πολλά άτομα. Επομένως ο αριθμός των σωματιδίων που πλησιάζουν σε απόσταση $\leq b$ οποιονδήποτε πυρήνα, είναι ανάλογος προς πb^2 – το εμβαδόν του κύκλου με ακτίνα b .



Σχήμα 17-14 Γράφημα του N_θ (αριθμός των σωματιδίων που σκεδάζονται υπό γωνία μεγαλύτερη από θ ως προς θ). Η καμπύλη γραμμή δείχνει αυτό που θα περιμέναμε από τη δύναμη Coulomb. Τα σημεία που δείχνονται με μικρά τετράγωνα παριστάνουν τα δεδομένα που έλαβαν οι Geiger και Marsden σε πειράματα σκεδάσεως. Το ένθετο σχήμα δείχνει την καμπύλη για μικρές γωνίες σε διαφορετική κλίμακα.

Γενικά μπορούμε να υποθέσουμε ότι επάνω στα σωματίδια άλφα δρα οποιαδήποτε δύναμη φανταστούμε. Τότε μπορούμε να υπολογίσουμε το γράφημα της N_θ ως προς θ γι' αυτή τη δύναμη. Για κάθε διαφορετική δύναμη έχουμε διαφορετικό γράφημα και μπορούμε να αναγνωρίσουμε τη δύναμη από το σχήμα του γραφήματος. Το σχήμα του γραφήματος από τα πειραματικά αποτελέσματα είναι ίδιο με το γράφημα της δυνάμεως Coulomb. Επομένως αυτή είναι η δύναμη που δρα στα σωματίδια άλφα.

Αυτό είναι πραγματικά πολύ σημαντικό αποτέλεσμα. Μεταχειριστήκαμε τα σωματίδια άλφα σαν δλήματα ή καλύτερα σαν διερευνητές (προμπ), διερευνήσαμε το ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό μεμονωμένων ατόμων και βρήκαμε ότι υπακούει σε ένα νόμο αντίστροφου τετραγώνου.

Πρώτο, αυτό σημαίνει ότι το θετικό φορτίο του ατόμου είναι συγκεντρωμένο σε όγκο πολύ μικρότερο από το συνολικό όγκο του ατόμου. Δεύτερο, διαπιστώσαμε ότι ο νόμος Coulomb, που προηγουμένως είχαμε επαληθεύσει πειραματικά για αποστάσεις της τάξεως εκατοστών, ισχύει με μεγάλη ακρίβεια για αποστάσεις πολύ μικρότερες από ατομικές διαστάσεις. Όπως θα δούμε στην επόμενη παράγραφο, αυτά τα σωματίδια άλφα με τα οποία διερευνούμε την περιοχή πολύ κοντά στον πυρήνα και για τα οποία έχουμε μεγαλύτερες γωνίες αποκλίσεως διεισδύουν βαθιά μέσα στα άτομα. Επιστρέφουν μόνον όταν βρίσκονται σε απόσταση 10^{-14} μέτρα από το φορτισμένο πυρήνα, περίπου ένα δεκάκις χιλιοστό της ατομικής διαστάσεως. Έτσι η γνώση της περιοχής όπου ισχύει η δύναμη Coulomb εκτείνεται κατά ένα παράγοντα 10^4 προς τις πολύ μικρές αποστάσεις.

-
11. Γιατί δεν είναι δυνατόν να προσδιορίσουμε κατευθείαν τη σχέση μεταξύ θ και δ από το πείραμα σκεδάσεως Rutherford με σωματίδια άλφα;
 12. Πώς σχετίζεται προς την παράμετρο κρούσεως δ ο N_θ , δηλαδή ο αριθμός των σωματιδίων που σκεδάζονται κατά γωνίες μεγαλύτερες της θ ;
 13. Τι μας δείχνουν τα αποτελέσματα των πειραμάτων σκεδάσεως για το ηλεκτρικό πεδίο μέσα σε ένα άτομο χρυσού;
 14. Αν τα σωματίδια άλφα που πλησιάζουν ένα πυρήνα με ορισμένη παράμετρο κρούσεως δ σκεδάζονται κατά γωνία 90° , με ποιες τιμές γωνιών θα σκεδαστούν τα σωματίδια που πλησιάζουν τον πυρήνα με μικρότερη παράμετρο κρούσεως;
 15. Από το γράφημα του σχήματος 17-14, υπολογίστε το λόγο του αριθμού των σωματιδίων που σκεδάζονται κατά γωνία μεγαλύτερη από 15° , προς τον αριθμό των σωματιδίων που σκεδάζονται κατά γωνία μεγαλύτερη από $22,5^\circ$.
-

17-5 Το ηλεκτρικό φορτίο και το μέγεθος πυρήνων του ατόμου.

Υπάρχουν και άλλες πληροφορίες που μπορούμε να πάρουμε από τα πειράματα σκεδάσεως. Ας υποθέσουμε ότι κρατούμε την πηγή των σωμα-

τιδίων άλφα και τον ανιχνευτή μας σε σταθερές θέσεις και αλλάζουμε το στόχο με διαφορετικό μέταλλο (σχ. 17-16). Ας υποθέσουμε ότι χρησιμοποιούμε πολύ λεπτά φύλλα διαφορετικών στοιχείων [χρυσό, άργυρο, λευκόχρυσο (πλατίνα) κλπ] διαλέγοντας τα πάχη, έτσι ώστε σε κάθε φύλλο να υπάρχει ο ίδιος αριθμός ατόμων στη διεύθυνση της δέσμης, δηλαδή ο ίδιος αριθμός ατόμων ανά τετραγωνικό εκατοστό της επιφάνειας του φύλλου. Τώρα, παρόλο ότι ο αριθμός των κέντρων σκεδάσεως (ο αριθμός των πυρήνων) είναι ο ίδιος σε όλες τις περιπτώσεις, βρίσκουμε ότι οι αριθμοί των σωματιδίων που σκεδάζονται σε ένα ορισμένο χρονικό διάστημα είναι πολύ διαφορετικοί.

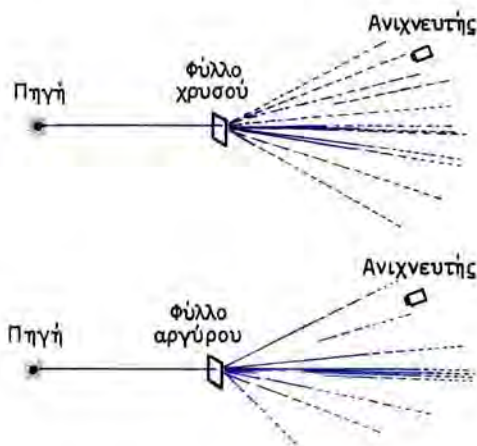
Μπορούμε να καταλάβουμε αυτό το αποτέλεσμα αν υποθέσουμε ότι οι πυρήνες των διαφόρων στοιχείων έχουν διαφορετικά ηλεκτρικά φορτία. Για ένα μεγαλύτερο ατομικό φορτίο, η δύναμη που ωθεί το σωματίδιο μακριά από την αρχική του κατεύθυνση είναι μεγαλύτερη. Επομένως, αν εκτοξεύσουμε σωματίδια άλφα με ορισμένη ταχύτητα και με την ίδια παράμετρο κρούσεως, περιμένουμε ότι θα έχουν μεγάλη απόκλιση (σχ. 17-17). Λεπτομερείς υπολογισμοί (νόμος του Newton, νόμος του Coulomb και γεωμετρία) δείχνουν ότι ο αριθμός των σωματιδίων άλφα που σκεδάζονται κατά μία σειρά γωνιών είναι ανάλογος προς το τετράγωνο του ατομικού φορτίου. Επομένως, με τα πειράματά μας μπορούμε να συγκρίνουμε τα ηλεκτρικά φορτία των πυρήνων διαφορετικών στοιχείων. Μπορούμε να προχωρήσουμε ακόμα περισσότερο και να υπολογίσουμε το φορτίο καθεαυτό σε στοιχειώδη ηλεκτρικά φορτία.

Σύμφωνα με άλλες παρατηρήσεις, ο πυρήνας του χαλκού έχει 29 θετικά στοιχειώδη φορτία, ο πυρήνας του αργύρου 47, ο πυρήνας του λευκόχρυσου 78. Από σκέδαση σωματιδίων άλφα ο James Chadwick κατέληξε περίπου σε αυτά τα αποτελέσματα. Οι πειραματικές μετρήσεις του έδωσαν 29,3, 46,3 και $77,4 \pm 1 \frac{1}{2}$. Αυτό σημαίνει ότι τα ατομικά φορτία πρέπει να είναι 29 ή 30, 46 ή 47 και μεταξύ 76 και 79 στοιχειώδη φορτία αντίστοιχα – μία αριστουργηματική δουλειά αποσπάσεως πληροφορίας από τα άτομα με μία απλή συσκευή.

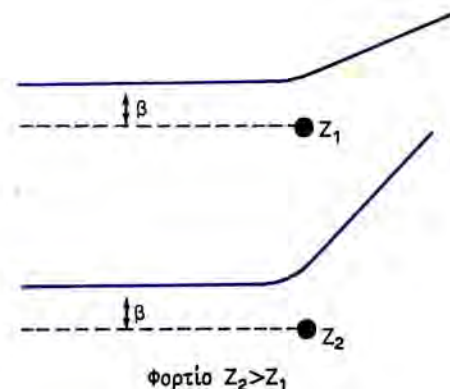
Γνωρίζουμε επίσης ότι οι πυρήνες του υδρογόνου και του ηλίου έχουν αντίστοιχα ένα και δυο στοιχειώδη φορτία (βλ. παράγρ. 15-8). Πειράματα σκεδάσεως με αέρια υδρογόνου και ηλίου (μέσα σε θάλαμο νέφους, λέγεται και θάλαμος Wilson), επιβεβαιώνουν αυτό το αποτέλεσμα.

Ο αριθμός των στοιχειωδών φορτίων σε ένα πυρήνα καλείται **ατομικός αριθμός** του στοιχείου. Κατά την ανάπτυξη της χημείας σε προηγούμενα χρόνια ο αριθμός αυτός είχε χρησιμοποιηθεί ως ο αύξοντας αριθμός του στοιχείου στο χημικό κατάλογο. Προφανώς είναι μία ποσότητα μεγάλης φυσικής σημασίας. Όπως αναφέραμε ήδη, μπορεί να μετρηθεί και με άλλες μεθόδους εκτός από τη σκέδαση των σωματιδίων άλφα. Συμφωνούν όλες και δίνουν νέο νόημα στους διαδοχικούς αριθμούς στον πίνακα των στοιχείων. Επειδή τα άτομα είναι ουδέτερα, ο ατομικός αριθμός μας δίνει και τον αριθμό των θετικών στοιχειωδών φορτίων στον πυρήνα και τον αριθμό των ηλεκτρονίων που τον περιβάλλουν.

Τώρα μπορούμε να συνδυάσουμε τη γνώση που έχουμε για το ηλεκτρικό φορτίο στον πυρήνα και το δυναμικό του Coulomb για να υπολογίσουμε την πλησιέστερη απόσταση ενός σωματιδίου άλφα από τον πυρήνα χρυσού στο πείραμα Rutherford. Σωματίδια άλφα με ορισμένη ενέργεια



Σχήμα 17-16 Αν μεταχειρισθούμε φύλλα από διαφορετικά μέταλλα που να έχουν όμως τον ίδιο αριθμό ατόμων ανά cm^2 της επιφάνειας, η σκέδαση που παρατηρούμε είναι διαφορετική. Αν χρησιμοποιήσουμε την ίδια δέσμη, για ίσους χρόνους, ο αριθμός των σωματιδίων άλφα που σκεδάζονται κατά οποιαδήποτε δεδομένη γωνία από το φύλλο χρυσού είναι 2,8 φορές μεγαλύτερος από τον αριθμό των σωματιδίων που σκεδάζονται με την ίδια γωνία από το φύλλο αργύρου.



Σχήμα 17-17 Σωματίδια άλφα ορισμένης ενέργειας και παραμέτρου κρούσεως υφίστανται μεγαλύτερη απόκλιση από πυρήνες με μεγαλύτερο φορτίο.

γεια πλησιάζουν περισσότερο στον πυρήνα, όταν σκοπεύουν κατευθείαν προς το κέντρο του. Κινούνται σε ευθεία γραμμή, έως ότου εξαφανισθεί όλη η κινητική τους ενέργεια και μετατραπεί σε δυναμική ενέργεια. Τότε επιστρέφουν ακολουθώντας την τροχιά τους στην αντίθετη κατεύθυνση. Αν το r_0 είναι η απόσταση της πιο κοντινής προσεγγίσεως, τότε:

$$\frac{kq_1 q_2}{r_0} = \frac{1}{2} m v^2$$

Για το σωματίδιο άλφα $q_1 = 2e$ και για τον πυρήνα του χρυσού $q_2 = 79e$.

Ένα σωματίδιο άλφα έχει μάζα $6,62 \times 10^{-27}$ kg. Αυτά που εκτοξεύονται από την πηγή πολωνίου έχουν ταχύτητα $1,6 \times 10^7$ m/s. Αν αντικαταστήσουμε αυτές τις τιμές στην τελευταία εξίσωση, έχουμε:

$$r_0 = 4,2 \times 10^{-14} \text{ m}$$

Βρήκαμε πειραματικά ότι στο φύλλο χρυσού η σκέδαση των σωματιδίων άλφα που προέρχονται από ραδιενεργό πηγή αντιστοιχεί στις προβλέψεις που κάναμε με βάση το νόμο Coulomb. Αυτό σημαίνει ότι τα σωματίδια άλφα δεν «κτυπούν» ποτέ τον πυρήνα χρυσού. Αν τον κτυπούσαν, θα παρουσιάζονταν δυνάμεις διαφορετικής μορφής από την άπωση του Coulomb και η σκέδαση που θα προέκυπτε θα διέφερε πολύ από τον υπολογισμό του νόμου του αντίστροφου τετραγώνου. Επομένως, ο πυρήνας του χρυσού πρέπει να είναι μικρότερος από την απόσταση της πλησιέστερης προσεγγίσεως των σωματιδίων άλφα από το κέντρο του πυρήνα, δηλαδή μικρότερος από $4,2 \times 10^{-14}$ m. Για το λόγο αυτό τα πειράματα με σωματίδια άλφα περιέχουν επίσης την υπόθεση του Rutherford ότι ο πυρήνας είναι ένας μικροσκοπικός δαρύς κόκκος.

16. Πόσο πλησιέστερα προς το κέντρο του πυρήνα ενός ατόμου αλουμινίου μπορεί να φθάσει ένα σωματίδιο άλφα από όσο μπορεί να φθάσει στο κέντρο ενός πυρήνα χρυσού; (Ο πυρήνας του αλουμινίου περιέχει 13 στοιχειώδη φορτία).
17. Πόσο μπορούν να πλησιάσουν σωματίδια άλφα από πηγή πολωνίου προς το κέντρο του πυρήνα αλουμινίου;
18. Ποιο νόμο διατηρήσεως χρησιμοποιούμε για να υπολογίσουμε την απόσταση της πλησιέστερης προσεγγίσεως;
19. (α) Δυο πρωτόνια ξεκινούν από την ηρεμία με απόσταση μεταξύ τους 10^{-10} m. Ποια θα είναι η κινητική τους ενέργεια όταν βρίσκονται σε μεγάλη μεταξύ τους απόσταση;
- (β) Υποθέστε ότι το ένα πρωτόνιο είναι ακίνητο στην αρχική του θέση. Ποια θα είναι η κινητική τους ενέργεια όταν βρίσκονται σε μεγάλη μεταξύ τους απόσταση;

17-6 Ατομικές μάζες: Ισότοπα.

Έχουμε δείξει ότι σε ένα άτομο όλο το θετικό φορτίο και σχεδόν όλη η μάζα είναι συγκεντρωμένα σε ένα πολύ μικρό τμήμα του όγκου του.

Τώρα θα δούμε τι μπορούν να μας αποκαλύψουν οι μετρήσεις των μαζών των ατόμων για την κατασκευή των πυρήνων.

Οι μάζες των θετικών ιόντων όλων των στοιχείων έχουν μετρηθεί με μεγάλη ακρίβεια με τη χρήση φασματομέτρων μάζας που βασίζονται στις αρχές οι οποίες περιγράφονται στην παράγραφο 15-8. Αν προσθέσουμε τη μάζα ενός ηλεκτρονίου στη μάζα κάθε ιόντος, έχουμε τη μάζα του ουδέτερου ατόμου. Αντίθετα αυτό που απλοϊκά θα νόμιζε κανείς ότι όλα τα άτομα ενός ορισμένου στοιχείου έχουν την ίδια μάζα, τα αποτελέσματα δείχνουν ότι πολλά στοιχεία αποτελούνται από δυο ή περισσότερα είδη ατόμων που διαφέρουν στη μάζα αλλά έχουν σχεδόν ίδιες χημικές ιδιότητες. Για παράδειγμα, το 75% των ατόμων χλωρίου που βρίσκονται στη φύση έχουν μάζα 35 φορές μεγαλύτερη από τη μάζα του ατόμου του υδρογόνου, ενώ 25% έχουν μάζα 37 φορές μεγαλύτερη από τη μάζα του ατόμου του υδρογόνου. Τα άτομα του ίδιου στοιχείου που διαφέρουν στη μάζα καλούνται διαφορετικά **ισότοπα** του στοιχείου. Τα δυο ισότοπα του χλωρίου είναι χλώριο-35 και χλώριο-37. Ο αριθμός που χαρακτηρίζει το ισότοπο καλείται **μαζικός αριθμός**. Ένα μικρό δείγμα των μαζών διαφόρων ισωτόπων φαίνεται στον πίνακα 1.

Πίνακας 1

Στοιχείο	Μάζες των ισωτόπων σε μονάδες ατομικής μάζας (amu)	Σχετική αφθονία επί τοις εκατό
Υδρογόνο	1,008	99,98
	2,014	0,02
Ήλιο	3,016	< 0,01
	4,003	100
Λίθιο	6,015	7,42
	7,016	92,58
Άνθρακας	12,000 (πρότυπο)	98,89
	13,003	1,11
Νέον	19,992	90,92
	20,994	0,26
	21,991	8,82
Νάτριο	22,990	100
Χλώριο	34,969	75,53
	36,966	24,47
Σίδηρος	53,940	5,82
	55,935	91,66
	56,935	2,19
	57,933	0,33
Βρώμιο	78,918	50,54
	80,916	49,64
Ύτριο	88,906	100
Αργυρος	106,904	51,82
	108,905	48,18
Ιώδιο	126,904	100
Χρυσός	196,967	100
Ουράνιο	234,041	0,01
	235,044	0,72
	238,051	99,27

Ένα ισότοπο άνθρακα, άνθρακας-12, έχει εκλεγεί ως το πρότυπο που καθορίζει τη μονάδα μετρήσεως των μαζών ατόμων στην κλίμακα των **(ενοποιημένων) μονάδων ατομικής μάζας**. Η ατομική του μάζα έχει ορισθεί να είναι ακριδώς 12 μονάδες ατομικής μάζας (amu). Σ' αυτήν την κλίμακα το υδρογόνο έχει ατομική μάζα 1,008 amu. Δηλαδή

$$1 \text{ amu} = \frac{1,673 \times 10^{-27}}{1,008} \text{ kg} = 1,660 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

Ένα πλεονέκτημα που έχει η κλίμακα του άνθρακα-12 σε σχέση με την κλίμακα που βασίζεται στο υδρογόνο είναι ότι η μάζα οποιουδήποτε ισότοπου σε amu πλησιάζει πολύ το μαζικό αριθμό αυτού του ισότοπου. Για παράδειγμα, το ισότοπο του ουρανίου, ουράνιο-238, έχει ατομική μάζα 238,03 amu στην κλίμακα του άνθρακα-12, ενώ είναι 236,20 φορές μεγαλύτερη από τη μάζα του ατόμου του υδρογόνου.

-
20. Αν χρησιμοποιήσουμε ένα δείγμα αερίου νέου στο σχήμα 15-24 θα υπάρξουν τρία στίγματα στη φωτογραφική πλάκα (βλέπε πίνακα 1). Ποιο από τα ισότοπα του νέου θα βρίσκεται χαμηλότερα στην πλάκα;
21. Ποιο από τα στοιχεία που περιέχονται στον πίνακα 1 θα δώσει τα περισσότερα στίγματα στη φωτογραφική πλάκα του σχήματος 15-24, αν κάθε ένα από τα άτομα ιοντισθεί (απώλεια ενός ηλεκτρονίου);
-

17-7 Το νετρόνιο.

Μία ανάγνωση του πίνακα 1 δείχνει ότι οι μάζες των ισωτόπων ενός στοιχείου διαφέρουν κατά ένα πολλαπλάσιο της μάζας ενός ατόμου υδρογόνου, υδρογόνο-1. Όμως οι πυρήνες όλων των ατόμων ενός ορισμένου στοιχείου έχουν το ίδιο θετικό φορτίο. Μπορούμε να εξηγήσουμε το φορτίο αν υποθέσουμε ότι ο πυρήνας ενός ορισμένου στοιχείου περιέχει ένα αριθμό πρωτονίων ίσο με τον ατομικό αριθμό του στοιχείου (βλ. παράγραφο 17-5).

Όμως τα πρωτόνια θα εξηγούσαν μόνο ένα μέρος της μάζας του πυρήνα. Για παράδειγμα, για το λίθιο με ατομικό αριθμό 3 (βλ. πίνακα 1), μπορούμε να πλησιάσουμε πολύ τα 3 amu, αν υποθέσουμε ότι ο πυρήνας περιέχει τρία πρωτόνια. Αλλά τι γίνεται με τα υπόλοιπα 3 amu στο λίθιο-6 και τα υπόλοιπα 4 amu στο λίθιο-7;

Είναι πολύ ελκυστικό να υποθέσουμε ότι υπάρχει ένα σωματίδιο που η μάζα του πλησιάζει πολύ τη μάζα του πρωτονίου, αλλά χωρίς ηλεκτρικό φορτίο. Φυσικά, αν υπάρχει τέτοιο σωματίδιο, δεν μπορεί να φανεί στο φασματογράφο μάζας. Πρέπει να χρησιμοποιήσουμε μία έμμεση μέθοδο για να το βρούμε. Προς το τέλος της παραγράφου 7-5 αναφέραμε ότι ο Chadwick μεταχειρίστηκε μία τέτοια μέθοδο για να ανακαλύψει το νετρόνιο. Ένα δείγμα δηρυλλίου βομβαρδίστηκε με σωματίδια άλφα από ραδιενεργό πολώνιο και τότε βρέθηκε ότι το δηρύλλιο εξέπεμπε αόρατα άγνωστα σωματίδια (σχ. 17-18).

Κατόπιν αυτά τα αόρατα σωματίδια συγκρούσθηκαν με άτομα υδρογόνου ή αζώτου που ήταν ακίνητα. Σαν αποτέλεσμα αυτών των συγκρούσεων εκτινάχτηκαν πρωτόνια ή πυρήνες αζώτου και ο Chadwick μέτρησε τις ταχύτητές τους.

Ας υποθέσουμε ότι διαλέγουμε μετωπικές συγκρούσεις κάνοντας μετρήσεις στην περιοχή Η (σχ. 17-18) και ότι οι συγκρούσεις είναι ελαστικές. Τότε, ονομάζοντας m τη μάζα του αόρατου σωματιδίου, v την ταχύτητά του, m_p τη μάζα των πρωτονίων και v_p την ταχύτητά τους έχουμε:

$$v_p = \frac{2m}{m + m_p} v$$

Κατά τον ίδιο τρόπο ονομάζοντας τη μάζα του αζώτου και την ταχύτητά του m_N και v_N έχουμε:

$$v_N = \frac{2m}{m + m_N} v$$

Σ' αυτήν την εξίσωση μπορούμε να αντικαταστήσουμε το m_N με $14 m_p$, γιατί, όπως γνωρίζουμε, η μάζα του αζώτου είναι 14 ατομικές μονάδες μάζας και η μάζα του υδρογόνου είναι περίπου 1 amu. Αφού αντικαταστήσουμε το m_N με $14 m_p$, διαιρούμε την πρώτη εξίσωση με τη δεύτερη. Έτσι απαλείφεται η άγνωστη ταχύτητα του αόρατου σωματιδίου με αποτέλεσμα:

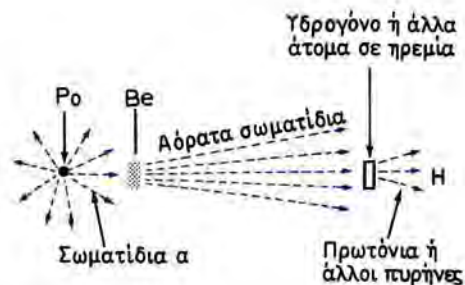
$$\frac{v_p}{v_N} = \frac{m + 14 m_p}{m + m_p}$$

Στα πειράματά του ο Chadwick μέτρησε την ταχύτητα v_p και v_N . Βρήκε ότι ο λόγος v_p/v_N είναι περίπου 7,5. Επομένως:

$$\frac{m + 14 m_p}{m + m_p} \simeq 7,5 \quad \text{ή} \quad m \simeq 1,00 m_p$$

Ο Chadwick επανέλαβε το πείραμά του με άλλες ουσίες στη θέση του υδρογόνου ή του αζώτου και βρήκε ξανά ότι ένα αόρατο σωματίδιο με μάζα περίπου ενός πρωτονίου ταίριαζε με τις μετρήσεις του. Έκανε ακόμη και διάφορα άλλα πειράματα. Όλα οδηγούσαν στο ίδιο αποτέλεσμα και ένα από αυτά προσδιόριζε τη μάζα του νετρονίου με σφάλμα μικρότερο από 1%. Είχε αποδείξει ότι το νετρόνιο υπάρχει.

Υπάρχει σήμερα πληθώρα πειραμάτων που μας βεβαιώνουν ότι οι ατομικοί πυρήνες αποτελούνται από πρωτόνια και νετρόνια. Ο ατομικός αριθμός ενός στοιχείου Z δίνει τον αριθμό των πρωτονίων στον πυρήνα και ο μαζικός αριθμός A δίνει το συνδυασμένο αριθμό των πρωτονίων και νετρονίων στον πυρήνα ενός ορισμένου ισότοπου. Η διαφορά τότε $N = A - Z$ είναι ο αριθμός των νετρονίων στον πυρήνα. Ο πίνακας 2 δείχνει τις τιμές των Z , A και N για τα ίδια ισότοπα που βρίσκονται στον πίνακα 1. Σημειώστε ότι μόνο για το υδρογόνο και το ήλιο ο



Σχήμα 17-18 Διάγραμμα της συσκευής του Chadwick.

αριθμός των νετρονίων είναι ίσος ή μικρότερος από τον αριθμό των πρωτονίων στον πυρήνα. Από το λίθιο έως το νέον ο αριθμός των νετρονίων είναι ίσος ή μεγαλύτερος από τον αριθμό των πρωτονίων. Από εκεί και πέρα το περίσσευμα των νετρονίων μεγαλώνει σταθερά. Αυτή η τάση φαίνεται γραφικά στο σχήμα 17-19.

Πίνακας 2

Στοιχείο	Ατομικός αριθμός Z	Μαζικός αριθμός A	Αριθμός νετρονίων N
Υδρογόνο	1	1	0
Ήλιο	2	3	1
Λίθιο	3	6	3
Άνθρακας	6	12	6
Νέον	10	20	10
Νάτριο	11	23	12
Χλώριο	17	35	18
Σίδηρος	26	54	28
Βρώμιο	35	79	44
Ύτριο	39	89	50
Άργυρος	47	107	60
Ιώδιο	53	127	74
Χρυσός	79	197	118
Ουράνιο	92	235	143
	92	238	146

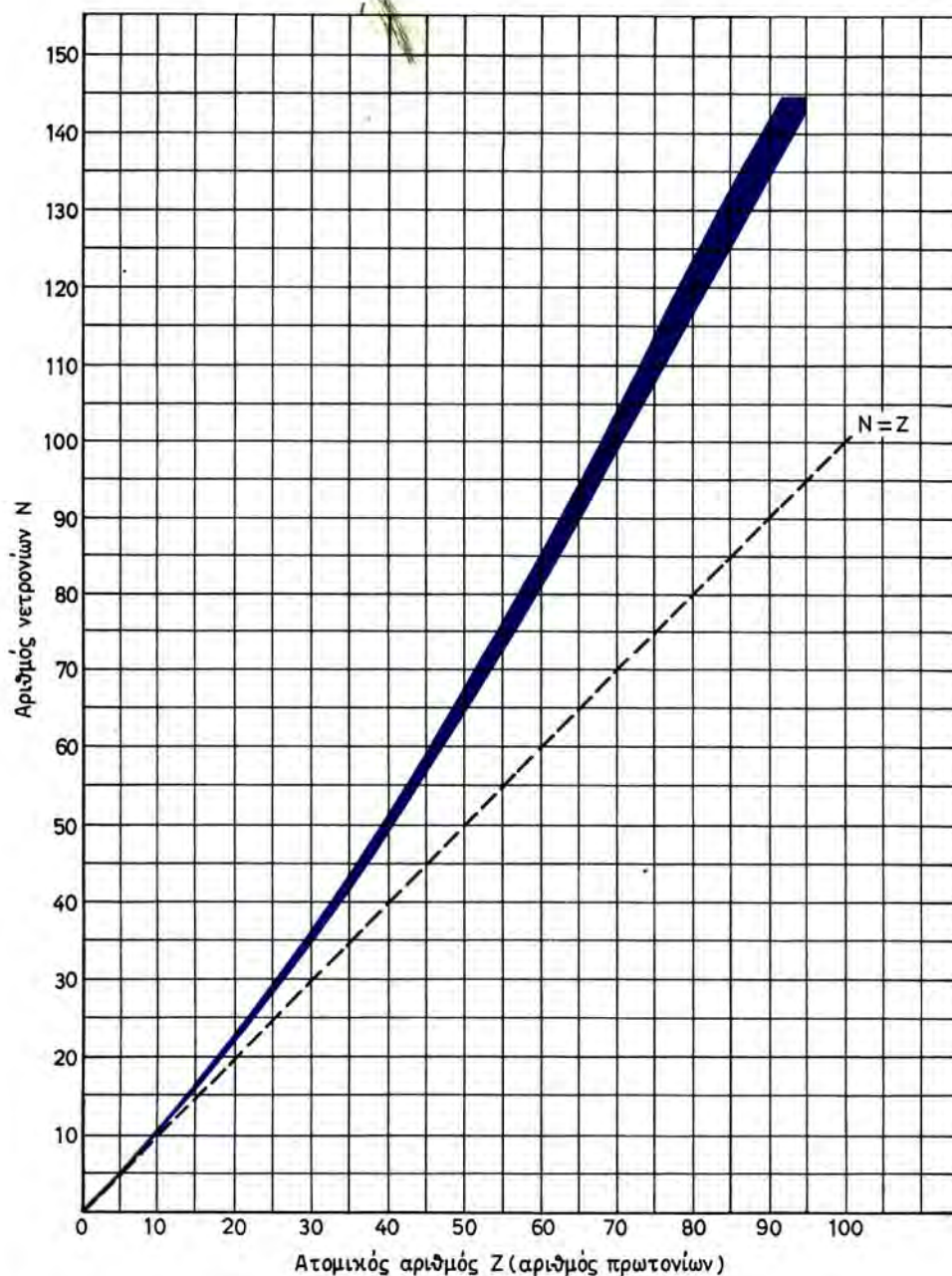
22. Σε ένα από τα πειράματα που οδήγησαν στον προσδιορισμό της μάζας του νετρονίου ο Chadwick μέτρησε την ταχύτητα των πρωτονίων που είχαν κτυπηθεί μετωπικά από νετρόνια. Η ταχύτητα των πρωτονίων ήταν $3,3 \times 10^7$ m/s.

(α) Ποια ήταν η ταχύτητα των νετρονίων πριν και μετά τη σύγκρουση με τα πρωτόνια;

(β) Ο Chadwick μέτρησε επίσης την ταχύτητα των ατόμων του αζώτου που είχαν κτυπηθεί μετωπικά από νετρόνια. Ποια ήταν;

(γ) Ποια ήταν η ταχύτητα των νετρονίων μετά από κάθε είδους σύγκρουση;

23. Ποιες είναι οι τιμές των Z, A και N για U^{234} ;



Σχήμα 17-19 Η φαρδιά καμπύλη (λωρίδα) δείχνει τον αριθμό των νετρονίων σε πυρήνες σταθερών ισοτόπων ως συνάρτηση του ατομικού αριθμού.

17-8 Η απορρόφηση των νετρονίων: Βήτα Διάσπαση και Σχάση.

Ας υποθέσουμε ότι ένα νετρόνιο τριγυρίζει μέσα σε ένα στερεό. Αφού δεν έχει ηλεκτρικό φορτίο, δεν επηρεάζεται ούτε από το ηλεκτρι-

κό πεδίο των ηλεκτρονίων στα εξωτερικά μέρη του ατόμου ούτε από το ηλεκτρικό πεδίο των πρωτονίων του πυρήνα. Αφού όμως οι πυρήνες αποτελούνται από πρωτόνια και νετρόνια, θα πρέπει να συγκρατούνται από κάποια ελκτική μεταξύ τους δύναμη. (Θα επιστρέψουμε σε αυτές τις δυνάμεις στην παράγραφο 26-6). Έτσι περιμένουμε ότι, όταν ένα νετρόνιο πλησιάσει αρκετά προς ένα πυρήνα, έλκεται από αυτόν και γίνεται μία σύγκρουση. Αυτό πραγματικά συμβαίνει.

Τα αποτελέσματα της συγκρούσεως ποικίλλουν ακόμη και για πυρήνες του ίδιου ισότοπου. Οι συγκρούσεις μπορεί να είναι ελαστικές ή ανελαστικές. Μερικές φορές το νετρόνιο αιχμαλωτίζεται από τον πυρήνα και έτσι μετατρέπει τον πυρήνα σε ένα βαρύτερο ισότοπο του ίδιου στοιχείου. Όταν, για παράδειγμα, ένα νετρόνιο απορροφάται από τον πυρήνα αργύρου με μαζικό αριθμό 109, δημιουργείται ένας ασταθής πυρήνας αργύρου με μαζικό αριθμό 110. Αυτό γράφεται συντεταγμένα ως: $\text{Ag}^{109} + \text{n}^1 \rightarrow \text{Ag}^{110}$.

Το ισότοπο του αργύρου-110 είναι ραδιενεργό. Έχει περισσότερα νετρόνια από όσα μπορεί να κρατήσει. Εκπέμπει ένα ηλεκτρόνιο μετατρέποντας στην πραγματικότητα ένα νετρόνιο σε πρωτόνιο. Κατά τη διαδικασία αυτή ο πυρήνας αργύρου μετατρέπεται σε πυρήνα καδμίου με τον ίδιο μαζικό αριθμό. Ο πυρήνας του καδμίου έχει ένα περισσότερο πρωτόνιο από τον πυρήνα του αργύρου. Πολλά ισότοπα πλούσια σε νετρόνια δείχνουν ένα παρόμοιο σχήμα ραδιενεργού αποσυνθέσεως που είναι ιστορικά γνωστό ως «βήτα διάσπαση»*.

Για τους βαρύτερους πυρήνες η απορρόφηση ενός νετρονίου προκαλεί συχνά διαφορετικό αποτέλεσμα: ο πυρήνας διασπάται σε δυο μικρότερους πυρήνες. Όταν σχηματισθούν, αυτοί απωθούνται μεταξύ τους λόγω του θετικού τους ηλεκτρικού φορτίου και εκσπενδονίζονται με μεγάλη κινητική ενέργεια. Η διαδικασία αυτή καλείται **σχάση**.

Μερικά ισότοπα ενός δεδομένου στοιχείου υφίστανται σχάση πιο εύκολα από άλλα. Για παράδειγμα, ακόμη και ένα βραδύ νετρόνιο θα προκαλέσει σχάση σε ουράνιο-235, ενώ ένα τέτοιο νετρόνιο δεν θα προκαλέσει σχάση αν απορροφηθεί από ουράνιο-238. Το ουράνιο έχει ατομικό αριθμό $Z = 92$. Αυτό σημαίνει ότι ο πυρήνας του περιέχει 92 πρωτόνια. Ας ονομάσουμε τους ατομικούς αριθμούς των δυο θραυσμάτων Z_1 και Z_2 . Τότε η διατήρηση του ηλεκτρικού φορτίου απαιτεί:

$$Z_1 + Z_2 = 92$$

Ας υποθέσουμε ότι $Z_1 = 39$ και $Z_2 = 53$. Οι πυρήνες των σταθερών ισωτόπων αυτών των στοιχείων έχουν αντίστοιχα 50 και 74 νετρόνια (βλ. πίνακα 2). Και οι δυο μαζί έχουν 124 νετρόνια. Συγκρίνετε με τα νετρόνια που έχουμε:

$$\text{U}^{235} + \text{n}^1 = \text{U}^{236}$$

Το ουράνιο-235 έχει 143 νετρόνια. Αν προσθέσουμε το νετρόνιο που απορροφήθηκε θα έχουμε 144 νετρόνια. Αν πραγματικά γίνεται αυτή η

* Οι αρχικές μελέτες ραδιενέργειας έδειξαν τρία είδη ακτίνων που καλούνται άλφα, βήτα και γάμα ακτίνες. Οι ακτίνες άλφα αποδείχθηκαν ότι είναι πυρήνες ηλίου. Οι ακτίνες βήτα είναι ηλεκτρόνια. Οι ακτίνες γάμα είναι μία μορφή φωτός (βλ. παράγρ. 25-6).

διαδικασία, τότε θα έπρεπε να είχαν μείνει $144 - 124 = 20$ ελεύθερα νετρόνια. Τότε θα περιμέναμε πως πολλά από αυτά τα νετρόνια θα προκαλέσουν σχάση σε άλλους πυρήνες ουρανίου-235 και θα δημιουργήσουν έτσι μία πολλή γρήγορη αλυσιδωτή αντίδραση χωρίς δυσκολία.

Στην πραγματικότητα τα ισότοπα στοιχείων που παράγονται σε πυρηνική σχάση δεν είναι τα σταθερά που βρίσκονται στη φύση, αλλά ισότοπα πλούσια σε νετρόνια και πολύ ραδιενεργά. Αυτό μειώνει τον αριθμό των ελευθέρων νετρονίων που παράγονται κατά τη σχάση του ουρανίου-236 σε περίπου 2,5 κατά μέσον όρον. Με τόσο μικρό αριθμό ελευθέρων νετρονίων χρειάζονται ειδικά σχεδιασμένες συνθήκες ώστε ένα νετρόνιο μετά από κάθε σχάση να παράγει νέα σχάση. Τέτοιες συνθήκες επιτυγχάνονται στον ατομικό αντιδραστήρα.

-
24. Φαντασθείτε ότι ένας πυρήνας U^{235} απορρόφησε ένα νετρόνιο και υπέστη σχάση και τα δυο τμήματα βρίσκονται ακόμη σε επαφή μεταξύ τους (περίπου 10^{-14} m μεταξύ των κέντρων). Η δύναμη Coulomb τώρα τα διαχωρίζει. Να βρείτε την ολική κινητική τους ενέργεια όταν είναι πολύ μακριά το ένα από το άλλο. Να υποθέσετε ότι ο ατομικός τους αριθμός είναι $Z_1 = 39$ και $Z_2 = 53$.
25. Ας υποθέσετε ότι 1 kg U^{235} υπέστη σχάση σε ένα πυρηνικό αντιδραστήρα. Να χρησιμοποιήσετε το αποτέλεσμα της προηγούμενης ερωτήσεως και να βρείτε την κινητική ενέργεια όλων των κομματιών.
26. Αν ένα πυρηνικό εργοστάσιο χρησιμοποιεί 10^9 watt πυρηνικής ενέργειας, πόσο θα κρατήσει 1 kg U^{235} ;
-

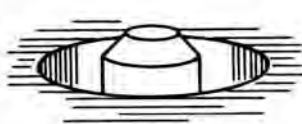
Για το σπίτι, την τάξη και το εργαστήριο.

27. Υποθέστε ότι έχετε πολλές μικρές χαλύβδινες μπάλες που μπορείτε να εκτοξεύσετε προς διαφορετικούς στόχους. Δεν μπορείτε να δείτε τους στόχους, αλλά μπορείτε να παρατηρήσετε τις τροχιές που διαγράφουν οι μπάλες πριν και αφού κτυπήσουν τους στόχους. Για κάθε περίπτωση να πείτε τι γνωρίζετε για το στόχο από τη συμπεριφορά της μπάλας. Οι μπάλες εκτοξεύονται προς το στόχο προς την ίδια κατεύθυνση.
- (α) Όλες οι μπάλες αναπηδούν από το στόχο με γωνία ανακλάσεως ίση προς τη γωνία προσπτώσεως.
- (β) Όλες οι μπάλες αναπηδούν χωρίς ορισμένη σχέση μεταξύ της γωνίας ανακλάσεως και της γωνίας προσπτώσεως.
- (γ) Σχεδόν όλες οι μπάλες διαπερνούν το στόχο αλλά μερικές χάνονται μέσα του.
- (δ) Όλες οι μπάλες χάνονται μέσα στο στόχο.
- (ε) Οι τροχιές από τις μπάλες διασταυρώνονται μετά την ανάκλαση σε ένα σημείο εμπρός από το στόχο.
28. Να υποθέσετε ότι μία μπάλα αφήνεται να κυλήσει πολλές φορές στο λοφίσκο του μοντέλου του σχήματος 17-7. Κάθε φορά ξεκινά κατά την ίδια τροχιά αλλά με διαφορετική κινητική ενέργεια. Πώς νομίζετε ότι σχετίζεται η γωνία σκεδάσεως θ με την ενέργεια;
29. Σε ένα πείραμα σκεδάσεως με φύλλο χρυσού, 4 στα 10.000 σωματίδια άλφα σκεδάζονται με γωνία μεγαλύτερη από 5° .

- (α) Αν διπλασιάσουμε το πάχος του φύλλου, πόσα σωματίδια θα σκεδαστούν με γωνία μεγαλύτερη των 5° ;
- (β) Αν κάναμε το φύλλο παχύτερο κατά χίλιες φορές;
30. Μία δέσμη σωματιδίων άλφα από πολώνιο εκτοξεύεται κάθετα προς το φύλλο χρυσού που περιγράφεται στην παράγραφο 17-1. Παρατηρούμε ότι μερικά σωματίδια σκεδάζονται με γωνία περίπου 3° ή 5×10^{-2} radian. Τα σωματίδια άλφα έχουν κινητική ενέργεια $8,5 \times 10^{-13}$ J που αντιστοιχεί σε ταχύτητα $1,6 \times 10^7$ m/s.
- (α) Ποια ταχύτητα $\Delta \vec{v}$ πρέπει να προστεθεί κάθετα προς την αρχική τους ταχύτητα για να προκαλέσει αυτή τη μεταβολή στην κατεύθυνση;
- (β) Πόσο χρόνο χρειάζεται ένα σωματίδιο άλφα για να διαπεράσει ένα μόνο άτομο χρυσού στο φύλλο;
- (γ) Ποια είναι η μέση επιτάχυνση ενός από τα σωματίδια άλφα, αν πάρει ολόκληρη την απόκλιση του καθώς διαπερνά ένα μόνο άτομο χρυσού;
31. Φαντασθείτε μία συσκευή που μπορεί να ρίξει 1000 χαλύβδινες μπάλες μέσα από μία στρογγυλή τρύπα ακτίνας 5 cm και να τις απλώσει ομοιόμορφα επάνω στην επιφάνεια του κύκλου (σχ. Α). Στο κέντρο της τρύπας στερεώνουμε ένα χαλύβδινο κώνο με γωνία πλευρών 45° ως προς τη βάση του που έχει ακτίνα 2 cm. Από τις 1000 μπάλες πόσες θα σκεδαστούν πλαγίως πριν φθάσουν την τρύπα;
32. Στο πρόβλημα 31 κόβουμε τη μύτη του κώνου και έτσι μένει ένα λείο επίπεδο παράλληλο προς τη βάση του και ακτίνας 1 cm (σχ. Β).
- (α) Σε κάθε ομάδα από 1000 μπάλες πόσες επιστρέφουν και πόσες σκεδάζονται πλαγίως από τον κώνο;
- (β) Να σχεδιάσετε ένα γράφημα της γωνίας σκέδασης θ ως προς την παράμετρο κρούσεως b , μετρούμενη από το κέντρο της τρύπας.



Σχήμα Α

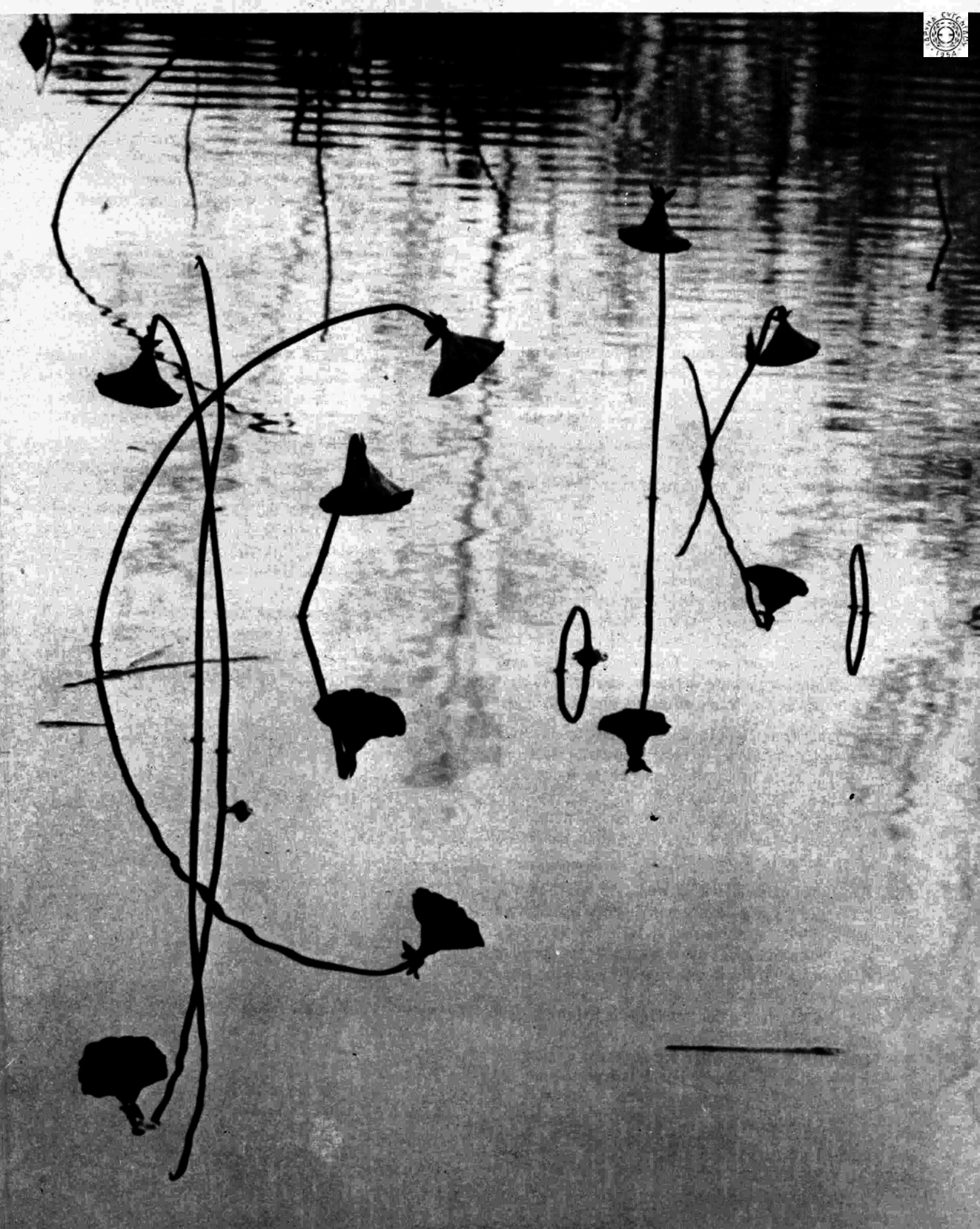


Σχήμα Β

- (γ) Να σχεδιάσετε ένα γράφημα του N_θ (τον αριθμό από τις μπάλες που σκεδάζονται με γωνία μεγαλύτερη από θ), ως προς θ .
33. (α) Για να ορίσετε την καμπύλη του b ως προς θ για μία «απότομη» δύναμη, να σχεδιάσετε ένα αρκετά μεγάλο κύκλο που παριστάνει ένα επίπεδο κομμένο από μία στερεά σφαίρα και να μετρήσετε τη γωνία σκέδασης για διάφορες παραμέτρους κρούσεως. (Να υποθέσετε ότι η γωνία ανακλάσεως της μπάλας που κτυπά στην επιφάνεια είναι ίση με τη γωνία προσπτώσεως. Γιατί;)
- (β) Από την καμπύλη του b ως προς θ σχεδιάστε το γράφημα του N_θ ως προς θ και συγκρίνετέ το με το σχήμα 17-15.
- (γ) Να εξηγήσετε γιατί αυτή η σχέση είναι ανεξάρτητη από την ενέργεια των σωματιδίων που εκτοξεύονται προς τη σφαίρα.
34. Τρία πειράματα εκτελέστηκαν με την ίδια δέσμη σωματιδίων άλφα, τους ίδιους μετρητές, στις ίδιες θέσεις και διαφορετικά φύλλα ως στόχους. Τοποθετήθηκαν καταλλήλως πέντε μετρητές για να μετρούν τα σωματίδια που σκεδάζονται κατά τις γωνίες που δίνονται από τον πίνακα. Το χρονικό διάστημα της μετρήσεως ήταν το ίδιο και για τα τρία πειράματα. Τα φύλλα φτιάχτηκαν, έτσι ώστε η δέσμη να διαπερνά τον ίδιο αριθμό ατόμων ανά τετραγωνικό εκατοστό, άσχετα ποιο στόχο χρησιμοποιούμε. Τα αποτελέσματα που φαίνονται στον πίνακα δίνουν τους αριθμούς των σωματιδίων που σκεδάζονται υπό τις ίδιες γωνίες σκέδασης. Για παράδειγμα, η μέτρηση στις 30° περιλαμβάνει όλα τα σωματίδια που σκεδάζονται σε οποιαδήποτε κατεύθυνση στο διάστημα μεταξύ 29° και 31° . Η μέτρηση στις 60° περιλαμβάνει όλα τα σωματίδια που σκεδάζονται σε οποιαδήποτε κατεύθυνση μεταξύ 59° και 61° κλπ.

Γωνία σκεδασης	Μετρούμενος αριθμός σωματιδίων άλφα		
	Στόχος 1	Στόχος 2	Στόχος 3
30	2790	35.920	102.810
60	346	4451	12.760
90	100	1288	3685
120	39	496	1423
150	14	187	532

- (α) Για κάθε στόχο να σχεδιάσετε τον αριθμό των σκεδασμένων σωματιδίων ως προς τη γωνία σκεδάσεως. (Να σχεδιάσετε και τα τρία γραφήματα στους ίδιους άξονες).
- (β) Ο στόχος 1 είναι αλουμίνιο. Τι είναι οι υπόλοιποι στόχοι;
35. Ένα σωματίδιο άλφα με κινητική ενέργεια $1,0 \times 10^{-12}$ J σκεδάζεται από ένα πυρήνα χρυσού.
- (α) Ποια είναι η μικρότερη δυνατή απόσταση της πλησιέστερης προσεγγίσεως;
- (β) Ποια πρέπει να είναι η παράμετρος κρούσεως για να πλησιάσει τόσο το σωματίδιο άλφα;
- (γ) Πόσο κοντά μπορεί να πλησιάσει ένα πρωτόνιο με την ίδια ενέργεια; Ένα νετρόνιο;
36. Σε ένα πείραμα σκεδάσεως, μία δέσμη πρωτονίων κτυπά ένα στόχο χρυσού. Σε ένα δεύτερο πείραμα χρησιμοποιούμε δέσμη δευτερονίων (μαζικός αριθμός = 2, ατομικός αριθμός = 1). Η κινητική ενέργεια των σωματιδίων είναι ίδια και στις δυο δέσμες. Πώς συγκρίνονται οι μικρότερες αποστάσεις από τους πυρήνες χρυσού για τις δυο δέσμες;
37. (α) Ποιο μέρος της ενέργειας ενός σωματιδίου άλφα χάνεται σε μία μετωπική σύγκρουση με ένα ηλεκτρόνιο; (Η μάζα ενός σωματιδίου άλφα είναι 7200 φορές μεγαλύτερη από τη μάζα ενός ηλεκτρονίου).
- (β) Περίπου πόσες τέτοιες συγκρούσεις πρέπει να συμβούν για να μειωθεί κατά 1% η ενέργεια του σωματιδίου άλφα;
38. Ένα σωματίδιο άλφα με ταχύτητα $1,00 \times 10^7$ m/s σκεδάζεται από ένα ακίνητο πυρήνα χρυσού κατά γωνία 60° . Να υποθέσετε ότι μεταφέρεται στον πυρήνα χρυσού τόση λίγη κινητική ενέργεια, ώστε η ταχύτητα του σωματιδίου άλφα να παραμένει ίδια μετά τη σκέδαση.
- (α) Ποια είναι η ορμή που μεταδίδεται στο άτομο χρυσού;
- (β) Ποια ταχύτητα δίνεται στον πυρήνα χρυσού;
- (γ) Ποια είναι η κινητική ενέργεια που δίνεται στον πυρήνα χρυσού;
- (δ) Ήταν σωστή η αρχική σας υπόθεση; Να εξηγήσετε.
39. (α) Αν στο πρόβλημα 38 η απόσταση της πλησιέστερης προσεγγίσεως είναι $1,65 \times 10^{-13}$ m, ποια είναι η ταχύτητα του σωματιδίου άλφα σε αυτό το σημείο;
- (β) Με ποια ταχύτητα κινείται προς τον πυρήνα σε αυτό το σημείο;
40. Στο άτομο του υδρογόνου, το ηλεκτρόνιο απέχει από το θετικά φορτισμένο πρωτόνιο 5×10^{-11} m κατά μέσο όρο.
- (α) Να υπολογίσετε τη μέση δύναμη μεταξύ πρωτονίου και ηλεκτρονίου.
- (β) Αν τοποθετούσαμε το άτομο μεταξύ των πλακών που χρησιμοποιούνται στο πείραμα Millikan της παραγράφου 11-9, πόσες μπαταρίες των 90-volt θα χρειαζόμαστε να δάλομε σε σειρά για να διασπάσουμε το άτομο;
41. Στην πυρηνική σχάση ο πυρήνας ενός ατόμου ουρανίου-238 διασπάται μερικές φορές σε δυο μόνο κομμάτια εξαιτίας της δυνάμεως απωθήσεως Coulomb μεταξύ των πρωτονίων. Φανταστείτε ότι η σχάση μόλις έχει γίνει και τα δυο κομμάτια είναι ακόμη σε επαφή (σε απόσταση μεταξύ των κέντρων περίπου 10^{-14} m) και είναι ακίνητα. Αν το ένα έχει $Z_1 = 42$ στοιχειώδη φορτία και το άλλο $Z_2 = 50$ στοιχειώδη φορτία, βρείτε τη συνολική κινητική τους ενέργεια όταν η απόσταση μεταξύ τους είναι πολύ μεγάλη. Να δώσετε την απάντησή σας σε Joule και εκατομμύρια electronvolt.



Το φως παίζει κεντρικό ρόλο στην ύπαρξή μας. Το φως από τον ήλιο μας ζεσταίνει και βοηθά τα φυτά να μετασχηματίσουν το διοξείδιο του άνθρακα και το νερό σε οργανική ύλη και ελεύθερο οξυγόνο. Τις περισσότερες πληροφορίες για τον εξωτερικό κόσμο τις παίρνουμε με την όραση.

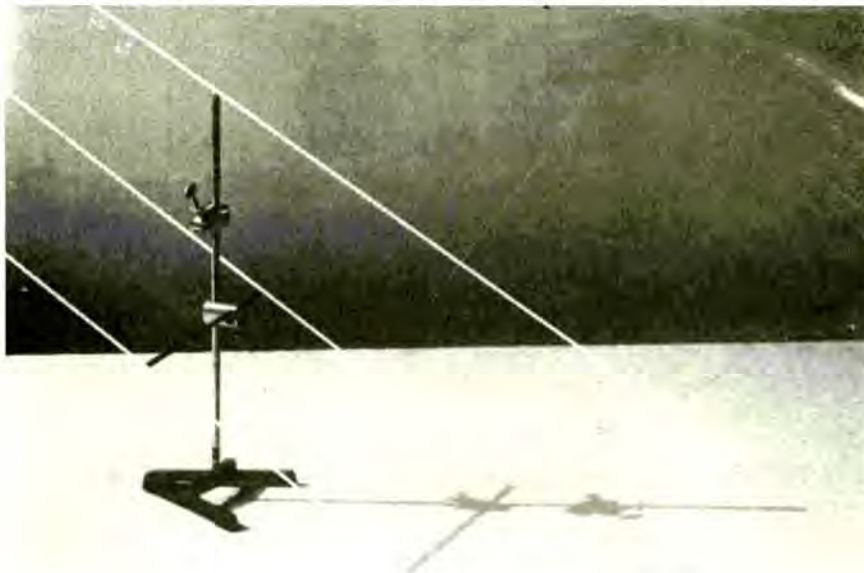
Υπάρχει ο πειρασμός να ρωτήσουμε: «Τι είναι το φως;» Αλλά αυτή η ερώτηση δεν μας βοηθά να καταλάβουμε τι είναι το φως, όπως δεν θα βοηθούσε στην κατανόηση της μηχανικής η ερώτηση: «Τι είναι βαρύτητα;». Όπως ακριβώς μελετήσαμε τις ιδιότητες της δυνάμεως βαρύτητας και την κίνηση των αντικειμένων κάτω από την επίδρασή της, έτσι θα μελετήσουμε τις ιδιότητες του φωτός. Θα αρχίσουμε με μερικές ποιοτικές παρατηρήσεις και κατόπιν θα διερευνήσουμε μερικούς ποσοτικούς νόμους κάτω από καλά ελεγχόμενες συνθήκες. Αυτό γίνεται καλύτερα στο εργαστήριο.

18-1 Πώς ταξιδεύει το φως.

Είμαστε τόσο εξοικειωμένοι με τον ήλιο και τους (απλανείς) αστέρες που σπάνια αναλογιζόμαστε το τεράστιο, σχεδόν κενό διάστημα το οποίο μας χωρίζει από αυτούς. Όμως γνωρίζουμε ότι ο ήλιος απέχει από τη γη $1,5 \times 10^{11}$ μέτρα και το αμέσως πλησιέστερο άστρο (απλανής) βρίσκεται τριακόσιες χιλιάδες φορές πιο μακριά. Έχουμε δει αμέτρητα αστέρια τόσο απομακρυσμένα που η λογική μας σταματά. Όλη η πληροφόρηση που έχουμε γι' αυτό το τεράστιο σύμπαν ήρθε σε μας «ταξιδεύοντας γοργά επάνω σε δέσμες φωτός». Επομένως το φως μπορεί να διασχίσει μεγάλες αποστάσεις και να ταξιδέψει ελεύθερα στον κενό χώρο.

Οι σκιές που ρίχνει ο ήλιος, μας είναι τόσο γνωστές όσο και αυτός. Τι μπορούμε να μάθουμε για το φως από αυτές τις σκιές; Καθώς περπατούμε ή τρέχουμε μία ηλιόλουστη ημέρα, μας ακολουθεί η σκιά μας. Αυτή η απλή παρατήρηση δείχνει ότι το φως πρέπει να ταξιδεύει πολύ γρηγορότερα από όσο τρέχουμε εμείς.

Επίσης και τα σχήματα των σκιών φανερώνουν κάτι για τη φύση του φωτός. Στο σχήμα 18-1 ένα σύστημα γραμμών ενώνει διάφορα σημεία

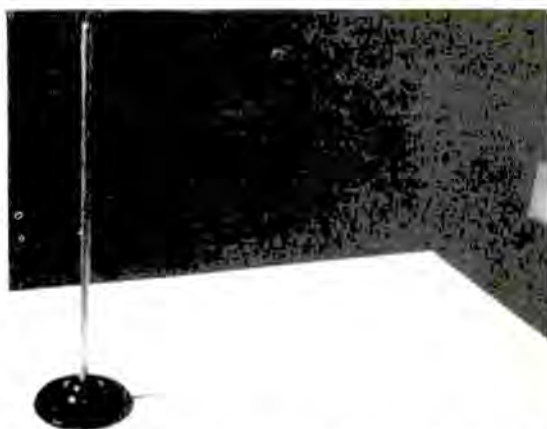


Φως: Διάδοση, ανάκλαση και διάθλαση

- 18-1** Πώς ταξιδεύει το φως
- 18-2** Η ταχύτητα του φωτός
- 18-3** Δέσμες φωτός, λεπτές δέσμες και ακτίνες
- 18-4** Ανάκλαση και διάχυση
- 18-5** Διάθλαση
- 18-6** Ο δείκτης διαθλάσεως
- 18-7** Η διέλευση του φωτός από το γυαλί (ή νερό) στον αέρα: Αντιστροφότητα
- 18-8** Ο νόμος του Snell
- 18-9** Ολική ανάκλαση
- 18-10** Διάθλαση από πρίσματα: Διασκεδασμός
- 18-11** Λεπτές δέσμες και αλλαγή κλίμακας

Σχήμα 18-1 Ο σχηματισμός σκιών. Γραμμές που συνδέουν σημεία στη σκιά με τα αντίστοιχα σημεία στο αντικείμενο που ρίχνει τη σκιά είναι σχεδόν παράλληλες. Όλες κατευθύνονται προς την πηγή του φωτός.

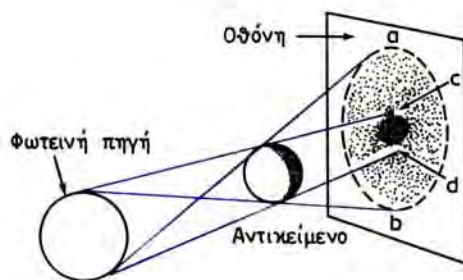
Φωτογραφία αριστερά: Ανάκλαση σε μία μικρή λίμνη. Ποιοι είναι οι βασικοί νόμοι που περιγράφουν πώς ταξιδεύει το φως;



Σχήμα 18-2 Σκιές που δημιουργούνται από μία εκτεταμένη φωτεινή πηγή (αριστερά) και μία σημειακή φωτεινή πηγή (δεξιά). Προσέξτε τη διαφορά στην καθαρότητά τους.

της σκιάς με τα αντίστοιχα σημεία επάνω στο αντικείμενο που ρίχνει τη σκιά. Οι γραμμές είναι σχεδόν παράλληλες και όλες δείχνουν προς τη φωτεινή πηγή. Είναι φανερό ότι το φως ταξιδεύει σε ευθείες γραμμές.

Παρατηρήστε τη δική σας σκιά που ρίχνει ο ήλιος επάνω σε ένα λείο δάπεδο. Προσέξτε τη διαφορά στην καθαρότητα μεταξύ της σκιάς του κεφαλιού σας και των ποδιών σας. Αυτή η διαφορά είναι πιο έντονη στη σκιά μιας λεπτής ράβδου, όπως φαίνεται στα αριστερά του σχήματος 18-2. Η σκιά γίνεται πλατύτερη και λιγότερο καθαρή όσο αυξάνεται η απόσταση του αντικειμένου από την άκρη της σκιάς του. Η καθαρότητα της σκιάς εξαρτάται επίσης από τη φωτεινή πηγή. Η φωτογραφία στα δεξιά του σχήματος 18-2 δείχνει τη σκιά που πέφτει όταν η φωτεινή πηγή είναι πολύ μικρή. Αυτή η σκιά είναι πολύ καθαρά ορισμένη σε όλο της το μήκος. Οι σκιές που δημιουργούνται από πολύ μικρές φωτεινές πηγές είναι συνήθως πολύ έντονες και συνεπείς προς τη διάδοση του φωτός κατά ευθεία γραμμή.



Σχήμα 18-3 Σχηματισμός σκιάς από μία εκτεταμένη φωτεινή πηγή.

Οι ξεκάθαρες σκιές που σχηματίζει μία φωτεινή πηγή τόσο μικρή, που να θεωρείται σημείο, μας δίνουν και μία νύξη για τις λιγότερο καθαρές σκιές που δημιουργούνται από το ηλιακό φως. Κάθε σημείο από την επιφάνεια του ηλίου στέλνει φως. Επομένως η σκιά δεν είναι στην πραγματικότητα μία σκιά, αλλά ένα σύνολο μεγάλου αριθμού μεμονωμένων σκιών που προκαλούνται από κάθε φωτεινό σημείο της επιφάνειας του ηλίου. Το σχήμα 18-3 δείχνει πώς γίνεται μία απλή σκιά όταν η φωτεινή πηγή είναι μεγάλη σαν τον ήλιο. Το φως που ταξιδεύει σε ευθείες γραμμές δεν μπορεί να φθάσει την κυκλική περιοχή μεταξύ c και d [(πλήρης) σκιά]. Επομένως αυτό το τμήμα της σκιάς είναι μαύρο. Στην περιοχή με τις κουκίδες μεταξύ του κύκλου διαμέτρου ab και του κύκλου διαμέτρου cd φως από μερικά μέρη της πηγής ξεπερνά το αντικείμενο και φθάνει στην οθόνη (παρασκιά). Έτσι η σκιά δεν είναι τόσο μαύρη και τελικά χάνεται με ένα αχνό περίγραμμα στον κύκλο ab. Έξω από τη σκιασμένη επιφάνεια μεταξύ a και b το φως έρχεται από όλα τα σημεία της πηγής.

1. Να υποθέσετε ότι στο σχήμα 18-3 η μεγάλη φωτεινή πηγή είναι ο ήλιος, το αντικείμενο είναι η σελήνη και η οθόνη είναι η γη.
(α) Σε ποια περιοχή θα συμβεί ολική έκλειψη του ηλίου;

- (6) Σε ποια περιοχή θα συμβεί μερική έκλειψη του ηλίου;
2. Ποια γωνία πρέπει να έχει ο ήλιος επάνω από τον ορίζοντα, ώστε η σκιά σας σε ένα οριζόντιο έδαφος να έχει μήκος όσο και το ύψος σας;
 3. Στο σχήμα 18-3 είναι δυνατόν να τοποθετήσουμε την οθόνη σε τέτοια θέση, ώστε να έχουμε μόνο την ατελή σκιά (παρασκιά) χωρίς την πλήρη σκιά;
 4. Το σχήμα 18-3 δείχνει πώς μπορούμε να έχουμε μία ασαφή σκιά. Πώς μπορείτε να έχετε πιο ξεκάθαρη σκιά του ίδιου αντικειμένου;
 5. Κρατήστε ένα μολύδι στον ήλιο επάνω από μία λεία επιφάνεια. Σηκώστε το αργά παρατηρώντας συγχρόνως τη σκιά. Να εξηγήσετε αυτό που βλέπετε.

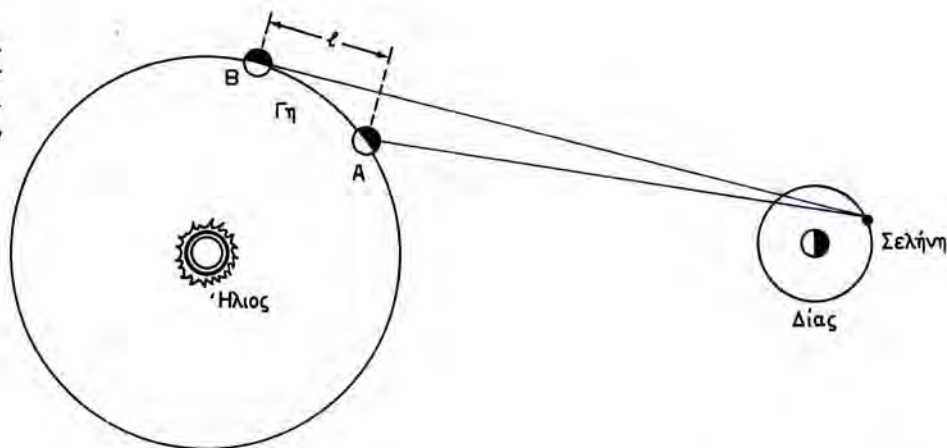
18-2 Η ταχύτητα του φωτός.

Κατά καιρούς όλοι έχουμε ακούσει το θόρυβο ενός αεριωθουμένου αεροπλάνου που πετά ψηλά στον ουρανό και έχουμε στρέψει το βλέμμα μας ενστικτωδώς προς την κατεύθυνση από όπου έρχεται ο ήχος. Όταν τελικά βλέπομε το αεροπλάνο, αυτό είναι πολύ πιο μπροστά από τον ήχο. Για να αποφασίσουμε για την πραγματική θέση του αεροπλάνου πιστέψαμε στα μάτια μας και όχι στα αυτιά μας. Γιατί εμπιστευθήκαμε τα μάτια μας; Γνωρίζομε ότι ο ήχος χρειάζεται κάποιο χρόνο για να διασχίσει μία τόσο μεγάλη απόσταση, ενώ το φως ταξιδεύει πολύ ταχύτερα από τον ήχο. Δεν υποθέσαμε ότι το αεροπλάνο βρισκόταν πέρα από το σημείο που το είδαμε, γιατί πιστεύομε ότι το φως ταξιδεύει πραγματικά πολύ γρήγορα!

Ο Γαλιλαίος πρότεινε ένα τρόπο για να προσδιορίσει την ταχύτητα του φωτός, όμοιο με τη μέθοδο που χρησιμοποίησε για να μετρήσει την ταχύτητα του ήχου. Τοποθέτησε δυο ανθρώπους που κρατούσαν φανάρια σε μία μετρημένη απόσταση μεταξύ τους. Ο πρώτος ξεσκέπασε το φανάρι του, ενώ άρχισε συγχρόνως να λειτουργεί ένα ρολόι και ο δεύτερος ξεσκέπασε το φανάρι του όταν είδε το φως του πρώτου. Όταν ο πρώτος άνθρωπος είδε το φως από το φανάρι του δεύτερου, σταμάτησε το ρολόι του και έτσι μέτρησε το χρόνο που χρειάζεται το φως για να φθάσει από τον πρώτο άνθρωπο στο δεύτερο και να επιστρέψει – ή τουλάχιστον έτσι ήλπιζε ο Γαλιλαίος. Με αυτό το πείραμα απέτυχε να μετρήσει την ταχύτητα του φωτός γιατί το φως ταξιδεύει πολύ γρήγορα. Αλλά δεν ήταν τέλεια αποτυχία. Έδειξε ότι η ταχύτητα του φωτός είναι τόσο μεγάλη, ώστε να μην μπορεί να μετρηθεί με τους χονδροειδείς ωρολογιακούς μηχανισμούς που υπήρχαν τότε.

Η πρώτη ένδειξη για την πεπερασμένη ταχύτητα του φωτός έγινε από τον Olaf Roemer (Όλαφ Ρέμερ) το 1676 από αστρονομικές παρατηρήσεις επάνω στην κίνηση των φεγγαριών του Δία. Μία φορά σε κάθε περιστροφή τα φεγγάρια αυτά σκεπάζονται από τη σκιά του Δία και κατόπιν εμφανίζονται πάλι (σχ. 18-4). Ο χρόνος μεταξύ δυο διαδοχικών εκλείψεων οποιουδήποτε φεγγαριού ισούται με την περίοδο της περιστροφής του. Παρατηρήθηκε ότι αυτές οι περίοδοι δεν ήταν σταθερές. Φαίνονταν λίγο μεγαλύτερες, όταν η γη στην τροχιά της γύρω από τον ήλιο απομακρυνόταν από το Δία (για παράδειγμα, από το Α στο Β, σχ.

Σχήμα 18-4 Ένα σχηματικό διάγραμμα που δείχνει το συλλογισμό του Roemer ότι το φως ταξιδεύει με πεπερασμένη ταχύτητα. Τα μεγέθη και οι αποστάσεις δεν έχουν σχεδιασθεί υπό κλίμακα.



18-4), και μικρότερες όταν η γη πλησίαζε στο Δία. Ο Roemer σκέφθηκε ότι η γη δεν επηρεάζει την κίνηση των φεγγαριών του Δία, αλλά το φως από τις διαδοχικές εξόδους ενός φεγγαριού από τη σκιά έχει διανύσει μεγαλύτερη απόσταση για να φθάσει στη γη (1 στο σχήμα 18-4). Το γεγονός ότι η πρόσθετη απόσταση χρειάζεται πρόσθετο χρόνο δείχνει ότι το φως δεν μεταδίδεται στιγμιαία αλλά έχει πεπερασμένη ταχύτητα.

Αυτή η παρατήρηση ήταν η μεγάλη συμβολή του Roemer. Η αριθμητική τιμή της ταχύτητας του φωτός δεν μπορούσε να υπολογισθεί ακριδώς εκείνον τον καιρό για δυο λόγους: οι μετρήσεις του για το χρόνο που χρειάζεται το φως για να διασχίσει τη διάμετρο της τροχιάς της γης ήταν λανθασμένες και η ίδια η διάμετρος της τροχιάς της γης δεν ήταν γνωστή με ακρίβεια.

Επόμενα πειράματα των καθυστερήσεων των χρόνων ενάρξεως των εκλείψεων έδειξαν ότι ο χρόνος που χρειάζεται το φως για να διασχίσει την τροχιά της γης είναι 16 λεπτά και 33 δευτερόλεπτα. Γνωρίζουμε τώρα ότι η μέση απόσταση της γης από τον ήλιο είναι $1,49 \times 10^{11}$ m. Άρα η ταχύτητα του φωτός είναι:

$$c = \frac{2 \times 1,49 \times 10^{11} \text{ m}}{993 \text{ s}} = 3,00 \times 10^8 \text{ m/s}$$

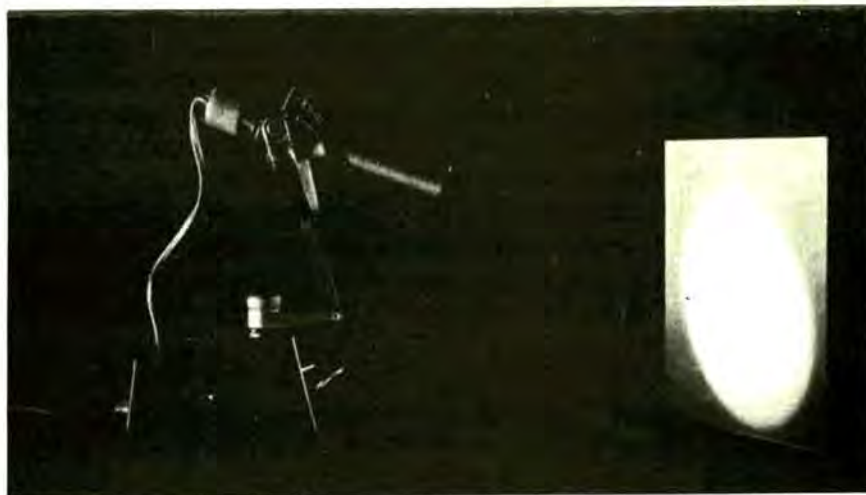
Ο πρώτος προσδιορισμός της ταχύτητας του φωτός στην επιφάνεια της γης, σε μία απόσταση αρκετά μικρή ώστε να είναι πρακτικά δυνατό το πείραμα, έγινε από τον Arman Fizeau (Αρμάν Φιζώ) το 1848. Χρειάστηκε να εφευρεθεί γι' αυτό μία συσκευή που μπορούσε να μετρήσει με ακρίβεια πολύ μικρά χρονικά διαστήματα. [Θα συζητήσουμε μία τροποποίηση της μεθόδου του Fizeau από τον Α.Μ. Michelson (Μάικελσον) στην παράγραφο 21-4].

6. (α) Πόσο χρόνο χρειάζεται το φως για να φθάσει στη γη από τον ήλιο;
(β) Αν το φως από τον αμέσως πλησιέστερο (απλανή) αστέρα χρειάζεται 4,3 χρόνια, για να μας φθάσει, πόσο μακριά είναι ο αστέρας;
7. Τα κύματα του ασυρμάτου ταξιδεύουν με την ταχύτητα του φωτός μέσα σε κενό χώρο ή αέρα.

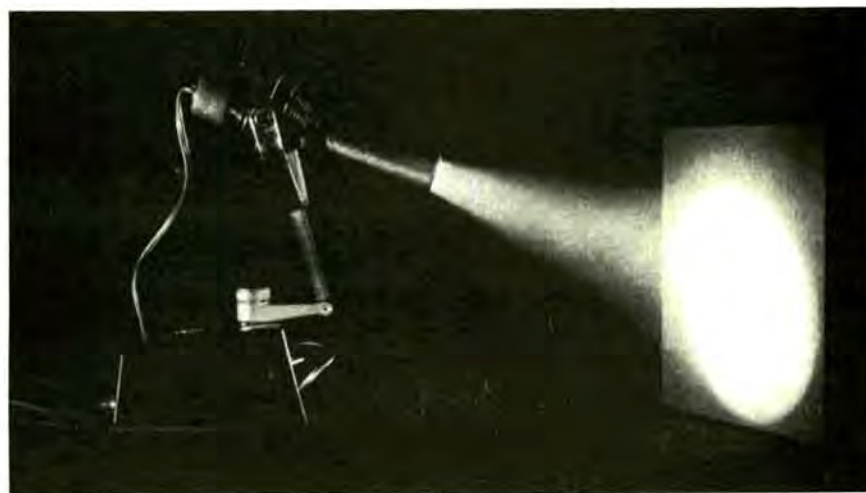
- (α) Πόσο χρόνο χρειάζεται ένα σήμα ασυρμάτου για να ταξιδέψει από τη Νέα Υόρκη στον Άγιο Φραγκίσκο, μία απόσταση δηλαδή περίπου $4,8 \times 10^3$ km;
- (6) Ένας πομπός ραντάρ που στέλνει σήματα ασυρμάτου ενός ειδικού τύπου, όταν σκοπεύει προς τη σελήνη, δέχεται την ανάκλαση 2,7 s μετά την εκπομπή του σήματος.
Πόση απόσταση μεταξύ γης και σελήνης δίνει αυτό το πείραμα;

18-3 Δέσμες φωτός, λεπτές δέσμες και ακτίνες.

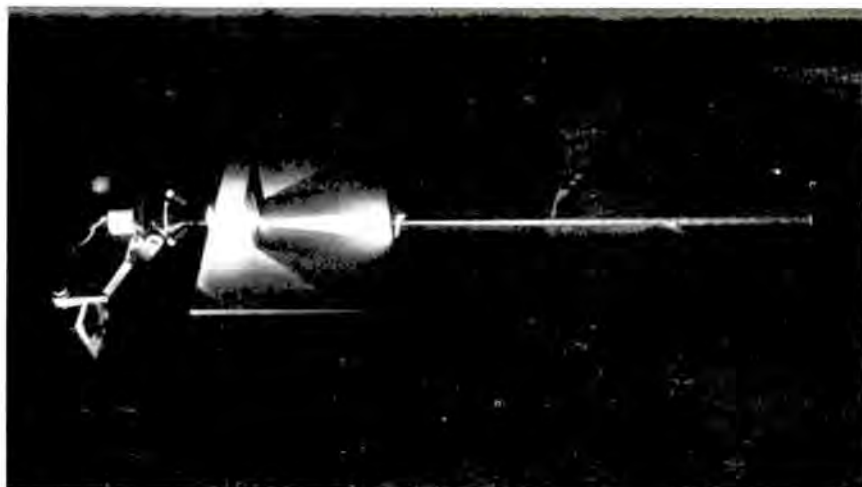
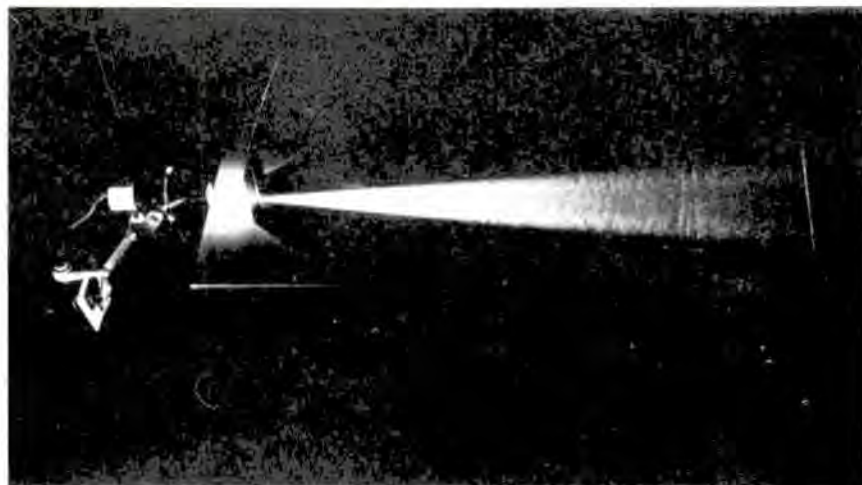
Το σχήμα 18-5 δείχνει μία φωτεινή πηγή που το φως της κατευθύνεται προς ένα κομμάτι χαρτί. Γνωρίζουμε ότι το φως έρχεται από την πηγή, το βλέπουμε να ανακλάται από το χαρτί, αλλά δεν το βλέπουμε μεταξύ των δυο αντικειμένων. Η λογική όμως μας υπαγορεύει ότι το φως πρέπει να ταξιδεύει μεταξύ τους. Στο σχήμα 18-6 προσθέσαμε στον αέρα σωματίδια καπνού και τώρα η δέσμη φωτός φαίνεται καθαρά σε



Σχήμα 18-5 Οι φωτεινές δέσμες είναι αόρατες. Εδώ βλέπουμε τη φωτεινή πηγή, την ανάκλαση από το λευκό χαρτί, αλλά τίποτε άλλο μεταξύ πηγής και στόχου.



Σχήμα 18-6 Αν προσθέσουμε μικροσκοπικά σωματίδια στον αέρα, η φωτεινή δέσμη φαίνεται καθαρά σε όλη την απόσταση από την πηγή έως το στόχο. Συγκρίνετε με σχήμα 18-5.

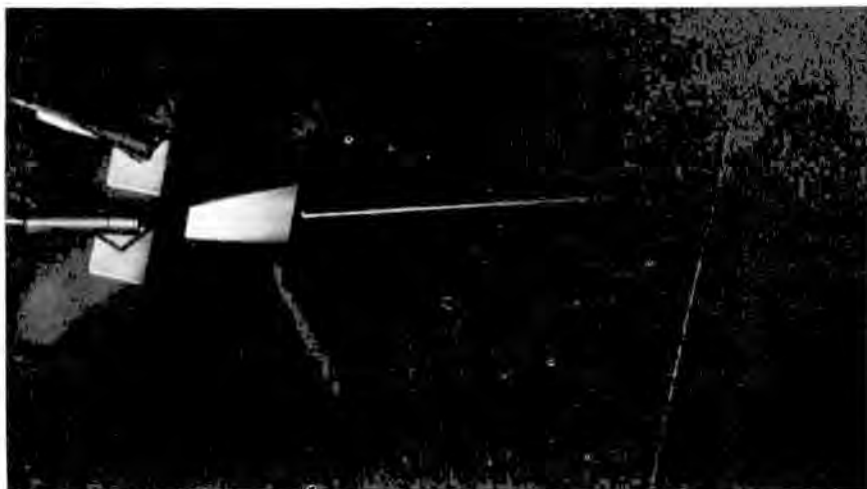


Σχήμα 18-7 Πλατιές και λεπτές δέσμες φωτός. Στην επάνω φωτογραφία, φως που έρχεται από μία πηγή διαμέσου μιας μικρής οπής σχηματίζει δέσμη κωνικού σχήματος. Κάτω, μία δεύτερη μικρή οπή σε σειρά με την πρώτη παράγει μία λεπτή φωτεινή δέσμη.

όλο της το μήκος. Τα ευθύγραμμα όρια της δέσμης συνδέουν την πηγή με τις άκρες της περιοχής που φωτίζεται και έτσι επιβεβαιώνεται η υπόθεσή μας ότι το φως ταξιδεύει κατά ευθείες γραμμές. Το γεγονός ότι δεν βλέπαμε καθόλου δέσμη έως ότου βάλαμε τον καπνό, μας δηλώνει ότι το φως μπαίνει στην όρασή μας μόνο όταν παρατηρούμε κατευθείαν προς μία πηγή, ή όταν υπάρχουν φωτισμένα σώματα που ανακλούν φως κατευθείαν προς στα μάτια μας. Σε αυτή την περίπτωση το φως έχει ανακλασθεί από το χαρτί και τα σωματίδια καπνού και έτσι τα έχει καταστήσει καινούργιες πηγές που στέλνουν το φως κατά μήκος νέων ευθυγράμμων τροχιών προς τα μάτια μας.

Στην επάνω φωτογραφία του σχήματος 18-7 βλέπομε τη δέσμη να σχηματίζει ένα κώνο. Ο άξονας του κώνου (η γραμμή που ενώνει την οπή με το κέντρο της βάσεως του κώνου), περνά από το κέντρο της πηγής και την οπή.

Αν τοποθετήσομε στη σειρά δυο οπές, όπως φαίνεται στη δεύτερη φωτογραφία του σχήματος 18-7, παίρνομε μία πολύ στενή ευθύγραμμη



Σχήμα 18-8 Ένα πείραμα που δείχνει ότι δυο φωτεινές δέσμες μπορούν να περάσουν η μία μέσα από την άλλη.

δέσμη φωτός. Συχνά είναι χρήσιμο να φαντασθούμε μία λεπτή ευθύγραμμη δέσμη που είναι λεπτότερη από οποιαδήποτε πρακτικά παραγόμενη δέσμη. Καλούμε αυτή την ακραία λεπτή δέσμη **ακτίνα** φωτός. Βέβαια δεν μπορούμε ποτέ να παράγουμε μία μοναδική ακτίνα φωτός, αλλά η ιδέα της ακτίνας είναι πολύ χρήσιμη. Μας χρησιμεύει στη σχεδίαση σε χαρτί γραμμών οι οποίες δείχνουν πώς διαδίδεται το φως. Μπορούμε να βρούμε στη φύση μία λεπτή δέσμη φωτός, αλλά η φωτεινή ακτίνα είναι κάτι που επινοήσαμε για να παριστάνει μία πολύ λεπτή δέσμη.

Συνήθως σχεδιάζουμε ακτίνες για να υποδείξουμε τα όρια μιας φωτισμένης περιοχής, όπως, για παράδειγμα, στο σχήμα 18-3. Οι ακτίνες που σχεδιάζουμε είναι χρήσιμες, όπως είναι και οι γραμμές στα αρχιτεκτονικά σχέδια, αλλά δεν είναι φως, όπως και οι γραμμές στα σχέδια του αρχιτέκτονα δεν είναι πραγματικά τοίχοι ή παράθυρα. Το φως δεν κάνει ακτίνες. Τις κάνουμε εμείς για να μπορέσουμε να περιγράψουμε πώς συμπεριφέρεται το φως.

Γνωρίζουμε ότι οι φωτεινές δέσμες, πλατιές ή λεπτές, όταν πέφτουν σε αντικείμενα που ανακλούν, τα φωτίζουν έτσι ώστε αυτά δρουν ως νέες πηγές. Έτσι το φως αλληλεπιδρά με το υλικό επάνω στο οποίο πέφτει. Η φωτεινή δέση επηρεάζει το υλικό και το υλικό επηρεάζει τη συμπεριφορά της δέσης. Είναι δυνατόν οι φωτεινές δέσμες να αλληλεπιδράσουν και μεταξύ τους; Μπορούμε να απαντήσουμε σε αυτή την ερώτηση αν αφήσουμε τις φωτεινές δέσμες από δυο διαφορετικές πηγές να περάσουν από την ίδια οπή, όπως φαίνεται στο σχήμα 18-8. Η κάθε δέση περνά από την οπή σαν να μην υπάρχει η άλλη.

Γενικά η κάθε δέση από δυο ή περισσότερες πηγές συμπεριφέρεται σαν να μην ήταν παρούσα η άλλη δέση και αυτή η ανεξαρτησία δράσεως είναι πολύ σημαντική. Αλλιώς η διαδικασία της μελέτης με λεπτές δέσμες ή ακτίνες από διαφορετικές πηγές ή από διαφορετικά μέρη μιας πηγής δεν θα είχε μεγάλη αξία. Για παράδειγμα, η παρακολούθηση των ακτίνων που δείχνουν τις κατευθύνσεις δυο πιδάκων νερού δεν μας λέει πολλά για το πού πηγαίνουν όταν διασταυρώνονται. Στο γεγονός ότι, το φως από κάθε μία από τις δυο πηγές δρα σαν να ήταν μόνο του, μας επιτρέπει να μπορούμε να ακολουθήσουμε τις ακτίνες και να βρούμε τις περιοχές φωτός και σκιάς όταν είναι παρούσες και οι δυο πηγές.

-
8. Τι θα συνέβαινε στο φωτεινό κώνο αν απομακρύναμε την πηγή της πρώτης φωτογραφίας του σχήματος 18-7;
 9. Έχει παράλληλες πλευρές η λεπτή φωτεινή δέση στο σχήμα 18-7 (δεύτερη εικόνα);
 10. Εκτός από την επίδειξη του σχήματος 18-8, πώς γνωρίζετε ότι το φως από ένα αντικείμενο περνά μέσα από το φως άλλου αντικειμένου, χωρίς να επηρεάσει η μία ακτίνα την άλλη;
-

18-4 Ανάκλαση και διάχυση.

Όλα τα αντικείμενα, διαφανή ή αδιαφανή, επανεκπέμπουν μέρος από το φως που πέφτει επάνω τους. Οι περισσότερες επιφάνειες στέλνουν φως προς πολλές κατευθύνσεις. Με τη βοήθεια αυτής της επανεκπομπής του φωτός μπορούμε και βλέπουμε φωτισμένα σώματα, παρατηρούμε την υφή τους και το χρώμα τους και τα ξεχωρίζουμε από το περιβάλλον τους.

Μερικά υλικά, όπως πολύ γυαλισμένα φύλλα αργύρου, αλουμινίου ή χάλυβα, απορροφούν λίγο από το λευκό φως και επίσης εκπέμπουν με κανονικότερο τρόπο από ότι οι πιο τραχείς επιφάνειες. Ένας κοινός καθρέφτης αποτελείται από ένα λεπτό στρώμα αργύρου που τοποθετείται στο πίσω μέρος ενός γυαλιού. Στο σχήμα 18-9 φως από μία λάμπα φωτίζει ένα καθρέφτη και ένα κομμάτι άσπρο χαρτί. Το χαρτί φαίνεται καλά φωτισμένο και άσπρο επάνω στο σκούρο φόντο. Ο καθρέφτης όμως φαίνεται πολύ σκοτεινός. Το φως που φθάνει και στις δυο επιφάνειες έχει περίπου την ίδια ένταση. Ο καθρέφτης επανεκπέμπει το φως κατά έναν κανονικό τρόπο, πράγμα που οδηγεί σε κατοπτρισμό του κεριού στον καθρέφτη. Τότε, γιατί το χαρτί είναι πιο φωτεινό από τον



καθρέφτη στο σχήμα; Ο καθρέφτης επανεκπέμπει το φως της λάμπας, μακριά από τη φωτογραφική μηχανή, ενώ το χαρτί εκπέμπει φως προς όλες τις κατευθύνσεις, έτσι ώστε μόνο ένα τμήμα του φθάνει τη φωτογραφική μηχανή.

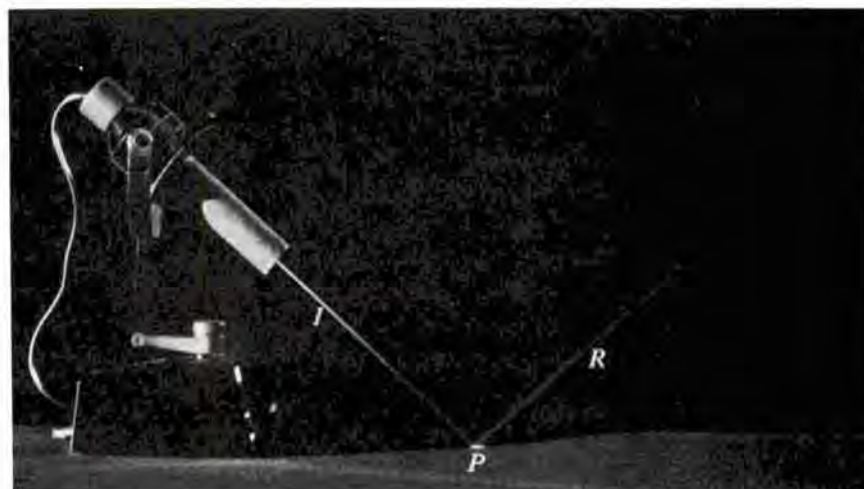
Το σχήμα 18-9 εγείρει μερικές ενδιαφέρουσες ερωτήσεις, αλλά η διάταξη που δείχνει δεν είναι κατάλληλη για τη διερεύνηση των νόμων που διέπουν την ανάκλαση. Η φωτεινή πηγή στέλνει μία πλατιά δέσμη, όπως φαίνεται από το μεγάλο άσπρο κύκλο στο χαρτί. Μία λεπτή δέσμη φωτός μας είναι πιο χρήσιμη (σχ. 18-10). Η λεπτή δέσμη είναι ορατή λόγω της παρουσίας καπνού. Όπως και στο σχήμα 18-9, το χαρτί εκπέμπει φως προς όλες τις κατευθύνσεις. Υλικά όπως το άσπρο χαρτί λέμε ότι διαχέουν το φως. Όταν αντικαταστήσουμε το χαρτί με μία γυαλιστερή μεταλλική πλάκα, η εικόνα αλλάζει πολύ (σχ. 18-11). Προσέξτε ότι η εκπεμπόμενη λεπτή δέσμη PR φαίνεται τόσο καθαρά, όσο και η λεπτή προσπίπτουσα δέσμη IP. Τα στιλπνά μέταλλα, επιφάνειες υγρών και καθρέφτες επανεκπέμπουν έντονα καθορισμένες λεπτές φωτεινές δέσμες και τότε λέμε ότι έχουμε **κανονική ανάκλαση** ή κατοπτρική ανάκλαση ή απλώς ανάκλαση.

Σχήμα 18-9 Ανάκλαση και διάχυση. Το λευκό χαρτί (στην αριστερή άκρη) στέλνει προς τη φωτογραφική μηχανή περισσότερο φως από όσο στέλνει ο καθρέφτης.

Σχήμα 18-10 Διάχυση. Όταν μία φωτεινή δέσμη προσκρούσει σε ένα κομμάτι άσπρο χαρτί, φως διαχέεται προς όλες τις κατευθύνσεις.

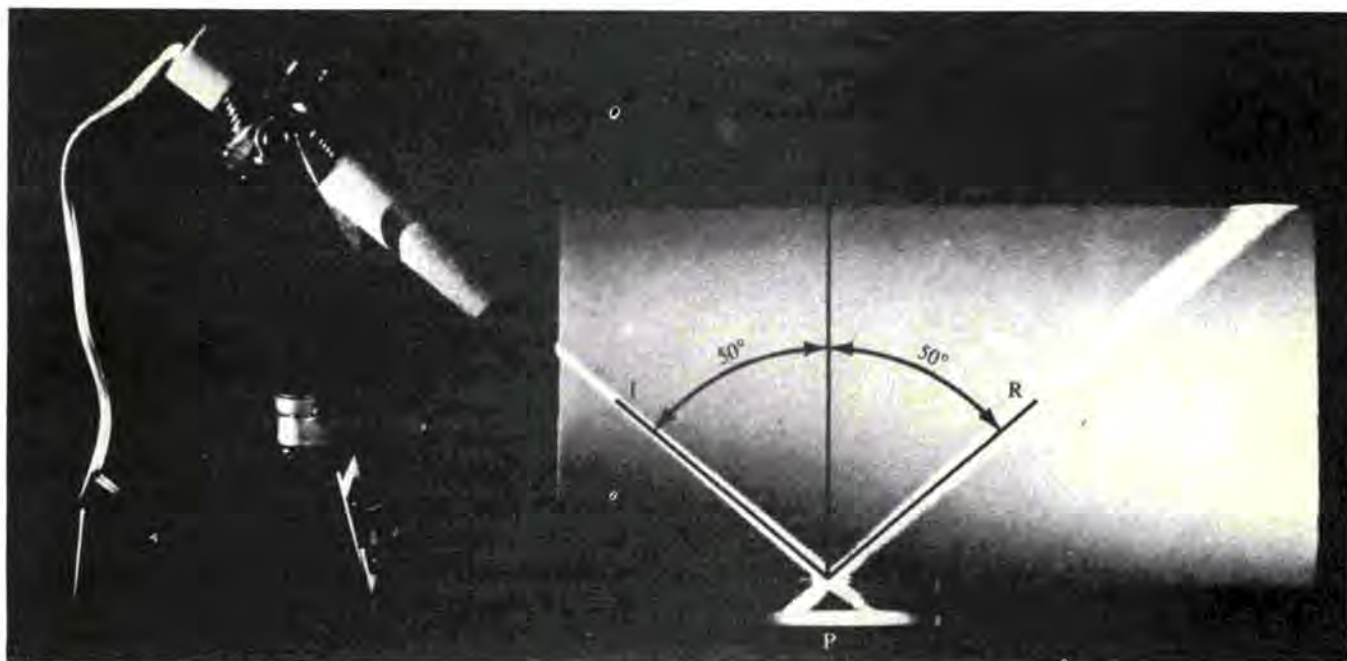


Σχήμα 18-11 Ανάκλαση. Μία φωτεινή δέσμη που πέφτει σε μία γυαλιστερή μεταλλική επιφάνεια παράγει μία ξεκάθαρα καθορισμένη ανακλώμενη δέσμη.



Για να μελετήσουμε την ανάκλαση, τοποθετούμε ένα κομμάτι άσπρου χαρτονιού έτσι, ώστε οι δυο λεπτές δέσμες να αγγίζουν μόλις την επιφάνειά του (σχ. 18-12). Βρίσκουμε ότι το χαρτόνι πρέπει να κρατηθεί κάθετο προς την ανακλαστική επιφάνεια. Αν κάνουμε το πείραμα πολλές φορές, αλλάζοντας την κατεύθυνση με την οποία η λεπτή προσπίπτουσα δέσμη πέφτει επάνω στην επιφάνεια, βρίσκουμε πάντα το ίδιο αποτέλεσμα – το χαρτόνι (άρα και το επίπεδο των δυο δεσμών) είναι πάντοτε κάθετο προς την ανακλαστική επιφάνεια.

Στο επόμενο βήμα σχεδιάζουμε μία ευθεία στο μέσο του χαρτονιού, κάθετη προς μία πλευρά. Κατόπιν τοποθετούμε, όπως και προηγουμένως, το χαρτόνι κάθετο προς την ανακλαστική επιφάνεια, με το άκρο της ευθείας μόλις να αγγίζει το σημείο όπου πέφτει η λεπτή δέσμη. Αφού η ευθεία βρίσκεται επάνω στο χαρτόνι, είναι στο ίδιο επίπεδο με τις δυο φωτεινές δέσμες και επίσης κάθετη προς την ανακλαστική επιφάνεια. Αυτή η παρατήρηση μας δίνει τον πρώτο νόμο της ανακλάσεως.



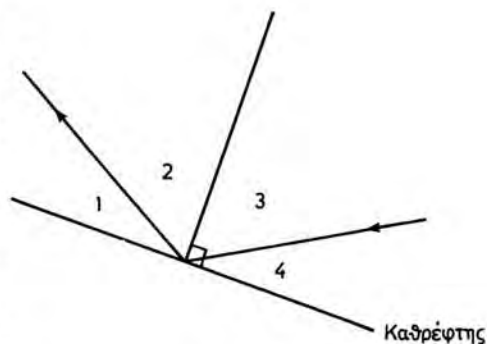
Όταν το φως ανακλάται από μία επίπεδη κατοπτρική επιφάνεια, η προσπίπτουσα ακτίνα, η ανακλώμενη ακτίνα και η κάθετη προς την επιφάνεια στο σημείο προσπτώσεως περιέχονται στο ίδιο επίπεδο.

Ας υποθέσουμε τώρα ότι μετρούμε τις γωνίες μεταξύ της καθέτου και των δυο ακτίνων, όπως φαίνεται στο σχήμα 18-12. Βρίσκομε ότι η γωνία μεταξύ της ανακλώμενης ακτίνας και της καθέτου, που ονομάζεται **γωνία ανακλάσεως**, ισούται με τη γωνία μεταξύ της προσπίπτουσας ακτίνας και της καθέτου που ονομάζεται **γωνία προσπτώσεως**. Αυτό το αποτέλεσμα επιβεβαιώνεται όποτε συγκρίνομε αυτές τις δυο γωνίες και μας δίνει το δεύτερο νόμο της ανακλάσεως:

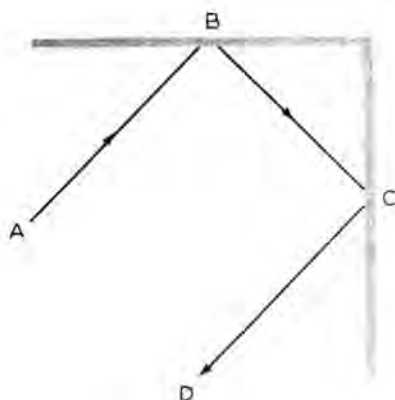
Η γωνία ανακλάσεως είναι ίση με τη γωνία προσπτώσεως.

Σχήμα 18-12 Ένα πείραμα που αποδεικνύει τον πρώτο και δεύτερο νόμο της ανακλάσεως. Οι δέσμες φαίνονται να διασταυρώνονται, αφού δλέπετε στον καθρέφτη ανακλάσεις των φωτισμένων τμημάτων του χαρτονιού.

11. Όταν βρίσκεστε μέσα σε ένα φωτισμένο δωμάτιο, δεν αντιλαμβάνεστε την ημέρα το φως που ανακλάται από τα παράθυρα, αλλά τη νύκτα βλέπετε εύκολα την ανάκλαση. Τι σας δηλώνει αυτό για το ποσό του φωτός που ανακλάται από τη γυάλινη επιφάνεια;
12. Όταν η σελήνη βρίσκεται στην ίδια πλευρά της γης που βρίσκεται και ο ήλιος, συχνά, όταν σουρουπώσει, μπορείτε να δείτε τη σελήνη παρόλο ότι δεν φωτίζεται από τον ήλιο. Πώς συμβαίνει αυτό;
13. Στο σχήμα 18-9 βλέπετε την τετράγωνη οθόνη, επάνω στην οποία προβάλλει η λάμπα τη φωτεινή κυκλική περιοχή. Πώς εξηγείτε το γεγονός ότι μπορείτε να δείτε την οθόνη έξω από τη φωτεινή επιφάνεια;
14. Στο σχήμα Α ποια είναι η γωνία προσπτώσεως και ποια η γωνία ανακλάσεως;
15. Πόσες διαφορετικές ακτίνες μπορούν να φθάσουν σε ένα καθρέ-



Σχήμα Α



Σχήμα Β

φτη με την ίδια γωνία προσπίπτουσας;

16. Πόσες ακτίνες ανακλάσεως υπάρχουν για μία καθορισμένη προσπίπτουσα ακτίνα επάνω σε ένα καθρέφτη;
17. Δυο καθρέφτες σχηματίζουν ορθή γωνία (σχ. Β). Μία φωτεινή ακτίνα AB ανακλάται και από τους δυο καθρέφτες, όπως φαίνεται στο σχήμα. Αποδείξτε ότι η ανακλώμενη ακτίνα CD είναι πάντοτε παράλληλη και αντίθετης κατεύθυνσεως προς την AB, ανεξάρτητα από τη γωνία προσπίπτουσας της AB. (Αυτό το αποτέλεσμα ισχύει και όταν τρεις καθρέφτες σχηματίζουν ορθές γωνίες, όπως η γωνία ενός κουτιού. Έτσι ανακλάται από τη σελήνη το φως ενός λείζερ).

18-5 Διάθλαση.

Για να μελετήσουμε πειραματικά την ανάκλαση, στήσαμε μία συσκευή, με την οποία παρατηρούμε μεμονωμένες λεπτές δέσμες φωτός που ανακλώνται από επιφάνειες. Με συστηματικές παρατηρήσεις φθάσαμε σε δυο απλούς νόμους της ανακλάσεως.

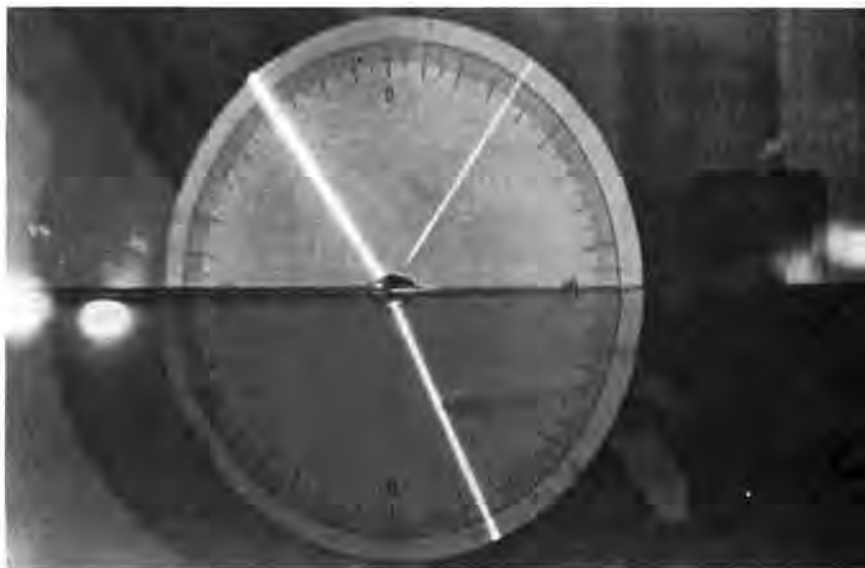
Παρόμοια μελέτη θα μας δώσει απλές εξηγήσεις για μία δεύτερη ομάδα οπτικών φαινομένων. Όταν το φως διαπερνά την επιφάνεια ορισμένων υλικών αλλάζει συχνά κατεύθυνση. Αυτή η κάμψη της φωτεινής δέσμης, όταν περνά από το ένα υλικό στο άλλο, ονομάζεται **διάθλαση**.

Ένα παράδειγμα διαθλάσεως δίνεται από την οπτική απάτη με την ράβδο που έχει καμφθεί (σχ. 18-13). Παρόλο ότι αυτή και άλλες παρατηρήσεις μας δείχνουν καθαρά την εικόνα της κάμψεως του φωτός, μας λένε πολύ λίγα για το τι συμβαίνει σε μεμονωμένες λεπτές φωτεινές δέσμες. Μπορούμε να απλουστεύσουμε τη μελέτη μας αν απομονώσουμε μία λεπτή φωτεινή δέσμη, όπως φαίνεται στο σχήμα 18-14. Αυτή η φωτογραφία μας δείχνει μία μάλλον παχιά φωτεινή δέσμη που περνά από τον αέρα προς τα κάτω και μπαίνει σε ένα ενυδρείο. Προσέξτε ότι η κατεύθυνση της δέσμης αλλάζει απότομα στην επιφάνεια του νερού καθώς τη διαπερνά. Σημειώστε επίσης ότι λίγο από το φως ανακλάται από την επιφάνεια του νερού.

Ονομάζουμε τη φωτεινή λεπτή δέσμη που προσπίπτει, προσπίπτουσα λεπτή δέσμη, όπως και στη μελέτη της ανακλάσεως. Στο σχήμα 18-14 η

Σχήμα 18-13 Αυτή η φωτογραφία δείχνει τη φαινομενική κάμψη ενός χάρακα στο σημείο όπου εισέρχεται στο νερό. Η γκριζα λωρίδα που κατεβαίνει από το χάρακα προς τα κάτω οφείλεται στην ανάκλαση.





Σχήμα 18-14 Φως που περνά από τον αέρα στο νερό.

γωνία μεταξύ αυτής της λεπτής δέσμης και της καθέτου προς την επιφάνεια είναι η γωνία προσπτώσεως. Η λεπτή φωτεινή δέσμη, μετά την κάμψη στην επιφάνεια νερού, ονομάζεται διαθλώμενη λεπτή δέσμη και η γωνία που σχηματίζει με την κάθετο είναι η γωνία διαθλάσεως. Ανάλογοι όροι χρησιμοποιούνται για τις ακτίνες φωτός.

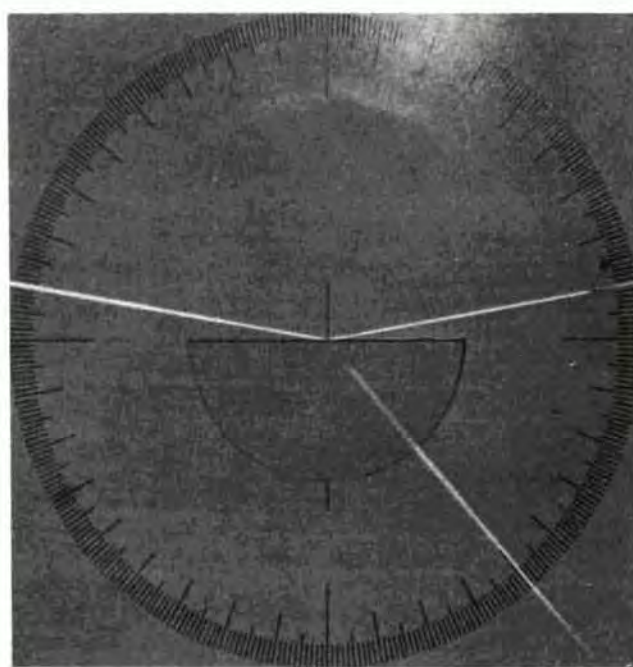
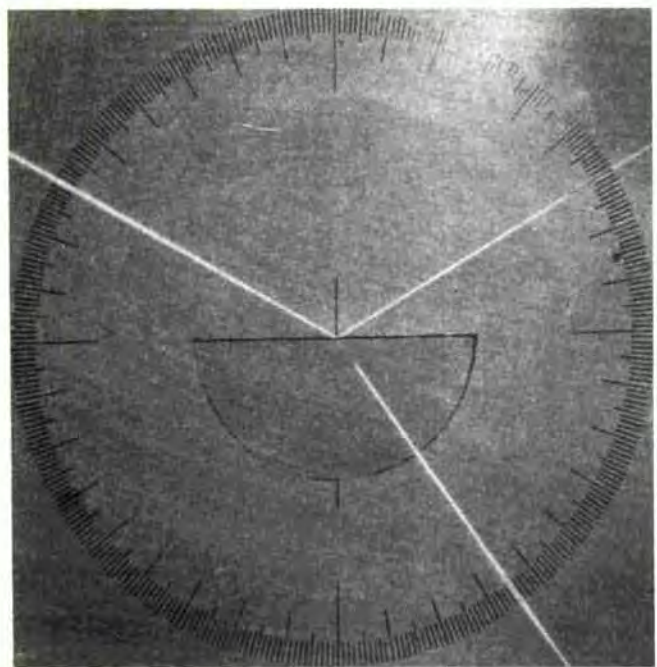
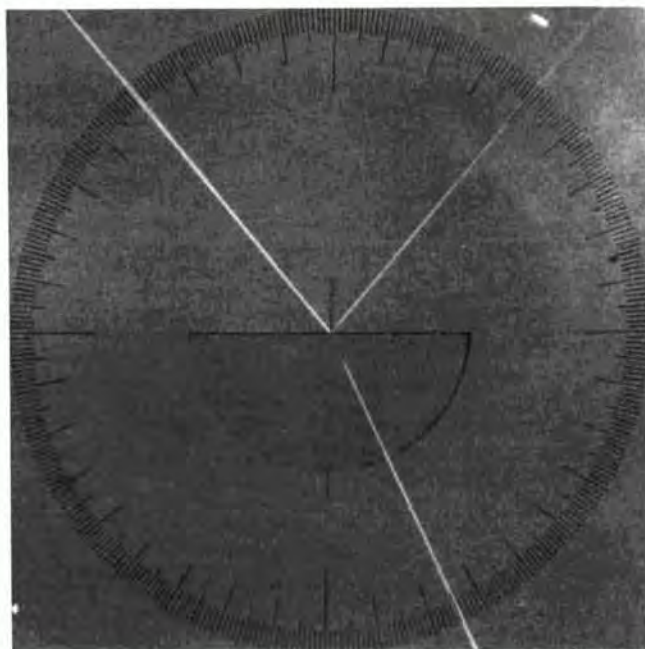
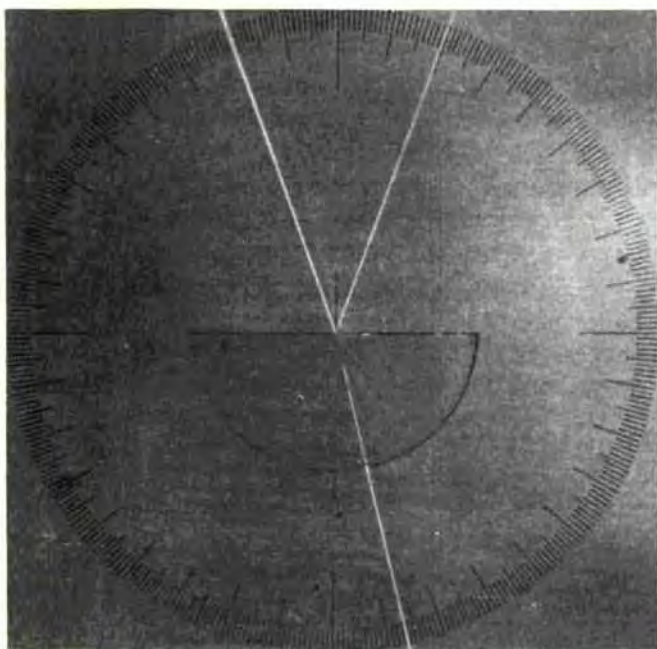
Όταν τοποθετήσουμε μέσα στο ενυδρείο ένα άσπρο πλαστικό μοιρογνωμόνιο κάθετο προς την υδάτινη επιφάνεια, οι προσπίπτουσες και οι ανακλώμενες ακτίνες μόλις αγγίζουν την επιφάνειά του. Μπορούμε να επαναλάβουμε αυτό το πείραμα με διαφορετικές γωνίες προσπτώσεως και διαφορετικά ζεύγη υλικών.

Έχουμε τα ίδια αποτελέσματα για τα περισσότερα υλικά. Αυτό συνοψίζεται στον πρώτο νόμο της διαθλάσεως:

«Η προσπίπτουσα ακτίνα, η ανακλώμενη ακτίνα και η κάθετος προς την επιφάνεια βρίσκονται όλες στο ίδιο επίπεδο»*.

Για να δρούμε το νόμο που συσχετίζει τη γωνία διαθλάσεως με τη γωνία προσπτώσεως πρέπει να κάνουμε ακριβείς μετρήσεις αυτών των γωνιών. Αυτές οι μετρήσεις απαιτούν λεπτότερες φωτεινές δέσμες από αυτές που φαίνονται στο σχήμα 18-14 για να προσεγγίσουμε μεμονωμένες ακτίνες. Επίσης, πρέπει να έχουμε μεγάλη περιοχή γωνιών προσπτώσεως και να μετρήσουμε τις γωνίες διαθλάσεως. Το σχήμα 18-15 δείχνει τέσσερις φωτογραφίες του φωτός που περνά από τον αέρα σε γυαλί με τέσσερις πολύ διαφορετικές γωνίες προσπτώσεως. Προσέξτε ότι οι δέσμες που διαθλώνται πέφτουν στην ημικυκλική γυάλινη επιφάνεια με κατεύθυνση κάθετη ως προς την επιφάνεια, και δεν διαθλώνται όταν περάσουν στον αέρα.

* Σε μερικές κρυσταλλικές ουσίες, η ακτίνα προσπτώσεως, η κάθετος προς την επιφάνεια και η ακτίνα διαθλάσεως δεν βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο.



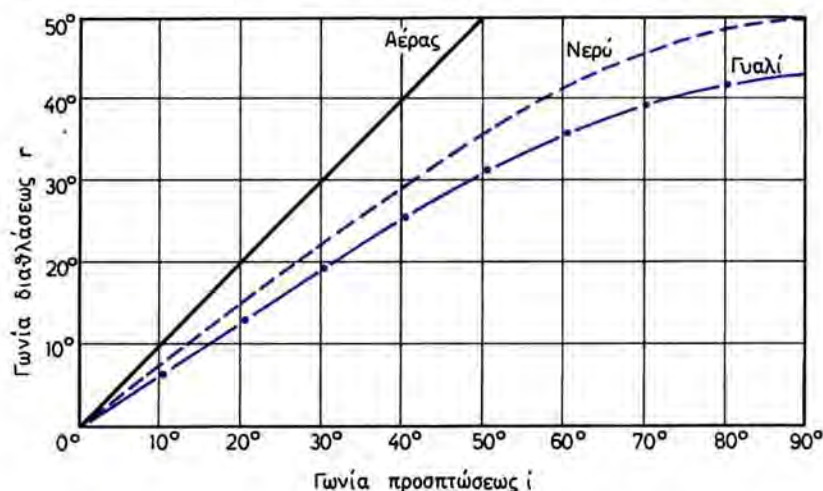
Σχήμα 18-15 Μέτρηση της γωνίας διαθλάσεως ως συναρτήσεως της γωνίας προσπτώσεως. Η φωτεινή πηγή (που δεν φαίνεται) μπορεί να περιστραφεί κατά 90° . Προσαρμόζεται έτσι, ώστε η λευκή φωτεινή δέσμη που ξεκινά από την πηγή μόλις να αγγίζει την επιφάνεια ενός λευκού χαρτιού ώστε να γίνει ορατή η φωτεινή δέσμη. Ένα γυάλινο ημικύκλιο έχει τοποθετηθεί στην τροχιά της φωτεινής δέσμης. Η πίσω πλευρά του είναι ελαφρά τραχεία και χρωματισμένη άσπρη, έτσι ώστε η φωτεινή δέσμη να είναι ορατή καθώς διαπερνά το γυαλί. Το γυάλινο ημικύκλιο είναι στερεωμένο σε μία ομόκεντρη κυκλική κλίμακα. Η κάθετος προς τη διάμετρο του ημικυκλίου περνά από το μηδέν της κλίμακας. Η εισερχόμενη λεπτή δέσμη κατευθύνεται ακριβώς προς το κοινό κέντρο.

Πίνακας 1

Γωνία προσπτώσεως i (σε μοίρες)	Γωνία διαθλάσεως r (σε μοίρες)
0,0	0,0
10,0	6,7
20,0	13,3
30,0	19,6
40,0	25,2
50,0	30,7
60,0	35,1
70,0	38,6
80,0	40,6

Σχέση μεταξύ της γωνίας προσπτώσεως i και της γωνίας διαθλάσεως r για τη διέλευση του φωτός από αέρα σε γυαλί.

Στον πίνακα 1 φαίνονται όλα τα δεδομένα από αυτό το πείραμα. Στο σχήμα 18-16 τα δεδομένα σχεδιάστηκαν ως γράφημα της γωνίας διαθλάσεως r σε συνάρτηση με τη γωνία προσπτώσεως i . Οι τιμές που μετρήθηκαν για τη δίοδο του φωτός από τον αέρα στο γυαλί σημειώνονται με πλήρεις κύκλους. Η διακεκομμένη γραμμή δείχνει τα αποτελέσματα ενός όμοιου πειράματος, όπου το φως περνούσε από τον αέρα σε νερό. Συμπεριλαμβάνομε επίσης το γράφημα για τη διέλευση του φωτός από αέρα σε αέρα, όπου βέβαια δεν υπάρχει διάθλαση ($r = i$).



Σχήμα 18-16 Γράφημα του r ως προς i .

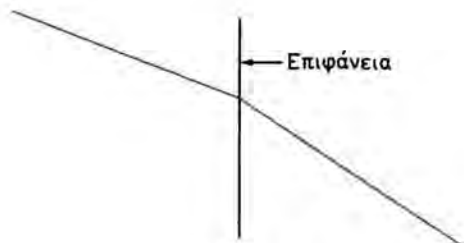
Τι μπορούμε να συμπεράνουμε από το γράφημα του σχήματος 18-16; Αν βάλετε ένα χάρακα επάνω από τμήματα των καμπυλών για γυαλί και νερό, θα δεβαιωθείτε ότι για γωνίες προσπτώσεως μεταξύ 0° και 30° με 40° και οι δυο καμπύλες είναι σχεδόν ευθείες. Και οι δυο περνούν από την αρχή του συστήματος συντεταγμένων. Επομένως σε αυτή την περιοχή η γωνία διαθλάσεως είναι ανάλογη προς τη γωνία προσπτώσεως

$$r = \text{σταθερά} \cdot i$$

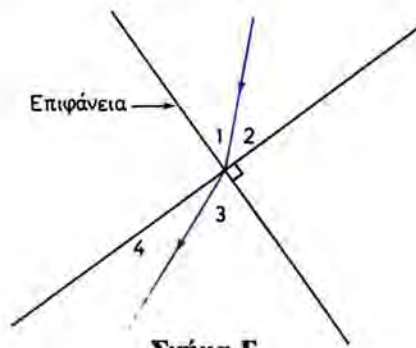
Η τιμή της σταθεράς εξαρτάται από το υλικό στο οποίο εισχωρεί το φως εισερχόμενο από τον αέρα. Παρόλο ότι η σχέση $r = \text{σταθερά} \cdot i$ είναι φανερό ότι δεν ισχύει για όλες τις γωνίες, είναι πολύ χρήσιμη προσέγγιση για μικρές γωνίες.

Σ' αυτό το μάθημα έχουμε συναντήσει αρκετές περιπτώσεις όπου μία μαθηματική σχέση δεν μας δίνει ολοκληρωμένη περιγραφή της παρατηρήσεως. Αλλά αυτό δεν μας εμπόδισε να χρησιμοποιήσουμε τις μαθηματικές σχέσεις σε εκείνες τις περιοχές όπου ίσχυαν με ικανοποιητική προσέγγιση. Για παράδειγμα, η σχέση $\vec{F} = -k\vec{x}$ για τη δύναμη που ασκείται από ένα τεντωμένο ελατήριο είναι πολύ ακριβής για μικρές επιμηκύνσεις, αλλά δεν ισχύει για μεγάλες (βλ. παράγρ. 4-5). Κατά τον ίδιο τρόπο μπορούμε να έχουμε σωστές προβλέψεις για την κίνηση κοντά στην επιφάνεια της γης, αν χρησιμοποιήσουμε το πεδίο βαρύτητας, παρόλο ότι το πεδίο μεταβάλλεται σε κατεύθυνση και ακόμη κατά μέτρο για μεγάλες αποστάσεις (βλ. παράγρ. 5-5). Τώρα θα προχωρήσουμε με τον ίδιο τρόπο και θα μελετήσουμε τις συνέπειες της σχέσεως προσεγγίσεως μεταξύ της γωνίας προσπτώσεως και της γωνίας διαθλάσεως πριν προχωρήσουμε σε μία γενική σχέση που ισχύει για όλες τις γωνίες.

18. Στο σχήμα Γ ποια είναι η γωνία προσπτώσεως και ποια η γωνία διαθλάσεως;



Σχήμα Δ



Σχήμα Γ

- 19.** Το σχήμα Δ δείχνει την τροχιά του φωτός που περνά από τον αέρα σε γυαλί. Το γυαλί είναι στη δεξιά ή στην αριστερή πλευρά του σχήματος;
- 20.** Να συγκρίνετε το σχήμα 18-14 με την επάνω αριστερή φωτογραφία του σχήματος 18-15. Πού κάμπτεται το φως περισσότερο;
- 21.** Ποια ομοιότητα έχουν ο πρώτος νόμος ανακλάσεως και ο πρώτος νόμος διαθλάσεως;
- 22.** Το σχήμα 18-15 δείχνει καθαρά ότι, όταν η φωτεινή δέσμη περνά από τον αέρα στο γυαλί, ανακλάται και διαθλάται. Οι νόμοι της ανακλάσεως της παραγράφου 18-4 ισχύουν ακόμη και όταν υπάρχει διάθλαση;
- 23.** Αν διπλασιάσετε τη γωνία προσπτώσεως στην περιοχή γύρω από τις 50° , θα διπλασιασθεί η γωνία διαθλάσεως; Αν τη διπλασιάσετε στην περιοχή των 40° ; Βλέπε σχήμα 18-16.

18-6 Ο δείκτης διαθλάσεως.

Μελέτες των γωνιών διαθλάσεως ως συναρτήσεων της γωνίας προσπτώσεως για διάφορες ουσίες δίνουν αποτελέσματα όμοια με αυτά του σχήματος 18-16. Σε όλες τις περιπτώσεις οι καμπύλες ξεκινούν από την αρχή ως ευθείες γραμμές και κατόπιν καμπυλώνονται στρεφόμενες προς την οριζόντιο. Η καμπύλη για μία ουσία δεν διασταυρώνεται ποτέ με την καμπύλη για άλλη ουσία. (Προσέξτε ότι στο σχήμα 18-16 η καμπύλη για το νερό δεν διασταυρώνεται ποτέ με την καμπύλη για το γυαλί). Έτσι οι κλίσεις των τμημάτων των καμπυλών που είναι ευθείες, δηλαδή οι σταθερές στη σχέση $\tau = \text{σταθερά} \cdot i$ μας δίνουν όχι μόνο τον τρόπο του υπολογισμού των γωνιών διαθλάσεως για μικρές γωνίες προσπτώσεως, αλλά και προδικάζουν το σχήμα ολόκληρου του γραφήματος. Μία καμπύλη που αρχίζει πιο απότομα, μένει πάντοτε επάνω από μία καμπύλη που δεν έχει τόσο μεγάλη κλίση.

Επομένως θα ήταν επιθυμητό να έχουμε ένα κατάλογο των τιμών αυτών των σταθερών για διάφορα υλικά. Θα ακολουθήσουμε όμως τον ιστορικά καθιερωμένο τρόπο και θα καταχωρίσουμε το αντίστροφο αυτών των σταθερών. Θα γράψουμε δηλαδή την αναλογία του τ και i για μικρό i ως:

$$i/\tau = n$$

Η σταθερά n ονομάζεται **δείκτης διαθλάσεως** της ουσίας για το φως που περνά από τον αέρα μέσα στην ουσία. Οι δείκτες διαθλάσεως για μερικές ουσίες δίνονται στον πίνακα 2.

Μέχρι εδώ, όλες οι φωτογραφίες της διαθλάσεως του φωτός ήταν από φως που περνά από τον αέρα μέσα σε γυαλί, νερό κλπ. Ποιο δείκτη διαθλάσεως θα θρούμε όταν το φως περάσει από κενό μέσα σε γυαλί; Με την περιορισμένη ακρίβεια των συσκευών μας δεν θα παρατηρούσαμε διαφορά. Το αποτέλεσμα θα ήταν δείκτης διαθλάσεως με την ίδια τιμή. Αλλά μετρήσεις που γίνονται με μεγάλη ακρίβεια δίνουν για φως, που περνά από κενό σε γυαλί, δείκτη διαθλάσεως λίγο μεγαλύτερο από αυτόν για φως που περνά από αέρα σε γυαλί. Για ένα δείγμα γυαλιού με δείκτη διαθλάσεως 1,50000 ως προς τον αέρα ο δείκτης διαθλάσεως ως προς το κενό είναι 1,50044.

Ο δείκτης διαθλάσεως για οποιαδήποτε ουσία ως προς το κενό ονομάζεται απόλυτος δείκτης διαθλάσεώς της. Η τιμή του δείκτη διαθλάσεως μιας ουσίας ως προς τον αέρα πλησιάζει τόσο την τιμή του απόλυτου δείκτη διαθλάσεώς της, ώστε σπάνια χρειάζεται να κάνουμε διάκριση μεταξύ τους.

Πίνακας 2

Ουσία	Δείκτης διαθλάσεως
Γυαλί*	1,5 - 1,9
Διαμάντι	2,42
Τηγμένος χαλαζίας	1,46
Κρυσταλλικός χαλαζίας	1,54
Γλυκερίνη	1,47
Διθειάνθρακας**	1,63
Ελαϊκό οξύ	1,46
Νερό	1,33

* Ο δείκτης διαθλάσεως του γυαλιού εξαρτάται από τη σύνθεσή του. Τα περισσότερα κοινά γυαλιά έχουν δείκτες διαθλάσεως λίγο μεγαλύτερους από 1,5.

** Προσοχή: Πολύ εύφλεκτος.

24. Να υπολογίσετε την τιμή του δείκτη διαθλάσεως για γυαλί και νερό από τις καμπύλες του σχήματος 18-16. Οι τιμές σας συμφωνούν με τις τιμές του πίνακα 2;
25. Ο δείκτης διαθλάσεως για ένα βαρύ γυαλί πυριτίου είναι 1,65. Να σχεδιάσετε ένα γράφημα του τ ως προς i για φως που περνά από τον

αέρα μέσα σε αυτό το γυαλί. Ως βοήθημα για το σχέδιό σας μπορεί να θελήσετε να χαράξετε το γράφημα για κοινό γυαλί του σχήματος 18-16 και να προσθέσετε το σχέδιό σας στους ίδιους άξονες.

26. Για μία δεδομένη (όχι μηδενική) γωνία προσπτώσεως, ποια ουσία του πίνακα 2 προκαλεί τη μεγαλύτερη αλλαγή στη διεύθυνση προσπίπτοντος φωτός;
27. Ποια τιμή θα δίνετε στο δείκτη διαθλάσεως του αέρα (τουλάχιστον με μία καλή προσέγγιση;)
28. Ο δείκτης διαθλάσεως του νερού ως προς τον αέρα σε 20°C είναι 1,33299. Πιστεύετε ότι ο απόλυτος δείκτης διαθλάσεως του νερού σε αυτή τη θερμοκρασία είναι λίγο μεγαλύτερος ή λίγο μικρότερος από αυτή την τιμή;

18-7 Η διέλευση του φωτός από το γυαλί (ή νερό) στον αέρα: Αντιστρεπτότητα.

Μέχρι τώρα συγκεντρώσαμε την προσοχή μας στο τι συμβαίνει στο φως όταν εισέρχεται από αέρα σε γυαλί ή άλλη ύλη. Τι συμβαίνει όταν το φως κινείται κατά την αντίθετη φορά, δηλαδή από το γυαλί προς τον αέρα; Έχουμε ήδη διαπιστώσει ότι, όταν το φως φθάσει κάθετα στην επιφάνεια, το τμήμα που εξέρχεται στον αέρα, δεν υφίσταται κάμψη (σχ. 18-15). Για να βρούμε τι συμβαίνει, όταν το φως πλησιάζει στην επιφάνεια γυαλιού-αέρα υπό άλλες γωνίες, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα γυάλινο κομμάτι με παράλληλες πλευρές. Όπως βλέπομε στο σχήμα 18-17, μία λεπτή δέσμη φωτός που προσπίπτει στη μία πλευρά του γυαλιού, βγαίνει από την άλλη πλευρά του γυαλιού κινούμενη παράλληλα προς τη διεύθυνση προσπτώσεως. Επομένως, η διάθλαση του φωτός, όταν προχωρεί από το γυαλί στον αέρα, είναι ακριδώς αντίθετη προς τη διάθλαση του φωτός από τον αέρα στο γυαλί.

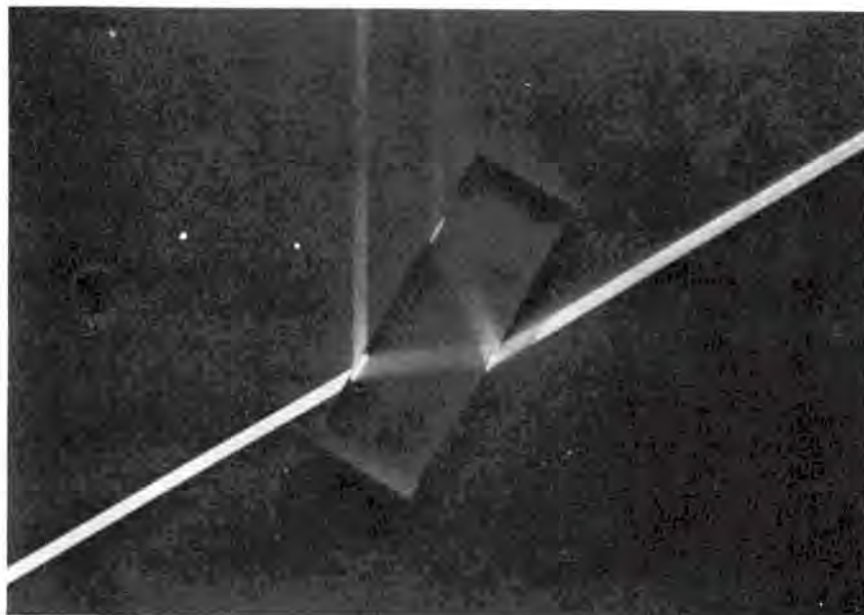
Αυτή η κατάσταση απεικονίζεται στο διάγραμμα ακτίνων στο σχήμα 18-18. Εδώ το φως κινείται κατά τη φορά που δείχνουν τα βέλη. Καθώς διέρχεται από τον αέρα στο γυαλί, η γωνία προσπτώσεως είναι i και η γωνία διαθλάσεως είναι r .

Όταν το φως πλησιάζει στη δεύτερη επιφάνεια, καθώς διέρχεται από το γυαλί στον αέρα, προσπίπτει στην επιφάνεια κατά γωνία i' . Οι δυο επιφάνειες είναι παράλληλες. Επομένως:

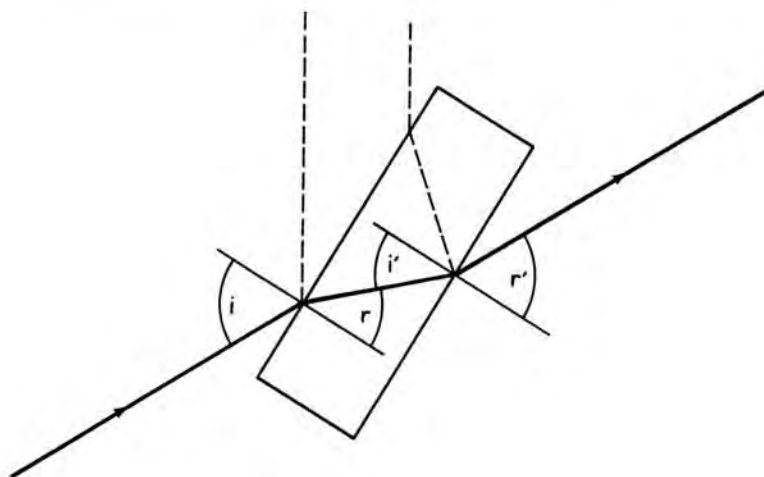
$$i' = r$$

Το πείραμα δείχνει ότι οι ακτίνες που εισέρχονται και εξέρχονται από το γυαλί είναι παράλληλες. Και αφού οι δυο κάθετες είναι παράλληλες, οι δυο γωνίες στον αέρα είναι ίσες:

$$r' = i$$



Σχήμα 18-17 Φως που διαπερνά ένα κομμάτι γυαλί με παράλληλες πλευρές.



Σχήμα 18-18 Οι γωνίες και οι σχέσεις μεταξύ τους για φως που διαπερνά ένα κομμάτι γυαλί με παράλληλες πλευρές.

Με άλλα λόγια οι ακτίνες εισέρχονται και εξέρχονται από το γυαλί με την ίδια γωνία. Η δεύτερη διάθλαση αναιρεί την πρώτη. Επομένως μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το γράφημα του σχήματος 18-16 για να υπολογίσουμε τη γωνία για φως που προχωρεί από γυαλί σε αέρα αν εναλλάξουμε τους ρόλους του i και r . Μπορούμε να εκφράσουμε το αποτέλεσμα για το ευθύγραμμο τμήμα του γραφήματος με τον εξής τρόπο: Αν μετονομάσουμε τις ίσες γωνίες i και r' σε $\theta_{\text{αέρας}}$ και αν μετονομάσουμε τις ίσες γωνίες r και i' σε $\theta_{\text{γυαλί}}$ μπορούμε να γράψουμε την παρακάτω εξίσωση για το ευθύγραμμο τμήμα του γραφήματος:

$$\frac{\theta_{\text{αέρας}}}{\theta_{\text{γυαλί}}} = n_{\text{γυαλί}}$$

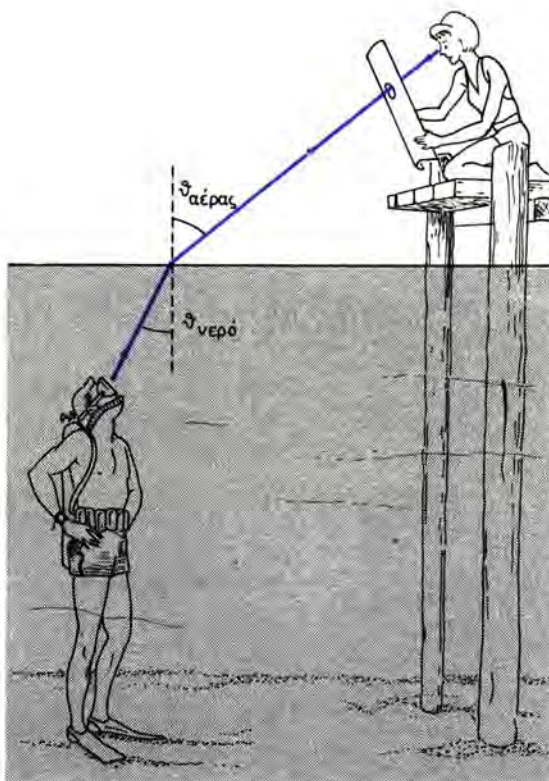
Αυτή η σχέση ισχύει, άσχετα αν το φως εισέρχεται από τον αέρα στο γυαλί ή από το γυαλί στον αέρα.

Οι φωτεινές τροχιές είναι αντιστρεπτές. Αυτό το αποτέλεσμα ισχύει επίσης για τη διέλευση του φωτός μεταξύ του αέρα και οποιουδήποτε άλλου διαφανούς υλικού με δείκτη διαθλάσεως n_m . Έτσι:

$$\frac{\theta_{\text{αέρας}}}{\theta_m} = n_m$$

όπου θ_m είναι η γωνία που σχηματίζει το φως στο εσωτερικό του υλικού με την κάθετο προς την επιφάνεια.

29. (α) Το αγόρι στο σχήμα Ε βλέπει τα μάτια του κοριτσιού μέσα από οπή στο διάφραγμα. Εκείνη βλέπει τα μάτια του;
(β) Η απάντησή σας εξαρτάται από τη θέση του αγοριού μέσα στο νερό;

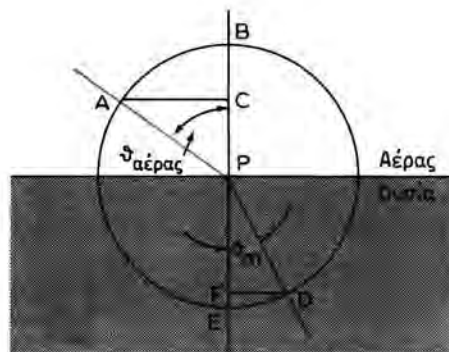


Σχήμα Ε

30. Το σχήμα 18-14 δείχνει μία λεπτή δέσμη φωτός που προσπίπτει από επάνω σε μία υδάτινη επιφάνεια. Θα μπορούσε το σχήμα να είναι το

ίδιο για μία λεπτή δέσμη φωτός που ξεκινά από το νερό και περνά στον αέρα;

31. Αν προεκτείνουμε την προσπίπτουσα ακτίνα στο σχήμα 18-18, αυτή θα είναι παράλληλη προς την αναδυόμενη ακτίνα. Αν αντικαταστήσουμε το κομμάτι του γυαλιού με άλλο κομμάτι ίδιου πάχους, αλλά με μεγαλύτερο δείκτη διαθλάσεως, η προέκταση της ακτίνας και η αναδυόμενη ακτίνα θα είναι πλησιέστερα μεταξύ τους ή θα είναι πιο απομακρυσμένες;



Σχήμα 18-19 Η γεωμετρία της διαθλάσεως από όπου εξάγεται ο νόμος του Snell. Στο διάγραμμα $\sin \theta_{\alpha\epsilon\rho\alpha} = AC/AP$ και $\sin \theta_{\mu} = FD/PD$. Επειδή οι AP και PD είναι ακτίνες του ίδιου κύκλου, μπορούμε να εκφράσουμε το $\sin \theta_{\mu}$ ως FD/AP και επομένως:

$$\frac{\sin \theta_{\alpha\epsilon\rho\alpha}}{\sin \theta_{\mu}} = \frac{AC/AP}{FD/AP} = \frac{AC}{FD}$$

όμως

$$\frac{\theta_{\alpha\epsilon\rho\alpha}}{\theta_{\mu}} = \frac{AB}{ED}$$

όπου AB και ED είναι δυο τόξα που αντιστοιχούν σε AC και FD. Τότε για μικρές γωνίες $AC/FD = AB/ED$.

Μια καμπύλη σαν αυτή του σχήματος 18-16 είναι πολύ χρήσιμη για να βρίσκουμε γωνίες διαθλάσεως για διάφορες γωνίες προσπτώσεως. Αλλά θα ήταν πολύ πιο βολική μία μαθηματική σχέση που να ισχύει για όλες τις γωνίες προσπτώσεως και όχι μόνο για το ευθύγραμμο τμήμα των γραφημάτων.

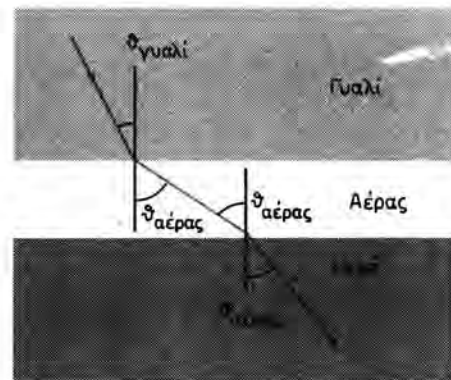
Δεν είναι εύκολο πράγμα να βρούμε μία μαθηματική εξίσωση που να ταιριάζει σε μία πειραματική καμπύλη. Στοιχεία της διαθλάσεως ήταν γνωστά από τους Πτολεμαίους και ήταν σε χρήση για πάνω από χίλια χρόνια μέχρι να διατυπωθεί ένας ορθός και απλός νόμος της διαθλάσεως. Αυτό κατορθώθηκε από τον Willebrord Snell (Βίλεμπραντ Σνελλ), ένα Ολλανδό μαθηματικό, το δέκατο έβδομο αιώνα. Ο Snell αναζητούσε ικανοποιητικές συναρτήσεις των δυο γωνιών $\theta_{\alpha\epsilon\rho\alpha}$ και θ_{μ} που ο λόγος τους να παραμένει σταθερός και ίσος προς n_{μ} . Η αντιστρεπτότητα της πορείας του φωτός απαιτούσε να είναι η ίδια συνάρτηση και για τις δυο γωνίες. Επιπλέον, για μικρές γωνίες, ο λόγος των συναρτήσεων έπρεπε να αναχθεί στο λόγο των γωνιών. Η συνάρτηση που ανταποκρίνεται σε αυτές τις απαιτήσεις είναι η συνάρτηση του ημιτόνου: $\sin \theta$.

Πράγματι η εξίσωση που είναι γνωστή ως νόμος του Snell:

$$\frac{\sin \theta_{\alpha\epsilon\rho\alpha}}{\sin \theta_{\mu}} = n_{\mu}$$

περιγράφει ακριδώς τη διάθλαση για φως που διέρχεται από μία ουσία με δείκτη διαθλάσεως n_{μ} προς τον αέρα και αντίστροφα. Μπορούμε να βρούμε τα ημίτονα των γωνιών από πίνακες ή με έναν υπολογιστή τσέπης.

Το σχήμα 18-19 δείχνει το γεωμετρικό νόημα αυτού του λόγου και τη σχέση του με το λόγο $\theta_{\alpha\epsilon\rho\alpha}/\theta_{\mu}$. Αν χρησιμοποιήσουμε το νόμο του Snell, μπορούμε να καταλάβουμε τι συμβαίνει όταν το φως διέρχεται από το γυαλί στο νερό. Ας υποθέσουμε για λίγο ότι υπάρχει ένα στρώμα αέρα μεταξύ δυο παράλληλων επιφανειών γυαλιού και νερού, όπως στο σχήμα 18-20. Καθώς το φως εγκαταλείπει το γυαλί, πηγαίνει στον αέρα με γωνία $\theta_{\alpha\epsilon\rho\alpha}$ έτσι ώστε:



Σχήμα 18-20 Φως που περνά από γυαλί σε νερό μέσα από ένα στρώμα αέρα.

$$\frac{\sin \theta_{\alpha\epsilon\rho\alpha}}{\sin \theta_{\gamma\upsilon\alpha\lambda\acute{\iota}}} = n_{\gamma\upsilon\alpha\lambda\acute{\iota}} \quad \text{ή} \quad \sin \theta_{\alpha\epsilon\rho\alpha} = n_{\gamma\upsilon\alpha\lambda\acute{\iota}} \sin \theta_{\gamma\upsilon\alpha\lambda\acute{\iota}}$$

Στη συνέχεια εισέρχεται και προχωρεί μέσα στο νερό με γωνία $\theta_{\text{νερό}}$, έτσι ώστε:

$$\sin \theta_{\text{αέρα}} = n_{\text{νερό}} \sin \theta_{\text{νερό}}$$

Αν απαλείψουμε το $\sin \theta_{\text{αέρα}}$ από τις δυο τελευταίες εξισώσεις, έχουμε:

$$n_{\text{γυαλί}} \sin \theta_{\text{γυαλί}} = n_{\text{νερό}} \sin \theta_{\text{νερό}}$$

Αυτή η έκφραση συσχετίζει το $\theta_{\text{νερό}}$ με $\theta_{\text{γυαλί}}$ και είναι ανεξάρτητη από το πάχος του αέρα μεταξύ γυαλιού και νερού. Επομένως μπορούμε να ελπίζουμε ότι συσχετίζει $\theta_{\text{γυαλί}}$ με $\theta_{\text{νερό}}$ και στην ειδική περίπτωση όπου το πάχος του στρώματος του αέρα είναι μηδενικό, όταν δηλαδή το γυαλί και το νερό εφάπτονται. Πραγματικά, αν δοκιμάσετε, θα διαπιστώσετε ότι αυτή η σχέση ισχύει. Επίσης δεν περιορίζεται στο γυαλί και στο νερό.

Γενικά για δυο υλικά 1 και 2, για τα οποία ισχύει ο νόμος του Snell ισχύει:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

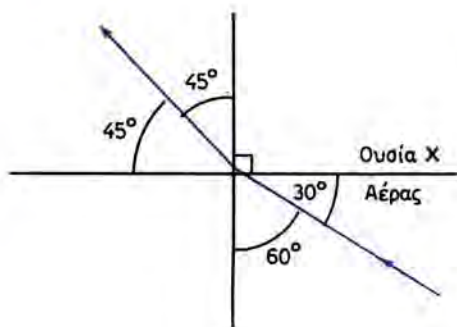
άσχετα με την κατεύθυνση διαδόσεως που έχει το φως. Για παράδειγμα, θεωρήστε ένα στρώμα νερού που βρίσκεται επάνω από ένα στρώμα διθειάνθρακα. Υποθέστε ότι μία λεπτή δέσμη φωτός φθάνει στο σύνορο των δυο υλικών με γωνία προσπτώσεως $25,0^\circ$. Ονομάζουμε το νερό υλικό 1 και το διθειάνθρακα υλικό 2. Τότε: $1,33 \sin 25,0^\circ = 1,63 \sin \theta_2$

Έτσι ώστε:
$$\sin \theta_2 = \frac{1,33}{1,63} \sin 25,0^\circ = 0,345$$

Επομένως: $\theta_2 = 20,2^\circ$. Αντίστροφα, υποθέστε ότι η λεπτή δέσμη του φωτός μέσα στο διθειάνθρακα φθάνει στο σύνορο με γωνία προσπτώσεως $20,2^\circ$. Αυτή τη φορά ας είναι ο διθειάνθρακας υλικό 1 και το νερό υλικό 2. Τότε: $1,63 \sin 20,2^\circ = 1,33 \sin \theta_2$.

Έτσι ώστε:
$$\sin \theta_2 = \frac{1,63}{1,33} \sin 20,2^\circ = 0,423$$

Άρα: $\theta_2 = 25,0^\circ$



Σχήμα Z

-
32. (α) Ποια είναι τα ημίτονα των εξής γωνιών: 4° , 30° , 45° , 60° , 73° , $17,8^\circ$, $37,3^\circ$, 90° ;
 (β) Ποιες είναι οι γωνίες που έχουν τα παρακάτω ημίτονα: 0,10, 0,00, 0,31, 0,87, 1,0, 0,50, 0,52, 0,96;
 (γ) Σχεδιάστε το $\sin i$ ως προς i από 0° έως 90° .
33. Στο σχήμα Z ποιος είναι ο δείκτης διαθλάσεως για φως που εισέρχεται από τον αέρα στο υλικό X;
34. Μία λεπτή δέσμη φωτός μέσα σε νερό προσπίπτει σε μία γυάλινη επιφάνεια με γωνία προσπτώσεως $2,5^\circ$. Ποια είναι η γωνία διαθλάσεως;
-

18-9 Ολική ανάκλαση.

Αν προσπαθήσουμε να εφαρμόσουμε το νόμο του Snell σε όλες τις πιθανές περιπτώσεις, γρήγορα θα περιέλθουμε σε αδιέξοδο γιατί προκύπτει δυσκολία, όταν προσπαθήσουμε να υπολογίσουμε τη διεύθυνση της ακτίνας που έχει διαθλασθεί, όταν το φως περνά από ένα υλικό με υψηλότερο απόλυτο δείκτη διαθλάσεως σε ένα υλικό με χαμηλότερο δείκτη. Για παράδειγμα, ας εξετάσουμε το φως που περνά από γυαλί με $n = 1,50$ στον αέρα με γωνία προσπτώσεως $41,8^\circ$. Το ημίτονο αυτής της γωνίας είναι $0,667$. Το ημίτονο της γωνίας διαθλάσεως δίνεται από το νόμο του Snell ως:

$$\sin\theta_{\text{αέρα}} = n_{\text{γυαλί}} \sin\theta_{\text{γυαλί}}$$

Σε αυτό το παράδειγμα: $\sin\theta_{\text{αέρα}} = (1,50) \cdot (0,667) = 1,00$

Όταν $\sin\theta = 1$, $\theta = 90^\circ$. Επομένως $\theta_{\text{αέρα}}$ είναι 90° . Με άλλα λόγια, το φως που έχει διαθλασθεί κινείται παράλληλα προς την επιφάνεια. Απλά γλιστρά επάνω στην επιφάνεια. Αυτή η γωνία διαθλάσεως είναι η μεγαλύτερη δυνατή. Τι γίνεται, αν μία δέσμη φθάσει στην επιφάνεια με γωνία προσπτώσεως μεγαλύτερη από $41,8^\circ$;

Η διάταξη που φαίνεται στο σχήμα 18-21 μας διαφωτίζει για το τι συμβαίνει. Αρκετές λεπτές φωτεινές δέσμες που αποκλίνουν μεταξύ τους εισέρχονται στην αριστερή πλευρά ενός γυάλινου πρίσματος. Αφού διαθλασθούν στην πρώτη επιφάνεια, συναντούν την επιφάνεια στο πάνω μέρος του πρίσματος με διαφορετικές γωνίες. Προσέξτε ότι οι δυο λεπτές δέσμες στο δεξιό μέρος δεν καταλήγουν σε διαθλώμενες λεπτές δέσμες. Αντίθετα ανακλώνται εξ ολοκλήρου προς το γυαλί. Αυτό το φαινόμενο είναι γνωστό ως **ολική ανάκλαση**. Η μικρότερη δυνατή γωνία προσπτώσεως για την οποία συμβαίνει ολική ανάκλαση λέγεται **ορική γωνία**. Αν μετρήσετε τη γωνία προσπτώσεως για τις δυο



Σχήμα 18-21 Λεπτές φωτεινές δέσμες που εισέρχονται σε ένα γυάλινο πρίσμα από κάτω αριστερά. Οι δυο δέσμες που εισέρχονται πλησιέστερα προς τη βάση του πρίσματος ανακλώνται ολικά στην οριζόντια επιφάνεια γυαλιού-αέρα. Οι άλλες τέσσερις δέσμες ανακλώνται μερικώς σε αυτήν την επιφάνεια.

τελευταίες λεπτές δέσμες προς τα δεξιά, θα βρείτε ότι είναι μεγαλύτερες από $41,8^\circ$.

Γενικά, όταν το φως διέρχεται από το μέσον 1 στο μέσον 2, όπως στο σχήμα 18-19, η ορική γωνία στο μέσον 1 συμβαίνει όταν $\theta_2 = 90^\circ$. Τότε από το νόμο του Snell:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

έχομε $n_1 \sin \theta_c = n_2$ ή $\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1}$

όπου θ_c είναι η ορική γωνία. Είναι λοιπόν φανερό ότι ολική ανάκλαση συμβαίνει μόνον όταν n_1 είναι μεγαλύτερο από n_2 .

Ίσως να φαίνεται περίεργο ότι το φως σταματά ξαφνικά να διαθλάται και ανακλάται ολικά όταν προσπίπτει υπό γωνία ίση με την ορική γωνία. Στην πραγματικότητα δεν γίνεται απότομη μεταβολή. Όπως βλέπετε στο σχήμα 18-21, όταν αυξάνεται η γωνία προσπίπτουσας στην επιφάνεια γυαλιού-αέρα, ανακλάται περισσότερο φως (πιο λαμπερή λεπτή δέσμη) και διαθλάται λιγότερο φως (πιο σκοτεινή λεπτή δέσμη). Όσο πλησιάζουμε στην ορική γωνία, φθάνουμε σε ένα σημείο όπου όλο το φως ανακλάται και καθόλου δεν διαθλάται.

-
35. Ποια είναι η ορική γωνία για φως που περνά από γυαλί σε νερό;
 36. (α) Ποια είναι η περιοχή των γωνιών με τις οποίες μπορεί να εισέλθει το φως από αέρα σε γυαλί;
 (β) Ποια είναι η περιοχή των γωνιών, με τις οποίες μπορεί να εισέλθει το φως από γυαλί σε αέρα;
-

18-10 Διάθλαση από πρίσματα: Διασκεδασμός.

Έχουμε παρατηρήσει ότι, όταν στέλνουμε φως μέσα σε ένα κομμάτι γυαλί με παράλληλες πλευρές, οι ακτίνες που αναδύονται είναι παράλληλες προς τις προσπίπτουσες ακτίνες. Μπορούμε όμως να αλλάξουμε τη διεύθυνση μιας φωτεινής δέσμης αν χρησιμοποιήσουμε ένα κομμάτι γυαλί που οι δυο του πλευρές δεν είναι παράλληλες (σχ. 18-22). Πραγματικά, όταν οι δυο πλευρές δεν είναι παράλληλες, το φως βγαίνει με νέα διεύθυνση.

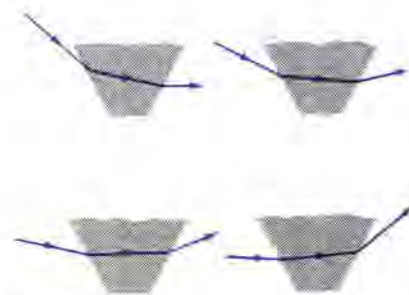
Μία προσεκτική εξέταση δείχνει ότι ακόμη και όταν η προσπίπτουσα δέσμη αποτελείται από παράλληλες φωτεινές λεπτές δέσμες, η δέσμη που αναδύεται από το πρίσμα αποκλίνει, δηλαδή απλώνεται (σχ. 18-23).

Για να ερευνήσουμε αυτό το άπλωμα, που δεν φαίνεται να είναι συνεπές με τους νόμους της διαθλάσεως, θα αφήσουμε το φως να διανύσει αρκετή απόσταση από το πρίσμα και κατόπιν θα το εξετάσουμε. Θα χρησιμοποιήσουμε μία πολύ λεπτή δέσμη, ώστε το άπλωμα να είναι μεγάλο συγκριτικά με το εύρος της δέσμης. Στο σχήμα 18-24 (α) φαίνεται μία απλή διάταξη γι' αυτό το σκοπό. Φως από μία μακρινή λευκή πηγή, όπως είναι ο ήλιος ή ένας λαμπτήρας πυρακτώσεως, περνά από μία στενή σχισμή. Αυτή η σχισμή παράγει μία λεπτή δέσμη φωτός.

Διαπιστώνουμε ότι το φως που πέφτει στην οθόνη δεν είναι πλέον «λευκό». Ένα λαμπερό φάσμα από χρώματα – ιώδες, μπλε, πράσινο, κίτρινο, πορτοκαλί, κόκκινο – απλώνεται επάνω στην οθόνη. Τα χρώματα μοιάζουν με αυτά που βλέπομε στο ουράνιο τόξο με το κόκκινο στη μία πλευρά και το ιώδες στην άλλη. Το κόκκινο αποκλίνει λιγότερο από την αρχική του διεύθυνση, ενώ το μωβ αποκλίνει περισσότερο.

Η απόκλιση που παράγεται από το πρίσμα καθορίζεται από τη γωνία που σχηματίζουν οι πλευρές, από τις οποίες διέρχεται το φως, από τη διεύθυνση της προσπτώσεως στην πρώτη πλευρά και από το δείκτη διαθλάσεως του πρίσματος. Από αυτά η μόνη ποσότητα που μπορεί να διαφέρει για τα διάφορα χρώματα του φωτός είναι ο δείκτης διαθλάσεως. Έτσι είμαστε αναγκασμένοι να παραιτηθούμε κάπως από την απλότητα που πετύχαμε όταν συνοψίσαμε τα προηγούμενα πειράματά μας. Αφού αποφασίσαμε ότι μπορούμε να περιγράψουμε τις ιδιότητες διαθλάσεως οποιασδήποτε ουσίας με ένα αριθμό, το δείκτη διαθλάσεως, τώρα βρίσκουμε ότι ο δείκτης διαθλάσεως εξαρτάται από το χρώμα του φωτός! Φαίνεται ότι το λευκό φως αποτελείται από διάφορα χρώματα και ένα υλικό όπως το γυαλί έχει διαφορετικούς δείκτες διαθλάσεως για τα διαφορετικά χρώματα.

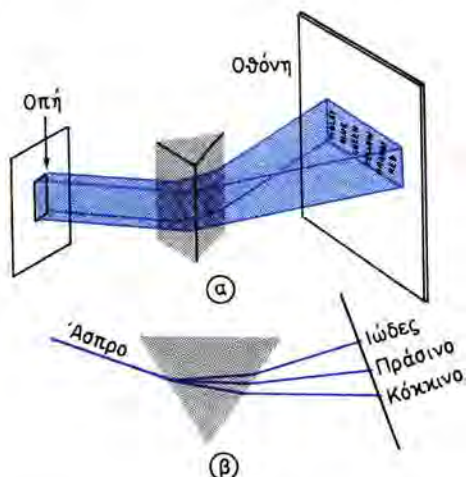
Αν αυτή η εξήγηση είναι σωστή, θα έπρεπε να βρούμε το άπλωμα του φωτός σε διαφορετικά χρώματα, σε μερικά από τα προηγούμενα πειράματα της διαθλάσεως. Πραγματικά, αν εξετάσουμε προσεκτικά τη δέσμη που έχει διαθλασθεί στην πειραματική διάταξη των σχημάτων 18-15 και 18-17, είναι δυνατόν να διαπιστώσουμε μία μικρή ανάλυση σε χρώματα. Στην πρώτη περίπτωση είναι αναγκαίο να εξετάσουμε το φως σε αρκετή απόσταση από το γυάλινο ημικύκλιο. Στη δεύτερη περίπτωση πρέπει να χρησιμοποιήσουμε ένα πολύ χονδρό κομμάτι γυαλί. Και στις δυο περι-



Σχήμα 18-22 Φως που κάμπτεται καθώς περνά μέσα από ένα κομμάτι γυαλί με μη παράλληλες πλευρές.



Σχήμα 18-23 Μία παράλληλη δέσμη λευκού φωτός που αποκλίνει επειδή περνά μέσα από ένα πρίσμα. Η απόκλιση έχει μεγεθυνθεί.



Σχήμα 18-24 Ο διασκεδασμός λευκού φωτός σε φάσμα χρωμάτων από ένα πρίσμα.

πτώσεις το φαινόμενο είναι εντονότερο για μεγάλες γωνίες προσπτώσεως. Το σπουδαιότερο είναι ότι το φαινόμενο υπάρχει και φαίνεται να συνδέεται με τη φύση του δείκτη διαθλάσεως και όχι με κάποια συγκεκριμένη ιδιότητα του πρίσματος. Το πρίσμα είναι απλώς ένα κατάλληλο σχήμα που ενισχύει το φαινόμενο έτσι ώστε να είναι εύκολα ορατό.

Όταν μία δέσμη λευκού φωτός προσπίπτει σε ένα πρίσμα, όπως φαίνεται στο σχήμα 18-24 (β), το ιώδες χρώμα αποκλίνει περισσότερο από όλα, ενώ το κόκκινο αποκλίνει λιγότερο. Η σχέση μεταξύ της γωνίας προσπίπτουσας και της γωνίας διαθλάσεως δίνεται για κάθε χρώμα από το νόμο του Snell. Έτσι βλέπομε ότι ο δείκτης διαθλάσεως του γυαλιού είναι μεγαλύτερος για το ιώδες χρώμα από όσο είναι για το κόκκινο. Η μεταβολή του δείκτη διαθλάσεως σύμφωνα με το χρώμα για ένα τύπο γυαλιού, που χρησιμοποιείται σε πολλούς φακούς, δίνεται από τον πίνακα 3.

Πίνακας 3 Δείκτης διαθλάσεως γυαλιού crown

Χρώμα:	Ιώδες	Μπλε	Πράσινο	Κίτρινο	Πορτο- καλί	Κόκκινο
Δείκτης διαθλάσεως:	1,532	1,528	1,519	1,517	1,514	1,513

Από τον πίνακα φαίνεται ότι η διαφορά μεταξύ του δείκτη διαθλάσεως για ιώδες και κόκκινο φως είναι μόνο 0,019, δηλαδή λίγο περισσότερο από 1% του μέσου δείκτη 1,52. Δεν είναι περίεργο ότι ήταν δύσκολο να διακρίνομε μία τόσο μικρή μεταβολή στα πρώτα μας πειράματα. Στην πραγματικότητα, αν δεν μας ενδιαφέρουν αυτά τα χρωματικά φαινόμενα, μπορούμε συχνά να υπολογίσουμε αποτελέσματα που συμφωνούν αρκετά με τα πειράματα, αν χρησιμοποιήσομε ένα μοναδικό δείκτη διαθλάσεως για όλα τα χρώματα.

Το άπλωμα (ανάλυση) του φωτός σε φάσμα ονομάζεται **διασκεδασμός του φωτός**. Μελετήθηκε για πρώτη φορά το δέκατο έβδομο αιώνα από τον René Descartes (Ρενέ Ντεκάρτ) και τον Isaac Newton. Ο Newton έκανε ένα πρόσθετο πείραμα στο οποίο προσπάθησε να αναλύσει ένα τμήμα του φάσματος παρεμβάλλοντας ένα πρίσμα στο φως ενός συγκριμένου χρώματος, κόκκινου π.χ. Το μόνο που συμβαίνει σε ένα τέτοιο πείραμα είναι ότι το χρώμα διαχέεται περισσότερο αλλά παραμένει κόκκινο. Αντίθετα με το λευκό φως δεν αναλύεται σε φάσμα χρωμάτων.

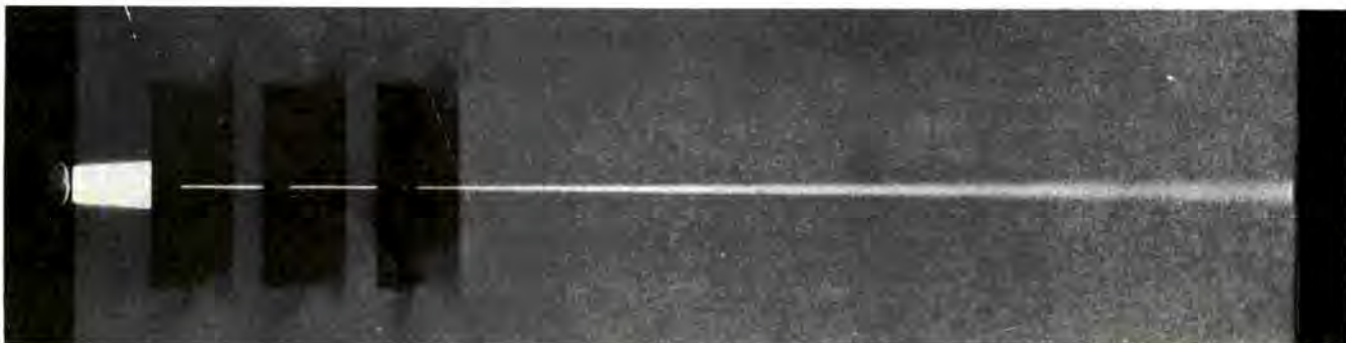
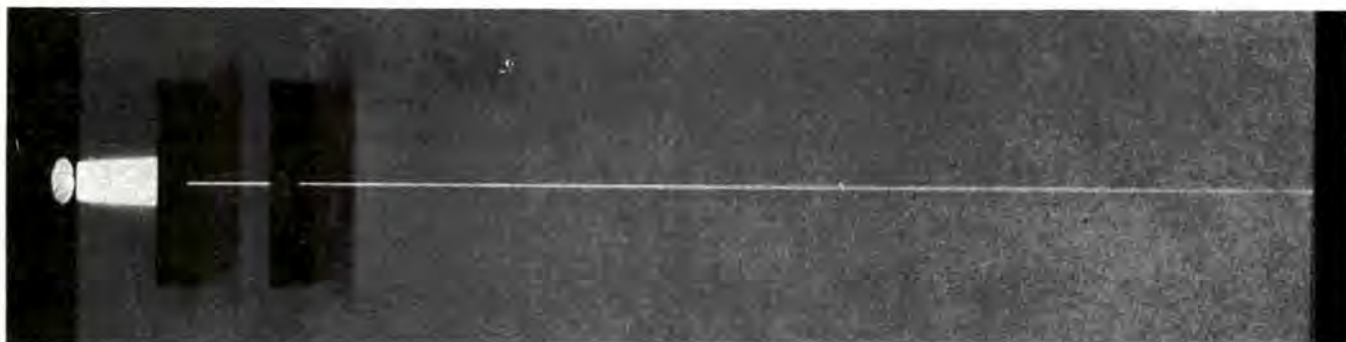
-
37. Γιατί είναι ευκολότερο να παρατηρήσομε το διασκεδασμό του φωτός με ένα πρίσμα παρά με τη διάταξη του σχήματος 18-15;
 38. Να υποθέσετε ότι το γυαλί στο σχήμα 18-15 είναι γυαλί τύπου crown (στεφανύαλος).
 - (α) Να χρησιμοποιήσετε τον πίνακα 3 για να υπολογίσετε το γωνιακό διαχωρισμό του κόκκινου και ιώδους φωτός στη δέσμη που φεύγει από το κάτω δεξιό τμήμα του σχήματος 18-15.
 - (β) Ποια θα είναι η απόσταση μεταξύ της κόκκινης και ιώδους δέσμης, αν προσκρούσουν σε μία οθόνη σε απόσταση 20 cm από το κέντρο του δίσκου;
-

18-11 Λεπτές δέσμες και αλλαγή κλίμακας.

Στη μελέτη της συμπεριφοράς του φωτός ασχοληθήκαμε ως τώρα με ευθείες γραμμές και γωνίες. Η ικανότητα που είχαμε να παράγουμε καθαρές σκιές (σχ. 18-1) και λεπτές φωτεινές δέσμες (σχ. 18-7) μας έδειξε ότι το φως διαδίδεται ευθυγράμμως και αλλάζει κατεύθυνση μόνο όταν ανακλάται ή διαθλάται. Η αλλαγή της κατεύθυνσεως, που γίνεται από ανάκλαση και διάθλαση του φωτός από γυαλί, φαίνεται να εξαρτάται μόνο από τη γωνία προσπτώσεως (και το είδος του γυαλιού), αλλά όχι από το μέγεθος του γυαλιού. Για παράδειγμα, θα μπορούσαμε να μειώσουμε στο μισό ολόκληρη τη συσκευή του σχήματος 18-17, να είχαμε πάρει μία φωτογραφία να τη μεγεθύνουμε επί δύο, και τότε θα είχαμε ακριβώς το σχήμα 18-17. Στα διάφορα μεγέθη αντικειμένων που μας περιβάλλουν στην καθημερινή μας ζωή, η συμπεριφορά του φωτός φαίνεται να είναι ανεξάρτητη από το μέγεθος των αντικειμένων με τα οποία αλληλεπιδρά. Ο πολλαπλασιασμός όλων των μεγεθών επί τον ίδιο συντελεστή, η αλλαγή δηλαδή της κλίμακας, δεν φαίνεται να επιδρά στη συμπεριφορά του φωτός.

Αν όμως προσπαθήσουμε να επιτύχουμε τις λεπτές δέσμες φωτός του σχήματος 18-7, χρησιμοποιώντας μία πολύ στενή σχισμή, συμβαίνει κάτι αναπάντεχο. Το φως διαχέεται πέρα από τη σχισμή (σχ. 18-25). Προφανώς όταν προσπαθήσουμε να ελέγξουμε τη διάδοση του φωτός, παράγοντας μία πολύ λεπτή φωτεινή δέσμη που πλησιάζει την ιδεώδη ακτίνα, το φως αλλάζει κατεύθυνση καθώς περνά από τη σχισμή. Αυτή η κάμψη του φωτός από ένα στενό άνοιγμα ονομάζεται **περίθλαση**.

Σχήμα 18-25 Επάνω: Μία λεπτή φωτεινή δέσμη που σχηματίζεται από δυο μικρές σχισμές πλάτους 3 mm. Το φως ακολουθεί την αρχική του κατεύθυνση με μικρή ή και καμία εξάπλωση. Κάτω: Έχει προστεθεί μία τρίτη σχισμή πλάτους 1 mm μόνο. Τώρα το φως απλώνεται.



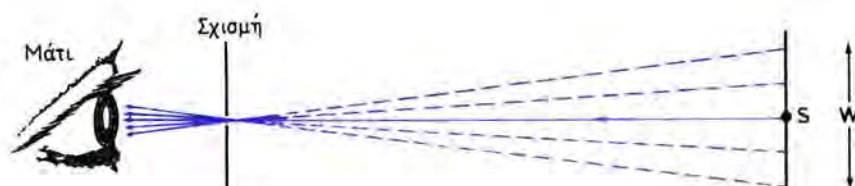
Μπορείτε να παρατηρήσετε την περίθλαση πολύ εύκολα αν κοιτάξετε μία μακρινή λάμπα του δρόμου ή μία λάμπα με πολύ λεπτό νήμα μέσα από μία στενή σχισμή που σχηματίζεται αν πλησιάσετε πολύ τα δυο σας δάκτυλα (σχ. 18-26). Όταν κάνετε αυτό, η φωτεινή πηγή μοιάζει να



Σχήμα 18-26 Ένας απλός τρόπος παρατήρησης της περιθλάσεως.

απλώνεται. Αυτό σημαίνει ότι το φως εισέρχεται στο μάτι από πολλές κατευθύνσεις και αυτό μπορεί να συμβεί μόνον όταν το φως έχει καμφθεί (περιθλαστεί) από τη σχισμή. Αυτό το αποτέλεσμα φαίνεται σχηματικά στο σχήμα 18-27.

Η περίθλαση δεν περιορίζεται μόνο στις σχισμές. Αν αφήσετε φως να περάσει από μία κυκλική οπή διαμέτρου μερικών χιλιοστών και να φθάσει σε μία οθόνη, θα έχετε ένα έντονο κυκλικό φωτεινό στίγμα. Αν



Σχήμα 18-27 Το μαύρο σημείο S είναι η κατακόρυφη όψη μιας κατακόρυφης στενής πηγής. Το φως από αυτή την πηγή που περιθλάται, φαίνεται σαν να έρχεται από μία μεγάλη πηγή πλάτους w και όχι από το λεπτό νήμα S.

αυτό το κάνετε με μία μικροσκοπική οπή σαν κεφαλή καρφίτσας τότε έχετε την περιέργη εικόνα που φαίνεται στο σχήμα 18-28.



Σχήμα 18-28 Η εικόνα που δημιουργείται από μία λεπτή φωτεινή δέσμη που περνά μέσα από μία μικρή οπή με μέγεθος όσο το κεφάλι μιας καρφίτσας.

Επομένως, το φως συμπεριφέρεται διαφορετικά, ανάλογα με το μέγεθος των σχισμών ή οπών. Περνά μέσα από μεγάλα ανοίγματα ακολουθώντας άκαμπτες ευθείες γραμμές. Αλλά, όταν τα ανοίγματα κλιμακώνονται προς τα κάτω αρκετά, τότε συμβαίνει η περίθλαση και πρέπει να τη λαβαίνουμε υπόψη, όταν περιγράφουμε τη συμπεριφορά του φωτός.

Αυτό το κεφάλαιο δείχνει την ουσία της φυσικής. Την αναζήτηση μιας συνοπτικής περιγραφής της φύσεως. Αρχίσαμε αυτό το κεφάλαιο εξιδανικεύοντας τις λεπτές δέσμες φωτός με ακτίνες. Χρησιμοποιήσαμε την ιδέα των φωτεινών ακτίνων και βρήκαμε τους νόμους της ανακλάσεως και ένα προσεγγιστικό νόμο της διαθλάσεως για μικρές γωνίες προσπτώσεως.

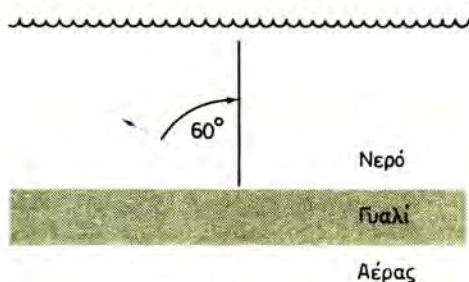
Κατόπιν επεκτείναμε το νόμο σε όλες τις γωνίες προσπτώσεως. Προσεκτικά πειράματα όμως έδειξαν ότι ο δείκτης διαθλάσεως δεν εξαρτάται μόνο από το υλικό που διαθλά αλλά μεταβάλλεται ελαφρά σύμφωνα με το χρώμα του φωτός. Τελικά, με την εισαγωγή της περιθλάσεως μάθαμε ότι η ιδέα ότι το φως διαδίδεται ευθυγράμμως είναι και αυτή μία προσέγγιση. Θα επανέλθουμε σε αυτό το θέμα αργότερα.

Για το σπίτι, την τάξη και το εργαστήριο.

39. Σκεφθείτε τις αλλαγές στη μορφή της σελήνης κατά τη διάρκεια ενός μήνα. Μπορείτε να εξηγήσετε, γιατί η γεμάτη σελήνη ανατέλλει κοντά στην ώρα του ηλιοβασιλέματος και η νέα σελήνη ανατέλλει κοντά στην ώρα της ανατολής του ηλίου;
40. Συχνά βλέπουμε τεχνητούς δορυφόρους σαν λαμπερά αντικείμενα στον ουρανό, αφού δύσει ο ήλιος. Ποιο πρέπει να είναι το ελάχιστο ύψος ενός δορυφόρου που κινείται επάνω από τον ισθμισμό της γης, για να είναι ακόμη ορατός δυο ώρες μετά το ηλιοβασίλεμα κατευθείαν από επάνω μας; (Η ακτίνα της γης είναι $6,38 \times 10^6$ m).
41. Μερικές φορές βλέπουμε ολικές εκλείψεις του ηλίου επειδή παρεμβάλλεται μεταξύ γης, ηλίου ή σελήνης και άλλοτε βλέπουμε δακτυλιοειδείς εκλείψεις. Σε αυτές τις τελευταίες βλέπουμε ένα φωτεινό δακτύλιο από τον ήλιο γύρω από το περίγραμμα της σελήνης.
 - (α) Να σχεδιάσετε ένα διάγραμμα της γης, της σελήνης και του ηλίου και να εξηγήσετε γιατί συμβαίνουν δυο είδη ηλιακών εκλείψεων. Οι αποστάσεις της γης από τη σελήνη και της γης από τον ήλιο παραμένουν ίδιες;
 - (β) Η σελήνη απέχει από τη γη περίπου $3,8 \times 10^8$ m και ο ήλιος περίπου $1,5 \times 10^{11}$ m. Αν η σελήνη έχει διάμετρο $3,5 \times 10^6$ m ποια περίπου είναι η διάμετρος του ηλίου;
42. Να υποθέσετε ότι η προσπάθεια της μετρήσεως της ταχύτητας του φωτός με τη μέθοδο του Γαλιλαίου (που περιγράφεται στην παράγραφο 18-2) έγινε από δυο ανθρώπους που απέχουν ένα χιλιόμετρο.
 - (α) Πόσο χρονικό διάστημα θα έπρεπε να είναι σε θέση να μετρήσει ο άνθρωπος, ο οποίος ξεκινά το πρώτο φωτεινό σήμα, για να φθάσει στην παραδεκτή σήμερα τιμή της ταχύτητας του φωτός;
 - (β) Ας υποθέσετε ότι το χρονικό διάστημα που μετρήθηκε ήταν 0,3 δευτερόλεπτα. Τι θα μπορούσαν να κάνουν οι άνθρωποι αυτοί για να δείξουν ότι αυτό το χρονικό διάστημα που μετρούσε το χρόνο αντιδράσεώς τους δεν σχετίζεται με την ταχύτητα του φωτός;
43. Αν μπορείτε να δείτε τα μάτια κάποιου προσώπου σε ένα περίπλοκο σύστημα καθρεφτών, είναι δυνατόν αυτός ο άνθρωπος να δει τα μάτια σας; Να εξηγήσετε.
44. Όταν τη νύκτα βλέπετε ανακλάσεις πάνω στα χοντρά κρύσταλλα παραθύρων διαφόρων αντικειμένων που βρίσκονται μέσα σε ένα φωτισμένο δωμάτιο, συνήθως τα βλέπετε διπλά. Τι σας λέει αυτό για την ανάκλαση από γυαλί;
45. Τι θα δείτε, αν παρατηρήσετε ένα κομμάτι τηγμένο χαλαζία βυθισμένο σε ελαϊκό οξύ; (Αναφερθείτε στον πίνακα 2).
46. Το φως από τον ήλιο που δύει έρχεται στο μάτι σας μέσα από την ατμόσφαιρα της γης ακολουθώντας μία καμπύλη τροχιά, έτσι ώστε ο ήλιος να φαίνεται σαν να είναι υψηλότερα από όσο είναι στην πραγματικότητα. Πώς εξηγείτε αυτή τη φαινομενική μεταβολή; Να δώσετε την απάντησή σας με ένα διάγραμμα.
47. Γιατί μπορείτε να δείτε τη σελήνη ακόμη και κατά τη διάρκεια μιας ολικής εκλείψεώς της;
48. Αν άλλαζε η γωνία προσπτώσεως στο σχήμα 18-17, οι δυο ακτίνες που αντιστοιχούν σε αυτές που είναι στο επάνω μέρος της φωτογραφίας θα εξακολουθούσαν να είναι παράλληλες μεταξύ τους;
49. Στο σχήμα 18-17 βλέπετε ότι οι δυο ανακλώμενες ακτίνες απέχουν μεταξύ τους όσο η προεκτεινόμενη προσπίπτουσα ακτίνα και η διαθλώμενη ακτίνα. (Θυμηθείτε ότι η απόσταση μεταξύ δυο παραλλήλων γραμμών μετρείται κατά την κοινή κάθετο). Αυτό συμβαίνει πάντοτε; Μπορείτε να ελέγξετε την απάντησή σας στο εργαστήριο.
50. Ένα ορθογώνιο δοχείο βάθους 8 cm είναι γεμάτο με νερό. Μία φωτεινή ακτίνα εισέρχεται στην επάνω επιφάνεια του νερού σε ένα σημείο που μόλις αγγίζει την πλευρά του δοχείου. Αφού διαθλασθεί, προσπίπτει σε ένα σημείο στον πυθμένα του δοχείου που απέχει 3 cm από την ίδια πλευρά.
 - (α) Ποιο είναι το ημίτονο της γωνίας διαθλάσεως; Ποια είναι η γωνία διαθλάσεως;
 - (β) Ποιο είναι το ημίτονο της γωνίας προσπτώσεως; Ποια είναι η γωνία προσπτώσεως της εισερχόμενης ακτίνας;
 - (γ) Υποθέστε ότι το δοχείο ήταν γεμάτο με άλλο υγρό και βρήκατε ότι, για να πέσει στο ίδιο σημείο του πυθμένα σε απόσταση 3 cm από την

πλευρά, η γωνία προσπτώσεως της εισερχόμενης ακτίνας ήταν 31° . Ποιος είναι ο δείκτης διαθλάσεως του υγρού;

51. Στο σχήμα Η συνεχίστε τη διαδρομή της φωτεινής ακτίνας, έως ότου βγει από το γυαλί.



Σχήμα Η

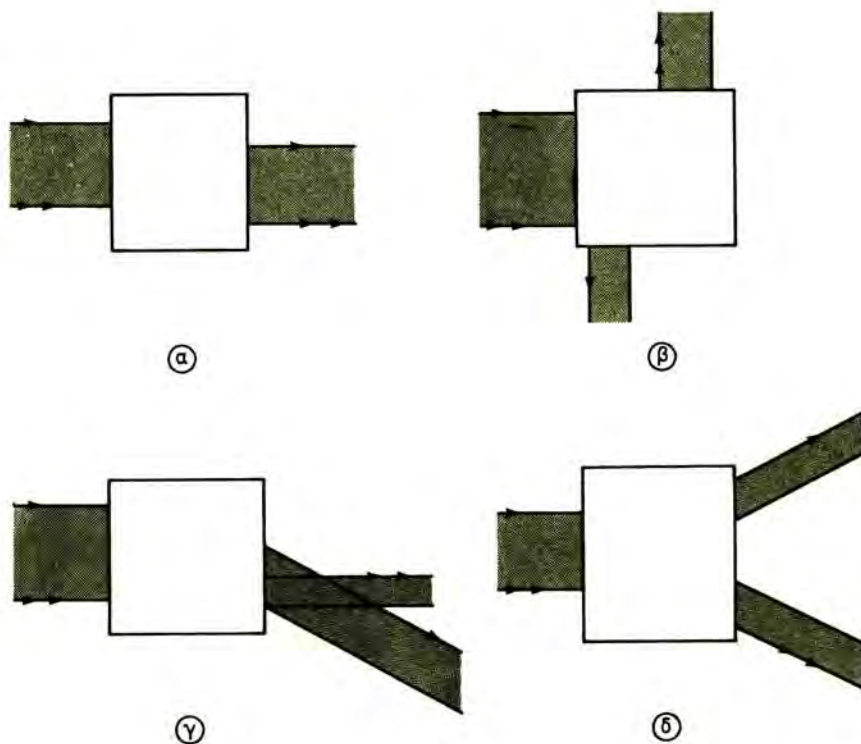
52. Είναι δυνατόν να τοποθετήσουμε διθειάνθρακα, νερό και κηροζίνη σε ξεχωριστά στρώματα, με αυτή τη σειρά, αφού δεν αναμιγνύονται. Ένα δοχείο που περιέχει αυτά τα τρία υγρά σε στρώματα ίσου πάχους έχει στον πυθμένα του μία φωτεινή πηγή που στέλνει μία λεπτή φωτεινή δέσμη με αρχική γωνία 5° από την κατακόρυφο.

(α) Υπολογίστε τη γωνία διαθλάσεως της ακτίνας, καθώς αναδύεται τελικά από την κηροζίνη.

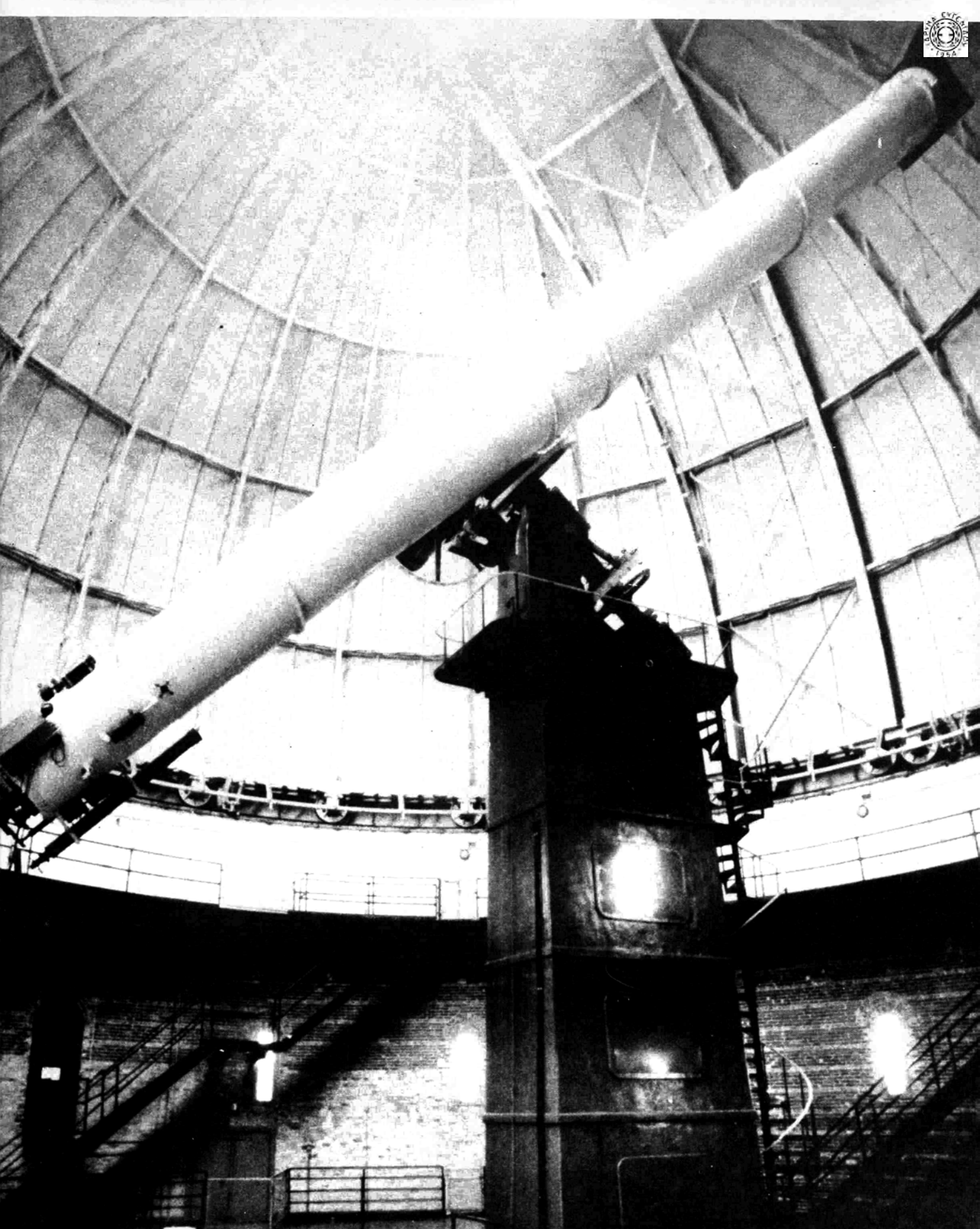
- (β) Θα κινηθεί μία λεπτή φωτεινή δέσμη κατά την ίδια τροχιά κατά την αντίθετη κατεύθυνση από την κηροζίνη στο νερό και στο διθειάνθρακα;
(γ) Να υποθέσετε ότι το δοχείο ήταν γεμάτο μόνο με νερό. Πώς συγκρίνεται η γωνία διαθλάσεως της ακτίνας που αναδύεται με τη γωνία που υπολογίσατε προηγουμένως;

53. Το χρώμα του ηλίου φαίνεται να μεταβάλλεται. Για παράδειγμα, όταν δύει, είναι πιο κόκκινος από το μεσημέρι. Τι μπορείτε να συμπεράνετε ως προς τη διέλευση του φωτός που έχει διαφορετικά χρώματα μέσα από τον αέρα; Μπορείτε να συσχετίσετε αυτό το φαινόμενο με το γεγονός ότι ο ουρανός είναι γαλάζιος;

54. Στο σχήμα Θ μία παράλληλη δέσμη μονοχρωματικού φωτός (φως με ένα μόνο χρώμα) εισέρχεται σε κάθε κουτί από τα αριστερά. Να σχεδιάσετε τι πρέπει να υπάρχει σε κάθε κουτί για να προκληθούν τα αποτελέσματα που φαίνονται. Τα μονά και διπλά βέλη στις αναδυόμενες δέσμες αντιστοιχούν στα αντίστοιχα όρια της εισερχόμενης δέσμης. Οι ευθείες που δεν έχουν βέλη δείχνουν τα άλλα όρια της αναδυόμενης δέσμης.



Σχήμα Θ

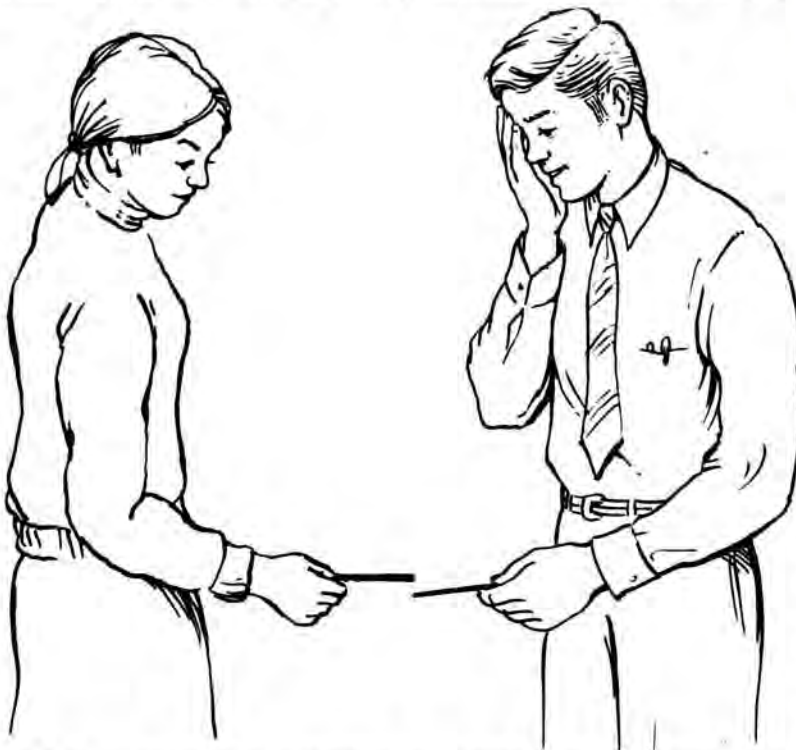


19-1 Πώς βρίσκουμε τη θέση αντικειμένων.

Μπορούμε πάντοτε να προσδιορίσουμε τη θέση μιας σημειακής φωτεινής πηγής αν γνωρίζουμε τις κατευθύνσεις αρκετών από τις ακτίνες που εκπέμπονται από αυτή. Σχεδιάζουμε απλώς δυο ή περισσότερες από αυτές τις ακτίνες προεκτείνοντάς τες προς τα πίσω έως το σημείο συναντήσεώς τους. Το σημείο όπου διασταυρώνονται είναι η θέση της πηγής. Όταν έρχεται στο μάτι σας ένας τέτοιος κώνος ακτίνων, αλλάζετε αυτόματα το σχήμα του ματιού για να εστιάσετε τις ακτίνες που αποκλίνουν από την πηγή, έτσι ώστε να δείτε το είδωλο της πηγής. Η διαδικασία εστίασεως του ματιού σας, σας δίνει πληροφορίες για την προέκταση προς τα πίσω των ακτίνων μέχρι το σημείο συναντήσεώς τους. Σε μερικές περιπτώσεις μπορείτε να χρησιμοποιήσετε αυτή την πληροφορία για να υπολογίσετε την απόσταση, χωρίς καν να το συνειδητοποιήσετε.

Μπορούμε να υπολογίσουμε αποστάσεις πιο εύκολα με δυο μάτια, παρά με ένα. Για να πεισθείτε γι' αυτό, να βάλετε ένα φίλο σας να κρατήσει ένα λεπτό κομμάτι σύρμα μακριά από άλλα αντικείμενα (σχ. 19-1). Με ένα παρόμοιο κομμάτι σύρμα στο χέρι σας προσπαθήστε να αγγίξετε το κομμάτι του φίλου σας όταν βρίσκεται σε απόσταση που μόλις μπορείτε να το φθάσετε. Θα δείτε ότι μπορείτε να το κάνετε με αρκετή ακρίβεια. Τώρα προσπαθήστε να επαναλάβετε το πείραμα με κλειστό το ένα σας μάτι. Θα δείτε ότι είναι πολύ πιο δύσκολο να αγγίξουν τα δυο σύρματα.

Αυτό το πείραμα δείχνει έναν από τους λόγους για τους οποίους μπορείτε να προσδιορίσετε αποστάσεις ευκολότερα με τα δυο σας μάτια. Το φως που έρχεται από το άκρο ενός αντικειμένου ταξιδεύει προς



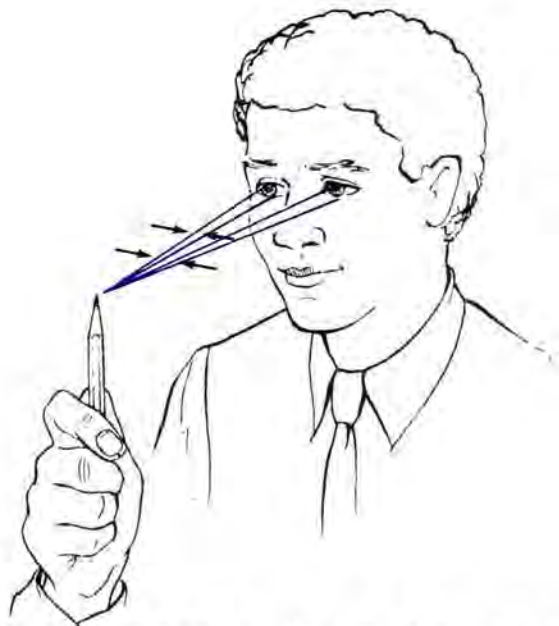
Σχήμα 19-1 Ένα πείραμα για να ελέγξετε την ικανότητά σας να κρίνετε αποστάσεις με το ένα μάτι.

Είδωλα που σχηματίζονται από φακούς και κάτοπτρα

- 19-1 Πώς βρίσκουμε τη θέση αντικειμένων
- 19-2 Είδωλα από επίπεδα κάτοπτρα
- 19-3 Παραβολικά κάτοπτρα
- 19-4 Αστρονομικά τηλεσκόπια
- 19-5 Είδωλα και ψευδαισθήσεις
- 19-6 Πραγματικά και φανταστικά είδωλα
- 19-7 Φακοί
ΠΡΟΣΘΕΤΑ ΘΕΜΑΤΑ: Οπτικές ίνες
- 19-8 Πραγματικά είδωλα που σχηματίζονται από φακούς

Φωτογραφία αριστερά: Το τηλεσκόπιο των 40 ιντσών (που ονομάζεται Μεγάλος Διαθλαστής) του αστεροσκοπείου Yerkes. Το τηλεσκόπιο συγκεντρώνει το προσπίπτον φως και μπορεί να ανιχνεύσει αδύνατες φωτεινές πηγές. Για να λειτουργήσει όμως καλά, πρέπει η ατμόσφαιρα να είναι καθαρή.

Σχήμα 19-2 Όραση με δυο μάτια (στερεοσκοπική όραση). Κρίνουμε την απόσταση από τη γωνία που σχηματίζουν τα μάτια με το αντικείμενο, καθώς επίσης και με την εστίαση των κώνων των ακτίνων.



διαφορετικές κατευθύνσεις για να φθάσει τα δυο μάτια (σχ. 19-2). Η πράξη της συγκλίσεως των ματιών σας στις σωστές οπτικές ευθείες και της εστιάσεώς τους στους σωστούς κώνους ακτίνων έχει βαθμονομηθεί από την προηγούμενη εμπειρία σας. Η γνώση των αποστάσεων που έχετε αποκτήσει συσχετίζεται με τη συγκεκριμένη πράξη της συγκλίσεως και εστιάσεως και σας λέει κατευθείαν πού είναι το αντικείμενο. Σας το δείχνει με περισσότερη ακρίβεια από την εστίαση του ενός ματιού.

Αν έχετε και άλλα αντικείμενα γύρω σας, όταν προσπαθείτε να μετρήσετε την απόσταση, ή, αν χρησιμοποιήσετε κύβους αντί λεπτά σύρματα, θα μπορέσετε να αγγίξετε τα αντικείμενα ακόμη ευκολότερα. Υπό αυτές τις συνθήκες το μάτι σας διευκολύνεται από άλλες ενδείξεις, για παράδειγμα, την εντύπωση του στερεού που σχηματίζεται από τις διαφορετικές όψεις των πλευρών των κύβων που βλέπει το κάθε μάτι. Αυτές οι δυο όψεις διαφέρουν περισσότερο καθώς το αντικείμενο πλησιάζει. Επίσης το μέγεθος και η θέση κοντινών αντικειμένων βοηθούν τον εγκέφαλο να κρίνει την απόσταση από ένα αντικείμενο.

Υπάρχουν πολλά στοιχεία, όπως μέγεθος, σκίες και κίνηση γνωστών αντικειμένων που μας βοηθούν στον υπολογισμό της αποστάσεως από εμάς ενός αντικειμένου. Όταν υπάρχουν αυτά τα στοιχεία, η κατευθείαν ερμηνεία των ακτίνων στους κώνους του φωτός, που εισέρχονται στα μάτια, και της γωνίας μεταξύ των κώνων, έχει λιγότερη σημασία. Για μικρές αποστάσεις όμως χρησιμοποιούμε σίγουρα αυτές τις προφανείς φυσικές ενδείξεις.

19-2 Είδωλα από επίπεδα κάτοπτρα.

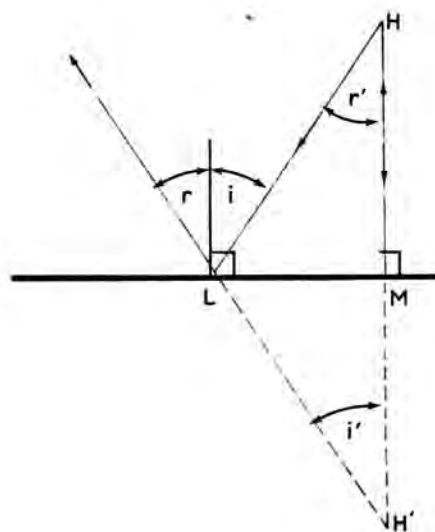
Μπορούμε να εφαρμόσουμε όλα όσα είπαμε στην προηγούμενη παράγραφο, για να βρούμε τη φαινομενική θέση μιας πηγής φωτός. Αυτή όμως μπορεί να μην είναι η πραγματική θέση της πηγής. Αν οι φωτεινές ακτίνες έχουν αλλάξει την κατεύθυνσή τους ένεκα ανακλάσεως ή διαθλάσεως και ακολουθήσουμε αυτές τις ακτίνες προεκτείνοντάς τις προς

τα πίσω έως το σημείο που διασταυρώνονται, δεν θα φθάσαμε στο σημείο από όπου ξεκίνησαν οι ακτίνες. Όμως θα δείτε την πηγή να βρίσκεται φαινομενικά στο σημείο διασταυρώσεως. Βλέπετε το είδωλο της πηγής και όχι αυτή την ίδια.

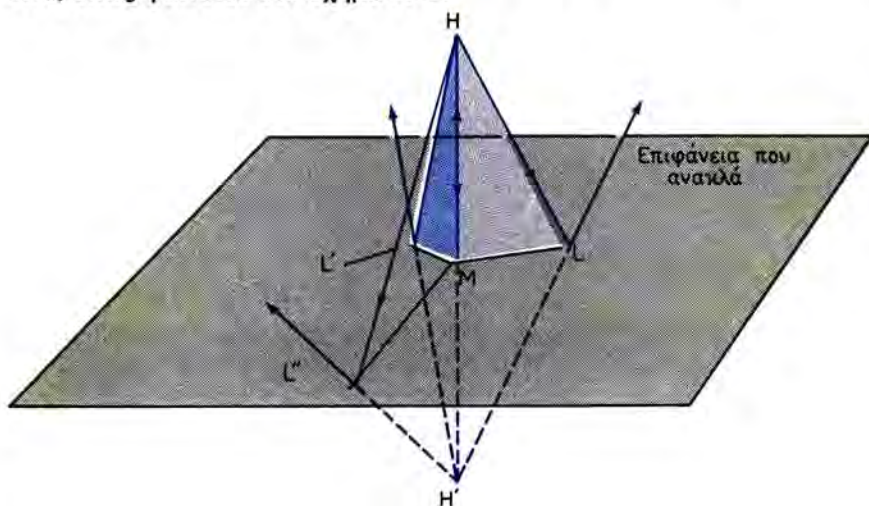
Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τους δυο νόμους ανακλάσεως (παράγρ. 18-4), για να μας βοηθήσουν να εντοπίσουμε τη θέση των ειδώλων και κατόπιν να εξηγήσουμε τη φύση τους στην περίπτωση κοινού επιπέδου κατόπτρου. Αρχίζουμε με το διάγραμμα που φαίνεται στο σχήμα 19-3, όπου η οριζόντια ευθεία LM παριστάνει μια ευθεία στην ανακλώσα επιφάνεια ενός επίπεδου καθρέφτη που είναι κάθετος προς το επίπεδο της σελίδας. Το σημείο H αντιπροσωπεύει το σημείο ενός αντικειμένου που «φαίνεται» στον καθρέφτη. Στο επίπεδο του χαρτιού έχουν σχεδιασθεί δυο ευθείες που αποκλίνουν από το H. Η μία, HM, είναι κάθετη προς την LM. Και η άλλη, HL, σχηματίζει γωνία i , στο L, με μία ευθεία που είναι κάθετη προς την LM. Οι ευθείες MH' και LH' είναι προεκτάσεις πίσω από το κάτοπτρο των δυο ανακλωμένων ακτίνων.

Σύμφωνα με το δεύτερο νόμο ανακλάσεως, σχηματίσαμε τη γωνία r ίση με την γωνία i . Οι γωνίες i και i' είναι ίσες, καθώς και οι γωνίες r' και r . Επομένως η γωνία i' είναι ίση με τη γωνία r' και έτσι το μεγάλο τρίγωνο HLH' είναι ισοσκελές. Επειδή η LM είναι κάθετη προς HH', $H'M = HM$.

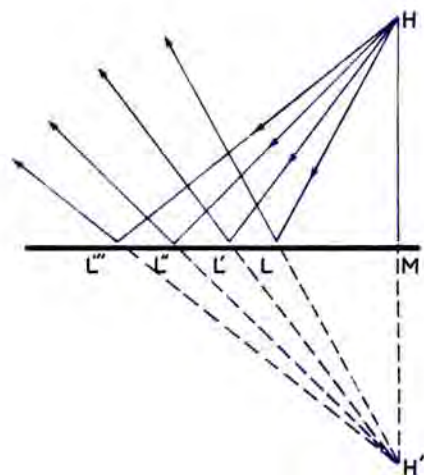
Όταν δείξαμε ότι $H'M = HM$, δεν προσδιορίσαμε το μέγεθος της γωνίας i . Το μεγάλο τρίγωνο είναι ισοσκελές ανεξάρτητα από την τιμή της i . Και η $H'M$ είναι πάντοτε ίση με HM. Μόνο η κορυφή L του μεγάλου τριγώνου αλλάζει. Η βάση HH' παραμένει ίδια, όπως φαίνεται στο σχήμα 19-4 και $H'M = HM$ για οποιαδήποτε γωνία προσπτώσεως. Επιπλέον, δεν προσδιορίσαμε το επίπεδο του χαρτιού και το μόνο που είπαμε είναι ότι αυτό και το επίπεδο του κατόπτρου είναι κάθετα. Θα μπορούσε να είναι οποιοδήποτε επίπεδο που περιλαμβάνει την ευθεία HM, όπως φαίνεται στο σχήμα 19-5.



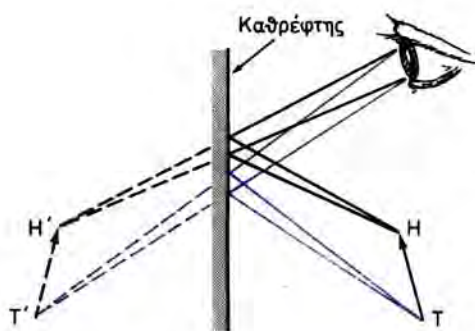
Σχήμα 19-3 Η γεωμετρία δυο ακτίνων που ανακλώνται από ένα επίπεδο κάτοπτρο. Και οι δυο ακτίνες αρχίζουν από το H. Η μία ανακλάται στο M προς τα πίσω και η άλλη ανακλάται στο L. Η γωνία i ισούται με την γωνία r . Οι ευθείες MH' και LH' είναι προεκτάσεις των δυο ανακλωμένων ακτίνων.



Σχήμα 19-5 Τέσσερις ακτίνες από το H, τρεις διαλεγμένες τυχαία και μία κάθετη στην ανακλώσα επιφάνεια συναντούν την ανακλώσα επιφάνεια στα σημεία M, L, L' και L''. Τα τρία τρίγωνα HML και HML' (σκιασμένα) και HML'' (χωρίς σκιά) περιλαμβάνονται σε διαφορετικά επίπεδα, που είναι κάθετα στο επίπεδο της επιφάνειας που ανακλά. Και οι τρεις ανακλωμένες ακτίνες συμπεριφέρονται σαν να προέρχονται από το σημείο H'.



Σχήμα 19-4 Η γεωμετρία για περισσότερες από δυο ακτίνες που ανακλώνται από ένα επίπεδο κάτοπτρο.



Σχήμα 19-6 Οι δυο ακτίνες από το H φθάνουν στο μάτι σαν να έρχονται από το ίδιο σημείο H', έτσι ώστε η κορυφή του βέλους να φαίνεται ότι είναι στο H'. Παρομοίως, οι χρωματιστές ακτίνες του σχήματος δείχνουν ότι η ουρά T του βέλους φαίνεται σαν να είναι στο T'.

Συνοψίζοντας τα παραπάνω έχουμε δείξει ότι όλες οι ακτίνες, που ξεκινούν από ένα σημείο H και ανακλώνται από ένα επίπεδο κάτοπτρο, φαίνονται να αποκλίνουν από ένα σημείο H που βρίσκεται στην προέκταση της καθέτου προς το κάτοπτρο. Αυτό το σημείο απέχει, στο πίσω μέρος από το κάτοπτρο όσο απέχει το H, εμπρός από αυτό. Τότε σε αναφορά με το μάτι, το φως φαίνεται να αποκλίνει από αυτό το σημείο. Αυτό το σημείο είναι το είδωλο του σημείου H.

Με τον ίδιο συλλογισμό μπορούμε να προσδιορίσουμε το είδωλο κάθε σημείου του βέλους που φαίνεται στο σχήμα 19-6 και έτσι έχουμε ολόκληρο το είδωλο του βέλους.

Κάθε σημείο του ειδώλου είναι ακριδώς απέναντι από το αντίστοιχο σημείο του αντικειμένου και απέχει εξίσου από το επίπεδο του κατόπτρου. Το είδωλο και το αντικείμενο είναι ακριδώς όμοια και με το ίδιο μέγεθος.

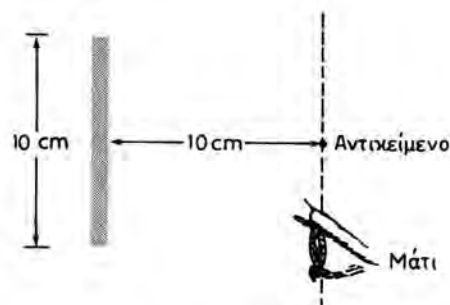
Στην κατασκευή μας προεκτείναμε τις ανακλώμενες ακτίνες προς το πίσω μέρος του κατόπτρου, αλλά, αν πηγαίναμε πίσω από αυτόν, δεν θα βρίσκαμε φως από το βέλος. Επειδή ο καθρέφτης κάνει τις ακτίνες να φαίνονται ότι θγαίνουν από το είδωλο, ενώ δεν γίνεται αυτό στην πραγματικότητα, λέμε ότι σχηματίζεται ένα **φανταστικό είδωλο**. Χρησιμοποιούμε αυτόν τον όρο για να το διακρίνουμε από το **πραγματικό είδωλο** που θα συναντήσουμε αργότερα.

Χρησιμοποιώντας τους δυο νόμους της ανακλάσεως βρήκαμε τη θέση του φανταστικού ειδώλου. Είναι εύκολο να αποδείξουμε αυτό το αποτέλεσμα με ένα απλό πείραμα. Στερεώνουμε ένα μικρό επίπεδο καθρέφτη επάνω σε ένα τραπέζι και τοποθετούμε εμπρός του ένα αντικείμενο που έχει λίγο μεγαλύτερο ύψος από αυτόν, όπως φαίνεται στο σχήμα 19-7. Κατόπιν τοποθετούμε ένα όμοιο αντικείμενο πίσω από τον καθρέφτη και το μετακινούμε έτσι, ώστε το επάνω τμήμα του, που φαίνεται επάνω από τον καθρέφτη, να μοιάζει σαν συνέχεια του ειδώλου από οποιαδήποτε θέση και αν τα βλέπομε. Τότε το αντικείμενο πίσω από τον καθρέφτη είναι στην ίδια θέση με το φανταστικό είδωλο. Μετρήσεις δείχνουν ότι αυτή είναι η θέση που δίνεται από την κατασκευή του σχήματος 19-3.



Σχήμα 19-7 Θέση του φανταστικού ειδώλου. Αυτό το πείραμα επαληθεύει τους υπολογισμούς που βασίζονται στους νόμους της ανακλάσεως.

1. Στο σχήμα 19-5 έχουμε σχεδιάσει ένα επίπεδο που περιέχει την ευθεία HM και τέμνει την ανακλώσα επιφάνεια κατά την ευθεία ML . Ποιες άλλες ευθείες του σχήματος περιέχονται σε αυτό το επίπεδο;
2. Σε τι σας μοιάζει το είδωλό σας σε ένα επίπεδο καθρέφτη; Σε τι είναι διαφορετικό;
3. Ένα αντικείμενο τοποθετείται σε απόσταση 10 cm από ένα επίπεδο καθρέφτη πλάτους 10 cm. Πόσο μακριά μπορείτε να απομακρύνετε το μάτι σας επάνω σε μία ευθεία που περνά από το αντικείμενο, παράλληλα προς τον καθρέφτη και να εξακολουθήσετε να βλέπετε το είδωλο; (Σχήμα Α).



Σχήμα Α

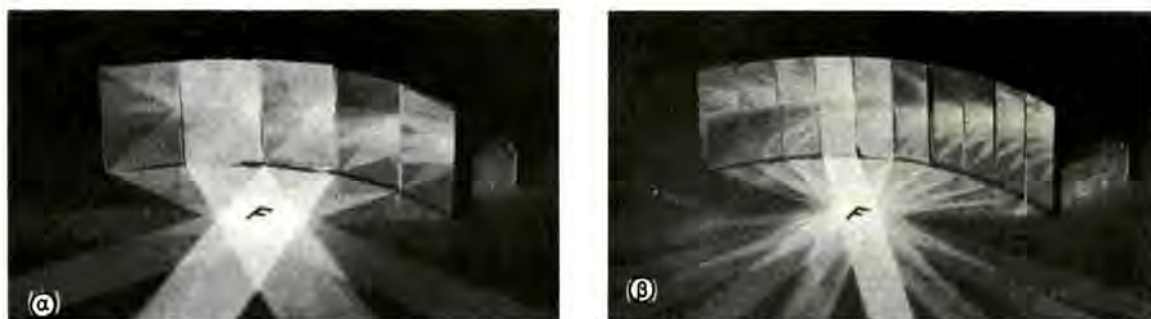
19-3 Παραβολικά κάτοπτρα.

Οι αστρονόμοι χρησιμοποιούν για τα τηλεσκόπιά τους μεγάλα κάτοπτρα για να συγκεντρώσουν το αχνό φως από μακρινούς αστέρες. Έτσι κατορθώνουν να παράγουν είδωλα αστερών, που δεν φαίνονται με γυμνό μάτι, επάνω σε φωτογραφικές πλάκες. Τι σχήμα πρέπει να έχει το κάτοπτρο για να μπορεί να συγκεντρώσει φως;

Δεν μπορούμε να συγκεντρώσουμε φως με ένα επίπεδο κάτοπτρο, γιατί το φως αποκλίνει πάντοτε και φαίνεται να έρχεται από το φανταστικό είδωλο πίσω από το κάτοπτρο. Αλλά, αν χρησιμοποιήσουμε αρκετά επίπεδα κάτοπτρα, μπορούμε να αναγκάσουμε αρκετές λεπτές δέσμες από την ίδια πηγή να διασταυρωθούν σε μία μικρή περιοχή του χώρου. Πιο συγκεκριμένα, ας υποθέσουμε ότι η φωτεινή πηγή είναι πολύ μακριά – ίσως είναι ένας αστέρας – και επομένως οι λεπτές φωτεινές δέσμες που έρχονται από αυτή στα κάτοπτρά μας είναι σχεδόν παράλληλες. Όσο πιο μακριά βρίσκεται η πηγή, τόσο μικρότερες είναι οι γωνίες μεταξύ των λεπτών φωτεινών δεσμών και για έναν αστέρα όλες οι δέσμες που φθάνουν στη γη είναι παράλληλες. Στο σχήμα 19-8 έχουν τοποθετηθεί είκοσι πέντε επίπεδα κάτοπτρα που σχηματίζουν λίγο διαφορετικές γωνίες μεταξύ τους, έτσι ώστε να ανακλούν παράλληλο φως



Σχήμα 19-8 Κατασκευή ενός κατά προσέγγιση παραβολικού κατόπτρου από επίπεδα κάτοπτρα.



Σχήμα 19-9 (α) Συγκέντρωση του φωτός από πέντε επίπεδα κάτοπτρα. (β) Αν ο αριθμός των κατόπτρων αυξηθεί σε δέκα, το φως συγκεντρώνεται σε μικρότερη περιοχή.

που περνά από μία μόνο μικρή περιοχή. Βλέπουμε αυτή την περιοχή, γιατί ο καπνός που υπάρχει σκεδάζει λίγο από το φως των πολλών διασταυρωμένων δεσμών. Άλλες περιοχές έχουν επίσης καπνό, αλλά φαίνονται πιο σκοτεινές γιατί περιέχουν λιγότερες φωτεινές δέσμες. Οι φωτεινές δέσμες διέρχονται από τη μικρή περιοχή επικαλύψεως και κατόπιν αποκλίνουν.

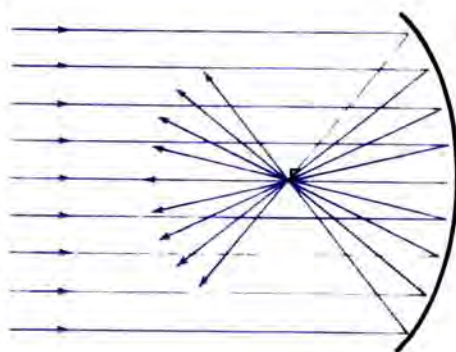
Μπορούμε να συγκεντρώσουμε το φως ακόμη περισσότερο αν χρησιμοποιήσουμε περισσότερα και μικρότερα κάτοπτρα, αν, για παράδειγμα, κόψουμε το καθένα από τα είκοσι πέντε κάτοπτρα σε τέσσερα τμήματα. Τότε κάθε λεπτή δέσμη έχει μόνο το ένα τέταρτο της προηγούμενης διατομής και μπορούμε να τις κάνουμε να συγκλίνουν σε μικρότερη περιοχή. Τώρα μπορούμε να κόψουμε τα κάτοπτρα ξανά και έτσι να τα κάνουμε ακόμη μικρότερα.

Η περιοχή επικαλύψεως μειώνεται ακόμη περισσότερο. Αυτή η διαδικασία μπορεί να επαναληφθεί ξανά και ξανά. Στο τέλος τα κάτοπτρα είναι πάρα πολύ μικρά, όσο πιο μικρά γίνεται. Αλλά μοιράζονται το ίδιο ποσό φωτός που μοιράζονταν τα αρχικά είκοσι πέντε κάτοπτρα. Ανακλούν το ίδιο ποσό φωτός και το στέλνουν προς ένα μοναδικό πολύ μικρό σημείο.

Η κατασκευή ενός κατόπτρου που συγκεντρώνει φως από μία πλατιά δέσμη παραλλήλων ακτίνων σε ένα μοναδικό σημείο με διαδοχική διαίρεση και προσαρμογή του προσανατολισμού επιπέδων κατόπτρων είναι απλή στη θεωρία αλλά δύσκολη στην πράξη. Αλλά μπορούμε να περιγράψουμε τη διαδικασία εύκολα αν συγκεντρώσουμε παράλληλο φως επάνω σε μία ευθεία αντί σε ένα σημείο. Στο σχήμα 19-9 φαίνονται δυο στάδια αυτής της διαδικασίας που μπορείτε να κάνετε χωρίς μεγάλη δυσκολία. Και είναι εύκολο να φαντασθούμε παρόμοιες διαδικασίες που γίνονται στο χώρο για να δημιουργήσουν ένα μόνο σημείο.

Καθώς υποδιαιρούμε και αναπροσαρμόζουμε στο χώρο τα επίπεδα κάτοπτρα, προσεγγίζουμε όλο και περισσότερο ένα κάτοπτρο που έχει μία συνεχή καμπύλη επιφάνεια. Μπορούμε να φαντασθούμε ότι, αν συνεχίσουμε επ' άπειρο αυτή τη διαδικασία, θα έχουμε ένα λείο κάτοπτρο που συγκεντρώνει παράλληλο φως. Το σχήμα της λείας επιφάνειας (που ονομάζεται παραβολοειδές εκ περιστροφής ή **παραβολικό** κάτοπτρο) ορίζεται ακριβώς από τη φανταστική μας διαδικασία. Το σημείο F όπου συγκεντρώνεται όλο το φως που έχει ανακλασθεί ονομάζεται **κύρια εστία** του παραβολικού κατόπτρου και η απόστασή της από το μέσο (κορυφή) του κατόπτρου καλείται **εστιακή απόσταση**. Είναι σημαντικό να γνωρίζουμε την εστιακή απόσταση. Θα την παριστάνουμε με το γράμμα

f. Στο σχήμα 19-10 φαίνεται μία τομή παράλληλη προς τη διεύθυνση που προσπίπτει το φως. Κάθε μία από τις ακτίνες που σχεδιάζουμε δείχνει πώς ανακλάται το φως. Σύμφωνα με τους νόμους της ανακλάσεως παραμένει στο επίπεδο του σχήματος. Και η γωνία ανακλάσεως κάθε ακτίνας ισούται με τη γωνία προσπίπτουσας. Η καμπύλη που δείχνει το σχήμα είναι η τομή του παραβολικού κατόπτρου με το επίπεδο του σχήματος και είναι μια παραβολή. Η επιφάνεια του κατόπτρου έχει σχήμα που λέγεται παραβολοειδές εκ περιστροφής, γιατί σχηματίζεται αν περιστραφεί η παραβολή του σχήματος 19-10 γύρω από την προσπίπτουσα ακτίνα, η οποία διέρχεται από την κύρια εστία F. Αυτή η προσπίπτουσα ακτίνα διέρχεται από την κύρια εστία, όπως και η ανακλώμενή της και βρίσκεται στον **άξονα περιστροφής** του παραβολοειδούς.

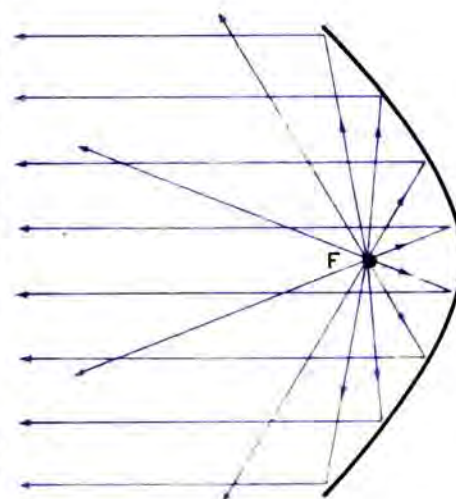


Σχήμα 19-10 Συγκέντρωση φωτός από ένα καμπύλο κάτοπτρο.

Το παραβολικό κάτοπτρο του σχήματος 19-10 έχει την ανακλώσα επιφάνεια στο εσωτερικό του. Οποιοδήποτε καμπύλο κάτοπτρο που έχει την ανακλώσα επιφάνεια στο εσωτερικό του ονομάζεται **κοίλο** κάτοπτρο.

Είδαμε ότι όλο το φως που πέφτει σε ένα παραβολικό κάτοπτρο με διεύθυνση παράλληλη προς τον άξονα ανακλάται, έτσι ώστε να περνά από την κύρια εστία. Αφού το φως μπορεί να κινηθεί και κατά τις δυο κατευθύνσεις κατά μία ορισμένη τροχιά, μπορούμε να ανταλλάξουμε την προσπίπτουσα ακτίνα και την ανακλώμενη αν τοποθετήσουμε μια πολύ μικρή και δυνατή φωτεινή πηγή στην κύρια εστία ενός παραβολικού κατόπτρου. Τότε, το φως που ξεκινά από την κύρια εστία, αφού ανακλασθεί, θα κινηθεί παράλληλα προς τον άξονα του κατόπτρου.

Οι προβολείς και μερικά ηλεκτρικά φανάρια είναι κατασκευασμένα σύμφωνα με αυτή την αρχή, όπως φαίνεται στο σχήμα 19-11. Όλο το φως από την πηγή που πέφτει στην παραβολή κινείται προς τα έξω σε παράλληλες τροχιές και σχηματίζει μία στενή και ισχυρή δέσμη που διασχίζει μεγάλες αποστάσεις στο χώρο.

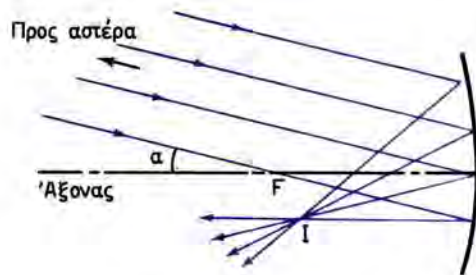


Σχήμα 19-11 Ηλεκτρικό φανάρι. Περισσότερο από το μισό φως από τη λάμπα του φαναριού που βρίσκεται στην κύρια εστία F του παραβολοειδούς, ανακλάται σαν μία παράλληλη δέσμη.

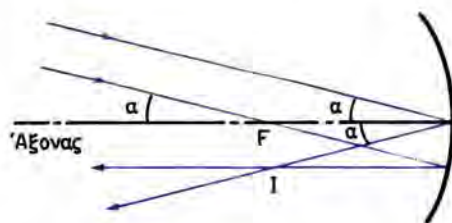
4. Τι θα συμβεί στις φωτεινές ακτίνες του σχήματος 19-10 αν τοποθετήσουμε στο F ένα μικρό επίπεδο κάτοπτρο απέναντι στο κοίλο κάτοπτρο;
5. (α) Μετρήστε σε χιλιοστά τις εστιακές αποστάσεις στα σχέδια των παραβολικών κατόπτρων των σχημάτων 19-10 και 19-11.
(β) Πώς επηρεάζεται η θέση της κύριας εστίας ενός παραβολικού κατόπτρου αν αυτό γίνει περισσότερο επίπεδο;

19-4 Αστρονομικά τηλεσκόπια.

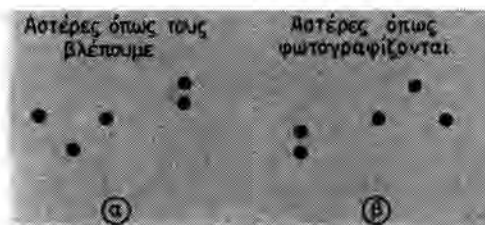
Είδαμε ότι ένα παραβολικό κάτοπτρο εστιάζει σε ένα σημείο (κύρια εστία) όλο το φως που έρχεται παράλληλα προς τον άξονα περιστροφής. Όταν τοποθετήσουμε μία πολύ μικρή πηγή στην εστία ενός τέτοιου κατόπτρου, τότε σχηματίζεται μια παράλληλη δέσμη φωτός. Τι συμβαίνει με το φως που δεν έρχεται παράλληλα προς τον άξονα, ή με το φως από μία πηγή η οποία δεν βρίσκεται στην κύρια εστία; Οι απαντήσεις σε



Σχήμα 19-12 Σχηματισμός του ειδώλου ενός αστέρα που δεν βρίσκεται στον άξονα του τηλεσκοπίου.



Σχήμα 19-13 Απλοποιημένη περίπτωση του σχήματος 19-12 που δείχνει πώς να βρίσκουμε τη θέση του ειδώλου.



Σχήμα 19-14 Σχέδιο των αστέρων όπως φαίνονται στον ουρανό και όπως φωτογραφίζονται από το τηλεσκόπιο. Δοκιμάστε να παρατηρήσετε τη σελίδα ανάποδα.

τέτοιες ερωτήσεις θα μας βοηθήσουν να καταλάβουμε συσκευές που είναι πολύ διαφορετικές, όπως τα αστρονομικά τηλεσκόπια και οι κοίλοι καθρέφτες ξυρίσματος.

Υπάρχουν δυο τρόποι για να απαντήσουμε στις ερωτήσεις αυτές. Μπορούμε να κάνουμε πειράματα με παραβολικά κάτοπτρα ή να σκεφθούμε λογικά τι θα συνέβαινε σύμφωνα με τους δυο νόμους της ανακλάσεως. Μπορούμε μάλιστα να χρησιμοποιήσουμε και τις δυο μεθόδους ή και να τις συνδυάσουμε. Αλλά πρέπει οπωσδήποτε να ελέγξουμε τα συμπεράσματα της λογικής μας με κατάλληλες μετρήσεις.

Ας αρχίσουμε πάλι με το φως ενός αστέρα που πέφτει σε ένα παραβολικό κάτοπτρο. Ας υποθέσουμε αυτή τη φορά ότι οι παράλληλες φωτεινές λεπτές δέσμες δεν ακολουθούν τον άξονα του κατόπτρου αλλά ότι οι ακτίνες σχηματίζουν γωνία α με τον άξονα. Στο σχήμα 19-12 φαίνεται ένα επίπεδο που περιέχει τον άξονα του κατόπτρου και μερικές από τις ακτίνες του φωτός από τον αστέρα. Αν κατασκευάσουμε τις ανακλώμενες ακτίνες, έτσι ώστε η γωνία ανακλάσεως να είναι ίση με τη γωνία προσπτώσεως, θα βρούμε τον τρόπο που πρέπει να λειτουργεί το κάτοπτρο. Όπως βλέπετε στο σχήμα, οι διάφορες ανακλώμενες ακτίνες περνούν μέσα από μία πολύ μικρή περιοχή που βρίσκεται λίγο κάτω από την κύρια εστία, προς την πλευρά του άξονα απέναντι από τον αστέρα. Δεν περνούν μέσα από ένα μοναδικό σημείο. Αλλά μία πολύ προσεκτική κατασκευή (ή γεωμετρικός υπολογισμός) δείχνει ότι πλησιάζουν πολύ σε σημείο, ακόμη και αν συμπεριλάβουμε τις ακτίνες εκείνες που δεν βρίσκονται στο επίπεδο του σχήματος. Επομένως, το κάτοπτρο θα έπρεπε να σχηματίζει ένα ασαφές φωτεινό σημείο στη θέση I όπου σχεδόν εστιάζεται το φως.

Μπορούμε να βρούμε κατά προσέγγιση τη θέση του I αν ακολουθήσουμε δυο από τις πολλές ακτίνες που συγκλίνουν στο I. Αυτές τις διαλέγουμε έτσι ώστε ο σχεδιασμός τους να είναι κατά το δυνατόν ευκολότερος. Συγκεκριμένα γνωρίζουμε ότι μία ακτίνα που περνά από την κύρια εστία θα ανακλαστεί παράλληλα προς τον άξονα. Επίσης μία ακτίνα που έρχεται παράλληλα προς τον άξονα μετά την ανάκλασή της θα περάσει από την εστία. Μία ακτίνα που κτυπά στην κορυφή του συμμετρικού κατόπτρου θα το αφήσει από την άλλη πλευρά του άξονα και θα βρει το είδωλο I. Στο σχήμα 19-13 ακολουθούμε την ακτίνα που περνά από το F (και επομένως είναι παράλληλη προς τον άξονα) και την ακτίνα που κτυπά στην κορυφή του κατόπτρου. Το είδωλο I έχει περίπου την ίδια απόσταση από το κάτοπτρο που έχει και το F, αλλά σχηματίζει την ίδια γωνία με τη μία πλευρά του άξονα που σχηματίζει ο αστέρας με την άλλη. Επομένως τα είδωλα αρκετών αστέρων που παρατηρούμε δια του κεντρικού μέρους του κατόπτρου έχουν την ίδια εικόνα με αυτή που έχουν οι αστέρες στον ουρανό. Απλώς έχουν αναποδογυριστεί και η δεξιά πλευρά έχει πάει στα αριστερά. Επίσης, μία φωτογραφία επάνω σε φωτογραφική πλάκα που τοποθετούμε κάθετα προς τον άξονα στο F δείχνει σωστά την απόσταση των αστέρων (σχ. 19-14). Επομένως το παραβολικό κάτοπτρο είναι αστρονομικό τηλεσκόπιο. Συγκεντρώνει φως από τους αστέρες σε θέσεις σε κοντινά σημεία, που αντιστοιχούν στις θέσεις των αστέρων στην ουράνια σφαίρα. Σχε-



δόν όλα τα σύγχρονα μεγάλα τηλεσκόπια χρησιμοποιούν παραβολικά κάτοπτρα.

Η καρδιά του τηλεσκοπίου Hale του (όρους) Palomar είναι ένα παραβολικό κάτοπτρο διαμέτρου 5 μέτρων. Το μεταλλικό πλαίσιο που φέρει το κάτοπτρο είναι στερεωμένο σε άξονες και στηρίγματα έτσι, ώστε να μπορεί να σκοπεύει σε διάφορα σημεία του ουρανού. Το σχήμα 19-15 δείχνει αυτό το τηλεσκόπιο και δίνει μία ιδέα της εδράσεως που χρειάζεται. Αυτή η έδραση μπορεί να ελέγχεται, έτσι ώστε να παρακολουθεί την κίνηση ενός αστέρα από την ανατολή προς τη δύση κατά τη διάρκεια της φωτογραφίσεώς του. Με τέτοια τηλεσκόπια φωτογραφίζουμε τον ουρανό και επιβεβαιώνουμε κάθε λεπτομέρεια των υποθέσεών μας, καθώς και λεπτομέρειες από όλους τους προσεκτικούς υπολογισμούς που προβλέπουν πόσο ασαφής είναι η εικόνα.

Σπάνια χρησιμοποιούμε μεγάλα αστρονομικά τηλεσκόπια για οπτική παρατήρηση, γιατί δεν μπορούμε να βασισθούμε στο μάτι μας για να λάβουμε τα στοιχεία που χρειαζόμαστε. Ένα φωτογραφικό φιλμ που έχει εκτεθεί για μακρό χρονικό διάστημα συγκεντρώνει περισσότερο φως και αποτυπώνει ακόμη και μία εικόνα που είναι πιο αδύνατη από όσο μπορεί να δει το μάτι μας. Δίνει επίσης μία μόνιμη καταγραφή για τη σχετική ένταση και τις θέσεις των ειδώλων των αστέρων.

Ακόμη και αν εκθέτουμε το φωτογραφικό φιλμ επί μακρό χρονικό διάστημα, χρειαζόμαστε όλο το φως που μπορούμε να συγκεντρώσουμε για να αποτυπώσουμε αδύνατους αστέρες και γαλαξίες επάνω στη φωτογραφική πλάκα. Γι' αυτό χρησιμοποιούμε τηλεσκόπια με κάτοπτρα μεγά-

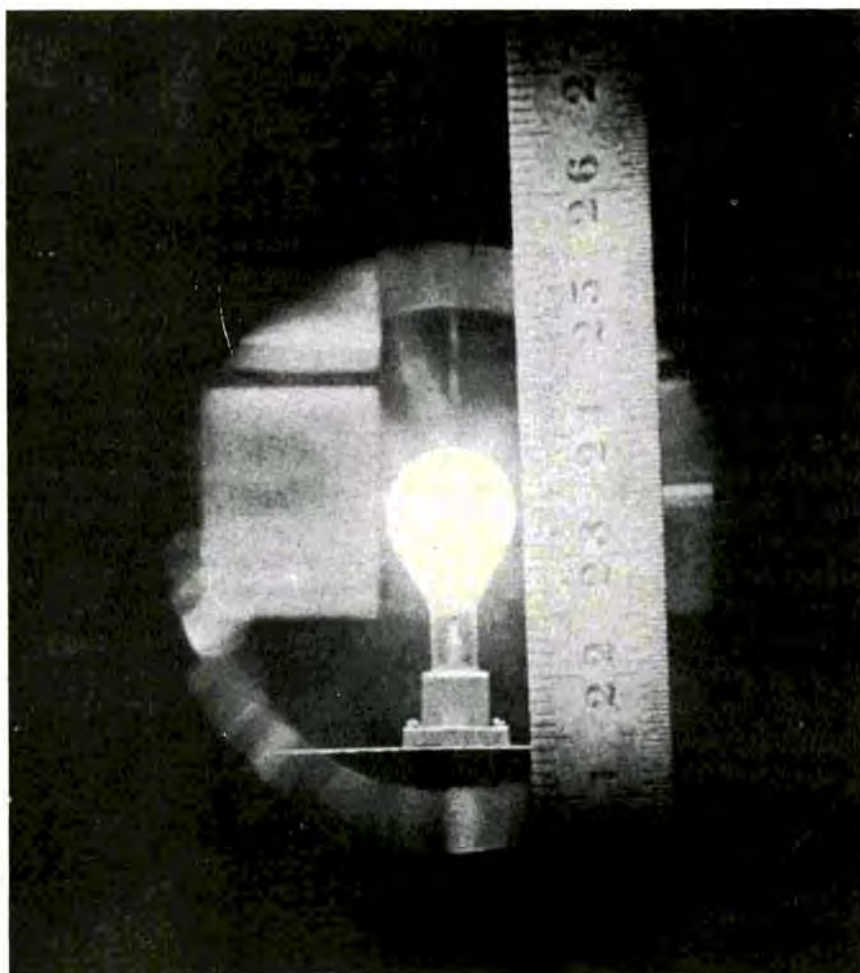
Σχήμα 19-15 Το τηλεσκόπιο Hale του Αστεροσκοπείου του Όρους Palomar. Το βέλος (κάτω αριστερά) δείχνει το κάτοπτρο.

λης διαμέτρου για να αυξήσουμε το ποσό του φωτός που συλλέγεται. Τα μεγαλύτερα τηλεσκόπια συλλέγουν αρκετό φως, ώστε με πολύ ευαίσθητες φωτογραφικές πλάκες και με μακρύ χρονικό διάστημα εκθέσεως μπορούμε να αποτυπώσουμε αχνούς γαλαξίες που απέχουν ακόμη και 10^{22} km.

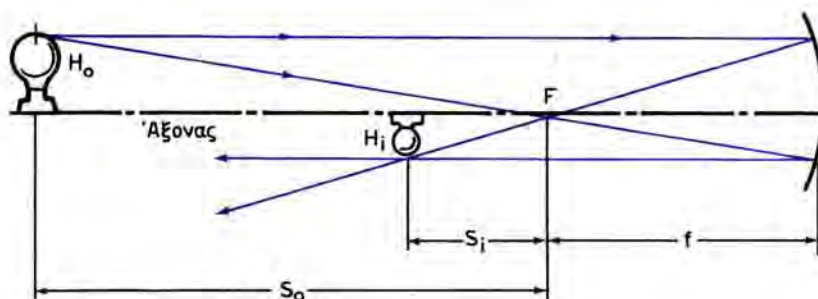
6. Στο σχήμα 19-13, γιατί χρειάζεται να χρησιμοποιήσουμε μόνο δυο ακτίνες για να βρούμε τη θέση του ειδώλου του αστερά;

19-5 Είδωλα και ψευδαισθήσεις.

Μπορείτε να πυροβολήσετε τη λάμπα του σχήματος 19-16, χωρίς να καταστρέψετε την επιφάνειά της, ή να τρεμοσδήσει το φως. Μπορείτε να περάσετε το χέρι σας μέσα από τη λάμπα χωρίς να αισθανθείτε τίποτα. Αυτό γίνεται γιατί η μικρή λάμπα δεν είναι εκεί. Βέβαια το φως



Σχήμα 19-16 Πραγματικό είδωλο που σχηματίζεται από ένα παραβολικό κάτοπτρο. Προσέξτε το μέγεθος που μετρείται στην κλίμακα εκατοστών.



Σχήμα 19-17 Πώς βρίσκουμε το μέγεθος και τη θέση του ειδώλου ενός αντικειμένου που βρίσκεται σε πεπερασμένη απόσταση. Βρίσκουμε τη θέση του ειδώλου αν ακολουθήσουμε την πορεία δυο ακτίνων.

βρίσκεται εκεί. Και ήταν τελείως ορατό για κάποιον που στεκόταν κοντά στη φωτογραφική μηχανή όταν πέραμε τη φωτογραφία. Ο κανόνας που φαίνεται στο σχήμα ήταν και αυτός εκεί, κατασκευασμένος από πραγματικό ξύλο. Αν οι σφαίρες τον χτυπούσαν, θα έσπαγε. Το χέρι σας δεν θα μπορούσε να περάσει από μέσα του.

Η μικρή λάμπα είναι ένα είδωλο, το είδωλο μιας πραγματικής λάμπας που είναι τοποθετημένη κάπου που δεν φαίνεται, περίπου 17 m μπροστά από το είδωλο. Το είδωλο σχηματίστηκε από ένα παραβολικό κάτοπτρο που βρίσκεται περίπου 2 m πίσω από τη φανταστική λάμπα.

Έτσι βλέπουμε ότι τα παραβολικά κάτοπτρα σχηματίζουν είδωλα των αντικειμένων. Αλλά το πείραμα αυτό μας δίνει και άλλα στοιχεία. Γνωρίζουμε ότι η πραγματική λάμπα στεκόταν όρθια επάνω στη βάση της, ενώ το είδωλό της αιωρούνταν στο χώρο ανάποδα. Αν μεταβάλλουμε την απόσταση από τη λάμπα, το είδωλο κινείται και αλλάζει μέγεθος. Όταν κινήσουμε την πραγματική λάμπα προς το κάτοπτρο, το είδωλο απομακρύνεται από το κάτοπτρο προς την πηγή. Επίσης μεγεθύνεται. Θα χρησιμοποιήσουμε τους νόμους της ανακλάσεως και τις συνθήκες που χρειάζονται για το σχηματισμό ειδώλων προκειμένου να προσδιορίσουμε τις σχέσεις μεταξύ των αποστάσεων και μεταξύ των μεγεθών του ειδώλου και του αντικειμένου όπως ονομάζεται συνήθως η πηγή σε εργασίες αυτού του είδους.

Υποθέστε ότι ένα αντικείμενο βρίσκεται μπροστά από ένα παραβολικό κάτοπτρο σε απόσταση S_o από την κύρια εστία του (σχ. 19-17). Το ύψος του αντικειμένου είναι H_o . Ας εξετάσουμε το φως που έρχεται από την κορυφή του αντικειμένου και προσπίπτει στο κάτοπτρο. Ειδικότερα ακολουθήστε τις δυο ακτίνες που έχουν σχεδιασθεί στο σχήμα. Η μία αντιπροσωπεύει το φως που περνά από την εστία F του κατόπτρου και επιστρέφει παράλληλα προς τον άξονα. Η άλλη αρχίζει παράλληλα προς τον άξονα και επομένως πρέπει ανακλώμενη να διέλθει από την εστία. Το σημείο όπου διασταυρώνονται μετά την ανάκλαση πρέπει να είναι η θέση όπου συγκεντρώνεται ξανά το φως για να σχηματίσει το είδωλο της κορυφής του αντικειμένου. Χρειαζόμαστε μόνο αυτές τις δυο ακτίνες γιατί όλες οι υπόλοιπες ανακλώμενες ακτίνες από την κορυφή του αντικειμένου θα περάσουν μέσα από μία πολύ μικρή έκταση που περιβάλλει το σημείο διασταύρωσης των δυο ακτίνων που διαλέξαμε. Έχουμε ήδη βρει ότι το ίδιο πράγμα ισχύει και για το φως που έρχεται από έναν αστέρα όταν δεν είναι τελείως παράλληλο προς τον άξονα του κατόπτρου.

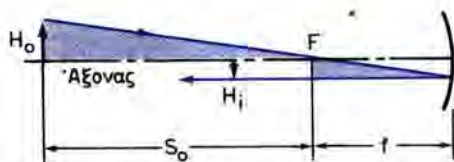
Βλέπουμε το είδωλο της κορυφής του αντικειμένου γιατί το φως που ακολουθεί διάφορες τροχιές περνά από ένα σημείο του ειδώλου και αποκλίνει από εκεί προς το μάτι μας ή τη φωτογραφική μηχανή, ακριβώς σαν να βρίσκεται εκεί μία μικρότερη έκδοση του αντικειμένου. Το σημείο διασταυρώσεως των δυο ακτίνων μας δείχνει πόσο απέχει από το F το είδωλο της κορυφής, αλλά προσδιορίζει και το ύψος H_i του ειδώλου, το οποίο εκτείνεται κάτω από τον άξονα με τη βάση του πάνω στον άξονα. Μπορούμε να δρούμε τι προβλέπουν οι νόμοι της ανακλάσεως για το είδωλο, κάθε φορά που σχεδιάζουμε δύο τέτοιες ακτίνες υπό κλίμακα. Για παράδειγμα εξετάστε το πρώτο πείραμα που συζητήσαμε σε αυτή την παράγραφο. Για να πάρουμε τη φωτογραφία του σχήματος 19-16, χρησιμοποιήσαμε την ακόλουθη διάταξη. Η πραγματική φωτεινή λάμπα τοποθετήθηκε 17,50 m μπροστά από την κύρια εστία του κατόπτρου. Χρησιμοποιήσαμε παράλληλο φως από τον ήλιο και προσδιορίσαμε την εστιακή απόσταση του κατόπτρου που είναι 1,75 m. Έτσι η απόσταση μεταξύ της πηγής και του κατόπτρου ήταν 19,25 m. Είδαμε το είδωλο σε 0,175 m μπροστά από το σημείο εστίασεως ή 1,92 m από το κατόπτρο. Η πηγή ήταν μία κοινή μεγάλη ηλεκτρική λάμπα ύψους 19 cm. Και αν μετρήσουμε το μέγεθος του ειδώλου σε εκατοστά, βρίσκουμε ότι έχει ύψος μόνο 1,9 cm και είναι αντεστραμμένο. Αν κάνουμε ένα σχέδιο της διατάξεως υπό κλίμακα και σχεδιάσουμε αυτές τις δυο ακτίνες, βρίσκουμε ότι το είδωλο θα έπρεπε να είναι σε απόσταση 17,5 cm ή 0,175 m μπροστά από το F και ότι το ύψος του θα έπρεπε να είναι το ένα δέκατο του αντικειμένου, σύμφωνα δηλαδή με τα πειραματικά δεδομένα. Με παρόμοια σχέδια μπορείτε να βρείτε το μέγεθος και τη θέση του ειδώλου για άλλες διατάξεις αντικειμένου και κατόπτρου ή για κατόπτρα με διαφορετικές εστιακές αποστάσεις.

Η γεωμετρία αυτών των σχημάτων με δυο ακτίνες είναι τόσο απλή που δεν χρειάζεται ο προσδιορισμός των καταλλήλων σχέσεων. Αλλά είναι ανιαρό να κάνουμε διαγράμματα συνεχώς, και η απλότητα της γεωμετρίας μας υποβάλλει την ιδέα να εκφράσουμε τα αποτελέσματα με πολύ απλές μαθηματικές σχέσεις. Ας αρχίσουμε με τη σχέση του μεγέθους του ειδώλου ως προς το μέγεθος του αντικειμένου.

Στο σχήμα 19-18 παραλείψαμε όλα εκτός από την ακτίνα από την κορυφή του αντικειμένου που περνά από την κύρια εστία. Επειδή η ακτίνα ανακλάται παράλληλα προς τον άξονα και περνά από το είδωλο, η «κορυφή» του ειδώλου πρέπει να απέχει από τον άξονα όσο απέχει το ανακλώμενο τμήμα της ακτίνας. Επομένως, το H_i έχει ύψος ίσο με την κάθετο από το F στην ανακλώμενη ακτίνα. Τώρα μπορούμε να δρούμε αμέσως το λόγο των H_i και H_o από τα σκιασμένα όμοια τρίγωνα. Επειδή f και S_o είναι οι βάσεις και H_i και H_o τα αντίστοιχα ύψη, έχουμε:

$$\frac{H_i}{H_o} = \frac{f}{S_o}$$

Στην πραγματικότητα η βάση του μικρού τριγώνου είναι λίγο πιο μικρή από f λόγω της καμπυλότητας του κατόπτρου. Αλλά εφόσον το αντικείμενο δεν είναι πολύ μεγάλο, η ακτίνα θα διασταυρωθεί με τον άξονα με μικρή γωνία. Το σημείο όπου θα κτυπήσει στο κατόπτρο θα έχει απόσταση από την κύρια εστία σχεδόν f .



Σχήμα 19-18 Πώς βρίσκουμε το λόγο του μεγέθους του ειδώλου προς το μέγεθος του αντικειμένου με όμοια τρίγωνα. Χρησιμοποιούμε την ακτίνα από την κορυφή του ειδώλου που περνά από την κύρια εστία για να συσχετίσουμε το λόγο των μεγεθών με το λόγο της εστιακής αποστάσεως και της αποστάσεως του αντικειμένου από την κύρια εστία.

Για να προσδιορίσουμε λοιπόν με αυτή την εξαιρετικά καλή προσέγγιση το λόγο του μεγέθους του ειδώλου προς το μέγεθος του αντικειμένου, το μόνο που πρέπει να γνωρίζουμε είναι ο λόγος της εστιακής αποστάσεως προς την απόσταση του αντικειμένου από την κύρια εστία. Αν χρησιμοποιήσουμε το παράδειγμα του σχήματος 19-16 με $f = 1,75 \text{ m}$ και $S_o = 17,5 \text{ m}$, έχουμε:

$$\frac{H_i}{H_o} = \frac{1,75}{17,5} = 0,100$$

Και στο πείραμα επίσης ήταν 0,100.

Τώρα, ας δούμε τι πληροφορίες μπορούμε να λάβουμε από την άλλη ακτίνα που έρχεται παράλληλα προς τον άξονα και ανακλάται διερχόμενη από την κύρια εστία. Θα τη χρησιμοποιήσουμε για να κατασκευάσουμε τα σκιασμένα όμοια τρίγωνα στο σχήμα 19-19. Από αυτά τα τρίγωνα βρίσκουμε:

$$\frac{H_i}{H_o} = \frac{S_i}{f}$$

Και πάλι θα γίνει αυτό με ένα μικρό σφάλμα, γιατί θα έπρεπε αντί για f να χρησιμοποιήσουμε f μείον τη μικρή απόσταση που φαίνεται στο σχήμα. Όταν αυτή η σχέση συνδυασθεί με την:

$$\frac{H_i}{H_o} = \frac{f}{S_o}, \quad \text{έχουμε} \quad \frac{S_i}{f} = \frac{f}{S_o} \quad \text{ή} \quad S_i S_o = f^2$$

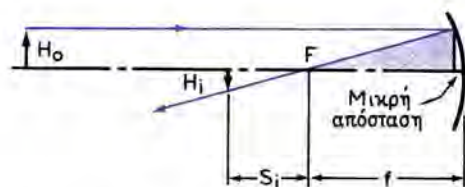
Οι αποστάσεις του ειδώλου και του αντικειμένου από την εστία είναι μεταξύ τους αντιστρόφως ανάλογες. Καθώς το αντικείμενο πλησιάζει προς το κάτοπτρο, το είδωλο πρέπει να απομακρύνεται ώστε το γινόμενο $S_o S_i$ να μένει ίσο με f^2 . Αυτό ακριβώς βρήκαμε όταν μετακινήσαμε τη λάμπα στην αρχή αυτής της παραγράφου. Αρχικά, S_o ήταν $17,5 \text{ m}$ και S_i ήταν $0,175 \text{ m}$ και είχαν γινόμενο $S_o S_i = (1,75) \cdot (0,175) \text{ m}^2 = (1,75)^2 \text{ m}^2$ που είναι το τετράγωνο της εστιακής αποστάσεως. Μπορείτε να δείτε ποια ήταν τα S_i και S_o αφού κινήθηκε η λάμπα και πλησίασε το κάτοπτρο κατά $8,75 \text{ m}$. Χρησιμοποιήστε το νέο S_o και την εξίσωση $S_i = f^2/S_o$ και θα βρείτε το S_i . Στο πείραμα το είδωλο της λάμπας κινείται κατά $0,175 \text{ m}$ και το ύψος της διπλασιάζεται. Συμφωνεί ο υπολογισμός σας;

Αν χρησιμοποιήσουμε τις σχέσεις

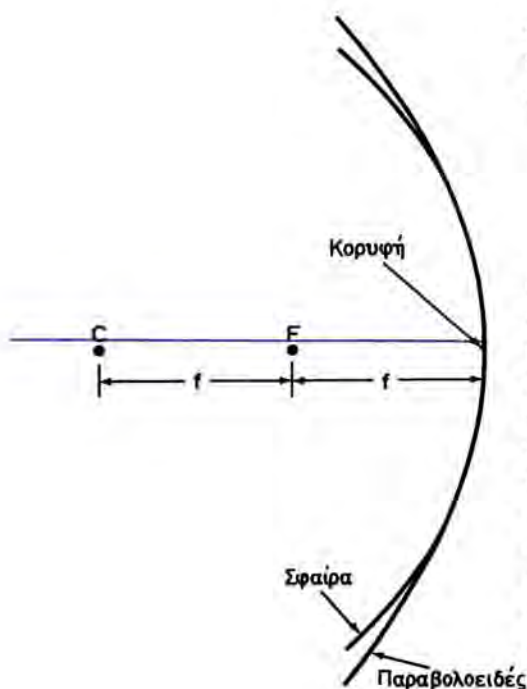
$$S_i = \frac{f^2}{S_o} \quad \text{και} \quad H_i = \frac{f}{S_o} H_o$$

μπορούμε να βρούμε γρήγορα τις θέσεις και τα μεγέθη των ειδώλων σε όλα τα παραβολικά κάτοπτρα.

Δεν μπορούμε να αντισταθούμε σε ένα πολύ ελκυστικό παράδειγμα της εφαρμογής του $S_o S_i = f^2$. Ας ρωτήσουμε: Πόσο πρέπει να απέχει από την κύρια εστία το αντικείμενο ώστε το είδωλό του να βρίσκεται στην ίδια θέση; Δηλαδή τότε είναι ίσα τα S_o και S_i ; Είναι φανερό ότι η απάντηση είναι: όταν τα S_o και S_i είναι ίσα με f , όταν δηλαδή το



Σχήμα 19-19 Πώς βρίσκουμε μία άλλη σχέση μεταξύ των μεγεθών του ειδώλου και του αντικειμένου. Χρησιμοποιούμε την ακτίνα από την κορυφή του αντικειμένου και παράλληλη προς τον κύριο άξονα για να συσχετίσουμε το λόγο των μεγεθών με το λόγο της εστιακής αποστάσεως και της αποστάσεως του ειδώλου από την κύρια εστία.



Σχήμα 19-20 Η σχέση σφαιρικού και παραβολικού κατόπτρου. Η κοινή κύρια εστία βρίσκεται στο F και το κέντρο της σφαίρας (κέντρο καμπυλότητας) είναι στο C.

αντικείμενο και το είδωλο βρίσκονται και τα δυο σε απόσταση $2f$ από την κορυφή του κατόπτρου. Επιπλέον, το αντικείμενο και το είδωλο έχουν το ίδιο μέγεθος επειδή η σχέση:

$$H_i = \frac{f}{S_o} H_o \quad \text{δίνει} \quad H_i = H_o$$

Όταν το αντικείμενο είναι πολύ μικρό και βρίσκεται επάνω στον άξονα σε απόσταση f μπροστά από την εστία, το κάτοπτρο θα ανακλάσει το φως μέσα σε μικρή περιοχή που περιβάλλει το αντικείμενο. Παρόμοια, ένα σφαιρικό κάτοπτρο θα στείλει το φως που έρχεται από το κέντρο της σφαίρας (κέντρο καμπυλότητας), της οποίας είναι ένα τμήμα, ξανά πίσω στο κέντρο. Φαίνεται ότι το ενεργό τμήμα ενός παραβολικού κατόπτρου πρέπει να μοιάζει πολύ με το τμήμα μιας σφαίρας. Συγκεκριμένα ένα παραβολικό κάτοπτρο με εστιακή απόσταση f πρέπει να είναι σχεδόν ίδιο με το τμήμα μιας σφαίρας με ακτίνα $2f$. Αυτή η σχέση φαίνεται στο σχήμα 19-20, όπου ένας κύκλος με κέντρο στο C και μία παραβολή με εστία στο F επικαλύπτονται. Μακριά μόνο από τον άξονα βρίσκουμε κάποια διαφορά, καθώς η σφαίρα κλείνει προς τα μέσα και το παραβολοειδές ανοίγει προς τα έξω.

Μπορούμε να χρησιμοποιούμε σφαιρικό κάτοπτρο αντί για παραβολικό αν χρησιμοποιούμε μόνο το κεντρικό τμήμα του. Πραγματικά, επειδή είναι γενικά φθηνότερο να κατασκευάσουμε τμήμα σφαίρας αντί τμήμα παραβολοειδούς, όταν θέλουμε να έχουμε ένα κάτοπτρο εστιακής αποστάσεως f χρησιμοποιούμε συχνά σφαιρικό κάτοπτρο ακτίνας $2f$.

7. (α) Στο σχήμα 19-17 τι θα συμβεί αν τοποθετηθεί η πραγματική λάμπα στη θέση όπου είχε σχηματισθεί το πραγματικό είδωλο;
- (6) Μπορείτε να διατυπώσετε ένα γενικό κανόνα για τη μετακίνηση του αντικειμένου στη θέση του πραγματικού ειδώλου του;
8. Στο σχήμα 19-17, αν τα μάτια σας είναι στη θέση του γραμματος S_i , θα μπορείτε να δείτε το είδωλο;
9. Ένα καρφί ύψους 4,0 cm είναι εμπρός από ένα κοίλο κάτοπτρο, σε απόσταση 15 cm από την κύρια εστία του. Η εστιακή απόσταση του κατόπτρου είναι 20 cm. Ποιο είναι το μέγεθος του ειδώλου;
10. Το είδωλο ενός κεριού βρίσκεται σε απόσταση 30 cm από την κορυφή ενός κοίλου κατόπτρου. Το κερί έχει ύψος 10 cm και το είδωλό του έχει ύψος 0,5 cm. Ποια είναι η εστιακή απόσταση του κατόπτρου;
11. Ποιο θα είναι το μέγεθος του ειδώλου του ηλίου που σχηματίζεται από το τηλεσκόπιο Palomar, του οποίου η εστιακή απόσταση είναι 18 m; Ο ήλιος έχει διάμετρο $1,4 \times 10^9$ m και βρίσκεται σε απόσταση $1,5 \times 10^{11}$ m.
12. Πώς επηρεάζεται το γινόμενο $S_i S_o$ αν χρησιμοποιήσουμε ένα κάτοπτρο που έχει εστιακή απόσταση διπλάσια από την εστιακή απόσταση του κατόπτρου του σχήματος 19-19;

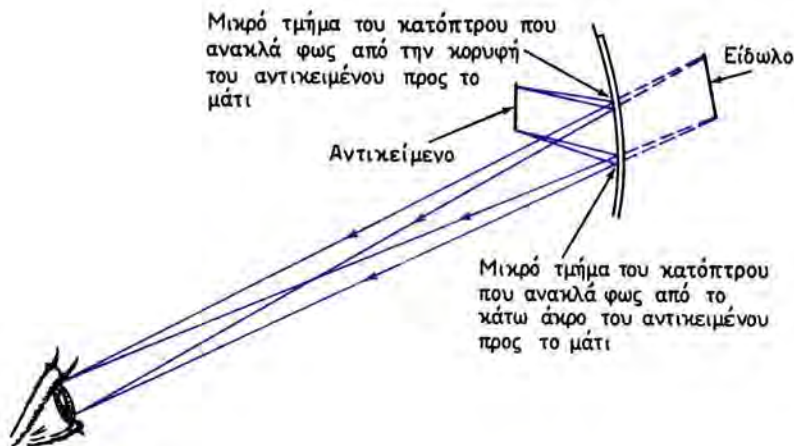
19-6 Πραγματικά και φανταστικά είδωλα.

Το είδωλο της λάμπας στην παράγραφο 19-5 είναι ένα πραγματικό είδωλο. Οι φωτεινές λεπτές δέσμες που βρίσκουμε συγκλίνουν πραγματικά προς αυτό και αποκλίνουν από αυτό προς τα μάτια μας. Έτσι το ξεχωρίζουμε από το φανταστικό είδωλο που βλέπουμε σε ένα επίπεδο κάτοπτρο. Μπορεί να μην περνά φως μέσα από ένα φανταστικό είδωλο, αλλά σίγουρα περνά φως μέσα από ένα πραγματικό είδωλο και μπορούμε να πάρουμε μία φωτογραφία αν δάλομε το φωτογραφικό φιλμ στη θέση του ειδώλου, όπως παρατηρήσαμε στην περίπτωση του αστρονομικού τηλεσκοπίου. Δεν θα πετύχομε τίποτε αν δάλομε το φωτογραφικό φιλμ πίσω από ένα επίπεδο κάτοπτρο στη θέση του ειδώλου.

Αν μελετήσουμε παραβολικά κάτοπτρα (ή το κατά προσέγγιση σφαιρικό τους ισοδύναμο), μπορούμε να μάθουμε πότε τα κάτοπτρα σχηματίζουν πραγματικά είδωλα και πότε τα είδωλα είναι φανταστικά. Τα προηγούμενα πειράματά μας παρέχουν τη λύση του προβλήματος. Από τη σχέση $S_i = f^2/S_o$ βρίσκουμε ότι όσο μετακινούμε το αντικείμενο πλησιέστερα προς την κύρια εστία, το είδωλο απομακρύνεται. Όταν το S_o γίνεται πολύ μικρό, το S_i , η απόσταση του ειδώλου, γίνεται τεράστια. Και όταν το αντικείμενο βρίσκεται στην κύρια εστία, το πραγματικό είδωλο εξαφανίζεται σε άπειρη απόσταση εμπρός από το κάτοπτρο.

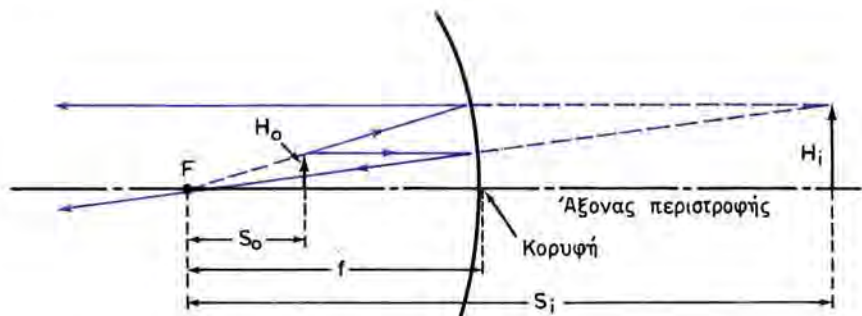
Αν εξακολουθήσουμε να μετακινούμε το αντικείμενο πλησιέστερα προς το κάτοπτρο, δεν θα παραξενευθούμε αν βρούμε ένα φανταστικό είδωλο να πλησιάζει από μακριά πίσω από το κάτοπτρο και να φθάνει στην επιφάνειά του, όταν φθάνει σε αυτήν και το αντικείμενο. Στο κάτω-κάτω είναι δύσκολο να ξεχωρίσουμε αρκετά μικρό τμήμα του κατόπτρου από ένα επίπεδο κάτοπτρο. Και όταν το αντικείμενο είναι κοντά, μόνο ένα μικρό τμήμα του κατόπτρου ανακλά φως από το αντικείμενο προς εμάς. Τότε το μικρό τμήμα δρα ως επίπεδο κάτοπτρο και σχηματίζει ένα φανταστικό είδωλο (σχ. 19-21).

Τώρα, ένα διάγραμμα με δυο ακτίνες (σχ. 19-22) μας διευκολύνει να δούμε ότι, όταν το αντικείμενο βρίσκεται μεταξύ της εστίας και του κατόπτρου, έχουμε ένα φανταστικό είδωλο. Χρησιμοποιούμε τις ίδιες



Σχήμα 19-21 Σχηματισμός φανταστικού ειδώλου από ένα κοίλο κάτοπτρο. Οι ακτίνες που εισέρχονται στο μάτι από ένα σημείο του αντικειμένου ανακλώνται από ένα πολύ μικρό τμήμα του κατόπτρου που μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι κατά προσέγγιση ένα κομμάτι επίπεδου κατόπτρου. Φαίνονται δυο τέτοια μικρά τμήματα. Προσέξτε ότι είναι λίγο διαφορετικά προσανατολισμένα. Αυτές οι διαφορές προσανατολισμού έχουν σαν αποτέλεσμα τη δημιουργία μεγεθυμένου φανταστικού ειδώλου.

Σχήμα 19-22 Σχηματισμός φανταστικού ειδώλου σε ένα κοίλο κάτοπτρο. Το αντικείμενο βρίσκεται μεταξύ της κύριας εστίας F και του κατόπτρου. Χρησιμοποιούμε τις κύριες ακτίνες για να βρούμε τη θέση του ειδώλου.



δυο ακτίνες – ονομάζονται κύριες ή χαρακτηριστικές ακτίνες – η μία παράλληλη προς τον άξονα που πρέπει να ανακλάται διερχόμενη από την εστία και η άλλη που έρχεται από την εστία στο κάτοπτρο και κατόπιν φεύγει παράλληλα προς τον άξονα. Όπως δείχνει το σχήμα 19-22, μετά την ανάκλαση αυτές οι ακτίνες φαίνονται σαν να έρχονται από ένα σημείο πίσω από το κάτοπτρο, και το είδωλο, συγκριτικά με το αντικείμενο, είναι πάντοτε μεγεθυμένο. Η χάραξη των ακτίνων θα μας δώσει τις λεπτομέρειες όπως και προηγουμένως. Και αν θέλετε πειραματικό έλεγχο μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το εσωτερικό ενός γυαλιστερού μεταλλικού στρογγυλού δοχείου, το εσωτερικό ενός μεγάλου κουταλιού ή έναν κοίλο καθρέφτη ξυρίσματος. Μία ακριδής σφαίρα ή παραβολή θα δώσουν ακριβείς μετρήσεις, αλλά δεν θα αλλάξουν τη φύση των παρατηρήσεων.

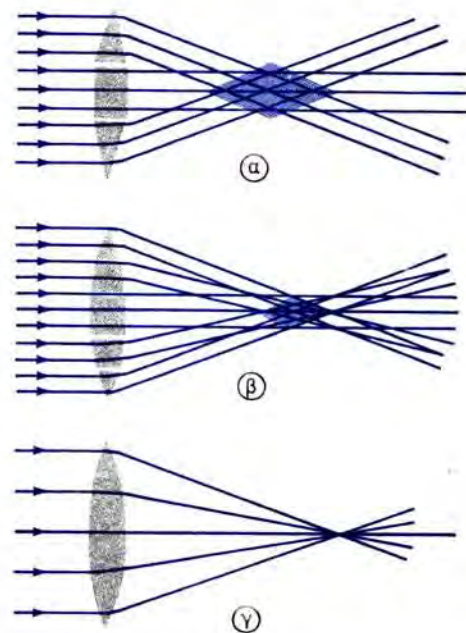
13. Το πραγματικό είδωλο που σχηματίζεται από ένα παραβολικό κάτοπτρο είναι ποτέ μεγαλύτερο από το αντικείμενο;
14. Το φανταστικό είδωλο που σχηματίζεται από το παραβολικό κάτοπτρο του σχήματος 19-22 είναι ποτέ μικρότερο από το αντικείμενο;
15. Έχετε δει ποτέ τη φωτογραφία της ανακλάσεως ενός αντικειμένου από ένα επίπεδο κάτοπτρο; Από τις παρατηρήσεις σας μπορείτε να φωτογραφίσετε ένα φανταστικό είδωλο;
16. Γιατί δεν μπορούμε να παρατηρήσουμε το είδωλο της λάμπας που έχει τοποθετηθεί στην κύρια εστία του κατόπτρου στο σχήμα 19-11;
17. Στο σχήμα 19-17 εξετάστε μία ακτίνα από την κορυφή του αντικειμένου (λάμπας) που προσπίπτει στο κεντρικό σημείο της επιφάνειας (κορυφή) του κατόπτρου. Προς ποια κατεύθυνση θα ανακλασθεί;

19-7 Φακοί.

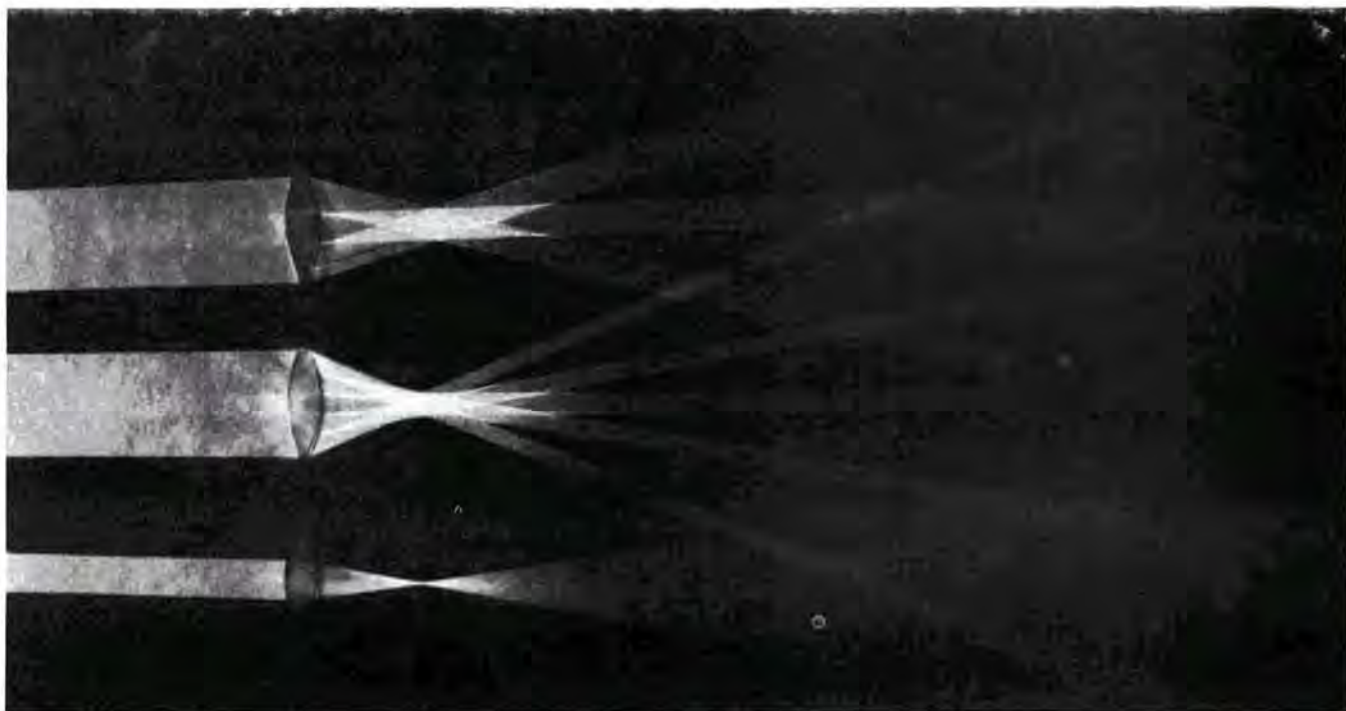
Στις προηγούμενες παραγράφους αυτού του κεφαλαίου είδαμε ότι μπορούμε να ελέγξουμε τις φωτεινές δέσμες και να αλλάξουμε τη διεύθυνσή τους με τη χρήση καμπύλων κατόπτρων. Κατασκευές που μπορούν να επιτύχουν παρόμοιους σκοπούς με διάθλαση αντί ανάκλαση ονομάζονται φακοί. Για να καταλάβουμε πώς λειτουργεί ένας φακός, ας

εξετάσουμε τη συμπεριφορά του φωτός που περνά μέσα από το συνδυασμό μιας γυάλινης πλάκας με παράλληλες πλευρές και δυο τριγωνικών πρισμάτων, όπως φαίνονται στο σχήμα 19-23 (α). Αν μία παράλληλη φωτεινή δέσμη πέσει στο σύστημα αυτό από τα αριστερά, κάθετα προς την κεντρική γυάλινη πλάκα, θα συμπεριφερθεί όπως δείχνουν οι ακτίνες που φαίνονται στο σχήμα. Το φως που διαπερνά την κεντρική πλάκα θα συνεχίσει κατά την αρχική του κατεύθυνση, αφού η γωνία προσπίπτωσης είναι 0° . Το φως που προσπίπτει στο επάνω πρίσμα θα αποκλίνει προς τα κάτω κατά ένα ποσοστό που εξαρτάται από τη γωνία του πρίσματος και του δείκτη διαθλάσεώς του. Κατά παρόμοιο τρόπο το φως που κτυπά το κάτω πρίσμα θα αποκλίνει προς τα επάνω. Το αποτέλεσμα είναι ότι υπάρχει μία περιοχή που φαίνεται σκιασμένη στο σχήμα, μέσα από την οποία περνά σχεδόν όλο το φως που πέφτει στην πλάκα και στα πρίσματα.

Η σύγκλιση μιας παράλληλης φωτεινής δέσμης σε μία περιορισμένη περιοχή με αυτό το σύστημα μοιάζει με τη σύγκλιση μιας όμοιας δέσμης με ένα σύστημα κατόπτρων (βλ. παράγρ. 19-3). Αν αφαιρέσουμε τμήματα των πρισμάτων και τα αντικαταστήσουμε με τμήματα που έχουν μικρότερες γωνίες, πλησιάζουμε όλο και περισσότερο σε ένα κομμάτι γυαλί με τη λεία, καμπύλη επιφάνεια που φαίνεται στο σχήμα 19-23 (γ). Αυτή η κατασκευή είναι το όριο που πλησιάζουμε όσο αυξάνουμε απεριόριστα τον αριθμό των πρισμάτων, ακριδώς όπως το παραβολικό κάτοπτρο του



Σχήμα 19-23 Κατασκευή φακού με υποδιαιρέσεις τμημάτων πρίσματος.



σχήματος 19-10 ήταν το όριο που πλησιάζαμε, όσο χρησιμοποιούσαμε όλο και περισσότερα επίπεδα κάτοπτρα για να συγκεντρώσουν το παράλληλο φως. Στο σχήμα 19-24 εφαρμόσαμε την κατασκευή που φαίνεται

Σχήμα 19-24 Τα πειράματα των διαγραμμάτων του σχήματος 19-23.

Σχήμα 19-25 Συγκέντρωση φωτός από ένα κυλινδρικό φακό σαν αυτό που φαίνεται στο σχήμα 19-24. Προσέξτε ότι το φως εστιάζεται πάνω σε ευθεία γραμμή.



στο σχήμα 19-23. Με τη διαδικασία που περιγράψαμε παράγεται ένας συγκλίνων φακός ο οποίος συγκεντρώνει σε μία γραμμή όλο το παράλληλο φως που πέφτει επάνω του, όπως φαίνεται στο σχήμα 19-25.

Η διάταξη που μόλις κατασκευάσαμε είναι ένας κυλινδρικός συγκλίνων φακός. Προσέξτε ότι δεν έχουμε δώσει ορισμό των επιφανειών του φακού, εκτός του ότι παράγονται αν αυξήσουμε απεριόριστα τον αριθμό των τμημάτων των πρισμάτων που χρησιμοποιούμε για να συγκεντρώσουμε το φως. Είναι δυνατόν να δείξουμε ότι η τελική επιφάνεια μοιάζει πολύ με κύλινδρο. Με άλλα λόγια οι γραμμές που αντιπροσωπεύουν επιφάνειες στο σχήμα 19-23 (γ) είναι τόξα κύκλων. Οι διαφορές μεταξύ της ιδανικής επιφάνειας που εστιάζει παράλληλο φως σε μία σαφή ευθεία και ενός κυλίνδρου είναι πολύ μικρές αν εκπληρώνονται δυο συνθήκες: (1) Το πάχος του φακού να είναι αρκετά μικρότερο από το πλάτος του και (2) το πλάτος του να είναι αρκετά μικρότερο από την απόσταση του φακού από την ευθεία όπου συγκεντρώνεται το φως.

Οι κυλινδρικοί συγκλίνοντες φακοί εστιάζουν το φως από μία μακρινή σημειακή φωτεινή πηγή σε μία ευθεία. Στις περισσότερες περιπτώσεις προτιμούμε το φως που έρχεται από σημειακή πηγή να εστιάζεται σε σημείο. Μπορούμε να επιτύχουμε αυτή την εστίαση, να κατασκευάσουμε δηλαδή ένα φακό που οι επιφάνειές του να έχουν την ίδια καμπυλότητα προς όλες τις διευθύνσεις. Τέτοιες επιφάνειες είναι τμήματα σφαιρας. Σχεδόν όλοι οι φακοί ορίζονται από δυο σφαιρικές επιφάνειες.

Όταν οι δυο σφαιρικές επιφάνειες παράγουν ένα φακό που είναι παχύτερος στο μέσον του (όπου βρίσκεται το οπτικό κέντρο) από όσο είναι στα άκρα του τότε ο φακός είναι **συγκλίνων**.

Η ευθεία που περνά από το κεντρικό σημείο (οπτικό κέντρο) του φακού και επάνω στην οποία βρίσκονται τα κέντρα των δυο σφαιρών ονομάζεται κύριος άξονας του φακού. Το σημείο του άξονα όπου εστιάζονται ή συγκλίνουν παράλληλες προς τον κύριο άξονα προσπίπτουσες ακτίνες είναι η κύρια εστία F . Η απόσταση της κύριας εστίας από το κέντρο του φακού είναι γνωστή ως εστιακή απόσταση f .

ΠΡΟΣΘΕΤΑ ΘΕΜΑΤΑ



Οπτικές ίνες

Υποθέστε ότι ρίχνετε φως κατευθείαν μέσα στην άκρη μιας λεπτής ίνας από γυαλί. Όλο το φως που προσπίπτει στην κυλινδρική επιφάνεια της ίνας από μέσα θα έχει γωνία μεγαλύτερη από την οριακή γωνία και επομένως θα υποστεί ολική ανάκλαση. Έτσι το φως που μπαίνει σε μία λεπτή γυάλινη ίνα από το ένα άκρο θα βγει από το άλλο άκρο ακόμη κι αν η ίνα είναι καμπυλωμένη.

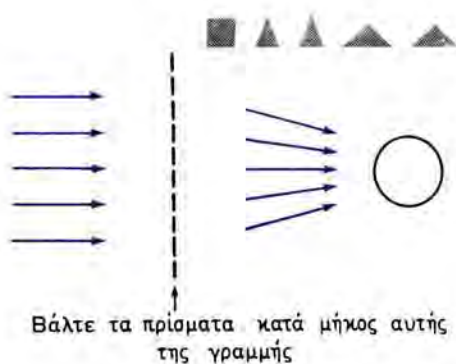
Μία δέσμη από τέτοιες ίνες προσφέρεται για τη μετάδοση φωτός σε καμπύλη τροχιά. Για να αποφύγουμε το πέρασμα του φωτός από τη μία ίνα στην άλλη, κάθε ίνα επικαλύπτεται με ένα λεπτό στρώμα από μία ουσία με δείκτη διαθλάσεως μικρότερο από το δείκτη διαθλάσεως του γυαλιού. Με αυτή την επικάλυψη δημιουργείται ολική ανάκλαση στο όριο μεταξύ του γυαλιού και της επικάλυψης.

Αυτή η φωτογραφία δείχνει ένα ινδοσκόπιο που χρησιμοποιείται από γιατρούς για την εξέταση του οισοφάγου και του στομάχου. Ο εύκαμπτος σωλήνας στα αριστερά φτάνει

στο στομάχι του ασθενούς από το στόμα. Το φως έρχεται μέσα από δυο δέσμες από ίνες που περιέχονται στο σωλήνα στα δεξιά. Ο σωλήνας συνδέεται με μία δυνατή πηγή φωτός. Μία τρίτη δέσμη από ίνες φέρνει την εικόνα στον προσοφθάλμιο φακό στο κέντρο. Ο χειριστής μπορεί να εστιάσει το όργανο έτσι, ώστε να σχηματίσει καθαρές εικόνες σε διάφορες αποστάσεις. Η προσθήκη στη φωτογραφία δείχνει μία μεγεθυμένη εικόνα του άκρου του σωλήνα στα αριστερά.

Η διάμετρος μιας μεμονωμένης ίνας είναι περίπου 15 micrometers (10^{-6} m). Μία τυπική δέσμη ινών έχει παραπάνω από 5×10^4 ίνες και διάμετρο περίπου 2-3 mm.

Αυτή η καταπληκτική εφαρμογή της ολικής ανάκλασης έχει προωθήσει πάρα πολύ τις διαγνωστικές τεχνικές, αφού επιτρέπει στους γιατρούς να δουν το εσωτερικό πολλών ανθρωπίνων οργάνων χωρίς να καταφεύγουν σε εγχείρηση.

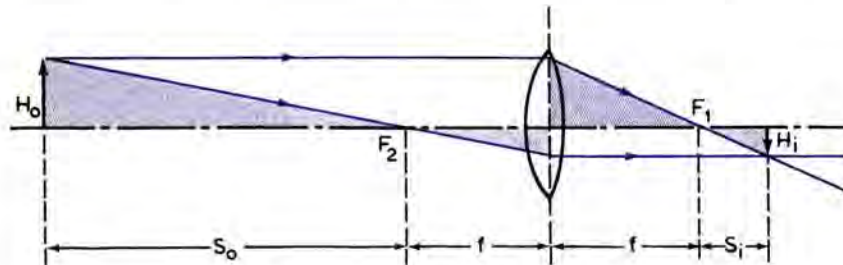


Σχήμα Β

18. Να τοποθετήσετε τα πρίσματα που φαίνονται στο σχήμα Β, έτσι ώστε να συγκεντρώνουν τη φωτεινή δέσμη σε μία μικρή περιοχή που φαίνεται στο ίδιο σχήμα.
19. Πώς πρέπει να αλλάξετε τα πρίσματα του σχήματος 19-23 (6), ώστε να συγκεντρώνουν το φως σε μία περιοχή πιο μακριά από το φακό;
20. Δυο φακοί έχουν ακριδώς το ίδιο σχήμα αλλά δεν εστιάζουν το φως από μία μακρινή πηγή στην ίδια απόσταση από το φακό. Τι προκαλεί αυτή τη διαφορά στην εστιακή απόσταση;
21. Ένας φακός και ένα καμπύλο κάτοπτρο με ίσες εστιακές αποστάσεις τοποθετούνται μέσα σε νερό. Θα αλλάξει η εστιακή απόσταση του καθενός;

19-8 Πραγματικά είδωλα που σχηματίζονται από φακούς.

Μέχρι τώρα συγκεντρώσαμε την προσοχή μας στην εστίαση φωτός από ένα φακό όταν το φως προέρχεται από ένα πολύ μακρινό αντικείμενο. Σε πρακτικές χρήσεις των φακών ενδιαφερόμαστε συνήθως για το φως που έρχεται από κοντινά αντικείμενα, και όλοι γνωρίζουμε ότι οι φακοί σχηματίζουν πραγματικά είδωλα τέτοιων αντικειμένων. Μπορούμε να βρούμε τη θέση των ειδώλων με τη βοήθεια των γνώσεων που αποκτήσαμε για τη συμπεριφορά αρχικά παραλλήλων ακτίνων.



Σχήμα 19-26 Σχηματισμός πραγματικού ειδώλου από ένα φακό.

Το σχήμα 19-26 δείχνει σε ένα φακό ένα αντικείμενο ύψους H_o και το είδωλό του ύψους H_i . Για να βρούμε τη θέση αυτού του αντικειμένου, χαράζουμε τις δυο κύριες ακτίνες από την κορυφή του αντικειμένου, τη μία ακτίνα παράλληλη με τον κύριο άξονα και την άλλη διαμέσου της κύριας εστίας F_2 . Η ακτίνα που είναι παράλληλη προς τον κύριο άξονα κάμπτεται από το φακό ώστε να περάσει από την κύρια εστία F_1 . Γνωρίζουμε επίσης ότι ακτίνες που έρχονται από τα δεξιά και είναι παράλληλες προς τον κύριο άξονα θα υποστούν απόκλιση και θα αποκλίνουν έτσι, ώστε να περάσουν από την άλλη κύρια εστία F_2 . Από την αντιστρεπτότητα των φωτεινών τροχιών συνάγουμε ότι η ακτίνα από την κορυφή του αντικειμένου που περνά από το F_2 από αριστερά πρέπει να συνεχίσει παράλληλα προς τον κύριο άξονα μετά τη διέλευσή της από το φακό. Όλες οι ακτίνες που αρχίζουν από την κορυφή του αντικειμένου θα συγκλίνουν πολύ κοντά στο σημείο όπου διασταυρώνονται αυτές οι δυο

τεθλασμένες ακτίνες. Αυτό το σημείο επομένως είναι το πραγματικό είδωλο της κορυφής του αντικειμένου.

Θα μπορούσαμε να διαλέξουμε ένα άλλο σημείο του αντικειμένου και να βρούμε τη θέση του ειδώλου του με τον ίδιο τρόπο. Αν το κάναμε για αρκετά σημεία, θα βρίσκαμε ότι το είδωλο εμφανίζεται κατά μήκος της γραμμής που δείχνει το σχήμα.

Κατά τη σχεδίαση των δυο κυρίων ακτίνων δεν λάβαμε υπόψη ακριβείς τροχιές τους μέσα στο φακό αλλά τις σπάσαμε απότομα. Αυτή η προσεγγιστική κατασκευή είναι αρκετά ικανοποιητική προς το παρόν, επειδή οι θέσεις που υποθέσαμε για τις δύο κύριες εστίες είναι ακριβείς μόνο αν το πάχος του φακού είναι μικρό σχετικά με την εστιακή του απόσταση. Επομένως οι μόνοι φακοί για τους οποίους εφαρμόζεται η κατασκευή μας είναι λεπτοί φακοί.

Οι κυρτοί φακοί, όπως και τα παραβολικά κάτοπτρα, εστιάζουν παράλληλες ακτίνες σε ένα σημείο. Οι φακοί επομένως ικανοποιούν την ίδια εξίσωση που συνδέει απόσταση ειδώλου, εστιακή απόσταση και απόσταση αντικειμένου, όπως τα κάτοπτρα.

$$S_i S_o = f^2$$

Η απόδειξη αυτής της εξισώσεως στην περίπτωση των κυρτών φακών είναι η ίδια όπως και για τα κάτοπτρα (παράγρ. 19-5). Όπως εκεί, χρησιμοποιούμε τα δυο σκιασμένα όμοια τρίγωνα που σχηματίζονται από τις δυο κύριες ακτίνες, όπως δείχνει το σχήμα 19-26. Αν εξετάσουμε πρώτα τα δυο σκιασμένα όμοια τρίγωνα στο αριστερό του φακού, βλέπουμε ότι $H_i/H_o = f/S_o$. Τα σκιασμένα τρίγωνα στα δεξιά του φακού δίνουν $H_i/H_o = S_i/f$. Αν συνδυάσουμε τις δυο εξισώσεις, έχουμε: $S_o S_i = f^2$.

Χρησιμοποιώντας αυτή την εξίσωση και το σχήμα 19-26 ως μοντέλο για τη χάραξη ακτίνων, μπορείτε τώρα να λύσετε πάρα πολλά προβλήματα που περιλαμβάνουν φακούς είτε ξεχωριστά είτε σε συνδυασμούς. Μπορείτε να προσδιορίσετε αποστάσεις αντικειμένου και ειδώλου, μεγέθυνση, και αν το είδωλο είναι πραγματικό ή φανταστικό. Με δυο λόγια μπορείτε να κάνετε όλα όσα κάνατε στις προηγούμενες παραγράφους με καμπύλα κάτοπτρα, αλλά αυτή τη φορά με φακούς.

Οπτικά όργανα όλων των ειδών – φωτογραφικές μηχανές, προβολείς, τηλεσκόπια, μικροσκόπια – κατασκευάζονται με συνδυασμό αυτών των φακών. Μόλις που έχετε αγγίξει το θέμα, αλλά μία ολόκληρη βιομηχανία είναι αφιερωμένη στη σχεδίαση και παραγωγή τέτοιων οργάνων και των δομικών στοιχείων τους. Το θέμα είναι τρομακτικά περίπλοκο και με πολλές πτυχές, αλλά βασίζεται σχεδόν ολοκληρωτικά σε ένα μικρό τμήμα της φυσικής – το νόμο της διαθλάσεως του Snell.

-
22. (α) Πού θα τοποθετούσατε το αντικείμενο στο σχήμα 19-26 ώστε το είδωλο να έχει το ίδιο μέγεθος με το αντικείμενο;
 (β) Σ' αυτή την περίπτωση τι μπορείτε να πείτε για τα τέσσερα σκιασμένα τρίγωνα;
23. Αν η απόσταση S_o για ένα φακό με εστιακή απόσταση f_o διπλασιασθεί, τι συμβαίνει με την απόσταση S_i ;
-

Για το σπίτι, την τάξη και το εργαστήριο.

24. Το σχήμα Γ δείχνει μία εικόνα αποβάθρας με δάρκες και μώλους που καθρεφτίζονται στο νερό. Με ποιο τρόπο μπορείτε να δείτε, αν η φωτογραφία είναι τοποθετημένη σωστά ή ανάποδα;
25. Να τοποθετήσετε ένα επίπεδο καθρέφτη (ένας καθρέφτης με ύψος 30-40 cm είναι κατάλληλος) με το μέσον του περίπου στο επίπεδο του ματιού. Κρατήστε ένα κανόνα κατακόρυφα ακριδώς προστά στο πρόσωπό σας με το μέσο του κανόνα στο επίπεδο του ματιού. Σταθείτε αντίκρυ στον καθρέφτη.
- (α) Να πλησιάσετε και να απομακρυνθείτε από τον

- καθρέφτη. Αλλάζει με την κίνησή σας το μήμα του κανόνα που μπορείτε να δείτε;
- (β) Να διατυπώσετε μια γενική πρόταση που λέει πώς συνδέεται το μήκος του κανόνα που μπορείτε να δείτε με το ύψος του καθρέφτη. Με τη βοήθεια ενός διαγράμματος ακτίνων δείξτε ότι αυτή η πρόταση ισχύει για όλες τις αποστάσεις από τον καθρέφτη.
- (γ) Τα καταστήματα ρούχων διαθέτουν συχνά καθρέφτες που εκτείνονται μέχρι το πάτωμα, σχεδιασμένους για να μπορεί ένας πελάτης να δει ολόκληρο το μήκος του. Είναι αναγκαίο γι'



Σχήμα Γ

αυτό το σκοπό να είναι ο καθρέφτης τόσο μακρύς;

- (δ) Αν ο πιο κοντός πελάτης έχει μάτια σε ύψος 150 cm, ποιο είναι το μέγιστο επιτρεπόμενο ύψος, του κάτω μέρους του καθρέφτη από το πάτωμα ώστε ο πελάτης να μπορεί να δει τα πόδια του;

26. Το κάτοπτρο του τηλεσκοπίου του όρους Palomar έχει διάμετρο 5,0 m. Το κάτοπτρο ενός άλλου τηλεσκοπίου έχει διάμετρο 2,5 m. Πόσες φορές περισσότερο φως ανακλά το τηλεσκόπιο του όρους Palomar σε σύγκριση με το κάτοπτρο του άλλου τηλεσκοπίου;

27. Ποια είναι η εστιακή απόσταση ενός επίπεδου κατόπτρου;

28. Οι αποστάσεις ενός αντικειμένου και του ειδώλου του σε ένα κοίλο κάτοπτρο μετρώνται συνήθως από την κορυφή του κατόπτρου και όχι από την κύρια εστία. Καλούμε αυτές τις αποστάσεις D_o και D_i αντιστοίχως. Έχουμε $S_o = D_o - f$ και $S_i = D_i - f$ όπου f η εστιακή απόσταση. Χρησιμοποιώντας αυτές τις σχέσεις δείξτε ότι από την $S_o S_i = f^2$ προκύπτει $1/D_o + 1/D_i = 1/f$.

29. Στην παράγραφο 19-5 θέσαμε την ερώτηση: Σε ποια απόσταση από την κύρια εστία πρέπει να τοποθετηθεί το αντικείμενο ώστε το είδωλο να βρίσκεται στην ίδια θέση; Δείξτε ότι η ερώτηση αυτή έχει δυο απαντήσεις και εξηγήστε τη δεύτερη απάντηση που δεν συζητήθηκε στο κείμενο.

30. Να ετοιμαστείτε να συζητήσετε τι συμβαίνει με το είδωλο, καθώς το αντικείμενο κινείται κατά μήκος του κύριου άξονα ενός κοίλου κατόπτρου από το άπειρο μέχρι το κάτοπτρο.

31. Η συζήτησή μας για καμπύλα κάτοπτρα περιορίστηκε στην εσωτερική ή κοίλη επιφάνεια. Οι εξωτερικές ή κυρτές επιφάνειες αυτών των καμπυλών παράγουν επίσης είδωλα. Τέτοιου είδους κάτοπτρα ονομάζονται κυρτά κάτοπτρα και χρησιμοποιούνται συχνά ως πλευρικοί καθρέφτες σε ένα αυτοκίνητο ή ως διακοσμητικοί καθρέφτες σε ένα δωμάτιο.

Χρησιμοποιώντας τους νόμους της ανακλάσεως και υποθέτοντας ότι η επιφάνεια είναι παραβολική, να δείξετε τα επόμενα με κατάλληλες κατασκευές.

(α) Το εμβαδόν που ανακλάται προς το μάτι από ένα κυρτό κυκλικό κάτοπτρο είναι μεγαλύτερο από το εμβαδόν που ανακλάται από ένα επίπεδο κάτοπτρο με την ίδια διάμετρο στην ίδια

θέση.

(β) Φωτεινές ακτίνες παράλληλες προς τον άξονα ανακλώνται σαν να έρχονταν από ένα σημείο πίσω από το κάτοπτρο. Αυτή είναι η κύρια εστία του κατόπτρου. Ονομάζεται φανταστική εστία. Γιατί;

(γ) Ακτίνες που ξεκινούν από ένα δεδομένο σημείο του άξονα ανακλώνται έτσι που φαίνεται σαν να προέρχονται από ένα σημείο του άξονα πίσω από το κάτοπτρο. Το είδωλο επομένως είναι φανταστικό.

32. Το κάτοπτρο του σχήματος 19-22 αντιστρέφεται (δηλαδή η κυρτή επιφάνεια τώρα αντικρύζει το αντικείμενο) αλλά η θέση του μένει αμετάβλητη.

(α) Να κατασκευάσετε ένα διάγραμμα ακτίνων για να ορίσετε τη θέση του ειδώλου.

(β) Ποιες είναι οι ομοιότητες και ποιες οι διαφορές του ειδώλου αυτού του προβλήματος με το είδωλο του σχήματος 19-22;

(γ) Πώς κινείται το είδωλο αν το αντικείμενο ξεκινά από το κάτοπτρο και απομακρύνεται σε μεγάλη απόσταση από αυτό;

33. Να συγκρίνετε το σχήμα 19-10, ένα παραβολοειδές που ανακλά όλες τις παράλληλες προς τον κύριο άξονά του ακτίνες, έτσι ώστε να περνούν από την κύρια εστία του, με το σχήμα 19-20 και να εξηγήσετε γιατί όλες οι ακτίνες που πέφτουν στην επιφάνεια της σφαίρας δεν θα διέλθουν αφού ανακλασθούν διαμέσου του F .

34. Το φαινόμενο μέγεθος ενός αντικειμένου για ένα παρατηρητή καθορίζεται από την οπτική γωνία, δηλαδή τη γωνία μεταξύ των ευθειών που ενώνουν το μάτι του παρατηρητή με τα άκρα του αντικειμένου (βλ. σχ. Δ). Χρησιμοποιήστε το σχήμα 19-22 για να δείξετε ότι σε ένα παρατηρητή που βρίσκεται σε απόσταση μεγαλύτερη από $2f$ προς τα αριστερά του σχήματος, το είδωλο H_i θα φανεί μεγαλύτερο από το αντικείμενο H_o , παρόλο που το H_i είναι πολύ μακρύτερα από τον παρατηρητή σχετικά με το H_o .



35. Χρησιμοποιώντας τους νόμους της ανακλάσεως και υποθέτοντας ότι η επιφάνεια είναι παραβολική, δείξτε με κατάλληλες κατασκευές ότι για κυρτά κάτοπτρα ισχύουν τα επόμενα:

- (α) Το είδωλο που σχηματίζεται είναι μικρότερο από το αντικείμενο και δεν είναι ανεστραμμένο.
- (β) Καθώς το αντικείμενο πλησιάζει από μεγάλη απόσταση, το είδωλο κινείται προς το κάτοπτρο.
- (γ) Υπάρχει ένα όριο στην απόσταση του ειδώλου από το κάτοπτρο – δηλαδή αυτή η απόσταση δεν μπορεί να είναι ποτέ μεγαλύτερη από κάποια τιμή. Ποια είναι αυτή η τιμή; Δοκιμάστε να απαντήσετε σχεδιάζοντας διαγράμματα ακτίνων.

36. Αν το σχήμα 19-23 (γ) περιστραφεί γύρω από ένα οριζόντιο άξονα, θα παραχθεί ένας φακός που θα έχει ως πλευρές τμήματα σφαίρας. Αν το φως που προσπίπτει είναι λευκό, δεν εστιάζεται όλο στο ίδιο σημείο.

(α) Γιατί όχι;

(β) Αν κινήσετε μπρος πίσω μία λευκή οθόνη κοντά στην περιοχή όπου η εστίαση του φωτός είναι η βέλτιστη, τι θα παρατηρήσετε; (Η οθόνη τοποθετείται κάθετα προς τον άξονα του φακού).

37. Ένας πρόχειρος συγκλίνων φακός μπορεί να κατασκευαστεί, αν συνδυάσουμε δυο γυάλινα πρίσματα με γωνίες $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ με ένα γυάλινο ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα Ε.

- (α) Ποια είναι η εστιακή απόσταση αυτού του «φακού» με προσέγγιση ενός σημαντικού ψηφίου;
- (β) Θα σχηματίσει ένας τέτοιος φακός καθαρή εικόνα; Να εξηγήσετε.



Σχήμα Ε

38. Ένας φακός (δείκτης διαθλάσεως = 1,50) έχει εστιακή απόσταση στον αέρα 20,0 cm. Η εστιακή του απόσταση στο νερό είναι μικρότερη ή μεγαλύτερη από την εστιακή του απόσταση στον αέρα;

39. (α) Στο σχήμα 19-26, πού πρέπει να τοποθετηθεί ένα αντικείμενο σε σχέση με ένα φακό με δεδομένη εστιακή απόσταση για να σχηματίσει ένα φανταστικό είδωλο;

(β) Να σχεδιάσετε ένα διάγραμμα ακτίνων που προσδιορίζει τη θέση αυτού του ειδώλου.

40. Ποια είναι η ελάχιστη απόσταση μεταξύ ενός αντικειμένου και του πραγματικού ειδώλου που σχηματίζει ένας συγκλίνων φακός; (Να κατασκευάσετε ένα γράφημα αυτής της αποστάσεως ως προς την απόσταση του αντικειμένου από την αντίστοιχη κύρια εστία. Να χρησιμοποιήσετε την εστιακή απόσταση f του φακού ως μονάδα αποστάσεως).

41. Στο σχήμα Ζ μία παράλληλη δέσμη από μονοχρωματικό φως (φως ενός μόνο χρώματος) μπαίνει σε κάθε κουτί από αριστερά. Να σχεδιάσετε τι μπορεί να υπάρχει σε κάθε κουτί, ώστε να παραγάγει τα αποτελέσματα που δείχνει το σχήμα. Τα μονά και τα διπλά βέλη στην εξερχόμενη δέσμη αντιστοιχούν στα αντίστοιχα όρια της εισερχόμενης δέσμης.

42. Όταν το φως περνά μέσα από δυο ή περισσότερους φακούς στη σειρά, το είδωλο που σχηματίζεται από τον πρώτο μπορεί να θεωρηθεί ως το αντικείμενο για το δεύτερο κ.ο.κ. Να υποθέσετε ότι έχετε ένα φακό που σχηματίζει μία πραγματική εικόνα κάποιου αντικειμένου και βάζετε ένα δεύτερο φακό, έτσι ώστε το είδωλο του πρώτου σχηματίζεται μεταξύ του δεύτερου φακού και της κύριας εστίας του δεύτερου φακού.

(α) Να περιγράψετε το είδωλο που βλέπετε όταν παρατηρείτε μέσα από το δεύτερο φακό προς τον πρώτο.

(β) Αν χρησιμοποιήσετε το συνδυασμό ως τηλεσκόπιο, το είδωλο που σχηματίζεται είναι μικρότερο από το αντικείμενο. Γιατί φαίνεται μεγαλύτερο; (Θυμηθείτε την απάντηση στο πρόβλημα 34, κεφάλαιο 19).

(γ) Πώς θα μπορούσατε να χρησιμοποιήσετε αυτόν το συνδυασμό ως μικροσκόπιο;

43. Να κινήσετε αυτό το διδύο προς το μέρος σας με το ένα μάτι κλειστό ή σκεπασμένο. Όταν το διδύο φθάσει μόλις στο σημείο που τα γράμματα θολώνουν, να ζητήσετε από κάποιον να μετρήσει την απόσταση του διδύλου από το μάτι σας. Επα-

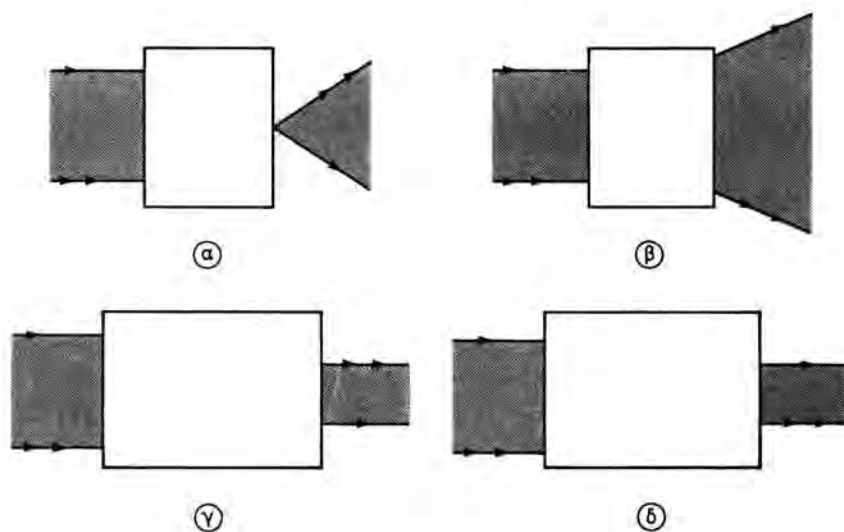
να λάβετε το πείραμα με το άλλο μάτι. Είναι οι δυο αποστάσεις περίπου ίσες; Δοκιμάστε αυτό το πείραμα με μερικούς ανθρώπους με διαφορετικές ηλικίες και καταγράψτε τα αποτελέσματα μαζί με τις ηλικίες τους.

(α) Υπάρχει όριο στην ικανότητα προσαρμογής του ματιού για καθαρή όραση;

(β) Είναι αυτό το όριο το ίδιο για όλους τους ανθρώπους ή για τα δυο μάτια του ίδιου ανθρώπου;

(γ) Μεταβάλλεται γενικά με την ηλικία του ανθρώπου;

Συγκρίνετε τις απαντήσεις με αυτές που δόθηκαν άλλοι συμμαθητές σας.



Σχήμα Z



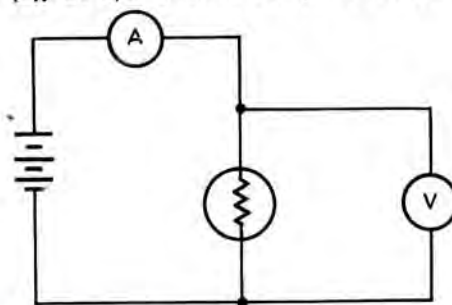
Μέχρι τώρα συγκεντρώσαμε την προσοχή μας στο πώς διαδίδεται το φως. Ειδικότερα μελετήσαμε πώς ανακλάται και διαθλάται το φως. Εκτός από μερικά σύντομα σχόλια στο κεφάλαιο 17 δώσαμε λίγη προσοχή στο πώς εκπέμπεται το φως και τι συμβαίνει σε ένα υλικό που απορροφά φως. Όταν μελετήσαμε την ανάκλαση και διάθλαση, αμελήσαμε το γεγονός ότι ακόμη και οι πιο καλοί ανακλαστήρες και τα πιο διαφανή υλικά απορροφούν ένα μέρος του φωτός που προσπίπτει επάνω τους. Θα εξετάσουμε τώρα πιο προσεκτικά την εκπομπή και την απορρόφηση του φωτός.

20-1 Ο λαμπτήρας πυρακτώσεως.

Όλοι γνωρίζουμε ότι ένας ηλεκτρικός λαμπτήρας πυρακτώσεως εκπέμπει φως μόνο όταν είναι μέρος ενός κλειστού ηλεκτρικού κυκλώματος. Αυτό συμβαίνει όταν πιέσουμε το διακόπτη. Από την άποψη του ηλεκτρικού κυκλώματος ο λαμπτήρας είναι μόνο ένας αντιστάτης (σχ. 20-1).

Ας υποθέσουμε ότι θυθίζουμε το λαμπτήρα πυρακτώσεως σε νερό μέσα σε ένα διαφανές πλαστικό δοχείο (σχ. 20-2). Όταν κλείσουμε το κύκλω-

Σχήμα 20-1 Ένας ηλεκτρικός λαμπτήρας συνδεδεμένος με μία μπαταρία. Το κύκλωμα περιλαμβάνει ένα βολτόμετρο και ένα αμπερόμετρο για τον προσδιορισμό της ισχύος που καταναλώνεται στο λαμπτήρα.



Φως, θερμότητα και ηλεκτρισμός

- 20-1** Ο λαμπτήρας πυρακτώσεως
- 20-2** Υπέρυθρο και υπεριώδες φως
- 20-3** Ηλιακή ενέργεια
- 20-4** Το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο (ποιοτικά)
- ΠΡΟΣΘΕΤΑ ΘΕΜΑΤΑ:** Φωτοστοιχεία
- 20-5** Η κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων

Σχήμα 20-2 Ηλεκτρικό έργο παρέχεται στο λαμπτήρα που είναι θυθισμένος σε νερό μέσα στο πλαστικό δοχείο. Το ηλεκτρικό έργο και η εσωτερική ενέργεια μπορούν να μετρηθούν και κατόπιν να συγκριθούν. Το πείραμα μπορεί να επαναληφθεί αν καλύψουμε τον λαμπτήρα με φύλλο αλουμινίου (στο άκρο αριστερά), ώστε πολύ λίγο φως να μπορεί να διαφύγει. (Από το «Physical Science II», Physical Science Group, Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs N.J 1972).

Φωτογραφία αριστερά: Αυτός είναι ένας ηλιακός φούρνος. Αποτελείται από μία μεγάλη επιφάνεια με καθρέφτες που χρησιμοποιούνται για να συγκεντρώσουν την ακτινοβολία στο μικρό φούρνο (άσπρο κύλινδρο).

μα, ο λαμπτήρας θα ανάψει και το νερό θα ζεσταθεί. Θα είναι η αύξηση της εσωτερικής ενέργειας του νερού ίση με το ηλεκτρικό έργο; Από την παράγραφο 12-5 θυμόμαστε ότι το ηλεκτρικό έργο είναι: $W = ItV$.

Μπορούμε να υπολογίσουμε τη θερμοχωρητικότητα του νερού πολλαπλασιάζοντας τη μάζα του επί την ειδική θερμότητά του $4,19 \text{ kJ/kg} - ^\circ\text{C}$ (βλέπε παράγρ. 9-6). Υπολογίζουμε κατόπιν την αύξηση της εσωτερικής ενέργειας του νερού πολλαπλασιάζοντας τη θερμοχωρητικότητα του νερού επί την αύξηση της θερμοκρασίας: $\Delta E_{\text{εσ}} = mc\Delta T$.

Για να συγκρίνουμε το ηλεκτρικό έργο με την αύξηση της εσωτερικής

ενέργειας, υπολογίζουμε το πηλίκον: $\frac{mc\Delta T}{ItV}$.

Ίσως σκεφθείτε ότι θα έχουμε απώλεια θερμότητας στο περιβάλλον δια μέσου της λεπτής πλαστικής σακούλας. Μπορούμε να κάνουμε μία διόρθωση γι' αυτό, αν αρχίσουμε το πείραμα με το νερό σε θερμοκρασία χαμηλότερη από τη θερμοκρασία του δωματίου, ας πούμε 3°C πιο κάτω, και να τελειώσουμε, όταν η θερμοκρασία είναι 3°C υψηλότερη από τη θερμοκρασία του δωματίου. Μ' αυτόν τον τρόπο το κέρδος και η απώλεια θερμότητας σχεδόν αλληλοαναιρούνται. Αλλά, όπως δείχνουν τα αποτελέσματα στον πίνακα 1, σε όλες τις σειρές των μετρήσεων η παραγόμενη θερμότητα ήταν λιγότερη από το ηλεκτρικό έργο. Είναι φανερό ότι μέρος της ενέργειας δαπανήθηκε για την εκπομπή φωτός αντί για τη θέρμανση του νερού.

Πίνακας 1

Μέση τάση (volt)	Μέσο ρεύμα (ampere)	Ηλεκτρ. έργο (joule)	Μάζα νερού (g)	Αρχική θερμοκ. ($^\circ\text{C}$)	Τελική θερμοκ. ($^\circ\text{C}$)	Μεταβολή θερμοκ. ($^\circ\text{C}$)	Μεταβολή εσωτερικής ενέργειας (joule)	$\left(\frac{\text{Μεταβολή εσωτ. ενέργειας}}{\text{Ηλεκτρ. έργο}} \right)$
5,1	0,67	620	77	22,75	24,30	1,55	500	0,81
5,0	0,66	590	77	22,60	24,10	1,50	490	0,83
5,0	0,66	590	74	22,60	24,15	1,55	480	0,81

Η διάρκεια κάθε μετρήσεως ήταν 180 s. Η θερμοκρασία του δωματίου ήταν $23,5^\circ\text{C}$. Η τάση και το ρεύμα καταγραφόταν κάθε 30 second.

Πίνακας 2

Μέση τάση (volt)	Μέσο ρεύμα (ampere)	Ηλεκτρ. έργο (joule)	Μάζα νερού (g)	Αρχική θερμοκ. ($^\circ\text{C}$)	Τελική θερμοκ. ($^\circ\text{C}$)	Μεταβολή θερμοκ. ($^\circ\text{C}$)	Μεταβολή εσωτερικής ενέργειας (joule)	$\left(\frac{\text{Μεταβολή εσωτ. ενέργειας}}{\text{Ηλεκτρ. έργο}} \right)$
5,2	0,67	630	75	22,55	24,50	1,95	610	0,97
5,2	0,67	620	75	22,80	24,60	1,80	570	0,92
4,8	0,65	560	75	22,55	24,35	1,80	570	1,02

Οι συνθήκες για τις μετρήσεις αυτές ήταν οι ίδιες όπως για τις μετρήσεις του πίνακα 1.

Μπορούμε να πεισθούμε ότι αυτό πραγματικά συμβαίνει, αν επαναλάβουμε το πείραμα με το λαμπτήρα σκεπασμένο με ένα κομμάτι από φύλλο αλουμινίου. Αυτό θα εμποδίσει το φως να φύγει. Με αυτές τις συνθήκες όλο το ηλεκτρικό έργο καταναλώνεται για την αύξηση της εσωτερικής ενέργειας του νερού (πίνακας 2).

Τα συνδυασμένα αποτελέσματα των πειραμάτων που συνοψίζονται στους πίνακες 1 και 2, καθώς και πολλά άλλα πειράματα, μας πείθουν ότι το φως φέρει ενέργεια. Χρειάζεται κάποια μορφή ενέργειας για να παραχθεί και παίρνουμε κάποια μορφή ενέργειας όταν απορροφάται.

1. Να υποθέσετε ότι επαναλαμβάνετε το πείραμα που περιγράφεται στην παράγραφο 1, χρησιμοποιώντας γλυκόλη (ειδική θερμότητα $2,60 \text{ kJ/kg } ^\circ\text{C}$) αντί για νερό.
 - (α) Πώς θα διέφεραν τα αποτελέσματα από τα αποτελέσματα των πινάκων 1 και 2;
 - (β) Προβλέπετε ότι θα υπήρχε καμιά αλλαγή στα συμπεράσματα που δόθηκαν από τα πειράματα που περιγράφονται στο κείμενο; Γιατί ναι, ή γιατί όχι;
2. Το αλουμίνιο έχει ειδική θερμότητα $0,90 \text{ kJ/kg } ^\circ\text{C}$. Το φύλλο αλουμινίου που χρησιμοποιήθηκε στο δεύτερο πείραμα που περιγράφεται στην παράγραφο 20-1 έχει μάζα περίπου $0,2 \text{ g}$. Χρειάζεται να συμπεριλάβουμε στον υπολογισμό την αλλαγή στη θερμοχωρητικότητα της συσκευής;
3. Να δείξετε πώς υπολογίστηκε το ηλεκτρικό έργο και η εσωτερική ενέργεια για την πρώτη γραμμή του πίνακα 1.

20-2 Υπέρυθρη και υπεριώδης ακτινοβολία.

Αν επαναλάβουμε το πείραμα της προηγούμενης παραγράφου με μαύρη μελάνη αντί για νερό, με δυσκολία διακρίνουμε το νήμα της λάμπας. Και όμως, η άνοδος της θερμοκρασίας είναι μόνο στη μέση περίπου μεταξύ της περιπτώσεως με το νερό και το σκεπασμένο λαμπτήρα. Κάποια ακτινοβολία που δεν είναι αισθητή στα μάτια μας, δεν απορροφάται από τη μελάνη. Αν παρατηρήσουμε το λαμπτήρα με ένα φασματοσκόπιο θα ανακαλύψουμε ότι υπάρχει κάποιο αχνό κόκκινο. Αν προσθέσουμε στο διάλυμα γαλάζιο θειικό χαλκό, το αχνό κόκκινο εξαφανίζεται και η θερμοκρασία ανεβαίνει πάλι στην αναμενόμενη τιμή. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι η αόρατη ακτινοβολία που περνά μέσα από τη μελάνη βρίσκεται κοντά στο κόκκινο άκρο του φάσματος. Ονομάζεται «υπέρυθρη», που σημαίνει κάτω από το ερυθρό. Υπάρχουν ειδικά φωτογραφικά φιλμ που είναι ευαίσθητα στην υπέρυθρη ακτινοβολία. Το σχήμα 20-3 δείχνει μία φωτογραφία από ένα ζεστό σίδερο σιδερώματος που πάρθηκε μέσα σε ένα σκοτεινό δωμάτιο. Το μόνο «φως» ήταν η υπέρυθρη ακτινοβολία που έβγαζε το ίδιο το σίδερο.

Υπάρχουν επίσης φωτογραφικά φιλμ και ανιχνευτές που είναι ευαίσθητοι σε ένα άλλο είδος φωτός. Ένα παράδειγμα μιας λάμπας που εκπέμπει τέτοιο φως είναι μία μικρή λάμπα αποστειρώσεως που χρησι-



Σχήμα 20-3 Φωτογραφία ενός σίδερου σιδερώματος παρμένη σε σκοτεινό δωμάτιο. Το μόνο φως ήταν η υπέρυθρη ακτινοβολία που ανέδιδε το ίδιο το σίδερο.

μπορείται καμιά φορά σε ψυγεία. (Οι λάμπες αυτές είναι κατασκευασμένες από ειδικό γυαλί και περιέχουν ατμούς υδραργύρου). Αν τοποθετήσουμε ένα φωτοκύτταρο κοντά στη λάμπα, παρατηρούμε ότι το ρεύμα που περνά από το κύτταρο αυξάνει όσο αυξάνει η ένταση του φωτός που πέφτει επάνω του. Αν τοποθετήσουμε ανάμεσα στη λάμπα και στο φωτοκύτταρο ένα κομμάτι συνηθισμένο γυαλί, που είναι τελείως διαφανές για ορατό φως, το ρεύμα στο φωτοκύτταρο ελαττώνεται σημαντικά.

Από αυτή την απλή διαδικασία μαθαίνουμε πολλά πράγματα. Δεν παρατηρούμε καμιά διαφορά στο φως της λάμπας όταν την παρατηρήσουμε μέσα από το γυαλί, αλλά το φωτοκύτταρο προφανώς βλέπει κάποια διαφορά. Πρέπει να υπάρχει κάποιο μέρος της ακτινοβολίας από τη λάμπα που είναι αόρατο στο μάτι και δεν διέρχεται μέσα από το συνηθισμένο γυαλί. Είναι φανερό επίσης ότι το ειδικό γυαλί (ονομάζεται χαλαζίας) πρέπει να είναι διαφανές γι' αυτό το αόρατο φως, αλλιώς το φως αυτό δεν θα έφτανε στο φωτοκύτταρο.

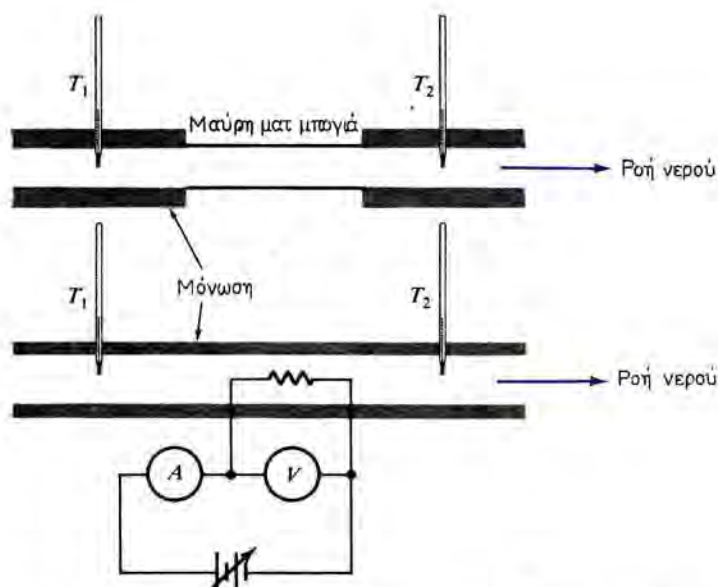
Όπως θα δούμε, η λάμπα υδραργύρου, εκτός από το ορατό φως εκπέμπει και υπεριώδη ακτινοβολία. Η ακτινοβολία αυτή δεν είναι μόνο αόρατη αλλά και βλαβερή για το ανθρώπινο μάτι. Πρέπει λοιπόν να αποφεύγουμε να παρατηρούμε πηγές υπεριώδους ακτινοβολίας, όπως είναι το ηλεκτρικό τόξο που χρησιμοποιείται για συγκολλήσεις.

-
4. Τι δείχνουν τα πειράματα που περιγράψαμε στην πρώτη υποπαράγραφο της παραγράφου 20-2, σχετικά με το κλάσμα της ενέργειας από τον ηλεκτρικό λαμπτήρα που εμφανίζεται ως ορατό φως;
 5. Όταν τοποθετείτε ένα κομμάτι τζάμι ανάμεσα σε μία πηγή υπεριώδους ακτινοβολίας και ένα φωτοκύτταρο, η υπεριώδης ακτινοβολία δεν φτάνει στο φωτοκύτταρο. Τι νομίζετε ότι συμβαίνει στην ενέργεια που φέρει η υπεριώδης ακτινοβολία;
-

20-3 Ηλιακή ενέργεια.

Το φως από τον ήλιο παρέχει την ενέργεια για τις περισσότερες φυσικές διαδικασίες επάνω στη γη, όπως την εξάτμιση του νερού, τη φωτοσύνθεση και φυσικά τη διατήρηση σταθερής μέσης θερμοκρασίας. Το φάσμα του ηλιακού φωτός εκτείνεται από το υπεριώδες μέχρι το υπέρυθρο με ενδιάμεσο το ορατό. Τώρα που βλέπομε ότι τα φθηνά ορυκτά καύσιμα κοντεύουν να τελειώσουν, υπάρχει όλο και περισσότερο ενδιαφέρον για τη χρησιμοποίηση ενέργειας από τον ήλιο στην παραγωγή ηλεκτρισμού, θερμάνσεως κλπ. Πόση ισχύ μπορούμε να πάρουμε από τον ήλιο στην επιφάνεια της γης; Η πρακτική απάντηση σ' αυτό το ερώτημα εξαρτάται από τις τεχνολογίες που αναπτύσσονται αυτό τον καιρό. Μπορούμε όμως να προσδιορίσουμε με απλά μέσα το πάνω όριο για την ισχύ ανά μονάδα απορροφητικής επιφάνειας.

Το σχήμα 20-4 είναι ένα σχηματικό διάγραμμα μιας συσκευής με την οποία μπορεί να μετρηθεί το ποσό της ενέργειας που δέχεται μία δεδομένη επιφάνεια ανά μονάδα χρόνου. Μέσα σε ένα θερμικά μονω-



Σχήμα 20-4 Σχηματικό διάγραμμα μιας συσκευής για τη μέτρηση του ποσού της ενέργειας που λαμβάνεται από τον ήλιο σε δεδομένη επιφάνεια ανά μονάδα χρόνου. (α) Ηλιακό φως που απορροφάται στη σκούρα εκτεθειμένη επιφάνεια ενός σωλήνα υψώνει τη θερμοκρασία του νερού από T_1 σε T_2 , όταν το νερό ρέει από το σωλήνα με σταθερή ταχύτητα. (β) Νερό ρέει μέσα από το σωλήνα με την ίδια ταχύτητα όπως στο (α). Η τάση ρυθμίζεται μέχρις ότου η ηλεκτρική ενέργεια που παρέχεται στην αντίσταση, θερμαίνει στη συνέχεια το νερό από T_1 σε T_2 , τις ίδιες θερμοκρασίες όπως στο (α).

μένο σωλήνα ρέει νερό με σταθερή ταχύτητα. Ένα τμήμα του σωλήνα δεν έχει μόνωση και είναι θαμμένο με ένα μαύρο ματ χρώμα [σχ. 20-4(α)]. Η θερμοκρασία του νερού πριν να μπει στο θαμμένο τμήμα είναι T_1 και αφού το περάσει γίνεται T_2 . Νερό θερμοκρασίας T_1 ρέει με την ίδια ταχύτητα σε ένα πανομοιότυπο σωλήνα, στον οποίο το νερό δεν εκτίθεται στον ήλιο, αλλά θερμαίνεται με ηλεκτρικό τρόπο [σχ. 20-4(β)]. Η τάση στα άκρα του θερμαντικού σώματος ρυθμίζεται έτσι, ώστε να παραχθεί η ίδια τελική θερμοκρασία T_2 . Υπό τις συνθήκες αυτές η ισχύς που δίνεται από τον ήλιο είναι ίση με την ισχύ που δίνεται από το θερμαντικό σώμα, δηλαδή IV . Ας υποθέσουμε ότι το εκτεθειμένο τμήμα του σωλήνα στο σχήμα 20-4(α) είναι επίπεδο και τοποθετημένο κάθετα προς τις ακτίνες του ηλίου. Έστω ότι η εκτεθειμένη επιφάνεια είναι S . Τότε η ενέργεια που λαμβάνεται ανά μονάδα χρόνου και ανά

μονάδα επιφάνειας κάθετης προς τον ήλιο είναι $\frac{IV}{S}$. Θα ονομάσουμε αυ-

τή την ποσότητα ένταση της ηλιακής ακτινοβολίας στην επιφάνεια της

γης. Η μονάδα της είναι $\frac{\text{Watt}}{\text{m}^2}$ ή $\frac{\text{Joule}}{\text{s.m}^2}$. Μπορείτε λοιπόν με ένα απλό πείραμα να μετρήσετε αυτή την ένταση σε οποιαδήποτε συγκεκριμένη θέση και χρονική στιγμή.

Η ένταση της ηλιακής ακτινοβολίας στην επιφάνεια της γης εξαρτάται από πολλούς παράγοντες. Πρώτα, υπάρχει η γωνία υπό την οποία φαίνεται ο ήλιος πάνω από τον ορίζοντα. Κατόπιν η γωνία αυτή εξαρτάται από την ώρα της ημέρας, την ημερομηνία και το γεωγραφικό πλάτος. Ακόμη υπάρχουν ατμοσφαιρικοί παράγοντες, όπως το υψόμετρο από την επιφάνεια της θάλασσας, το νερό που περιέχει η ατμόσφαιρα (υδρατμοί και σύννεφα) και η ρύπανση του αέρα.

Είναι φανερό ότι η ένταση της ακτινοβολίας στην επιφάνεια της γης κυμαίνεται σε ευρεία περιοχή. Αλλά η ένταση της ηλιακής ακτινοβολίας στην «κορυφή» της ατμόσφαιρας εξαρτάται μόνο από τις συνθήκες στην

επιφάνεια του ηλίου. Οι παράγοντες αυτοί δεν μεταβάλλονται σημαντικά και επομένως η ένταση της ηλιακής ακτινοβολίας στην κορυφή της ατμόσφαιρας ονομάζεται **ηλιακή σταθερά**. Η τιμή της μπορεί να μετρηθεί άμεσα με ένα δορυφόρο. (Στο παρελθόν προσδιοριζόταν προεκτείνοντας μετρήσεις που γίνονταν σε διάφορα ύψη). Η τιμή που έχει γίνει αποδεκτή για την ηλιακή σταθερά είναι:

$$1,38 \times 10^3 \frac{\text{Joule}}{\text{s.m}^2}$$

Ας υποθέσουμε ότι όλη αυτή η ενέργεια από τον ήλιο φτάνει στην επιφάνεια της γης χωρίς απορρόφηση και ότι όλη η ισχύς της ακτινοβολίας μετατρέπεται σε ηλεκτρική ισχύ. Με αυτές τις ιδανικές συνθήκες μία ηλιακή συσκευή με επιφάνεια 1 m^2 θα μπορούσε να παράγει περίπου την ισχύ που χρειάζεται για να λειτουργήσει ένα μικρό ηλεκτρικό θερμαντικό σώμα ή μία φρυγανιέρα.

Στην επιφάνεια της γης, μόνο ένα μικρό κλάσμα αυτής της ενέργειας είναι διαθέσιμο. Πρώτα απ' όλα, οποιοδήποτε σημείο της επιφάνειας της γης δέχεται μόνο το μισό από το μέσο όρο της ενέργειας στη διάρκεια ενός χρόνου, εξαιτίας της εναλλαγής ημέρας και νύκτας. Δεύτερο, στα μεγαλύτερα γεωγραφικά πλάτη το ηλιακό φως περνά δια της ατμόσφαιρας υπό μικρότερες γωνίες ως προς τον ορίζοντα και δεν φωτίζει κατευθείαν προς τα κάτω. Τρίτο, η γωνία με την οποία πέφτει το ηλιακό φως σε μία οριζόντια επιφάνεια σε οποιοδήποτε τόπο αλλάζει κατά τη διάρκεια της ημέρας, είναι μέγιστη το μεσημέρι και πέφτει στο μηδέν κατά την ανατολή και δύση.

Αν η ατμόσφαιρα ήταν τελείως διαφανής, η μέση ετήσια ηλιακή ενέργεια που θα δεχόταν μία οριζόντια επιφάνεια σε γεωγραφικό πλάτος 40° θα αντιστοιχούσε περίπου στα 25% της ηλιακής σταθεράς ή περίπου $0,35 \times 10^3 \text{ J/s.m}^2$. Η διαφάνεια της ατμόσφαιρας όμως εξαρτάται πάρα πολύ από τις καιρικές συνθήκες. Μία μέρα που απορροφούνται τα 50% της ενέργειας, η οποία περνά από την ατμόσφαιρα σε γεωγραφικό πλάτος 40° , η ηλιακή ενέργεια θα μειωθεί σε $0,17 \times 10^3 \text{ J/s.m}^2$ περίπου.

Τέλος, με τις υπάρχουσες σήμερα συσκευές μόνο το 20% περίπου της ενέργειας που πέφτει σ' ένα ηλιακό συλλέκτη μπορεί να μετατραπεί σε ηλεκτρική ενέργεια. Επομένως σε γεωγραφικό πλάτος 40° μπορούμε κατά μέσο όρο να πάρουμε από 1 m^2 περίπου 34 J/s ως ηλεκτρική ενέργεια. Είναι φανερό ότι, για να καλύψουμε τις ανάγκες μιας μικρής πόλεως σε ηλιακή ενέργεια με ένα ηλιακό σταθμό ισχύος, θα έπρεπε να συλλέξουμε ηλιακό φως σε μία μεγάλη επιφάνεια. Θα μπορούσαμε όμως να ελαττώσουμε κάπως τις απαιτήσεις σε εμβαδόν, αν χρησιμοποιήσουμε ένα μηχανισμό με τον οποίο οι ηλιακοί συλλέκτες να παρακολουθούν τον ήλιο.

-
6. Ας υποθέσουμε ότι στις 12 το μεσημέρι μιας δεδομένης ημέρας τα 60% της εντάσεως της ηλιακής ενέργειας, που είναι διαθέσιμη στην κορυφή της ατμόσφαιρας, φθάνει στην επιφάνεια της γης. Πόσο εμβαδόν θα χρειαζόταν για να συλλέξουμε αρκετή ηλιακή ενέργεια για τη λειτουργία μιας μικρής ηλεκτρικής φρυγανιέρας ή θερμαντικού σώματος;

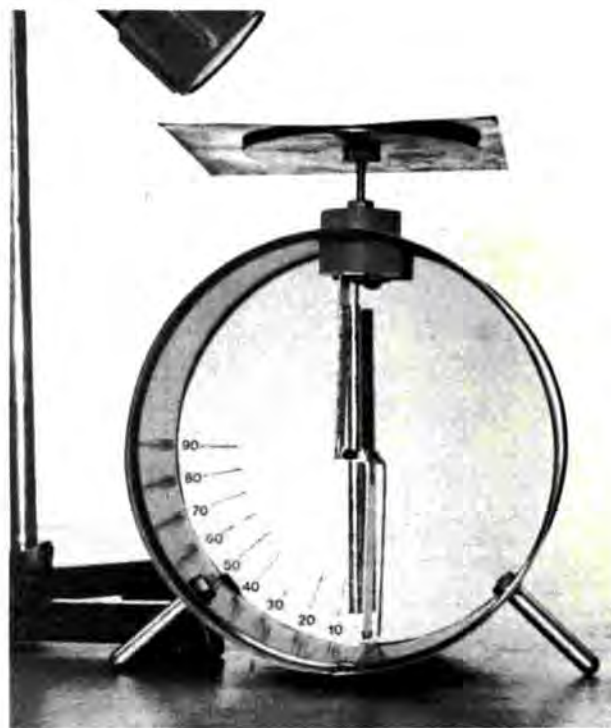
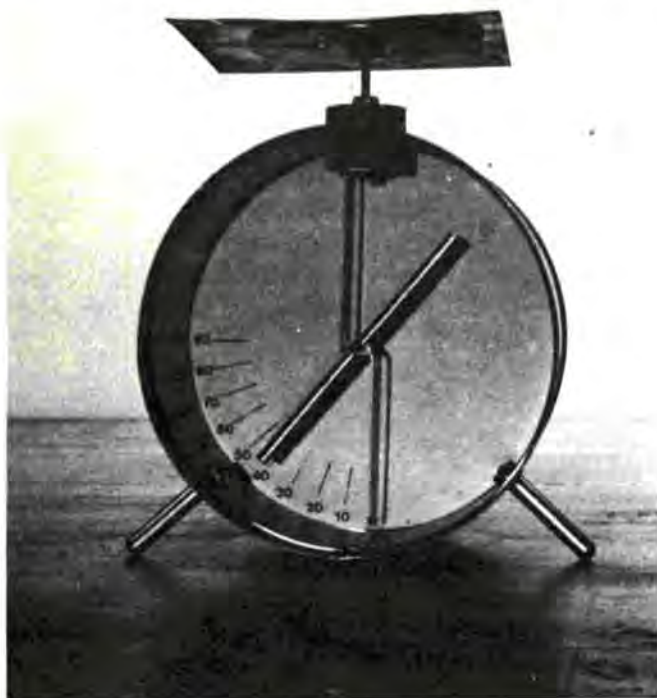
7. Ένα κουτί με βάση 1 m^2 είναι μονωμένο στις πλευρές και στη βάση και είναι εσωτερικά θαμμένο μαύρο. Περιέχει νερό με βάθος $0,10 \text{ m}$. Εκτίθεται στο ηλιακό φως για 2 ώρες κοντά στο μεσημέρι.

(α) Αν όλη η ηλιακή ενέργεια στην «κορυφή» της ατμόσφαιρας έφθανε στην επιφάνεια της γης, ποια είναι η μέγιστη άνοδος της θερμοκρασίας που θα μπορούσε να έχει το νερό;

(β) Γιατί περιμένετε ότι η πραγματική άνοδος της θερμοκρασίας θα είναι πολύ μικρότερη από αυτή την τιμή;

20-4 Το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο (ποιοτικά).

Η άνοδος της θερμοκρασίας ενός αντικειμένου που απορροφά φως δεν είναι ο μόνος τρόπος με τον οποίο μπορεί το φως να αποδώσει την ενέργειά του. Το φως μπορεί επίσης υπό ορισμένες συνθήκες να απελευθερώσει ηλεκτρόνια από την επιφάνεια διαφόρων ουσιών. Καταλήγουμε σ' αυτό το συμπέρασμα με τις ακόλουθες παρατηρήσεις. Ένα αρνητικά φορτισμένο ηλεκτροσκόπιο συνδεδεμένο σε μία πλάκα ψευδαργύρου εκφορτίζεται πολύ γρήγορα, όταν πέφτει φως από μία λάμπα υδραργύρου επάνω στην πλάκα του ψευδαργύρου (σχ. 20-5). Όταν το



Σχήμα 20-5 (α) Ένα ηλεκτροσκόπιο με πλάκα ψευδαργύρου στην κορυφή του είναι φορτισμένο αρνητικά.



(β) Φωτίζοντας την πλάκα του ψευδαργύρου με υπεριώδες φως προκαλούμε την εκφόρτιση του ηλεκτροσκοπίου.



ηλεκτροσκόπιο είναι φορτισμένο θετικά, η εκφόρτιση είναι πολύ αργή (σχ. 20-6).

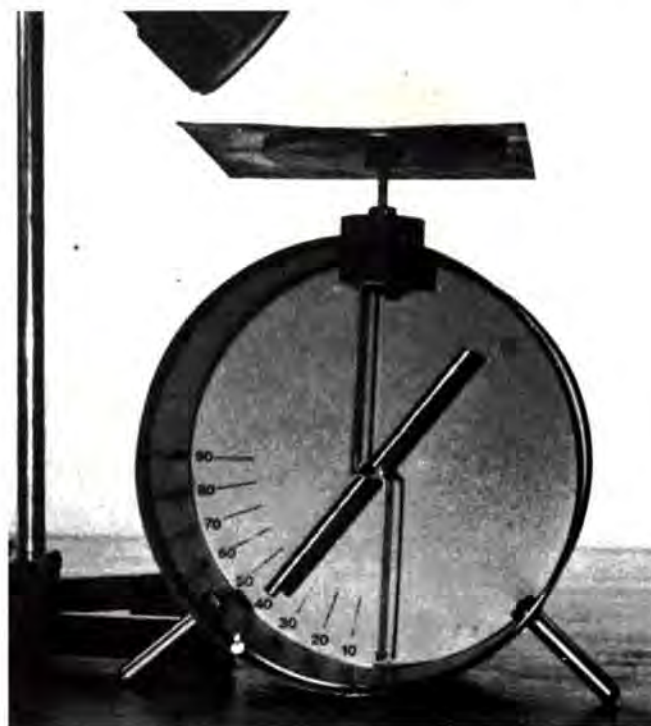
Οι παρατηρήσεις αυτές υποδεικνύουν ότι το φως απελευθερώνει ηλεκτρόνια από την πλάκα του ψευδαργύρου. Τα ηλεκτρόνια απωθούνται από την αρνητικά φορτισμένη πλάκα και την εκφορτίζουν. Αντίθετα, έλκονται πίσω, από τη θετικά φορτισμένη πλάκα, και επομένως δεν συμβάλλουν στην εκφόρτιση.

Η λάμπα υδραργύρου εκπέμπει και ορατό και υπεριώδες φως. Για να βρούμε ποιο από τα δυο προκαλεί την εκπομπή των ηλεκτρονίων, τοποθετούμε μία πλάκα κοινού γυαλιού μεταξύ της λάμπας και του ηλεκτροσκοπίου. Δεν παρατηρείται εκφόρτιση, ακόμη κι αν αυξηθεί η ένταση του φωτός. Για να απελευθερωθούν ηλεκτρόνια από τον ψευδάργυρο φαίνεται ότι χρειάζεται υπεριώδες φως.

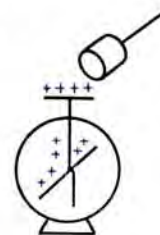
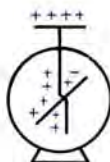
Μπορούμε να εξετάσουμε την εκπομπή ηλεκτρονίων και από άλλες επιφάνειες εκτός από τον ψευδάργυρο. Για μερικές ουσίες όμως αυτό πρέπει να γίνει σε κενό, γιατί τα υλικά μπορεί να αντιδράσουν με το οξυγόνο και τους υδρατμούς του αέρα.



Σχήμα 20-6 (α) Το ίδιο ηλεκτροσκόπιο όπως στο σχήμα 20-5 είναι φορτισμένο θετικά.

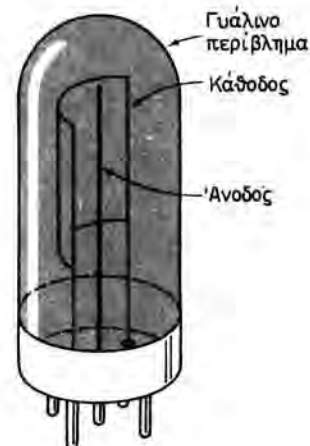


(β) Φωτίζοντας την πλάκα ψευδαργύρου με υπεριώδες φως προκαλούμε πολύ μικρή αλλαγή στο φορτίο του ηλεκτροσκοπίου.



Η πλάκα που φωτίζουμε δεν είναι ανάγκη να είναι αρχικά φορτισμένη. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα φωτοκύτταρο, όπως δείχνει το σχήμα 20-7. Η κάθοδος έχει μεγάλη επιφάνεια και είναι καλυμμένη με το υλικό από το οποίο θέλουμε να αποσπάσουμε ηλεκτρόνια. Η άνοδος αποτελείται από μία λεπτή ράβδο και προστατεύεται από το κατευθείαν φως με ένα κομμάτι μαύρης ταινίας. Όταν η κάθοδος και η άνοδος συνδέονται εξωτερικά με ένα σύρμα, τα ηλεκτρόνια που εκπέμπονται από την κάθοδο και συλλέγονται στην άνοδο ρέουν πάλι πίσω μέσα από το σύρμα. Το ρεύμα που παράγεται μπορεί να μετρηθεί με ένα μικροαμπερόμετρο.

Το σχήμα 20-8 δείχνει τα χρώματα του φωτός που μπορούν να αποσπάσουν ηλεκτρόνια από μαγνήσιο, λίθιο και καίσιο. Το μαγνήσιο, όπως και ο ψευδάργυρος, απαιτεί υπεριώδη ακτινοβολία. Το λίθιο θα αποδώσει τα ηλεκτρόνιά του με υπεριώδες φως καθώς και με ιώδες, μπλε, πράσινο αλλά όχι με κίτρινο. Με το καίσιο μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε φως όλων των χρωμάτων που αναφέραμε προηγουμένως, καθώς και κίτρινο - πορτοκαλί. Σε όλες αυτές τις περιπτώσεις η αύξηση της εντάσεως του φωτός συνεπάγεται αύξηση του ρεύματος μέσα από το κύκλωμα, δηλαδή αύξηση του αριθμού των ηλεκτρονίων που εκπέμπονται ανά μονάδα χρόνου. Δεν μπορούμε όμως σε καμία περίπτωση να αντικαταστήσουμε το χρώμα με ένταση. Για παράδειγμα, ακόμη και μία δέσμη κίτρινου χρώματος υψηλής εντάσεως δεν θα παράγει ρεύμα σε ένα φωτοκύτταρο με κάθοδο μαγνησίου.



Σχήμα 20-7 Ένα φωτοκύτταρο. Όταν το κύτταρο φωτίζεται με φως, ηλεκτρόνια εκπέμπονται από την κυλινδρική πλάκα, την κάθοδο και συλλέγονται από ένα συρματίνο ηλεκτρόδιο, την άνοδο. Το κύτταρο έχει εκκενωθεί από αέρα.

Σχήμα 20-8 Διάγραμμα που δείχνει τα χρώματα του φωτός που μπορούν να προκαλέσουν εκπομπή ηλεκτρονίων από μαγνήσιο, λίθιο και καίσιο.

8. Θα μπορούσατε να φορτίσετε ένα ηλεκτροσκόπιο που έχει πλάκα ψευδαργύρου φωτίζοντάς την με υπεριώδες φως; Αν είναι έτσι, ποιο θα ήταν το πρόσημο του φορτίου;
9. Ο αέρας ακριβώς από πάνω από ένα ηλεκτροσκόπιο ιοντίζεται με υπεριώδες φως. Ποιο είναι το αποτέλεσμα, αν το ηλεκτροσκόπιο είναι φορτισμένο (α) αρνητικά, (β) θετικά;
10. (α) Αν υποθέσετε ότι ένα ηλεκτρόνιο εκπέμπεται από μία αρνητικά φορτισμένη επιφάνεια, πώς θα επιδράσει το ηλεκτρικό πεδίο στην κίνηση του ηλεκτρονίου;
- (β) Ποια θα είναι η επίδραση του πεδίου αν ένα ηλεκτρόνιο εκπέμπεται από μία θετικά φορτισμένη πλάκα;
- (γ) Πώς συνδέονται οι απαντήσεις σας στα (α) και (β) με την εκφόρτιση ενός ηλεκτροσκοπίου από το φως;
11. Ας υποθέσετε ότι φωτίζετε κάθε ένα από τα μέταλλα που αναφέρθηκαν σ' αυτή την παράγραφο, με φως από ένα συνηθισμένο λαμπτήρα πυρακτώσεως. Από ποιο από τα μέταλλα θα γίνει εκπομπή φωτοηλεκτρονίων;

Φωτοστοιχείο

ΠΡΟΣΘΕΤΑ ΘΕΜΑΤΑ

Η ηλιακή ενέργεια μπορεί να μετατραπεί κατευθείαν σε ηλεκτρικό έργο με ένα φωτοστοιχείο (φωτοβολταϊκό στοιχείο, ή αλλιώς ηλιακό στοιχείο). Η φωτογραφία δείχνει μία πειραματική εγκατάσταση κοντά στο Mead της πολιτείας Νεμπράσκα στις ΗΠΑ. Η εγκατάσταση χρησιμοποιεί τεράστιο αριθμό φωτοστοιχείων για τη λειτουργία αντλιών που αρδεύουν $3 \times 10^5 \text{ m}^2$ καλαμπόκι και σόγια. Αυτή είναι περίπου μια περιοχή 300 στρεμμάτων.

Ένα φωτοστοιχείο κατασκευάζεται με τρόπο παρόμοιο με μία δίοδο ημιαγωγού (βλ. παράγρ. 12-6). Κάθε ένα στοιχείο έχει μία στρώση πυριτίου με πρόσμιξη βαρίου, με πάχος μόνο $5 \times 10^{-2} \text{ cm}$. Η στρώση αυτή καλύπτεται με μία δεύτερη στρώση, με πάχος μόνο $1 \times 10^{-4} \text{ cm}$, από πυρίτιο με πρόσμιξη φωσφόρου. Η εξωτερική επιφάνεια του λεπτότερου στρώματος εκτίθεται στο ηλιακό φως. Όταν πέφτει φως στο φωτοστοιχείο, εμφανίζεται μία τάση μεταξύ των δύο στρώσεων. Η τάση αυτή είναι λίγο μικρότερη από ένα volt. Είναι φανερό ότι πρέπει να συνδέσουμε σε σειρά σημαντικό αριθμό από τέτοια φωτοστοιχεία για να πάρουμε μία τάση πρακτικού μεγέθους.

Αγώγιμα σύρματα συνδέονται επάνω σε κάθε στρώση και επιτρέπουν τη ροή φορτίων. Υπό την επίδραση του ηλιακού φωτός, το λεπτότερο εξωτερικό στρώμα φορτίζεται αρνητικά

και το παχύτερο εσωτερικό θετικά. Αν ένα φωτοστοιχείο δέχεται ένταση ηλιακής ενέργειας περίπου 10 milliwat / cm^2 και το φωτοστοιχείο είναι δραστικωμένο, η πυκνότητα του ρεύματος είναι περίπου 2 milliampere / cm^2 επιφάνειας του φωτοστοιχείου. Πρέπει να συνδέσουμε παράλληλα μεγάλο αριθμό από σειρές φωτοστοιχείων για να πάρουμε ρεύμα με πρακτικά χρήσιμο μέγεθος. Η συστοιχία της φωτογραφίας περιλαμβάνει 120.000 στοιχεία. Σε λαμπρό ήλιο παράγει μέγιστη ισχύ 25 kW.

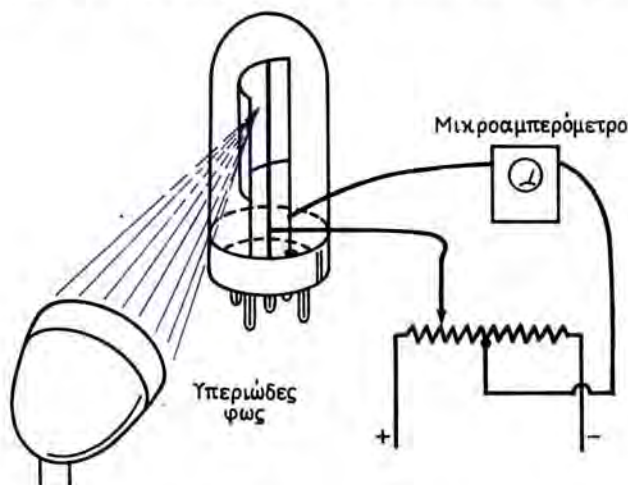
Επειδή το ηλιακό φως είναι διακοπτόμενη πηγή ισχύος, πρέπει να φροντίσουμε να αποθηκεύσουμε ενέργεια τις ώρες που υπάρχει φως, παράλληλα με την παροχή ενέργειας για τη λειτουργία των αντλιών. Σ' αυτή την εγκατάσταση, η ενέργεια που δεν χρησιμοποιείται για τη λειτουργία των αντλιών, χρησιμοποιείται για να φορτισθεί μία μεγάλη συστοιχία μπαταριών μολύβδου. Έτσι έχουμε ενέργεια από τις μπαταρίες όταν είναι σκοτάδι ή το φως δεν είναι αρκετό.

Το 1979 αυτός ο τύπος της εγκαταστάσεως ήταν ακόμη πολύ ακριδός, για να συναγωνισθεί με πιο συμβατικές πηγές ενέργειας. Είναι απίθανο να γενικευθεί η χρήση του, εκτός αν το κόστος του μειωθεί περίπου στο 1/30 της τιμής του εκείνης της εποχής.



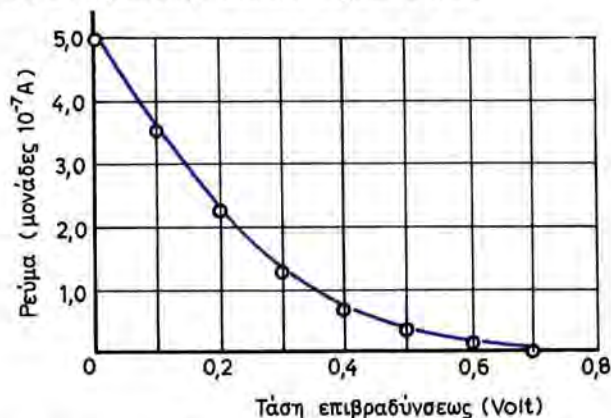
20-5 Η κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων.

Όταν πέφτει φως επάνω στην επιφάνεια της καθόδου ενός φωτοκυττάρου και απελευθερώνει φωτοηλεκτρόνια, τα ηλεκτρόνια αφήνουν την επιφάνεια με διάφορες κινητικές ενέργειες. Μπορούμε να αποδείξουμε ότι αυτό συμβαίνει εφαρμόζοντας μία διαφορά δυναμικού μεταξύ των ηλεκτροδίων του με τέτοιο τρόπο, που η κάθοδος να είναι θετική ως προς την άνοδο (σχ. 20-9). Έτσι τα ηλεκτρόνια θα πρέπει να κινηθούν στον «ανήφορο» και να υπερνικήσουν την επιβραδυντική τάση για να



Σχήμα 20-9 Το κύκλωμα στο οποίο είναι συνδεδεμένο το φωτοκύτταρο επιτρέπει τη ρύθμιση της διαφοράς δυναμικού μεταξύ καθόδου και ανόδου. Η κινητή επαφή είναι συνδεδεμένη στην άνοδο και μπορεί να ρυθμιστεί έτσι, ώστε να την θέτει σε θετικό είτε αρνητικό δυναμικό σε σχέση με την κάθοδο.

φτάσουν στην άνοδο. Καθώς αυξάνεται η επιβραδυντική τάση, το ρεύμα στο κύκλωμα ελαττώνεται. Το σχήμα 20-10 δείχνει την καμπύλη που παίρνουμε όταν πέφτει στην κάθοδο πράσινο φως.

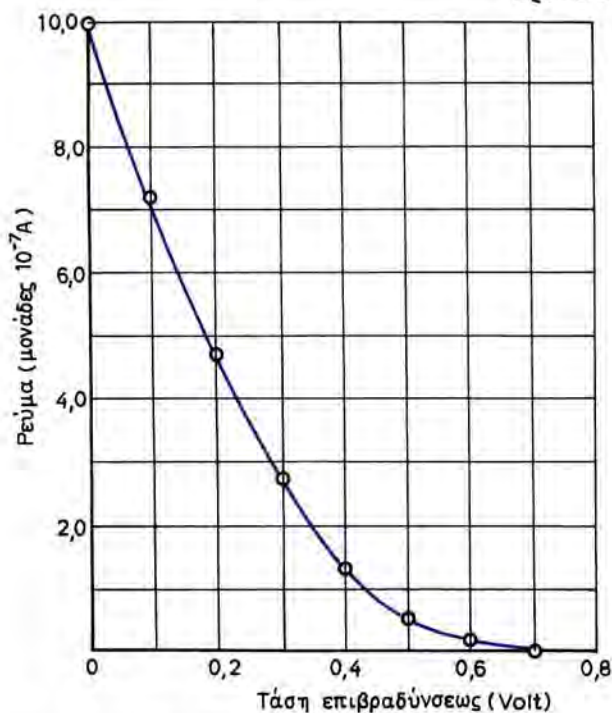


Σχήμα 20-10 Γράφημα του ρεύματος μέσα από ένα φωτοκύτταρο ως συνάρτηση της επιβραδυντικής τάσεως, όταν το κύτταρο φωτίζεται με πράσινο φως και η πηγή τοποθετείται σε καθορισμένη απόσταση από το κύτταρο.

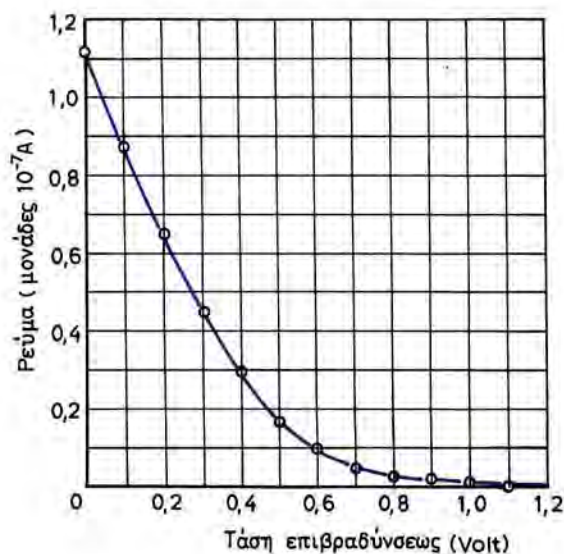
Σημειώστε ότι για $V_0 \approx 0,70$ volt κανένα ηλεκτρόνιο δεν φθάνει στην άνοδο. Η δυναμική ενέργεια που κερδίζουν τα ηλεκτρόνια, όταν φθάνουν στην άνοδο είναι eV_0 . Αυτό το κέρδος σε δυναμική ενέργεια πληρώνεται με την απώλεια κινητικής ενέργειας. Αν τα ηλεκτρόνια μπορούν να κερδίσουν δυναμική ενέργεια μόνο μέχρι eV_0 , μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η μέγιστη κινητική ενέργεια των εκπεμπόμενων ηλεκτρονίων είναι $E_{Kmax} = eV_0$. Στην περίπτωση του σχήματος 20-10, $E_{Kmax} \approx 0,70$ eV.

Είναι δυνατόν να αυξηθεί η μέγιστη κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων με μία ισχυρότερη πηγή φωτός; Το σχήμα 20-11 δείχνει την καμπύλη του φωτορεύματος ως προς την επιβραδυντική τάση για σημαντικά ισχυρότερο φωτισμό του ίδιου χρώματος. Η σύγκριση των σχημάτων 20-11 και 20-10 δείχνει ότι το ισχυρότερο φως παράγει μεγαλύτερο ρεύμα. Για παράδειγμα, για $V = 0$, $I = 5 \times 10^{-7} \text{ A}$ και $I = 10 \times 10^{-7} \text{ A}$ για τον ασθενέστερο και τον ισχυρότερο φωτισμό αντίστοιχα. Σε $V = 0,30 \text{ volt}$ τα ρεύματα είναι $1,3 \times 10^{-7} \text{ A}$ και $2,7 \times 10^{-7} \text{ A}$ αντίστοιχα. Το ρεύμα όμως μηδενίζεται και στα δυο γραφήματα για $V \approx 0,70 \text{ volt}$. Περισσότερο φως προκαλεί εκπομπή περισσότερων ηλεκτρονίων ανά δευτερόλεπτο, αλλά δεν αυξάνει την ενέργεια του καθενός ηλεκτρονίου.

Στην προηγούμενη παράγραφο μάθαμε ότι διαφορετικά μέταλλα απαιτούν φως διαφορετικού χρώματος για να απελευθερώσουν τα ηλεκτρόνιά τους. Έχει επίδραση το χρώμα του φωτός στη μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων; Πραγματικά αυτό συμβαίνει. Το σχήμα 20-12 δείχνει το ρεύμα ως προς την επιβραδυντική τάση για το ίδιο φωτοκύτταρο που φωτίζεται με μπλε φως. Για μπλε φως το ρεύμα μηδενίζεται σε $V_0 \approx 1,1 \text{ volt}$. Δηλαδή το μπλε φως μπορεί να προκαλέσει εκπομπή ενός ηλεκτρονίου από την κάθοδο και να δώσει μέγιστη κινητική ενέργεια $\approx 1,1 \text{ eV}$, ενώ η μέγιστη κινητική ενέργεια $\approx 0,70 \text{ eV}$ για πράσινο φως.



Σχήμα 20-11 Γράφημα του ρεύματος μέσα από ένα φωτοκύτταρο ως συνάρτηση της επιβραδυντικής τάσεως, όταν το κύτταρο φωτίζεται με πράσινο φως και η πηγή μετακινείται πιο κοντά στο κύτταρο ώστε να αυξηθεί ο φωτισμός.

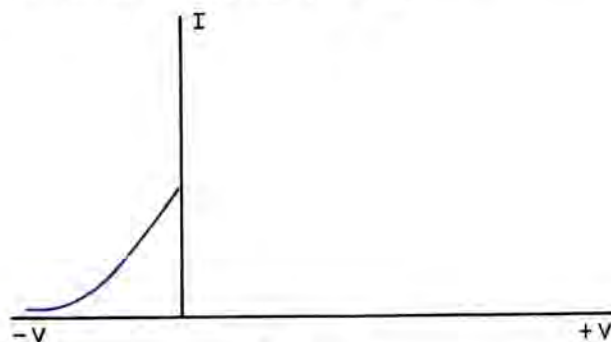


Σχήμα 20-12 Γράφημα του ρεύματος μέσα από ένα φωτοκύτταρο ως συνάρτηση της επιβραδυντικής τάσεως, όταν το φωτοκύτταρο φωτίζεται με μπλε φως και η πηγή είναι τοποθετημένη σε σταθερή απόσταση από το κύτταρο.

12. Να υποθέσετε ότι η κάθοδος και η άνοδος ενός φωτοκυττάρου συνδέονται κατευθείαν με ένα όργανο μετρήσεως ρεύματος, ενώ συγχρόνως πέφτει φως στο φωτοκύτταρο. Αν το όργανο δείχνει ρεύμα 10×10^{-6} amperes, πόσα ηλεκτρόνια ανά δευτερόλεπτο περνούν από την κάθοδο προς την άνοδο του κυττάρου;
13. (α) Από το σχήμα 20-10 πόσα ηλεκτρόνια εκπέμπονται ανά δευτερόλεπτο με $E_K \geq 0,40$ eV;
(β) Πόσα ηλεκτρόνια εκπέμπονται ανά δευτερόλεπτο με κινητική ενέργεια μεταξύ 0,40 eV και 0,45 eV;
14. Να υποθέσετε ότι το φωτοκύτταρο που συζητήσαμε στην παράγραφο 20-4 φωτίζεται με ιώδες φως. Έχοντας υπόψη τη διάταξη των χρωμάτων στο φάσμα του λευκού φωτός, τι θα προβλέπατε ποιοτικά για τη μέγιστη κινητική ενέργεια των εκπεμπομένων ηλεκτρονίων;

Για το σπίτι, την τάξη και το εργαστήριο.

15. Να υποθέσετε ότι κατά την εκτέλεση των πειραμάτων της παραγράφου 20-1 διαθέτετε μόνο μία παλιά μπαταρία της οποίας η τάση ελαττώνεται σιγά-σιγά κατά τη διάρκεια της μετρήσεως. Ποια διαδικασία θα ακολουθούσατε, ώστε ακόμη και με αυτές τις συνθήκες να παίρνατε χρήσιμα δεδομένα;
16. Να υποθέσετε ότι επαναλαμβάνετε τα πειράματα της πρώτης υποπαραγράφου της παραγράφου 20-2 σε μία μπαταρία που έχει τη μισή τάση. Τι επίδραση προβλέπετε ότι θα έχει αυτό για το κλάσμα της ενέργειας που εμφανίζεται ως ορατό φως; (Υπόδειξη: Να εξετάσετε την περίπτωση που η τάση είναι τόσο χαμηλή, ώστε να μην υπάρχει φωτεινή ακτινοβολία).
17. Ρίχνουμε υπεριώδες φως στην πλάκα ψευδαργύρου ενός ηλεκτροσκοπίου. Η ακτινοβολία ionίζει ελαφρά τον αέρα που διαπερνά. Ποιο είναι το αποτέλεσμα, αν το ηλεκτροσκόπιο είναι φορτισμένο (α) αρνητικά, (β) θετικά;
18. Να εκτιμήσετε το εμβαδόν της επιφάνειας που αντικρύζει τον ήλιο το μεσημέρι στο δώμα της κατοικίας σας. Να υποθέσετε ότι όλη η ενέργεια που φθάνει στο δώμα χρησιμοποιείται για να θερμάνει 200 λίτρα νερό. Θα υψωνόταν η θερμοκρασία του νερού από 15°C σε 65°C μέσα σε μία ώρα;
19. Ένας τεχνητός δορυφόρος της γης έχει τέσσερις ορθογώνιους συλλέκτες των 1,83 m επί 0,31 m ο καθένας, που προσανατολίζονται προς τον ήλιο. Αν το 15% της ενέργειας που φθάνει από τον ήλιο μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια στους συλλέκτες, πόση ισχύ μπορούν να δώσουν στο δορυφόρο;
20. Αν ζούσατε σε έναν τόπο $23,5^\circ$ βόρεια από τον ισημερινό, το φως του ήλιου θα ερχόταν κατευθείαν προς τα κάτω μέσα από την ατμόσφαιρα το μεσοκαλοκαίρο. Πόσο μακρύτερος θα ήταν ο δρόμος του ηλιακού φωτός μέσα από τον αέρα το μεσοχειμώνα; (Αγνοήστε την καμπυλότητα της γης).
21. Το σχήμα 20-10 σχεδιάστηκε με δεδομένα που μετρήθηκαν καθώς ένα φωτοκύτταρο φωτιζόταν με φως ορισμένου χρώματος και εντάσεως. Το συλλεκτικό ηλεκτρόδιο ήταν αρνητικό. Το σχήμα Α δείχνει αυτό το γράφημα ξανασχεδιασμένο στα αριστερά του κατακόρυφου άξονα. Να αντιγράψετε αυτό το γράφημα και κατόπιν να το συνεχίσετε για να δείξετε πώς νομίζετε ότι θα μεταβληθεί το ρεύμα αν το συλλεκτικό ηλεκτρόδιο γίνει θετικό. Δικαιολογήστε την πρόβλεψή σας. (Υπόδειξη: Να συγκρίνετε αυτή την κατάσταση με τη θερμονική εκπομπή στην παράγραφο 14-1).



Σχήμα Α



21-1 Βασικά χαρακτηριστικά.

Ας προσπαθήσουμε τώρα να κατασκευάσουμε ένα μοντέλο ή μία θεωρία του φωτός που να εξηγεί τις ιδιότητες του φωτός τις οποίες μελετήσαμε έως εδώ.

Το φως εκπέμπεται από φωτεινά σώματα, διασχίζει το διάστημα κινούμενο ευθύγραμμα, φέρει ενέργεια και μπορεί να απορροφάται. Το απλούστερο πράγμα που μπορούμε να φαντασθούμε ότι έχει αυτές τις ιδιότητες είναι ένα σωματίδιο. Φανταζόμαστε ότι ένα φωτεινό σώμα εκπέμπει ρεύμα από σωματίδια φωτός που ονομάζονται φωτόνια.

Πρέπει από την αρχή να έχουμε υπόψη μας ότι αυτά τα σωματίδια φωτός ή φωτόνια είναι πολύ διαφορετικά από τα κοινά σωματίδια, όπως τα χαλίκια ή ακόμη και από τα άτομα. Υποθέτουμε ότι τα σωματίδια φωτός, αντίθετα από τα άτομα, υπάρχουν μόνο όταν κινούνται μετά την εκπομπή τους και πριν από την απορρόφησή τους.

Μπορούμε να επιταχύνουμε τα ιόντα και ηλεκτρόνια και να βρούμε τις μάζες τους. Δεν μπορούμε να κάνουμε τίποτα τέτοιο με τα σωματίδια φωτός. Έτσι θα συγκεντρώσουμε την προσοχή μας στις ιδιότητες των σωματιδίων φωτός που μπορούμε να προσδιορίσουμε πειραματικά, όπως είναι η ενέργεια και η ορμή τους.

1. Ας υποθέσετε ότι θέλετε να δώσετε διαστάσεις στα σωματίδια φωτός. Γνωρίζετε ότι ακόμη και δυο δυνατές δέσμες φωτός μπορούν να διασταυρωθούν χωρίς να παρεκκλίνουν. Τι σας δηλώνει αυτό για τις διαστάσεις των σωματιδίων;
2. Θεωρήστε μία φωτεινή δέσμη με οριζόντια διεύθυνση. Ας υποθέσετε ότι τα φωτεινά σωματίδια αποκλίνουν λόγω του πεδίου βαρύτητας της γης, ακριβώς όπως κάθε άλλο σωματίδιο. Μπορεί να παρατηρηθεί η απόκλιση σε μία απόσταση 1 km;

21-2 Φωτισμός ως συνάρτηση της αποστάσεως.

Όταν φωτίσουμε ένα κομμάτι χαρτί με μία μικρή λάμπα, ο φωτισμός (η φωτεινή ενέργεια ανά μονάδα χρόνου και ανά μονάδα επιφάνειας) του χαρτιού θα αυξηθεί καθώς πλησιάζουμε τη λάμπα προς το χαρτί. Τι προβλέπει το σωματιδιακό μοντέλο του φωτός για την ποσοτική σχέση που υπάρχει μεταξύ του φωτισμού και της αποστάσεως από μία μικρή πηγή;

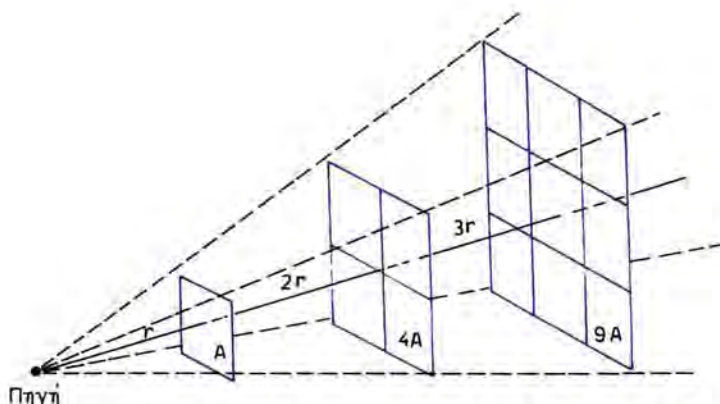
Για να απαντήσουμε σε αυτή την ερώτηση, κάνουμε δύο υποθέσεις: (1) Ο φωτισμός είναι ανάλογος προς τον αριθμό των σωματιδίων φωτός (φωτονίων), που κτυπούν στη μονάδα του εμβαδού ανά μονάδα χρόνου. (2) Δεν χάνεται κανένα φωτόνιο καθώς ταξιδεύει. Θεωρούμε τώρα μία επίπεδη επιφάνεια εμβαδού A , σε απόσταση r από την πηγή και κάθετη προς τη διεύθυνση από την πηγή (σχ. 21-1). Αν κτυπούν την επιφάνεια N σωματίδια ανά μονάδα χρόνου, τότε N/A θα κτυπήσουν ανά μονάδα εμβαδού της επιφάνειας και ανά μονάδα χρόνου. Όπως φαίνεται στο σχήμα 21-1, τα σωματίδια που περνούν μέσα από την επιφάνεια A σε απόσταση r , θα κτυπήσουν μία επιφάνεια εμβαδού $4A$ σε απόσταση $2r$. Τότε ο αριθμός των σωματιδίων που κτυπούν ανά μονάδα εμβαδού αυτής της πλάκας θα είναι $N/4A$ ή το ένα τέταρτο του αριθμού στην

Σωματιδιακό μοντέλο για το φως

- 21-1 Βασικά χαρακτηριστικά
- 21-2 Φωτισμός ως συνάρτηση της αποστάσεως
- 21-3 Η σωματιδιακή ερμηνεία του φωτοηλεκτρικού φαινομένου
- 21-4 Η ενέργεια των φωτονίων και η ταχύτητα του φωτός
- 21-5 Μία ειδική ιδιότητα της ταχύτητας του φωτός
- 21-6 Η πίεση του φωτός
- ΠΡΟΣΘΕΤΑ ΘΕΜΑΤΑ: Ένας κομμάτις**
- 21-7 Δυσκολίες με το σωματιδιακό μοντέλο

Φωτογραφία αριστερά: Η ιστορία δυο φωτονίων: Τα δυο φωτόνια που δεν αφήνουν ίχνος συγκρούστηκαν με άτομα μέσα σε ένα θάλαμο φουσαλίδων και το καθένα παρήγαγε ένα ζεύγος ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου που φαίνονται σαν δυο μυτερά V .

Σχήμα 21-1 Ο ίδιος αριθμός σωματιδίων φωτός που κτυπά την επιφάνεια με εμβαδόν A σε απόσταση r , κτυπά την επιφάνεια εμβαδού $4A$ σε απόσταση $2r$ και την επιφάνεια εμβαδού $9A$ σε απόσταση $3r$.



απόσταση r . Αυτό σημαίνει ότι ο φωτισμός σε απόσταση $2r$ θα είναι το ένα τέταρτο του φωτισμού σε απόσταση r .

Κατά τον ίδιο τρόπο σε μία απόσταση $3r$ ο φωτισμός θα είναι το ένα ένατο του αρχικού και σε $4r$ θα έχει πέσει στο ένα δέκατο έκτο της τιμής που είχε σε απόσταση r . Έτσι το σωματιδιακό μοντέλο δηλώνει ότι ο φωτισμός I είναι αντιστρόφως ανάλογος προς το τετράγωνο της αποστάσεως r από την πηγή. Δηλαδή $I = k/r^2$, όπου k είναι μία σταθερά. Αν τα παραπάνω είναι ορθά, τότε το γινόμενο της εντάσεως επί το τετράγωνο της αποστάσεως πρέπει να μείνει σταθερό.

Για να ελέγξουμε αυτό το συλλογισμό, πρέπει να έχουμε ένα βαθμονομημένο φωτόμετρο. Μπορούμε να βαθμονομήσουμε ένα φωτόμετρο σαν αυτά που έχουν οι φωτογράφοι με τον ακόλουθο τρόπο: Βρίσκουμε πρώτα ένα σύστημα ίσων φωτεινών πηγών. Λέγοντας «ίσων» εννοούμε ότι το φωτόμετρο δείχνει την ίδια ένδειξη για κάθε πηγή, που τοποθετείται μόνη της σε μία δεδομένη απόσταση r_0 από αυτό. Σημειώνουμε τον αριθμό 1 στο όργανο στη θέση του δείκτη, όταν φωτίζεται από μία από τις ίσες πηγές, που βρίσκεται στην πρότυπη απόσταση.

Τοποθετούμε τον αριθμό 2 στην κλίμακά μας, στη θέση του δείκτη, όταν αυτή φωτίζεται από τις δυο ίσες πηγές στην πρότυπη απόσταση. Μπορούμε να κάνουμε το ίδιο πράγμα με τρεις ίσες πηγές στην απόσταση r_0 από το φωτόμετρο κ.ο.κ. Έχουμε τώρα βαθμονομήσει το φωτόμετρό μας, ώστε να μετρά φωτισμό σε πολλαπλάσια του φωτισμού που δίνεται από μια σταθερή πηγή τοποθετημένη σε απόσταση r_0 εμπρός από το όργανο. Αν έχουμε στην κλίμακά μας πολλά βαθμονομημένα σημεία, μπορούμε να σημειώσουμε μεταξύ διαδοχικών σημείων άλλα, που αντιστοιχούν στις κλασματικές τιμές αυτής της σταθερής τιμής φωτισμού. Όταν χρησιμοποιούμε το όργανο, για να μετρήσουμε το φωτισμό μιας πρότυπης πηγής, που βρίσκεται σε απόσταση διαφορετική από r_0 , η κλίμακά μας δείχνει πόσο μεγάλος είναι ο φωτισμός σε σχέση με τον αριθμό των προτύπων πηγών που θα έπρεπε να έχουν τοποθετηθεί στην απόσταση r_0 για να έχουν το ίδιο αποτέλεσμα.

Τώρα μπορούμε να πάρουμε μία από τις πρότυπες πηγές και να τη μεταφέρουμε εμπρός από το φωτόμετρο σε αποστάσεις διαφορετικές από r_0 . Έτσι μπορούμε να βρούμε πώς μεταβάλλεται ο φωτισμός στο φωτόμετρο, καθώς μεταβάλλεται η απόσταση r πηγής οργάνου. Χρησιμοποιούμε μία πρότυπη φωτεινή πηγή και ένα βαθμονομημένο φωτόμετρο για να ελέγξουμε το συλλογισμό του σωματιδιακού μοντέλου και έχουμε τα αποτελέσματα που φαίνονται στον πίνακα 1.

Πίνακας 1

r (meter)	I	$I r^2$
1,20	1,0	1,4
1,00	1,5	1,5
0,80	2,3	1,5
0,70	3,2	1,6
0,60	4,3	1,5
0,50	5,4	1,4
0,40	8,5	1,4
0,30	17,7	1,6
0,25	23,5	1,4
0,20	33,3	1,3

Ο φωτισμός σε διάφορες αποστάσεις από μια πηγή.

Η τρίτη στήλη του πίνακα 1 δείχνει ότι το γινόμενο του φωτισμού επί το τετράγωνο της αποστάσεως είναι σχεδόν σταθερό. Τα δεδομένα του πίνακα 1 έχουν σχεδιασθεί στο σχήμα 21-2.

Το αποτέλεσμα ότι ο φωτισμός από μία φωτεινή πηγή μεταβάλλεται αντίστροφα προς το τετράγωνο της αποστάσεως συμφωνεί με το σωματιδιακό μοντέλο. Για να έχουμε τα δεδομένα του πίνακα 1, διαλέξαμε την απόσταση r_0 από το όργανο μεγάλη σε σύγκριση με το ευαίσθητο στοιχείο του φωτομέτρου μας.

Όταν η πηγή και το φωτόμετρο είναι σε κοντινή απόσταση συγκριτικά με τις διαστάσεις τους, τα σωματίδια φωτός μπορούν να φεύγουν από την πηγή και να φθάνουν στο φωτόμετρο με διάφορες γωνίες ως προς την επιφάνεια και όχι κατά τροχιές, που είναι σχεδόν παράλληλες μεταξύ τους και κάθετες προς την ευαίσθητη επιφάνεια του φωτομέτρου. Γι' αυτό το λόγο δεν παραξενεύομαστε, όταν βρίσκουμε μεγαλύτερες αποκλίσεις από το νόμο του αντίστροφου τετραγώνου, όταν η πηγή και το φωτόμετρο είναι κοντά. Επίσης, όταν κάναμε τις μετρήσεις για τον πίνακα 1, φροντίσαμε να εμποδίσουμε το ανακλώμενο φως να φθάσει στο φωτόμετρο.

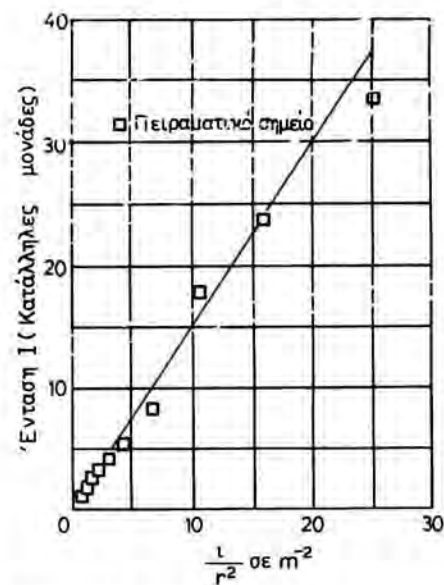
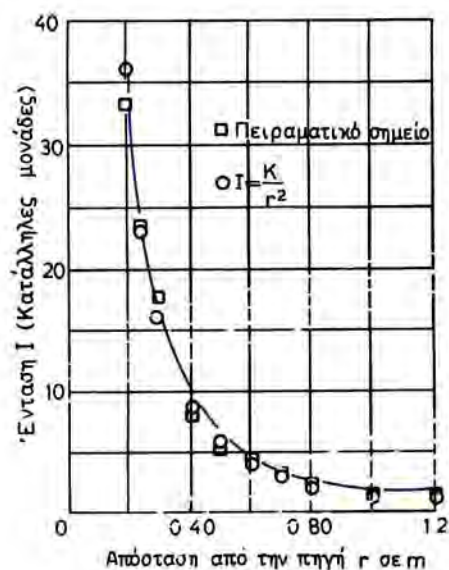
3. Ας υποθέσετε ότι, όταν ένα φωτόμετρο βρίσκεται σε απόσταση r από μία λάμπα, έχει ένδειξη 1 μονάδα. Σε ποια απόσταση από την ίδια πηγή θα δώσει το φωτόμετρο ένδειξη 2 μονάδες;
4. Δυο φωτεινές πηγές S_1 και S_2 απέχουν μεταξύ τους 1,00 m. Αν S_1 είναι μία πρότυπη πηγή και S_2 τρεις πρότυπες πηγές, πού θα τοποθετούσατε μία οθόνη ώστε ο φωτισμός να είναι ίσος και στις δυο πλευρές της;

21-3 Η σωματιδιακή ερμηνεία του φωτοηλεκτρικού φαινομένου.

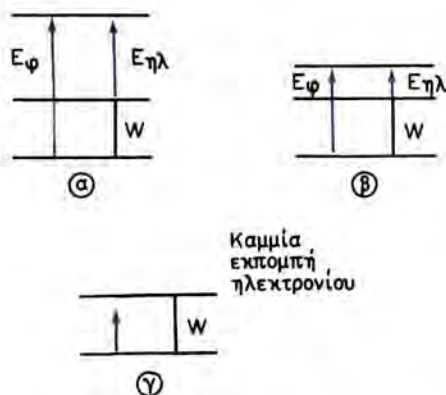
Στο πλαίσιο του σωματιδιακού μοντέλου του φωτός μπορούμε να θεωρήσουμε την εκπομπή ενός φωτοηλεκτρονίου ως μία σύγκρουση μεταξύ ενός φωτονίου και ενός δέσμιου ηλεκτρονίου, κοντά στην επιφάνεια του στερεού. Μέρος της ενέργειας του φωτονίου αναλώνεται για να ελευθερώσει το ηλεκτρόνιο και αυτή που μένει μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου. Τα άτομα του στερεού είναι τόσο πιο ογκώδη από το ηλεκτρόνιο, ώστε μπορούν να πάρουν οποιοδήποτε ποσό ορμής χρειάζεται για τη διατήρηση της ολικής ορμής, χωρίς να αφαιρέσουν σημαντικό μέρος από την ενέργεια του φωτονίου.

Αυτή η ερμηνεία του φωτοηλεκτρικού φαινομένου εξηγεί αμέσως την αύξηση του ηλεκτρικού ρεύματος (φωτορεύματος) με την αύξηση της εντάσεως του φωτός. Αν κτυπήσουν την επιφάνεια περισσότερα σωματίδια ανά μονάδα χρόνου, θα εκτοξευθούν περισσότερα ηλεκτρόνια ανά μονάδα χρόνου. Ακόμη, το μοντέλο προβλέπει ότι το ρεύμα πρέπει να είναι ευθέως ανάλογο προς την ένταση του φωτός. Τώρα που γνωρίζουμε πώς αλλάζει η ένταση του φωτός από μία μικρή πηγή σε σχέση με την απόσταση μπορούμε να ελέγξουμε αυτή την πρόβλεψη.

Μετράμε το φωτορεύμα με τη φωτεινή πηγή σε απόσταση r από το φωτοκύτταρο και κατόπιν φέρνουμε την πηγή πλησιέστερα, σε μια απόσταση $r/2$. Ο νόμος του αντίστροφου τετραγώνου μας δηλώνει ότι με



Σχήμα 21-2 Το επάνω γράφημα δείχνει το φωτισμό σε διάφορες αποστάσεις από την πηγή. Οι πειραματικές τιμές συμφωνούν αρκετά καλά με τα υπολογισμένα σημεία υποθέτοντας σχέση αντίστροφου τετραγώνου. Το κάτω γράφημα όπου η ένταση σχεδιάστηκε ως προς $1/r^2$ συμφωνεί αρκετά με ευθεία γραμμή.



Σχήμα 21-3 Σχηματικό διάγραμμα της σχέσεως μεταξύ της ενέργειας φωτονίων και της κινητικής ενέργειας φωτοηλεκτρονίων.

αυτόν τον τρόπο τετραπλασιάζουμε τον αριθμό των σωματιδίων φωτός που κτυπούν το κύτταρο ανά μονάδα χρόνου. Αυτό πρέπει να τετραπλασιάζει το ρεύμα. Και πραγματικά αυτό συμβαίνει στο πείραμα εφόσον η πηγή δεν πλησιάζει πολύ στο φωτοκύτταρο.

Για να εξηγήσουμε το γεγονός ότι το μπλε φως μπορεί να δώσει στα φωτοηλεκτρόνια μεγαλύτερη κινητική ενέργεια από ότι το πράσινο φως, πρέπει να επεκτείνουμε το σωματιδιακό μοντέλο και να υποθέσουμε ότι τα σωματίδια μπλε φωτός έχουν μεγαλύτερη κινητική ενέργεια από τα σωματίδια του πράσινου φωτός. Γενικότερα η ενέργεια των σωματιδίων φωτός αυξάνει μέσα στο φάσμα από το υπέρυθρο στο υπεριώδες.

Αυτή η απλή επέκταση του σωματιδιακού μοντέλου μπορεί να εξηγήσει ποιοτικά όλες τις παρατηρήσεις που κάναμε με το φωτοκύτταρο. Υποθέσετε ότι η ενέργεια συνδέσεως του λιγότερο δέσμιου ηλεκτρονίου στην κάθοδο είναι W . Αν η κινητική ενέργεια ενός φωτονίου μπλε φωτός είναι $E_{\phi(\text{μπλε})}$, τότε η κινητική ενέργεια του φωτοηλεκτρονίου θα είναι:

$$E_{\eta\lambda} = E_{\phi(\text{μπλε})} - W$$

Για ένα φωτόνιο πράσινου φωτός $E_{\phi(\text{πράσινο})} < E_{\phi(\text{μπλε})}$. Επομένως η κινητική ενέργεια του φωτοηλεκτρονίου θα είναι μικρότερη, πράγμα που συμφωνεί με τις παρατηρήσεις. Το κόκκινο φως δεν ελευθερώνει κανένα ηλεκτρόνιο στο φωτοκύτταρό μας. Προφανώς:

$$E_{\phi(\text{κόκκινο})} < W$$

Το σχηματικό διάγραμμα του σχήματος 21-3 συνοψίζει την κατάσταση. Στα διαγράμματα (α) και (β) χρησιμοποιείται ένα ορισμένο ποσό της ενέργειας του φωτονίου, για να ελευθερώσει το ηλεκτρόνιο, και το υπόλοιπο από αυτήν εμφανίζεται ως κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου. Το φωτόνιο στο (α) έχει μεγαλύτερη ενέργεια παρά στο (β) και έτσι παράγει ηλεκτρόνιο με μεγαλύτερη ενέργεια. Στο (γ) η ενέργεια του φωτονίου είναι πολύ μικρή και δεν μπορεί να ελευθερώσει το ηλεκτρόνιο. Επομένως δεν εκπέμπεται ηλεκτρόνιο.

Ίσως αναρωτηθείτε γιατί το φως ενός μόνου χρώματος δεν παράγει ηλεκτρόνιο μιας μόνης κινητικής ενέργειας. Υπάρχουν δυο λόγοι: Πρώτον, μερικά ηλεκτρόνια που κτυπούνται από φωτόνια δρίσκονται λίγο κάτω από την επιφάνεια και χάνουν λίγη από την ενέργεια καθώς συγκρούονται με άλλα ηλεκτρόνια κατά την έξοδό τους. Δεύτερον, μερικά ηλεκτρόνια είναι περισσότερο δέσμια από άλλα. Επομένως, απλές προβλέψεις για τις ενέργειες των φωτονίων μπορούν να γίνουν μόνο από ηλεκτρόνια με τη μέγιστη κινητική ενέργεια.

5. Στο πλαίσιο του σωματιδιακού μοντέλου του φωτός πώς θα εκφράζατε:

- (α) Τη λαμπρότητα μιας φωτεινής πηγής;
- (β) Το φωτισμό μιας επιφάνειας;

6. Όταν κάνετε φωτοηλεκτρικά πειράματα χρησιμοποιώντας ως πηγή μία μικρή λάμπα πυρακτώσεως και θέλετε να μεταβάλετε το φωτισμό στο φωτοκύτταρο, γιατί πλησιάζετε και απομακρύνετε τη λάμπα αντί να αλλάξετε το ρεύμα της λάμπας;

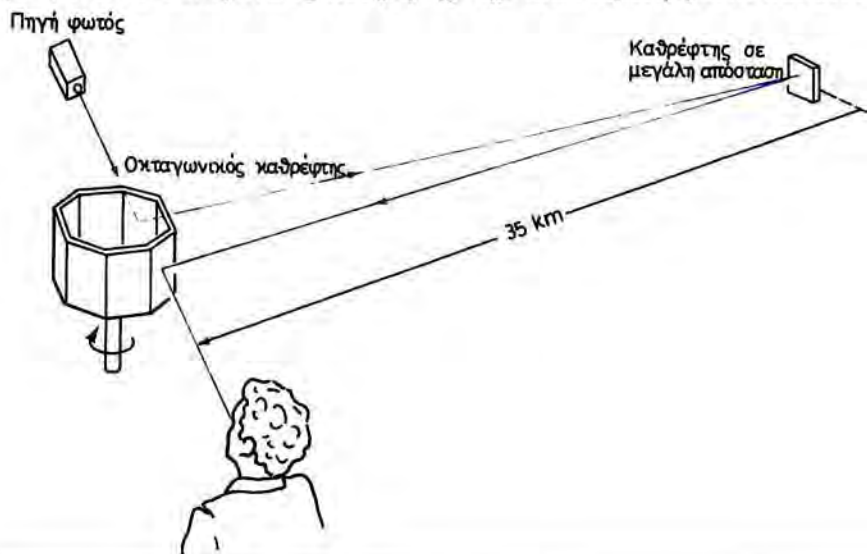
7. Να εξετάσετε τα γραφήματα των σχημάτων 20-10 και 20-11. Ποια η σχέση των δυο φωτισμών στο φωτοκύτταρο, όταν παίρνονται τα δεδομένα αυτών των δυο γραφημάτων;
8. Να εξετάσετε το σχήμα 20-8. Να υποθέσετε ότι το ίδιο ιώδες φως φωτίζει τις επιφάνειες του λιθίου και του καισίου. Πώς συγκρίνονται οι μέγιστες κινητικές ενέργειες των ηλεκτρονίων που εκπέμπονται;

21-4 Η ενέργεια των φωτονίων και η ταχύτητα του φωτός.

Αν μία φωτεινή δέσμη αποτελείται από μία δέσμη φωτονίων και το φως διαφόρων χρωμάτων αντιστοιχεί σε φωτόνια με διαφορετική ενέργεια, τότε θα έπρεπε να περιμένουμε ότι το φως διαφορετικών χρωμάτων διασχίζει το διάστημα με διαφορετικές ταχύτητες. Ειδικότερα, φωτόνια μπλε φωτός θα έπρεπε να κινούνται ταχύτερα από φωτόνια κόκκινου φωτός. Αυτή τουλάχιστον ήταν η εμπειρία μας με τα ηλεκτρόνια και τα ιόντα και σίγουρα με άλλα μικροσκοπικά αντικείμενα. Όμως πολύ προσεκτικές μετρήσεις δεν δείχνουν διαφορά στην ταχύτητα του γαλάζιου και του κόκκινου φωτός.

Για παράδειγμα, ο Α.Α. Michelson (Μάικελσον) στις Ην. Πολιτείες μέτρησε την ταχύτητα του φωτός με ακρίβεια 1 προς 10^5 (δηλ. περίπου 3 km/s). Σ' αυτό το πείραμα ο Michelson πήρε την ανάκλαση μιας στενής φωτεινής δέσμης από ένα οκτάγωνο καθρέφτη σε ένα επίπεδο καθρέφτη, που απείχε περίπου 35 km, την έστειλε πίσω στον οκταγωνικό καθρέφτη και από εκεί στον παρατηρητή (σχ. 21-4). (Και μόνο η ευθυγράμμιση του συστήματος ήταν ένα κατόρθωμα). Μόνο όταν ο οκταγωνικός καθρέφτης ήταν ακριβώς στην ορθή θέση μπόρεσε το φως να φθάσει στον παρατηρητή.

Όταν ο καθρέφτης περιστρεφόταν, τον περισσότερο καιρό το φως δεν μπορούσε να φθάσει καθόλου στο μακρινό καθρέφτη. Ακόμη και οι σύντομες φωτεινές λάμπες που κτυπούσαν την πρώτη φορά τον οκταγωνικό καθρέφτη με τη σωστή εκείνη γωνία που είναι απαραίτητη για να ανακλασθούν στο μακρινό καθρέφτη, τις πιο πολλές φορές επέστρεφαν, όταν ο οκταγωνικός καθρέφτης είχε λανθασμένη γωνία και έτσι



Σχήμα 21-4 Ο Michelson προκάλεσε ανάκλαση φωτός με έναν περιστρεφόμενο οκταγωνικό καθρέφτη. Με αυτή τη συσκευή έκανε ακριβείς μετρήσεις της ταχύτητας του φωτός.

δεν έφθαναν στο μάτι του παρατηρητή. Έτσι, όταν περιστρεφόταν ο οκταγωνικός καθρέφτης, ο παρατηρητής δεν έβλεπε καθόλου φως, εκτός εάν ο καθρέφτης περιστρεφόταν με τέτοιο ρυθμό, ώστε μία από τις άλλες του πλευρές να βρίσκεται στη σωστή θέση για να ανακλάσει το φως προς την κατεύθυνσή του.

Γνωρίζουμε ότι το λευκό φως είναι ένα μίγμα από χρώματα. Αν το φως διαφορετικών χρωμάτων κινείται με διαφορετικές ταχύτητες, ο Michelson θα έπρεπε να είχε δει φως διαφορετικών χρωμάτων καθώς άλλαζε το ρυθμό της περιστροφής. Αντί γι' αυτό, άλλοτε έβλεπε λευκό φως και άλλοτε καθόλου φως. Έτσι έδειξε ότι το φως όλων των χρωμάτων κινείται με την ίδια ταχύτητα, μέσα βέβαια στα όρια της ακρίβειας του πειράματος.

9. Στο πείραμα του Michelson, που φαίνεται στο σχήμα 21-4, ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός περιστροφών ανά δευτερόλεπτο, που μπορεί να έχει ο οκταγωνικός καθρέφτης και να είναι δυνατή η μέτρηση της ταχύτητας του φωτός;

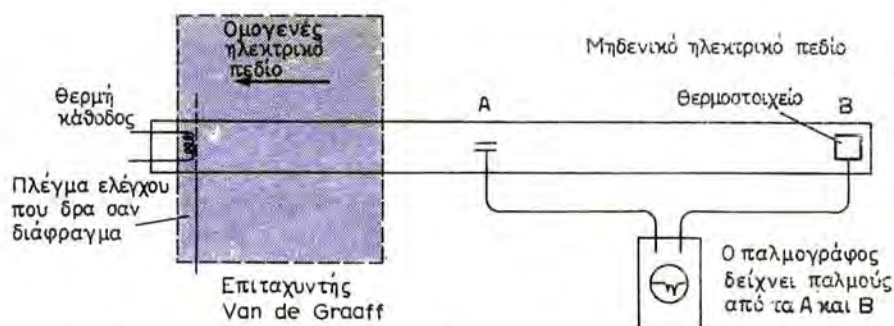
10. Μερικές φορές συμβαίνει στον ουρανό έκρηξη ενός αστέρα που δημιουργεί αυτό που ονομάζουμε σουπερνόβα. Ο αστέρας γίνεται ξαφνικά πολύ πιο λαμπερός από όσο ήταν. Όπως γνωρίζετε, οι αστέρες απέχουν τόσο πολύ από τη γη, ώστε χρειάζονται πολλά χρόνια για να μας φθάσει το φως τους. Μία έκρηξη που παρατηρούμε πρέπει να έγινε πολλά χρόνια πριν. Το φως ταξιδεύει από τότε. Βλέπουμε την έκρηξη σαν ένα λαμπερό φως, όχι σαν μία σειρά διαφορετικών χρωμάτων που φθάνουν σε διαφορετικούς χρόνους. Τι δείχνει αυτό για την ταχύτητα του φωτός διαφορετικών χρωμάτων μέσα στο κενό;

21-5 Μία ειδική ιδιότητα της ταχύτητας του φωτός.

Θα έπρεπε να θεωρήσουμε την ανεξαρτησία της ταχύτητας ενός φωτονίου από την ενέργειά του ένα σοβαρό κτύπημα για το σωματιδιακό μοντέλο του φωτός; Πριν καταλήξουμε, θα έπρεπε να εξετάσουμε περισσότερο προσεκτικά τη σχέση μεταξύ κινητικής ενέργειας και ταχύτητας για άλλα σωματίδια, για παράδειγμα ηλεκτρόνια, με ταχύτητες που να προσεγγίζουν την ταχύτητα του φωτός.

Ένα τέτοιο πείραμα έγινε από τον William Bertozzi (Γουίλιαμ Μπερτότζι) στο Τεχνολογικό Ινστιτούτο της Μασσαχουσέτης (M.I.T.) (Πανεπιστήμιο των Η.Π.Α.). Για να υπάρχει αρκετή ενέργεια, χρησιμοποιήθηκε ένας επιταχυντής Van de Graaf ως πηγή υψηλής τάσεως για να επιταχύνει τα ηλεκτρόνια. Στο σχήμα 21-5 φαίνεται η γενική διάταξη.

Ηλεκτρόνια από μία θερμή κάθοδο επιταχύνονται από μία μεγάλη διαφορά δυναμικού που παράγεται από τον επιταχυντή Van de Graaf. Αφού βγουν από τον επιταχυντή κινούνται μέσα σε ένα μακρύ κύλινδρο που δεν έχει ηλεκτρικό πεδίο μέσα του. Τα ηλεκτρόνια κινούνται μέσα σε αυτόν το σωλήνα χωρίς να επιταχυνθούν και η ταχύτητά τους προσδιορίζεται με χρονομέτρηση της πτήσεώς τους από Α στο Β. Για ακριβή μέτρηση είναι αναγκαίο τα ηλεκτρόνια να εκτοξεύονται κατά



Σχήμα 21-5 Η γενική διάταξη του πειράματος που έγινε στο Μ.Ι.Τ. από τον William Bertozzi. Τα ηλεκτρόνια επιταχύνονται από ένα ομογενές πεδίο στα αριστερά και χρονομετρούνται από το Α στο Β με τον παλμογράφο.

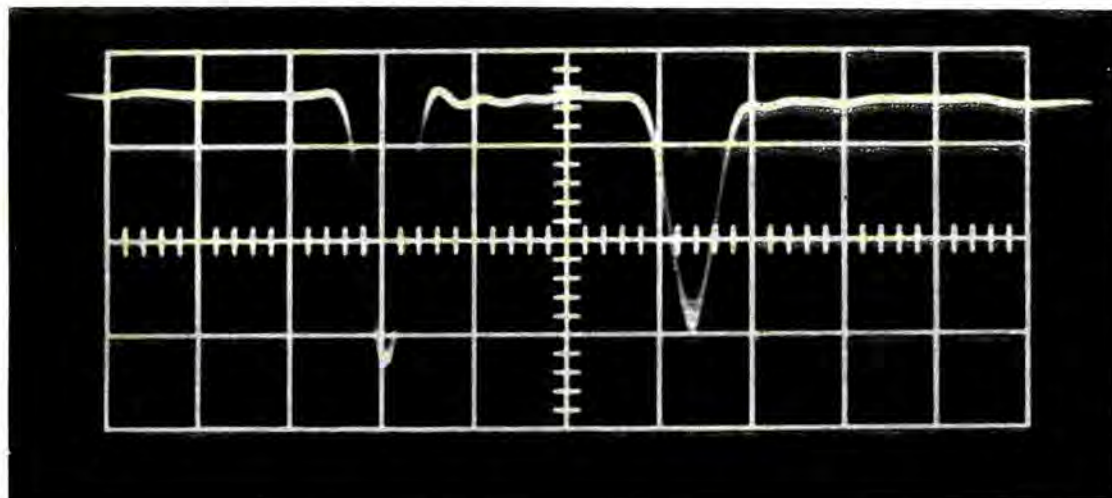
παλμούς που η διάρκειά τους να είναι σύντομη σε σύγκριση με το χρόνο πτήσεως. Ένα διάφραγμα που ανοίγει για πολύ σύντομα χρονικά διαστήματα έχει γίνει με την τοποθέτηση ενός πλέγματος κοντά στην κάθοδο. Αυτό το πλέγμα διατηρείται σε αρνητικό δυναμικό ως προς την κάθοδο, μέχρι τη στιγμή που θελήσουμε να δημιουργήσουμε τον παλμό των ηλεκτρονίων. Τότε προκαλούμε ένα έντονο παλμό θετικού δυναμικού στο πλέγμα (ως προς την κάθοδο) και έτσι παράγεται ένας βραχύς παλμός ηλεκτρονίων.

Ο χρόνος πτήσεως φαίνεται σε ένα παλμογράφο. Όταν παλμοί ηλεκτρονίων περνούν από το Α στο Β, προκαλούνται ηλεκτρικοί παλμοί, που φαίνονται σαν μύτες στην οθόνη του παλμογράφου (σχ. 21-6).

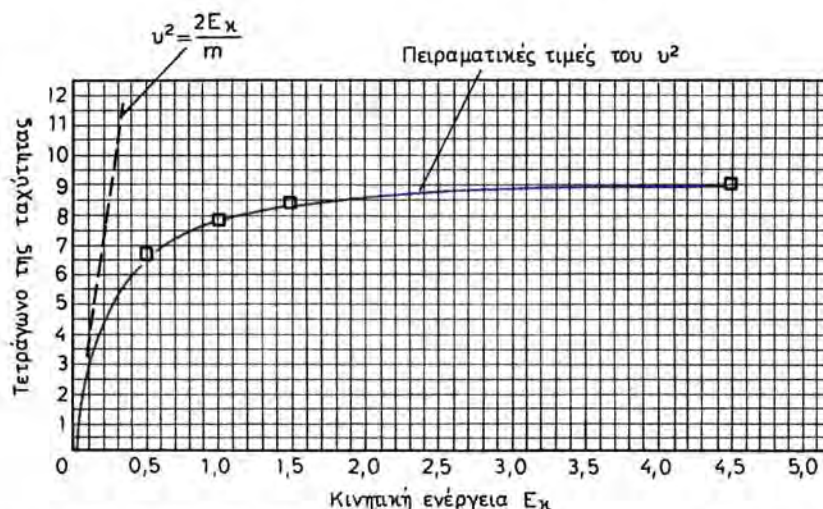
Η προσεκτική διαδικασία που ακολουθήσαμε για τον προσδιορισμό της ταχύτητας των ηλεκτρονίων εξασφαλίζει την ακρίδειά της. Αλλά μπορούμε να είμαστε δέδαιοι για την ακρίδεια των τιμών της κινητικής ενέργειας των ηλεκτρονίων; Η κινητική ενέργεια ενός σωματιδίου που ξεκινά από ηρεμία ισούται με το έργο, που έχει γίνει επάνω του, δηλαδή τη δύναμη επί την απόσταση. Η απόσταση μετριέται εύκολα. Αν η ταχύτητα του ηλεκτρονίου παραμένει χαμηλή, μπορούμε να υπολογίσουμε τη δύναμη αν διαιρέσουμε το γινόμενο του φορτίου του σωματιδίου και τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των δυο άκρων του επιταχυντή δια της μεταξύ τους αποστάσεως: $F = qV / d$ και $E_K = (qV / d) d = qV$. Ισχύει όμως αυτή η σχέση, όταν η ταχύτητα του ηλεκτρονίου πλησιάζει την ταχύτητα του φωτός;

Για να ελέγξουμε αυτό, τοποθετήσαμε κοντά στο Β (σχ. 21-5) ένα

Σχήμα 21-6 Οι παλμοί που παράγονται στα Α και Β όπως φαίνονται στον παλμογράφο. Η ταχύτητα σαρώσεως του παλμογράφου διαλέχτηκε έτσι, ώστε η απόσταση μεταξύ των μικρών διαιρέσεων στον οριζόντιο άξονα να αντιστοιχεί σε 2×10^{-9} s. Οι παλμοί που φαίνονται εδώ είναι από τη μέτρηση με ένα δυναμικό επιταχύνσεως μισού εκατομμυρίου volt.



Σχήμα 21-7 Γράφημα του v^2 ως προς E_K για ηλεκτρόνια. Η διακεκομμένη ευθεία γραμμή αντιπροσωπεύει την κλασική πρόδλεψη. Η καμπύλη περνά από τα πειραματικά σημεία.



δίσκο από αλουμίνιο που περιέχει ένα θερμοστοιχείο. Η κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων που προσκρούουν στο δίσκο μετατρέπεται σε εσωτερική θερμική ενέργεια του δίσκου και μετριέται η αύξηση της θερμοκρασίας. Από την αύξηση της θερμοκρασίας και τον αριθμό των ηλεκτρονίων που κτυπούν το δίσκο υπολογίσαμε την κινητική ενέργεια κάθε ηλεκτρονίου και βρήκαμε ότι συμφωνεί με τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας. Επειδή η ενέργεια που μεταφέρεται σε κάθε ηλεκτρόνιο είναι $E_K = Fd$ και είμαστε τώρα βέβαιοι ότι γνωρίζουμε και το E_K και το d , αποδείξαμε συγχρόνως ότι στο πείραμά μας, όπου η δύναμη έχει πάντοτε την κατεύθυνση της κινήσεως, η ηλεκτρική δύναμη επάνω στο ηλεκτρόνιο είναι ανεξάρτητη από την ταχύτητα του ηλεκτρονίου.

Τα εντυπωσιακά αποτελέσματα αυτού του πειράματος δείχνονται στο σχήμα 21-7. Αφού η σχέση του Newton $E_K = 1/2 mv^2$ δείχνει ότι v^2 πρέπει να είναι ανάλογο προς E_K , σχεδιάσαμε το v^2 (σε μονάδες των $10^{16} \text{ m}^2/\text{s}^2$) ως προς E_K (σε μονάδες των $10^6 \text{ ev} = 1 \text{ MeV}$). Η ευθεία γραμμή που ανεβαίνει χωρίς όριο είναι η σχέση του Newton. Σημειώστε ότι ακόμη και με ενέργεια 0,5 MeV, το πειραματικό σημείο αποκλίνει από αυτή την πρόδλεψη. Καθώς προχωρούμε σε υψηλότερες ενέργειες, το v^2 πλησιάζει καθαρά στη σταθερή τιμή $9 \times 10^{16} \text{ m}^2/\text{s}^2 = c^2$ και η διαφορά από την κλασική προϋπόθεση γίνεται πελώρια. Αυτό το αποτέλεσμα είναι γενικό: Δεν βρέθηκε ποτέ σωματίδιο, που να έχει ταχύτητα μεγαλύτερη από c . Η ταχύτητα του φωτός c , είναι το ανώτατο όριο που μπορούν να φθάσουν υλικά σωματίδια.

Όσο πλησιάζει η ταχύτητα ενός σωματιδίου προς την ταχύτητα του φωτός, τόσο λιγότερο μεταβάλλεται η ταχύτητα καθώς αυξάνει η κινητική ενέργεια. Έτσι δεν είναι παράξενο ότι η ταχύτητα των φωτονίων, που είναι η ταχύτητα του φωτός, δεν εξαρτάται από την ενέργειά τους.

11. Ποιο είναι το χρονικό διάστημα μεταξύ των δυο παλμών που φαίνονται στο σχήμα 21-6;
12. Στο σχήμα 21-5 η απόσταση μεταξύ Α και Β είναι 8,4 m. Ποια ήταν η ταχύτητα των ηλεκτρονίων, που προκάλεσαν τους παλμούς, οι οποίοι φαίνονται στο σχήμα 21-6;

13. Να χρησιμοποιήσετε το σχήμα 21-7 για να βρείτε το λόγο της κινητικής ενέργειας ενός ηλεκτρονίου που κινείται με ταχύτητα $0,9 c$ ως προς την κινητική ενέργεια που δίνεται από: $E_K = 1/2 m v^2$.

21-6 Η πίεση του φωτός.

Στην παράγραφο 9-4 είδαμε ότι συγκρούσεις πολλών μορίων αερίου παράγουν μία σταθερή δύναμη στα τοιχώματα του δοχείου. Για ένα μόριο που έχει ορμή $\vec{p}$ και κτυπά στο τοίχωμα υπό ορθή γωνία, η μεταβολή της ορμής θα είναι $\Delta\vec{p} = -2\vec{p}$. Αν ένα φωτόνιο ανακλάται προς τα πίσω, η ορμή του θα μεταβληθεί επίσης κατά $\Delta\vec{p} = -2\vec{p}$. Αν n φωτόνια ανακλώνται από μια επιφάνεια εμβαδού A σε χρονικό διάστημα Δt , η συνολική μεταβολή της ορμής θα είναι $-2n\vec{p}$. Το μέτρο της δυνάμεως ανά μονάδα εμβαδού επιφάνειας δηλαδή η πίεση που ασκείται από το φως θα είναι:

$$P = \frac{2np}{A\Delta t} \quad (1)$$

Γνωρίζετε ότι χρειάζεται μία πολύ μικρή δύναμη για να πέσει ένας μικρός καθρέφτης που στέκεται όρθιος. Όμως ποτέ δεν είδατε μία φωτεινή δέσμη να ρίχνει έναν καθρέφτη. Έτσι το φως ασκεί πίεση, αλλά πρέπει να είναι πολύ μικρή κάτω από κανονικές συνθήκες και θα χρειαζόταν μία πολύ ευαίσθητη συσκευή για να την καταγράψει.

Έχουν κατασκευασθεί τέτοιες συσκευές. Ακόμη όμως και αν μετρούσαμε τη δύναμη που ασκείται από μία φωτεινή δέσμη, δεν θα μπορούσαμε να επαληθεύσουμε αυτή την τελευταία εξίσωση σε αυτό το στάδιο. Ο λόγος είναι ότι δεν γνωρίζουμε ούτε την ορμή ενός φωτονίου ενός ορισμένου χρώματος ούτε τον αριθμό των φωτονίων σε μία ορισμένη δέσμη που προσκρούει σε ένα ανακλαστή σε χρονικό διάστημα Δt . Θα ήταν χρήσιμο, αν μπορούσαμε να συσχετίσουμε αυτές τις ποσότητες με κάτι που μπορούμε να μετρήσουμε κατευθείαν. Αυτό μπορούμε να το επιτύχουμε με τον ακόλουθο συλλογισμό: Στη μηχανική του Newton η κινητική ενέργεια και το μέτρο της ορμής ενός σωματιδίου έχουν τις εξής σχέσεις με την ταχύτητα:

$$E = \frac{1}{2} m v^2 \quad \text{και} \quad p = m v$$

Αν στην έκφραση για την κινητική ενέργεια αντικαταστήσουμε το p με mv , έχουμε:

$$E = \frac{v}{2} p \quad \text{ή} \quad p = \frac{2E}{v}$$

Γνωρίζουμε ότι η έκφραση του Newton για κινητική ενέργεια δεν ισχύει για φωτόνια ή άλλα σωματίδια που έχουν ταχύτητες που πλησιάζουν την ταχύτητα του φωτός. Αλλά για οποιαδήποτε ταχύτητα, ακόμη και για την ταχύτητα του φωτός:

$$p = (\text{κάποιος καθαρός αριθμός}) \frac{E}{v}$$

Αυτό πρέπει να είναι έτσι γιατί η ορμή έχει μονάδες $\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ και η ενέργεια έχει μονάδες $\text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$. Η ενέργεια έχει ακόμη έναν παράγοντα m/s στις μονάδες της. Για να τον απαλείψουμε, χρειάζεται διαίρεση με την ταχύτητα. Έτσι η προηγούμενη εξίσωση είναι η μόνη που έχει τις σωστές μονάδες (καλύτερες διαστάσεις).

Για τα φωτόνια, η μόνη ταχύτητα που μπορεί να παρεμβληθεί στη σχέση μεταξύ κινητικής ενέργειας και ορμής είναι η ταχύτητα του φωτός. Επομένως περιμένουμε ότι το μέτρο της ορμής ενός φωτονίου είναι ευθέως ανάλογο προς την ενέργειά του.

$$p = \alpha \frac{E}{c} \quad (2)$$

όπου α είναι καθαρός αριθμός.

Αν αυτό αληθεύει για ένα φωτόνιο, θα ισχύει και για πολλά φωτόνια. Επομένως μπορούμε να ξαναγράψουμε την έκφραση για την πίεση του φωτός (εξίσωση 1) ως:

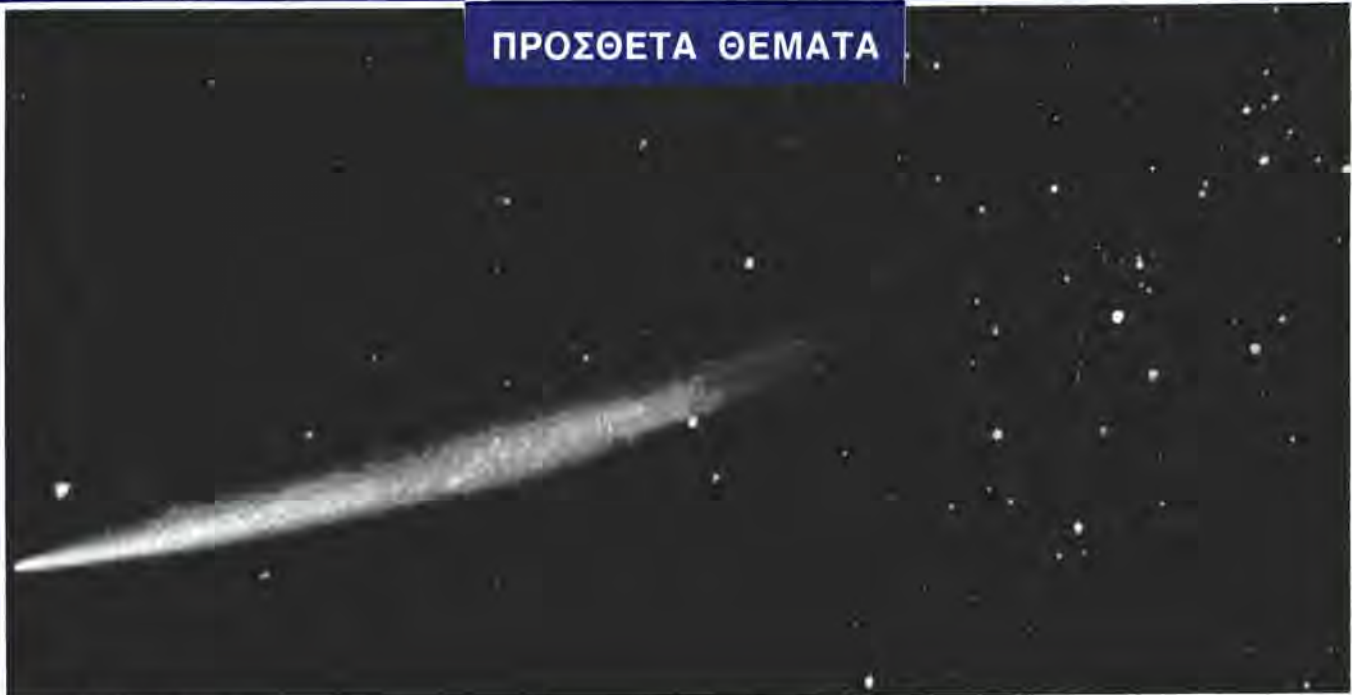
$$P = \frac{2np}{A\Delta t} = \frac{2\alpha}{c} \frac{nE}{A\Delta t}$$

Η ποσότητα $\frac{nE}{A\Delta t}$ είναι η ένταση της δέσμης, δηλαδή το ποσό ενέργειας που διέρχεται ανά μονάδα εμβαδού και ανά μονάδα χρόνου. Συνοψίζουμε την πρόβλεψή μας λέγοντας ότι η πίεση του φωτός είναι ανάλογη προς την ένταση της δέσμης.

Οι E.F. Nichols (Νίκολς) και G.F. Hull (Χουλ) έλεγξαν αυτή την αναλογία πειραματικά. Μέτρησαν τη δύναμη που ασκείται από μία φωτεινή δέσμη μεγάλης εντάσεως επάνω σε ένα καθρέφτη στερεωμένο σε ένα πολύ ευαίσθητο ζυγό στρέψεως. Κατόπιν δρῆκαν την ενέργεια που μεταφέρεται από τη φωτεινή δέσμη στέλνοντας φως σε ένα δίσκο αργύρου με επάλειψη αιθάλης (καραμπογιάνς). Η αιθάλη απορρόφησε σχεδόν όλο το φως που έπεφτε επάνω της και οι Nichols και Hull μέτρησαν την αύξηση της θερμοκρασίας του δίσκου αργύρου. Αφού έλαβαν υπόψη τους το μικρό ποσό του φωτός που ανακλάσθηκε, η αύξηση της θερμοκρασίας τους έδωσε ένα καλό προσδιορισμό της ενέργειας της φωτεινής δέσμης.

Προσέξτε ότι οι Nichols και Hull δεν χρειάστηκε να γνωρίζουν τον αριθμό n των φωτονίων που χτυπούσαν στην επιφάνεια, ούτε την ενέργεια E ενός φωτονίου. Μέτρησαν κατευθείαν την ένταση της δέσμης. Τελικά σύγκριναν τη δύναμη που μέτρησαν απευθείας με τη δύναμη που υπολόγισαν από την ενέργεια της δέσμης. Έκαναν το πείραμά τους τρεις φορές: χρησιμοποιώντας άσπρο φως, άσπρο φως με ένα φίλτρο από γυαλί ρουμπινιού και άσπρο φως με φίλτρο νερού. Το φίλτρο από γυαλί ρουμπινιού αφαίρεσε σχεδόν όλο το φάσμα από το πράσινο έως το υπεριώδες. Το νερό αφαίρεσε το υπέρυθρο τμήμα του φάσματος. Τα

ΠΡΟΣΘΕΤΑ ΘΕΜΑΤΑ



Ένας κομήτης

Αυτή η φωτογραφία του κομήτη Ikeya - Seki, που πάρθηκε το Νοέμβριο του 1965, καταγράφει έναν από τους μεγαλύτερους κομήτες που παρατηρήθηκαν σε πρόσφατα χρόνια. Πρακτικά ολόκληρη η εικόνα που βλέπετε εδώ είναι η ουρά του κομήτη. Κατά το αποκορύφωμα της εμφανίσεώς του ο κομήτης Ikeya - Seki εκτεινόταν σε γωνία περισσότερο από 40° επάνω στον ουρανό τη νύκτα. (Ήταν ορατός ακόμη και την ημέρα!).

Η έκταση που έχουν τυπικές ουρές κομητών είναι 150 εκατομμύρια χιλιόμετρα ή ακόμη περισσότερο. Στο αριστερό άκρο της φωτογραφίας είναι το κεφάλι, ή κόμη του κομήτη, που κατέχει λιγότερο από 1% της εικόνας. Η κόμη είναι ύλη υπό μορφή ενός νέφους αερίων, που ανιχνεύεται πρώτη, όταν ο κομήτης είναι ακόμη πολύ μακριά από τον ήλιο. Σχηματίζεται από την εξάχνωση ενός κεντρικού πυρήνα παγωμένου νερού, μεθανίου και αμμωνίας, που περιλαμβάνει προσμίξεις σκόνης και μετάλλων. Για τα αστρονομικά πρότυπα ο πυρήνας ενός κομήτη είναι ένα εξαιρετικά μικροσκοπικό αντικείμενο. Έχει διάμετρο μερικών χιλιομέτρων και περιλαμβάνει συνήθως μάζα λιγότερη από το ένα εκατοντάκις δισεκατομμυριοστό της μάζας της γης. Λέγεται συχνά ότι ένας κομήτης είναι το πιο κοντινό πράγμα στο τίποτε, που μπορεί ακόμη να είναι κάτι.

Για πολλούς αιώνες η εμφάνιση ενός κομήτη θεωρούνταν σαν φοβερός οινικός κάποιος επικείμενης καταστροφής. Η επιστημονική έρευνα των κομητών άρχισε το 1577, όταν ο Tycho Brahe χρησιμοποίησε παρατηρήσεις από διάφορες τοποθεσίες για να δείξει ότι οι κομήτες ήταν αληθινά ουράνια

αντικείμενα που ταξιδεύουν σε τεράστιες τροχιές στο διάστημα. Το 1705 ο Edmund Halley (Έντμουντ Χάλεϊ) χρησιμοποίησε το νέο τότε νόμο της βαρύτητας του Newton για να δείξει ότι οι κομήτες κινούνται σε ελλειπτικές (κλειστές) ή παραβολικές (ανοικτές) τροχιές γύρω από τον ήλιο.

Όπως και όλα τα άλλα μέλη του ηλιακού συστήματος, οι κομήτες γίνονται ορατοί από την ανάκλαση πάνω τους του ηλιακού φωτός. Μελετώντας όμως το φάσμα του φωτός τους, οι αστρονόμοι ανακάλυψαν ότι οι κομήτες δεν είναι απλά αντικείμενα που ανακλούν φως. Για ένα κομήτη που εισέρχεται στην τροχιά του Δία (≈ 5 AU), η αέρια ύλη που περιβάλλει τον πυρήνα του κομήτη απορροφά υπεριώδες φως και το ακτινοβολεί ξανά στο ορατό τμήμα του φάσματος. Αυτή η διαδικασία εκπομπής (φθορισμός) είναι συχνά ισχυρότερη από αυτό καθαυτό το ανακλώμενο ηλιακό φως.

Πολύχρονες παρατηρήσεις κομητών έδειξαν ότι η ουρά ενός κομήτη είναι πίσω από τον πυρήνα και την κόμη, καθώς ο κομήτης πλησιάζει στον ήλιο (συμπεριφορά συνήθους ουράς!), αλλά προηγείται από τον κομήτη καθώς απομακρύνεται από τον ήλιο. Αυτό το γεγονός, ότι η ουρά του κομήτη κατευθύνεται πάντα από τον ήλιο προς τα έξω, οδήγησε σε δυο θεμελιώδη συμπεράσματα:

- (1) Ότι τα φωτόνια από τον ήλιο έχουν ορμή και εξασκούν πίεση στα σωματίδια σκόνης του κομήτη και
- (2) ότι η διαστελλόμενη εξωτερική ατμόσφαιρα του ηλίου («ο ηλιακός άνεμος») είναι ένα ιοντισμένο αέριο που «σαρώνει» τα ιοντισμένα συστατικά ενός κομήτη δίνοντάς τους τη μορφή μιας μακριάς και στενής ουράς.

αποτελέσματά τους φαίνονται στον πίνακα 2.

Πίνακας 2

Φωτεινή δέσμη φιλτραρισμένη από	Δύναμη σε Newtons σε 1 cm ² καθρέφτη	$2 \times$ ένταση δέσμης c
Χωρίς φίλτρο	$7,01 \times 10^{-10}$	$7,05 \times 10^{-10}$
Γυαλί ρουμπινιού	$6,94 \times 10^{-10}$	$6,86 \times 10^{-10}$
Νερό	$6,52 \times 10^{-10}$	$6,48 \times 10^{-10}$

Η συμφωνία μεταξύ της δυνάμεως που μετρήθηκε και της διπλάσιας εντάσεως, διαιρεμένης με την ταχύτητα του φωτός, επιβεβαιώνει την πρόβλεψη του μοντέλου του σωματιδίου. Επιπλέον, το γεγονός ότι οι αριθμοί από τις δυο στήλες είναι ίσοι για διαφορετικά τμήματα του φάσματος, δείχνει ότι η σταθερά αναλογίας στην εξίσωση (2) είναι $\alpha = 1$ για όλα τα χρώματα. Συμπεραίνομε ότι η σχέση μεταξύ της ενέργειας και της ορμής ενός φωτονίου είναι,

$$p = \frac{E}{c}$$

14. Στο πείραμα για την πίεση του φωτός η λάμπα εκπέμπει 0,8 watt σε ένα εμβαδόν 1 cm² περίπου. Πώς συγκρίνεται η ένταση αυτού του φωτός με την ηλιακή σταθερά;
15. Να χρησιμοποιήσετε την ηλιακή σταθερά (παράγρ. 20-3) και να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκείται από τον ήλιο σε 1,0 m² της επιφάνειας ενός δορυφόρου που ανακλά πλήρως το φως και είναι κάθετη προς τον ήλιο.
16. Σε ποιο αντικείμενο θα ασκήσει μεγαλύτερη πίεση το φως, σε ένα κομμάτι γυαλί ή ένα καθρέφτη;
17. Μία δέσμη κόκκινου φωτός και μία δέσμη μπλε φωτός ασκούν την ίδια πίεση στην επιφάνεια όπου προσπίπτουν. Τι μπορείτε να πείτε για τους σχετικούς αριθμούς φωτονίων στις δυο δέσμες;

21-7 Δυσκολίες με το σωματιδιακό μοντέλο.

Η ένταση του φωτός ως συνάρτηση της αποστάσεως από μία σημειακή πηγή, η μεταφορά της ενέργειας από το φως και η πίεση του φωτός συνδέονται μεταξύ τους με το σωματιδιακό μοντέλο. Όταν όμως προσπαθήσουμε να εξηγήσουμε άλλες πλευρές της συμπεριφοράς του φωτός, συναντούμε δυσκολίες. Παρατηρήστε ξανά το σχήμα 18-17. Καθώς η φωτεινή δέσμη κτυπά στη γυάλινη πλάκα, ένα μέρος της ανακλάται και ένα μέρος της διαθλάται. Όταν η διαθλασμένη δέσμη κτυπήσει την άλλη πλευρά της πλάκας, ανακλάται και διαθλάται πάλι. Υπάρχει κάτι που κάνει μερικά φωτόνια να ανακλώνται και άλλα να διαθλώνται; Ίσως κάθε επιφάνεια να αποτελείται από πολύ μικρά τμήματα, που ανακλούν ή διαθλούν. Αλλά και αυτή η πολύ τραβηγμένη υπόθεση δεν μπορεί να εξηγήσει το γεγονός ότι το σύνολο των φωτονίων που ανα-

κλώνονται και το σύνολο των φωτονίων που διαθλώνται εξαρτώνται από τη γωνία προσπτώσεως.

Και άλλες δυσκολίες παρουσιάζονται όταν προσπαθήσουμε να εξηγήσουμε την περίθλαση. Για παράδειγμα, δεν φαίνεται να υπάρχει απλή εξήγηση με βάση το σωματιδιακό μοντέλο για το περίεργο σχήμα της περιθλάσεως, που παρατηρούμε, όταν το φως περνά μέσα από μια πολύ μικρή οπή (σχ. 18-28). Δεν υπάρχει τίποτε στο σωματιδιακό μοντέλο που να δείχνει ότι οι διαστάσεις των αντικειμένων με τα οποία αλληλεπιδρά το φως έχουν σημασία στη συμπεριφορά του.

Στην ανάπτυξη του σωματιδιακού μοντέλου του φωτός δεν ακολουθήσαμε την ιστορική σειρά. Τώρα όμως βρίσκμαστε σε μία κατάσταση όπου βρίσκονται οι φυσικοί αρκετά συχνά. Κατά καιρούς η θεωρία που συνδέει με επιτυχία μία ολόκληρη ομάδα πειράματικών αποτελεσμάτων και παρατηρήσεων δεν μπορεί να εξηγήσει μία νέα παρατήρηση. Τότε πρέπει να τροποποιήσουμε τη θεωρία μας, ή να αρχίσουμε από την αρχή και να προσπαθήσουμε να ανακαλύψουμε άλλη. Αλλά είναι σχεδόν πάντοτε αλήθεια ότι οι προσπάθειες που καταβάλαμε στο παλιό μοντέλο δεν πάνε χαμένες. Η θεωρία εξυπηρέτησε δυο σκοπούς: έδειξε ότι μερικά από τα πράγματα που παρατηρήσαμε μπορούν να συσχετισθούν. Και πρότεινε νέα πειράματα. Θα πούμε περισσότερα γι' αυτό αργότερα σε αυτό το μάθημα. Για την ώρα το παραμερίζουμε και δοκιμάζουμε ένα διαφορετικό μοντέλο.

18. Από το σχήμα 18-21 μπορείτε να υποστηρίξετε αν μεγάλες ή μικρές γωνίες προσπτώσεως προκαλούν την ανάκλαση περισσότερων σωματιδίων από μία επιφάνεια;

Για το σπίτι, την τάξη και το εργαστήριο.

- 19.** Ας υποθέσετε ότι μία νύκτα είσθε στην όχθη ενός ποταμού. Απέναντί σας, στην άλλη όχθη, βρίσκεται η λάμπα του δρόμου. Έχετε ένα ευαίσθητο φωτόμετρο και ένα ξύλινο μέτρο. Πώς μπορείτε να προσδιορίσετε την απόσταση ανάμεσα στις δυο όχθες;
- 20.** Θα μπορούσατε να φαντασθείτε ότι σε κάθε ανάκλαση η ταχύτητα του φωτός μειώνεται λίγο. Υποθέτοντας ότι μπορείτε να μετρήσετε την ταχύτητα του φωτός (βλ. παράγρ. 21-4), περιγράψτε ένα πείραμα που θα ελέγξει την πρόταση ότι η ανάκλαση δεν αλλάζει την ταχύτητα.
- 21.** Μπλε φως μιας ορισμένης πηγής εξάγει ηλεκτρόνια από μια πλάκα με επάλειψη λιθίου, με μέγιστη κινητική ενέργεια 0,3 eV. Το ίδιο φως εξάγει ηλεκτρόνια από μία πλάκα με επάλειψη καισίου, με μέγιστη κινητική ενέργεια 0,7 eV. Τι μπορείτε να πείτε για τη διαφορά σε ενέργεια συνδέσεως των

- λιγότερο δεσμών ηλεκτρονίων στα δυο μέταλλα;
- 22.** Υποθέστε ότι έχετε μια πηγή λευκού φωτός, ένα φωτοκύτταρο, συνδυασμένο με ένα αμπερόμετρο, διάφορα χρωματιστά φίλτρα, και μια γυάλινη πλάκα με παράλληλες πλευρές. Πώς μπορείτε να δείξετε ότι οι ενέργειες των φωτονίων δεν μεταβάλλονται καθώς διαπερνούν το γυαλί;
- 23.** (α) Να χρησιμοποιήσετε την ηλιακή σταθερά (παράγρ. 20-3) και να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκείται στη γη από το ηλιακό φως. Να υποθέσετε ότι το φως απορροφάται τελείως και ότι η γη είναι ένας μεγάλος δίσκος με ακτίνα την ακτίνα της γης.
(β) Πώς συγκρίνεται αυτή η δύναμη με τη δύναμη βαρύτητας του ηλίου επάνω στη γη;
- 24.** Γιατί σε αυτό το στάδιο δεν είχαμε αρκετές πληροφορίες, ώστε να προσδιορίσουμε την ενέργεια ενός φωτονίου ορισμένου χρώματος;



22-1 Κύμα: Κάτι αλλιώτικο που επίσης κινείται.

Όπως είπαμε στην αρχή του προηγούμενου κεφαλαίου, το πρώτο πράγμα το οποίο πρέπει να εξηγήσετε με **οποιοδήποτε** μοντέλο για το φως, είναι το γεγονός ότι το φως ταξιδεύει μέσα στο χώρο. Αναζητώντας μία καινούργια θεωρία ρωτάμε πρώτα αν υπάρχει τίποτε άλλο εκτός από τα σωματίδια (ή ένα ρεύμα σωματιδίων) που μπορεί να κινηθεί από ένα σημείο σε ένα άλλο. Η απάντηση είναι «ναι». Σκεφθείτε, για παράδειγμα, τι συμβαίνει όταν ρίχνουμε ένα χαλίκι σε μία ήρεμη μικρή λίμνη. Ένα κυκλικό σχήμα απλώνεται προς τα έξω από το σημείο όπου πέφτει το χαλίκι. Αυτού του είδους η διαδιδόμενη διαταραχή ονομάζεται **κύμα**. Αν παρατηρήσετε το νερό από κοντά, καθώς ένα τέτοιο κύμα κινείται επάνω στην επιφάνεια, θα βρείτε ότι το νερό δεν κινείται προς τα έξω μαζί με το κύμα. Αυτό φαίνεται ξεκάθαρα αν παρατηρήσετε ένα κομμάτι ξύλο ή μία κηλίδα λαδιού που επιπλέει στη λιμνούλα. Το ξύλο ή το λάδι κινείται πάνω κάτω και μπρος πίσω καθώς περνά το κύμα. Δεν συμπαρασύρεται μαζί με το κύμα. Με άλλα λόγια, ένα κύμα μπορεί να κινείται στο νερό, αλλά μόλις περάσει, κάθε σταγόνα νερού μένει εκεί που ήταν προηγουμένως.

Αν παρατηρήσουμε γύρω μας, μπορούμε να έχουμε πολλά παραδείγματα κυμάτων. Για παράδειγμα, βλέπουμε μία ελληνική σημαία να κυματίζει με τον άνεμο στην κορυφή του κονταριού. Οι πτυχώσεις κινούνται (κύματα) επάνω στο ύφασμα. Το κάθε σημείο όμως στο ύφασμα της σημαίας κρατά τη θέση του, καθώς περνούν τα κύματα. Το κέντρο του σταυρού παραμένει πάντα το κέντρο του σταυρού, οι αποστάσεις του από τα άκρα της σημαίας πρακτικά δεν αλλάζουν. Ακριβώς όπως το νερό δεν ταξιδεύει με τα κύματα νερού, το ίδιο και το ύφασμα στη σημαία παραμένει στη θέση του, αφού περάσουν από αυτό τα κύματα.

Μερικά κύματα είναι περιοδικά ή σχεδόν περιοδικά. Η κίνηση του υλικού επαναλαμβάνεται διαρκώς. Δεν έχουν όμως όλα τα κύματα αυτή την ιδιότητα. Για παράδειγμα, όταν κλείνετε απότομα την πόρτα του δωματίου, ο αέρας στο άνοιγμα της πόρτας συμπιέζεται ξαφνικά. Αυτή η μοναδική σύντομη συμπίεση περνά ως διαταραχή μέσα από το δωμάτιο και δίνει μία απότομη ώθηση σε μία κουρτίνα που κρέμεται στο παράθυρο. Ένα τέτοιο κύμα μικρής διάρκειας ονομάζεται **παλμός**.

Να και ένα άλλο παράδειγμα ενός παλμού. Τοποθετούμε μισή ντουζίνα μπάλες του μπυλιάρδου σε μία ευθεία γραμμή με τρόπο που κάθε μπάλα να αγγίζει την επόμενη. Ρίχνουμε κατόπιν μία άλλη μπάλα, ώστε να κτυπήσει μετωπικά το ένα άκρο της σειράς. Η μπάλα στο άλλο άκρο της σειράς φεύγει με ταχύτητα ίση με την ταχύτητα της μπάλας που ρίξαμε. Ένας παλμός ταξίδεψε μέσα από τη σειρά από τις μπάλες από τη μία άκρη στην άλλη. Κάθε μπάλα διαταράχθηκε και αυτή η διαταραχή πέρασε από ολόκληρη τη σειρά από μπάλες. Καμιά μπάλα όμως δεν κινήθηκε από τη μια άκρη της σειράς στην άλλη.

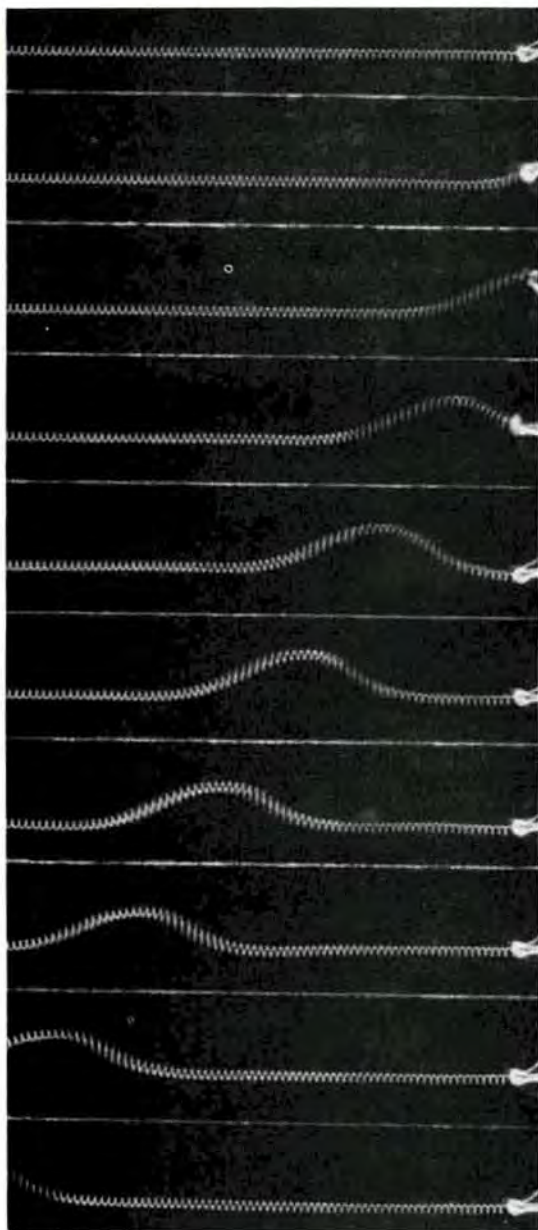
Ποιο είναι το κοινό στοιχείο σε αυτά τα παραδείγματα;

Σε κάθε περίπτωση η διαταραχή ταξιδεύει σε κάποιο μέσο, όπως στο νερό, το ύφασμα της σημαίας, τις μπάλες του μπυλιάρδου. Αλλά το μέσο δεν μετακινείται μαζί με τη διαταραχή. Εννοούμε λοιπόν ως κύματα τις διαταραχές που ταξιδεύουν σε υλικά μέσα. Μπορούμε τώρα να απαντήσουμε στο ερώτημα που θέσαμε στην αρχή αυτής της παραγράφου,

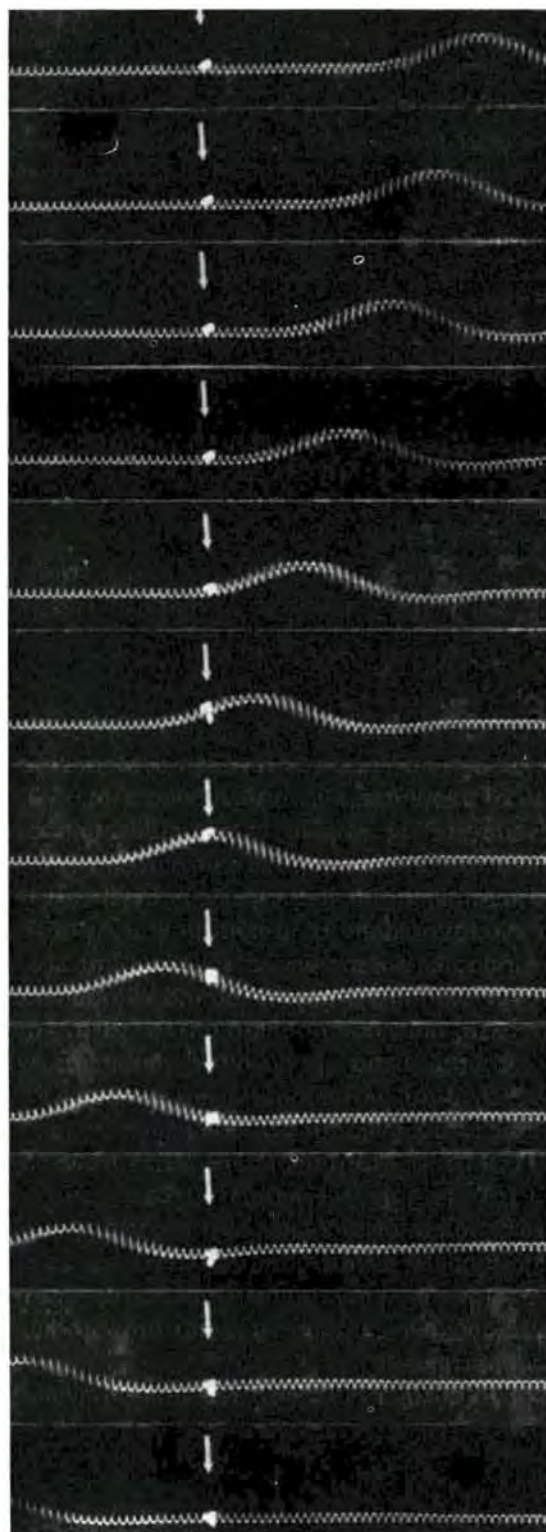
Εισαγωγή στα κύματα

- 22-1** Κύμα: Κάτι αλλιώτικο που επίσης κινείται
- 22-2** Κύματα σε σπειροειδές ελατήριο
- 22-3** Επαλληλία: Παλμοί που διασταυρώνονται
- 22-4** Ανάκλαση και διέλευση
- 22-5** Εξιδανικεύσεις και προσεγγίσεις
- 22-6** Ένα κυματικό μοντέλο για το φως;

Φωτογραφία αριστερά: Παλμός σε σπειροειδές ελατήριο. Ο σύντομος χρόνος εκθέσεως της φωτογραφικής μηχανής «παγώνει» την κίνηση. Μπορείτε να διακρίνετε την κατεύθυνση διαδόσεως του παλμού; Μπορεί να διαδίδεται προς οιαδήποτε από τις δυο κατευθύνσεις;



Σχήμα 22-1 Η δημιουργία και κίνηση ενός παλμού σε ένα ελατήριο δείχνεται σε μία σειρά από φωτογραφίες που έχουν παρθεί με μία κινηματογραφική μηχανή.



Σχήμα 22-2 Η κίνηση ενός παλμού από δεξιά προς τα αριστερά σε ένα ελατήριο με μία κορδέλα δεμένη σε ένα σημείο του. Η κορδέλα κινείται πάνω-κάτω, καθώς περνά ο παλμός, αλλά δεν κινείται προς την κατεύθυνση της κινήσεως του παλμού.

δηλαδή στο αν υπάρχει κάτι, εκτός από σωματίδιο, που μπορεί να κινηθεί από ένα σημείο σε ένα άλλο. Η απάντηση είναι ναι, ένα κύμα, ένα πράγμα που δεν είναι καθεαυτό ένα υλικό σωματίδιο, μπορεί να μετακινηθεί από ένα σημείο σε ένα άλλο.

22-2 Κύματα σε σπειροειδές ελατήριο.

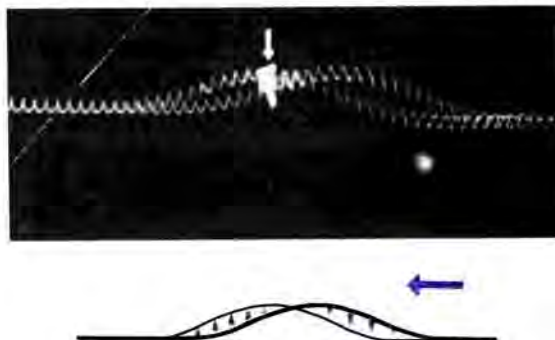
Συμπεριφέρονται τα κύματα όπως το φως; Για να το διαπιστώσουμε πρέπει να μάθουμε περισσότερα γι' αυτά. Όταν θα γνωρίζουμε πώς συμπεριφέρονται, μπορούμε να τα συγκρίνουμε με το φως. Η ποικιλία των παραδειγμάτων που αναφέραμε δείχνει επίσης ότι αξίζει τον κόπο να μελετήσουμε τα κύματα αυτά καθεαυτά.

Είναι βολικό να αρχίσουμε τη μελέτη των κυμάτων πειραματιζόμενοι με σπειροειδή ελατήρια. Το σχήμα 22-1 δείχνει εικόνες ενός παλμού που ταξιδεύει κατά μήκος ενός τέτοιου ελατηρίου. Αυτές οι εικόνεςάρθηκαν με μία κινηματογραφική μηχανή σε διαδοχικές χρονικές στιγμές που απέχουν διαστήματα $1/24$ δευτερολέπτου.

Βλέπουμε ότι η μορφή του παλμού δεν αλλάζει καθώς κινείται. Αν εξαιρέσουμε το γεγονός ότι ο παλμός κινείται, η μορφή του σε μία χρονική στιγμή είναι ίδια με τη μορφή του λίγο αργότερα. Βλέπουμε επίσης ότι ο παλμός κινείται κατά την ίδια απόσταση σε κάθε χρονικό διάστημα μεταξύ δυο φωτογραφιών, δηλαδή μετακινείται κατά μήκος του ελατηρίου με σταθερή ταχύτητα.

Το ελατήριο ως σύνολο δεν παθαίνει μόνιμη μεταβολή από το πέρασμα του παλμού. Τι συμβαίνει όμως σε κάθε μικρό κομμάτι του ελατηρίου καθώς περνά από αυτό ο παλμός; Για να μπορέσουμε να συγκεντρώσουμε την προσοχή μας σε ένα κομμάτι, μπορούμε να το σημαδέψουμε δένοντας μία άσπρη κορδέλα στο ελατήριο, όπως δείχνει το σχήμα 22-2. Αν τινάξουμε κατόπιν το ελατήριο, για να ξεκινήσουμε ένα παλμό επάνω του, μπορούμε να δούμε πώς μετατοπίζεται η άσπρη κορδέλα. Βλέπουμε ότι κινείται κάθετα προς το ελατήριο καθώς περνά ο παλμός από αυτή.

Και άλλα μέρη του ελατηρίου κινούνται συγχρόνως με την κορδέλα. Μπορούμε να δούμε ποια μέρη κινούνται και προς ποια κατεύθυνση πηγαίνουν, αν κοιτάξουμε δυο φωτογραφίες που είναι παρμένες η μία αμέσως μετά την άλλη. Θα χρησιμοποιήσουμε εδώ δυο διαδοχικές φωτογραφίες από το σχήμα 22-2. Τυπώσαμε αυτές τις δυο φωτογραφίες μαζί στο σχήμα 22-3, έτσι ώστε να δούμε τον παλμό σε δυο διαδοχικές



Σχήμα 22-3 Η σχέση μεταξύ της κινήσεως ενός παλμού που οδεύει από τα δεξιά προς τα αριστερά και της μετατοπίσεως του ελατηρίου. Η φωτογραφία δείχνει τον παλμό σε δυο διαδοχικές θέσεις. Τα βέλη στο διάγραμμα δείχνουν πώς μετατοπίζεται το ελατήριο καθώς περνά ο παλμός. Το μεγάλο χρωματιστό βέλος δείχνει τη φορά της κινήσεως του παλμού.



Σχήμα 22-4 Η σχέση μεταξύ της κινήσεως ενός παλμού που οδεύει από αριστερά προς τα δεξιά και της μετατοπίσεως του ελατηρίου.

θέσεις, ακριβώς όπως θα τον βλέπαμε με μία ταχεία διπλή φωτογράφιση. Κάτω από τη φωτογραφία στο σχήμα 22-3 σχεδιάσαμε τον παλμό με έντονη γραμμή στην πρότερη θέση του και με λιγότερο έντονη στην ύστερη. Όπως δείχνουν τα βέλη, καθώς ο παλμός εκινείται από τα δεξιά προς τα αριστερά, κάθε μέρος του ελατηρίου στο δεξιό μισό του παλμού εκινείται προς τα κάτω και κάθε μέρος του ελατηρίου στο αριστερό μισό εκινείται προς τα πάνω.

Αν ο παλμός εκινείται από αριστερά προς τα δεξιά, θα γινόταν ακριβώς το αντίθετο, όπως δείχνουμε στο σχήμα 22-4. Εδώ χρησιμοποιούμε ένα σχηματικό παλμό, επειδή είναι λίγο ευκολότερο να εργασθούμε με αυτόν και μπορούμε να κάνουμε το χρονικό διάστημα μεταξύ θέσεων όσο σύντομο θέλουμε. Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να προσδιορίσουμε τη στιγμιαία κίνηση του ελατηρίου. Έτσι, αν γνωρίζουμε προς ποια κατεύθυνση κινείται ο παλμός, μπορούμε να προσδιορίσουμε πώς κινείται κάθε σημείο του ελατηρίου σε κάθε συγκεκριμένη φάση του περάσματος του παλμού. Από την άλλη μεριά, αν γνωρίζουμε πώς κινούνται τα μέρη του ελατηρίου, μπορούμε να προσδιορίσουμε την κατεύθυνση προς την οποία κινείται ο παλμός.

Έχουμε τώρα μια αρκετά καλή εικόνα για το πώς κινούνται τα μέρη του ελατηρίου, παρά το γεγονός ότι δεν υπάρχει καμία ορατή κίνηση σε μια οποιαδήποτε μοναδική από τις φωτογραφίες μας. Πραγματικά αυτό που κάναμε ήταν να παρατηρήσουμε (1) ότι κάθε παλμός κινείται χωρίς παραμόρφωση με σταθερή ταχύτητα κατά μήκος του ελατηρίου και (2) ότι το ίδιο το ελατήριο κινείται κάθετα προς τη διεύθυνση κινήσεως του παλμού. Μπορούμε να συνδυάσουμε αυτές τις δυο πληροφορίες, για να μάθουμε πώς κινείται κάθε μέρος του ελατηρίου σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή.

Ο παλμός σε ένα σπειροειδές ελατήριο δεν αρχίζει μόνος του. Αν θέλετε να δημιουργήσετε ένα παλμό στο ένα άκρο του ελατηρίου, πρέπει να κινήσετε γρήγορα και δυνατά το χέρι που κρατάει αυτό το άκρο. Το μέρος του ελατηρίου που κινείται με το χέρι σας παίρνει κάποια κινητική ενέργεια. Κερδίζει επίσης δυναμική ενέργεια επειδή παραμορφώνεται.

Όταν το χέρι σας ξαναγυρίσει σε ηρεμία και ο παλμός έχει ξεκινήσει κατά μήκος του ελατηρίου, το άκρο του ελατηρίου προς το μέρος σας είναι πάλι σε ηρεμία και χωρίς παραμόρφωση. Άλλα μέρη όμως του ελατηρίου κινούνται τώρα και είναι παραμορφωμένα. Αν το άλλο άκρο κρατιέται χαλαρά κάπου και καθώς κινείται τριβεται, τότε το πιο μεγάλο μέρος του παλμού θα εξαφανισθεί και ο,τιδήποτε κρατά το ελατήριο θα γίνει λίγο θερμότερο. Άρα ο παλμός φέρει ενέργεια. Αυτή είναι μία ουσιαστική ιδιότητα, που πρέπει να έχουν οι παλμοί ή τα κύματα, για να χρησιμεύσουν ως μοντέλα για το φως.

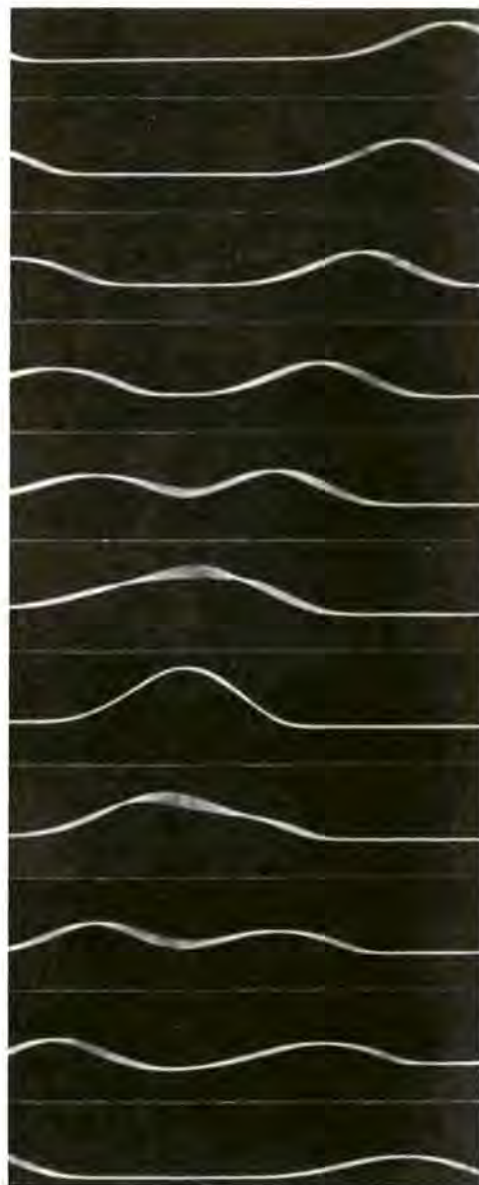
1. Σύμφωνα με το σχήμα 22-4, σε ποιο μέρος του παλμού είναι στιγμιαία ακίνητο το ελατήριο;
2. Στο σχήμα 22-2, η κορδέλα κινείται πρώτα προς τα πάνω και κατόπιν προς τα κάτω, καθώς την ξεπερνά το κύμα από τα δεξιά προς τα

αριστερά. Θα εκκινήσει η κορδέλα πρώτα πάνω ή πρώτα κάτω, αν ο ίδιος παλμός ταξίδευε από αριστερά προς τα δεξιά;

3. Το σχήμα 22-2 δείχνει τη μετατόπιση ενός σημείου επάνω σε ένα ελατήριο καθώς περνά ένας παλμός. Να σχεδιάσετε ένα γράφημα που να δείχνει τη μετατόπιση αυτού του σημείου ως συνάρτηση του χρόνου. Μετά να σχεδιάσετε τη μετατόπιση κάθετα και το χρόνο οριζόντια ανά διαστήματα $1/24$ δευτερολέπτου (το διάστημα μεταξύ φωτογραφιών του σχήματος 22-2).
4. Να κάνετε ένα σκαρίφημα της κινήσεως του ελατηρίου για τον παλμό στο σχήμα Α.



Σχήμα Α



5. Πετάτε ένα βότσαλο σε μία ήρεμη λιμνούλα και παρατηρείτε τη διαδοχή των κυμάτων που κινούνται προς τα έξω από το σημείο όπου το βότσαλο κτύπησε το νερό. Ποια ήταν η πηγή της ενέργειας που φέρεται από τα κύματα;

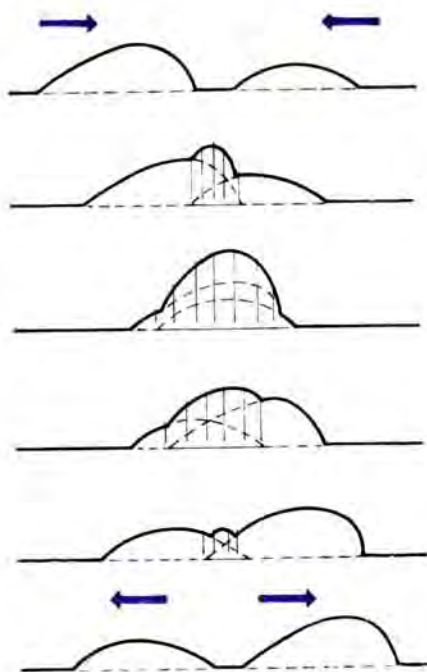
22-3 Επαλληλία: Παλμοί που διασταυρώνονται.

Μέχρι τώρα συζητήσαμε τη συμπεριφορά ενός μοναδικού παλμού, που διαδίδεται προς μία κατεύθυνση. Τι συμβαίνει όμως, όταν ένας παλμός κινείται από δεξιά προς τα αριστερά και συγχρόνως ένας άλλος κινείται από αριστερά προς τα δεξιά; Ειδικότερα, τι συμβαίνει όταν οι δυο παλμοί συναντώνται; Περνά ο ένας μέσα από τον άλλο ή κατά κάποιο τρόπο εξουδετερώνουν ο ένας τον άλλο;

Ο καλύτερος τρόπος για να δρούμε τι γίνεται είναι να δοκιμάσουμε. Οι φωτογραφίες στο σχήμα 22-5 δείχνουν τι συμβαίνει όταν δυο παλμοί ξεκινούν συγχρόνως στα δυο αντίθετα άκρα του ελατηρίου, ο ένας ταξιδεύοντας από αριστερά προς τα δεξιά και ο άλλος από δεξιά προς τα αριστερά. Οι φωτογραφίες στο επάνω μέρος δείχνουν τους δυο παλμούς να πλησιάζουν σαν να ήταν μόνοι τους επάνω στο ελατήριο. Καθώς διασταυρώνονται, οι δυο παλμοί συνδυάζονται και σχηματίζουν περίπλοκα σχήματα. Αλλά μετά τη διασταύρωσή τους παίρνουν πάλι τα αρχικά τους σχήματα και ταξιδεύουν κατά μήκος του ελατηρίου σαν να μην είχε συμβεί τίποτε, καθώς δείχνουν οι φωτογραφίες στο κάτω μέρος. Ο παλμός που κινείται προς τα αριστερά εξακολουθεί να ταξιδεύει προς τα αριστερά με το αρχικό του σχήμα. Ο παλμός που κινείται προς τα δεξιά εξακολουθεί να κινείται προς τα δεξιά με το πρότερό του σχήμα. Μπορούμε να επαναλάβουμε πολλές φορές αυτό το πείραμα με διάφορους παλμούς. Καταλήγουμε πάντα στο ίδιο γενικό αποτέλεσμα.

Το γεγονός ότι δυο παλμοί περνούν ο ένας μέσα από τον άλλο χωρίς κανέναν τους να αλλοιωθεί, είναι μία θεμελιώδης ιδιότητα των κυμάτων. Αν ρίξουμε δυο μπάλες σε αντίθετες κατευθύνσεις και κτυπήσουν η μια την άλλη, η κίνησή τους αλλάζει κατά βίαιο τρόπο. Η διασταύρωση

Σχήμα 22-5 Δυο παλμοί που διασταυρώνονται. Να προσέξετε ότι οι δυο παλμοί έχουν διαφορετικά σχήματα. Έτσι μπορούμε να δούμε ότι αυτός που ήταν στην αρχή στα αριστερά είναι στα δεξιά μετά τη διασταύρωση και αντίστροφα.



Σχήμα 22-6 Η επαλληλία δυο παλμών. Η μετατόπιση του συνδυασμένου παλμού είναι το άθροισμα των ξεχωριστών μετατοπίσεων.

κυμάτων και η διασταύρωση ρευμάτων από μπάλες κατασκευασμένες από στερεά ύλη είναι δυο πολύ διαφορετικές διαδικασίες.

Ας παρατηρήσουμε τώρα από πιο κοντά τους δυο παλμούς που διασταυρώνονται (σχ. 22-5). Το σχήμα του συνδυασμένου παλμού δεν μοιάζει με το σχήμα κανενός από τους αρχικούς παλμούς. Μπορούμε όμως να δούμε τη σχέση με αυτούς. Φανταζόμαστε καθένα από τους αρχικούς παλμούς στη θέση που θα είχε μόνος του. Κατόπιν προσθέτουμε τις μετατοπίσεις των μερών του ελατηρίου, που αντιστοιχούν στους αρχικούς παλμούς, ώστε να έχουμε ένα νέο παλμό.

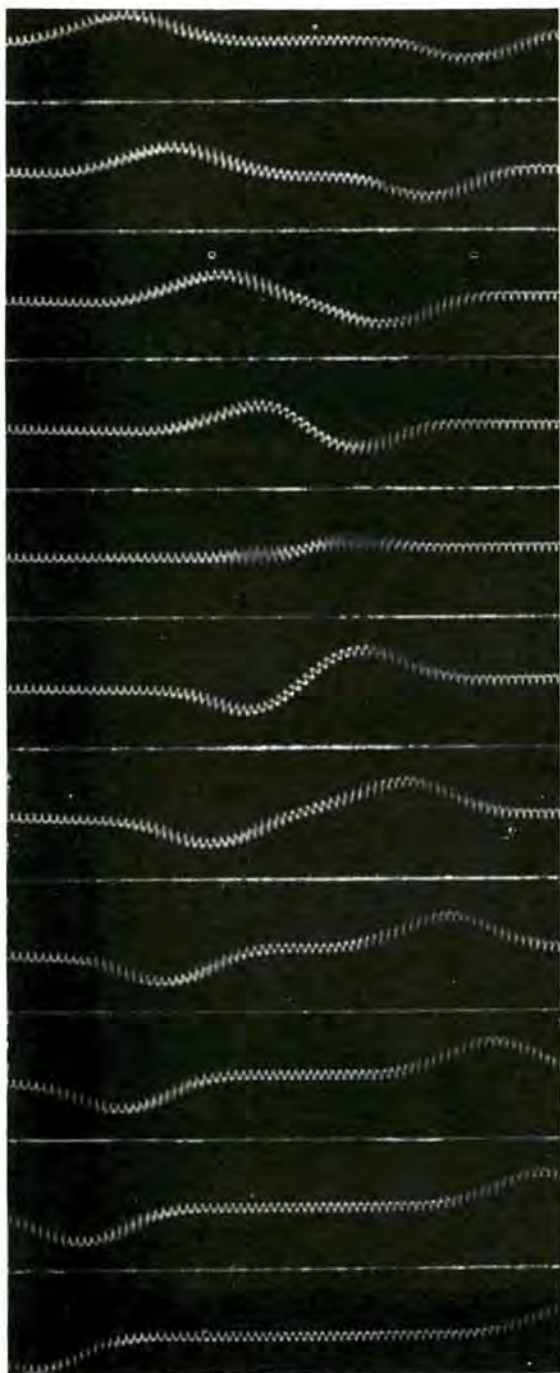
Βρίσκουμε ότι η μετατόπιση οποιουδήποτε σημείου επάνω στο ελατήριο σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή είναι ίση με το άθροισμα των μετατοπίσεων των δυο ανεξαρτήτων παλμών. Η μέθοδος παριστάνεται στο σχήμα 22-6. Ισχύει για οποιουδήποτε δυο παλμούς. Στην πραγματικότητα ισχύει επίσης για περισσότερους από δυο παλμούς. Οι μετατοπίσεις μπορούν να προστεθούν για οποιοδήποτε αριθμό παλμών.

Μπορούμε να συνοψίσουμε όλη αυτή την κατάσταση ως εξής: Για να βρούμε τη μορφή ενός παλμού, που προκύπτει από τη διασταύρωση δυο άλλων παλμών, προσθέτουμε τις μετατοπίσεις για καθένα από τους παλμούς. Ο συνδυασμός των παλμών κατά αυτόν τον τρόπο λέγεται **αρχή της επαλληλίας**.

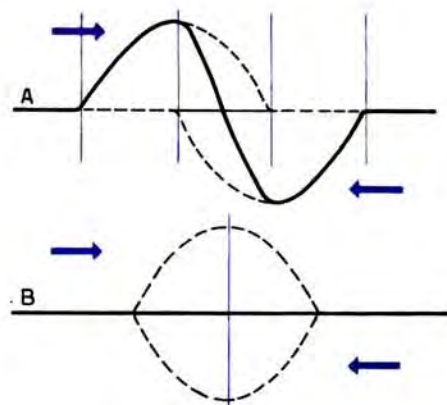
Ας εφαρμόσουμε την αρχή της επαλληλίας σε δυο ειδικές περιπτώσεις. Πρώτα, ας εξετάσουμε το πείραμα που δείχνει η ακολουθία των φωτογραφιών του σχήματος 22-7. Παρατηρήστε το συνδυασμό ενός παλμού, που μετατοπίζει το ελατήριο προς τα κάτω και διαδίδεται από τα δεξιά προς τα αριστερά, με ένα παλμό, που μετατοπίζει το ελατήριο προς τα πάνω και διαδίδεται από τα αριστερά προς τα δεξιά. Ας υποθέσουμε ότι οι δυο παλμοί έχουν ακριβώς την ίδια μορφή και πλάτος και ότι ο καθένας είναι συμμετρικός. Προσέξτε ότι σε μια φωτογραφία η πρόσθεση δυο ίσων μετατοπίσεων, μιας προς τα πάνω (συν) και μιας προς τα κάτω (πλην), οδηγεί σε συνολική μετατόπιση μηδέν. Είναι φανερό ότι υπάρχει μια στιγμή, καθώς οι παλμοί περνούν ο ένας μέσα στον άλλο, που όλο το ελατήριο φαίνεται να μην έχει μετατόπιση (βλέπε επίσης το σχέδιο του σχήματος 22-8). Γιατί δεν φαίνεται στη φωτογραφία το ελατήριο ακριβώς ακίνητο; Ας εξετάσουμε τη διαφορά μεταξύ ενός ελατηρίου προς στιγμήν χωρίς μετατόπιση, όπου όμως διαδίδονται δυο παλμοί προς αντίθετες κατευθύνσεις, και ενός ελατηρίου χωρίς μετατόπιση, που δεν φέρει κανένα κύμα. Όταν το ελατήριο δεν φέρει κύμα, όλα τα διάφορα κομμάτια του ελατηρίου μένουν ακίνητα σε κάθε χρονική στιγμή. Από την άλλη μεριά, όταν περνούν οι δυο όμοιοι αλλά αντίθετοι (αντίστροφοι) παλμοί, υπάρχει μόνο μια χρονική στιγμή που το ελατήριο περνά από τη θέση ηρεμίας του αλλά κατ' αυτή τη χρονική στιγμή το ελατήριο κινείται. Η κίνηση φαίνεται από την ασάφεια στις φωτογραφίες, ακριβώς όπως μία φωτογραφία ενός αεροπλάνου που κινείται με μεγάλη ταχύτητα φαίνεται συνήθως ασαφής.

Η δεύτερη ειδική περίπτωση μας φαίνεται στο σχήμα 22-9. Εδώ έχουμε δυο όμοιους παλμούς, τον ένα να έρχεται από δεξιά και τον άλλο από αριστερά. Στον ένα οι μετατοπίσεις είναι προς τα πάνω και στον άλλο είναι προς τα κάτω. Αυτοί οι παλμοί διαφέρουν από αυτούς του σχήματος 22-7 στο ότι κανένας δεν είναι συμμετρικός, παρόλο που είναι παρόμοιοι στο σχήμα και το πλάτος.

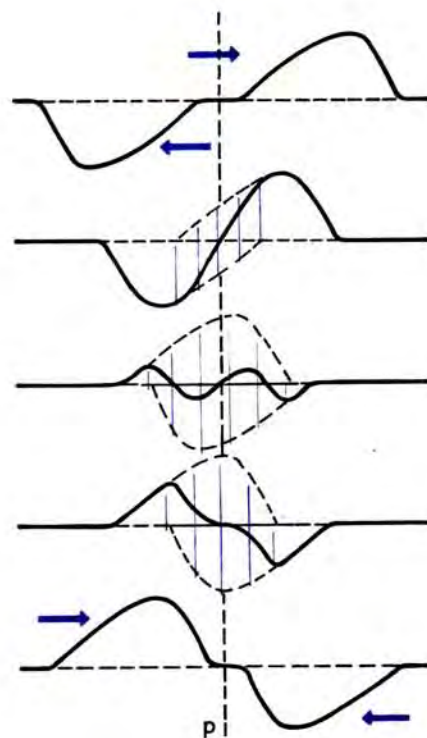
Επειδή κανένας από τους παλμούς δεν έχει συμμετρική μορφή, δεν εξουδετερώνει ποτέ τελείως ο ένας τον άλλο. Υπάρχει όμως πάντα ένα σημείο P στο ελατήριο, που θα μείνει ακίνητο. Το σημείο αυτό βρίσκεται ακριβώς στο μέσο μεταξύ των δυο παλμών. Καθώς οι παλμοί



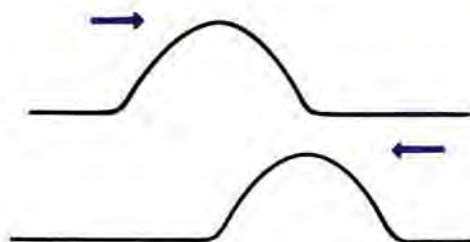
Σχήμα 22-7 Η επαλληλία δυο συμμετρικών, ίσων και αντιθέτων παλμών σε ένα σπειροειδές ελατήριο. Στην πέμπτη φωτογραφία σχεδόν αλληλοεξουδετερώνονται.



Σχήμα 22-8 Η επαλληλία δυο συμμετρικών, ίσων και αντιθέτων παλμών. (Α) Πριν από ολοκληρωτική αλληλοεξουδετέρωση. (Β) Κατά την ολοκληρωτική αλληλοεξουδετέρωση.



Σχήμα 22-9 Η επαλληλία δυο ασυμμέτρων αλλά ομοίων παλμών. Προσέξτε ότι το σημείο στο μέσο της απόστασης μεταξύ τους παραμένει διαρκώς ακίνητο.



Σχήμα Β



Σχήμα Γ

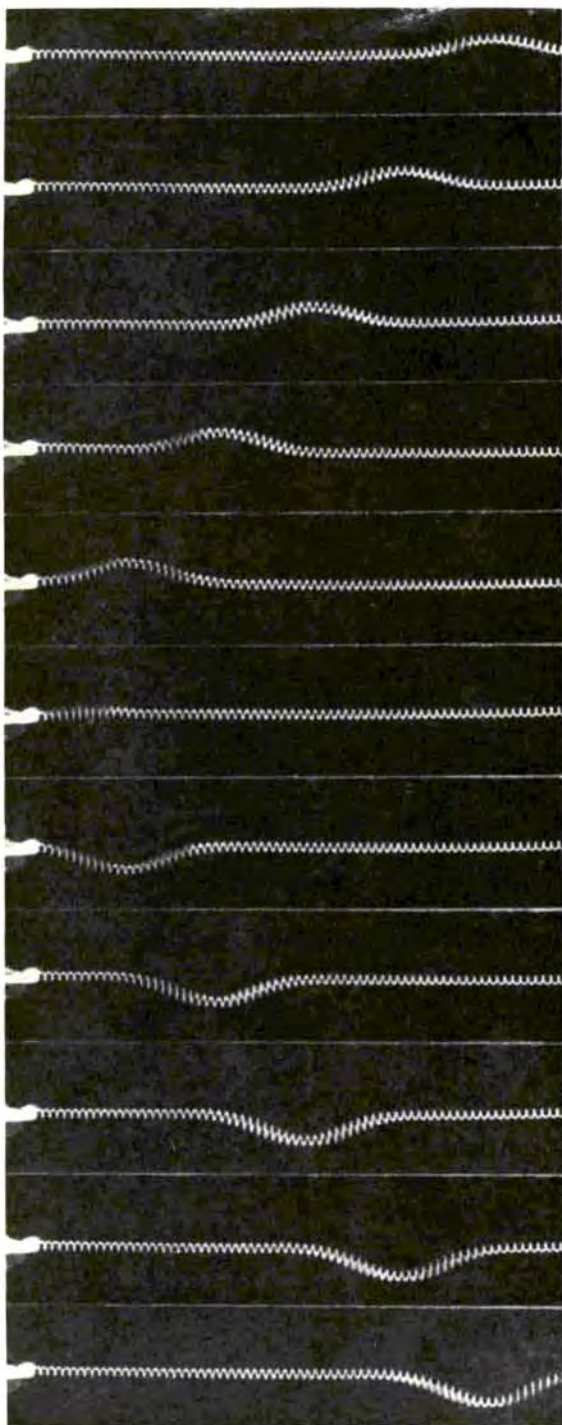
συναντώνται, περνούν συγχρόνως από το μέσο σημείο με τέτοιο τρόπο, που το υψηλότερο σημείο του ενός παλμού και το χαμηλότερο σημείο του άλλου αναιρούν ακριβώς το ένα το άλλο. Το ίδιο επιχείρημα ισχύει για οποιοδήποτε ζευγάρι αντιστοίχων σημείων επάνω στους παλμούς. Φθάνουν πάντοτε συγχρόνως στο μέσο της αποστάσεως μεταξύ των παλμών, το ένα πάνω και το άλλο κάτω. Συνεπώς το μέσο σημείο μένει ακίνητο.

6. Αν δυο παλμοί, που ταξιδεύουν ο ένας προς τον άλλο επάνω σε ένα σπειροειδές ελατήριο, έχουν μετατοπίσεις προς την ίδια κατεύθυνση, είναι δυνατόν να αναιρούν ο ένας τον άλλο, όταν διασταυρώνονται;
7. Δυο παλμοί έχουν μέγιστες μετατοπίσεις 3 και 4 cm προς την ίδια κατεύθυνση. Ποια θα είναι η μέγιστη μετατόπιση όταν θα διασταυρωθούν;
8. Χρησιμοποιώντας τους δυο παλμούς που φαίνονται στο σχήμα Β, να προσδιορίσετε το μέγεθος και το σχήμα του συνδυασμένου παλμού σ' αυτή τη χρονική στιγμή.
Να κάνετε το ίδιο πράγμα για αρκετές άλλες θέσεις των παλμών.
9. Η έβδομη φωτογραφία από επάνω στο σχήμα 22-5 δείχνει δυο παλμούς τη στιγμή που διασταυρώνονται. Να βρείτε τα τμήματα του ελατηρίου που κινούνται και την κατεύθυνση της κινήσεώς τους.
10. Στην πέμπτη φωτογραφία από επάνω στο σχήμα 22-5, ποια σημεία κινούνται και προς ποια κατεύθυνση;
11. Ένας παλμός που φαίνεται στο σχήμα Γ κινείται προς τα δεξιά κατά μήκος ενός σπειροειδούς ελατηρίου. Να σχεδιάσετε ένα παλμό που κινείται από δεξιά προς τα αριστερά, που θα μπορούσε να αναιρέσει στιγμιαία τον παλμό του σχήματος.

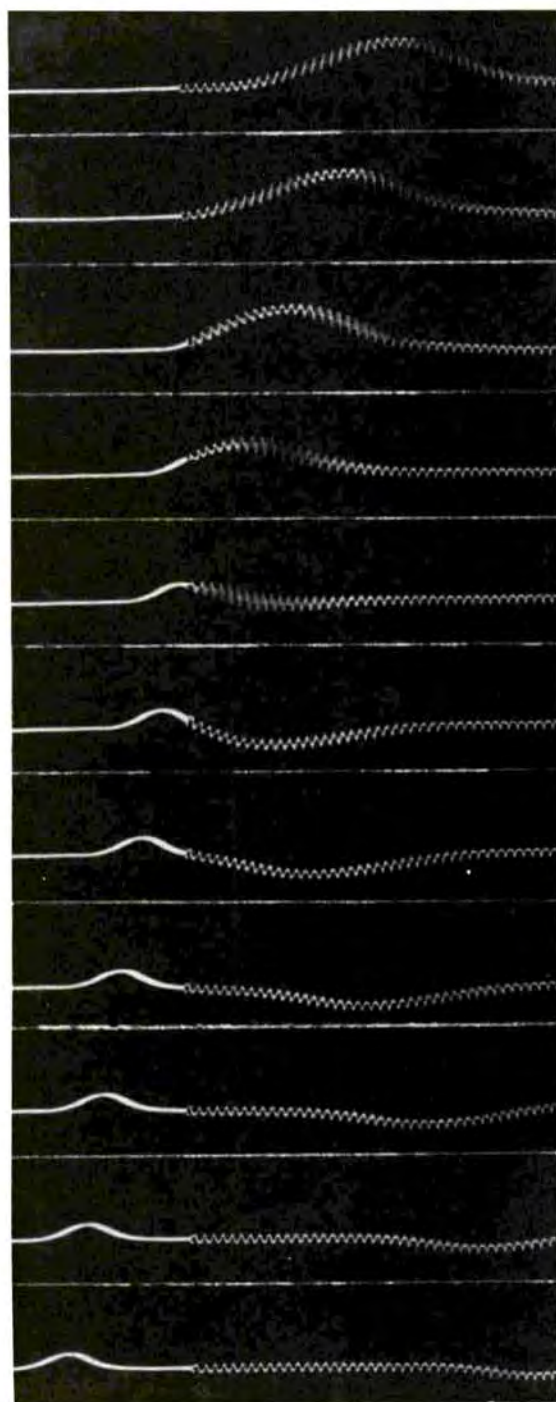
22-4 Ανάκλαση και διέλευση.

Όταν ένας παλμός που κινείται επάνω σε ένα ελατήριο φθάσει σε ένα άκρο που κρατιέται σταθερό, αναπηδά (ανακλάται). Ο παλμός που επιστρέφει λέγεται ανακλώμενος παλμός. Στο σχήμα 22-10 το σταθερό άκρο είναι στα αριστερά. Στον αρχικό ή επερχόμενο παλμό, που κινείται από δεξιά προς τα αριστερά, η μετατόπιση είναι προς τα πάνω. Ο παλμός που επιστρέφει έχει τη μετατόπισή του προς τα κάτω. Ο παλμός επιστρέφει αντεστραμμένος αλλά με το ίδιο σχήμα που είχε πριν από την ανάκλαση.

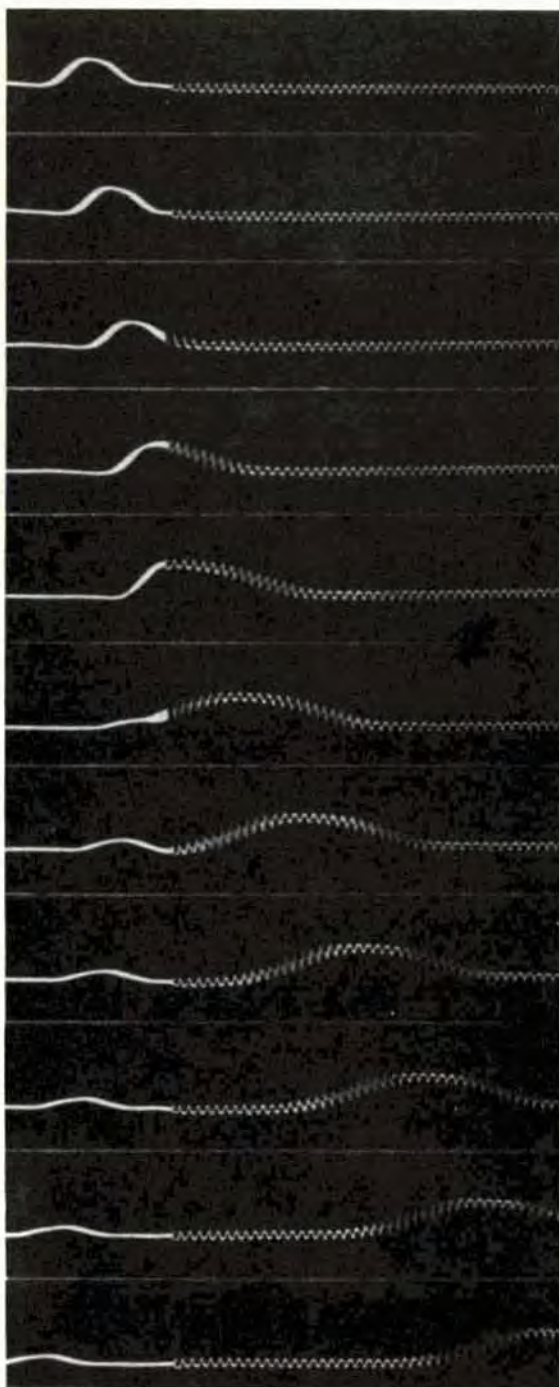
Φαντασθείτε τώρα ότι αντί να σταθεροποιήσουμε το ελατήριό μας στο ένα άκρο, το συνδέουμε με ένα άλλο ελατήριο που είναι πολύ βαρύτερο (δηλαδή έχει μεγαλύτερη μάζα ανά μονάδα μήκους) και επομένως δυσκολότερο να κινηθεί. Η νέα μας διάταξη θα βρίσκεται κάπου ανάμεσα στις δυο περιπτώσεις: (α) το αρχικό ελατήριο με το άκρο του ακινητοποιημένο και (β) το αρχικό ελατήριο με μια προέκταση που είναι ένα πρόσθετο κομμάτι από το ίδιο ελατήριο. Στην περίπτωση (α) ολόκληρος ο παλμός ανακλάται και αντιστρέφεται. Στην περίπτωση (β) ολόκληρος ο παλμός συνεχίζει την κίνησή του όπως είναι. Είναι πιθανόν, λοιπόν, ότι με τη νέα μας διάταξη ένα μέρος του παλμού θα ανακλασθεί και θα αντιστραφεί και ένα μέρος θα συνεχίσει, ή, όπως λέμε, θα διέλθει. Το αποτέλεσμα αυτό φαίνεται στο σχήμα 22-11, όπου ο αρχικός παλμός



Σχήμα 22-10 Ανάκλαση ενός παλμού από ένα σταθερό άκρο. Ο ανακλώμενος παλμός είναι αντεστραμμένος.



Σχήμα 22-11 Ένας παλμός που περνά από ένα ελαφρό (δεξιά) σε ένα βαρύ ελατήριο. Στη ζεύξη ο παλμός διέρχεται και ανακλάται μερικώς. Παρατηρήστε ότι ο παλμός που ανακλάται είναι αντεστραμμένος.



Σχήμα 22-12 Ένας παλμός που περνά από ένα βαρύ (αριστερά) σε ένα ελαφρό ελατήριο. Στη ζεύξη ο παλμός διέρχεται και ανακλάται μερικώς. Ο ανακλώμενος παλμός δεν είναι αντεστραμμένος.



Σχήμα 22-13 Ο παλμός σε ένα ελατήριο που ανακλάται στο σημείο ζεύξης με ένα πολύ λεπτό νήμα. Ολόκληρος ο παλμός επιστρέφει κανονικά. Η ασάφεια της εικόνας του νήματος στις μεσαίες φωτογραφίες δείχνει ότι τα σωματίδια του νήματος κινούνται με μεγάλη ταχύτητα καθώς περνά ο παλμός. Μπορείτε να προσδιορίσετε την κατεύθυνση αυτής της κινήσεως σε κάθε ένα από τα σχήματα;

έρχεται από δεξιά και το βαρύτερο ελατήριο είναι στα αριστερά. Βλέπουμε ότι στη ζεύξη ή στο σύνορο μεταξύ των δυο ελατηρίων – που είναι τα μέσα στα οποία οδεύει το κύμα – ο παλμός χωρίζεται σε δυο τμήματα, τον παλμό που ανακλάται και τον παλμό που διέρχεται. Όπως και η επαλληλία, ο διαχωρισμός σε ένα μέρος που ανακλάται και ένα που διέρχεται είναι μια τυπική ιδιότητα κύματος.

Τι συμβαίνει, όταν ένας παλμός οδεύει αντίθετα, ταξιδεύοντας επάνω στο βαρύτερο ελατήριο και φθάνει στη ζεύξη με το ελαφρό ελατήριο; Αυτό δεν είναι τόσο εύκολο να το προβλέψουμε. Δεν μπορούμε πια να συνδέσουμε τη συμπεριφορά δυο καταστάσεων για τις οποίες γνωρίζουμε την απάντηση. Αλλά το πείραμα θα μας δείξει τι συμβαίνει. Στο σχήμα 22-12 βλέπουμε ένα παλμό που κινείται από αριστερά από ένα βαρύ προς ένα ελαφρύ ελατήριο. Εδώ, όπως στην αντίθετη περίπτωση που παριστάνεται στο σχήμα 22-11, ένα μέρος του παλμού διέρχεται και ένα μέρος ανακλάται, αλλά αυτή τη φορά ο ανακλώμενος παλμός είναι ορθός (δηλαδή όπως ο αρχικός).

Συνοψίζοντας: Όταν ένας παλμός στέλνεται κατά μήκος ενός ελατηρίου προς το σημείο ζεύξεώς του με ένα δεύτερο ελατήριο, παρατηρούμε ότι ολόκληρος ο παλμός ανακλάται αντεστραμμένος, όταν το δεύτερο ελατήριο είναι πολύ πιο βαρύ από το πρώτο. Καθώς το δεύτερο ελατήριο αντικαθίσταται με όλο και ελαφρότερα ελατήρια, ο παλμός που ανακλάται μικραίνει και ένας όλο και μεγαλύτερος παλμός εμφανίζεται να συνεχίζει μετά το σημείο ζεύξεως. Όταν το δεύτερο ελατήριο έχει την ίδια μάζα με το πρώτο, δεν υπάρχει ανακλώμενος παλμός και ο αρχικός παλμός διέρχεται εξ ολοκλήρου. Κατόπιν, αν το δεύτερο ελατήριο γίνει ακόμη πιο ελαφρύ, αρχίζει πάλι η ανάκλαση, αυτή τη φορά με τον ανακλώμενο παλμό ορθό. Όσο πιο ελαφρύ είναι το δεύτερο ελατήριο, τόσο μεγαλύτερος γίνεται ο ανακλώμενος παλμός. Όταν το δεύτερο ελατήριο είναι αμελητέο, ο ανακλώμενος παλμός έχει σχεδόν το ίδιο πλάτος με τον παλμό που στέλνεται προς τη ζεύξη. Αυτό μπορούμε να το δείξουμε με ένα βαρύ ελατήριο, δεμένο σε μία λεπτή κλωστή νάυλον (σχ. 22-13).

-
12. Η έκτη φωτογραφία στο σχήμα 22-10 δείχνει το ελατήριο σε μια στιγμή, που είναι σχεδόν ευθύγραμμο. Να εξηγήσετε γιατί συμβαίνει αυτό.
 13. Να θεωρήσετε τον ασύμμετρο παλμό που έρχεται από αριστερά στο σχήμα 22-6. Να σχεδιάσετε τη μορφή που θα έχει αφού ανακλασθεί σε ένα σταθερό άκρο.
 14. Στο σχήμα 22-11 ποιος παλμός έχει τη μεγαλύτερη μετατόπιση, αυτός που προσπίπτει ή αυτός που διέρχεται;
 15. Στο σχήμα 22-11 ποιος είναι ο λόγος της ταχύτητας του παλμού στο ελαφρύ ελατήριο προς την ταχύτητα του παλμού στο βαρύ ελατήριο;
 16. Πώς θα μπορούσατε να διακρίνετε στο σχήμα 22-11 ότι η ακολουθία των γεγονότων προχωρεί από πάνω προς τα κάτω και όχι από κάτω προς τα πάνω;
-

22-5 Εξιδανικεύσεις και προσεγγίσεις.

Όταν εξετάζαμε τη διάδοση κυμάτων κατά μήκος ενός ελατηρίου, είπαμε ότι το σχήμα ή το μέγεθός τους παραμένει αμετάβλητο κατά τη διάρκεια της κινήσεως. Πραγματικά, αν παρατηρήσουμε πάλι το σχήμα 22-1, δεν παρατηρούμε καμία αλλαγή στο μέγεθος του παλμού, καθώς ταξιδεύει επάνω στο ελατήριο. Και όμως, όπως θα έχετε ασφαλώς παρατηρήσει, ένας παλμός εξασθενεί αργά και μετά από μερικές ανακλάσεις σβήνει τελείως. Είναι λογικό να αγνοήσουμε την εξασθένιση του παλμού; Ή υπάρχει κάποιο θεμελιώδες σφάλμα στην περιγραφή μας της συμπεριφοράς των κυμάτων;

Για να απαντήσουμε σ' αυτές τις ερωτήσεις, αρχίζουμε με την παρατήρηση ότι ο χρόνος που χρειάζεται για να σβήσει ένας παλμός εξαρτάται από τις συνθήκες. Για παράδειγμα, αν το ελατήριο είναι δυθισμένο σε νερό, ο παλμός σβήνει πιο γρήγορα παρά στον αέρα. Το νερό παρουσιάζει μεγαλύτερη αντίσταση στην κίνηση του ελατηρίου παρά ο αέρας. Είναι λογικό να περιμένουμε ότι στο κενό θα χρειασθεί περισσότερος χρόνος για να σβήσει ένας παλμός παρά στον αέρα. Η πρόβλεψή μας επαληθεύεται με πειράματα, που γίνονται για να την ελέγξουν, αν και δεν είναι πολύ εύκολο να εκτελεστούν.

Ακόμη και στο κενό ο παλμός τελικά σβήνει εξαιτίας της εσωτερικής αντιστάσεως του ελατηρίου. Το μέγεθος αυτής της αντιστάσεως εξαρτάται από το υλικό του ελατηρίου. Για μερικά υλικά είναι πολύ μικρή και ο παλμός θα συνεχίσει να κινείται για πολύ χρόνο.

Θα μπορούσαμε να φαντασθούμε ένα ελατήριο χωρίς εσωτερική αντίσταση στο κενό. Σε ένα τέτοιο ελατήριο ένας παλμός θα ταξίδευε για πάντα. Με το να αγνοήσουμε την εξασθένιση των παλμών εξιδανικεύσαμε τα πραγματικά μας ελατήρια και τα θεωρήσαμε σαν να ήταν ελεύθερα και από εξωτερική και από εσωτερική τριβή. Δικαιούμαστε να το κάνουμε, εφόσον εξετάζουμε τη συμπεριφορά του παλμού μόνο για χρονικά διαστήματα, στα οποία το πλάτος του παλμού μεταβάλλεται τόσο λίγο που δύσκολα βλέπουμε την μεταβολή. Για τέτοια χρονικά διαστήματα το ιδανικό ελατήριο χωρίς αντίσταση χρησιμεύει ως μια καλή προσέγγιση για το πραγματικό και μπορεί επομένως να αποτελέσει το θέμα της συζητήσεώς μας για τα κύματα. Έχουμε έτσι ένα σημαντικό πλεονέκτημα, αφού η συμπεριφορά του ιδανικού ελατηρίου είναι πολύ απλούστερη από τη συμπεριφορά του πραγματικού.

Μια παρόμοια εξιδανίκευση έγινε κατά τη συζήτησή μας για την επαλληλία δυο παλμών. Μάθαμε ότι η μετατόπιση που παράγεται από το συνδυασμένο παλμό ισούται με το άθροισμα των μετατοπίσεων που οφείλονται σε καθένα από τους παλμούς. Αν κάναμε όμως τον καθένα από τους παλμούς υπερβολικά μεγάλο, βρίσκαμε ότι η συνδυασμένη μετατόπιση είναι μικρότερη από το άθροισμα των δυο μετατοπίσεων. Πάλι εδώ, όταν αγνοούμε την απόκλιση από την απλή επαλληλία, συζητάμε για ένα ιδανικό ελατήριο αντί για το πραγματικό. Επιχειρούμε μια προσέγγιση μάλλον παρά μια πλήρη περιγραφή της πραγματικής καταστάσεως. Όσο κρατάμε όμως τις μετατοπίσεις μας αρκετά μικρές, ώστε με δυσκολία να βλέπουμε αυτές τις αποκλίσεις, το ιδανικό ελατήριο θα είναι μια καλή προσέγγιση του πραγματικού, ενώ θα έχει και το πλεο-

νέκτημα της απλότητας.

Αυτές δεν είναι οι πρώτες εξιδανικεύσεις στις οποίες προβαίνομε. Όταν συζητούσαμε τη μετάδοση του φωτός, αντικαταστήσαμε πραγματικές λεπτές δέσμες φωτός με ιδανικές ακτίνες φωτός, δηλαδή δέσμες με μηδενικό πλάτος. Αυτό μας χρησίμευσε πολύ για να προβλέψουμε τη θέση των ειδώλων που σχηματίζονται από καθρέφτες και φακούς. Όταν προσπαθήσαμε όμως να δημιουργήσουμε ακόμη λεπτότερες δέσμες, βρήκαμε ότι οι δέσμες απλώνονται, δεν συμπεριφέρονται σαν ιδανικές ακτίνες φωτός.

Πολύ συχνά κάνομε συνειδητά προσεγγίσεις και εξιδανικεύσεις. Σκεφθείτε, για παράδειγμα, τι εννοούμε όταν ισχυριζόμαστε ότι το εμβαδόν ενός ορθογωνίου κομματιού γης είναι 4.000 στρέμματα (1 στρέμμα = 1.000 m²). Βρίσκομε συνήθως το εμβαδόν μετρώντας μήκος και πλάτος και υπολογίζοντας το εμβαδόν σαν να ήταν το οικόπεδο τελείως επίπεδο. Αγνοούμε δηλαδή το γεγονός ότι υπάρχουν μικροί λόφοι και κοιλάδες και ότι το εμβαδόν που εξετάζομε είναι στην πραγματικότητα μέρος της επιφάνειας μιας σφαίρας. Αντικαθιστούμε μια επιφάνεια, που έχει περίπλοκο σχήμα, με ένα απλό ορθογώνιο. Η διαδικασία αυτή είναι χρήσιμη μόνο αν δεν υπάρχουν μεγάλα βουνά και οι διαστάσεις της περιοχής που μετράμε είναι μικρές σε σύγκριση με την ακτίνα της γης. Υπό τις συνθήκες αυτές μια εξιδανικευμένη επίπεδη επιφάνεια χρησιμεύει ως μια καλή προσέγγιση.

Τα περισσότερα από τα προβλήματα που αντιμετωπίζομε στην επιστήμη είναι αρκετά περίπλοκα και για να κάνομε κάποια πρόοδο στην κατανόησή τους πρέπει να ξεχωρίζομε τα ουσιώδη από τα επουσιώδη: πρέπει δηλαδή να κάνομε εξιδανικεύσεις. Στο κεφάλαιο αυτό μελετήσαμε κύματα. Αυτό είναι ένα πολύ περίπλοκο ζήτημα για ένα πραγματικό ελατήριο, αλλά αντικαταστήσαμε νοερά το πραγματικό ελατήριο με ένα ιδανικό και έτσι ξεχωρίσαμε το ουσιώδες από το επουσιώδες και απλοποιήσαμε το πρόβλημα για να βοηθηθούμε στην κατανόησή του. Ένα από τα μυστικά του επιτυχημένου επιστήμονα είναι να κάνει τη σωστή εξιδανίκευση.

17. Κάθε φορά που ένας παλμός οδεύει επάνω σε ένα ελατήριο, το μέγεθός του ελαττώνεται κατά τη διάρκεια της κινήσεως.

(α) Υπό ποιές συνθήκες μπορούμε να αμελήσουμε αυτή την ελάττωση;

(β) Τι κερδίζομε αμελώντας αυτή την ελάττωση;

18. Τι εννοούμε όταν αναφερόμαστε σε ένα ιδανικό ελατήριο σ' αυτό το κεφάλαιο;

22-6 Ένα κυματικό μοντέλο για το φως;

Σ' αυτό το κεφάλαιο μάθαμε για δυο σπουδαίες ιδιότητες των κυμάτων, που δείχνουν καθαρά τα πλεονεκτήματα ενός κυματικού μοντέλου του φωτός σε σύγκριση με ένα σωματιδιακό μοντέλο. Βρήκαμε πρώτα ότι τα κύματα μπορούν να περάσουν το ένα μέσα από το άλλο χωρίς να διαταράσσει το ένα το άλλο. Αν διασταυρώσουμε τις δέσμες φωτός από δυο ηλεκτρικά φανάρια, κάθε μια ακολουθεί την πορεία της, μετά τη

διασταύρωση, σαν να μην υπήρχε η άλλη (βλ. σχ. 17-13). Για τον ίδιο λόγο μπορούμε να δούμε αυτή τη σελίδα, παρόλο που φως διαδίδεται προς κάθε κατεύθυνση ανάμεσα σ' αυτήν και σε εμάς. Αυτό σημαίνει ότι η διασταύρωση δεσμών φωτός μοιάζει με τη διασταύρωση κυμάτων πολύ περισσότερο παρά με τη διασταύρωση δεσμών σωματιδίων.

Η δεύτερη σπουδαία κυματική ιδιότητα είναι η μερική ανάκλαση και μερική διέλευση διαμέσου ενός συνόρου. Θυμηθείτε τώρα τι συμβαίνει, όταν το φως περνά από ένα υλικό σε ένα άλλο – ας πούμε από αέρα σε γυαλί. Ένα μέρος του φωτός ανακλάται και ένα μέρος του διέρχεται, όπως δείξαμε στο σχήμα 19-2. Αυτό ακριβώς κάνουν και τα κύματα, αλλά οι δέσμες των σωματιδίων δεν διαχωρίζονται κατ' αυτόν τον τρόπο.

Οι δυο αυτές κυματικές ιδιότητες που εμφανίζονται στο φως μάς παροτρύνουν να συνεχίσουμε τη διερεύνηση ενός κυματικού μοντέλου για το φως με κανένα τρόπο όμως δεν αποδεικνύουν ότι η κυματική εικόνα είναι ικανοποιητικό μοντέλο για το φως. Για παράδειγμα, όταν μια φωτεινή δέσμη προσπίπτει σε μια γυάλινη επιφάνεια, η γωνία ανακλάσεως είναι ίση με τη γωνία προσπτώσεως και η κατεύθυνση της διαθλώμενης ακτίνας δίδεται από το νόμο του Snell.

Με βάση όσα μελετήσαμε ως τώρα δεν μπορούμε να πούμε αν ένα κυματικό μοντέλο μπορεί να εξηγήσει τις αλλαγές διευθύνσεως που παρατηρούμε. Η κίνηση των κυμάτων στο ελατήριο μας περιορίζει σε μια ευθεία, δηλαδή σε μια διάσταση.

Επομένως δεν υπάρχει τρόπος να αλλάξουμε τη διεύθυνση μεταδόσεως εκτός από το να την αντιστρέψουμε. Για να βρούμε, αν τα κύματα μπορούν πραγματικά να εξηγήσουν τη συμπεριφορά του φωτός, πρέπει να έχουμε κύματα που κινούνται στο χώρο ή τουλάχιστον σε ένα επίπεδο, έτσι ώστε να μπορέσουμε να κάνουμε απευθείας σύγκριση. Αυτό θα κάνουμε στο επόμενο κεφάλαιο, όπου θα μελετήσουμε κύματα σε επιφάνεια νερού.

Για το σπίτι, την τάξη και το εργαστήριο.

19. Στην έκτη εικόνα του σχήματος Δ βλέπομε την επαλληλία δυο ίσων και συμμετρικών παλμών.

(α) Η καθαρότητα της εικόνας υποδηλώνει ότι δεν υπάρχει κίνηση κατά αυτή τη χρονική στιγμή. Να χρησιμοποιήσετε την αρχή της επαλληλίας και να αποδείξετε ότι αυτό αληθεύει.

(β) Αν υποθέσετε ότι το σπειροειδές ελατήριο παραμορφώνεται όπως φαίνεται στην έκτη εικόνα, να βρείτε τι θα συμβεί, όταν αφαιρεθεί ελεύθερο.

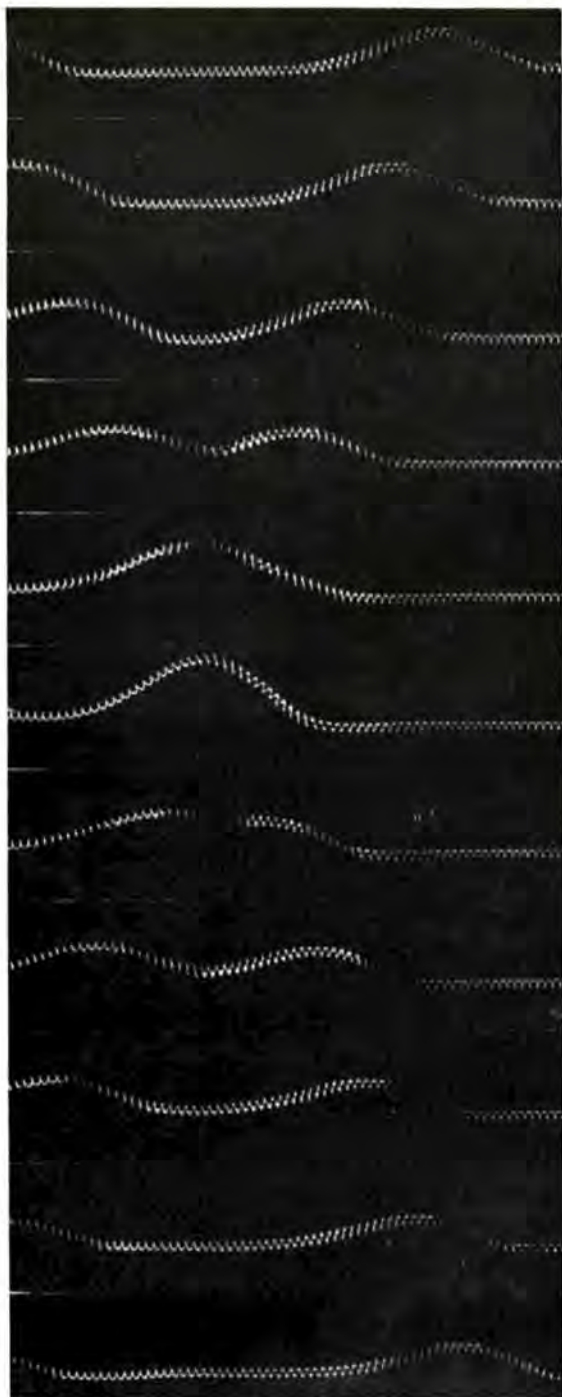
20. Ένας παλμός στέλνεται από το άκρο ενός ελατηρίου και επιστρέφει αντεστραμμένος και με μι-

κρότερο πλάτος. Τι μπορεί να συμπεράνει κανείς για την ταχύτητα του παλμού σε ένα δεύτερο ελατήριο, που είναι συνδεδεμένο με το άλλο άκρο του ελατηρίου;

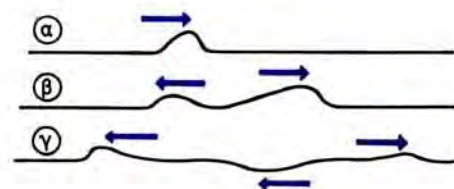
21. Το διάγραμμα (α) στο σχήμα Ε δείχνει ένα παλμό, που κινείται επάνω σε ένα σχοινί το οποίο έχει τμήματα με διαφορετικά πάχη. Τα διαγράμματα (β) και (γ) δείχνουν το ίδιο σχοινί αργότερα μετά από δύο ίσα χρονικά διαστήματα.

Να βρεθεί πού είναι οι ζεύξεις και ποια είναι τα σχετικά πάχη του σχοιινιού μεταξύ των ζεύξεων.

22. Όταν το φως περνά από τον αέρα στο νερό ή



Σχήμα Δ



Σχήμα Ε

αντίστροφα, ένα τμήμα του ανακλάται. Αν αυτή η κατάσταση μοιάζει με την περίπτωση ενός παλμού, που περνά από ένα σπειροειδές ελατήριο σ' ένα άλλο, τότε περιμένετε ότι ο φωτεινός παλμός θα ανακλασθεί και θα αντιστραφεί;

23. Να κρατήσετε το ένα άκρο ενός μακριού σχοινιού, του οποίου το άλλο άκρο είναι πακτωμένο. Σταθείτε αντίκρυ στο σχοινί και κάντε με το χέρι σας τρεις γρήγορους κύκλους κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού, έτσι ώστε να παραχθεί ένα κύμα.

(α) Να περιγράψετε το κύμα που παράγεται.

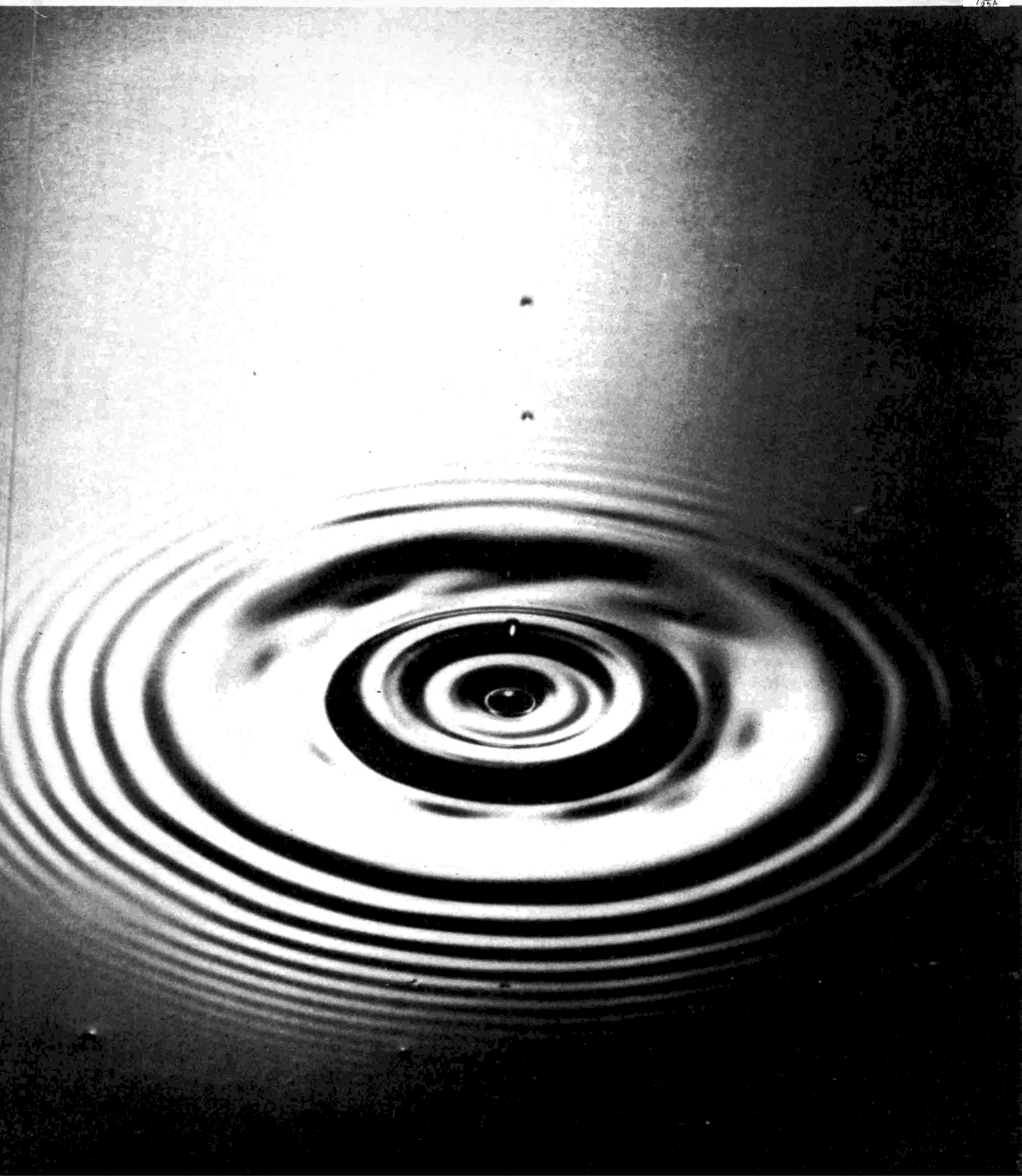
(β) Να περιγράψετε το ανακλώμενο κύμα.

(γ) Να περιγράψετε την κίνηση ενός σωματιδίου του σχοινιού, καθώς το κύμα κινείται προς τη μία κατεύθυνση και αφού ανακλασθεί κινείται προς την αντίθετη κατεύθυνση.

24. Μπορούμε να πούμε ότι η επιφάνεια της θάλασσας είναι περίπου επίπεδη. Να δώσετε μερικά παραδείγματα για την περίπτωση όπου αυτό είναι καλή προσέγγιση και μερικά παραδείγματα όπου αυτό είναι κακή προσέγγιση.

25. Στα κύματα που έχουμε εξετάσει έως τώρα οι σπείρες του ελατηρίου κινούνται καθέτως προς το ελατήριο. Υπάρχει κάποιος άλλος τρόπος για να κινούνται οι σπείρες ενώ ένα κύμα διατρέχει το ελατήριο;

Να προσπαθήσετε να συμπιέσετε αρκετές σπείρες ενός άκρου του ελατηρίου και κατόπιν να τις αφήσετε. Να περιγράψετε τι βλέπετε.

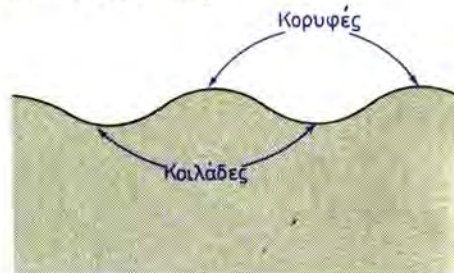


23-1 Κύματα νερού.

Ένα από τα πρώτα παραδείγματα κυμάτων, που αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 22, ήταν οι κυματισμοί σε μια μικρή λίμνη. Όλοι μας γνωρίζουμε ότι τα κύματα απλώνονται σε όλο και μεγαλύτερους κύκλους. Για παράδειγμα, ένα ψάρι που τσιμπά το δόλωμα φανερώνει την παρουσία του στον ψαρά από τα κυκλικά κύματα που σχηματίζονται από την κίνηση επάνω - κάτω του φελλού της πετονιάς.

Επειδή τα κύματα του νερού κινούνται επιφανειακά και δεν εκτείνονται προς τα κάτω, σε κάποιο σημαντικό βάθος, είναι γνωστά ως επιφανειακά κύματα ή κύματα επιφανείας. Αν έχετε κοιτάξει τα ψάρια σε ένα ενυδρείο, θα έχετε προσέξει ότι δεν ενοχλούνται από τα κύματα. Ο κυβερνήτης ενός υποβρυχίου δεν φοβάται τη φουρτούνα, όπως ο κυβερνήτης ενός κοινού πλοίου. Το υποβρύχιο καταδύεται και ταξιδεύει ανενόχλητο από τα μεγάλα κύματα που είναι από επάνω του.

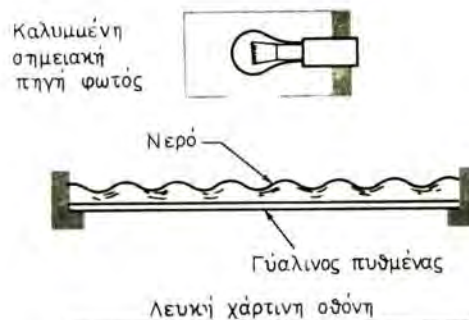
Αν παρατηρήσουμε τα κύματα νερού από το πλαϊνό μέρος ενός ενυδρείου, θα μπορέσουμε να προσδιορίσουμε το σχήμα τους. Βλέπουμε ότι παρόλο που υπάρχουν μερικές παραλλαγές είναι γενικώς όμοια και μοιάζουν όπως το σχέδιο του σχήματος 23-1. Τα επάνω τμήματα ονομάζονται κορυφές και τα κάτω κοιλάδες. Στο εργαστήριο χρησιμοποιούμε μια πιο κατάλληλη συσκευή, που ονομάζεται δοχείο κυματισμών. Το δοχείο κυματισμών (σχ. 23-2) έχει γυάλινο πυθμένα και έτσι είναι δυνατόν να προβάλλουμε είδωλα των κυμάτων σε μια οθόνη. Αυτά τα είδωλα δημιουργούνται, γιατί οι κορυφές των κυμάτων δρουν σαν συγκεντρωτικοί φακοί, που τείνουν να εστιάσουν το φως από τη λάμπα, ενώ οι κοιλάδες που δρουν σαν αποκλίνοντες φακοί τείνουν να το αποκλίνουν. Γι' αυτό το λόγο οι κορυφές φαίνονται στην οθόνη σαν λαμπερές λωρίδες, ενώ οι κοιλάδες φαίνονται σκοτεινές.



Κύματα σε δυο διαστάσεις

- 23-1 Κύματα νερού
- 23-2 Επίπεδοι και κυκλικοί παλμοί
- 23-3 Ανάκλαση
- 23-4 Ταχύτητα διαδόσεως και περιοδικά κύματα
- 23-5 Διάθλαση
- 23-6 Διασκεδασμός
- 23-7 Περίθλαση

Σχήμα 23-1 Απεικόνιση κυμάτων νερού.



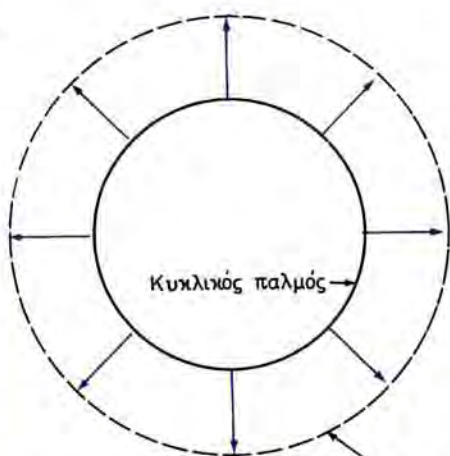
Σχήμα 23-2 Το δοχείο κυματισμών.

Φωτογραφία αριστερά: Απλώνόμενες κυκλικές καμπύλες που παράγονται από σταγόνες νερού λίπτουσες.

Ο ίδιος παλμός αργότερα

Ευθύγραμμος παλμός

Σχήμα 23-3 Ο ευθύγραμμος παλμός κινείται κάθετα προς την κορυφογραμμή του. Το βέλος δείχνει τη διεύθυνση.



Ο ίδιος παλμός αργότερα

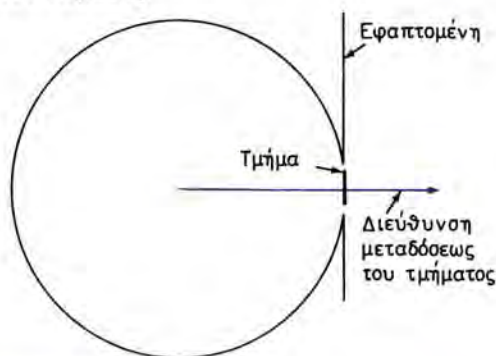
Σχήμα 23-4 Ένας κυκλικός παλμός που εξαπλώνεται.

Σχήμα 23-5 Ένα πολύ μικρό τμήμα κυκλικού παλμού. Το τμήμα δρα σαν να είναι ευθύγραμμο και κινείται ακτινικά απομακρυνόμενο από το κέντρο.

23-2 Επίπεδοι και κυκλικοί παλμοί.

Μπορούμε να δημιουργήσουμε ένα ευθύγραμμο παλμό, παρόμοιο με τα κύματα που δημιουργεί με την πλώρη ένα πλοίο στο πέρασμά του, αν θυθίσουμε οριζοντίως έναν χάρακα μέσα στην επιφάνεια του νερού του δοχείου κυματισμών. Η κίνηση του παλμού είναι τέτοια, ώστε η κορυφογραμμή του (ένα μέτωπο του κύματος) μένει πάντοτε παράλληλο προς την ευθεία που ορίζεται από την αρχική του θέση. Η απόσταση μεταξύ των παραλλήλων μετώπων του κύματος μετράται κατά μήκος μιας καθέτου επ' αυτών. Έτσι η κατεύθυνση της κινήσεως του παλμού (που ονομάζεται επίσης κατεύθυνση διαδόσεως) είναι κάθετη προς την κορυφογραμμή του κύματος. Στο σχήμα 23-3 η κορυφή ενός ευθύγραμμου παλμού δείχνεται σαν συνεχής γραμμή. Η θέση της κάποια χρονική στιγμή αργότερα δείχνεται σαν διακεκομμένη γραμμή. Η κατεύθυνση διαδόσεως δείχνεται από το βέλος.

Μπορούμε να δημιουργήσουμε επίσης κυκλικούς παλμούς στο δοχείο κυματισμών αν θυθίσουμε το δάκτυλό μας στο νερό. Το σχήμα 23-4 είναι σχέδιο ενός τέτοιου παλμού σε δυο διαφορετικές χρονικές στιγμές. Κατά το χρονικό διάστημα που μεσολάβησε ο παλμός απλώθηκε και δημιούργησε ένα μεγαλύτερο κύκλο. Δεν μπορούμε να χαρακτηρίσουμε με μια κατεύθυνση τον κυκλικό παλμό, γιατί κινείται προς όλες τις κατευθύνσεις. Ας εξετάσουμε ένα τμήμα του κυκλικού παλμού, που είναι τόσο μικρό, ώστε να θεωρείται ευθύγραμμο (σχ. 23-5). Η διεύθυνση της διαδόσεως ενός τέτοιου τμήματος είναι κατά την ακτίνα και από το κέντρο προς τα έξω. Αυτή η διεύθυνση είναι κάθετη προς την κορυφογραμμή (λόφο) του κύματος, ακριβώς όπως η διεύθυνση διαδόσεως των ευθυγράμμων κυμάτων είναι κάθετη προς τις κορυφογραμμές (λόφους) του κύματος.

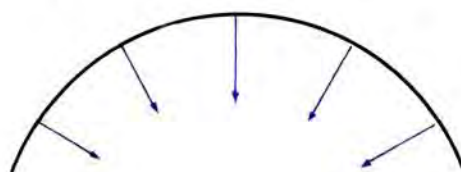


1. Αν τοποθετούσατε στο δοχείο κυματισμών που φαίνεται στο σχήμα 23-2 ένα ραβδί σε οριζόντια θέση, τι μήκος θα είχε η σκιά του;
2. Προς ποια κατεύθυνση ως προς κορυφογραμμή του (μέτωπο κύματος) κινείται ένας ευθύγραμμος παλμός;
3. Η συνεχής γραμμή στο σχήμα Α δείχνει ένα παλμό σε κάποια χρονική στιγμή. Η διακεκομμένη γραμμή δείχνει τον ίδιο παλμό λίγο αργότερα. Να αντιγράψετε το σχήμα και τις κάθετες στα σημεία που δείχνονται. Είναι κάποιες από τις κάθετες παράλληλες μεταξύ τους;

4. Το σχήμα Β δείχνει ένα παλμό σε κάποια χρονική στιγμή. Τα βέλη δείχνουν τις κάθετες προς τον παλμό. Να σχεδιάσετε το σχήμα και τον παλμό σε μια επόμενη χρονική στιγμή.



Σχήμα Α

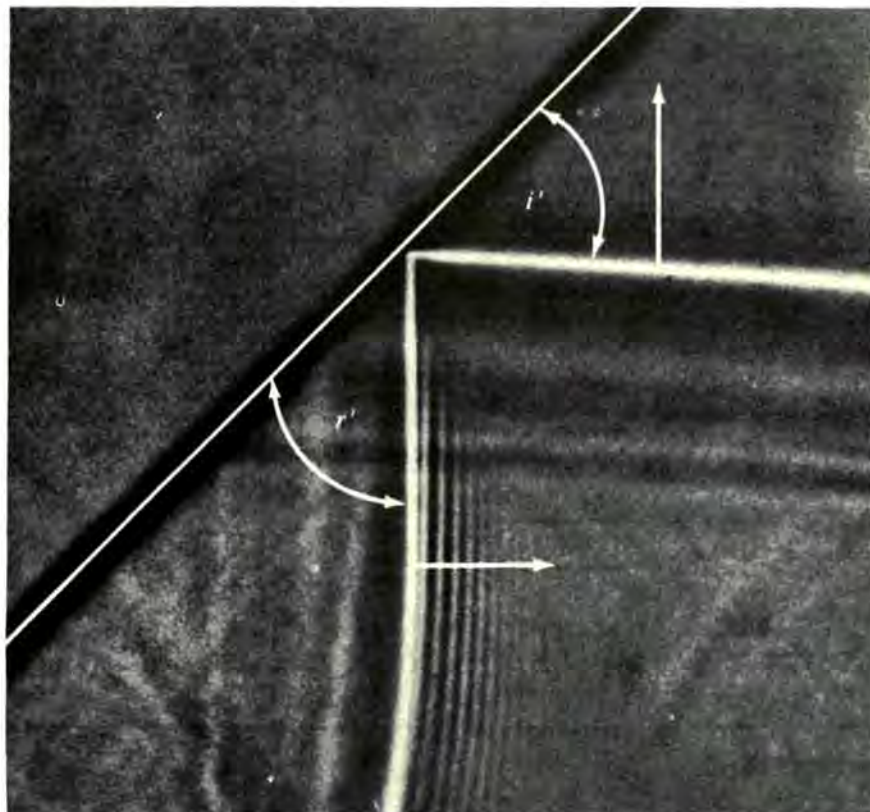


Σχήμα Β

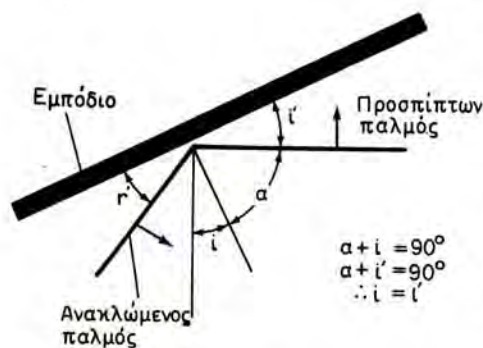
23-3 Ανάκλαση.

Αν θυμηθούμε ότι ο παλμός σε ένα ελατήριο μπορεί να ανακλασθεί, θα περιμένουμε ότι και τα κύματα του νερού μπορούν να ανακλασθούν. Εξετάστε ένα ευθύγραμμο παλμό, καθώς φεύγει από το χάρακα και πηγαίνει προς την απέναντι πλευρά του δοχείου. Για να προκαλέσουμε την ανάκλασή του, τοποθετούμε ένα εμπόδιο στο μέσο του δοχείου και παράλληλο προς το χάρακα. Ο παλμός κτυπά στο εμπόδιο και ανακλάται προς τα πίσω, ακολουθώντας την ίδια διεύθυνση με την οποία ήλθε, αλλά με αντίθετη φορά, ακριβώς όπως έκανε ο παλμός στο ελατήριο.

Τώρα, ας αλλάξουμε τη θέση του εμποδίου, έτσι ώστε να μην είναι παράλληλο προς τον παλμό. Στο σχήμα 23-6 βλέπουμε δυο ευθύγραμμους



Σχήμα 23-6 Ένας ευθύγραμμος παλμός που στη φωτογραφία κινείται προς τα πάνω και ανακλάται από ένα διαγώνιο εμπόδιο. Το τμήμα του παλμού που έχει ανακλασθεί κινείται προς τα δεξιά.



Σχήμα 23-7 Ένας ευθύγραμμος παλμός που προσπίπτει στο εμπόδιο. Η γωνία προσπτώσεως i ισούται με τη γωνία i' που σχηματίζει ο παλμός με το εμπόδιο.

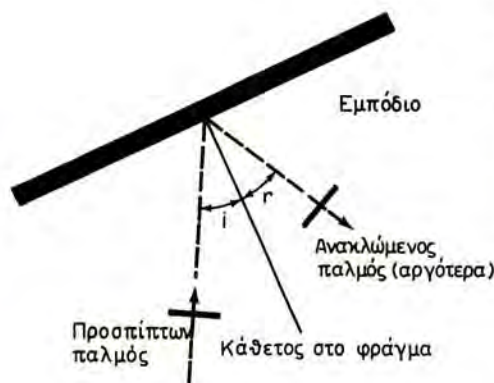
παλμούς, έναν που πλησιάζει και έναν που ανακλάται από το εμπόδιο. Η γωνία που σχηματίζεται από τον προσπίπτοντα παλμό με το εμπόδιο που τον ανακλά είναι i' ενώ η γωνία μεταξύ του ανακλώμενου παλμού και του εμποδίου είναι r . Αν μετρήσετε τις γωνίες r' και i' που φαίνονται στη φωτογραφία, θα βρείτε ότι $r' = i'$. Αν επαναλάβουμε το πείραμα με διαφορετικές γωνίες i' , θα βρίσκαμε πάντοτε $r' = i'$.

Αυτό το αποτέλεσμα μοιάζει με το νόμο της ανακλάσεως του φωτός από καθρέφτες που είδαμε στην παράγραφο 18-4. Εκεί βρήκαμε ότι η γωνία ανακλάσεως είναι ίση με τη γωνία προσπτώσεως. Αλλά στην οπτική μετρούσαμε τη γωνία μεταξύ της διεύθυνσης της διαδόσεως και της καθέτου προς την ανακλώσα επιφάνεια. Μπορούμε να προσδιορίσουμε κατά τον ίδιο τρόπο τις γωνίες προσπτώσεως i και ανακλάσεως r για τα κύματα, αν θυμόμαστε ότι η διεύθυνση διαδόσεως είναι κάθετη προς την κορυφογραμμή του κύματος.

Η κατασκευή του σχήματος 23-7 δείχνει ότι η γωνία προσπτώσεως είναι ίση με την γωνία i' . Μια όμοια κατασκευή δείχνει ότι $r = r'$. Τότε η ισότητα που παρατηρήσαμε $r' = i'$ γίνεται $r = i$, δηλαδή η γωνία ανακλάσεως ισούται με τη γωνία προσπτώσεως. Επομένως έχουμε δείξει ότι τα κύματα και το φως ακολουθούν τον ίδιο νόμο ανακλάσεως (σχ. 23-8).

Ένας κυκλικός παλμός που απλώνεται μπορεί επίσης να ανακλασθεί από ένα εμπόδιο. Το σχήμα 23-9 δείχνει το πλησίασμα στο εμπόδιο και την ανάκλαση ενός τέτοιου παλμού. Προσέξτε ότι το ανακλώμενο τμήμα του παλμού είναι τόξο κύκλου. Το κέντρο αυτού του κύκλου απέχει από το πίσω μέρος του φράγματος όσο απέχει η πηγή από τη μπροστινή πλευρά του. Ο παλμός που ανακλάται φαίνεται σαν να έρχεται από το κέντρο του κύκλου πίσω από το φράγμα.

Αυτό αντιστοιχεί στην περίπτωση της οπτικής όπου τοποθετούσαμε μια σημειακή πηγή εμπρός από ένα κάτοπτρο. Τότε το ανακλώμενο φως έμοιαζε να έρχεται από το σημείο του ειδώλου πίσω από το κάτοπτρο (βλ. σχ. 18-6). Αν χρησιμοποιήσουμε καμπύλα εμπόδια ή ένα συνδυασμό από δυο ή περισσότερα επίπεδα εμπόδια, μπορούμε να επιδείξουμε με το δοχείο κυμάτων όλα τα φαινόμενα της ανακλάσεως που μελετήσαμε στην περίπτωση του φωτός. Όπως ο σχηματισμός των ειδώλων με κάτοπτρα εξάγεται από τους νόμους της ανακλάσεως στην οπτική, έτσι γίνεται και με τον αντίστοιχο σχηματισμό ειδώλων από «κάτοπτρα» (ανακλαστήρες) στο δοχείο κυματισμών.

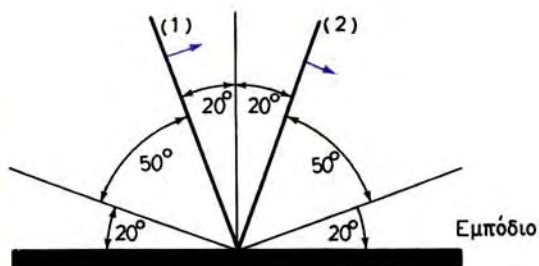


Σχήμα 23-8 Ανάκλαση ενός ευθύγραμμου κύματος από ένα ευθύγραμμο εμπόδιο. Ακριδώς όπως και στο φως, η γωνία ανακλάσεως r ισούται με τη γωνία προσπτώσεως i .

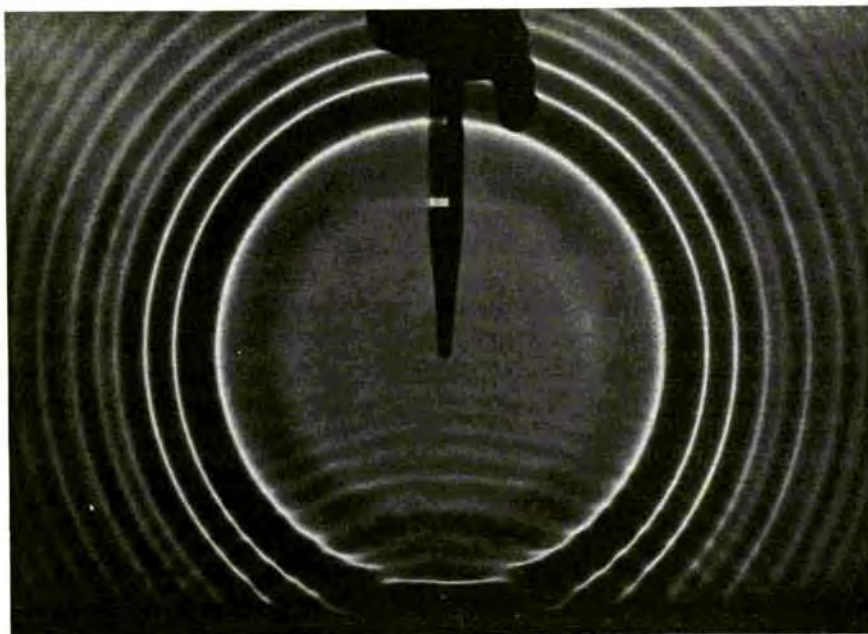
5. Στο σχήμα 23-7, αν $i = 25^\circ$ ποια είναι η τιμή του r ;
6. Στο σχήμα Γ οι παχιές μαύρες γραμμές είναι μέτωπα κύματος. Τα βέλη παριστάνουν την κατεύθυνση της διαδόσεως των παλμών.
 - (α) Ποιος είναι ο προσπίπτων παλμός και ποιος ο ανακλώμενος παλμός;
 - (β) Ποια είναι η γωνία προσπτώσεως;
7. Ένας ευθύγραμμος παλμός πλησιάζει ένα φράγμα υπό γωνία 30° . Ποια είναι η κατεύθυνση της κινήσεως του παλμού μετά την ανάκλαση; Να την δείξετε σε ένα διάγραμμα.
8. Στο σχήμα 23-9 πού είναι η πηγή «αντικείμενο»; Πού είναι η πηγή «είδωλο»;

23-4 Ταχύτητα διαδόσεως και περιοδικά κύματα.

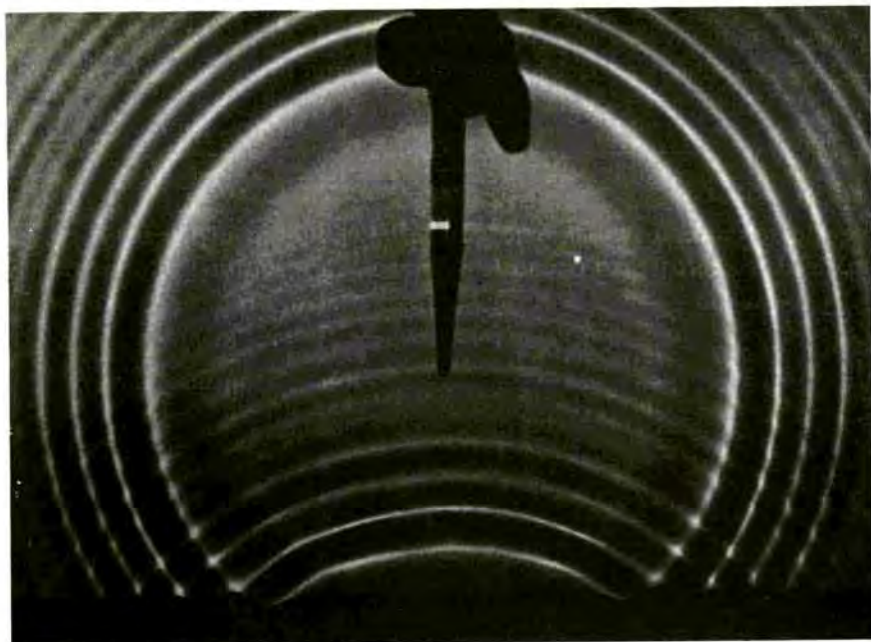
Κύματα σε διαφορετικά μέσα και με διαφορετικές συνθήκες διαδίδονται με διαφορετικές ταχύτητες. Για παράδειγμα, μπορούμε να δούμε ότι τα κύματα σε ένα σπειροειδές ελατήριο κινούνται ταχύτερα, όταν τεντώσουμε το ελατήριο, και τα κύματα σε ένα λαστιχένιο σωλήνα κινούνται βραδύτερα, όταν τον γεμίσουμε με νερό. Σ' αυτή την παράγραφο θα μάθουμε πώς να μετρούμε την ταχύτητα των κυμάτων του νερού σε ένα δοχείο κυμάτων. Υπάρχουν αρκετοί τρόποι μετρήσεως αυτής της ταχύτητας.



Σχήμα Γ



Σχήμα 23-9 Ανάκλαση ενός κυκλικού παλμού από ένα ευθύγραμμο εμπόδιο. Στην επάνω φωτογραφία ο παλμός πλησιάζει το εμπόδιο ενώ στην κάτω φωτογραφία ένα τμήμα του έχει ανακλασθεί.



Ένας τρόπος είναι να δημιουργήσουμε ένα παλμό και να μετρήσουμε με ένα χρονόμετρο το χρόνο t που χρειάζεται ο παλμός για να διανύσει μια ορισμένη απόσταση l . Τότε η ταχύτητα v είναι ίση με την απόσταση που διανύθηκε διαιρεμένη διά του χρόνου: $v = l/t$.

Άλλος τρόπος είναι να παραγάγουμε δυο παλμούς, τον ένα μετά τον άλλο. Τη χρονική στιγμή που παράγεται ο δεύτερος παλμός (μετά από χρόνο t), ο πρώτος παλμός έχει διανύσει απόσταση l . Μετά από αυτό κινούνται και οι δυο παλμοί, ενώ η απόσταση l μεταξύ τους παραμένει σταθερή. Μπορούμε να μετρήσουμε αυτή την απόσταση με ένα κανόνα και ισχύει ξανά $v = l/t$. Αυτές οι μέθοδοι είναι απλές στη θεωρία, αλλά στην πράξη είναι δύσκολο να ακολουθούμε τους παλμούς και να μετρούμε τις αποστάσεις τους και τους χρόνους που χρειάζονται.

Ο τρίτος τρόπος χρησιμοποιεί ένα περιοδικό κύμα. Για να καταλάβετε τι σημαίνει αυτός ο όρος, εξετάστε τους παλμούς που παράγονται ο ένας μετά τον άλλο σε ίσα χρονικά διαστήματα T . Κατά τη διαδικασία αυτή η γεννήτρια κυμάτων επαναλαμβάνει την κίνησή της μια φορά σε κάθε διάστημα T . Μια τέτοια κίνηση ονομάζεται **περιοδική** (και το χρονικό διάστημα T ονομάζεται περίοδος). Ένας άλλος τρόπος περιγραφής αυτής της περιοδικής κινήσεως είναι να πούμε πόσο συχνά επαναλαμβάνεται ανά μονάδα του χρονικού διαστήματος: δηλαδή να δώσουμε τη **συχνότητα** ν της επαναλήψεως. Αν, για παράδειγμα, η κίνηση επαναλαμβάνεται κάθε $1/10$ του δευτερολέπτου, τότε η συχνότητα είναι δέκα φορές ανά δευτερόλεπτο. Γενικά: $\nu = 1/T$.

Τώρα ας συγκεντρώσουμε την προσοχή μας σε ένα σημείο στο δοχείο. Οι παλμοί που παράγονται από τη γεννήτρια κινούνται προς αυτό το σημείο και το προσπερνούν με την ίδια συχνότητα που είχαν όταν άφησαν την πηγή. Αν αποστέλλονται δέκα το κάθε δευτερόλεπτο, θα προσπεράσουν δέκα ανά δευτερόλεπτο. Επομένως η συχνότητα του κύματος δίνεται από τη σχέση $\nu = 1/T$ και T είναι ο χρόνος της διελεύσεως

Σχήμα 23-10 Περιοδικά ευθύγραμμα κύματα που κινούνται μέσα στο δοχείο κυματισμών.



διαδοχικών παλμών. Επιπλέον, καθώς κινούνται τα κύματα, η απόσταση μεταξύ δυο γειτονικών παλμών μένει πάντοτε η ίδια και ονομάζεται **μήκος κύματος** λ . Η μορφή των κυμάτων που έχουμε περιγράψει ονομάζεται περιοδικό ευθύγραμμο κύμα (σχ. 23-10).

Μπορούμε να βρούμε την ταχύτητα ενός περιοδικού κύματος με τρόπο όμοιο με αυτόν, που χρησιμοποιήσαμε για ένα ζευγάρι παλμών. Γνωρίζουμε ότι οι παλμοί χωρίζονται από απόσταση λ και ότι ο κάθε παλμός διανύει αυτήν την απόσταση σε χρόνο T . Επομένως η ταχύτητα διαδόσεως είναι:

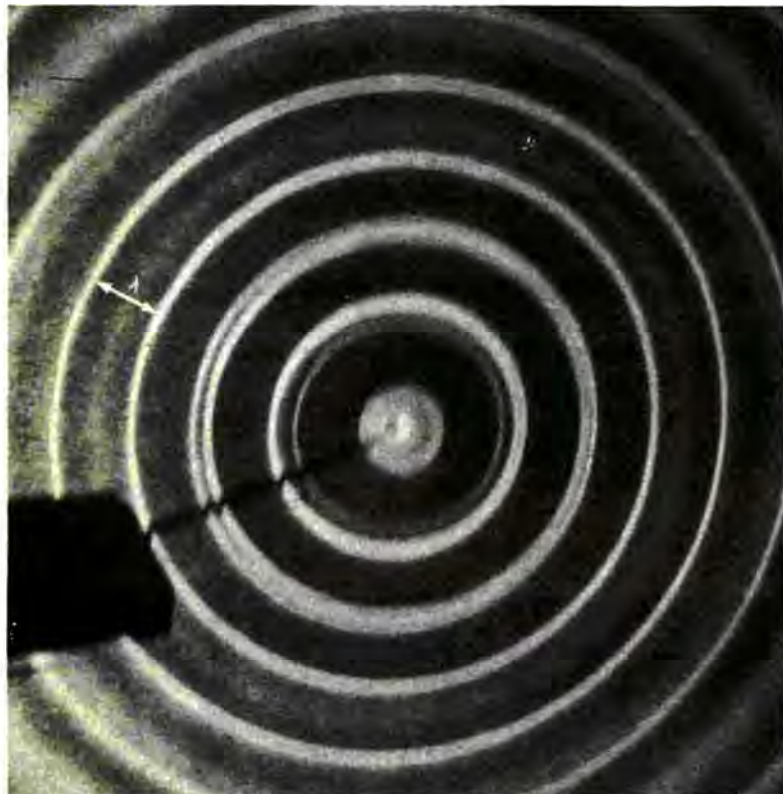
$$v = \lambda / T$$

Χρησιμοποιούμε τη σχέση $v = 1 / T$ και βρίσκουμε ότι:

$$v = v\lambda$$

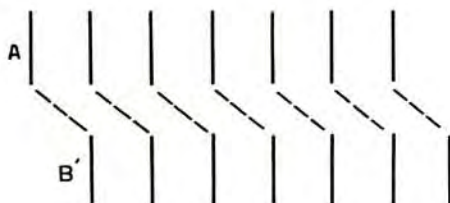
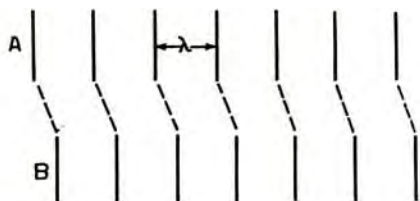
ή ότι η ταχύτητα διαδόσεως ενός περιοδικού κύματος είναι το γινόμενο της συχνότητας επί το μήκος κύματος.

Η σχέση στην οποία καταλήξαμε τώρα δεν περιορίζεται μόνο στα κύματα του δοχείου κυμάτων. Ισχύει για **οποιοδήποτε** περιοδικό κύμα. Στους συλλογισμούς που κάναμε για να φθάσαμε στο αποτέλεσμα μας δεν μπήκαν στοιχεία, όπως το ότι τα κύματα είναι ευθύγραμμα, η φύση του δοχείου κυμάτων και οι ιδιότητες του νερού. Ειδικότερα θα μπορούσαμε να ακολουθήσουμε την ίδια διαδικασία με κυκλικά περιοδικά κύματα και θα βρίσκαμε ξανά $v = v\lambda$. Σε αυτήν την περίπτωση το μήκος κύματος μετρείται κατά την ακτινική διεύθυνση (σχ. 23-11) και βρίσκουμε ότι



Σχήμα 23-11 Περιοδικά κυκλικά κύματα.

Σχήμα 23-12 Χρήση ενός χειροκίνητου στροβοσκοπίου για να «σταματήσει» η κίνηση των κυμάτων στο δοχείο κυματισμών.



Σχήμα 23-13 Κορυφογραμμές ενός περιοδικού κύματος που φαίνονται σε διαδοχικά ανοίγματα Α και Β ενός διαφράγματος στροβοσκοπίου. Στο επάνω διάγραμμα η συχνότητα παρατήρησης του στροβοσκοπίου είναι μεγαλύτερη από τη συχνότητα των κυμάτων. Στο κάτω διάγραμμα είναι η ίδια. Φυσικά οι διακεκομμένες γραμμές δεν φαίνονται.

είναι ίσο με το μήκος κύματος ενός ευθύγραμμου κύματος με την ίδια συχνότητα. Επομένως η ταχύτητα των κυκλικών κυμάτων ισούται με την ταχύτητα ευθυγράμμων κυμάτων μέσα στο ίδιο μέσον. Επιπλέον, θα μπορούσαμε να εφαρμόσουμε τα παραπάνω επιχειρήματα σε όλα τα είδη περιοδικών κυμάτων – για παράδειγμα, περιοδικά κύματα σε ελατήρια – και θα είχαμε την ίδια σχέση $v = v\lambda$.

Τώρα φθάνουμε στο πλεονέκτημα της παραπάνω σχέσεως για τη μέτρηση της v . Φαντασθείτε ότι αντί να παρατηρούμε διαρκώς ένα κύμα, το βλέπουμε μέσα από ένα διάφραγμα, που μένει κλειστό τον περισσότερο χρόνο και ανοίγει περιοδικά για σύντομα χρονικά διαστήματα. Το στροβοσκόπιο που φαίνεται στο σχήμα 23-12 είναι μια τέτοια διάταξη. Την πρώτη φορά που το διάφραγμα ανοίγει βλέπουμε τη μορφή του κύματος σε μια ορισμένη θέση. Κατά το διάστημα που το διάφραγμα είναι κλειστό, όλοι οι παλμοί θα κινηθούν κατά μια απόσταση ίση προς την ταχύτητά τους επί το χρόνο που έμεινε κλειστό το διάφραγμα (σχ. 23-13). Αν παρατηρήσουμε μέσα από το διάφραγμα, ενώ αυτό ανοίγει και κλείνει περιοδικά, η μορφή συνήθως φαίνεται να κινείται. Ας υπο-

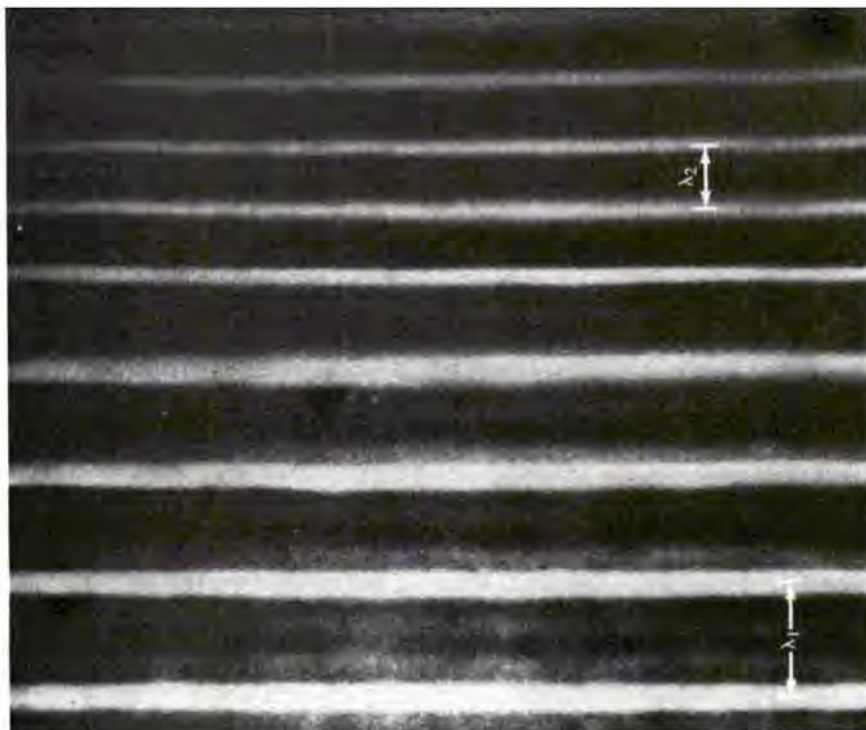
θέσουμε όμως ότι η περίοδος του διαφράγματος είναι ακριβώς η ίδια με την περίοδο του κύματος. Τότε κατά το χρόνο που το διάφραγμα μένει κλειστό ο κάθε παλμός θα προχωρήσει και θα πάρει τη θέση του προηγούμενου παλμού και έτσι βλέπουμε την ίδια μορφή κάθε φορά που ανοίγει το διάφραγμα. Βλέπουμε δηλαδή μια στατική μορφή που είναι εύκολη για τη μέτρηση του μήκους κύματος. Επιπλέον, αφού η περίοδος του διαφράγματος είναι ίση προς την περίοδο του κύματος, μπορεί να υπολογισθεί αν μετρήσουμε πόσες φορές ανοίγει το διάφραγμα σε ένα ορισμένο χρονικό διάστημα, μετράμε δηλαδή τη συχνότητα παρατηρήσεως του διαφράγματος. Αυτό μας δίνει το ν . Τώρα που έχουμε τα λ και ν για το κύμα, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη γενική σχέση $v = \nu \lambda$ για να προσδιορίσουμε την ταχύτητα.

9. Ένα πολυβόλο ρίχνει 10 ριπές ανά δευτερόλεπτο. Η ταχύτητα των σφαιρών είναι 850 m/s.
 - (α) Ποια απόσταση έχουν μεταξύ τους στον αέρα οι σφαίρες που εκτοξεύονται;
 - (β) Τι συμβαίνει στην απόσταση μεταξύ των σφαιρών, αν επιταχυνθεί ο ρυθμός των ριπών;
10. Αν μια γεννήτρια παράγει 12 παλμούς σε 3 δευτερόλεπτα, ποια είναι
 - (α) η περίοδός της, (β) η συχνότητά της;
11. Για να παράγετε κύματα μεγαλύτερου μήκους σε ένα δοχείο κυματισμών θα αυξήσετε ή θα μειώσετε τη συχνότητα της γεννήτριας;
12. (α) Σε ένα δοχείο κυματισμών βρίσκουμε ότι λ είναι 3 cm όταν ένας παλμός στέλνεται κάθε 1/10 s. Ποια είναι η ταχύτητα διαδόσεως;
 - (β) Μέσα στο ίδιο μέσο στέλνουμε δυο παλμούς, το δεύτερο 1/2 s μετά τον πρώτο. Πόσο απέχουν μεταξύ τους;
13. Αν υποθέσετε ότι παρατηρείτε ένα περιοδικό κύμα συχνότητας $\nu = 4$ Hz μέσα από ένα στροβοσκόπιο με δυο (ισαπέχουσες) σχισμές, τι περιμένετε να δείτε αν περιστρέψετε το διάφραγμα με συχνότητες 1, 2 και 4 Hz;

23-5 Διάθλαση.

Έχουμε ήδη αναφέρει ότι η ταχύτητα διαδόσεως των κυμάτων εξαρτάται από τις ιδιότητες του μέσου μέσα στο οποίο κινούνται. Στην περίπτωση των κυμάτων στην επιφάνεια του νερού, η ταχύτητα εξαρτάται από το βάθος του νερού. Επομένως νερό με δυο διαφορετικά βάθη μπορεί να θεωρηθεί σαν δυο διαφορετικά μέσα για τη διάδοση των κυμάτων. Αυτή είναι πολύ χρήσιμη ιδιότητα, γιατί, αν αλλάξουμε το βάθος του νερού σε ένα μέρος του δοχείου κυματισμών, θα μπορούσαμε να μελετήσουμε τη συμπεριφορά των κυμάτων όταν περνούν από ένα μέσο στο άλλο.

Για να αντιληφθούμε ότι η ταχύτητα εξαρτάται πραγματικά από το βάθος, τοποθετούμε τώρα μια χονδρή γυάλινη πλάκα στο δυθό, στο πίσω τμήμα του δοχείου κυματισμών και έτσι καθιστούμε το μισό δοχείο πιο ρηχό. Έτσι διαιρούμε το δοχείο σε δυο τμήματα με διαφορετικά βάθη και με τη διαχωριστική γραμμή παράλληλη προς τα κύματα, δηλαδή στα μέτωπά τους. Ας παρατηρήσουμε τα κύματα μέσα από το στροβοσκόπιο.

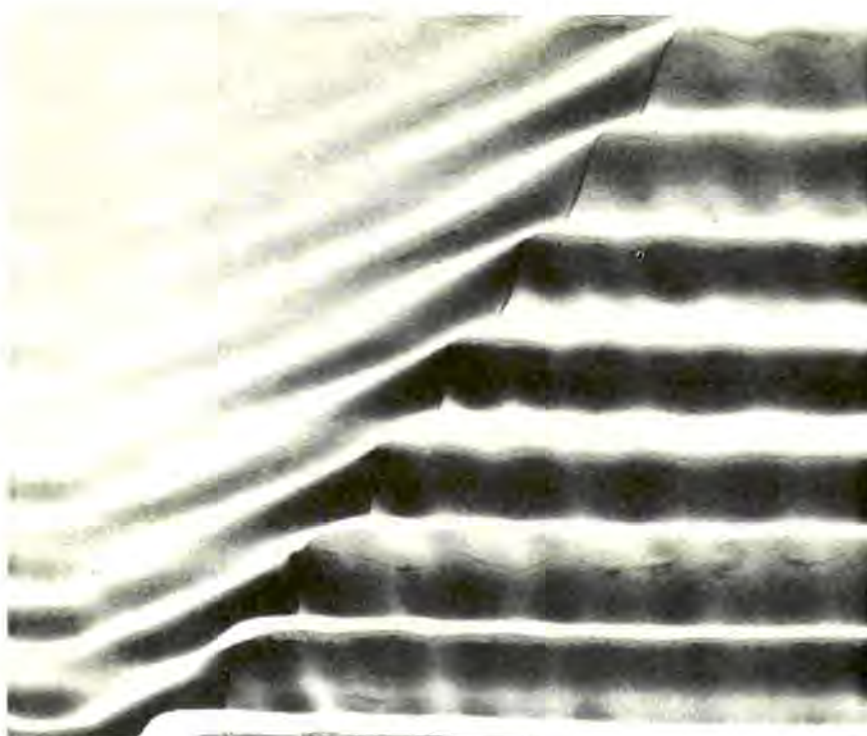


Σχήμα 23-14 Πέρασμα κυμάτων από βαθύ σε ρηχό νερό. Το βαθύ νερό είναι στο κάτω μέρος της φωτογραφίας και το ρηχό στο πάνω μέρος της. Προσέξτε ότι το μήκος κύματος είναι μικρότερο στο ρηχό νερό.

Αν το στρέφομε με τη σωστή συχνότητα, μπορούμε να σταματήσουμε την κίνηση της εικόνας και στα δυο τμήματα του δοχείου την ίδια στιγμή. Άρα η συχνότητα είναι η ίδια και στα δυο τμήματα. Δεν επηρεάζεται από τη διαφορά βάθους. Αλλά το σχήμα 23-14 δείχνει ότι το μήκος κύματος λ_2 στο ρηχό τμήμα είναι μικρότερο από το λ_1 που είναι το μήκος κύματος στο βαθύ τμήμα*. Αφού η ταχύτητα διαδόσεως είναι το γινόμενο της ίδιας συχνότητας επί το κατάλληλο μήκος κύματος, βλέπουμε ότι η ταχύτητα στο ρηχό μέρος (όπου το μήκος κύματος είναι μικρότερο) είναι μικρότερη από την ταχύτητα στο βαθύ μέρος, δηλαδή $v_2 < v_1$. Επιπλέον και στα δυο τμήματα του δοχείου η ταχύτητα διαδόσεως είναι ίδια σε όλες τις κατευθύνσεις, όπως είδαμε στην τελευταία παράγραφο.

Ας επαναλάβουμε το πείραμα, αλλά τώρα θα τοποθετήσουμε τη γυάλινη πλάκα έτσι, ώστε το σύνορο μεταξύ του ρηχού και βαθιού τμήματος να σχηματίζει γωνία με τα κύματα. Γνωρίζουμε ήδη ότι το μήκος κύματος στο ρηχό τμήμα είναι μικρότερο από το μήκος στο βαθύ. Αλλά αυτή δεν είναι η μόνη αλλαγή. Το σχήμα 23-15 δείχνει ότι όταν τα ευθύγραμμα κύματα κτυπούν στο σύνορο, παραμένουν ευθύγραμμα αλλά αλλάζει η διεύθυνση διαδόσεώς τους. Η νέα διεύθυνση πλησιάζει περισσότερο προς την κάθετο στο σύνορο, από ότι η αρχική διεύθυνση διαδόσεως. Θυμόμαστε

* Θα παρατηρήσετε ότι τα κύματα τείνουν να εξαφανισθούν προς το τέλος της ρηχής περιοχής. Εξαφανίζονται, γιατί δεν έχουμε τις ιδεώδεις συνθήκες για το φαινόμενο που θέλουμε να μελετήσουμε. Εδώ, όπως και στα πειράματα του σπειροειδούς ελατηρίου, υπάρχει κάποια τριβή που εξασθενίζει την μετατόπιση και στο τέλος την εξαφανίζει.



Σχήμα 23-15 Διάθλαση κυμάτων στο σύνορο ανάμεσα στο βαθύ και το ρηχό τμήμα του δοχείου κυματισμών. Προσέξτε τα ασθενή κύματα που έχουν ανακλασθεί.

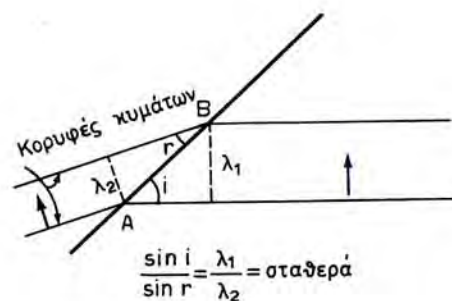
από τη μελέτη της οπτικής ότι αυτό συμβαίνει στο φως όταν περνά από ένα μέσο στο άλλο με μεγαλύτερο δείκτη διαθλάσεως, όπως από τον αέρα στο νερό. Αυτή η διάθλαση περιγράφεται για το φως από το νόμο του Snell (παράγρ. 18-8). Τώρα ανακύπτει η εξής ερώτηση: Ισχύει ο νόμος Snell για κύματα σαν αυτά του δοχείου κυματισμών όταν περνούν από ένα μέσο σε άλλο διαφορετικό μέσο;

Σε αυτό το σημείο μπορούμε να ακολουθήσουμε δυο μεθόδους. Μπορούμε να μετρήσουμε πολλές γωνίες προσπτώσεως και γωνίες διαθλάσεως και να βρούμε πειραματικά αν συσχετίζονται με το νόμο του Snell, ή μπορούμε να βρούμε από τις ιδιότητες των κυμάτων που μας είναι ήδη γνωστές αν μπορεί ο νόμος του Snell να εφαρμοσθεί θεωρητικά.

Στο σχήμα 23-3 αποδείξαμε ότι η γωνία προσπτώσεως είναι ίση με τη γωνία, που σχηματίζεται μεταξύ του μετώπου του προσπίπτοντος κύματος και του εμποδίου. Κατά τον ίδιο τρόπο η γωνία διαθλάσεως ισούται με τη γωνία μεταξύ του μετώπου του ανακλώμενου κύματος και του εμποδίου. Τώρα ας σχεδιάσουμε δυο διαδοχικά μέτωπα κυμάτων καθώς διαθλώνται στο φράγμα (σχ. 23-16). Δεν χρειάζεται να δείξουμε τις καθέτους, αφού φαίνονται ήδη στο σχέδιο γωνίες ίσες με i και r . Τότε:

$$\sin i = \frac{\lambda_1}{AB}, \quad \sin r = \frac{\lambda_2}{AB}$$

Οι τιμές του $\sin i$ και $\sin r$ αλλάζουν κατά περίπτωση, αλλά ο λόγος τους παραμένει σταθερός και ανεξάρτητος από τη γωνία προσπτώσεως, καθώς βλέπουμε, αν διαιρέσουμε το $\sin i$ με το $\sin r$.



Σχήμα 23-16 Η γεωμετρία της διαθλάσεως δυο διαδοχικών μετώπων κυμάτων.

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\lambda_1}{AB} \frac{AB}{\lambda_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \text{σταθερά}$$

Η σχέση $\sin i / \sin r = \text{σταθερά}$ είναι ο νόμος του Snell, που τώρα ισχύει για κύματα. Θα ονομάσουμε πάλι τη σταθερά δείκτη διαθλάσεως και θα τον παραστήσουμε, όπως και στην οπτική, με n_{12} . Έτσι:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_{12} \quad \text{και} \quad n_{12} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

Τώρα μπορούμε να εκφράσουμε την τιμή του n_{12} με τις ταχύτητες της διαδόσεως των κυμάτων στα δυο μέσα.

Γενικά η ταχύτητα v σχετίζεται με το μήκος κύματος με τη σχέση $v = v\lambda$. Ειδικότερα τότε, $\lambda_1 = v_1 / v$ και $\lambda_2 = v_2 / v$. Άρα:

$$n_{12} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1 / v}{v_2 / v} = \frac{v_1}{v_2}$$

Αυτή η εξίσωση δείχνει ότι ο δείκτης διαθλάσεως ισούται με το λόγο της ταχύτητας διαδόσεως στο πρώτο μέσον διά της ταχύτητας διαδόσεως στο δεύτερο μέσον. Εδώ το μοντέλο των κυμάτων μας παρέχει μια καταπληκτική πρόβλεψη. Βρίσκομε το δείκτη διαθλάσεως αν μετρήσουμε γωνίες προσπτώσεως και γωνίες διαθλάσεως. Αποστάσεις και χρονικά διαστήματα δεν επιδρούν επάνω του. Όμως οι μετρήσεις ταχυτήτων περιλαμβάνουν και μετρήσεις αποστάσεων και χρόνων. Το μοντέλο των κυμάτων συσχετίζει τα δυο είδη μετρήσεων με την πρόβλεψη:

$$n_{12} = \frac{v_1}{v_2}$$

Οι μετρήσεις επιβεβαιώνουν αυτή την πρόβλεψη. Στην παράγραφο 18-6 στον πίνακα 2, βρίσκομε το δείκτη διαθλάσεως από τον αέρα στο νερό $n_{\text{νερό}} = 1,33$. Το 1862 ο Γάλλος φυσικός Foucault μέτρησε την ταχύτητα του φωτός στο νερό και βρήκε ότι $v_{\text{νερό}} = 2,23 \times 10^8 \text{ m/s}$. Χρησιμοποίησε μια μέθοδο όμοια με τη μέθοδο του Michelson, που περιγράφεται στην παράγραφο 21-4 αλλά με μικρή διαδρομή και έτσι το αποτέλεσμα του ήταν λιγότερο ακριβές από το αποτέλεσμα για την ταχύτητα του φωτός στον αέρα του Michelson. Άρα:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{c}{v_{\text{νερό}}} = \frac{3,00 \times 10^8 \text{ m/s}}{2,23 \times 10^8 \text{ m/s}} = 1,35$$

Με όμοιο τρόπο βρίσκομε στον πίνακα 2 της παραγράφου 18-6 ότι ο δείκτης διαθλάσεως του διθειάνθρακα, που είναι ένα διαυγές υγρό, είναι $n_{\text{cd}} = 1,63$. Ο Michelson βρήκε ότι η ταχύτητα του φωτός στο διθειάνθρακα είναι: $v_{\text{cd}} = 1,71 \times 10^8 \text{ m/s}$. Άρα:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{c}{v_{\text{cd}}} = \frac{3,00 \times 10^8 \text{ m/s}}{1,71 \times 10^8 \text{ m/s}} = 1,75$$

Λαμβάνοντας υπόψη την απλότητα του μοντέλου, αυτή είναι καλή συμφωνία*.

Ένα σημείο μόνο χρειάζεται διευκρίνιση: Δεν διαθλάται όλο το φως που πέφτει στο σύνορο μεταξύ των δυο μέσων. Ένα τμήμα του ανακλάται, ακόμη και αν και τα δυο μέσα είναι διαφανή. Το ίδιο ισχύει και για τα κύματα. Στο σχήμα 23-15, το πλάτος του ανακλώμενου κύματος είναι μάλλον μικρό, αλλά, αν προσέξετε, θα το δείτε. Επομένως συμπεραίνουμε ότι σε ό,τι αφορά τη διάθλαση, τα κύματα έχουν τις ίδιες ιδιότητες που χρειαζόμαστε για να εξηγήσουμε τη συμπεριφορά του φωτός.

14. Στο σχήμα 23-14, πού είναι το σύνορο ανάμεσα στο βαθύ και ρηχό νερό;
15. Στο σχήμα 23-14, ποιος είναι ο δείκτης διαθλάσεως στη διέλευση από το βαθύ στο ρηχό νερό;
16. Να μετρήσετε το δείκτη διαθλάσεως στο σχήμα 23-15 με τη μέθοδο που χρησιμοποιούσατε στο προηγούμενο πρόβλημα και βρίσκοντας το λόγο των ημιτόνων των καταλλήλων γωνιών, να συγκρίνετε τα αποτελέσματα.
17. Σε ένα δοχείο κυματισμών ένα κύμα περνά από το ρηχό στο βαθύ τμήμα με γωνία προσπτώσεως 45° και γωνία διαθλάσεως 60° .
(α) Ποιος είναι ο λόγος των ταχυτήτων στα δυο τμήματα;
(β) Αν στο βαθύ τμήμα η ταχύτητα κύματος είναι 25 cm/s, πόση είναι στο ρηχό τμήμα;

23-6 Διασκεδασμός.

Στο προηγούμενο κεφάλαιο μελετήσαμε τη διάθλαση των περιοδικών κυμάτων, καθώς περνούν από το ένα μέσο στο άλλο. Βρήκαμε ότι ο δείκτης διαθλάσεως είναι ίσος με τον ένα λόγο των ταχυτήτων της διαδόσεως στα δυο μέσα: $n_{12} = v_1 / v_2$. Δεν αναφέραμε τη συχνότητα των κυμάτων, γιατί είχαμε μάθει προηγουμένως ότι οι ταχύτητες διαδόσεως εξαρτώνται μόνο από τα μέσα (υπό ίδιες συνθήκες), όπου κινούνται τα κύματα. Επομένως θα έπρεπε να περιμένουμε να βρούμε τον ίδιο δείκτη διαθλάσεως για κύματα με διαφορετικές συχνότητες, αν δέβαια επαναλάδομε το πείραμα με τα δυο ίδια μέσα – για παράδειγμα, νερό με τα ίδια δυο βάθη.

* Το κυματικό μοντέλο του φωτός προτάθηκε από τον Ολλανδό φυσικό Huygens (Χόιγκενς) το δέκατο έβδομο αιώνα. Την ίδια εποχή περίπου ο Newton πρότεινε ένα σωματιδιακό μοντέλο φωτός που προέβλεπε ότι ο δείκτης διαθλάσεως

είναι ίσος με το αντίστροφο του n_{12} : $v_{12} = \frac{v_2}{v_1}$. Η φιλονικία μεταξύ των

επιστημόνων που υποστήριζαν τα δυο μοντέλα διευθετήθηκε το δέκατο ένατο αιώνα με τις μετρήσεις που αναφέραμε εδώ. (Βλέπε πείραμα 34 «Το Σωματιδιακό Μοντέλο Του Νεύτωνα για τη διάθλαση του φωτός», στον οδηγό του Εργαστηρίου).

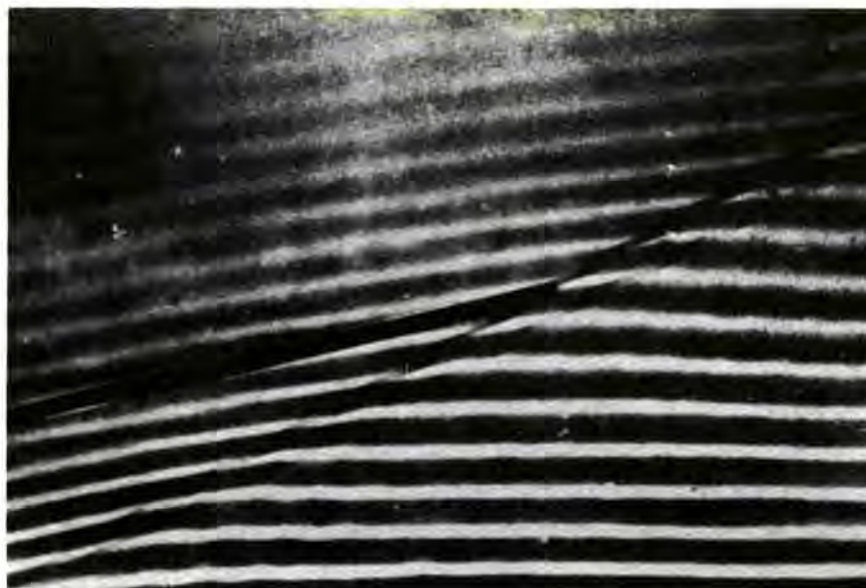
Σχήμα 23-17 Διάθλαση κυμάτων χαμηλής συχνότητας. Ο μαύρος κανόνας έχει τοποθετηθεί παράλληλα προς τα διαθλώμενα κύματα.



Στα σχήματα 23-17 και 23-18 φαίνεται τι παρατηρούμε στην πραγματικότητα. Στο σχήμα 23-17 βλέπουμε τη διάθλαση ενός κύματος με χαμηλή συχνότητα (μεγάλο μήκος κύματος). Τοποθετήσαμε μια ράβδο επάνω στην οθόνη του δοχείου κυματισμών για να δείξουμε τη διεύθυνση των διαθλωμένων κυμάτων. Είναι ακριβώς παράλληλη προς τα μέτωπα των διαθλωμένων κυμάτων. Κατόπιν αυξήσαμε τη συχνότητα (δηλαδή μειώσαμε το μήκος κύματος) χωρίς να αγγίξουμε τη ράβδο. Προσέξτε ότι στο σχήμα 23-18 η ράβδος δεν είναι πια παράλληλη προς τις κορυφές των διαθλωμένων κυμάτων. Το κύμα με την υψηλότερη συχνότητα είναι σαφώς διαθλασμένο με λίγο διαφορετική διεύθυνση από αυτή που έχει το κύμα με τη χαμηλή συχνότητα, παρόλο που η γωνία προσπτώσεως είναι η ίδια και στις δυο περιπτώσεις. Επομένως ο δείκτης διαθλάσεως για τα δυο μέσα εξαρτάται λίγο από τη συχνότητα του κύματος. Κατ' αναλογία με την εξάρτηση του δείκτη διαθλάσεως από το χρώμα του φωτός, που συζητήσαμε στην παράγραφο 18-10, το φαινόμενο αυτό καλείται **διασκεδασμός**. Αφού ο δείκτης διαθλάσεως ισούται με το λόγο των ταχυτήτων διαδόσεως στα δυο μέσα, πρέπει να συμπεράνουμε ότι η ταχύτητα πρέπει να εξαρτάται από τη συχνότητα για το ένα τουλάχιστον μέσον. Αλλιώς ο λόγος δεν θα έδειχνε τέτοια εξάρτηση. Ένα μέσο όπου η ταχύτητα των κυμάτων εξαρτάται από τη συχνότητα καλείται μέσο με **διασκεδασμό**.

Μπορούμε να μετρήσουμε στο δοχείο κυματισμών την ταχύτητα περιοδικών κυμάτων με διαφορετικές συχνότητες (παράγρ. 23-4) και έτσι, αν κάνουμε τις μετρήσεις μας αρκετά ακριβείς, μπορούμε να δούμε αμέσως ότι η ταχύτητα μεταβάλλεται με τη συχνότητα. Επομένως η δήλωση, που αρκετά συχνά κάνουμε, ότι η ταχύτητα των κυμάτων εξαρτάται μόνο από το μέσον, είναι εξιδανίκευση. Βέβαια αυτή η εξιδανίκευση προσεγγίζει αρκετά την πραγματική κατάσταση, αν δεν ενδιαφερόμαστε για μικρές μεταβολές της ταχύτητας (παράγρ. 22-5).

Έχουμε κάνει παρόμοια εξιδανίκευση όταν μελετούσαμε τη διάθλαση



Σχήμα 23-18 Διάθλαση κυμάτων μεγάλης συχνότητας. Τα διαθλώμενα κύματα δεν είναι παράλληλα προς το μαύρο κανόνα.

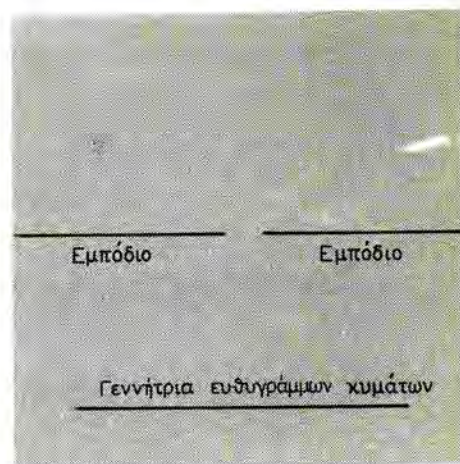
του φωτός στο κεφάλαιο 18. Θα θυμάσθε ότι ο δείκτης διαθλάσεως στην αρχή φαινόταν να εξαρτάται μόνο από τα δυο μέσα, από τα οποία περνούσε το φως – για παράδειγμα, αέρα και γυαλί. Αργότερα όμως η πιο προσεκτική εξέταση της διαθλάσεως με πρίσματα έδειξε ότι ο δείκτης αλλάζει λίγο με το χρώμα. Είναι λίγο μεγαλύτερος για το ιώδες από όσο είναι για το κόκκινο.

23-7 Περίθλαση.

Όταν μελετούμε τη διάθλαση και το διασκεδασμό, φαίνεται καθαρά ότι το κυματικό μοντέλο του φωτός πετυχαίνει εκεί που αποτυχαίνει το σωματιδιακό μοντέλο. Όμως το μοντέλο του σωματιδίου προβλέπει σωστά ότι το φως πρέπει να διαδίδεται σε ευθεία γραμμή και να ρίχνει ξεκάθαρες σκιές. Έχουμε δει ότι με πολύ καλή προσέγγιση το φως πραγματικά διαδίδεται σε ευθεία γραμμή.

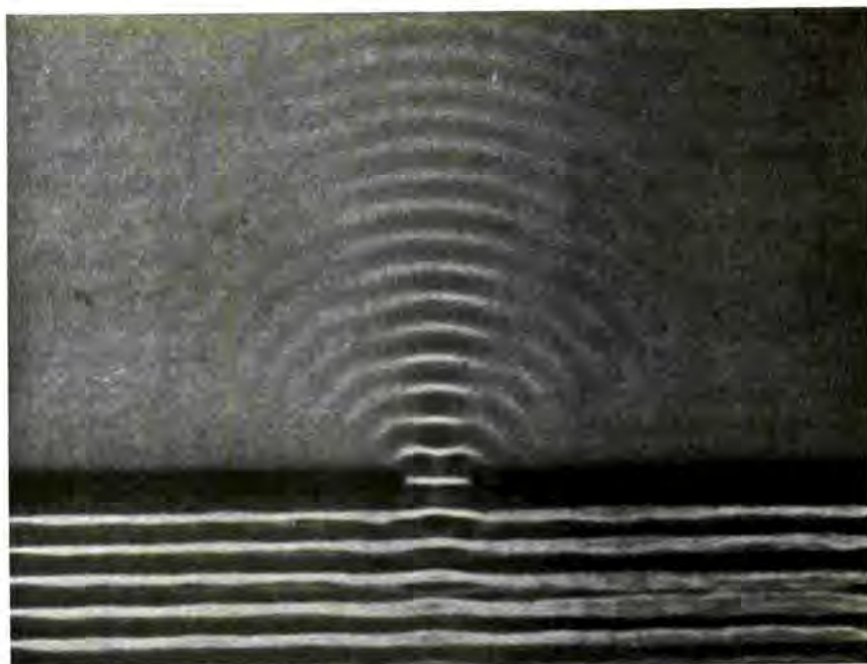
Μπορεί το μοντέλο των κυμάτων να εξηγήσει αυτές τις ιδιότητες του φωτός; Και πάλι ένας καλός τρόπος για να διερευνήσουμε αυτά τα ερωτήματα είναι να πειραματισθούμε με κύματα στο δοχείο κυματισμών. Χρησιμοποιούμε μια γεννήτρια ευθυγράμμων κυμάτων και δυο εμπόδια παράλληλα προς αυτήν, τοποθετημένα σε σειρά, με ένα άνοιγμα μεταξύ τους (σχ. 23-19). Αυτά τα εμπόδια θα έριχναν έντονη σκιά αν έπεφτε επάνω τους φως από την πλευρά της γεννήτριας. Στο σχήμα 23-20 φαίνεται τι συμβαίνει όταν στείλουμε ένα περιοδικό ευθύγραμμο κύμα. Στο μέσο του σχήματος, πέρα από το άνοιγμα, τα μέτωπα των κυμάτων είναι σχεδόν ευθείες, αλλά στα πλαϊνά καμπυλώνονται και δίνουν την εντύπωση κυκλικών κυμάτων που ξεκινούν από τα άκρα του ανοίγματος. Αυτό σημαίνει ότι, όταν το κύμα περάσει από το άνοιγμα, απλώνεται, έχει δηλαδή περιθλασθεί.

Η περίθλαση των κυμάτων μας δυσκολεύει στο να δώσουμε την εξήγηση της ευθύγραμμης μεταδόσεως του φωτός με το κυματικό μοντέλο. Αν το



Σχήμα 23-19 Η διάταξη του δοχείου κυματισμών για το πείραμα που φαίνεται στο σχήμα 23-20.

Σχήμα 23-20 Ευθύγραμμα κύματα που περνούν μέσα από ένα άνοιγμα. Προσέξτε την καμπύλωση των κυμάτων γύρω από τα άκρα των εμποδίων.



φως είναι κύμα, όταν περάσει από μια μικρή οπή, μέρος του θα πρέπει να αλλάξει πορεία αντί να κινηθεί ευθύγραμμα προς τα εμπρός. Σε ένα μοντέλο κυμάτων θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον μια σημαντική διαφορά μεταξύ κυμάτων φωτός και κυμάτων νερού.

Ποια μπορεί να είναι αυτή η διαφορά; Γνωρίζουμε το μήκος κύματος των κυμάτων νερού. Δεν γνωρίζουμε το μήκος κύματος των κυμάτων φωτός. Αυτό μπορεί να είναι πολύ διαφορετικό. Επομένως, ας εξετάσουμε την περίθλαση των κυμάτων νερού με διαφορετικά μήκη κύματος. Στο σχήμα 23-21 βλέπουμε τρεις φωτογραφίες από περιοδικά κύματα με διαφορετικά μήκη κύματος, όπου το κάθε ένα περνά από το ίδιο άνοιγμα. Βλέπουμε μια σαφή τάση. Στην πρώτη φωτογραφία το μήκος κύματος λ είναι τα επτά δέκατα του πλάτους w του ανοίγματος. Εδώ, το τμήμα του ευθύγραμμου κύματος που περνά από το άνοιγμα μετασχηματίζεται σχεδόν ολόκληρο σε κυκλικό κύμα. Με άλλα λόγια το άνοιγμα δρα σαν πηγή κυκλικών κυμάτων, όταν πέφτουν επάνω του ευθύγραμμα κύματα. Στη δεύτερη εικόνα, το λ είναι πέντε δέκατα του w . Σε αυτήν την περίπτωση το κύμα που περνά δεν είναι τόσο καμπύλο όσο το πρώτο. Έχει στο μέσον του ένα ευθύγραμμο τμήμα αλλά ένα μέρος του καμπυλώνεται στις πλευρές.

Στην τρίτη εικόνα, το λ είναι τρία δέκατα του w . Εδώ η καμπυλότητα χάνεται σε μικρή απόσταση από την κατευθείαν εμπρός διεύθυνση και έχουμε σχεδόν καθαρή σκιά. Μπορούμε επίσης να κρατήσουμε σταθερό το λ και να αλλάζουμε το w και τότε βρίσκουμε ότι το μέγεθος της καμπυλότητας δεν εξαρτάται από τα λ και w ξεχωριστά, αλλά μόνον από τον λόγο λ/w . Για να συνοψίσουμε, τα κύματα περιθλώνται έντονα όταν περνούν από άνοιγμα με διαστάσεις συγκρίσιμες με το μήκος κύματος και δεν υπάρχει περίθλαση αν το μήκος κύματος είναι μικρό σε σύγκριση με το εύρος του ανοίγματος.



Σχήμα 23-21 Τρεις εικόνες κυμάτων που περνούν μέσα από το ίδιο άνοιγμα. Προσέξτε τη μείωση στην καμπύλωση των μικροτέρων μηκών κύματος.

Όλοι γνωρίζουμε ότι, όταν το φως περάσει μέσα από μια κλειδαρό-τρυπα, δεν καμπυλώνεται, αλλά φαίνεται να ακολουθεί την αρχική του διεύθυνση. Επομένως, αφού το φως είναι κύμα, το μήκος κύματός του πρέπει να είναι μικρότερο από το μέγεθος της κλειδαρότρυπας. Αλλά, για να είμαστε δέβαιοι ότι το φως είναι περιοδικό κύμα, πρέπει να κάνουμε ένα πείραμα που να δείχνει την περίθλαση. Περιγράψαμε δυο τέτοια πειράματα στην παράγραφο 18-11. Ας υποθέσουμε ότι επανα-λαμβάνουμε το πείραμα, στο οποίο εξετάζουμε μια φωτεινή πηγή μέσα από μια στενή σχισμή ανάμεσα από τα δάκτυλά μας. Όταν η σχισμή έχει πλάτος μισού εκατοστού, τότε μια λεπτή φωτεινή πηγή με μεγάλο μήκος, την οποία παρατηρούμε μέσα από τη σχισμή, φαίνεται κανονική. Καθώς όμως η σχισμή στενεύει σε πλάτος ενός δεκάτου του χιλιοστού, η πηγή φαίνεται να απλώνεται με διεύθυνση κάθετη προς τα δάκτυλά μας.

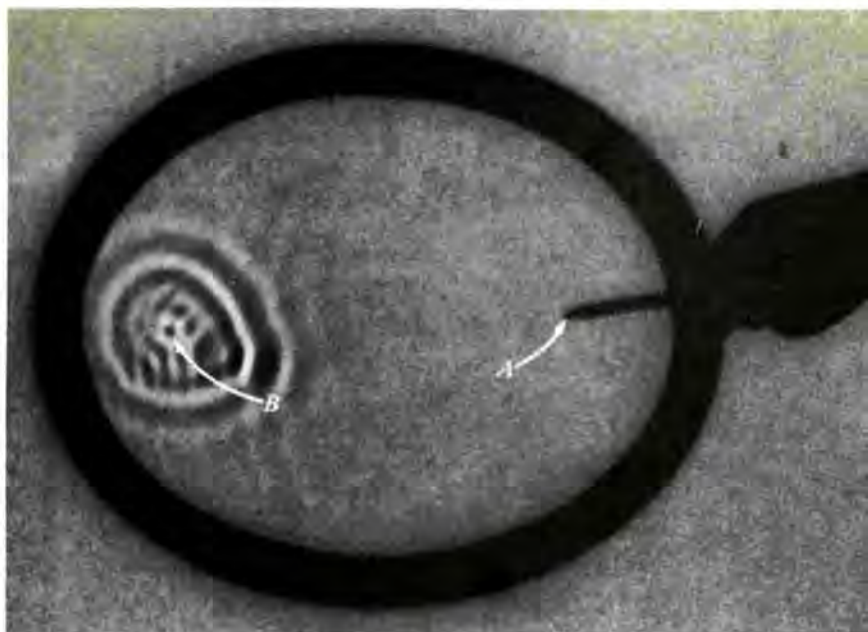
Ακόμη, μπορούμε να δώσουμε στα δάκτυλά μας οποιαδήποτε διεύθυνση και το άπλωμα της πηγής φαίνεται πάντοτε κάθετο προς αυτά. Αυτό είναι μια σαφής ένδειξη ότι το φως περιθλάται από το άνοιγμα.

Από τη συζήτηση που είχαμε σε αυτό το κεφάλαιο φαίνεται ότι το φως μπορεί να περιγραφεί σαν κύματα πολύ μικρού μήκους κύματος.

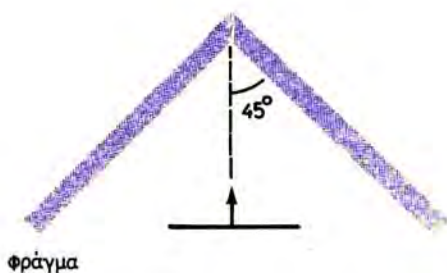
-
- 18.** Πώς γνωρίζουμε ότι το μήκος κύματος του φωτός πρέπει να είναι πολύ μικρότερο από ένα εκατοστό;
19. Να φαντασθείτε ότι τα μάτια μας είναι ευαίσθητα μόνο σε μήκος κύματος φωτός 0,1 mm. Πώς θα επιδρούσε αυτό στην ικανότητα της οράσεώς μας; Θα μπορούσατε να περάσετε κλωστή από μια δελόνα;
-

Για το σπίτι, την τάξη και το εργαστήριο.

- 20.** Να περιγράψετε τη διάδοση των κυμάτων που δημιουργούνται όταν θυθείτε το δάκτυλό σας στο κέντρο ενός κυκλικού δοχείου νερού. Ποια θα ήταν η διάδοση υπό ιδανικές συνθήκες;
- 21.** Να υποθέσετε ότι τοποθετούμε μέσα σε ένα δοχείο κυματισμών ένα εμπόδιο που έχει σχήμα ελλείψεως όπως στο σχήμα Δ. Όταν παράγεται στο σημείο Α ένας κυκλικός παλμός, ανακλάται από το φράγμα και συγκεντρώνεται στο σημείο Β.
 (α) Από αυτό το πείραμα τι μπορείτε να πείτε για τις γεωμετρικές ιδιότητες της ελλείψεως; (Υπόδειξη: Να θεωρήσετε πολύ μικρά τμήματα του κυκλικού παλμού, που αρχίζουν από το Α, και να δείτε τι σχήμα πρέπει να έχει η έλλειψη, αφού όλα τα τμήματα φθάνουν στο Β την ίδια στιγμή).
 (β) Τι θα συμβεί αν παράγομε ένα παλμό στο Β;
 (γ) Θα συμβεί μια τέτοια συγκέντρωση αν θυθείτε το δάκτυλό σας σε κάποιο άλλο σημείο εκτός από τα Α και Β;
- 22.** Στο σχήμα Ε ένας ευθύγραμμος παλμός πλησιάζει ένα εμπόδιο με μορφή ορθής γωνίας υπό γωνία 45° ως προς τις δυο πλευρές.
 (α) Πώς ανακλάται;
 (β) Τι συμβαίνει, αν το κύμα προσπέσει με κάποια άλλη διεύθυνση;
- 23.** Ένας κυκλικός παλμός που παράγεται στην εστία ενός παραβολικού ανακλαστή ανακλάται ως ευθύγραμμος παλμός. Τι σας δείχνει αυτό για τις γεωμετρικές ιδιότητες της παραβολής; (Υπόδειξη: Να θεωρήσετε πολύ μικρά τμήματα του κυκλικού παλμού, που αρχίζουν στην εστία και να δείτε ποιο σχήμα της παραβολής για να παραγάγει ευθύγραμμο παλμό).
- 24.** Μια σημειακή πηγή που βρίσκεται μέσα στο δοχείο κυματισμών παράγει κυκλικά περιοδικά κύματα. Χρησιμοποιούμε ένα στροβοσκόπιο για να «σταματήσουμε» την κίνηση και μετρούμε τη διαφορά των ακτίνων της πρώτης και της έκτης κυκλικής κορυφής (λόφου), και βρίσκουμε ότι είναι 10 cm.
 (α) Ποιο είναι το μήκος κύματος;
 (β) Γιατί δεν υπολογίσαμε το μήκος κύματος χρησιμοποιώντας μόνο την ακτίνα της πέμπτης κορυφής;
 (γ) Γιατί χρησιμοποιούμε για τη μέτρηση αυτή τη μέθοδο αντί να πάρουμε τη διαφορά μεταξύ γειτονικών κορυφών;
- 25.** Σταγόνες νερού πέφτουν με σταθερό ρυθμό σε ένα δοχείο κυματισμών και προκαλούν κυκλικά κύματα. Το μήκος κύματος είναι 1,2 cm. Το πείραμα επαναλαμβάνεται με την πηγή να κινείται με σταθερή ταχύτητα από το ένα άκρο του δοχείου στο άλλο κατά την ευθεία που περνά από το κέντρο. Ένας παρατηρητής, που βρίσκεται κοντά στο άκρο όπου κατευθύνεται η πηγή, μετρά το μήκος κύματος και το βρίσκει 0,8 cm.
 (α) Ποιος είναι ο λόγος της ταχύτητας του κύματος προς την ταχύτητα της πηγής;
 (β) Ποιο μήκος κύματος θα μετρήσει ένας παρατηρητής που βρίσκεται στο σημείο εκκινήσεως με-



Σχήμα Δ Ανάκλαση από ένα ελλειπτικό εμπόδιο. Ένας παλμός έχει παραχθεί στο Α και φωτογραφίζεται καθώς συγκεντρώνεται στο Β.



Σχήμα Ε Ένας ευθύγραμμος παλμός που πλησιάζει ένα εμπόδιο με μορφή ορθής γωνίας.

τά την απομάκρυνση της πηγής από αυτόν κατά κάποια απόσταση;

26. Αν η συχνότητα μεταβάλλεται, όταν τα περιοδικά κύματα πηγαίνουν από βαθύ σε ρηχό νερό, θα μπορέσει το στροβοσκόπιο να «σταματήσει» όλα τα κύματα την ίδια στιγμή;
27. (α) Ο τροχός ενός αυτοκινήτου έχει περίμετρο 2,2 m. Όταν ο τροχός περιστρέφεται με 200 στροφές ανά λεπτό, ποια είναι η ταχύτητα του αυτοκινήτου σε μέτρα ανά λεπτό;
- (β) Ένα κύμα φωτός που έχει συχνότητα 6×10^{14} hertz περνά μέσα από ένα υγρό. Όταν δρίσκεται μέσα στο υγρό μετράμε το μήκος κύματος και βρίσκουμε ότι είναι 3×10^{-5} cm. Ποια

είναι η ταχύτητα του φωτός μέσα στο υγρό;

- (γ) Ποιο είναι το μήκος κύματος μέσα σε κενό (από το οποίο υπολογίστηκε η συχνότητα);
- (δ) Ποιος είναι ο δείκτης διαθλάσεως του υγρού για φως αυτής της συχνότητας;
28. Το δοχείο κυματισμών έχει διαρρυθμισθεί, έτσι ώστε το νερό να γίνεται σταδιακά πιο ρηχό από το ένα άκρο στο άλλο. Γι' αυτό το λόγο η ταχύτητα της κορυφής ενός κύματος στο ένα άκρο είναι διαφορετική από την ταχύτητα στο άλλο. Το αποτέλεσμα είναι ότι τα κύματα καμπυλώνονται (σχ. Ζ). Στη φωτογραφία οι παλμοί κινούνται προς το επάνω μέρος της σελίδας.
- (α) Ποια είναι η ρηχή πλευρά;

- (β) Συμβαίνει και με το φως ένα παρόμοιο φαινόμενο; Να προετοιμασθείτε να το συζητήσετε στην τάξη.



Σχήμα Ζ Καμπύλωση ενός-ευθύγραμμου κύματος, όταν το νερό γίνεται όλο και περισσότερο ρηχό από τη μία πλευρά στην άλλη.

29. Κύματα που κινούνται στο βαθύ τμήμα ενός δοχείου κυματισμών με ταχύτητα 34 cm/s συναντούν ένα ρηχό μέρος υπό γωνία 60° . Στο ρηχό τμήμα όλα τα κύματα κινούνται με 24 cm/s . Όταν η συχνότητα αυξάνεται λίγο, τα κύματα κινούνται με 32 cm/s στο βαθύ τμήμα.

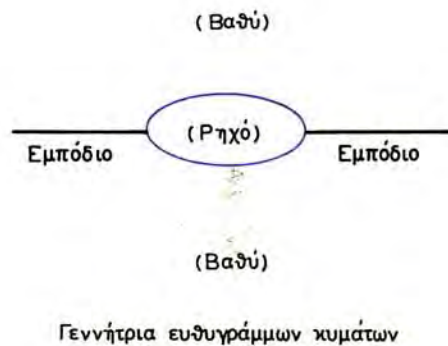
- (α) Να υπολογίσετε τη γωνία διαθλάσεως για κάθε περίπτωση.
(β) Λαμβάνοντας υπόψη τις συνθήκες του δοχείου κυματισμών, είναι ευκολότερο να μετρήσουμε άμεσα τις δυο ταχύτητες και να βρούμε τη διαφορά τους ή να τη μετρήσουμε έμμεσα από τη γωνιακή διαφορά που βρήκαμε στο (α);

- (γ) Πώς μπορούμε να ανιχνεύσουμε μικρές διαφορές στην ταχύτητα του φωτός;

30. Διαρρυθμίζουμε το δοχείο κυματισμού, όπως φαίνεται στο σχήμα Η και παράγουμε ένα περιοδικό ευθύγραμμο κύμα. Το σχήμα των κυμάτων που προκαλούνται φαίνεται στη φωτογραφία του σχήματος Θ.

- (α) Να εξηγήσετε τι συμβαίνει.

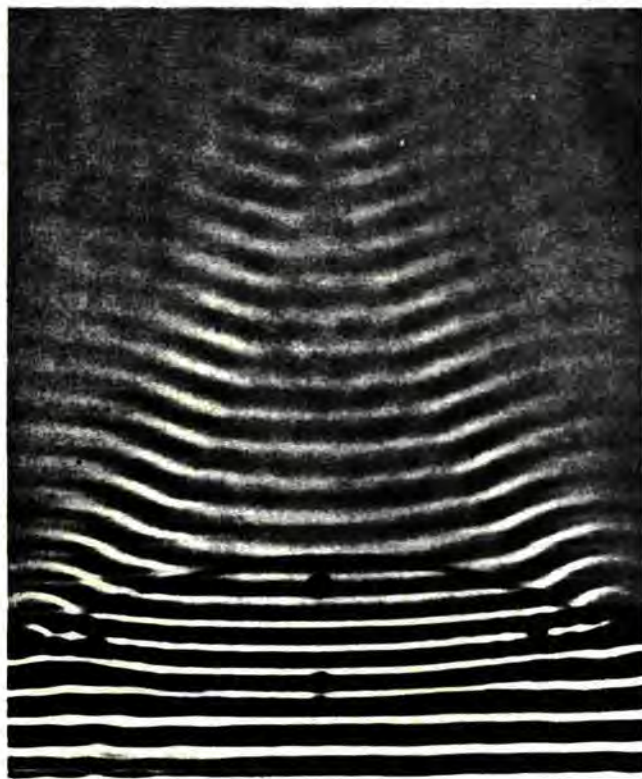
- (β) Ποια οπτική διάταξη εξομοιώθηκε με αυτό το μοντέλο;



Σχήμα Η Η διάταξη του δοχείου κυματισμών για τη φωτογραφία του σχήματος Θ. Η ελλειπτική περιοχή μεταξύ των εμποδίων έχει ρηχό νερό, ενώ στο υπόλοιπο τμήμα του δοχείου το νερό είναι βαθύ.

31. Στο σχήμα I βλέπουμε μια φωτογραφία που έχει ληφθεί υπό συνθήκες ίδιες με του προβλήματος 30, με τη διαφορά ότι εδώ τα κύματα έχουν μικρότερο μήκος κύματος.

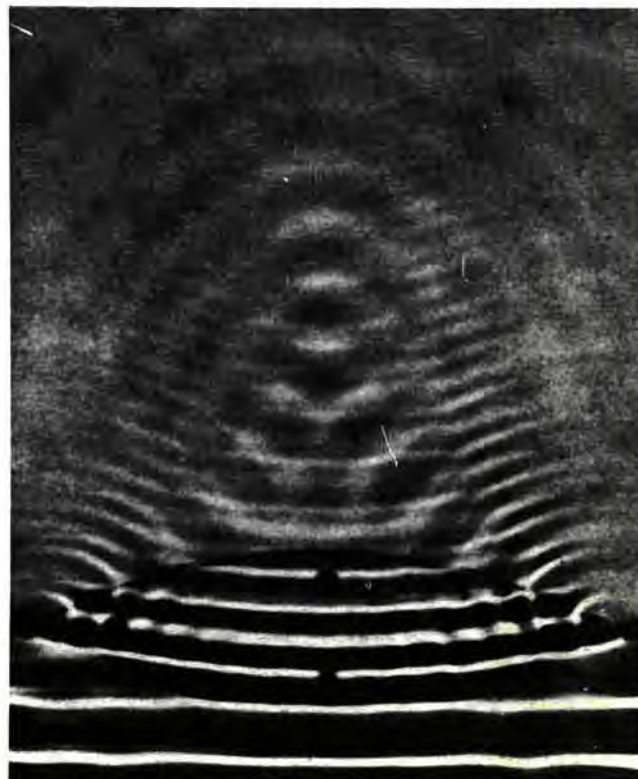
- (α) Κατά τι διαφέρουν οι δυο φωτογραφίες;
(β) Τι συμπεραίνετε από τη διαφορά;



Σχήμα Θ Η μορφή περιοδικών με μία διάταξη όπως στο σχήμα Η.

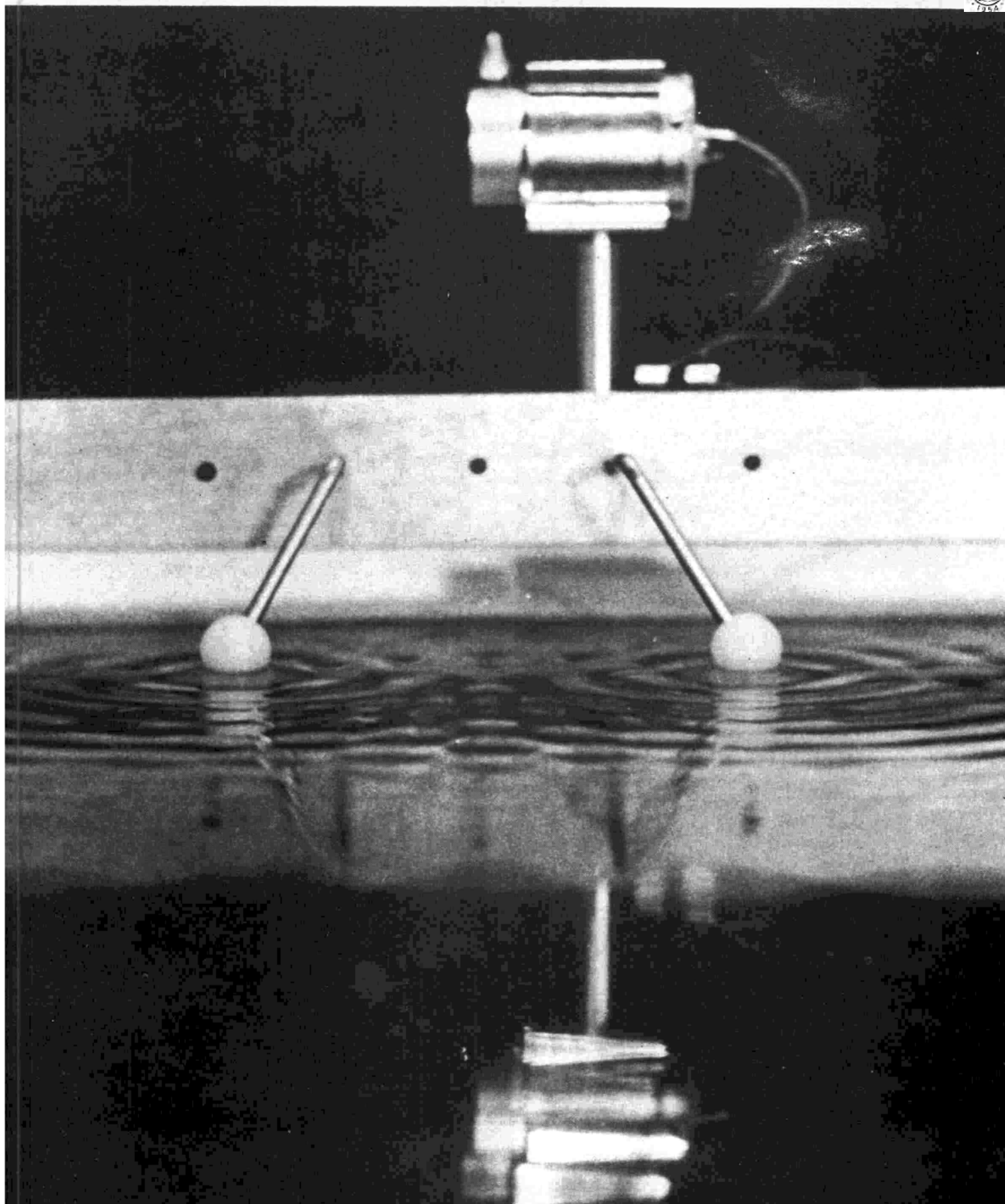
32. Να υποθέσετε ότι το ελλειπτικό τμήμα στο σχήμα Η είναι θαθύ και περιβάλλεται από μια ρηχή περιοχή.

- (α) Τι θα συμβεί στα ευθύγραμμα κύματα;
(β) Ποιας οπτικής διατάξεως είναι εξομοίωση αυτό το μοντέλο;



Σχήμα Ι Η ίδια μορφή κυμάτων όπως στο σχήμα Θ αλλά με μικρότερο μήκος κύματος.

33. Αν ο ήχος είναι κυματικό φαινόμενο, πώς εξηγείτε το συνηθισμένο φαινόμενο να ακούμε ήχους πίσω από γωνίες κτιρίων;
34. Τα ηχητικά κύματα συνήθως κινούνται στον αέρα με 330 m/s. Οι ήχοι που μπορούμε να ακούσουμε έχουν συχνότητες περίπου από 30 έως 15.000 hertz. Ποια είναι η περιοχή του μήκους κύματος αυτών των ηχητικών κυμάτων;

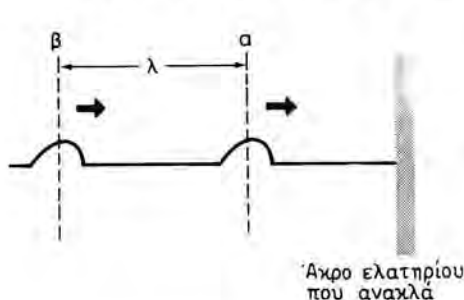


24-1 Συμβολή κυμάτων σε ένα ελατήριο.

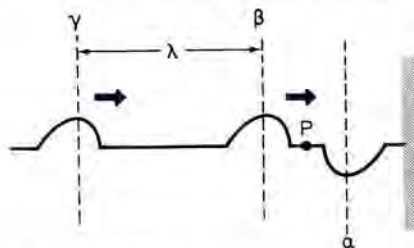
Ένα από τα πιο εντυπωσιακά αποτελέσματα των πειραμάτων με κύματα επάνω σε ένα ελατήριο, που περιγράψαμε στο κεφάλαιο 22, ήταν ότι δυο παλμοί που κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις περνούν ο ένας μέσα από τον άλλον. Το σχήμα της μετατοπίσεως του ελατηρίου μπορεί να εξηγηθεί αν προσθέσουμε τις μετατοπίσεις των παλμών (αρχή της επαλληλίας). Για παράδειγμα, το σχήμα 22-9 δείχνει δυο διαδοχικές μορφές ενός ελατηρίου, καθώς δυο παλμοί, που κινούνται αντίθετα, διαπερνούν ο ένας τον άλλο. Το σημείο P στο μέσο της αποστάσεως των δυο παλμών παραμένει αδιατάρακτο, γιατί η πρόσθεση των μετατοπίσεων των παλμών σ' αυτό το σημείο δίνει μηδενικό αποτέλεσμα κάθε χρονική στιγμή κατά τη διασταύρωση των παλμών.

Είναι λίγο δύσκολο να αντιληφθούμε αυτή τη συμπεριφορά των δυο αντιθέτων παλμών, γιατί πρέπει να παρατηρήσουμε τους παλμούς ακριβώς τη στιγμή που διασταυρώνονται. Αν όμως χρησιμοποιήσουμε περιοδικά κύματα μπορούμε να παρατηρήσουμε την αλληλοεξουδετέρωση πιο εύκολα.

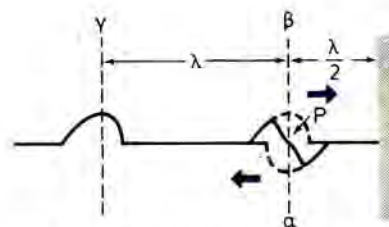
Όταν ένα περιοδικό κύμα κινείται επάνω σε ένα ελατήριο, που το ένα άκρο του είναι ακλόνητο, ο κάθε ένας παλμός ανακλάται και αναστρέφεται. Τώρα γνωρίζουμε ότι ένας παλμός που έχει ανακλασθεί προστίθεται σε όλους τους επόμενους παλμούς που συναντά. Έτσι, ας υποθέσουμε ότι εξετάζουμε μόνο δυο από τους παλμούς α και β που απέχουν μεταξύ τους κατά ένα μήκος κύματος λ , καθώς κινούνται προς το άκρο όπου θα ανακλασθούν (σχ. 24-1). Λίγο μετά την ανάκλασή του ο πρώτος παλμός θα συναντήσει το δεύτερο και θα αλληλοεξουδετερωθούν στο ενδιάμεσο σημείο P (σχ. 24-2). Στο σχήμα 24-3 οι παλμοί φαίνονται καθώς συναντώνται. Επειδή αρχικά η απόσταση μεταξύ τους ήταν λ , μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι το σημείο P απέχει $\lambda/2$ από το άκρο που τους ανακλά. Ο επόμενος παλμός γ, που φθάνει αργότερα στο P, θα προστεθεί στον παλμό β που έχει ανακλασθεί έτσι, ώστε να συμβαίνει



Σχήμα 24-1 Δυο παλμοί κινούνται προς το άκρο ενός ελατηρίου όπου θα ανακλασθούν.



Σχήμα 24-2 Το ελατήριο μετά την ανάκλαση ενός από τους παλμούς. Ο παλμός α που έχει ανακλασθεί είναι αντεστραμμένος και κινείται προς τον προσπίπτοντα παλμό β. Ένας τρίτος παλμός γ πλησιάζει σε απόσταση λ πίσω από τον β.



Σχήμα 24-3 Οι παλμοί α και β των σχημάτων 24-1 και 24-2 συναντιούνται στο σημείο P.

Φωτογραφία αριστερά: Κύματα σε δεξαμενή κυμάτων, όπως παρατηρούνται κατά μία διεύθυνση κοντά στην επιφάνεια του νερού. Οι κορυφές και οι κοιλάδες φαίνονται κατευθείαν και όχι σαν είδωλα σε οθόνη.

ξανά η ίδια αλληλοεξουδετέρωση. Επειδή το κύμα είναι περιοδικό, αυτό θα συμβεί κάθε φορά που ο παλμός περνά από το P και, παρόλο ότι η κίνηση του ελατηρίου συνολικά είναι περίπλοκη, το σημείο P παραμέ-

νει πάντοτε ακίνητο. Ονομάζουμε ένα τέτοιο σημείο **δεσμό**. Υπάρχουν και άλλοι δεσμοί, που απέχουν μεταξύ τους $\lambda/2$, όπως μπορείτε να αντιληφθείτε, αν υπολογίσετε πού πρέπει να βρίσκονται μερικοί επόμενοι δεσμοί (για παράδειγμα, από την αλληλοεξουδετέρωση των α και γ).

Είναι φανερό ότι θα μπορούσαμε να είχαμε παράγει δεσμούς το ίδιο εύκολα αν στέλναμε τα κατάλληλα περιοδικά κύματα από τα αντίθετα άκρα ενός μακριού ελατηρίου. Απλώς είναι πιο εύκολο να χρησιμοποιήσουμε την ανάκλαση στο πακτωμένο άκρο, για να παράγουμε ένα κύμα, που να κινείται προς την αντίθετη κατεύθυνση.

Το φαινόμενο που μόλις περιγράψαμε – η επαλληλία δυο περιοδικών κυμάτων που δημιουργεί μια σειρά δεσμών – καλείται **συμβολή**. Αντί να προσπαθήσουμε να βρούμε αμέσως το αντίστοιχο φαινόμενο για το φως, θα συνεχίσουμε να μελετούμε συστηματικά τη συμβολή.



Σχήμα Α

1. Αν ένα περιοδικό κύμα που αποτελείται από παλμούς σαν αυτούς που φαίνονται στο σχήμα Α, διαδίδεται επάνω σε ένα ελατήριο και θέλετε να παράγετε δεσμούς στέλνοντας κατάλληλους περιοδικούς παλμούς προς την αντίθετη κατεύθυνση, τι σχήμα παλμών θα χρησιμοποιούσατε;
2. Στο σχήμα 24-3 πόσο μακριά από τον τοίχο ο παλμός γ θα συναντήσει τον παλμό α για να δημιουργηθεί ο επόμενος δεσμός;

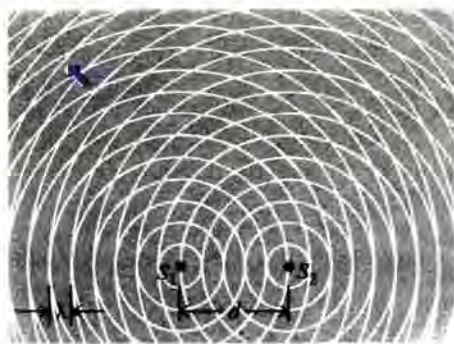
24-2 Συμβολή κυμάτων από δυο σημειακές πηγές.

Για να μελετήσουμε τη συμβολή στο δοχείο κυματισμών θα χρησιμοποιήσουμε σημειακές πηγές που παράγουν κυκλικά κύματα. Φαντασθείτε δυο σημειακές πηγές που βρίσκονται η μια δίπλα στην άλλη, με απόσταση μεταξύ τους d , και που η κάθε μια παράγει παλμούς με την ίδια συχνότητα. Ακόμη αφήστε τις να βυθιστούν στο νερό μαζί, δηλαδή η κάθε πηγή να παράγει μια κορυφογραμμή κύματος ή παλμού την ίδια στιγμή. Σε αυτή την περίπτωση λέμε ότι οι πηγές βρίσκονται **σε φάση**.

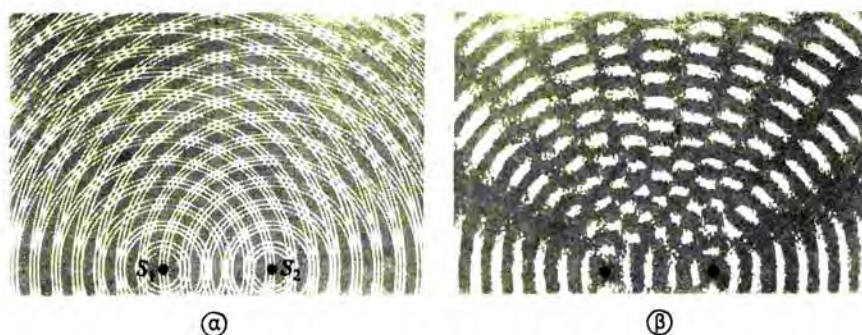
Μπορούμε να απεικονίσουμε τα κύματα που παράγουν οι πηγές σχεδιάζοντας δυο συστήματα ομοκέντρων κύκλων, το ένα δίπλα στο άλλο, με απόσταση d μεταξύ των κέντρων (σχ. 24-4). Οι κύκλοι αντιπροσωπεύουν τις κορυφογραμμές των κυμάτων που απλώνονται από κάθε πηγή. Αφού οι πηγές είναι περιοδικές οι κορυφογραμμές έχουν την ίδια απόσταση μεταξύ τους – ένα μήκος κύματος. Η απόσταση μεταξύ των κορυφογραμμών είναι η ίδια και για τα δυο συστήματα κύκλων, γιατί τα μήκη κύματος είναι ίδια και για τις δυο πηγές. Οι ακτίνες των αντιστοίχων κυκλικών κορυφογραμμών σε κάθε σύστημα είναι ίσες γιατί οι πηγές είναι σε φάση.

Τι θα συμβεί όταν συναντηθούν τα κύματα από τις δυο πηγές; Ας προσπαθήσουμε να προβλέψουμε το σχήμα των κυμάτων που παράγονται χρησιμοποιώντας την αρχή της επαλληλίας. Όταν δυο λόφοι (κορυφές) διασταυρώνονται, σχηματίζεται ένας διπλάσιου ύψους λόφος (ή κορυφή), δηλαδή έχουμε ενισχυτική συμβολή.

Τέτοιοι ενισχυμένοι επί δυο επίπεδα, λόφοι σχηματίζουν φωτεινές περιοχές στην οθόνη του δοχείου κυματισμών. Όταν ο λόφος από μια



Σχήμα 24-4 Οι κύκλοι παριστάνουν τις κορυφογραμμές των κυμάτων από δυο πηγές S_1 και S_2 που απέχουν μεταξύ τους απόσταση d . Οι πηγές είναι περιοδικές και βρίσκονται σε φάση (συμφασικές). Το μπλε βέλος δείχνει μία περιοχή που θα εξετάσουμε με λεπτομέρεια αργότερα.



Σχήμα 24-5 Η εικόνα που προβλέπομε, όταν εφαρμόσουμε την αρχή της επαλληλίας στα κύματα από δυο σημειακές πηγές που φαίνονται στο σχήμα 24-4. Οι ανοικτόχρωμες περιοχές δείχνουν τις θέσεις όπου μία κορυφή συναντά μian άλλη. Οι περιοχές που μία κορυφή συναντά μία κοιλιά είναι αδιατάραχτο νερό. Οι θέσεις όπου συναντώνται οι κοιλιάδες έχουν μείνει σκούρες.

πηγή συναντά μια κοιλιάδα από άλλη πηγή, το νερό μένει αδιατάρακτο, δηλαδή έχουμε καταστροφική συμβολή και αυτές οι περιοχές φαίνονται λιγότερο φωτεινές στην οθόνη. Τέλος, όταν συναντιούνται δυο κοιλιάδες, στην οθόνη θα σχηματισθεί μια πολύ σκοτεινή εικόνα. Στο σχήμα 24-5(α) φαίνονται όλες οι προαναφερόμενες περιοχές. Στο σχήμα 24-5(β) παραλείψαμε τους βοηθητικούς κύκλους και αφήσαμε μόνον το σχήμα που περιμένομε ότι θα δούμε. Επομένως η επαλληλία των κυμάτων στο σχήμα 24-4 πρέπει να καταλήγει στην εικόνα που φαίνεται στο σχήμα 24-5(β). Μια πραγματική φωτογραφία των κυμάτων από δυο σημειακές πηγές δείχνει ότι η υπόθεσή μας είναι ορθή (σχ. 24-6).

Έχουμε ήδη κατασκευάσει μια εικόνα συμβολής προσθέτοντας κύματα από δυο πηγές. Έχουμε βρει ότι σε μια χρονική στιγμή αυτό το σχήμα που προβλέψαμε συμφωνεί με αυτό που βλέπομε. Τώρα, ας εξετάσουμε



Σχήμα 24-6 Φωτογραφία της εικόνας συμβολής από δυο συμφασικές σημειακές πηγές. Προσέξτε τις δεσμικές γραμμές που κατευθύνονται προς τα έξω.



Σχήμα 24-7 Οι συμπαγείς άσπρες γραμμές δείχνουν κορυφές, οι οποίες συμβάλλουν ενισχυτικά στο σημείο τομής τους, στην ουρά του μπλε βέλους στο σχήμα 24-4. Οι διακεκομμένοι κύκλοι δείχνουν δυο κορυφές λίγο αργότερα. Τα δυο μαύρα στίγματα παριστάνουν τις πηγές.



Σχήμα 24-8 Δεσμικές γραμμές από δυο πηγές. Μεταξύ των δεσμικών γραμμών βρίσκονται κινούμενες ενισχυμένες (επί δύο) κορυφές και κινούμενες ενισχυμένες (επί δύο) κοιλάδες.

πώς κινούνται τα κύματα σε αυτή την εικόνα. Θα δρούμε πρώτα πώς κινείται μια «ενισχυμένη επί δύο κορυφή». Στο σχήμα 24-7 δείχνουμε τις δυο κορυφογραμμές κυμάτων που διασταυρώνονται και σχηματίζουν την ενισχυμένη κορυφή στην ουρά του βέλους στο σχήμα 24-4. Τα διακεκομμένα τόξα στο σχήμα 24-7 αντιπροσωπεύουν τις ίδιες δυο κορυφογραμμές λίγο αργότερα. Κάθε κορυφογραμμή έχει απομακρυνθεί περισσότερο από την πηγή της. Το αποτέλεσμα είναι ότι η ενισχυμένη (επί δύο) κορυφή απομακρύνεται από την περιοχή των πηγών κατά την κατεύθυνση του βέλους. Σε μια ολόκληρη περίοδο T η κορυφογραμμή από κάθε πηγή θα έχει κινηθεί κατά ένα ολόκληρο μήκος κύματος λ και η ενισχυμένη κορυφή θα έχει κινηθεί από την ουρά στην αιχμή του βέλους στο σχήμα 24-4. Οι ενισχυμένες κορυφές (λόφοι) και οι ενισχυμένες κοιλάδες σε ολόκληρη τη δεξαμενή κυμάτων διαδίδονται προς τα έξω. Επομένως κάθε σειρά από τέτοιες κορυφές και κοιλάδες απομακρύνεται από την περιοχή των πηγών, ενώ νέες τέτοιες κορυφές και κοιλάδες σχηματίζονται κοντά στις πηγές. Κάθε σειρά είναι ένας κινούμενος συρμός κυμάτων.

Τι συμβαίνει στις εστιγμένες περιοχές του σχήματος 24-5(6), στις περιοχές δηλαδή που βρίσκονται ανάμεσα από τους κινούμενους συρμούς κυμάτων; Εδώ οι κορυφές βρίσκονται επάνω στις κοιλάδες πάντοτε και η επιφάνεια του νερού δεν έχει κυματισμό. Για να δρούμε την αιτία, ας εξετάσουμε τη γραμμή καταστροφικής συμβολής μεταξύ δυο συρμών κυμάτων σε οποιαδήποτε στιγμή. Διαλέξτε μια από τις εστιγμένες περιοχές του σχήματος 24-5(α). Ξεκινήστε από την κορυφογραμμή του κύματος από την S_1 . Επειδή βρίσκεται σε μια κοιλάδα του κύματος από το S_2 δεν υπάρχει μετατόπιση της επιφάνειας του νερού. Είναι πραγματικά αδιατάρακτη. Τώρα, ας κινηθούμε από τις πηγές προς τα έξω μέσα σε αυτή την περιοχή. Καθώς κινούμαστε, κατεβαίνουμε από την κορυφή του κύματος από το S_1 και ανεβαίνουμε από την κοιλάδα του κύματος από το S_2 . Όσο τα κύματα είναι περίπου συμμετρικά – έτσι ώστε η κοιλάδα να μοιάζει με αντεστραμμένη κορυφή – η πρόσθεση των μετατοπίσεων των δυο κυμάτων εξακολουθεί να δίνει μηδενική μετατόπιση. Καθώς παρατηρούμε παραέξω, φθάνουμε σε μια κοιλάδα από το S_1 στην ίδια θέση, που συναντούμε μια κορυφή από το S_2 .

Οι μετατοπίσεις προς τα επάνω και προς τα κάτω εξακολουθούν και αλληλοεξουδετερώνονται. Βλέπουμε ότι, αν ακολουθήσουμε τη γραμμή που διέρχεται από τις διασταυρώσεις των κορυφών και των κοιλάδων, θα βρίσκομε πραγματικά αδιατάρακτο νερό. Αν παρατηρήσουμε το σχήμα 24-6 (ή ακόμη καλύτερα ένα δοχείο κυματισμών), μπορούμε να δούμε αυτές τις γραμμές του αδιατάρακτου νερού να εκτείνονται προς τα έξω από την περιοχή των πηγών και να χωρίζουν την περιοχή σε περιοχές, που έχουν ενισχυμένες κορυφές και σε περιοχές με ενισχυμένες κοιλάδες. Κατ' αναλογία με τους δεσμούς στο ελατήριο ονομάζουμε αυτές τις γραμμές της μηδενικής διαταράξεως δεσμικές γραμμές. Στο σχήμα 24-8 τις σχεδιάσαμε σαν χονδρές μαύρες γραμμές.

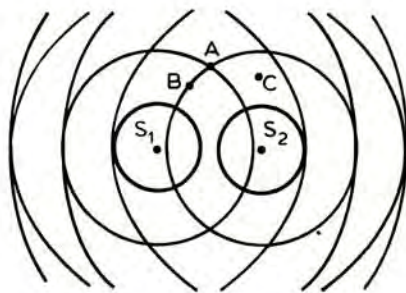
Με διαφορετικό μήκος κύματος ή διαφορετική απόσταση των πηγών η εικόνα της συμβολής αλλάζει στις λεπτομέρειες. Αλλά η γενική κατασκευή τέτοιων εικόνων παραμένει ίδια. Στο σχήμα 24-9 φαίνεται μια άλλη εικόνα με διαφορετικό μήκος κύματος. Μπορείτε να δείτε και πάλι



Σχήμα 24-9 Εικόνα συμβολής από δυο πηγές όπως στην εικόνα του σχήματος 24-6 αλλά με μεγαλύτερο μήκος κύματος.

τις δεσμικές γραμμές και τα κύματα που κινούνται προς τα έξω ανάμεσά τους. Τα κύματα είναι ασαφή γιατί ο χρόνος εκθέσεως για τη φωτογραφία ήταν $1/50$ του δευτερολέπτου και κατά το διάστημα αυτό τα κύματα κινήθηκαν κατά ένα σημαντικό κλάσμα του μήκους κύματος.

Παρόλο ότι στην έρευνά μας θεωρήσαμε κύματα νερού, δεν χρησιμοποιήσαμε καμία ειδική ιδιότητα των κυμάτων του νερού για να έχουμε το αποτέλεσμά μας. Χρησιμοποιήσαμε μόνο την αρχή της επαλληλίας, που είναι κοινή για όλα τα κύματα. Τα αποτελέσματα όλου αυτού του κεφαλαίου ισχύουν για όλα τα κύματα.

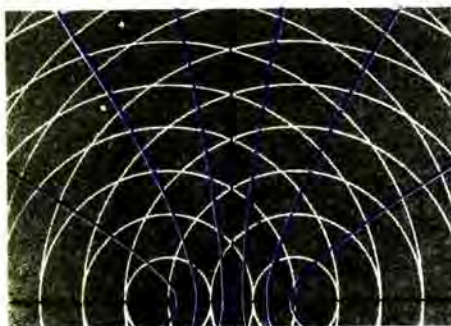


Σχήμα Β

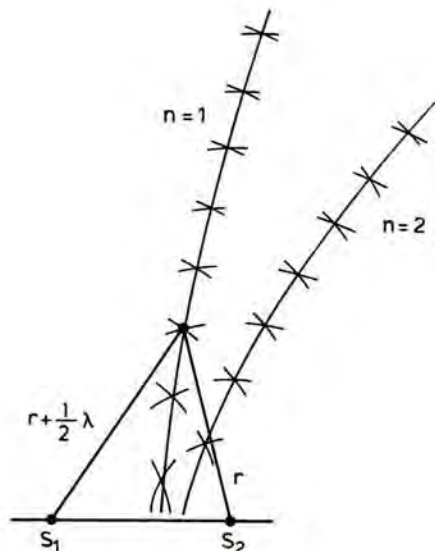
3. Στο σχήμα Β οι κύκλοι αντιπροσωπεύουν τις κορυφογραμμές των κυμάτων που παράγονται από τις πηγές S_1 και S_2 . Σε ποιο από τα σημεία Α, Β, C υπάρχει «ενισχυμένος επί δύο λόφους», «ενισχυμένη επί δύο κοιλάδα» ή δεσμικό σημείο;
4. Συγκρίνετε το σχήμα 24-6 με το σχήμα 24-9.
 - (α) Σε ποιο σχήμα είναι το μήκος κύματος μεγαλύτερο;
 - (β) Ποια άλλη διαφορά υπάρχει μεταξύ των σχεδίων;

24-3 Το σχήμα των δεσμικών γραμμών.

Αν εξετάσουμε τα σχήματα 24-6 και 24-9, παρατηρούμε ότι, παρόλο ότι οι δεσμικές γραμμές είναι καμπυλωμένες κοντά στις πηγές, γίνονται ευθείες πολύ γρήγορα με την αύξηση της αποστάσεως από τις πηγές. Ένα άλλο εντυπωσιακό γεγονός είναι ότι ο αριθμός των δεσμικών γραμμών μειώνεται, καθώς αυξάνεται το μήκος κύματος. Ας αριθμήσουμε τις



Σχήμα 24-10 Η πρώτη δεσμική γραμμή. Για οποιοδήποτε σημείο P αυτής της γραμμής η διαφορά στο μήκος διαδρομής του κύματος από το P στο S_1 και από το P στο S_2 είναι μισό μήκος κύματος.



Σχήμα 24-11 Κατασκευή μιας δεσμικής γραμμής. Έχουν σχεδιασθεί τόξα με κέντρα τις δυο πηγές και με ακτίνες r και $r + (n + 1/2)\lambda$ αντίστοιχα. Η δεσμική γραμμή περνά μέσα από τις διασταυρώσεις. Οι καμπύλες που φαίνονται είναι για την πρώτη και δεύτερη δεσμική γραμμή $n = 1$ και $n = 2$.

δεσμικές γραμμές, ώστε να αναφερόμαστε σε αυτές πιο εύκολα. Για να το κάνουμε αυτό, εξετάζουμε ξανά το σχήμα 24-8 και βρίσκουμε ότι το σχέδιο είναι συμμετρικό – δηλαδή φαίνεται το ίδιο δεξιά και αριστερά από την κεντρική ευθεία. Αυτό δεν μας εκπλήσσει, αφού και οι πηγές μας φαίνονται ακριβώς ίδιες δεξιά και αριστερά. Γι' αυτό το λόγο χρειάζεται να μετρήσουμε μόνο τις μισές δεσμικές γραμμές, αυτές που είναι προς τα δεξιά της κεντρικής διακεκομμένης γραμμής. Η επόμενη ονομάζεται δεύτερη δεσμική γραμμή κ.ο.κ. Όταν θέλουμε να μιλήσουμε για μία οποιαδήποτε δεσμική γραμμή, την ονομάζουμε συνήθως νιοστή (n) δεσμική γραμμή, όπου n είναι ακέραιος αριθμός (1η, 2η, 3η κλπ.).

Ας ονομάσουμε P ένα σημείο επάνω στην πρώτη δεσμική γραμμή και ας το ενώσουμε με τις δύο πηγές σχεδιάζοντας τις ευθείες γραμμές PS_1 και PS_2 (σχ. 24-10). Ονομάζουμε αυτές τις ευθείες μήκη διαδρομών του κύματος από το P στο S_1 και από το P στο S_2 . Απαριθμώντας στο διάγραμμα τις κορυφές, θα δείτε ότι: $PS_1 = 3\lambda$ και $PS_2 = 2\frac{1}{2}\lambda$, έτσι ώστε η διαφορά στο μήκος διαδρομής είναι:

$$PS_1 - PS_2 = \frac{1}{2}\lambda$$

Αν είχαμε πάρει κάποιο άλλο σημείο στην πρώτη δεσμική γραμμή, θα είχαμε βρει την ίδια διαφορά $\frac{1}{2}\lambda$ μεταξύ των μηκών διαδρομής. Μπορούμε λοιπόν να πούμε ότι η πρώτη δεσμική γραμμή αποτελείται από αυτά τα σημεία P, για τα οποία η διαφορά στα μήκη διαδρομής είναι $\frac{1}{2}\lambda$, έτσι ώστε μία κορυφή και μία κοιλάδα κύματος φθάνουν σε αυτό συγχρόνως.

Η δεύτερη δεσμική γραμμή μπορεί να χαρακτηριστεί με τον ίδιο τρόπο. Σε αυτήν την περίπτωση, αν P είναι ένα οποιοδήποτε σημείο επάνω στη δεύτερη δεσμική γραμμή, η διαφορά στα μήκη διαδρομής είναι:

$$PS_1 - PS_2 = \frac{3}{2}\lambda$$

Αυτό μπορούμε να το δούμε επίσης στο σχήμα 24-10. Αν συνεχίσουμε αυτή τη διαδικασία, φθάνουμε σε μία εξίσωση που περιγράφει τη νιοστή δεσμική γραμμή:

$$PS_1 - PS_2 = (n - 1/2)\lambda$$

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αυτή την εξίσωση και να κατασκευάσουμε δεσμικές γραμμές αν βρούμε τις τομές των κύκλων ακτίνων r με κέντρο στο S_2 με κύκλους ακτίνων $r + (n - 1/2)\lambda$ με κέντρο στο S_1 , όπου r έχει διαφορετική τιμή για κάθε σημείο της δεσμικής γραμμής, ενώ n είναι σταθερό για οποιαδήποτε γραμμή (σχ. 24-11).

5. Στο σχήμα 24-10 ποια δεσμική γραμμή αποτελείται από σημεία P τέτοια, ώστε $PS_2 - PS_1 = 3\lambda/2$;
6. Γνωρίζετε τις αποστάσεις από ένα σημείο μιας δεσμικής γραμμής έως τις δυο σημειακές πηγές σε ένα δοχείο κυματισμών. Τι άλλο πρέπει να γνωρίζετε, για να υπολογίσετε το μήκος κύματος των κυμάτων;
7. Τι θα συνέβαινε στις δεσμικές γραμμές, αν η μία από τις δύο πηγές έστελνε κύματα όλο και πιο ασθενή και κατόπιν έσβηνε;

24-4 Μήκος κύματος. Απόσταση πηγών. Γωνίες.

Σε ένα δοχείο κυματισμών μπορούμε να μετρήσουμε τα μήκη διαδρομών μέχρι ένα οποιοδήποτε σημείο μιας δεσμικής γραμμής, και να βρούμε το μήκος κύματος λ αν χρησιμοποιήσουμε τη σχέση $PS_1 - PS_2 = (n - 1/2)\lambda$. Δεν χρειάζεται να σταματήσουμε τα κύματα για να κάνουμε αυτή τη μέτρηση. Οι δεσμικές γραμμές είναι ακίνητες κατά το χρόνο που μετρούμε τα PS_1 και PS_2 .

Μερικές φορές αναγκαζόμαστε να κάνουμε τις μετρήσεις από ένα σημείο P που βρίσκεται μακριά από τα S_1 και S_2 . Αλλά τότε, αν μετρήσουμε τις μεγάλες αποστάσεις PS_1 και PS_2 κατευθείαν και κατόπιν αφαιρέσουμε, για να βρούμε τη μικρή διαφορά μεταξύ τους, θα δυσκολευθούμε να έχουμε αρκετή ακρίβεια. Σ' αυτή την περίπτωση το μεγαλύτερο μέρος από τη μέτρησή μας αφαιρείται και μένουν μόνο τα σφάλματα. Γι' αυτό το λόγο αναζητούμε κάποιον ακριβέστερο τρόπο για να μετρήσουμε τη διαφορά των δρόμων.

Για οποιοδήποτε σημείο P η διαφορά δρόμων διαδρομής εξαρτάται από τη γωνία μεταξύ PS_1 και d. Παρατηρήστε το σχήμα 24-12 (α), που δείχνει τις δύο πηγές S_1 και S_2 και ένα σημείο P που βρίσκεται πολύ μακριά σε σύγκριση με την απόσταση d της πηγής. Η απόσταση PA έχει οριστεί ίδια με PS_2 , έτσι ώστε οι γωνίες 1 και 2 να είναι ίσες και $PS_1 - PS_2 = AS_1$. Όσο πιο μακριά βρίσκεται το P τόσο πιο παράλληλες γίνονται οι ευθείες PS_1 και PS_2 . Θα θεωρήσουμε μόνον σημεία P που είναι αρκετά μακριά από τις S_1 και S_2 , έτσι ώστε για πρακτικούς λόγους οι PS_1 και PS_2 είναι παράλληλες. Τώρα μπορούμε να σχεδιάσουμε το σχήμα 24-12 (β). Επειδή οι γωνίες 1 και 2 έγιναν ορθές, το τρίγωνο AS_1S_2 είναι ορθογώνιο. Επομένως, από τον ορισμό του ημιτόνου μιας γωνίας το ημίτονο του θ στο σχήμα 24-12 (β) είναι:

$$\sin\theta = \frac{AS_1}{d}$$

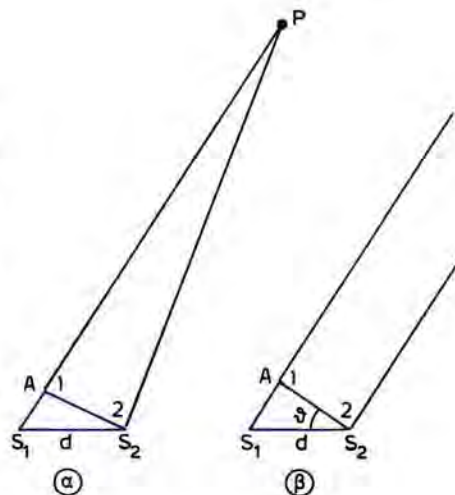
Αφού AS_1 είναι η διαφορά μηκών διαδρομής, βρίσκουμε: $PS_1 - PS_2 = d \sin\theta$.

Αυτή η εξίσωση εκφράζει τη διαφορά μηκών διαδρομής ως συνάρτηση της αποστάσεως των πηγών και της γωνίας θ . Η γωνία θ καθορίζει την κατεύθυνση του P ως προς τις πηγές. Για παράδειγμα, όταν $\theta = 90^\circ$, το P βρίσκεται προς τα δεξιά στην οριζόντια γραμμή που περνά από τις πηγές. Όταν $\theta = 0$, το P βρίσκεται προς το επάνω μέρος του σχήματος 24-12 (β). Τώρα, όταν το P είναι στη νιοστή δεσμική γραμμή:

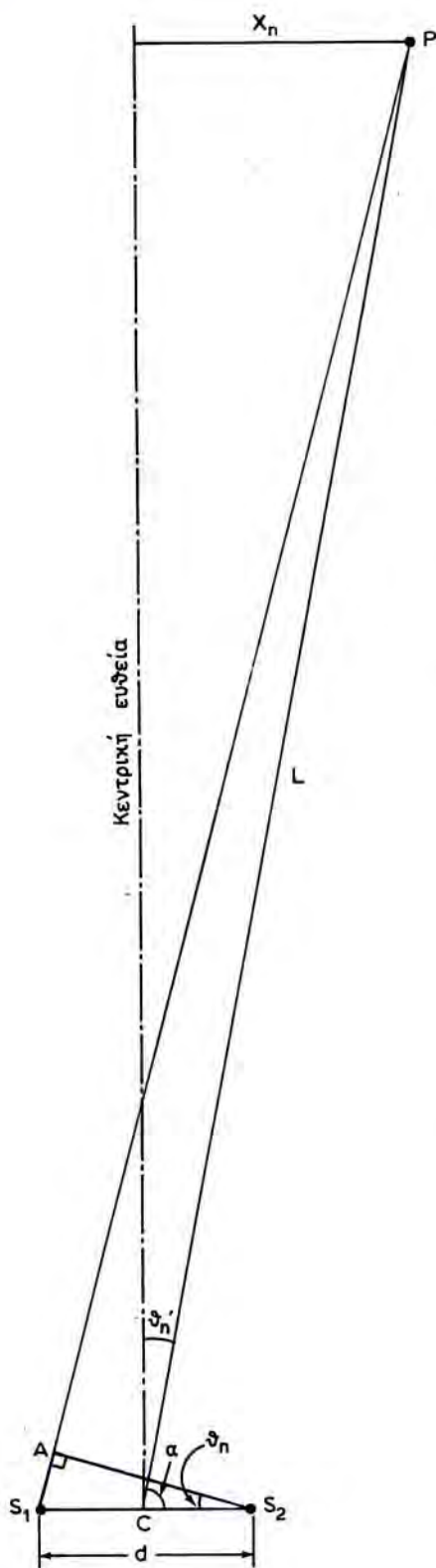
$$PS_1 - PS_2 = (n - 1/2)\lambda$$

$$\begin{aligned} \text{Επομένως:} \quad & (n - 1/2)\lambda = d \sin\theta_n \\ \text{ή} \quad & \sin\theta_n = (n - 1/2)\lambda/d \end{aligned}$$

εφόσον το P είναι μακριά από τις S_1 και S_2 . Παρεπιπτόντως, αυτό το αποτέλεσμα μας δείχνει ότι η διεύθυνση των δεσμικών γραμμών δεν αλλάζει σε μεγάλη απόσταση από τις πηγές και καθορίζεται από τη γωνία θ_n . Επομένως, όπως παρατηρήσαμε στην προηγούμενη παράγραφο, οι δεσμικές γραμμές πρέπει να είναι ευθείες μακριά από τις πηγές.



Σχήμα 24-12 (α) Η διαφορά διαδρομής μηκών AS_1 μπορεί να προσδιοριστεί με την απόσταση d των πηγών και μία γωνία. (β) Όταν το P είναι μακριά από τις πηγές, $AS_1 = d \sin \theta$.



γές. Στην πραγματικότητα, αν τα ευθύγραμμα τμήματα των δεσμικών γραμμών προεκταθούν προς τις πηγές, περνούν από ένα σημείο στο μέσο της ευθείας μεταξύ των πηγών.

Στην προηγούμενη παράγραφο παρατηρήσαμε επίσης ότι ο αριθμός των δεσμικών γραμμών αυξάνεται όταν το μήκος κύματος μειώνεται. Μπορούμε να συσχετίσουμε αυτήν την παρατήρηση με την εξίσωση για τη διεύθυνση των δεσμικών γραμμών μακριά από τις πηγές. Αφού το $\sin \theta$ δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερο από 1, τότε $(n - 1/2) \lambda/d$ δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερο από 1. Η μεγαλύτερη τιμή του n που ικανοποιεί αυτή τη συνθήκη είναι ο αριθμός των δεσμικών γραμμών σε κάθε πλευρά της κεντρικής ευθείας. Αυτός ο αριθμός εξαρτάται μόνον από το λ/d και αυξάνεται όσο μειώνεται το λ . Μπορούμε να μετρήσουμε απλώς τον αριθμό των δεσμικών γραμμών και να έχουμε μία προσεγγιστική μέτρηση του μήκους κύματος.

Για να προσδιορίσουμε ακριβώς το λ , μπορούμε να βρούμε τη διεύθυνση της δεσμικής γραμμής, δηλαδή τη γωνία θ_n και να υπολογίσουμε το λ από την εξίσωση $\sin \theta_n = (n - 1/2) \lambda/d$. Στο δοχείο κυματισμών είναι εύκολο να βρούμε το θ_n . Αλλά δεν συμβαίνει το ίδιο και με τα άλλα κύματα. Επομένως πρέπει να βρούμε ένα τρόπο προσδιορισμού του $\sin \theta_n$ απευθείας, χωρίς να μετρήσουμε τη γωνία θ_n . Έστω το σημείο P στο σχήμα 24-13 πάνω στη δεσμική γραμμή μακριά από τις δυο πηγές S_1 και S_2 , έτσι ώστε οι γραμμές CP και S_1P να είναι παράλληλες μεταξύ τους και κάθετες προς AS_2 . Αφού η κεντρική ευθεία είναι κάθετη προς το d , βλέπουμε ότι $\theta'_n = \theta_n$. Αλλά από το σχήμα, $\sin \theta'_n = x_n/L$ όπου L είναι η απόσταση PC και x_n είναι η απόσταση του P από την κεντρική γραμμή. Επομένως έχουμε:

$$(n - 1/2) \lambda = \sin \theta_n = \sin \theta'_n = x_n/L$$

$$\text{ή} \quad \lambda = d \frac{x_n}{L} \cdot \frac{1}{n - 1/2}$$

Ένα παράδειγμα θα δείξει πόσο απλή είναι αυτή η διαδικασία. Υποθέστε ότι εργαζόμαστε με πηγές που απέχουν μεταξύ τους 10 cm. Μπορούμε να διαλέξουμε ένα σημείο P στην τρίτη δεσμική γραμμή, να μετρήσουμε την απόστασή του L από το μέσο της αποστάσεως d και να μετρήσουμε την απόσταση x από την κεντρική ευθεία. Ας υποθέσουμε ότι το L έχει μήκος 80 cm και το x είναι 48 cm. Επομένως $x/L = 0,6$. Τώρα μπορούμε να ελέγξουμε την ακρίβεια αυτού του πηλίκου, αν μετρήσουμε τις τιμές του L και τις αντίστοιχες τιμές του x για άλλα σημεία της τρίτης δεσμικής γραμμής. Αν όλα τα σημεία είναι αρκετά μακριά, το x/L παραμένει 0,6.

Τώρα, επειδή εργαζόμαστε με την τρίτη δεσμική γραμμή, πρέπει να

Σχήμα 24-13 Όταν το P είναι μακριά από τις πηγές, $\theta_n + \alpha = 90^\circ$. Αφού $\theta'_n + \alpha = 90^\circ$, $\theta_n = \theta'_n$. Επίσης, $\sin \theta'_n = x_n/L$ και έτσι $\sin \theta_n = x_n/L$.

χρησιμοποιήσουμε $n - 1/2 = 5/2$ και με $d = 10$ cm, βρίσκουμε (παραλείποντας το δείκτη n) ότι:

$$\lambda = \frac{d (x/L)}{n - 1/2} = \frac{10 (0,6)}{5/2} \text{ cm} = 2,4 \text{ cm}$$

Αν χρησιμοποιήσουμε διάφορες δεσμικές γραμμές, μπορούμε να έχουμε διάφορες εκτιμήσεις του λ . Η συμφωνία μεταξύ των εκτιμήσεων αυτών είναι ένας έλεγχος του συλλογισμού και των μετρήσεών μας.

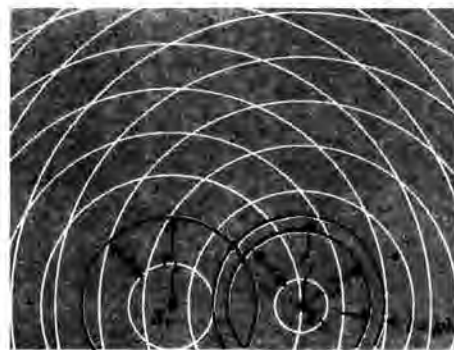
-
8. Για δυο σημειακές πηγές που απέχουν μεταξύ τους απόσταση d , υπάρχει μία περιοχή μήκους κύματος λ που παράγει εικόνα συμβολής χωρίς δεσμικές γραμμές;
-

24-5 Φάση.

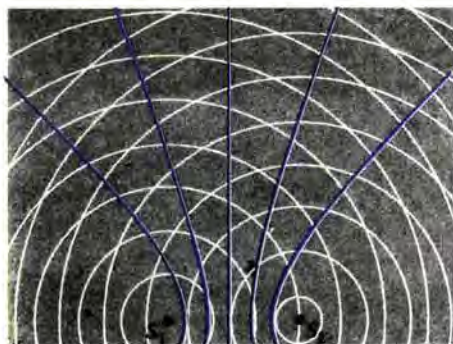
Δυο γεννήτριες με την ίδια περίοδο βρίσκονται **σε φάση** όταν δυθίζονται στο νερό πάντοτε μαζί και παράγουν κορυφογραμμές την ίδια στιγμή. Όμως δεν είναι αναγκαίο να είναι σε φάση δυο πηγές με την ίδια περίοδο. Για παράδειγμα, η μία από τις πηγές μπορεί να δυθίζεται πάντοτε στο νερό λίγο αργότερα από την άλλη, μετά από το ίδιο χρονικό διάστημα t . Αφού η φυσιολογική μονάδα χρόνου για μια συγκεκριμένη περιοδική κίνηση είναι η περίοδος T , εξυπηρετεί να μετρούμε τη χρονική καθυστέρηση μεταξύ των δυθίσεων των S_1 και S_2 σε κλάσματα p της περιόδου. Έτσι χρησιμοποιούμε $p = t/T$, για να μετρήσουμε την καθυστέρηση. Για παράδειγμα, αν κάθε πηγή δυθίζεται κάθε $1/6$ δευτερολέπτου και η S_2 δυθίζεται πάντοτε $1/18$ δευτερολέπτου αργότερα από την S_1 , τότε το κλάσμα p είναι ένα τρίτο.

Όταν δυο πηγές της ίδιας συχνότητας δεν δυθίζονται μαζί, λέμε ότι είναι **εκτός φάσεως**. Το κλάσμα p περιγράφει την καθυστέρηση φάσεως της μιας πηγής σε σχέση με την άλλη. Δεν υπάρχουν καθυστερήσεις που είναι μακρύτερες από την περίοδο T , γιατί μετρούμε πάντοτε την αργοπορία της δεύτερης πηγής από την πιο πρόσφατη δύθιση της πρώτης πηγής και οι δυθίσεις της γίνονται κατά χρονικά διαστήματα T . Επομένως δεν υπάρχουν καθυστερήσεις φάσεως μεγαλύτερες από 1. Η τιμή του p βρίσκεται πάντοτε μεταξύ 0 και 1.

Ας χρησιμοποιήσουμε τώρα δύο σημειακές πηγές που λειτουργούν έτσι, ώστε η S_2 να έχει ως προς την S_1 καθυστέρηση φάσεως p . Ποια μορφή έχει η εικόνα της συμβολής; Αυτό το βρίσκουμε αν σχεδιάσουμε δύο συστήματα ομοκέντρων κύκλων που αντιπροσωπεύουν τις κορυφογραμμές των κυμάτων από κάθε πηγή. Όπως και στο σχήμα 24-4, οι κορυφογραμμές σε κάθε σύστημα απέχουν πάντοτε μεταξύ τους κατά ένα μήκος κύματος λ . Όμως αυτή τη φορά οι πηγές δεν είναι σε φάση και οι ακτίνες r_1 και r_2 των αντίστοιχων κορυφογραμμών από τις δυο πηγές δεν είναι ίσες (σχ. 24-14). Οι ακτίνες από τις καθυστερημένες κορυφογραμμές της S_2 είναι μικρότερες από τις αντίστοιχες κορυφογραμμές της S_1



Σχήμα 24-14 Κύματα από δυο σημειακές πηγές εκτός φάσεως. Η πηγή S_2 έχει καθυστέρηση φάσεως p σε σχέση με την S_1 . Η διαφορά των ακτίνων για αντίστοιχες κορυφογραμμές είναι η απόσταση $l = r_1 - r_2 = p\lambda$.



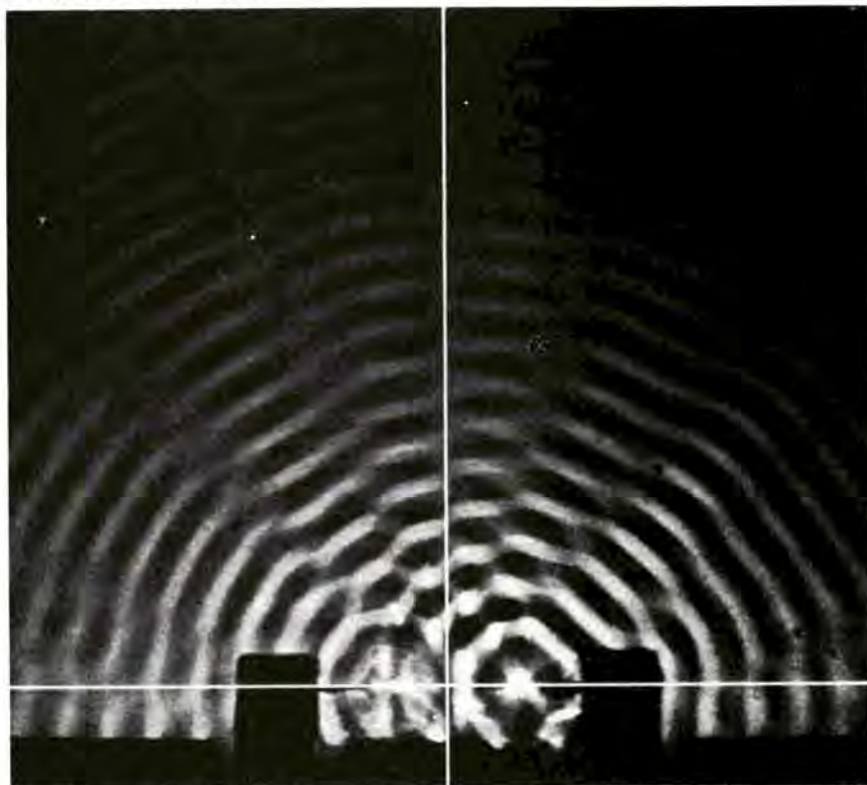
Σχήμα 24-15 Η εικόνα των δεσμικών γραμμών όταν υπάρχει καθυστέρηση (διαφορά) φάσεως $p = 1/2$.

κατά απόσταση l , ίση προς το κλάσμα p ενός μήκους κύματος λ :

$$l = p\lambda$$

Σαν παράδειγμα ας δούμε τι συμβαίνει όταν μια από τις πηγές καθυστερεί ως προς την άλλη κατά μισή περίοδο. Τότε η απόσταση l είναι μισό μήκος κύματος και η καθυστέρηση φάσεως p είναι $1/2$. Στο σχήμα 24-15 σχεδιάσαμε τις κορυφογραμμές κυμάτων σε μια τέτοια κατάσταση και κατασκευάσαμε τις δεσμικές γραμμές ενώνοντας τα σημεία όπου μια κορυφή από το ένα κύμα διασταυρώνεται με μια κοιλάδα από το άλλο. Βλέπουμε ότι η εικόνα των δεσμικών γραμμών είναι διαφορετική από την εικόνα για δυο πηγές σε φάση. Για τον ίδιο λόγο λ/d οι δεσμικές γραμμές βρίσκονται στις θέσεις όπου ήταν άλλοτε οι ενισχυμένες κορυφές και αυτές είναι τώρα όπου ήταν άλλοτε οι δεσμικές γραμμές. Συγκρίνετε το σχήμα 24-15 με το σχήμα 24-10. Στο κάθε ένα από αυτά τα σχήματα $\lambda = 1/3 d$, αλλά στο σχήμα 24-10 οι πηγές βυθίζονται σε φάση, ενώ στο σχήμα 24-15 υπάρχει καθυστέρηση φάσεως: $p = 1/2$.

Στο σχήμα 24-16 πήραμε τη φωτογραφία με καθυστέρηση φάσεως μεταξύ των πηγών $p = 1/2$. Βλέπουμε ότι τώρα υπάρχει μια δεσμική γραμμή στο κέντρο, εκεί όπου στα σχήματα 24-6 (και 24-9) υπήρχαν ενισχυμένες κορυφές.



Σχήμα 24-16 Φωτογραφία του δοχείου κυματισμών όταν δυο πηγές λειτουργούν με καθυστέρηση φάσεως $p = 1/2$.

Έχουμε δώσει παραδείγματα της εικόνας συμβολής για δυο συγκεκριμένες επιλογές της καθυστέρησης φάσεως $p = 0$ και $p = 1/2$. Θα μπορούσαμε να είχαμε διαλέξει οποιαδήποτε καθυστέρηση φάσεως από 0 έως 1 και σε κάθε περίπτωση η εικόνα της συμβολής θα ήταν διαφορετική. Στο σχήμα 24-17 η σειρά των φωτογραφιών δείχνει τις



Σχήμα 24-17 Η συμβολή από δυο σημειακές πηγές με διαφορετικές καθυστερήσεις φάσεως p της δεξιάς πηγής. Στην επάνω φωτογραφία οι πηγές είναι σε φάση $p = 0$. Στις επόμενες φωτογραφίες το p αυξάνεται και έχει την τιμή $p = 1/2$ στην τρίτη φωτογραφία.

εικόνες συμβολής στο δοχείο κυματισμών για διάφορες καθυστερήσεις φάσεως της S_2 . Η μεταβολή της καθυστέρησης φάσεως κάνει ολόκληρο το σχέδιο των δεσμικών γραμμών να μετατοπισθεί προς μια ορισμένη κατεύθυνση. Καθώς αυξάνεται η καθυστέρηση φάσεως της S_2 , οι ακτίνες των κορυφογραμμών (κύκλοι) από την S_2 ακολουθούν τις ακτίνες κορυφογραμμών από την S_1 κατά αυξανόμενη απόσταση $l = \rho\lambda$. Άρα οι δεσμικές γραμμές καμπυλώνονται πιο έντονα γύρω από την S_2 και απομακρύνονται από την κεντρική ευθεία. Αυτό ακριβώς βλέπομε στις φωτογραφίες.

-
9. Στο σχήμα 24-14, $l = 0,20 \text{ cm}$ και $\lambda = 0,50 \text{ cm}$. Ποια είναι η καθυστέρηση φάσεως;
 10. Η καθυστέρηση φάσεως 0 είναι ίδια με την καθυστέρηση φάσεως 1;
-

24-6 Περίληψη και συμπεράσματα.

Η εικόνα της συμβολής, που σχηματίζεται από δύο σημειακές πηγές στο δοχείο κυματισμών, χαρακτηρίζεται από ένα σύστημα γραμμών, όπου η επιφάνεια του νερού παραμένει αδιατάρακτη – τις δεσμικές γραμμές. Όταν οι πηγές βρίσκονται σε φάση, αυτές οι δεσμικές γραμμές είναι διανεμημένες συμμετρικά γύρω από την κεντρική ευθεία, τη μεσοκάθετο της γραμμής S_1S_2 , που ενώνει τις πηγές. Στο άμεσο περιβάλλον των πηγών οι δεσμικές γραμμές είναι καμπυλωμένες, αλλά γίνονται ευθείες λίγο μακρύτερα από τις πηγές. Αν τα ευθύγραμμα τμήματα προεκταθούν προς τις πηγές, περνούν από το μέσο της αποστάσεως μεταξύ των πηγών. Ο αριθμός των δεσμικών γραμμών και η γωνία μεταξύ οποιασδήποτε από αυτές τις γραμμές και της S_1S_2 ορίζεται από το λόγο λ/d του μήκους κύματος προς την απόσταση των πηγών. Αυτό σημαίνει ότι μπορούμε να προσδιορίσουμε το λ ή το d αν γνωρίζουμε το ένα από αυτά.

Ακόμη και με το ίδιο μήκος κύματος και απόσταση πηγών παίρνομε διαφορετικές εικόνες συμβολής από διαφορετικές καθυστερήσεις φάσεως p μεταξύ των δύο πηγών. Όταν οι πηγές είναι σε φάση, υπάρχει ένας ακέραιος αριθμός δεσμικών γραμμών, διατεταγμένων συμμετρικά γύρω από την κεντρική ευθεία. Όταν η πηγή S_2 παράγει κορυφογραμμές αργότερα από την S_1 , με χρονική καθυστέρηση $t = pT$, οι κορυφογραμμές αυτές έχουν μικρότερες ακτίνες από τις αντίστοιχες κορυφογραμμές από την S_1 . Οι αντίστοιχες ακτίνες διαφέρουν κατά απόσταση $l = \rho\lambda$. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα ότι τα σημεία, όπου οι κορυφογραμμές από την S_2 διασταυρώνονται με κύκλους κοιλάδων από την S_1 , είναι πλησιέστερα προς την S_2 . Αυτό σημαίνει ότι οι δεσμικές γραμμές καμπυλώνονται αντίθετα από την S_1 και πλησιάζουν την S_2 . Τότε η εικόνα γίνεται ασύμμετρη. Μόνον όταν $p = 1/2$, έχουμε ξανά συμμετρική εικόνα. Τότε μια δεσμική γραμμή καλύπτει την κεντρική ευθεία και υπάρχει περιττός αριθμός δεσμικών γραμμών.

Όλες οι εικόνες συμβολής σε αυτό το κεφάλαιο (σχ. 24-6, 24-9, 24-16 και 24-17) έχουν παραχθεί από δυο διεγέρτες, συνδεδεμένους με ένα

κινητήρα, ακριβώς όπως έχουν παραχθεί οι εικόνες συμβολής που μελετήσαμε στο εργαστήριο. Αυτή η διάταξη εγγυάται ότι οποιαδήποτε ανωμαλία στον κινητήρα θα επηρεάσει και τους δύο διεγέρτες κατά τον ίδιο τρόπο.

Αν ο κινητήρας επιβραδυνθεί λίγο για μερικές περιστροφές του, θα επιβραδυνθούν κι οι δυο διεγέρτες μαζί κατά το ίδιο ποσό. Αν ήταν σε φάση πριν να επιβραδυνθεί ο κινητήρας, θα εξακολουθήσουν να είναι σε φάση. Αν υπήρξε καθυστέρηση φάσεως $1/4$, η καθυστέρηση θα μείνει αμετάβλητη. Λέμε τότε ότι οι δυο κυματιστές είναι κλειδωμένοι στη φάση ή ότι οι φάσεις τους είναι κλειδωμένες. Αν είχαμε χρησιμοποιήσει δυο ανεξάρτητους κινητήρες, για να κινήσουν χωριστά τους δυο κυματιστές, κάθε κινητήρας θα είχε τις δικές του ανωμαλίες, ανεξάρτητα από τον άλλον, και θα υπήρχαν μεταβολές στις χρονικές καθυστερήσεις. Αν αυτές οι μεταβολές γίνονται με αργό ρυθμό, μπορούμε να τις παρακολουθήσουμε με τα μάτια μας. Αλλά, αν συμβαίνουν γρήγορα, δεν θα μπορέσουμε να τις παρακολουθήσουμε και η εικόνα της συμβολής θα χαθεί. Δεν υπάρχει τίποτε ειδικό στη συμβολή μέσα στο δοχείο κυματισμών. Ανάλογα ισχύουν για κάθε είδος κυμάτων. Για να παράγουμε σταθερή συμβολή από δύο σημειακές πηγές, πρέπει να είναι κλειδωμένες στη φάση (να έχουν δηλαδή σταθερή διαφορά φάσεως μεταξύ τους).

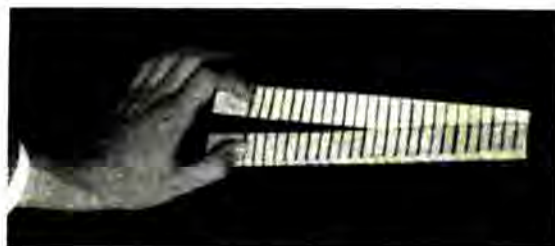
-
11. Ας υποθέσετε ότι βλέπετε μια εικόνα συμβολής που παράγεται από δυο σημειακές πηγές και παρατηρείτε ότι η εικόνα είναι συμμετρική με μονό αριθμό δεσμικών γραμμών. Τι σας δείχνει αυτό για τις φάσεις των πηγών;
-

Για το σπίτι, την τάξη και το εργαστήριο.

12. Έχουμε δείξει στο κείμενο (σχ. 24-1, 24-2 κι 24-3) ότι, όταν παλμοί προσπίπτουν περιοδικά στο πακτωμένο άκρο ενός ελατηρίου, το σημείο P, που βρίσκεται σε απόσταση $\lambda/2$ από το άκρο, δεν κινείται και άρα είναι δεσμός. Να επεκτείνετε το συλλογισμό, για να δείξετε ότι το σημείο P₂ σε απόσταση $3\lambda/2$ από το άκρο είναι δεσμός.
13. Να σχεδιάσετε τα συστήματα ομοκέντρων κύκλων και την εικόνα συμβολής από δυο πηγές με $d = 5\lambda$ στις χρονικές στιγμές:
- (α) Όταν οι γεννήτριες έχουν μόλις παράγει κορυφογραμμές.
- (β) Όταν έχουν μόλις παράγει τις αμέσως επόμενες κοιλάδες.
- Πώς κινήθηκαν οι ενισχυμένες κορυφογραμμές κατά το χρονικό διάστημα μεταξύ των δυο εικόνων;
14. Να σχεδιάσετε την εικόνα συμβολής για την περίπτωση $d = 5\lambda$ σε ένα κομμάτι χαρτί αρκετά μεγάλ-

λο, ώστε να μπορείτε να δείτε τις δεσμικές γραμμές να γίνονται ευθείες σε μεγάλη απόσταση από τις πηγές. Να προεκτείνετε αυτές τις ευθείες γραμμές προς τις πηγές και να δείξετε ότι όλες περνούν κοντά από το μέσο της ευθείας που ενώνει τις πηγές.

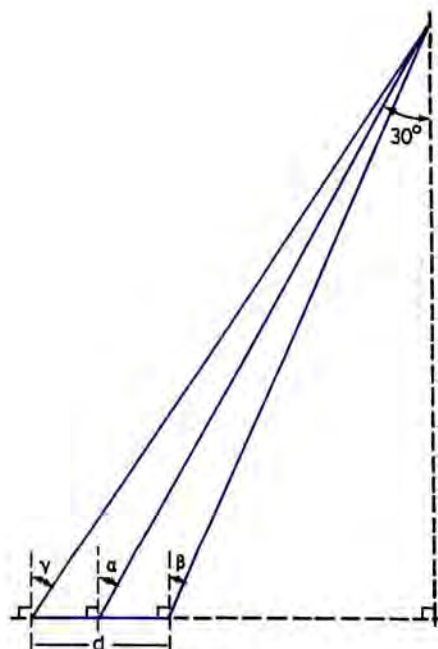
15. Να διπλώσετε δυο κομμάτια διαγραμμισμένου χαρτιού σε μακριές λωρίδες πλάτους 2 cm και να



Σχήμα Γ

τις κρατήσετε όπως στο σχήμα Γ. Φανταστείτε ότι οι γραμμές είναι κορυφογραμμές κυμάτων. Να προσέξετε πώς προστίθενται οι κορυφογραμμές από τις δυο πηγές. Κατόπιν κινώντας τα ελεύθερα άκρα πλαγίως να βρείτε τις θέσεις των δεσμικών γραμμών και τις περιοχές όταν υπάρχει κυματισμός.

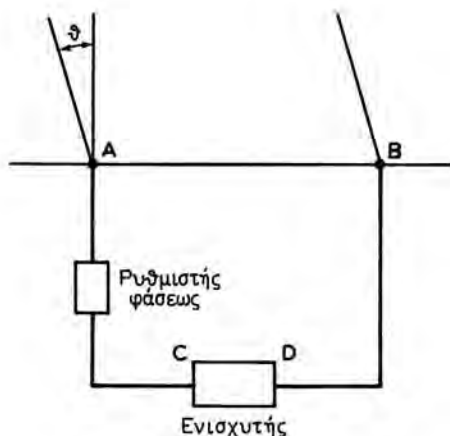
16. (α) Αν γνωρίζετε την απόσταση δυο σημειακών πηγών σε φάση (συμφασικών) και το μήκος κύματος των κυμάτων, που σχηματίζουν την εικόνα συμβολής, πώς θα υπολογίζατε τον αριθμό των δεσμικών γραμμών, που θα βλέπατε;
- (β) Να προβείτε στις απαραίτητες μετρήσεις από το σχήμα 24-9 και να κάνετε την πρόβλεψη. Συμφωνεί με αυτό που παρατηρείτε στη φωτογραφία;
17. Να κατασκευάσετε τις δεσμικές γραμμές για δύο σημειακές πηγές με $\lambda/d = 1/3$ με τη μέθοδο του σχήματος 24-11. Αυτή η μέθοδος είναι διαφορετική από τη μέθοδο του προβλήματος 14;
18. Δυο πηγές που είναι σε φάση και απέχουν 6,0 cm μεταξύ τους παράγουν κύματα νερού με μήκος κύματος 1,5 cm.
Να σχεδιάσετε τις δεσμικές γραμμές μακριά από τις πηγές.
Να προσδιορίσετε τη θέση κάθε γραμμής με τη βοήθεια τόξων κύκλων που τέμνονται και έχουν κέντρα τις δυο πηγές.
Να μετρήσετε τη γωνία μεταξύ της δεύτερης δεσμικής γραμμής και της κεντρικής γραμμής του σχεδίου. Να συγκρίνετε το ημίτονο αυτής της γωνίας με $(n - 1/2) \lambda/d$.
19. Να προτείνετε ένα πείραμα συμβολής, που αποδεικνύει ότι ο ήχος είναι κυματικό φαινόμενο. Πώς μπορείτε να χρησιμοποιήσετε ένα τέτοιο πείραμα για να προσδιορίσετε το μήκος κύματος του ήχου;
20. (α) Από τα σχήματα 24-6 και 24-9 να βρείτε το λόγο λ/d χρησιμοποιώντας την εξίσωση $\sin \theta = (n - 1/2) \lambda/d$.
- (β) Οι διαστάσεις των φωτογραφιών είναι το ένα τέταρτο του πραγματικού μεγέθους. Να μετρήσετε το d στη φωτογραφία και να υπολογίσετε την πραγματική τιμή του λ .
21. Να ανατρέξετε στον ορισμό της «υπερβολής» και να δείξετε ότι οι δεσμικές γραμμές είναι υπερβολές.
22. Στο σχήμα Δ, $L = 50$ cm, $d = 10$ cm, $\alpha = 30^\circ$. Ποιες οι τιμές των γ και δ ; Να βρείτε τα γ και δ όταν $L = 500$ cm. Σας πείθει αυτό ότι είναι καλή προσέγγιση



Σχήμα Δ

να θέσουμε $\gamma \approx \delta \approx \alpha$, όταν το L είναι πολύ μεγαλύτερο από το d ;

23. Ένα κόκκινο και ένα μπλε αυτοκίνητο κινούνται επάνω σε μια κυκλική πίστα που έχει περίμετρο 5,0 km. Κινούνται με σταθερή ταχύτητα σταθερού μέτρου. Το κάθε αυτοκίνητο χρειάζεται 2,5 λεπτά για κάθε γύρο. Το μπλε αυτοκίνητο συμπληρώνει το γύρο πάντοτε 0,5 min αργότερα από το κόκκινο αυτοκίνητο.
(α) Ποια είναι η καθυστέρηση φάσεως p του μπλε αυτοκινήτου ως προς το κόκκινο;
- (β) Ποια είναι η ταχύτητα (μέτρο) του κάθε αυτοκινήτου;
- (γ) Αν η περίμετρος ήταν μόνο 4,0 km, θα άλλαζαν οι απαντήσεις στα (α) και (β);
24. Στη ραδιοαστρονομία μια μέθοδος για να «κοιτάξουμε» προς διαφορετικές κατευθύνσεις στον ουρανό είναι πολύ παρόμοια με την αντίστροφη χρήση ενός κυματιστή με δυο πηγές και ρυθμιζόμενη φάση.
Οι κεραίες Α και Β είναι συντονισμένες στο ίδιο μήκος κύματος και είναι τοποθετημένες σε κάποια απόσταση η μία από την άλλη. Τα σήματα που δέχονται συνδυάζονται σε ένα ενισχυτή, αφού το σήμα από τη μια από τις κεραίες περάσει μέσα από ένα ρυθμιστή φάσεως (σχ. Ε). Το σήμα που παίρνουμε είναι μέγιστο αν τα σήματα που εισέρχονται στο δέκτη στα C και D είναι σε φάση.



Σχήμα Ε

Ο ρυθμιστής φάσεως μεταβάλλει τη φάση μεταβάλλοντας το μήκος του καλωδίου μεταξύ Α και C. Όταν το καλώδιο AC είναι ίσο σε μήκος με το καλώδιο BD, τα σήματα από ένα σημείο που βρίσκεται κατακόρυφα προς τα πάνω θα είναι σε φάση στο δέκτη. Για να «κοιτάξουμε» προς την κατεύθυνση που ορίζει η γωνία θ , το καλώδιο AC πρέπει να επιμηκυνθεί. Αν η απόσταση AB είναι 100 m και αν η συχνότητα του δέκτη είναι 20 megahertz, ποια διαφορά φάσεως πρέπει να δώσουμε για να «κοιτάζει» το σύστημα σε κατεύθυνση 5° από την κατακόρυφο;

25. Οι κοινοί ραδιοφωνικοί σταθμοί λειτουργούν σε μήκη κύματος μεταξύ 200 και 600 μέτρων. Οι συνηθισμένες κεραίες είναι κατακόρυφοι πύργοι που συμπεριφέρονται σαν σημειακές πηγές κυμάτων στο επίπεδο της επιφάνειας της γης.

- (α) Για μια πόλη που είναι κτισμένη σε μια λωρίδα κατά μήκος της παραλίας, πώς μπορείτε να τοποθετήσετε δυο κεραίες που θα θεωρήσετε σημειακές πηγές, ώστε να καλύπτουν καλά την πόλη και να χάνουν τη λιγότερη δυνατή ισχύ στο νερό ή σε μη κατοικημένες περιοχές;
- (β) Αν η πόλη επεκταθεί προς τα μέσα, με τι τρόπο θα μπορούσε ο σταθμός να δώσει καλύτερο σήμα στις νεοκατοικημένες περιοχές στο εσωτερικό;

26. Δυο πηγές μέσα σε ένα δοχείο κυματισμών λειτουργούν με συχνότητες 15 και 16 hertz. Να περιγράψετε την εικόνα των δεσμικών γραμμών που σχηματίζεται.

27. Ποια θα είναι η εικόνα συμβολής δυο σημειακών πηγών, αν η καθυστέρηση φάσεως μεταξύ τους μεταβληθεί ξαφνικά;

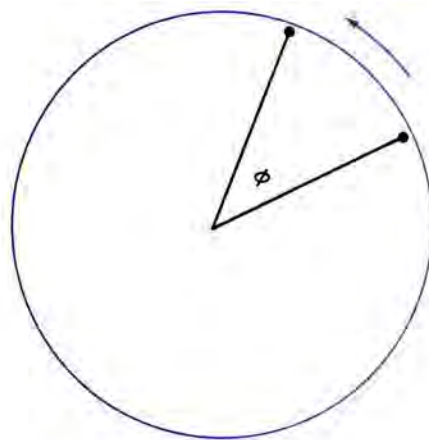
28. Η περιοδική κίνηση περιγράφεται συχνά με τη βοήθεια περιστροφικής κινήσεως με σταθερό ρυθμό. Τότε, για δυο σημεία που κινούνται σε ένα κύκλο, η καθυστέρηση φάσεως δίνεται από τη γωνία μεταξύ των ακτίνων τους (σχ. Z). Η γωνία φάσεως δίνεται σε ακτίνια ή μοίρες.

$$\Phi \text{ (σε ακτίνια)} = 2\pi p$$

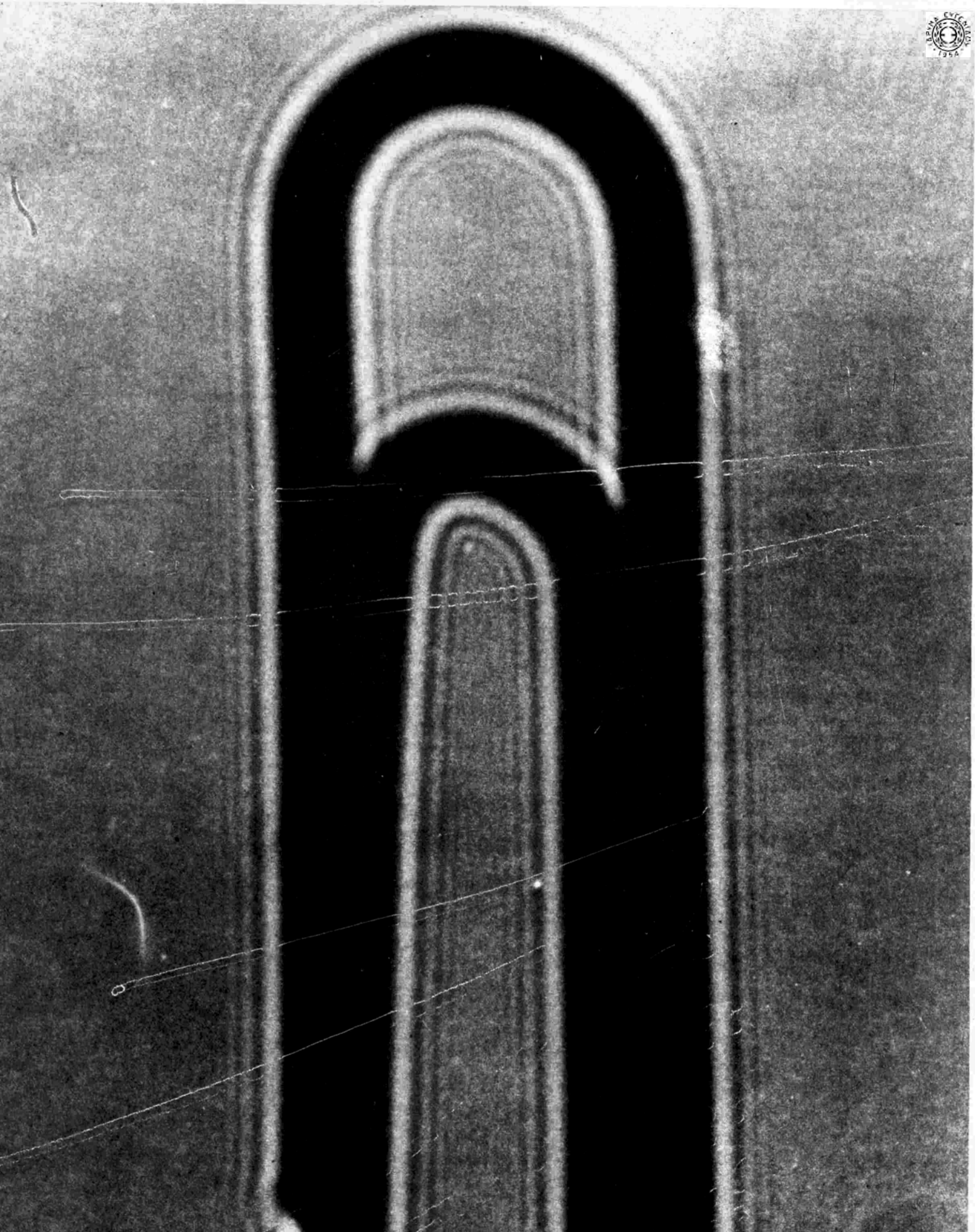
$$\text{ή} \quad \Phi \text{ (σε μοίρες)} = 360^\circ p$$

όπου p είναι ο λόγος της χρονικής καθυστέρησης προς την περίοδο περιστροφής.

- (α) Ποια είναι η τιμή του p , όταν οι δυο πηγές έχουν διαφορά φάσεως 180° ;
- (β) Ποια είναι η Φ (σε ακτίνια), όταν $p = 1/4$;



Σχήμα Z



25-1 Η παρατήρηση της συμβολής του φωτός: Το πείραμα του Young.

Στο τελευταίο κεφάλαιο μελετήσαμε τις εικόνες συμβολής που παράγονται σε ένα δοχείο κυματισμών από δυο σημειακές πηγές κυμάτων. Θέλομε τώρα να κάνουμε παρόμοια πειράματα με φως για να διπιστώσουμε αν έχει όλες τις ιδιότητες περιοδικών κυμάτων.

Όταν σχεδιάζουμε ένα πείραμα συμβολής με φως, πρέπει να λάβουμε υπόψη μερικές σπουδαίες διαφορές στον τρόπο με τον οποίο παρατηρούμε υδάτινα κύματα και φωτεινά κύματα. Μπορούμε να παρατηρήσουμε υδάτινα κύματα, αν σταθούμε σε κάποια θέση, όπου το φως που ανακλάται από τα κύματα φθάνει στα μάτια μας. Η θέση μιας δεσμικής γραμμής διαπιστώνεται εύκολα από το γεγονός ότι το νερό εκεί είναι αδιατάρακτο. Φαντασθείτε τώρα ότι αντικαθιστούμε τις δυο σημειακές πηγές υδατίνων κυμάτων με δυο πηγές φωτός. Πώς μπορούμε να δούμε τις θέσεις όπου τα φωτεινά κύματα από τις δυο πηγές αλληλοαναιρούνται; Δεν μπορούμε να παρατηρήσουμε μια φωτεινή δέσμη και να δούμε τα κύματα του φωτός (θυμηθείτε το σχήμα 18-5). Για να δούμε αυτό το φως, πρέπει να τοποθετήσουμε τα μάτια μας στη διεύθυνση της φωτεινής δέσμης ή να τοποθετήσουμε μια ανακλαστική οθόνη στη δέσμη του φωτός και να παρατηρήσουμε το φως που ανακλάται.

Μπορείτε να πάρετε μια ιδέα για το πρόβλημα που υπάρχει στην παρατήρηση της συμβολής του φωτός, αν φαντασθείτε ότι πρέπει να μελετήσουμε τη συμβολή των κυμάτων του νερού σε ένα κατασκότεινο δωμάτιο όπου δεν μπορείτε να δείτε το νερό. Σ' αυτή την περίπτωση θα μπορούσατε να βρείτε τις δεσμικές γραμμές δάξοντας το δάκτυλό σας στο νερό και κινώντας το αργά από θέση σε θέση μέσα στο δοχείο κυματισμών. Τις περισσότερες φορές μπορείτε να αισθανθείτε το νερό να ανεδοκαυτεύει όταν όμως φθάνετε σε μια δεσμική γραμμή, δεν αισθάνεσθε καμία κίνηση. Κατά παρόμοιο τρόπο, όταν παρατηρείτε φωτεινά κύματα, μπορείτε είτε να κινήσετε τα μάτια σας σε διαφορετικές θέσεις είτε να τοποθετήσετε μια ανακλαστική οθόνη στην τροχιά του φωτός. Στα σημεία όπου τα φωτεινά κύματα ενισχύονται, βλέπουμε φως. Στα σημεία όπου μια δεσμική γραμμή τέμνει την οθόνη, βλέπουμε σκότος.

Σε ποιες γωνίες περιμένουμε να δούμε αυτές τις φωτεινές και σκοτεινές ζώνες; Από το δοχείο κυματισμών μάθαμε ότι στην εικόνα συμβολής, που δημιουργείται από δυο σημειακές πηγές, οι γωνίες μεταξύ των δεσμικών γραμμών εξαρτώνται από το λ/d . Για δεδομένο μήκος κύματος λ , όλες αυτές οι γωνίες αυξάνονται, καθώς ελαττώνεται η απόσταση d μεταξύ των πηγών. Γνωρίζουμε από τα προηγούμενα ότι το μήκος κύματος των φωτεινών κυμάτων είναι πολύ μικρότερο από ένα χιλιοστό (παράγρ. 23-7). Επομένως, για να κατορθώσουμε να επιτύχουμε μια παρατηρήσιμη απόσταση μεταξύ δεσμικών γραμμών σε λογική απόσταση από τις πηγές, πρέπει να τοποθετήσουμε τις πηγές πολύ κοντά τη μια στην άλλη. Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να είναι πολύ μικρές.

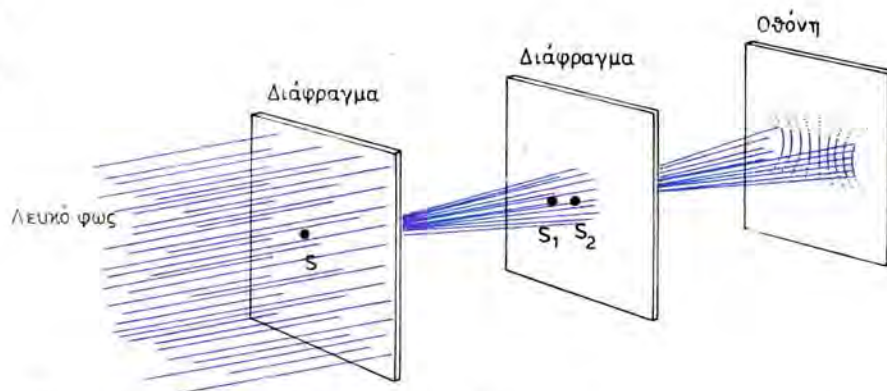
Όπως είδαμε στην τελευταία υποπαράγραφο του κεφαλαίου 24, οι φάσεις των δυο πηγών πρέπει να είναι κλειδωμένες, σύμφωνες πηγές, για να δημιουργήσουν σταθερή εικόνα συμβολής. Το 1801 ο Thomas

Φωτεινά κύματα και φωτόνια

- 25-1 Η παρατήρηση της συμβολής του φωτός: Το πείραμα του Young
- 25-2 Χρώμα και το μήκος κύματος του φωτός
ΠΡΟΣΘΕΤΑ ΘΕΜΑΤΑ: Το θόρυβο σέλας
- 25-3 Περίθλαση: Φαινόμενο συμβολής από μία σχισμή;
- 25-4 Θεωρία περιθλάσεως από μια σχισμή
- 25-5 Πειραματικοί έλεγχοι με μια και δυο σχισμές
- 25-6 Ηλεκτρομαγνητικά κύματα και το ηλεκτρομαγνητικό φάσμα
- 25-7 Δυσκολίες με το κυματικό μοντέλο του φωτός
- 25-8 Η σύνθεση: Η ερμηνεία του φωτοηλεκτρικού φαινομένου από τον Einstein
- 25-9 Κοκκώδης σύσταση και συμβολή: Μια νέα κινηματική
- 25-10 Φωτόνια και ηλεκτρομαγνητικά κύματα

Φωτογραφία αριστερά: Περίθλαση του φωτός από ένα συνδετήρα. Είναι φανερό ότι δεν δημιουργείται πολύ σαφής σκιά.

Σχήμα 25-1 Το πείραμα του Young. Το ηλιακό φως που φθάνει στην οθόνη από τις λεπτές οπές S_1 και S_2 προέρχεται εξ ολοκλήρου από την οπή S . Παρατηρούμε ότι επάνω στην οθόνη σχηματίζεται εικόνα συμβολής.

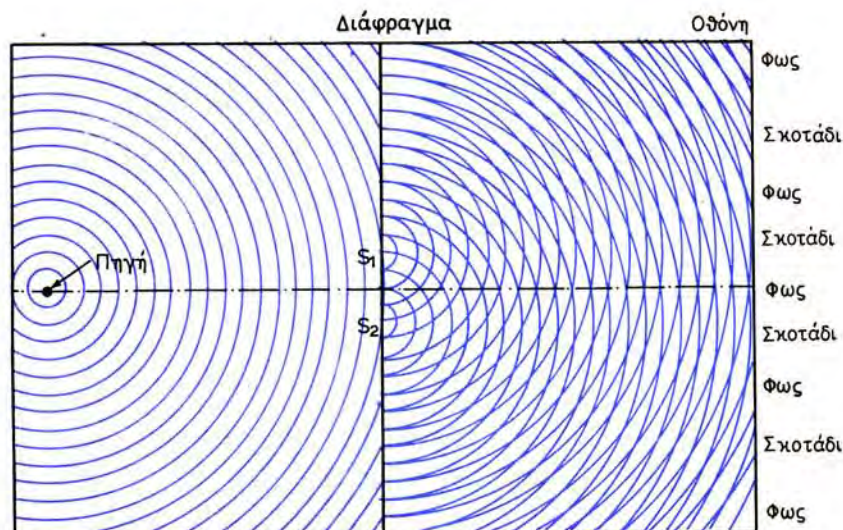


Young (Τόμας Γιανγκ) βρήκε ένα απλό τρόπο για να πραγματοποιήσει αυτό το πείραμα. Ξεκίνησε με μια μοναδική φωτεινή πηγή και διαχώρισε το φως από αυτή σε δυο μέρη που είχαν την ίδια φάση. Αυτά τα δυο μέρη φωτός που συμπεριφέρονται σαν να προέρχονται από δυο σύμφωνες πηγές αφού οι φάσεις τους είναι κλειδωμένες, οδηγούνται πάλι σε σύμπτωση, ώστε να συμβάλλουν το ένα με το άλλο. Με τη μέθοδο του Young μπορούμε πραγματικά να παρατηρήσουμε επάνω σε μια μακρινή οθόνη την εικόνα συμβολής που περιμένουμε.

Η πειραματική διάταξη του Young δείχνεται στο σχήμα 25-1. Ως μοναδική φωτεινή πηγή χρησιμοποίησε ηλιακό φως που περνά από μια μικρή οπή. Το φως που περνά από αυτή την οπή έπεφτε επάνω σε ένα αδιαφανές διάφραγμα, που περιείχε δυο μικρές οπές, τοποθετημένες πολύ κοντά ή μια με την άλλη και σε ίση απόσταση από την πηγή. Το φως που ξεκινά από την πηγή της μικρής οπής περνούσε από τις άλλες δυο οπές την ίδια χρονική στιγμή, επομένως το φως σε αυτές τις δυο μικρές οπές είχε πάντα την ίδια φάση. Με αυτή τη διάταξη η εικόνα συμβολής του φωτός που βγαίνει από τις δυο οπές ήταν σταθερή και επομένως μπορούσε να παρατηρηθεί.

Σήμερα μπορούμε να κάνουμε αυτό το πείραμα πιο εύκολα. Αντικαθιστούμε το ηλιακό φως και την πηγή της πρώτης μικρής οπής με ένα λαμπτήρα πυρακτώσεως, που έχει ένα μακρύ ευθύγραμμο νήμα και αντικαθιστούμε τις δυο μικρές οπές στο αδιαφανές διάφραγμα με δυο μακριές στενές σχισμές. Οι σχισμές πρέπει να είναι πολύ κοντά ή μια στην άλλη (σε απόσταση περίπου $1/10$ mm) και με τη μακριά τους διάσταση παράλληλη προς το φωτεινό νήμα. Το σχήμα 25-2 είναι ένα διάγραμμα της εικόνας των κυμάτων, που συμβάλλουν, όπως φαίνεται σε κάτωψη. Η ομοιότητα με την εικόνα ενός δοχείου κυματισμών είναι προφανής.

Αν κρατήσετε τη σελίδα στο επίπεδο του ματιού και κοιτάξετε από το δεξιό άκρο του σχήματος προς την πηγή, μπορείτε να δείτε καθαρά τις δεσμικές γραμμές. Αυτές είναι οι περιοχές χωρίς κυματική διαταραχή και επομένως χωρίς φως· σημειώνονται με τη λέξη «σκοτάδι» στο σημείο που συναντώνται με την οθόνη. Επάνω στην οθόνη θα βλέπαμε μια εικόνα συμβολής που αποτελείται από εναλλασσόμενες φωτεινές και σκοτεινές περιοχές διαφόρων χρωμάτων (κροσσοί συμβολής). Οι ρα-



Σχήμα 25-2 Κύματα από μία ευθύγραμμη πηγή φωτός που περνούν από τις σχισμές S_1 και S_2 συμβάλλουν και σχηματίζουν στην οθόνη εναλλασσόμενες φωτεινές και σκοτεινές περιοχές. Σ' αυτό το εξιδανικευμένο διάγραμμα το πλάτος των σχισμών είναι μικρότερο από το μήκος κύματος.

βδώσεις είναι παράλληλες προς τις σχισμές, με μια φωτεινή ταινία στο κέντρο, ακριβώς όπως προβλέπεται από το κυματικό μοντέλο.

Μπορούμε να καταγράψουμε την εικόνα συμβολής που παράγεται από αυτό το σύστημα, αν τοποθετήσουμε μια φωτογραφική μηχανή στη θέση της λευκής οθόνης και αποτυπώσουμε το αποτέλεσμα σε φωτογραφικά φιλμ. Η εικόνα αυτή έχει αναπαραχθεί στο σχήμα 25-3 (α) (σελ. 523).

1. Τι θα παρατηρούσατε στο σχήμα 25-2, αν σκεπάζατε την S_2 ;
2. Στο σχήμα 25-2, πώς θα επηρεαζόταν η εικόνα στην οθόνη:
 - (α) Αν η οθόνη απομακρυνόταν από το διάφραγμα;
 - (β) Αν η απόσταση μεταξύ των S_1 και S_2 ήταν μεγαλύτερη;

25-2 Χρώμα και το μήκος κύματος του φωτός.

Η φωτογραφία στο σχήμα 25-3(α) (σελ. 523) έχει ληφθεί με λευκό φως από μια μικρή πηγή, που περνά μέσα από δυο παράλληλες σχισμές σε μικρή απόσταση μεταξύ τους. Το φως που απλώνεται μετά τις δυο σχισμές συγκεντρώνεται πάλι με το φακό μιας φωτογραφικής μηχανής, για να σχηματίσει την εικόνα συμβολής (κροσσοί συμβολής) στο φωτογραφικό φιλμ. Παρατηρήστε ότι η φωτεινή περιοχή στο κέντρο (ονομάζεται κεντρικό μέγιστο) είναι λευκή, αλλά τα άκρα των φωτεινών περιοχών στις πλευρές είναι έγχρωμα.

Γνωρίζουμε ότι το λευκό φως είναι μίγμα όλων των χρωμάτων. Τα έγχρωμα άκρα των φωτεινών περιοχών δείχνουν ότι διαφορετικά χρώματα αποκλίνουν σε διαφορετικές γωνίες στην εικόνα συμβολής. Το

Το δόρειο σέλας.

ΠΡΟΣΘΕΤΑ ΘΕΜΑΤΑ

Αυτό το τοπίο φαίνεται μάλλον κοινότυπο, εκτός από τα χρωματιστά τόξα στο νυχτερινό ουρανό. Είναι το πολικό σέλας, που είναι ορατό συχνά από τις δόρειες ευρωπαϊκές πόλεις, όπως η Στοκχόλμη ή το Αμβούργο και πιο σπάνια από το Παρίσι ή τη Βιέννη. (Εμφανίζεται επίσης και στο νότιο πόλο, αλλά πολύ λίγοι άνθρωποι ζουν εκεί για να το παρατηρήσουν). Καθώς επαναλαμβάνεται καμιά φορά για πολλές νύχτες στη σειρά κάνοντας την εμφάνισή του ακανόνιστα κατά τις νυχτερινές ώρες, η αίγλη αυτή που τρεμοσβήνει δημιουργεί ένα καταπληκτικό θέαμα στον ουρανό.

Η αίγλη εμφανίζεται στον ουρανό αλλά δεν προέρχεται από το διάστημα. Δημιουργείται στο ανώτερο στρώμα της ατμόσφαιρας, κάτι που είχε διαπιστωθεί από παλαιά με παρατήρηση των φωτεινών τόξων από διαφορετικές θέσεις συγχρόνως. Σχεδόν πάντα εκτείνεται προς τα πάνω από μια βάση που βρίσκεται σε ύψος περίπου 100 χιλιομέτρων. Τα παραδείγματα στη φωτογραφία έχουν μήκος εκατοντάδες ή και χιλιάδες χιλιόμετρα και η ορατή αίγλη τους εκτείνεται σε μερικές δεκάδες χιλιόμετρα πάνω από τη βάση.

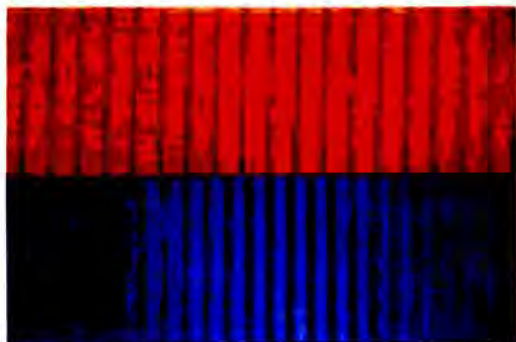
Το φασματοσκόπιο δείχνει ότι το φως προέρχεται από τη αίγλη των αερίων. Το περισσότερο φως αποτελείται από ορισμένες φασματικές γραμμές του οξυγόνου, υδρογόνου και μοριακού αζώτου. Μια γραμμή του οξυγόνου και η γραμμή του υδρογόνου παράγουν κόκκινο φως: μια άλλη έντονη φασματική γραμμή είναι πράσινη. Οι περισσότερες από τις γραμμές είναι ασυνήθιστες, δεν παρατηρούνται συχνά με πηγές του εργαστηρίου. Η πράσινη γραμμή προέρχεται από το οξυγόνο και εκπέμπεται από μια διεγερμένη ενεργειακή κατάσταση του ατόμου του οξυγόνου, που έχει μεγάλη διάρκεια ζωής – στην ατομική κλίμακα – και κατόπιν εκπέμπει ένα φωτόνιο για να πέσει στη χαμηλότερη ατομική ενεργειακή κατάσταση. Ο μέσος χρόνος είναι περίπου ένα δευτερόλεπτο. Ένα άτομο με τέτοια διέγερση θα κτυπούσε το γυάλινο ή μεταλλικό τοίχωμα οποιασδήποτε πηγής του εργαστηρίου και θα έχανε την ενέργειά του πριν να προλάβει να εκπέμψει φωτόνιο. Αλλά στον ανοικτό χώρο, στο ύψος όπου βρίσκεται το σέλας, ο αέρας είναι τόσο αραιός, που τα άτομα μπορούν να κινηθούν ελεύθερα για πολύ χρόνο, μέχρι που να υποστούν κάποια σύγκρουση.

Το σέλας δεν είναι τόσο δυνατό όσο το φως της ημέρας, ούτε ακόμη και της πανσελήνου. Το γεγονός ότι το σέλας είναι ισχυρότερο και πιο συχνό και γενικά εκτείνεται πιο μακριά από τους μαγνητικούς πόλους, όταν η επιφάνεια του ηλίου είναι διαταραγμένη, αποτελεί ισχυρή ένδειξη ότι η ενέργεια που προέρχεται από τον ήλιο. Τα ρεύματα των ηλιακών σωματιδίων χρειάζονται μια δυο ημέρες για να φέρουν ενέργεια στη γη: το σέλας όμως συμπεραίνουμε ότι δεν οφείλεται στην άμεση είσοδο τέτοιων ηλιακών σωματιδίων σε ανώτερα στρώματα του αέρα. Οι ηλιακές δέσμες σωματιδίων διαταράσσουν τα ανώτερα τμήματα του μαγνητικού πεδίου της γης και απελευθερώνουν φορτισμένα σωματίδια, που υπάρχουν ήδη εκεί σε μεγάλες τροχιές ένεκα δεσμεύσεώς τους από το μαγνητικό πεδίο της γης (τις ζώνες Van Allen). Τα σωματίδια αυτά με τη σειρά τους αρχίζουν μια περίπλοκη αλυσίδα διαδικασιών, που καταλήγουν στην παράξενη και ωραία αίγλη των πολικών ουρανών.





Σχήμα 25-3 (α) Εικόνα συμβολής που παράγεται όταν λευκό φως περνά από δυο στενές σχισμές.

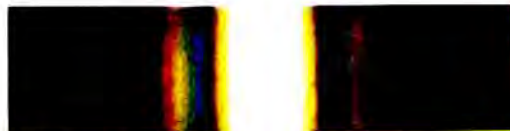


Σχήμα 25-3 (β) Εικόνες συμβολής από κόκκινο και από μπλε φως που έγιναν με την ίδια ακριβώς διάταξη με την οποία έχει παραχθεί η εικόνα του σχήματος 25-3 (α).

Πώς σχηματίζεται μια έγχρωμη εικόνα περιθλάσεως με λευκό φως.

Από πάνω προς τα κάτω στο σχήμα 25-3(ε) βλέπετε τις εικόνες περιθλάσεως της ίδιας σχισμής με κόκκινο, πράσινο, μπλε και λευκό φως. Αν παρατηρήσετε κατά μήκος της κεντρικής ευθείας, διαπιστώνετε ότι για κάθε απλό χρώμα το φως έχει μέγιστο. Ο συνδυασμός των απλών χρωμάτων στην κατώτερη εικόνα φαίνεται λευκός. Παρατηρήστε τώρα από πάνω προς τα κάτω κατά μήκος της ευθείας ΑΑ. Το κόκκινο φως έχει μέτρια ένταση. Το πράσινο σχεδόν μηδενική και το μπλε είναι εντελώς σθημένο. Στην εικόνα του λευκού φωτός βλέπομε κόκκινο. Λίγο αριστερότερα από τη γραμμή ΑΑ, εκτός από το κόκκινο υπάρχει περισσότερο κίτρινο και πράσινο και βλέπετε και κίτρινο. Προς τα δεξιά της γραμμής το κόκκινο εξαφανίζεται, αλλά η ένταση του μπλε αυξάνει. Τι βλέπετε στην εικόνα του λευκού φωτός;

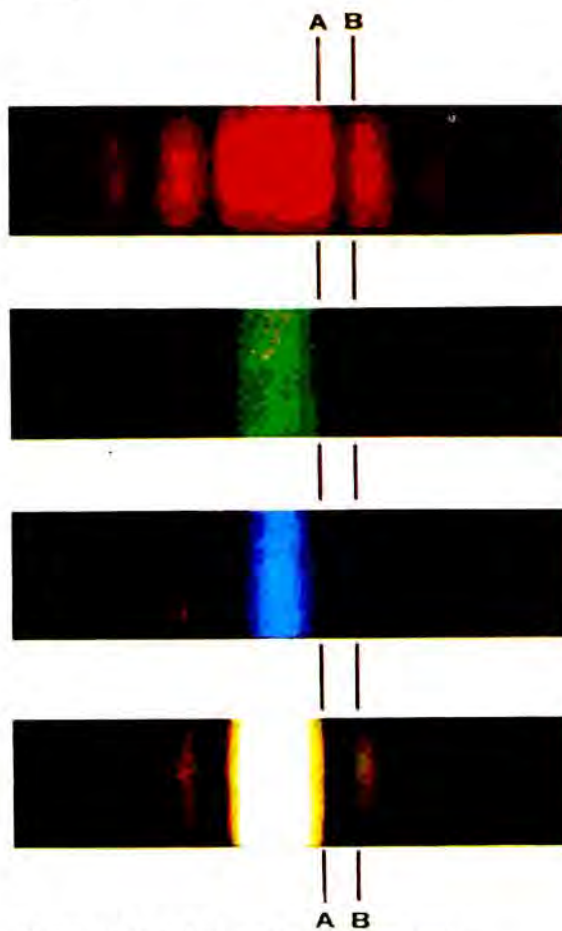
Δοκιμάστε κατά μήκος της ευθείας ΒΒ λίγο μακρύτερα προς τα δεξιά. Εδώ το κόκκινο φως απουσιάζει σχεδόν τελείως, το πράσινο φως είναι άτονο και το μπλε έχει σχεδόν εξαφανιστεί. Το κιτρινωπό χρώμα που δημιουργείται στην εικόνα του λευκού φωτός προέρχεται από την κιτρινοπράσινη περιοχή του φάσματος. Διαλέξτε οποιαδήποτε άλλη ευθεία και διατρέχοντάς την από πάνω προς τα κάτω, δείτε πώς σχηματίζεται η εικόνα του φάσματος του λευκού φωτός.



Σχήμα 25-3 (γ) Η εικόνα αυτή έχει παραχθεί από λευκό φως που πέρασε από μία μοναδική σχισμή.

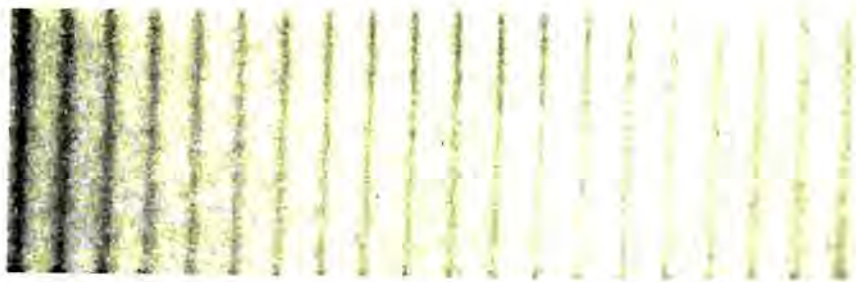


Σχήμα 25-3 (δ) Η εικόνα αυτή έχει παραχθεί με κόκκινο φως και την ίδια διάταξη όπως στο σχήμα 25-3 (γ). Και οι δυο εικόνες ονομάζονται εικόνες περιθλάσεως.



Σχήμα 25-3 (ε) Σχηματισμός μιας εικόνας περιθλάσεως λευκού φωτός από τις εικόνες περιθλάσεως των απλών χρωμάτων του φάσματος.

Σχήμα 25-4 Εικόνα συμβολής που παράγεται από κόκκινο φως (κροσσοί συμβολής). Η ίδια εικόνα δείχνεται με χρώμα στο επάνω μέρος του σχήματος 25-3 (β).



γεγονός ότι διαφορετικά χρώματα συμβάλλουν σε διαφορετικές γωνίες σημαίνει ότι το μήκος κύματος του φωτός έχει σχέση με το χρώμα του. Μπορούμε να διερευνήσουμε λεπτομερέστερα αυτή τη σχέση με άλλα πειράματα συμβολής. Ας παρατηρήσουμε, λοιπόν, τους κροσσούς συμβολής φωτός με ένα μόνο χρώμα. Στο σχήμα 25-4 βλέπουμε τους κροσσούς συμβολής για κόκκινο φως. Είναι μια σειρά από εναλλασσόμενες φωτεινές και σκοτεινές περιοχές. Οι σκοτεινές περιοχές αντιστοιχούν στις δεσμικές γραμμές. Η απόσταση μεταξύ των περιοχών της φωτογραφίας εξαρτάται από την απόσταση d των δυο σχισμών, την απόσταση L από τις σχισμές μέχρι τη φωτογραφική πλάκα και το μήκος κύματος του φωτός. Επομένως, όταν γνωρίζουμε τις αποστάσεις d και L και την απόσταση μεταξύ των κροσσών συμβολής υπολογίζουμε το μήκος κύματος του φωτός. Όπως είδαμε στην παράγραφο 24-4:

$$\left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{d} = \frac{x_n}{L}$$

Άρα η σχέση μεταξύ του μήκους κύματος λ και της αποστάσεως Δx μεταξύ δυο διαδοχικών κροσσών είναι:

$$\lambda = d \frac{\Delta x}{L}$$

Μπορούμε να έχουμε ακριβέστερη τιμή του Δx για τον υπολογισμό του μήκους κύματος λ , αν μετρήσουμε το αντίστοιχο μήκος, για ένα μεγάλο αριθμό κροσσών. Για το κόκκινο φως βρίσκουμε:

$$\lambda_{\text{κόκκινο}} = 6,5 \times 10^{-7} \text{ m}$$

Μπορούμε να επαναλάβουμε αυτή τη διαδικασία για φως οποιουδήποτε άλλου μήκους κύματος. Αν, για παράδειγμα, χρησιμοποιήσουμε ένα μπλε-ιώδες φίλτρο για την επιλογή του φωτός, βρίσκουμε:

$$\lambda_{\text{μπλε-ιώδες}} = 4,5 \times 10^{-7} \text{ m}$$

Άλλα τυπικά μήκη κύματος που μετρήθηκαν με παρόμοιο τρόπο δίνονται στον πίνακα 1.

Πίνακας 1 Μήκη κύματος του φωτός στο κενό

A. Τα μήκη κύματος των χρωμάτων του φάσματος (σε nanometer). Το ορατό φάσμα εκτείνεται περίπου από 400 nm στο βαθύ ιώδες μέχρι 750 nm στο βαθύ κόκκινο ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$).

Ιώδες	< 450
Μπλε	450-500
Πράσινο	500-570
Κίτρινο	570-590
Πορτοκαλί	590-610
Κόκκινο	> 610

B. Τα μήκη κύματος για μερικές από τις πιο έντονες γραμμές στα φάσματα κοινών αερίων (σε nanometer).

Λίθιο	Νέον	Νάτριο
610,36	540,06	589,0
670,78	583,25	589,6
	585,25	
Υδράργυρος	640,22	Κάλιο
435,84		404,4
546,07		404,7

Τα χρώματα τα σχετικά με καθορισμένα μήκη κύματος καλούνται απλά χρώματα. Είναι τα ίδια χρώματα που βλέπομε στο ουράνιο τόξο (χρώματα της ίριδας). Όμως δεν είναι όλα τα χρώματα που βλέπομε αυτού του τύπου. Το μενεξεδί (πορφυρό) δεν είναι απλό χρώμα. Αν κάνομε ένα πείραμα συμβολής, για να αναλύσομε το φως, που περνά μέσα από ένα μενεξεδί φίλτρο, βρίσκομε ότι αποτελείται από μπλε και κόκκινο φως. Στην πραγματικότητα η όραση των χρωμάτων είναι πολύ περίπλοκη. Βλέπομε καμία φορά κάτι που φαίνεται σαν κάποιο συγκεκριμένο απλό χρώμα, όταν στην πραγματικότητα εισέρχεται στα μάτια μας φως μόνον από άλλα μήκη κύματος. Η ανάλυση του φωτός μας επιτρέπει να χαρακτηρίσομε το φως με ακρίβεια, σύμφωνα με το μήκος κύματος, από τη θέση των μεγίστων και των ελαχίστων σε μια εικόνα συμβολής. Με αυτόν τον τρόπο οι εικόνες συμβολής επεκτείνουν τις γνώσεις μας πολύ μακρύτερα από όσο θα μπορούσαμε να μάθομε με γυμνό μάτι.

Μπορείτε και εσείς να κάνετε τα πειράματα που περιγράψαμε. Πραγματικά, μπορείτε να ελέγξετε τον υπολογισμό μας για το κόκκινο και μπλε-ιώδες φως, κάνοντας μόνον μερικές μετρήσεις στο σχήμα 25-3(β). Η φωτογραφία αυτή έχει ληφθεί με μια πηγή λευκού φωτός και δυο σχισμές. Σχηματίσαμε τις δυο διαφορετικές εικόνες που βλέπετε, στην ίδια φωτογραφία, τη μια πάνω και την άλλη κάτω, τοποθετώντας στην πορεία του φωτός μεταξύ της πηγής και του φωτογραφικού φιλμ, ένα κόκκινο φίλτρο στο επάνω τμήμα και ένα μπλε-ιώδες στο κάτω τμήμα. Ο λόγος των αποστάσεων των κροσσών στις δυο εικόνες πρέπει να αντιστοιχεί στο λόγο των μηκών κύματος για το κόκκινο και για το μπλε-ιώδες φως. Κάνοντας μετρήσεις στις φωτογραφίες βρίσκομε ότι η από-

σταση των κροσσών στην κόκκινη εικόνα είναι μεγαλύτερη παρά στη μπλε-ιώδη κατά ένα παράγοντα περίπου 1,4. Μπορούμε να συγκρίνουμε αυτή την τιμή με το λόγο των μηκών κύματος, που έχουν μετρηθεί ανεξάρτητα

$$\frac{\lambda_{\text{κόκκινο}}}{\lambda_{\text{μπλε-ιώδες}}} = \frac{6,5 \times 10^{-7} \text{ m}}{4,5 \times 10^{-7} \text{ m}} \approx 1,4$$

Πετύχαμε λοιπόν να δείξουμε ότι τα απλά χρώματα του φωτός συνδέονται άμεσα με το μήκος κύματος στο κενό. Μετρήσαμε το μήκος κύματος ενός χρώματος μετρώντας την απόσταση των κροσσών στην εικόνα συμβολής από δυο σχισμές. Έχουμε λοιπόν ένα πρωτόγονο φασματοσκόπιο, του οποίου καταλαβαίνουμε τη λειτουργία.

Μπορούμε να κατασκευάσουμε ένα πολύ πιο αποτελεσματικό φασματοσκόπιο, που διαχωρίζει καλύτερα τα χρώματα του φωτός, αν μεταχειρισθούμε πολλές σχισμές σε ίσες αποστάσεις. Το αποτέλεσμα των πολλών σχισμών είναι η ενίσχυση του φωτός, που δγαίνει από τις σχισμές σε κάθε κατεύθυνση μέγιστης εντάσεως, οπότε γίνονται πιο σαφή τα μέγιστα για κάθε μήκος κύματος. Αυτά τα όργανα είναι γνωστά ως φασματοσκόπια φράγματος και χρησιμοποιούνται συχνά για την ανάλυση του φωτός σε συνιστώσες διαφόρων μηκών κύματος. Σε μερικές χρήσεις αυτά τα φασματοσκόπια υπερτερούν αυτών που μεταχειρίζονται ένα πρίσμα για να αναλύσουν το φως σε φάσμα χρωμάτων.

3. Κροσσοί συμβολής έχουν παραχθεί με το κίτρινο φως του νατρίου χρησιμοποιώντας δυο σχισμές. Η απόσταση που παρατηρείται μεταξύ των δεσμών είναι 1,0 mm. Ποια θα ήταν η απόσταση, αν είχε χρησιμοποιηθεί το ιώδες φως του καλίου με το ίδιο σύστημα;
4. Οι κόκκινοι και μπλε κροσσοί συμβολής στο σχήμα 25-3 (δ) έγιναν με την ίδια διπλή σχισμή. Αν θέλετε να ταιριάσουν οι δεσμοί του κόκκινου φωτός με τους δεσμούς του μπλε φωτός, θα χρειάζοσαστε σχισμές σε μικρότερη ή μεγαλύτερη απόσταση μεταξύ τους;
5. Στο σχήμα 25-3 (δ) υπάρχουν δεσμοί στην κόκκινη εικόνα, που συμπίπτουν με δεσμούς στη μπλε εικόνα κοντά στο κέντρο της φωτογραφίας.
 - (α) Πόσες κόκκινες και πόσες μπλε ραβδώσεις μετράτε μέχρι το σημείο όπου οι δεσμοί συμπίπτουν πάλι;
 - (β) Τι σας λέει αυτό για το λόγο των μηκών κύματος των δυο χρωμάτων;

25-3 Περίθλαση: Φαινόμενο συμβολής από μια σχισμή;

Αν χαράξετε σε ένα διάφραγμα μόνον μια σχισμή με ένα ξυραφάκι (ή με μια δελόνα για λίγο μεγαλύτερο άνοιγμα) και παρατηρήσετε μέσα από αυτή μια πηγή λευκού φωτός, θα δείτε κάτι σαν κι αυτό που δείχνει η φωτογραφία στο σχήμα 25-3 (γ). Υπάρχει μια πλατιά φωτεινή κεντρική

περιοχή και έγχρωμες περιοχές μικρότερης εντάσεως από τη μια πλευρά και την άλλη. Με φως ενός χρώματος η εικόνα είναι παρόμοια. Το σχήμα 25-3 (δ) δείχνει τι θα βρίσκατε, αν μεταχειριζόσαστε μια πηγή κόκκινου φωτός. Θα βρίσκατε ένα φωτεινό κέντρο και κατόπιν σκοτεινές περιοχές που εναλλάσσονται με διαδοχικά λιγότερο έντονες φωτεινές περιοχές.

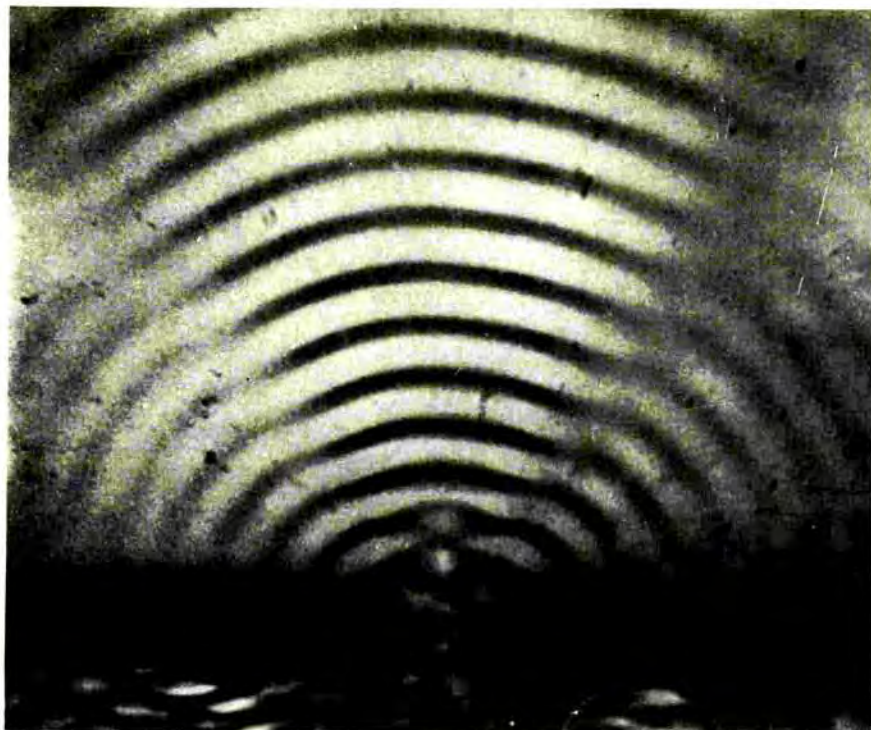
Παρόλο που το σχήμα των φωτεινών και σκοτεινών περιοχών διαφέρει από την εικόνα του Young, η ομοιότητα είναι αρκετή για να δημιουργήσει την υποψία ότι πρόκειται για εικόνα συμβολής. Υπάρχουν ελάχιστα (δεσμοί) και μέγιστα στο φως ενός χρώματος καθώς επίσης και χρωματικά φαινόμενα όταν μεταχειριζόμαστε λευκό φως. Επειδή αυτό το φαινόμενο συμβολής συμβαίνει με μια μόνο σχισμή, μπορεί να δημιουργήσει αμφιβολίες για την ορθότητα της ερμηνείας μας των κροσσών του Young. Για να διευκρινίσουμε το θέμα, θα μελετήσουμε πιο προσεκτικά τη συμπεριφορά του φωτός, που περνά μέσα από μια μόνο σχισμή.

Αν επανέλθουμε στην προηγούμενη συζήτησή μας για το φως, που περνά από μια σχισμή (παράγρ. 23-7), παρατηρούμε ότι η μια σχισμή δεν ενεργεί σαν σημειακή πηγή κυμάτων, εκτός αν το πλάτος της είναι μικρότερο από ένα μήκος κύματος. Οι σχισμές που μεταχειριζόμαστε συνήθως για την παρατήρηση περιθλάσεως ή συμβολής του φωτός είναι πολύ πλατύτερες από το μήκος κύματος του φωτός. (Οι πιο στενές σχισμές που χαράζουμε με ένα ξυραφάκι καθώς κι οι πλατύτερες που δημιουργούνται με μια βελόνα έχουν πλάτος πολλών μηκών κύματος). Το πλάτος τους είναι ίσως 10^{-1} mm, ενώ το μήκος κύματος του φωτός είναι μεταξύ 4 και 7×10^{-4} mm. Η εξήγηση των εικόνων συμβολής, που παρατηρούμε στο φως, το οποίο περνά από μια μοναδική σχισμή, πρέπει να βρεθεί αν εξετάσουμε τη συμπεριφορά του φωτός καθώς περνά από μια στενή σχισμή, ακόμη και αν έχει πλάτος πολλών μηκών κύματος.

Στο σχήμα 23-20 είδαμε πώς απλώνονται ή περιθλώνται ευθύγραμμα κύματα που οδεύουν μέσα από μια στενή σχισμή σε μια δεξαμενή κυμάτων. Τα κύματα από την άλλη πλευρά του φράγματος σε μακρινή απόσταση δημιουργούνται από τη διάδοση των λόφων και κοιλάδων που εισέρχονται στη σχισμή. Αντί να δημιουργήσουμε τους λόφους και κοιλάδες στη σχισμή με την πρόσπτωση ενός ευθύγραμμου κύματος, είναι ίσως δυνατόν να τις δημιουργήσουμε με μια σειρά σημειακών πηγών, που ανεδοκατεβαίνουν μαζί στη θέση της σχισμής. Για να ελέγξουμε αυτή την ιδέα, ας αντικαταστήσουμε τη σχισμή με μια σειρά πολύ μικρών σημειακών πηγών σε απόσταση μεταξύ τους ίση με μικρό κλάσμα του μήκους κύματος. Θα μεταχειρισθούμε αρκετές πηγές, ώστε να γεμίσουν τελείως το χώρο της σχισμής. Αν τώρα οι πηγές λειτουργήσουν με την ίδια φάση και συχνότητα, όπως το αρχικό κύμα, παρατηρούμε (σχ. 25-5) ότι η εικόνα που παράγεται είναι πραγματικά όμοια με την εικόνα της περιθλάσεως από τη σχισμή.

Φαίνεται λοιπόν λογικό ότι η εικόνα των κυμάτων που δημιουργούνται, όταν ευθύγραμμα κύματα περιθλώνται από μια σχισμή, είναι η ίδια με την εικόνα που σχηματίζεται με τα κύματα από ένα μεγάλο αριθμό σημειακών πηγών, που είναι ομοιόμορφα τοποθετημένες στο πλάτος της σχισμής. Θα δεχθούμε τώρα ότι ισχύει αυτή η ισοδυναμία και θα προ-

Σχήμα 25-5 Εικόνα περιθλάσεως ευθυγράμμων κυμάτων που περνούν από μία σχισμή. Κάτω, εικόνα συμβολής από μία σειρά από ισαπέχουσες σημειακές πηγές που τοποθετούνται στο πλάτος της σχισμής. Κοντά στις πηγές η επίδραση της αποστάσεως των πηγών προκαλεί κάποιες διαφορές στις δυο εικόνες. Σε μακρινή απόσταση οι δυο εικόνες είναι όμοιες.



σπαθήσουμε να εξηγήσουμε τις εικόνες συμβολής που παρατηρούμε μέσα από μια μοναδική σχισμή με επαλληλία των κυμάτων από τις ισοδύναμες σημειακές πηγές στη σχισμή. Αυτή η γενική μέθοδος για την πρόβλεψη της διαδόσεως κυμάτων με την αντικατάσταση των μετώπων κύματος με σημειακές πηγές εφαρμόστηκε από τον Huygens (Χούγκενς) σε μια σειρά προβλημάτων που συμπεριλαμβάνουν την ανάκλαση και διάθλαση.

6. Όταν ευθύγραμμα κύματα οδεύουν μέσα από μια στενή σχισμή σε ένα δοχείο κυματισμών, μπορούμε να παρατηρήσουμε μια εικόνα συμβολής. Με ποιον άλλο τρόπο μπορεί να δημιουργηθεί μια εικόνα συμβολής σε ένα δοχείο κυματισμών;
7. Να συγκρίνετε το σχήμα 25-3 (δ) με το πάνω μέρος του σχήματος 25-3 (β). Τι διαφορές παρατηρείτε μεταξύ της εικόνας που παράγεται από δυο σχισμές και της εικόνας που παράγεται από μια σχισμή;

25-4 Θεωρία περιθλάσεως από μια σχισμή.

Στη μελέτη μας των κροσσών συμβολής από μια πυκνή σειρά από σημειακές πηγές, που καταλαμβάνουν το πλάτος μιας σχισμής, θα εξετάσουμε την εικόνα μόνο σε μεγάλες αποστάσεις σε σύγκριση με το πλάτος της σχισμής. Τα κύματα που φθάνουν σε ένα μακρινό σημείο έχουν μεταδοθεί από τις πηγές κατά μήκος διαδρομών που είναι σχεδόν παράλληλες (σχ. 25-6). Αρχίζουμε με το συνολικό κύμα, που παράγεται από τις πηγές σε ένα μακρινό σημείο ακριβώς μπροστά στη σχισμή. Τα μήκη των διαδρομών από όλες τις πηγές φθάνουν εκεί συγχρόνως. Αυτή η ενίσχυση όλων των επί μέρους κυμάτων σημαίνει ότι κατά μήκος της κεντρικής ευθείας διαδίδεται ισχυρό κύμα.

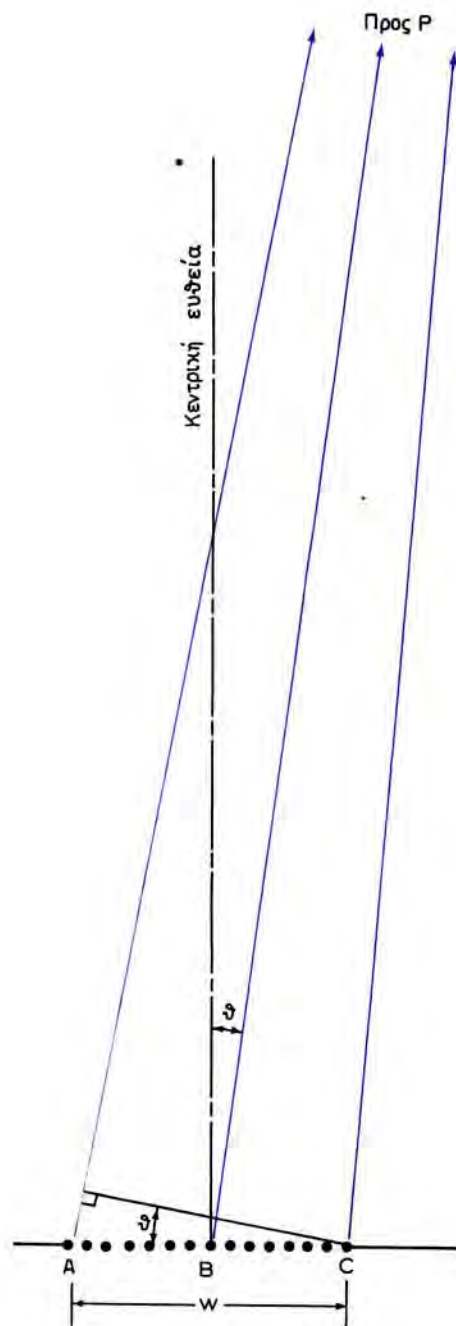
Εξετάζουμε κατόπιν ένα σημείο P έξω από την κεντρική ευθεία, έτσι ώστε η γωνία θ μεταξύ της BP και της κεντρικής γραμμής στο σχήμα 25-6 δεν είναι πια μηδέν. (Το σημείο B είναι στο κέντρο της σχισμής). Επειδή η PB είναι ουσιαστικά παράλληλη προς την PA, η γωνία μεταξύ της PA και της κεντρικής γραμμής είναι επίσης θ . Αλλά η PA είναι κάθετη στο μέτωπο του κύματος: η κεντρική ευθεία είναι κάθετη στην ευθεία των πηγών, επομένως η γωνία μεταξύ του μετώπου του κύματος και της ευθείας των πηγών είναι επίσης θ . Τα μήκη των τροχιών από τις διάφορες πηγές στο σημείο P δεν είναι πια ίσα. Ειδικότερα η PC είναι μικρότερη από την PA. Οι επιμέρους λόφοι (μέγιστα) δεν φθάνουν στο P συγχρόνως και το ολικό κύμα είναι ασθενέστερο από όσο είναι στην κεντρική ευθεία.

Κινούμε τώρα το P μακρύτερα από την κεντρική γραμμή, ώστε η γωνία να αυξηθεί, ώσπου η διαφορά στα μήκη των διαδρομών μέχρι τα δυο άκρα της σχισμής να γίνει:

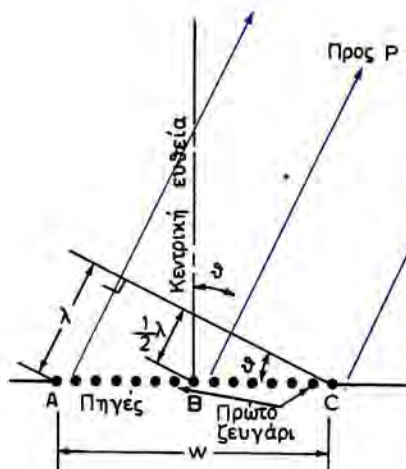
$$PA - PC = \lambda$$

Σ' αυτό το σημείο $\sin \theta = \lambda/w$, όπως βλέπουμε στο σχήμα 25-7. Επίσης, όπως δείχνει το ίδιο σχήμα, $PB - PC = \lambda/2$.

Μπορούμε τώρα να δείξουμε ότι τα κύματα, που φθάνουν υπό αυτή τη γωνία σε ένα μακρινό σημείο P από τις επιμέρους πηγές, αλληλοαναι-



Σχήμα 25-6 Ακτίνες φωτός από διάφορες πηγές προς ένα μακρινό σημείο P (πέρα από το πάνω μέρος της σελίδας) είναι σχεδόν παράλληλες. Αν όμως το μακρινό σημείο δεν βρίσκεται στην κεντρική ευθεία οι διαδρομές έχουν διαφορετικά μήκη.



Σχήμα 25-7 Όταν $\sin \theta = \lambda/w$, τα κύματα από τις πηγές αλληλοαναιρούνται.

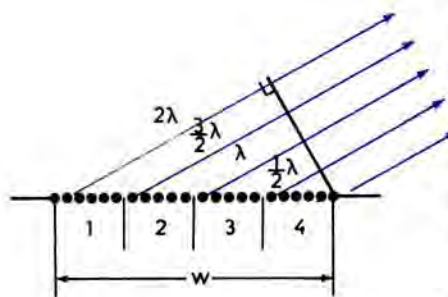
ρούνται. Έτσι η ολική ένταση σε μεγάλη απόσταση σ' αυτή την κατεύθυνση είναι μηδενική.

Για να καταλάβουμε αυτή την αλληλοεξουδετέρωση, σχηματίζουμε ζευγάρια των πηγών που εξουδετερώνονται. Εξετάστε τις πηγές ακριβώς αριστερά από τα C και B. Παράγουν μέγιστα (λόφους) στο P, που φθάνουν με διαφορά $1/2$ μήκους κύματος. Με άλλα λόγια, στο P ένα ελάχιστο (κοιλιάδα) από μια από αυτές τις πηγές φθάνει συγχρόνως με ένα μέγιστο από την άλλη και εξουδετερώνεται. Το ίδιο πράγμα συμβαίνει αν κινηθούμε στο επόμενο ζευγάρι πηγών προς τα αριστερά, τα δεύτερα σημεία αριστερά από τα C και B αντίστοιχα. Έχουμε πάλι το ίδιο αποτέλεσμα για το τρίτο ζευγάρι, το τέταρτο ζευγάρι και όλα τα ζευγάρια που ακολουθούν. Έτσι έχουμε προσθέσει τις επιδράσεις όλων των πηγών· όλες εξουδετερώνονται κατά ζευγάρια και δεν υπάρχει συνισταμένη διαταραχή στο P. Δεν έχει σημασία η σειρά με την οποία προσθέτουμε τις επιδράσεις όλων των πηγών, θα καταλήξουμε πάντα στο ίδιο αποτέλεσμα. Το τέχνασμα της προσθήσεως των πηγών ανά δύο είναι μόνον ένας εύκολος τρόπος να βρούμε ποιο είναι το αποτέλεσμα. Δείξαμε λοιπόν ότι συμβαίνει πλήρης εξουδετέρωση κυμάτων στη γωνία θ , που δίνεται από $\sin \theta = \lambda/w$.

Καθώς η γωνία θ μεγαλώνει, η εξουδετέρωση δεν είναι πια τέλεια και η ένταση αυξάνεται. Περνά από ένα μέγιστο και κατόπιν πέφτει πάλι στο μηδέν, όταν $\sin \theta = 2 \lambda/w$. Μπορούμε να καταλάβουμε την εξουδετέρωση σ' αυτή τη γωνία εξετάζοντας το σχήμα 25-8. Όλες οι πηγές στο διάστημα 1 του σχήματος μπορούν να συνδυασθούν με αντίστοιχες πηγές στο διάστημα 2 και έτσι όλα τα ζευγάρια εξουδετερώνονται και οι πηγές στο διάστημα 3 μπορούν να συνδυασθούν με πηγές στο διάστημα 4 και να γίνει πλήρη εξουδετέρωση. Επομένως η ένταση σ' αυτή την κατεύθυνση είναι μηδενική.

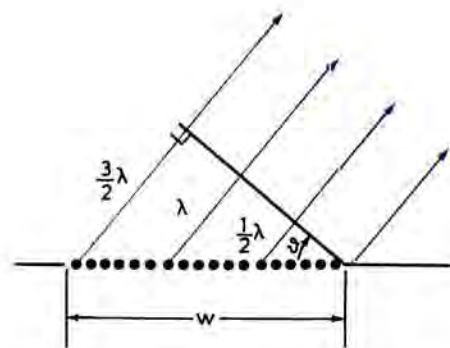
Είναι φυσικό να περιμένουμε να γίνει η ένταση μέγιστη στο μέσο περίπου μεταξύ του $\sin \theta = \lambda/w$ και $\sin \theta = 2\lambda/w$, κοντά στο $\sin \theta = 3/2 \lambda/w$. Σ' αυτή τη γωνία (σχ. 25-9) μπορούμε να ξεχωρίσουμε τις πηγές σε τρία διαστήματα με διαφορά δρόμου $1/2 \lambda$ μεταξύ των άκρων τους. Θεωρώντας τις πηγές κατά ζεύγη στα δυο διαστήματα στα δεξιά, βρίσκουμε, όπως προηγουμένως, ότι εξουδετερώνονται όλες. Απομένει μόνο το τρίτο διάστημα. Οι επιδράσεις των δύο πηγών στα άκρα του τρίτου διαστήματος εξουδετερώνονται. Αλλά δεν υπάρχουν άλλες πηγές που να μπορούν να συνδυασθούν ανά δύο με αυτό τον τρόπο. Επομένως θα υπάρχει τουλάχιστον μερική ενίσχυση για $\sin \theta = 3/2 \lambda/w$, αλλά η ένταση είναι μικρότερη από ό,τι θα παρατηρούσαμε στην κεντρική ευθεία διότι τώρα έχουμε μόνο το ένα τρίτο των πηγών στη σχισμή. Επομένως η ένταση του φωτός σ' αυτό το μέγιστο είναι σημαντικά μικρότερη από το μέγιστο στην κεντρική ευθεία, όπου όλες οι πηγές από τη σχισμή συνεισφέρουν ενισχυτικά.

Πέρα από το δεσμό στο $\sin \theta = 2\lambda/w$, καθώς το $\sin \theta$ αυξάνει, η ένταση αυξάνει σε ένα ακόμη ασθενέστερο μέγιστο κοντά στο $5/2 \lambda/w$ και πέφτει πάλι στο μηδέν στο $3\lambda/w$. Εξακολουθεί να ανεβαίνει και να πέφτει, καθώς αυξάνει η θ , ενώ τα μέγιστα γίνονται διαδοχικά ασθενέστερα, όπως φαίνεται στο σχήμα 25-10.



Σχήμα 25-8 Όταν $\sin \theta = 2\lambda/w$, γίνεται αλληλοεξουδετέρωση των κυμάτων.

8. Γιατί η μερική ενίσχυση που αναφέρεται στο σχήμα 25-9 για συμβολή από μια σχισμή είναι τόσο πολύ μικρότερη από το κεντρικό μέγιστο για την ίδια σχισμή;
9. (α) Όταν μέσα από μια σχισμή με πλάτος 1 mm περνά κίτρινο φως, σε ποιες γωνίες είναι οι τρεις πρώτοι δεσμοί (ελάχιστα) στην εικόνα περιθλάσεως;
(β) Αν η σχισμή είναι 10 φορές πιο πλατιά;
(γ) Αν το πλάτος μειωθεί στο 1/10;
10. Στο σχήμα 25-6, πώς θα επηρεασθεί η εικόνα συμβολής;
(α) Αν σκεπάσετε το δεξιό μισό των πηγών;
(β) Αν σκεπάσετε το ακραίο αριστερά τεταρτημόριο και το ακραίο δεξιό τεταρτημόριο των πηγών;



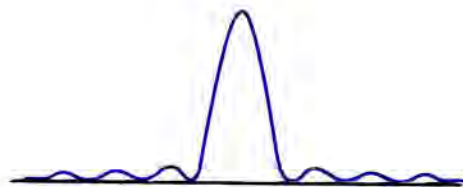
Σχήμα 25-9 Όταν $\sin \theta = 3\lambda/2w$, παρατηρείται μερική ενίσχυση των κυμάτων.

25-5 Πειραματικοί έλεγχοι με μια και δυο σχισμές.

Έχουμε τώρα μια θεωρία, που συνδέει την εμφάνιση της εικόνας περιθλάσεως με το πλάτος της σχισμής και το μήκος κύματος του φωτός. Είναι δυνατόν να εξηγηθούν με αυτή τη θεωρία όλες οι παρατηρήσεις; Για να δεβαιωθούμε πρέπει να κατασκευάσουμε σχισμές με πλάτος καθορισμένο με ακρίβεια και να μετρήσουμε τις αποστάσεις από την κεντρική ευθεία ως τις σκοτεινές περιοχές που υπάρχουν στην εικόνα περιθλάσεως μονοχρωματικού φωτός. Όταν κάνουμε τέτοιες μετρήσεις, βρίσκουμε ότι η απόσταση μεταξύ των δεσμών στα άκρα της εικόνας είναι σταθερή. Επίσης, όπως αναμένουμε, η απόσταση από τη μια άκρη στην άλλη της κεντρικής φωτεινής ταινίας είναι διπλάσια από την απόσταση μεταξύ διαδοχικών δεσμών. [Μετρήστε τα μόνοι σας στο σχήμα 25-3 (δ)]. Επιπλέον οι εντάσεις των μεγίστων ελαττώνονται με την απόσταση από το κέντρο, όπως προβλέπει η θεωρία. Έχουμε λοιπόν λόγους να πιστεύουμε ότι η θεωρία είναι ορθή.

Τέλος, μπορούμε να βρούμε το μήκος κύματος του φωτός, αν μετρήσουμε την απόσταση μεταξύ του κέντρου της εικόνας και του πρώτου δεσμού. Έχοντας υπόψη ότι: $x/L = \sin \theta = \lambda/w$, βρίσκουμε τιμές του λ για φως διαφόρων χρωμάτων. Αυτές οι τιμές είναι ίδιες με τις τιμές που βρίσκονται με τη χρήση φασματοσκοπίων με δυο ή πολλές σχισμές. Η ερμηνεία που δώσαμε στο πείραμα του Young και στην περίθλαση μοναδικής σχισμής είναι πιθανόν ορθή.

Μπορούμε τώρα να δούμε γιατί δεν χρειάστηκε να λάβουμε υπόψη τις εικόνες περιθλάσεως μοναδικών σχισμών όταν αναλύσαμε το πείραμα του Young. Εκτελέσαμε το πείραμα του Young με δυο πολύ στενές σχισμές (χαραγμένες με δυο λεπίδες ξυραφιών). Για τέτοιες σχισμές η κεντρική φωτεινή περιοχή της εικόνας περιθλάσεως κάθε σχισμής καλύπτει μια μάλλον μεγάλη γωνία. Σε αρκετά μεγάλη απόσταση από τις σχισμές οι κεντρικές φωτεινές περιοχές επικαλύπτονται σε μεγάλο βαθμό και σ' αυτή την περιοχή επικάλυψης παρατηρούμε την απλή εικόνα με δυο σχισμές (διπλής σχισμής). Τα άλλα μέγιστα στην εικόνα περιθλάσεως μιας μοναδικής σχισμής δημιουργούνται σε μεγάλη από-



Σχήμα 25-10 Εικόνα περιθλάσεως μιας σχισμής για φως ορισμένου μήκους κύματος. Η ένταση του φωτός σχεδιάζεται στον κάθετο άξονα ως συνάρτηση της αποστάσεως από την κεντρική ευθεία.

Σχήμα 25-11 Όταν δυο πανομοιότυπες, αρκετά πλατιές σχισμές, χρησιμοποιούνται για την παραγωγή μιας εικόνας συμβολής και όταν η απόστασή τους είναι συγκρίσιμη με το πλάτος τους, η εικόνα που παράγεται συνδυάζει τα χαρακτηριστικά μιας εικόνας περιθλάσεως μιας σχισμής και μιας εικόνας συμβολής δυο σχισμών.



σταση από τη μια μεριά και την άλλη και είναι πολύ ασθενικά, ώστε δεν μπορούν να παρατηρηθούν εύκολα. Για να γίνει αυτό πρέπει οι σχισμές να πλατύνουν (βλ. σχ. 25-11).

11. Στο σχήμα 25-11, να βρείτε τις σκοτεινές περιοχές που προκαλούνται από την περιθλαση κάθε μοναδικής σχισμής και τις σκοτεινές ραβδώσεις που προκαλούνται από συμβολή μεταξύ των σχισμών.
12. Πώς θα αλλάζατε την πειραματική διάταξη με την οποία πήραμε την εικόνα του σχήματος 25-11, έτσι ώστε να έχουμε περισσότερες φωτεινές ταινίες συμβολής δυο σχισμών σε ίσες αποστάσεις στην κεντρική φωτεινή περιοχή της εικόνας;
13. Αναφέρθηκε στην παράγραφο 25-1 ότι οι σχισμές του σχήματος 25-2 πρέπει να είναι πολύ κοντά. Γιατί πρέπει επίσης να είναι οι σχισμές πολύ στενές;
14. (α) Στο σχήμα 25-11, πόσες δεσμικές γραμμές της εικόνας συμβολής δυο σχισμών υπάρχουν στο κεντρικό μέγιστο της εικόνας μιας σχισμής;
(β) Τι σας δείχνει αυτό για το λόγο του πλάτους των σχισμών προς την απόσταση μεταξύ τους;

25-6 Ηλεκτρομαγνητικά κύματα και το ηλεκτρομαγνητικό φάσμα.

Η μελέτη μας για τα κύματα άρχισε με την παρατήρηση κυμάτων που οδεύουν κατά μήκος ενός σπειροειδούς ελατηρίου και συνεχίστηκε με την παρατήρηση κυμάτων σε μια δεξαμενή κυματισμών. Και στις δυο περιπτώσεις μπορέσαμε να παρατηρήσουμε την κίνηση του μέσου που φέρει τα κύματα. Τώρα που ερμηνεύσαμε με επιτυχία ένα μεγάλο αριθμό οπτικών φαινομένων με το κυματικό μοντέλο, είναι φυσικό να διερωτηθούμε τι είναι αυτό που φέρει τα κύματα του φωτός. Είναι φανερό ότι τα κύματα φωτός δεν απαιτούν ένα υλικό μέσο· τα κύματα φωτός ταξιδεύουν μέσα από το πιο υψηλό κενό – τον αστρικό χώρο. Τι είναι λοιπόν αυτό που υφίσταται κυματισμό;

Οι γνώσεις που έχουμε σήμερα για τη φύση του φωτός βασίζονται στις εργασίες του James Clerk Maxwell (Τζέιμς Κλερκ Μάξγουελ), που εκπονήθηκαν στα μέσα του δέκατου ένατου αιώνα. Επεκτείνοντας τους γνωστούς νόμους του ηλεκτρισμού και μαγνητισμού, ο Maxwell έδειξε ότι, όταν ένα ηλεκτρικό φορτίο επιταχύνεται, παράγει ηλεκτρικά και

μαγνητικά πεδία που κινούνται στο χώρο με την ταχύτητα του φωτός. Ειδικότερα, αν το ηλεκτρικό φορτίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με συχνότητα ν , δημιουργεί ηλεκτρικά και μαγνητικά πεδία που απλώνονται σαν ένα κύμα με συχνότητα ν και μήκος κύματος $\lambda = c/\nu$.

Η μαθηματική ανάλυση αυτών των αποτελεσμάτων ξεφεύγει από τα όρια αυτού του μαθήματος. Μπορούμε όμως να κάνουμε μια επισκόπηση των πειραματικών αποτελεσμάτων, που παρατηρούνται, όταν επιταχύνεται ένα ηλεκτρικό φορτίο. Σε ένα ραδιοφωνικό πομπό τα φορτία κινούνται παλινδρομικά στην κεραία, έτσι ώστε η κίνησή τους να είναι ουσιαστικά απλή αρμονική ταλάντωση. Τα ραδιοφωνικά κύματα που εκπέμπονται από την κεραία μεταδίδονται με ταχύτητα 3×10^8 m/s. Με διάφορα κυκλώματα και κεραίες μπορούμε να κατασκευάσουμε πομπούς, που εκπέμπουν ραδιοφωνικά κύματα σε συχνότητες από 10^4 hertz περίπου μέχρι 3×10^{11} hertz.

Έτσι τα μήκη κύματος αυτού του είδους κυμάτων – που μπορούν να μετρηθούν με συμβολή – κυμαίνονται από 30 km περίπου μέχρι την περιοχή του 1 mm. Στο άκρο προς τα μεγάλα μήκη κύματος τα κύματα αυτά υφίστανται περίθλαση γύρω από αντικείμενα διαστάσεων της τάξεως του ενός μέτρου. Στο άκρο προς τα μικρά μήκη κύματος τα κύματα συμπεριφέρονται όλο και περισσότερο σαν το φως, σχηματίζουν αρκετά σαφείς σκιές και ανακλώνται και διαθλώνται όπως το φως.

Για βραχύτερα ακόμη μήκη κύματος αναφερόμαστε στη θερμική κίνηση των ατόμων και των μορίων που περιλαμβάνει ταλαντώσεις σε υψηλότερες συχνότητες. Αυτό μας φέρνει στην περιοχή μηκών κύματος που εκπέμπονται από φωτεινές πηγές που είναι οι λαμπτήρες πυρακτώσεως. Πέρα από αυτό, μπορούμε να λάβουμε μια ιδέα για τις συχνότητες της κινήσεως των ηλεκτρονίων γύρω από τον πυρήνα από το μοντέλο του Rutherford (Ράδερφορντ) (παράγρ. 17-1). Στο μοντέλο αυτό, αρνητικά φορτισμένα ηλεκτρόνια κινούνται σε κυκλικές τροχιές γύρω από ένα θετικά φορτισμένο πυρήνα που φέρει Z στοιχειώδη φορτία. Για να κινηθεί το ηλεκτρόνιο σε κυκλική τροχιά ακτίνας r γύρω από τον πυρήνα, πρέπει η ηλεκτρική (ηλεκτροστατική) δύναμη

$$k \frac{Ze^2}{r^2}$$

να είναι κεντρομόλος δύναμη, άρα ίση με:

$$\frac{m \cdot v^2}{r}$$

Δηλαδή:

$$k \frac{Ze^2}{r^2} = \frac{m v^2}{r} \quad (1)$$

Αν λύσουμε την εξίσωση (1) ως προς v έχουμε:

$$v = \sqrt{\frac{kZe^2}{mr}} \quad (2)$$

Η ταχύτητα επάνω στην τροχιά μπορεί να εκφραστεί ως συνάρτηση του αριθμού περιστροφών ανά δευτερόλεπτο, ν :

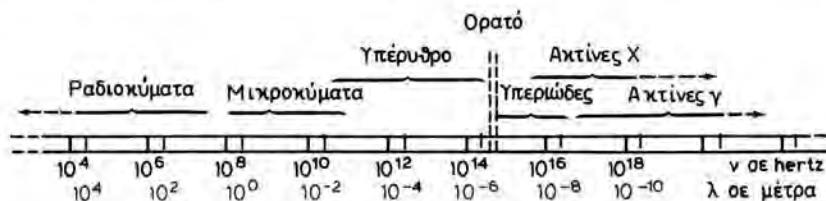
$$v = 2\pi\nu \quad (3)$$

Αντικαθιστώντας την έκφραση για το v από την εξίσωση (2) στην εξίσωση (3) και λύνοντας ως προς ν βρίσκουμε:

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{kZe^2}{mr}} \quad (4)$$

Γνωρίζουμε την τιμή του Z για διάφορα χημικά στοιχεία από τη σκέδαση σωματιδίων άλφα. Δεν γνωρίζουμε το r , επομένως το καλύτερο που μπορούμε να κάνουμε είναι να οδηγηθούμε από έμμεσες μετρήσεις ακτίνων ατόμων. Για να εκτιμήσουμε την περιοχή συχνοτήτων, που μπορεί να παρατηρηθούν, υπολογίζουμε το ν για $Z = 1$ και $r = 2 \times 10^{-10} \text{ m}$ και $Z = 50$ και $r = 1 \times 10^{-11} \text{ m}$. Τα αποτελέσματα είναι περίπου $9 \times 10^{14} \text{ hertz}$ και $6 \times 10^{17} \text{ hertz}$ αντίστοιχα. Αυτές οι συχνότητες, που είναι υπερβολικά μεγάλες για να μετρηθούν άμεσα, αντιστοιχούν σε μήκη κύματος $3,3 \times 10^{-7} \text{ m}$ και $5 \times 10^{-10} \text{ m}$. Αυτή είναι η περιοχή του κοντινού υπεριώδους και της ακτινοβολίας ακτίνων X . Ακόμη βραχύτερα μήκη κύματος εκπέμπονται από την κίνηση των πρωτονίων μέσα στον πυρήνα (ακτίνες γ).

Σε όλη την περιοχή του φάσματος, η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία έχει την κύρια ιδιότητα των κυμάτων – ικανοποιεί την αρχή της επαλληλίας. Η απόδειξη για την ύπαρξη ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων είναι τώρα ισχυρότατη (βλ. σχ. 25-12).

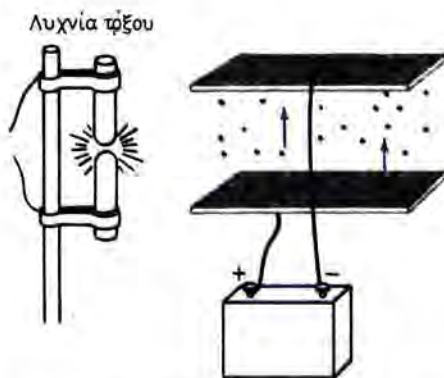


Σχήμα 25-12 Το ηλεκτρομαγνητικό φάσμα: Είναι μία συνεχής περιοχή ακτινοβολίας, που εκτείνεται από τις ακτίνες γάμα ως τα ραδιοφωνικά κύματα. Τα ονόματα που περιγράφουν τα διάφορα τμήματα του φάσματος έχουν ιστορική προέλευση. Παρέχουν μόνον μία κατάλληλη κατάταξη με βάση την πηγή της ακτινοβολίας. Η φυσική υπόσταση της ακτινοβολίας είναι η ίδια σε όλη την έκταση του φάσματος. Σε όλα τα τμήματα έχει την ίδια ταχύτητα, την ίδια ηλεκτρομαγνητική υπόσταση και η μόνη διαφορά από το ένα τμήμα του φάσματος στο άλλο είναι η συχνότητα και το μήκος κύματος. Αυτές οι περιοχές με ιστορικά ονόματα επικαλύπτονται, αλλά τα ονόματα δίνουν μια ιδέα για τις πιο συνηθισμένες πηγές των κυμάτων: Ραδιοκύματα και μικροκύματα από ηλεκτρόνια που κινούνται σε αγωγούς· υπέρυθρο από θερμά αντικείμενα· ορατό φως από πολύ θερμά αντικείμενα· υπεριώδες από ηλεκτρικά τόξα και εκκενώσεις αερίων· ακτίνες X από ηλεκτρόνια που κτυπούν ένα στόχο· ακτίνες γάμα από πυρήνες ραδιενεργών ατόμων.

15. Στο σχήμα 25-12, γιατί οι υποδιαιρέσεις της κλίμακας για τη συχνότητα είναι μετατοπισμένες σε σχέση με τις υποδιαιρέσεις για την κλίμακα των μηκών κύματος;
16. Από ποιο τμήμα του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος θα περιμένετε να δρείτε ηλεκτρομαγνητική ενέργεια μέσα σε μια συσκευή τηλεόρασης και γύρω από αυτήν;

25-7 Δυσκολίες με το κυματικό μοντέλο του φωτός.

Η ανάκλαση, διάθλαση και συμβολή του φωτός ερμηνεύονται πλήρως με το κυματικό μοντέλο. Αλλά συναντούμε δυσκολίες όταν πρόκειται



Σχήμα 25-13 Το φως από τη λυχνία τόξου φωτίζει ένα μεγάλο αριθμό κόκκων μετάλλου. Οι κόκκοι αυτοί αιωρούνται μεταξύ φορτισμένων παραλλήλων πλακών· στην πραγματικότητα είναι σαν ένα μεγάλο πλήθος από «σταγονίδια λαδιού του Millikan». Καθώς το φως πέφτει επάνω τους οι κόκκοι μπορεί να χάσουν ηλεκτρόνια. Κάθε φορά που φεύγει κάποιο ηλεκτρόνιο, ο κόκκος θα αρχίσει να ανεβαίνει προς την επάνω πλάκα, επειδή τώρα έχει περισσότερο θετικό φορτίο από όσο χρειάζεται για να ισορροπήσει το βάρος του.

για την αλληλεπίδραση του φωτός με μοναδικά ηλεκτρόνια ή άτομα.

Εξετάστε το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο (παράγρ. 20-4 και 20-5). Είδαμε ότι το φωτοηλεκτρικό ρεύμα είναι ανάλογο προς την ένταση του φωτός, αλλά η κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων εξαρτάται μόνο από το χρώμα του φωτός. Δεν υπάρχει τίποτε στο κυματικό μοντέλο που να συνδέει την κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων με τη συχνότητα ή το μήκος κύματος του ηλεκτρομαγνητικού κύματος.

Το κυματικό μοντέλο συναντά ακόμη μεγαλύτερες δυσκολίες αν προσπαθήσουμε να το εφαρμόσουμε για να προβλέψουμε τη συμπεριφορά φωτός με μικρή ένταση. Εξετάστε το ακόλουθο πείραμα. Υπεριώδες φως από ένα λαμπτήρα τόξου πέφτει επάνω σε πολυάριθμους κόκκους μεταλλικού υλικού, που ολισθαίνουν ανάμεσα σε δυο φορτισμένες πλάκες (σχ. 25-13). Σύμφωνα με το κυματικό μοντέλο, όταν ένας κόκκος ύλης φωτίζεται, το ηλεκτρικό πεδίο στο κύμα του φωτός ωθεί τα ηλεκτρόνια των ατόμων. Αν ένα ηλεκτρόνιο αποβληθεί από ένα άτομο, η αποβολή του πρέπει να είναι αποτέλεσμα του ηλεκτρικού πεδίου που του παρέχει ενέργεια και το εξαναγκάζει να ξεφύγει από την κανονική του κατάσταση κινήσεως μέσα στα άτομα (το μαγνητικό πεδίο εξασκεί δύναμη κάθετη προς την ταχύτητα του ηλεκτρονίου και επομένως δεν παράγει έργο).

Το ηλεκτρικό πεδίο σε μια δέσμη φωτός ταλαντώνεται πολύ γρήγορα. Αλλά σε ορισμένη χρονική στιγμή το ηλεκτρικό πεδίο έχει την ίδια τιμή σε κάθε σημείο ενός μετώπου του κύματος. Αν η ένταση είναι αρκετά μεγάλη, θα εκπεμφούν αμέσως πολλά ηλεκτρόνια και οι μικροί κόκκοι θα κινηθούν προς τα επάνω αμέσως. Από την άλλη μεριά, το κυματικό μοντέλο προβλέπει ότι δεν θα συμβεί τίποτε, ώσπου τα ηλεκτρόνια των κόκκων, τα οποία μπορεί να βρίσκονται παντού ανάμεσα στις πλάκες, να αποκτήσουν αρκετή ενέργεια για να αφήσουν τους κόκκους. Ύστερα από αυτή την καθυστέρηση θα περιμέναμε να αρχίσουν να κινούνται πολλοί κόκκοι. Αλλά δεν συμβαίνει αυτό. Ακόμη και με πολύ δυνατό υπεριώδες φως **μερικοί** κόκκοι θα αρχίσουν να κινούνται αμέσως μόλις ανάψει το φως.

Υπάρχει μια παρόμοια αντίφαση μεταξύ του κυματικού μοντέλου και του πειράματος, στην περίπτωση της επιδράσεως του φωτός σε μια φωτογραφική πλάκα. Η φωτογραφική πλάκα φέρει ένα στρώμα πολύ μικρών κόκκων, ο καθένας από τους οποίους μπορεί να υποστεί μεταβολή με την πρόσπτωση του φωτός, προς μια μορφή που μπορεί να μαυρι-

σθεί από το διάλυμα της εμφανίσεως. Όταν συγκρίνομε μια πλάκα, που έχει εκτεθεί σε ισχυρό φως, με μια πλάκα, που έχει εκτεθεί σε ασθενές φως, για το ίδιο χρονικό διάστημα, βρίσκομε, χωρίς να εκπλαγούμε, ότι η πλάκα που έχει εκτεθεί στο ισχυρό φως είναι πιο μαυρισμένη.

Αν εξετάσομε τις πλάκες με ένα μικροσκόπιο, βρίσκομε ότι σε μικρή κλίμακα δεν είναι ομοιόμορφα μαυρισμένες. Κάθε πλάκα περιέχει μαύρους κόκκους του ίδιου μεγέθους. Στην πλάκα που έχει εκτεθεί στο ισχυρό φως υπάρχουν περισσότεροι μαύροι κόκκοι ανά μονάδα επιφάνειας παρά στην πλάκα που έχει εκτεθεί σε ασθενές φως για τον ίδιο χρόνο. Οι κόκκοι δεν έχουν ιδιαίτερη τάξη. Για το γυμνό μάτι οι πλάκες φαίνονται ομοιόμορφα μαυρισμένες, πράγμα που αποδεικνύει ότι έχουμε ένα κύμα φωτός με σταθερή ένταση. Μια πιο προσεκτική παρατήρηση όμως δείχνει ότι το φως δημιούργησε μαύρους κόκκους σε μερικά σημεία και άφησε τα άλλα αναλλοίωτα. Επιπλέον κάθε κόκκος στη μια πλάκα είναι το ίδιο μαύρος όπως και στην άλλη. Η ένταση του φωτός επηρεάζει μόνον τον αριθμό των κόκκων αλλά όχι το μέγεθός τους ή το μαύρισμά τους. Αυτό είναι ασυμβίβαστο με ένα κυματικό μοντέλο στο οποίο η ενέργεια είναι κατανεμημένη ομοιόμορφα.



Σχήμα Α

17. Ανάβομε ξαφνικά το φως που δείχνεται στο σχήμα 25-13 και σημειώνομε το χρόνο, ώσπου να αρχίσει να ανεβαίνει ο πρώτος κόκκος. Επαναλαμβάνομε αυτές τις δοκιμές πολλές φορές. Το διάγραμμα του σχήματος Α δείχνει τα αποτελέσματα αυτών των δοκιμών με πολύ ασθενές φως.

(α) Να σχεδιάσετε ένα πιθανό διάγραμμα των αποτελεσμάτων αν χρησιμοποιήσομε ισχυρότερο φως.

(β) Να σχεδιάσετε ένα πιθανό διάγραμμα των αποτελεσμάτων αν η ενέργεια του φωτός φθάνει κατά συνεχή τρόπο όπως με ένα κύμα.

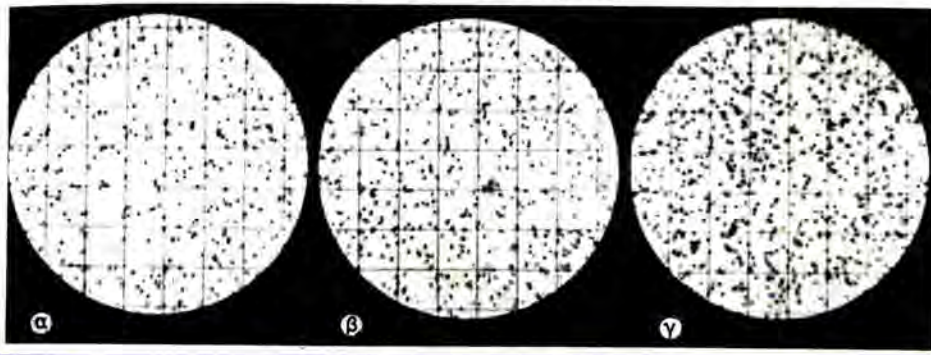
ι) Για πολύ ασθενές φως.

ιι) Για ισχυρό φως.

18. Το σχήμα Β δείχνει τρία φωτογραφικά αρνητικά ύστερα από την έκθεσή τους για διάφορα χρονικά διαστήματα σε μια ασθενή πηγή ραδιενεργών σωματιδίων. Πώς συγκρίνεται η εικόνα αυτών των αρνητικών με την εικόνα του φωτογραφικού φιλμ που έχει εκτεθεί σε πολύ ασθενές φως, αν:

(α) Το φως συμπεριφέρεται όπως τα σωματίδια;

(β) Το φως συμπεριφέρεται όπως τα κύματα;



Σχήμα Β (Από το βιβλίο «Εισαγωγή στην επιστήμη της Φυσικής» από την ομάδα IPS Prentice Hall Inc. Englewood Cliffs N.J. 1967).

25-8 Η σύνθεση: Η ερμηνεία του φωτοηλεκτρικού φαινομένου από τον Einstein.

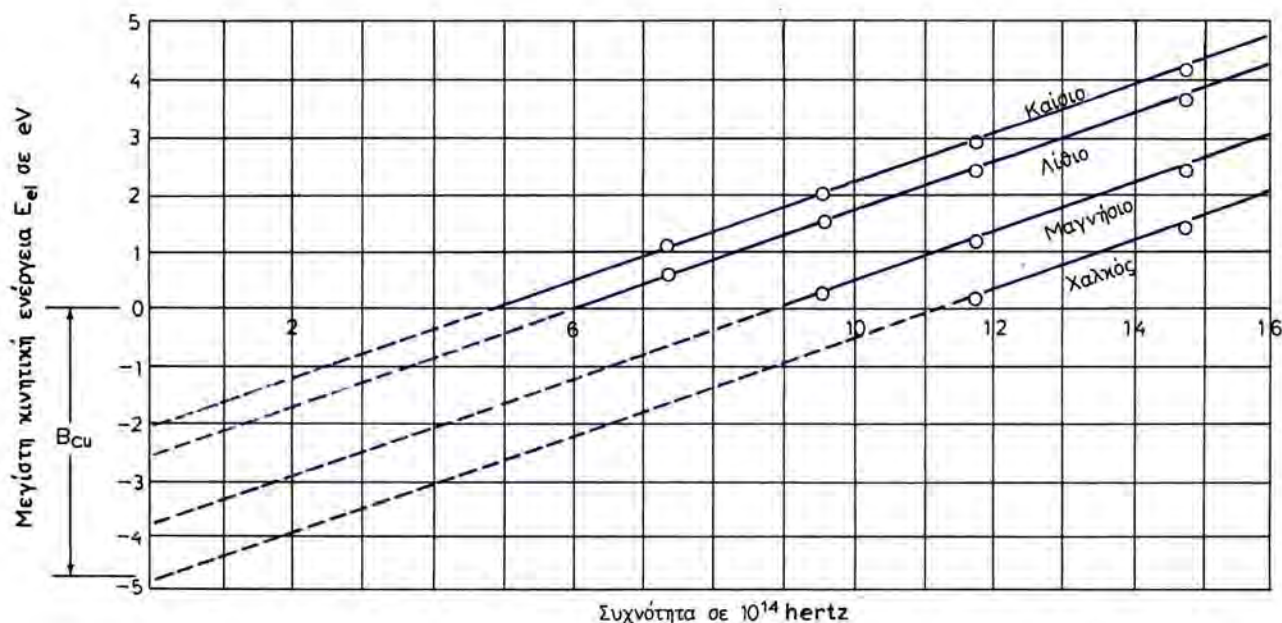
Αν ανατρέξουμε στις επιμέρους επιτυχίες και αποτυχίες τόσο του σωματιδιακού μοντέλου όσο και του κυματικού μοντέλου για το φως, διαπιστώνουμε κάτι πολύ ενδιαφέρον: Κάθε μοντέλο πετυχαίνει εκεί που το άλλο αποτυχαίνει. Η αλληλεπίδραση του φωτός με μοναδικά ηλεκτρόνια και άτομα συμφωνεί με το σωματιδιακό μοντέλο. Ένα φωτόνιο με μεγάλη ενέργεια παράγει ένα φωτοηλεκτρόνιο με μεγάλη ενέργεια. Όσο περισσότερα φωτόνια υπάρχουν σε μια δέσμη φωτός, τόσο περισσότερα φωτοηλεκτρόνια θα παραχθούν σε ένα φωτοκύτταρο, τόσο περισσότερα ηλεκτρόνια θα εκπεμφθούν από τους μικρούς κόκκους σε ένα πείραμα τύπου Millikan και τόσο περισσότεροι κόκκοι θα μαυρίσουν στη φωτογραφική πλάκα. Ακόμη και με μια πολύ ασθενή δέσμη φωτός είναι πιθανόν να μην υπάρξει καθυστέρηση ένα μοναδικό φωτόνιο με αρκετή ενέργεια μπορεί να έχει άμεσο αποτέλεσμα. Αυτές είναι οι περιοχές όπου το κυματικό μοντέλο αποτυχαίνει. Το κυματικό μοντέλο έχει επιτυχία, όταν πρόκειται για ανάκλαση, διάθλαση και συμβολή. Αυτές οι διαδικασίες συνδέονται με διάδοση, που δεν περιλαμβάνει ανταλλαγή ενέργειας με μοναδικά ηλεκτρόνια ή άτομα. Αυτές είναι οι περιοχές, όπου το σωματιδιακό μοντέλο αποτυχαίνει.

Αυτό που χρειάζεται να γίνει τώρα είναι μια σύνθεση των δυο μοντέλων. Αναζητούμε δηλαδή ένα πιο γενικό μοντέλο, που συμφωνεί με το κυματικό εκεί, όπου το κυματικό συμφωνεί με το πείραμα, και συμφωνεί με το σωματιδιακό μοντέλο εκεί, όπου αυτό συμφωνεί με το πείραμα.

Ένα τέτοιο μοντέλο προτάθηκε από τον Einstein το 1905. Για να καταλάβουμε τι έκανε, θα εξετάσουμε πάλι την κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων. Στην παράγραφο 20-5 μάθαμε ότι η μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων εξαρτάται από το χρώμα του φωτός και από το είδος της επιφάνειας από την οποία εκπέμπονται τα ηλεκτρόνια. Με τη βοήθεια του κυματικού μοντέλου μπορούμε να αντικαταστήσουμε την αόριστη λέξη «χρώμα» με ένα μετρήσιμο μέγεθος, το μήκος κύματος. Από τα πειραματικά αποτελέσματα σχεδιάζουμε τη μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων για κάθε μια επιφάνεια υλικού ως συνάρτηση του μήκους κύματος του φωτός. Τα διαγράμματα αυτά δίνουν καμπύλες από τις οποίες είναι δύσκολο να οδηγηθούμε σε συμπεράσματα. Αλλά, αν σχεδιάσουμε τη μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων ως συνάρτηση της **συχνότητας** του φωτός $\nu = c/\lambda$, το αποτέλεσμα είναι εκπληκτικά απλό. Δείχνεται στο σχήμα 25-14.

Για ένα συγκεκριμένο υλικό η καμπύλη της μέγιστης κινητικής ενέργειας ως προς τη συχνότητα είναι ευθεία γραμμή με κλίση που καλείται h . Και η κλίση αυτή h είναι η ίδια για όλα τα υλικά. Μόνον το σημείο τομής B με τον κατακόρυφο άξονα είναι διαφορετική από το ένα υλικό στο άλλο. Επομένως, τα γραφήματα για όλες τις ουσίες μπορούν να περιγραφούν με τη σχέση:

$$E_{cl} = -B + h\nu \quad (5)$$



Σχήμα 25-14 Τα αποτελέσματα πειραμάτων με τη συσκευή του σχήματος 20-9, με την προσθήκη μετρήσεων με διάφορες πηγές φωτός και φίλτρα διαφόρων χρωμάτων. Η μέγιστη κινητική ενέργεια E_{el} σχεδιάστηκε ως συνάρτηση της συχνότητας ν του φωτός που μεταχειρισθήκαμε. Η κλίση των γραμμών δίνει την τιμή του h .

όπου το h είναι πάντα το ίδιο, B είναι μια σταθερά χαρακτηριστική του μετάλλου, ενώ ν είναι η συχνότητα του φωτός που εξαρτάται από το χρώμα του φάσματος.

Εδώ βλέπουμε ότι το πείραμα διακρίνει καθαρά τους ρόλους του φωτός και της φωτοευαίσθητης επιφάνειας. Η επιφάνεια χαρακτηρίζεται αποκλειστικά από τον όρο $-B$, το σημείο τομής που δείχνεται στα αριστερά του σχήματος 25-14. Ο όρος αυτός είναι ανεξάρτητος από το φως, γιατί μπορούμε να μεταβάλλουμε τη συχνότητα του φωτός όσο θέλουμε, χωρίς να τον επηρεάζουμε.

Η τομή $-B$ μας δίνει το ποσό της ενέργειας που απαιτείται για να απελευθερωθεί ένα ηλεκτρόνιο (έργο εξαγωγής), χωρίς περίσσειμα για κινητική ενέργεια. Περιγράφει την ενέργεια συνδέσεως του ηλεκτρονίου στην επιφάνεια του υλικού (έργο εξαγωγής). Από την άλλη μεριά το φως περιγράφεται από τον όρο που είναι πάντα ο ίδιος για φως της ίδιας συχνότητας. Επειδή η κλίση h είναι η ίδια για όλες τις επιφάνειες υλικών ο όρος αυτός δεν έχει να κάνει τίποτε με τη χημική σύσταση της φωτοευαίσθητης επιφάνειας της ουσίας.

Το σωματιδιακό μοντέλο υποδεικνύει ότι η ενέργεια ενός φωτονίου εξαρτάται από το χρώμα του φωτός. Το κυματικό μοντέλο υποδεικνύει ότι το χρώμα του φωτός εξαρτάται από τη συχνότητά του. Αν ξαναγράψουμε την εξίσωση (5) ως: $E_{el} + B = h\nu$ (6), καταλήγουμε σε ένα σπουδαίο συμπέρασμα. Στο αριστερό σκέλος, $E_{el} + B$ είναι η ολική ενέργεια που απορροφάται από το ηλεκτρόνιο.

Ο νόμος της διατήρησης της ενέργειας μας δείχνει ότι $E_{el} + B$ πρέπει να ισούται με την ενέργεια του φωτονίου. Το πείραμα μας δηλώνει ότι $E_{el} + B = h\nu$. Ο Αϊνστάιν πραγματοποίησε τη σύνθεση των δυο μοντέλων με την πρόταση ότι η ενέργεια του φωτονίου (σωματίδιο) δίνεται από τη σταθερά h επί τη συχνότητα του κύματος. Η σταθερά

μπορεί να μετρηθεί από την κλίση, που έχουν οι ευθείες γραμμές στο σχήμα 25-14. Το αποτέλεσμα είναι: $h = 6,62 \times 10^{-34}$ Joule - second. Από την τιμή του h μπορούμε να βρούμε την ενέργεια των φωτονίων:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6,62 \times 10^{-34} \text{ J-s}) (3,0 \times 10^8 \text{ m/s})}{\lambda} = \frac{1,99 \times 10^{-25} \text{ J-m}}{\lambda}$$

Επίσης έχουμε: $10^9 \text{ nm} = 1 \text{ m}$ και $6,25 \times 10^{18} \text{ eV} = 1 \text{ J}$.

Επομένως:

$$\begin{aligned} E &= (1,99 \times 10^{-25} \text{ J-m}) (10^9 \text{ nm/m}) \frac{6,25 \times 10^{18} \text{ eV/J}}{\lambda} = \\ &= \frac{1,24 \times 10^3 \text{ eV-nm}}{\lambda} \end{aligned}$$

Το ορατό φως έχει μήκος κύματος περίπου 500 nm. Επομένως το μέσο ορατό φωτόνιο φέρει ενέργεια:

$$E \approx \frac{1,24 \times 10^3 \text{ eV-nm}}{500 \text{ nm}} = 2,5 \text{ eV}$$

Η συνολική περιοχή των φωτονίων ορατού φωτός εκτείνεται από μια ενέργεια γύρω στα δυο electronvolt για το κόκκινο και σε κάτι παραπάνω από τέσσερα electronvolt για το μπλε.

Οι ενέργειες αυτές λίγων electronvolt για κάθε ένα φωτόνιο είναι ακριβώς στη χαμηλότερη περιοχή ενεργειών, που μπορούν να προκαλέσουν χημικές μεταβολές, προφανώς επειδή είναι αρκετά μεγάλες, ώστε να διαταράξουν τα ηλεκτρόνια σε ένα άτομο ή ακόμη να τα απελευθερώσουν. Σε αυτές τις ενέργειες λοιπόν, αλλά όχι στις μικρότερες τιμές, είναι ευαίσθητα τα φωτογραφικά υλικά, φωτοευαίσθητες επιφάνειες υλικών και ο ίδιος ο αμφιδληστροειδής χιτώνας του ματιού. Οι διαφορές μεταξύ των «ορατών» περιοχών τέτοιων συστημάτων είναι συναρπαστικές, αλλά στην πραγματικότητα είναι μάλλον μικρές διαφορές. Από όλες τις γνωστές φωτοευαίσθητες επιφάνειες δεν υπάρχει ούτε μια που να έχει ευαισθησία στο υπέρυθρο φως με μήκος κύματος δέκα φορές μεγαλύτερο από το όριο ευαισθησίας του ανθρώπινου οφθαλμού.

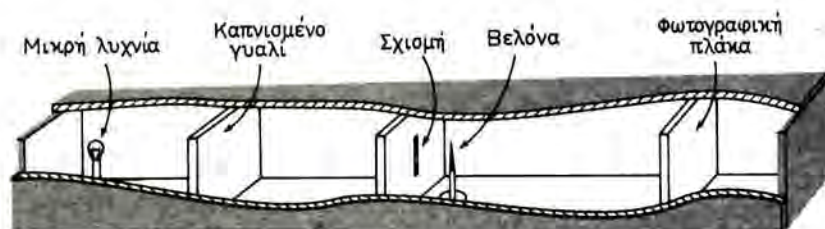
Από την τιμή της ενέργειας ενός μοναδικού φωτονίου μπορούμε να βρούμε τον αριθμό των φωτονίων που ρέουν σε οποιαδήποτε δέσμη ακτινοβολίας με γνωστή ολική ισχύ ενέργειας. Ύστερα είναι ενδιαφέρον να συγκρίνουμε τον ολικό αριθμό φωτονίων που κτυπούν σε μια φωτοευαίσθητη επιφάνεια υλικού με τον αριθμό των ηλεκτρονίων που εκπέμπονται. Ακόμη και για πολύ καλή επιφάνεια, μόνο ένα μικρό ποσοστό των φωτονίων προκαλούν εκπομπή ηλεκτρονίων. Τα υπόλοιπα στέλνουν ηλεκτρόνια πιο βαθιά κάτω από την επιφάνεια ή χάνονται κατά κάποιο άλλο τρόπο. Φυσικά τα φωτόνια με ενέργεια μικρότερη από το κατώφλι ενέργειας δεν προκαλούν καθόλου εκπομπή ηλεκτρονίων.

Πρέπει να σημειώσουμε ότι ο Einstein δεν είχε στη διάθεσή του τα πειραματικά δεδομένα που δείχνονται στο σχήμα 25-14. Επινόησε όλη την εικόνα, βασιζόμενος σε πολύ λιγότερες ενδείξεις και πρόδλεψε τα πειραματικά δεδομένα που μεταχειρισθήκαμε. Ο Einstein θεμελίωσε την εργασία του σε ένα αποτέλεσμα, που οφείλεται στον Planck (Πλανκ). Στα 1900 ο Planck έδωσε τη λύση σε μια σημαντική ασυμφωνία μεταξύ θεωρίας και πειράματος, με την πρόταση (αίτημα) ότι η ενέργεια ενός κύματος φωτός με συχνότητα ν μπορεί να αυξηθεί ή να ελαττωθεί κατά ποσότητες $h\nu$. Η σταθερά αναλογίας h ονομάζεται σταθερά του Planck.

19. Ποια σημεία στις καμπύλες του σχήματος 25-14 δρέθηκαν με τη χρήση ιώδους φωτός;
20. Ποια είναι η ελάχιστη ενέργεια σε electronvolt, που πρέπει να έχουν φωτόνια για να απελευθερώσουν ηλεκτρόνια από τη φωτοευαίσθητη επιφάνεια καισίου, που χρησιμοποιήθηκε στο σχήμα 25-14;
21. Ένας καλός καθρέφτης ανακλά περίπου 80% από το φως που πέφτει επάνω του. Πώς θα μπορούσατε να προσδιορίσετε, αν 20% των φωτονίων δεν ανακλώνται, ή αν όλα τα φωτόνια ανακλώνται αλλά με 20% λιγότερη ενέργεια το καθένα;
22. Το κόκκινο φως έχει μήκος κύματος περίπου 650 nanometer.
 - (α) Να εκτιμήσετε τη συχνότητά του.
 - (β) Να εκτιμήσετε την ενέργεια σε joule ενός φωτονίου κόκκινου φωτός.
 - (γ) Να εκτιμήσετε την ενέργεια αυτού του φωτονίου σε electronvolt.
 - (δ) Να βρείτε κατά προσέγγιση το μεγαλύτερο και το βραχύτερο μήκος κύματος, που μπορείτε να δείτε, και να υπολογίσετε την ενέργεια του αντίστοιχου φωτονίου.
23. Φως με μήκος κύματος 500 nanometer φωτίζει μια επιφάνεια ενός υλικού. Ποια τάση απαιτείται, για να σταματήσει όλα τα ηλεκτρόνια που εκπέμπονται από την επιφάνεια, αν η ενέργεια συνδέσεώς τους (έργο εξαγωγής) στην επιφάνεια είναι 2,0 electronvolt;
24. Κατά την προετοιμασία του πειράματος του Young θα μπορούσατε να είχατε χαράξει μια διπλή σχισμή με δυο ξυράφια με πάχος $3,5 \times 10^{-1}$ mm το καθένα. Με αυτή τη διπλή σχισμή και με μια πηγή φωτός ενός μόνον χρώματος, 2,0 m από το μάτι σας, θα παρατηρούσατε μια εικόνα συμβολής, στην οποία η απόσταση μεταξύ δεσμών ήταν 2,8 mm.
 - (α) Αν αργότερα φωτίζατε με το ίδιο φως ένα φωτοκύτταρο με επιφάνεια καισίου, ποια θα ήταν η μέγιστη κινητική ενέργεια των φωτοηλεκτρονίων που εκπέμπονται; (Βλ. σχ. 25-14).
 - (β) Ποιοι από τους υπολογισμούς σας βασίσθηκαν αποκλειστικά στις κυματικές ιδιότητες του φωτός; Ποιοι βασίσθηκαν στη σύνθεση των δυο μοντέλων για το φως;

25-9 Κοκκώδης σύσταση και συμβολή: Μια νέα κινηματική.

Η συσχέτιση της ενέργειας ενός μοναδικού φωτονίου με τη συχνότητα του κύματος υποδεικνύει ότι οι κυματικές ιδιότητες του φωτός είναι



Σχήμα 25-15 Το πείραμα του G.I. Taylor, που απέδειξε ότι η εικόνα συμβολής σχηματίζεται σωστά ακόμη και αν μέσα στη συσκευή υπάρχει μόνο ένα φωτόνιο κάθε φορά.

δυνατόν να παρατηρηθούν με μοναδικά φωτόνια και δεν είναι το αποτέλεσμα πολλών φωτονίων που ενεργούν συγχρόνως. Ειδικότερα δεν θα έπρεπε να υπάρχει διαφορά μεταξύ της εικόνας συμβολής, που παράγεται από ισχυρό φως σε μικρό χρονικό διάστημα, και της εικόνας, που παράγεται από αδύνατο φως σε μεγάλο χρονικό διάστημα. Αυτό αποδείχθηκε ότι αληθεύει από τον Geoffrey Taylor (Τζέφρι Τέιλορ), ένα νεαρό σπουδαστή στο Πανεπιστήμιο του Cambridge, που τιμήθηκε αργότερα με τόν τίτλο του λόρδου για την επιτυχημένη σταδιοδρομία του στη φυσική.

Ο Taylor τοποθέτησε σε ένα σκοτεινό κουτί μια μικρή λάμπα που έριχνε τη σκιά μιας βελόνας σε μια φωτογραφική πλάκα (σχ. 25-15). Διάλεξε τις διαστάσεις με τέτοιο τρόπο, ώστε να φαίνονται καθαρά οι ταινίες περιθλάσεως γύρω από τη σκιά της βελόνας. Ύστερα ελάττωσε την ένταση του φωτός. Όσο την ελάττωνε, τόσο μακρύτερος χρόνος εκθέσεως χρειαζόταν για να εξασφαλίσει μια καλή εικόνα στην πλάκα. Τελικά πήρε μια εικόνα, που η λήψη της κράτησε πολλούς μήνες (κατά τους οποίους, όπως λέει η ιστορία, πήγε για ιστιοπλοία). Ακόμη και σ' αυτή τη φωτογραφική πλάκα οι ταινίες περιθλάσεως ήταν εντελώς καθαρές, παρόλο που ο Taylor μπορούσε να δείξει ότι γι' αυτό το πολύ αδύνατο φως μόνο ένα φωτόνιο υπήρχε μέσα στο κουτί του κάθε φορά. Επομένως συμβολή μπορεί να πραγματοποιηθεί και με μοναδικά φωτόνια.

Μια σύγχρονη έκδοση αυτού του πειράματος πραγματοποιήθηκε από τον John King (Τζων Κινγκ) στο Τεχνολογικό Ινστιτούτο της Μασσαχουσέτης (M.I.T.). Το σχήμα 25-16 δείχνει ένα σημαντικό διάγραμμα της διατάξεως. Το φίλτρο ελαττώνει την ένταση του φωτός από τη μικρή λάμπα κατά ένα παράγοντα 10^6 . Ύστερα το φως διαδίδεται μέσα από την απλή σχισμή και τη διπλή σχισμή και παράγει τους γνώριμους κροσσούς συμβολής του Young. Ο κινητός απαριθμητής φωτονίων με τη στενή σχισμή εισόδου μετρά τα φωτόνια. Στη θέση, όπου το κυματικό μοντέλο προβλέπει ένα μέγιστο, ο ρυθμός μετρήσεως είναι μέγιστος. Στη θέση, όπου το κυματικό μοντέλο προβλέπει ελάχιστο, ο ρυθμός καταμετρήσεως πέφτει σχεδόν στο μηδέν. Σε όλο το πείραμα η ένταση είναι



Σχήμα 25-16 Το πείραμα του King με το οποίο ελέγχθηκε η συμβολή ασθενούς φωτός. Το μήκος κύματος των κυμάτων φωτός είναι φυσικά σχεδιασμένο σε υπερβολική μεγέθυνση.

χαμηλή, ώστε κατά μέσον όρο υπάρχει μέσα στη συσκευή λιγότερο από ένα φωτόνιο σε κάθε χρονική στιγμή. Αυτή είναι άλλη μια ξεκάθαρη απόδειξη ότι η συμβολή συνδέεται με μοναδικά φωτόνια.

Ας εξετάσουμε τώρα ένα φωτόνιο που αρχικώς πέρασε από την απλή σχισμή, στη συνέχεια απορροφήθηκε και καταμετρήθηκε από καταμετρητή. Από ποια από τις άλλες δυο σχισμές πέρασε το φωτόνιο; Δεν υπάρχει τρόπος να το προσδιορίσουμε. Μόλις κλείσουμε μια από τις σχισμές, η εικόνα συμβολής εξαφανίζεται. Ίσως να σκεφθείτε ότι θα μπορούσαμε να τοποθετήσουμε μικροσκοπικούς μετρητές πίσω από κάθε μια από τις δυο σχισμές και έτσι να προσδιορίσουμε τη σχισμή από την οποία πέρασε κάθε φωτόνιο. Αν γινόταν αυτό με μετρητές, που είχαν απόδοση 100%, η εικόνα συμβολής θα εξαφανιζόταν! Οι κροσσοί του Young απαιτούν διπλή σχισμή. Καταλαβαίνουμε ότι αυτό πρέπει να συμβαίνει για κύματα. Αλλά εδώ τα κύματα σχετίζονται με ξεχωριστά σωματίδια. Βλέπουμε τώρα το τίμημα, που πρέπει να πληρώσουμε, για να συμβιβάσουμε το κυματικό μοντέλο του φωτός με το σωματιδιακό μοντέλο: Πρέπει να εγκαταλείψουμε την ιδέα ότι τα σωματίδια του φωτός ή φωτόνια έχουν καθορισμένη τροχιά. Η κίνησή τους περιγράφεται από ένα κύμα και ένα κύμα μπορεί να περάσει από δυο σχισμές την ίδια χρονική στιγμή.

-
25. Το πιο αδύνατο φως που μπορεί να αισθανθεί το ανθρώπινο μάτι είναι περίπου 100 φωτόνια/sec. Πόση ολική ενέργεια ανά δευτερόλεπτο μπαίνει στο μάτι γι' αυτό το ρυθμό ροής φωτονίων, αν το φως έχει μήκος κύματος 600 nm;
26. Στο τρίμηνο πείραμα που περιγράφεται στην παράγραφο 25-9 ο G.I. Taylor υπολόγισε κατά προσέγγιση την ενέργεια που έφτανε στη φωτογραφική πλάκα. Βρήκε ότι ήταν 5×10^{-13} joule/second. [Βρήκε αυτή την τιμή συγκρίνοντας τη μέση αμαύρωση της πλάκας με την αμαύρωση που παράγεται σε 10 δευτερόλεπτα από ένα κερί σε απόσταση 2 yard (1 yard = 0,914 m) χωρίς το απορροφητικό φίλτρο από καπνισμένο γυαλί]. Με βάση αυτό το αποτέλεσμα, υπολογίστε τη μέση απόσταση μεταξύ φωτονίων με τον ακόλουθο τρόπο:
- Να υποθέσετε ότι το μήκος κύματος του χρήσιμου για το πείραμα φωτός ήταν περίπου 500 nanometer. Ποια ενέργεια θα έφερε κάθε φωτόνιο;
 - Να υπολογίσετε με τη δοσμένη ροή ενέργειας το μέσο χρονικό διάστημα μεταξύ δυο διαδοχικών αφίξεων ενός φωτονίου.
 - Από το μέσο χρόνο να υπολογίσετε τη μέση απόσταση μεταξύ ενός φωτονίου και του επόμενου στη δέσμη του φωτός.
 - Αν σας ρωτούσαν: «Πόσα φωτόνια υπάρχουν μέσα στο κουτί σε δεδομένη χρονική στιγμή;» θα έπρεπε να απαντήσετε «κανένα», στις περισσότερες περιπτώσεις. Αλλά αν παρατηρούσατε επανειλημμένα, θα περιμένατε να «δείτε» ένα φωτόνιο στο κουτί περίπου μια φορά σε τόσο αριθμό δοκιμών. Πόσες θα έπρεπε να ήταν αυτές οι δοκιμές; Υποθέστε ότι το κουτί είχε μήκος 1,2 m.
27. Να μεταχειρισθείτε τη γλώσσα των φωτονίων, για να περιγράψετε πώς σχηματίζεται η εικόνα του σχήματος 25-4 με πολύ αδύνατο φως.
-

25-10 Φωτόνια και ηλεκτρομαγνητικά κύματα.

Είδαμε στην τελευταία παράγραφο ότι η εικόνα συμβολής μας πληροφορεί πού είναι πιθανό να βρούμε φωτόνια. Εκεί όπου το πλάτος του κύματος είναι μεγάλο, είναι πολύ πιθανό να βρούμε φωτόνια· εκεί όπου το πλάτος είναι μικρό, τα φωτόνια απαντώνται με μικρή πιθανότητα: εκεί όπου το πλάτος είναι μηδέν, δεν υπάρχουν καθόλου φωτόνια. Όταν ένα μοναδικό φωτόνιο αλληλεπιδρά με το φωτογραφικό γαλάκτωμα ή το φωτοκύτταρο, δεν εξαπλώνεται σε ολόκληρη την εικόνα συμβολής. Το φωτόνιο πέφτει σε ένα συγκεκριμένο σημείο. Αλλά για κάθε φωτόνιο, η πιθανότητα είναι πιο μεγάλη να φθάσει εκεί όπου η εικόνα συμβολής είναι πιο έντονη. Η πιθανότητα αφίξεως σε μια περιοχή με μισή ένταση είναι η μισή κ.ο.κ. Η κατανομή των πιθανοτήτων αφίξεως κάθε φωτονίου έχει ακριδώς την ίδια εικόνα με την ένταση των κροσσών συμβολής (των φωτεινών και σκοτεινών ραβδώσεων). Έτσι, όταν φθάνουν πολλά φωτόνια, η εικόνα συμβολής σχηματίζεται από το συσσωρευτικό τους αποτέλεσμα.

Πρέπει τώρα να αποδείξουμε ότι τα φωτόνια είναι συμβιβάσιμα με όσα γνωρίζουμε για τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα στην περιοχή μηκών κύματος από χιλιοστά του μέτρου μέχρι χιλιόμετρα. Παράγομε και ανιχνεύομε αυτά τα κύματα, όχι με τη χρήση ξεχωριστών ηλεκτρονίων και ατόμων, αλλά με ηλεκτρονικά μηχανήματα και κεραίες που διαρρέονται από φορτία. Και έχουμε πληθώρα ενδείξεων ότι η εικόνα του κύματος συμφωνεί με τα δεδομένα της ραδιοφωνικής μεταδόσεως.

Σ' αυτή την περιοχή οι συχνότητες είναι μικρές σε σχέση με τιμές συχνοτήτων σε ατομικά φαινόμενα. Μια συχνότητα λίγων kilohertz αντιπροσωπεύει το κατώτερο όριο συχνότητας στη ραδιοφωνία, ενώ μια συχνότητα ενός εκατομμυρίου megahertz είναι πιο πάνω από τις πιο προχωρημένες τεχνικές ραντάρ και μικροκυμάτων και μόλις που πλησιάζει το βαθύ υπέρυθρο. Όμως, ακόμη και αυτές οι πιο υψηλές ραδιοφωνικές συχνότητες, ένεκα του ότι η σταθερά h φαινομένων ατομικής κλίμακας είναι πολύ μικρή, δίνουν ενέργεια φωτονίων που είναι πραγματικά πολύ μικρή.

Στο ένα megahertz, για παράδειγμα, τα φωτόνια σε ένα ραδιοφωνικό κύμα έχουν ενέργεια:

$$h\nu = (6,62 \times 10^{-34} \text{ J-s}) (10^6 \text{ Hz}) = 6,62 \times 10^{-28} \text{ joule}$$

Επειδή $6 \times 25 \times 10^{18} \text{ electronvolt} = 1 \text{ joule}$, η ενέργεια αυτή είναι: $h\nu = 4 \times 10^{-9} \text{ electronvolt}$.

Τόσο μικρές ενέργειες σημαίνουν ότι για να ανιχνεύσουμε ένα ραδιοφωνικό κύμα απαιτούνται πολλά φωτόνια. Το κατώτερο όριο ανιχνέσεως ενός καλού δέκτη τηλεπικοινωνίας (ευαισθησία λήψεως) είναι περίπου 10^{10} φωτόνια/second. Με τόσο πολλά φωτόνια μπορούμε να ανιχνεύσουμε μόνο τη μέση συμπεριφορά τους. Το αποτέλεσμα είναι μια συνεχής, ομαλή μεταφορά ενέργειας από το κύμα προς την ύλη, όπως θα περιμέναμε από την κυματική θεωρία. Ο μεγάλος αριθμός φωτονίων εγγυάται ότι η κοκκώδης σύσταση δεν γίνεται εμφανής, εκτός αν καταβάλλομε μεγάλη προσπάθεια για να την παρατηρήσουμε.

Καθώς πηγαίνομε σε μεγαλύτερες συχνότητες, περνάμε στην περιοχή ορατού φωτός. Εδώ ο αριθμός των φωτονίων είναι μεγάλος σε κάθε δέσμη φωτός που φαίνεται έντονη στο μάτι μας. Το ηλιακό φως, για παράδειγμα, αντιπροσωπεύει μια βροχή από 10^{17} περίπου φωτόνια ανά τετραγωνικό εκατοστό ανά δευτερόλεπτο. Με τέτοια ροή οι αφίξεις ξεχωριστών φωτονίων δεν παρατηρούνται εύκολα. Στο άλλο άκρο όμως μπορούμε να διακρίνομε το φως μιας αδύνατης φωτεινής πηγής, που στέλνει στο μάτι μας, προσαρμοσμένο στο σκοτάδι, εκατό φωτόνια κάθε δευτερόλεπτο στην περιοχή της κόρης. Έτσι το ορατό φως είναι δυνατόν να παρατηρηθεί και ως κύμα και ως φωτόνιο.

Η φωτογραφική πλάκα και το φώτοκύτταρο, όπως και το μάτι, είναι σε θέση να ανταποκριθούν εξίσου καλά, τόσο στην ομαλή ροή από ισχυρές ή μέτρια έντονες δέσμες όσο και στην κυμαινόμενη και τυχαία άφιξη μερικών φωτονίων ανά δευτερόλεπτο. Γι' αυτόν ακριβώς το λόγο η ιδέα του φωτονίου επινοήθηκε πρώτα και βρέθηκε ικανοποιητική στη μελέτη του ορατού φωτός και όχι στη μελέτη μεγαλύτερων μηκών κύματος.

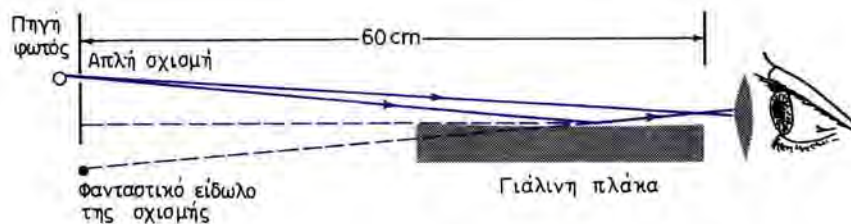
Όσο αυξάνει η συχνότητα και μεγαλώνει η ενέργεια του φωτονίου, τόσο περισσότερο κυριαρχεί η εικόνα του φωτονίου. Η ενέργεια των φωτονίων στην περιοχή των ακτίνων Χ είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να ανιχνεύονται εύκολα μοναδικά φωτόνια.

Η άφιξη ενός φωτονίου ακτίνων γάμα – που έχει ακόμη μεγαλύτερη συχνότητα και αντίστοιχα μικρότερο μήκος κύματος – είναι ένα γεγονός με σημαντική ενέργεια. Μπορεί να παρατηρηθεί με αρκετή πιθανότητα από μια ποικιλία ανιχνευτών. Φωτόνια ακτίνων γάμα με ενέργειες που φθάνουν τα 10^{14} electronvolt έχουν βρεθεί στα ψηλότερα στρώματα της ατμόσφαιρας. Παράγονται εκεί από σωματίδια κοσμικών ακτίνων τα οποία προέρχονται από το διάστημα και αντιδρούν με τα άτομα του αέρα. Αυτά τα πρωτογενή φωτόνια παράγουν δεκάδες εκατομμύρια δευτερογενή ηλεκτρόνια.

Όσο μεγαλώνει η συχνότητα και μικραίνει αντίστοιχα το μήκος κύματος, τα κυματικά φαινόμενα γίνονται λιγότερο φανερά. Είναι πιο δύσκολο, για παράδειγμα, να επιδειχθεί συμβολή και περίθλαση. Τα μήκη κύματος των ακτίνων Χ δεν είναι μεγαλύτερα από τις διαστάσεις των ατόμων. Είναι δύσκολο λοιπόν να κατασκευάσουμε για ακτίνες Χ αρκετά στενές σχισμές, για να δημιουργηθούν μέγιστα και ελάχιστα από συμβολή με παρατηρήσιμο πλάτος. Παρόλο που τα φαινόμενα συμβολής ακτίνων Χ χρησιμοποιούνται ευρύτατα, το σημαντικό σε αυτά τα φαινόμενα, που είναι η διάταξη περιθλάσεως, σπάνια κατασκευάζεται από ανθρώπινο χέρι. Αντί γι' αυτό μεταχειριζόμαστε την κανονική διάταξη των ατόμων σε κρυστάλλους. Για ακτίνες γάμα ακόμη και οι κρυστάλλοι δεν χρησιμεύουν ως εμπόδια περιθλάσεως: μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο πυρήνας ενός ξεχωριστού ατόμου και η διαδικασία για την παρατήρηση είναι κατεξοχήν έμμεση.

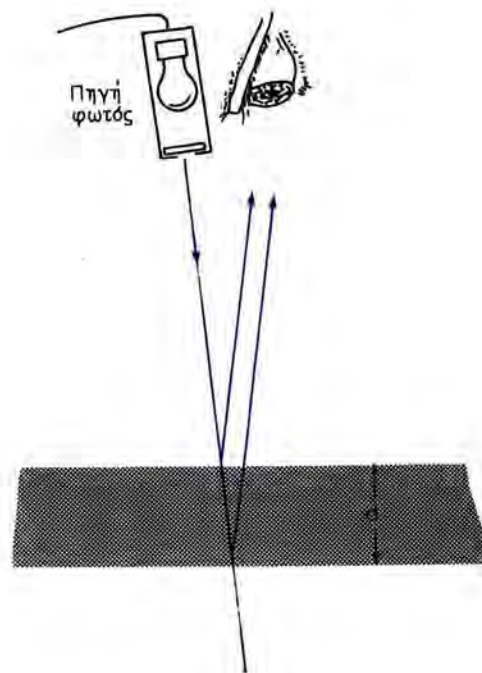
Για το σπίτι, την τάξη και το εργαστήριο.

28. Μια πηγή κόκκινου φωτός δημιουργεί συμβολή διερχόμενη μέσα από δυο στενές σχισμές που έχουν απόσταση $d = 0,01 \text{ cm}$ μεταξύ τους. Σε ποια απόσταση από τις σχισμές πρέπει να τοποθετήσουμε μια οθόνη, ώστε οι πρώτες ραβδώσεις συμβολής να έχουν απόσταση μεταξύ τους ένα εκατοστόμετρο; Ποια θα είναι η απόσταση μεταξύ των ραβδώσεων αν μεταχειρισθούμε κατόπιν ιώδες φως;
29. Όταν χρησιμοποιούμε μια πηγή φωτός με μήκος κύματος λ σε ένα πείραμα με δυο στενές σχισμές σε απόσταση d μεταξύ τους, σε ποιες γωνίες περιμένετε να παρατηρήσετε τα **μέγιστα** της έντασης του φωτός στην εικόνα συμβολής;
30. Μπορούμε να κατασκευάσουμε «πηγή διπλής σχισμής» (δυο πηγές) με σταθερή διαφορά φάσεως, αν μεταχειρισθούμε το κατευθείαν φως από μια απλή (μοναδική) σχισμή και το φως που ανακλάται από μια γυάλινη πλάκα, όπως δείχνει το σχήμα Γ. Μπορούμε να παρατηρήσουμε τους κροσσούς συμβολής μέσα από ένα απλό μεγεθυντικό φακό εστιασμένο στο άκρο της γυάλινης πλάκας. Με αυτόν τον τρόπο παρατήρησης βρίσκουμε ότι οι σκοτεινές γραμμές εμφανίζονται σε ίσες αποστάσεις αρχίζοντας από την ανακλαστική επιφάνεια της πλάκας.
- (α) Τι δείχνει αυτό για την καθυστέρηση φάσεως μεταξύ των δυο πηγών;
- (β) Αν το μήκος κύματος είναι 540 nm και οι σκοτεινές ραβδώσεις έχουν απόσταση $0,9 \text{ mm}$ μεταξύ τους, σε ποια απόσταση επάνω από το επίπεδο της επιφάνειας του γυαλιού βρίσκεται η πηγή της σχισμής, όταν η σχισμή απέχει 60 cm από το (προαναφερθέν) άκρο της γυάλινης πλάκας;
31. Να προτείνετε μια οπτική μέθοδο για τη μέτρηση του πλάτους (εύρους) μιας λεπτής σχισμής.
32. Να υποθέσετε ότι τα εμπόδια στο κάτω μέρος των φωτογραφιών του σχήματος 25-5 είχαν τοποθετηθεί στην πραγματικότητα στο κέντρο του δοχείου κυματισμών. Αν παίρναμε φωτογραφίες, που να δείχνουν ολόκληρο το δοχείο κυματισμών, τι θα παρατηρούσαμε σε κάθε περίπτωση στο τμήμα του δοχείου που δεν φαίνεται στις φωτογραφίες του σχήματος 25-5;
33. Όταν μια πηγή μήκους κύματος λ χρησιμοποιείται με τρεις σχισμές, κάθε μια σε απόσταση d από την διπλανή της, να δείξετε ότι η μέγιστη ένταση εμφανίζεται στις ίδιες γωνίες, όπως και για τις δυο μόνο σχισμές.
34. Δυο μεγάφωνα τριών ιντσών εκπέμπουν το καθένα σταθερό ήχο με συχνότητα 1000 hertz . Οι πηγές αυτές έχουν την ίδια φάση και βρίσκονται σε απόσταση 2 m μεταξύ τους.
- (α) Σε ποιες γωνίες θα περιμένετε να μην ακούγεται ήχος; (Η ταχύτητα του ήχου είναι περίπου 300 m/s).
- (β) Τι νομίζετε ότι θα συνέβαινε, αν δοκιμάζατε να κάνετε αυτό το πείραμα σε ένα δωμάτιο με τοίχους με σκληρή επιφάνεια;
35. Να υποθέσετε ότι οι συχνότητες, που εκπέμπονται από τα μεγάφωνα του προβλήματος 34, είναι 1000 και 995 Hz αντίστοιχα. Τι προβλέπετε ότι θα ακούγατε, αν τα μεγάφωνα βρίσκονταν σε ένα δωμάτιο με ηχοαπορροφητικούς τοίχους; Πού βασίζετε την πρόβλεψή σας;



Σχήμα Γ

36. Μια λεπτή δέσμη κόκκινου φωτός (μήκους κύματος 630 nm) προσπίπτει σχεδόν κάθετα σε μια γυάλινη πλάκα πάχους d με παράλληλες πλευρές και δείκτη διαθλάσεως 1,5. Ανακλάσεις συμβαίνουν και στις δυο επιφάνειες της πλάκας (βλ. σχ. 18-7). Υποθέσετε ότι παρατηρείτε την πλάκα, όπως δείχνει το σχήμα Δ.



Σχήμα Δ

(α) Ποια διαφορά φάσεως περιμένετε στην ανακλώμενη δέσμη από την επιφάνεια αέρα – γυαλιού; (Υπόδειξη: Ξανακοιτάξτε τα σχήματα 22-11 και 22-12).

(β) Ποια διαφορά φάσεως περιμένετε στην ανακλώμενη δέσμη από την επιφάνεια γυαλιού – αέρα;

(γ) Ποιο είναι το πάχος d της πλάκας, αν δεν παρατηρείτε ανακλάσεις;

37. Να σχεδιάσετε πρόχειρα το σχήμα 20-10 και κατόπιν να σχεδιάσετε επάνω σε αυτό διαγράμματα που να δείχνουν το αποτέλεσμα:

(α) Της αυξήσεως της εντάσεως της φωτεινής πηγής.

(β) Της ελαττώσεως του μήκους κύματος του φωτός.

38. (α) Ποιος είναι ο λόγος της ενέργειας ενός φωτονίου με μήκος κύματος 450 nm (μπλε φως) προς την ενέργεια ενός φωτονίου με μήκος κύματος 630 nm (κόκκινο φως);

(β) Ποιος είναι ο λόγος της μέγιστης ενέργειας ηλεκτρονίων, που εκπέμπονται από μια επιφάνεια υλικού με έργο εξαγωγής 1,8 electronvolt, αν μεταχειρισθούμε το κόκκινο και κατόπιν το μπλε φως του (α);

39. Ένα κοινό ηλεκτρικό φανάρι έχει μια λάμπα που διαρρέεται από 0,25 A όταν τροφοδοτείται με τάση 3 volt και συγκεντρώνει το φως που εκπέμπεται σε μια επιφάνεια περίπου 10 cm^2 . Να υποθέσετε ότι 1,0% της ενέργειας που καταναλώνεται από τη λάμπα μετατρέπεται σε ορατό φως με μήκος κύματος $5,8 \times 10^2 \text{ nm}$.

(α) Πόσα φωτόνια υπάρχουν σε κάθε μέτρο κατά μήκος του άξονα της δέσμης;

(β) Πόσα φωτόνια ανά δευτερόλεπτο φθάνουν σε κάθε τετραγωνικό εκατοστό μιας επιφάνειας που φωτίζεται από αυτό το φανάρι;

40. Μια πολύ ασθενική φωτεινή δέσμη προσπίπτει σε μια επιφάνεια νερού. Ένα μέρος της δέσμης ανακλάται και ένα μέρος διαθλάται. Να υποθέσετε ότι μπορείτε να μετρήσετε τα ανακλώμενα και διαθλώμενα φωτόνια (σχ. Ε).

(α) Αν κατά μέσον όρο δεν υπάρχουν περισσότερα από ένα φωτόνια στη συσκευή σε κάθε χρονική

στιγμή, περιμένετε ότι οι δυο απαριθμητές θα «κτυπήσουν» συγχρόνως; (Να υποθέσετε ότι ο χρόνος διελύσεως από την επιφάνεια στους δυο απαριθμητές είναι ο ίδιος). Να εξηγήσετε.

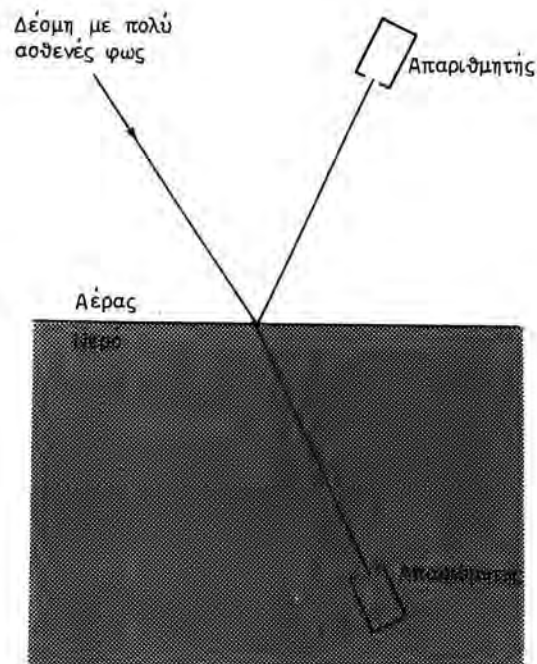
- (β) Να υποθέσετε ότι οι δυο πρώτες μετρήσεις καταγράφονται στον επάνω απαριθμητή. Μπορείτε να προβλέψετε ποιος απαριθμητής θα καταγράψει την τρίτη μέτρηση;
- (γ) Να υποθέσετε ότι το $1/3$ της ενέργειας της δέσμης ανακλάται και τα $2/3$ διαθλώνται. Ποιος θα περιμένετε να είναι ο λόγος των ενδείξεων των δυο απαριθμητών μετά από μεγάλο χρονικό διάστημα;

41. Ένας τυπικός σταθμός FM εκπέμπει με μήκος κύματος 3 meter. Να υπολογίσετε:

- (α) Την ενέργεια ενός φωτονίου σε αυτή την ακτινοβολία.
- (β) Τον αριθμό των φωτονίων που εκπέμπονται ανά δευτερόλεπτο, αν η ισχύς που ακτινοβολείται είναι 10 kilowatt.
- (γ) Τον αριθμό των φωτονίων κατά προσέγγιση που λαμβάνονται από ένα δέκτη κατά τη διάρκεια μιας ακουστικής ταλαντώσεως του ήχου του γράμματος «S», αν ο δέκτης βρίσκεται σε απόσταση 100 km από το σταθμό. Για απλούστευση να κάνετε τις ακόλουθες παραδοχές:
- (ι) Η ακτινοβολία απλώνεται ομοιόμορφα προς όλες τις κατευθύνσεις ακτινικά από την πηγή, έτσι ώστε να ισχύει ο νόμος του αντίστροφου τετραγώνου για τη ροή της ενέργειας. (Αυτό δεν αληθεύει για μια συνηθισμένη κεραία).
- (ii) Η κεραία του δέκτη συλλέγει ακτινοβολία από μια επιφάνεια 1 m^2 κάθετη στην κατεύθυνση διαδόσεως των κυμάτων.
- (iii) Ο ήχος του γράμματος «S» περιλαμβάνει ταλαντώσεις του αέρα με συχνότητα περίπου 4000 hertz.
- (δ) Θα παρατηρούσατε υπό συνθήκες συνθήκες, μοναδικά φωτόνια κατά τη λήψη του γράμματος «S»;

42. Σε μια συγκεκριμένη λυχνία ακτίνων X, ηλεκτρόνια επιταχύνονται με διαφορά δυναμικού 20.000 volt και κτυπούν ένα στόχο. Καθώς επιδραδύνονται μέχρι να σταματήσουν στο στόχο, μερικά από αυτά εκπέμπουν φωτόνια ακτίνων X.

- (α) Γιατί υπάρχει ένα ορισμένο ελάχιστο μήκος κύματος φωτονίων που παρατηρούνται από αυτή τη λυχνία; (Το όριο αυτό είναι γνωστό ως το όριο Duane – Hunt).
- (β) Να υπολογίσετε αυτό το ελάχιστο μήκος κύματος.



Σχήμα Ε

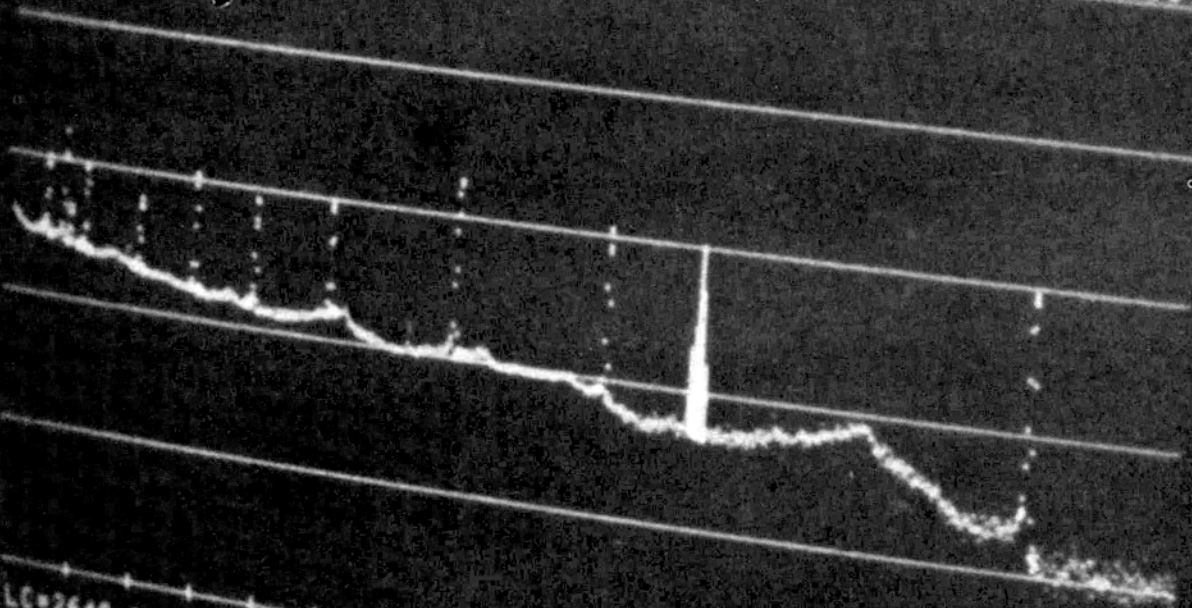
TIMEOUT = 500
 RESET = 100000
 ELAP (H) = 20725

CH# 0 VFS=LOG(2120)

CRT=(01-16)

14:24 16 DEC 77
 UNIT# 1 DT# 5%

CH# 4025



LC=2649 CH# 98 0LC

INT AREA = 34622
 AREA = 29727

CPS = 69
 ERR = 1.7%

RC=2703 CH# 77 0RC

ES 80 MULTICHANNEL ANALYZER



Αν κάνουμε μια ανασκόπηση του μεγάλου αριθμού φαινομένων, που μπορούν να περιγραφούν με τη Νευτώνια μηχανική, διαπιστώνουμε ότι τα επιτεύγματα είναι πραγματικά εντυπωσιακά. Οι νόμοι διατηρήσεως της ορμής και της ενέργειας καλύπτουν όλο το πεδίο, από την κίνηση των πλανητών μέχρι την κίνηση μορίων σε ένα αέριο. Ο νόμος του αντίστροφου τετραγώνου για αλληλεπίδραση μεταξύ μαζών όπως και μεταξύ ηλεκτρικών φορτίων ισχύει για την κίνηση ενός διαστημοπλοίου καθώς και για την κίνηση ενός σωματιδίου άλφα, που περνά κοντά από ένα πυρήνα χρυσού.

Ας προσπαθήσουμε τώρα να συγκεντρώσουμε τις γνώσεις μας για τη μηχανική και τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα και να τις εφαρμόσουμε σε ξεχωριστά άτομα. Δηλαδή ας δούμε τι συμβαίνει, αν προσπαθήσουμε να εφαρμόσουμε τους νόμους της μηχανικής και του ηλεκτρομαγνητισμού σε αντικείμενα που έχουν διαστάσεις 10^{-10} m. Θα το επιχειρήσουμε μεταχειριζόμενοι το μοντέλο του Rutherford, που περιγράφεται στο κεφάλαιο 17. Η μελέτη μάς για το φως πρέπει να μας προειδοποιεί ότι θα έχουμε προβλήματα.

26-1 Η σταθερότητα των ατόμων.

Το μοντέλο του Rutherford που περιγράφει το άτομο ως ένα μικροσκοπικό αλλά συμπαγή, θετικά φορτισμένο πυρήνα, τριγυρισμένο από ηλεκτρόνια, φαίνεται σε γενικές γραμμές ορθό. Μάθαμε ακόμη πώς μπορούμε να μετρήσουμε το φορτίο του πυρήνα και πώς να υπολογίσουμε τουλάχιστον ένα ανώτερο όριο για την «ακτίνα» του (παράγρ. 17-5). Αν γνωρίζουμε το φορτίο του πυρήνα, γνωρίζουμε επίσης τον αριθμό των ηλεκτρονίων που συμπληρώνουν το ουδέτερο άτομο.

Και όμως, καθώς συνεχίζουμε τη μελέτη μας, η ικανοποίησή μας αρχίζει να ελαττώνεται. Μόλις αρχίσουμε να εξετάζουμε τη συμπεριφορά των ηλεκτρονίων, εμφανίζεται ένα σοβαρό ελάττωμα στο μοντέλο του Rutherford. Στο άτομο, όπως το φαντάστηκε ο Rutherford, τα ηλεκτρόνια κινούνται γύρω από τον πυρήνα, όπως οι πλανήτες γύρω από τον ήλιο. Στην πραγματικότητα, υπό την επίδραση της δυνάμεως Coulomb αποφεύγουν την άμεση πτώση επάνω στον πυρήνα, μόνον επειδή περιστρέφονται συνεχώς γύρω από αυτόν. Η κίνηση αυτή είναι επιταχυνόμενη κίνηση και επομένως θα έπρεπε να συνοδεύεται από εκπομπή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων. Αλλά τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα αφαιρούν ενέργεια. Έτσι, όπως ένας δορυφόρος που χάνει ενέργεια λόγω τριβής στην ατμόσφαιρα, τα ηλεκτρόνια με μια σπειροειδή κίνηση θα έπρεπε να πέσουν στον πυρήνα. Με την υπόθεση ότι κινούνται σαν πλανήτες, επιμηκύνουμε μόνο το χρόνο της πτώσεως των ηλεκτρονίων. Αντί να πέσει στον πυρήνα σε 10^{-17} s περίπου, όπως θα συνέβαινε για ένα ηλεκτρόνιο που ξεκινά από ηρεμία έξω από ένα άτομο, το ηλεκτρόνιο, που πέφτει στον πυρήνα με σπειροειδή κίνηση ακτινοβολώντας την ενέργειά του, θα χρειαζόταν περίπου 2×10^{-11} s, για να φθάσει στον πυρήνα. Κι αυτός ο χρόνος ακόμη είναι πολύ βραχύς για να κρατηθεί ένα άτομο σταθερό στις διαστάσεις που γνωρίζουμε. Επομένως το μοντέλο του Rutherford δεν συμβιβάζεται με όσα γνωρίζουμε για την ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία.

Τα άτομα βέβαια εκπέμπουν φως και αυτό το φως πρέπει να προέρχεται από την επιταχυνόμενη κίνηση φορτίων του ατόμου. Άρα η

Άτομα και φάσματα

- 26-1 Η σταθερότητα των ατόμων
- 26-2 Το πείραμα των Franck και Hertz. Ενεργειακές στάθμες ατόμων
- 26-3 Ανατομία των ατομικών φασμάτων: Διέγερση και εκπομπή
- 26-4 Φάσματα απορροφήσεως
- 26-5 Οι ενεργειακές στάθμες του υδρογόνου
- 26-6 Οι ενεργειακές στάθμες ατομικών πυρήνων

Φωτογραφία αριστερά: Συγκεκριμένες λεπτές φασματικές γραμμές είναι η ταυτότητα ενός συγκεκριμένου ατομικού ή πυρηνικού συστήματος δεσμών σωματιδίων. Ένας αναλυτής παλμών με πολλά κανάλια παρέχει πληροφορίες παρόμοιες με αυτές που μπορείτε να πάρετε στο εργαστήριο με τη χρήση ενός φασματομέτρου.

ολική εικόνα μας για το άτομο πάσχει από συγκρουόμενες απαιτήσεις. Η εκπομπή φωτός είναι συνεπής με το μοντέλο του Rutherford, αλλά καταστρέφει επίσης αυτό το μοντέλο, γιατί όλα τα άτομα θα είχαν συρρικνωθεί σε πυρηνικές διαστάσεις πολύ πριν να προφθάσουμε να ανοιγοκλείσουμε τα μάτια μας. Το κανονικό άτομο θα έπρεπε να έχει τα ηλεκτρόνια κολλημένα στον πυρήνα όπου θα έχουν πέσει. Αλλά αυτό έρχεται σε άμεση αντίφαση με τις ενδείξεις της σκεδάσεως σωματιδίων άλφα και με το μέγεθος των ατόμων, όπως φαίνονται στις συγκρούσεις σε αέρια και στη διάταξή τους σε στερεά και υγρά.

Όσο περισσότερο διερευνούμε αυτά τα ερωτήματα, τόσο περισσότερα σοβαρά προβλήματα ανακαλύπτουμε. Ας εξετάσουμε την απλή περίπτωση του ατόμου του υδρογόνου, που αποτελείται από ένα μοναδικό πρωτόνιο και ένα ηλεκτρόνιο. Η συχνότητα του φωτός που εκπέμπεται από το άτομο πρέπει να έχει σχέση με τον αριθμό περιστροφών ανά δευτερόλεπτο του ηλεκτρονίου γύρω από τον πυρήνα, τη συχνότητα του ηλεκτρονίου. Η συχνότητα αυτή εξαρτάται από τη διάμετρο της τροχιάς. Ηλεκτρόνια που περιστρέφονται σε μικρότερη τροχιά έχουν υψηλότερη συχνότητα (βλ. εξίσωση 4, παράγρ. 25-6). Επομένως θα έπρεπε να εκπέμπουν φως υψηλότερης συχνότητας από τα ηλεκτρόνια που περιστρέφονται σε μεγαλύτερες τροχιές.

Καθώς ένα ηλεκτρόνιο εκπέμπει φως, η ενέργειά του πρέπει να ελαττώνεται. Επομένως η διάμετρος της τροχιάς του πρέπει να ελαττώνεται και η συχνότητα του κύματος που εκπέμπεται πρέπει να αυξάνεται. Μια πηγή φωτός περιέχει τεράστιο αριθμό ατόμων και πολλά από αυτά εκπέμπουν φως σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή. Μερικά από αυτά τα άτομα είναι σε κάποιο στάδιο της διαδικασίας εκπομπής φωτός και άλλα σε διαφορετικό στάδιο. Συνεπώς η πηγή θα έπρεπε να εκπέμπει φως σε όλες τις συχνότητες. Άρα η εκπομπή φωτός από αέριο υδρογόνο, για παράδειγμα, που προκαλείται από ηλεκτρική εκκένωση, θα έπρεπε να είναι εκπομπή με συνεχές φάσμα. Σε αντίθεση με αυτή την πρόβλεψη, η φασματική ανάλυση του φωτός του υδρογόνου εμφανίζει μια σειρά λεπτών «γραμμών», δηλαδή μια σειρά από διάκριτα μήκη κύματος και συχνότητες (σχ. 26-1).

Σχήμα 26-1 Φωτογραφία της ακτινοβολίας αερίου υδρογόνου που φωτοβολεί, παρμένη με ένα φασματοσκόπιο. Αντί για συνεχές φάσμα μηκών κύματος, παράγονται μόνο μερικά διάκριτα μήκη κύματος. [Φωτογραφία από το άρθρο του G. Hertzberg, «Über die Spektren des Wassershoffs (το φάσμα του υδρογόνου)», *Annalen der Physik* Τομ. 84, 1927].



Εκτός από το βασικό πρόβλημα – απώλεια ενέργειας από ακτινοβολία – υπάρχει ένας άλλος λόγος ανησυχίας ότι οι νόμοι της μηχανικής του Newton δεν θα μπορούσαν ποτέ να εξηγήσουν το άτομο του Rutherford. Μπορούμε να φανταστούμε κάποιο παράγοντα (π.χ. έναν περαστικό αστέρα) να προκαλεί μεταβολές στο ηλιακό μας σύστημα οιοδήποτε μεγέθους, μικρές, μεσαίες ή μεγάλες, χωρίς όμως να προκαλεί μείζονα διάσπαση. Όταν ο παράγοντας της διαταραχής απομακρύνεται, η νέα προκύπτουσα διάταξη θα παρέμενε μονίμως. Μπορούμε να φανταστούμε ένα ηλιακό σύστημα πλανητών κατασκευασμένο σε οποιοδήποτε

μέγεθος μέσα σε μια ευρεία περιοχή – με τροχιές, μάζες και αριθμό πλανητών διαφορετικές από το δικό μας σύστημα και όμως εξίσου σταθερό. Μια συλλογή παρομοίων ηλιακών συστημάτων, που θα μπορούσαμε να βρούμε γύρω από άλλους αστέρες, θα ήταν σαν τα άλλα πράγματα που βλέπουμε στη φύση, όπως ένα σύνολο από τριαντάφυλλα ή σταγόνες βροχής¹ θα έμοιαζαν πάρα πολύ, όπως τα μέλη μιας οικογένειας αλλά με ήλιους και τροχιές πλανητών διαφορετικών μεγεθών – δεν θα υπήρχαν δυο πανομοιότυπα.

Τα άτομα δεν είναι έτσι. Η πιο αξιοσημείωτη ιδιότητά τους είναι η ομοιότητα του ενός με το άλλο. Όλα τα άτομα του υδρογόνου του ίδιου ισότοπου συμπεριφέρονται με τον ίδιο τρόπο, όλα τα άτομα του στοιχείου ηλίου είναι όμοια κ.ο.κ. Τα άτομα ενός στοιχείου είναι μεταξύ τους πολύ πιο όμοια από ότι είναι τα φασόλια γίγαντες μεταξύ τους. Και όμως έχουν διαφορετικές ιστορίες² κάθε ένα έχει διαφορετικό παρελθόν από συγκρούσεις και ιοντισμούς και χημικές αντιδράσεις.

Παρόλα αυτά παραμένουν πάντοτε τα ίδια, εμφανίζοντας τις ίδιες φασματικές γραμμές και προκαλώντας τις ίδιες χημικές αντιδράσεις με τα ίδια ποσά ενέργειας αντιδράσεως. Το άτομο μπορεί να είναι ένα πλανητικό σύστημα, αλλά είναι ένα πλανητικό σύστημα που εμφανίζεται σε μυριάδες πανομοιότυπα αντίτυπα.

-
1. Ποιες είναι οι ασυμφωνίες μεταξύ των προβλέψεων του μοντέλου του Rutherford για την εκπομπή φωτός από τα άτομα και την εκπομπή φωτός που παρατηρούμε;
-

26-2 Το πείραμα των Franck και Hertz. Ενεργειακές στάθμες ατόμων.

Σύμφωνα με τη Νευτώνιο μηχανική, κινήσεις ενός πλανητικού συστήματος είναι δυνατές με οποιαδήποτε ολική ενέργεια. Από την άλλη μεριά, για ένα άτομο, φαίνεται ότι μόνο ένα περιορισμένο σύνολο κινήσεων επιτρέπεται. Η επαναληπτική συμπεριφορά και η σταθερότητα των ατόμων αποτελούν ενδείξεις για την ύπαρξη αυτού του περιορισμού. Παρόμοια ένδειξη είναι ο ταυτόσημος χαρακτήρας των μελών ενός ατομικού είδους.

Αν είναι δυνατοί μόνο μερικοί διάκριτοι τύποι κινήσεων, περιμένουμε ότι οι ενέργειες ενός ατόμου θα έχουν μόνο τις τιμές που αντιστοιχούν σ' αυτές τις κινήσεις. Αλλά τότε πρέπει να υπάρχουν χάσματα μεταξύ των δυνατών ενεργειών και σ' αυτή την περίπτωση η εσωτερική ενέργεια ενός ατόμου πρέπει να μπορεί να μεταβληθεί μόνον κατά μερικές καθορισμένες ποσότητες ενέργειας που προσδίδονται στο άτομο.

Υπάρχουν πραγματικά χάσματα στις ενέργειες που μπορεί να έχει ένα άτομο; Είναι σημαντικό να βρεθεί μια άμεση απόδειξη αυτής της ιδέας. Αυτό μπορεί να γίνει με ένα πείραμα, στο οποίο προσπαθούμε να μεταβάλλουμε την ενέργεια των ατόμων δομολογώντας τα με ηλεκτρόνια. Είναι δυνατόν να πάρει ένα άτομο, από τη σύγκρουση με ένα ηλεκτρόνιο, κάποιο ποσό ενέργειας και να το διατηρήσει ως αύξηση της εσωτερικής του ενέργειας; Κι αν αυτό είναι εφικτό, μπορεί να συγκρατήσει **οποιοδήποτε** κέρδος ενέργειας, μικρό ή μεγάλο, ή μήπως περιορί-

ζεται σε επιλογή κατά αυστηρά καθορισμένες ποσότητες; Αυτό το πείραμα έγινε το 1914 στη Γερμανία. Ο James Franck (Τζέιμς Φρανκ) και ο Gustav Hertz (Γκούσταβ Χερτς) πραγματοποίησαν ένα πείραμα δομολογίας με ηλεκτρόνια, για το οποίο αργότερα έλαβαν το βραβείο Νόμπελ. Το πείραμα αυτό – και πολλά άλλα παρόμοια που πηγάζουν από αυτό – είναι κλειδί για τα προβλήματα ατομικής σταθερότητας και δομής.

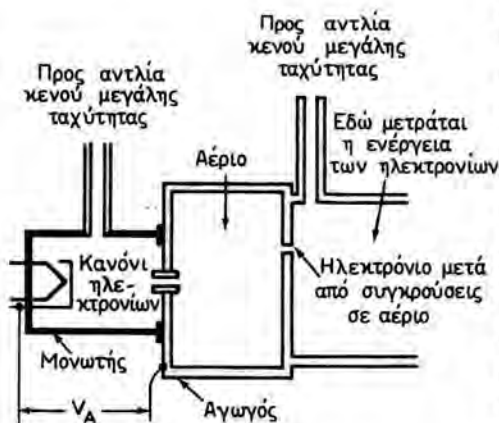
Θα περιγράψουμε εδώ ένα πείραμα, παρόμοιο με τα αρχικά πειράματα των Franck και Hertz. Εκλέγουμε αυτό το συγκεκριμένο πείραμα, επειδή είναι ευκολότερο στην ερμηνεία του, παρόλο που είναι δυσκολότερο στην εκτέλεσή του.

Όπως οι Franck και Hertz θα μεταχειρισθούμε ηλεκτρόνια για να δομολογήσουμε τα άτομα. Γι' αυτό το σκοπό θα μεταχειρισθούμε ένα κανόνι ηλεκτρονίων σαν αυτό που περιγράψαμε στο κεφάλαιο 14. Το κανόνι ηλεκτρονίων προσδίδει ενέργεια στα ηλεκτρόνια που εκπέμπονται από την κάθοδο. Αν η τάση επιταχύνσεως στο κανόνι είναι V_A , τα ηλεκτρόνια αφήνουν την κάθοδο με ενέργεια ενός φορτίου ηλεκτρονίου επί V_A .

Όταν τα ηλεκτρόνια αφήνουν το κανόνι, περνούν από ένα θάλαμο που περιέχει αέριο. Μπαίνουν σ' αυτόν το θάλαμο από μια μικρή τρύπα, ενώ το κανόνι ηλεκτρονίων λειτουργεί σε καλό κενό, επειδή αντλούμε γρήγορα και συνεχώς το αέριο, που ενδεχομένως διαφεύγει στο χώρο του κανονιού (σχ. 26-2). Ο θάλαμος που περιέχει το αέριο είναι κατασκευασμένος από αγωγίμο υλικό, πρέπει να βρίσκεται ολόκληρος στο ίδιο δυναμικό και να μην υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό του που θα μπορούσε να αλλάξει την ενέργεια των ηλεκτρονίων. Επομένως οποιαδήποτε μεταβολή στην ενέργεια των ηλεκτρονίων προέρχεται από την αλληλεπίδρασή τους με τα άτομα του αερίου.

Για να διερευνήσουμε τώρα τι συμβαίνει με τα ηλεκτρόνια, όταν συγκρούονται με τα άτομα του αερίου, αφήνουμε μερικά ηλεκτρόνια να δγουν από το θάλαμο του αερίου μέσα από μια μικρή τρύπα που οδηγεί σε δεύτερο εκκενωμένο χώρο. Εκεί μετρούμε την ενέργεια των ηλεκτρονίων που έχουν περάσει διαμέσου του αερίου.

Μπορούμε να κάνουμε αυτή τη μέτρηση με διάφορες διατάξεις. Για παράδειγμα, μπορούμε να μεταχειρισθούμε ένα φασματογράφο μάζας σαν κι αυτόν που περιγράφεται στο κεφάλαιο 15. Κατόπιν, αφού γνωρίζουμε τη μάζα του ηλεκτρονίου, η καμπυλότητα της τροχιάς του ηλεκτρονίου στο μαγνητικό πεδίο μας επιτρέπει να προσδιορίσουμε την ενέργειά του. Με άλλο τρόπο, μπορούμε να προσδιορίσουμε την ενέργεια των ηλεκτρονίων αφήνοντάς τα να κινηθούν υπό την επίδραση ενός δυναμικού επιβραδύνσεως και μετρώντας τη διαφορά δυναμικού που μόλις επιτρέπει στα ηλεκτρόνια να φθάσουν στο συλλέκτη. Θα μπορούσαμε ακόμη να κάνουμε μετρήσεις του χρόνου πτήσεως των ηλεκτρονίων στο θάλαμο ανιχνεύσεως για να δρούμε την ταχύτητα των ηλεκτρονίων και επομένως την κινητική τους ενέργεια. Οι πρακτικές λεπτομέρειες αυτών των μετρήσεων είναι δύσκολες και περίπλοκες, αλλά παρόλη τη δυσκολία τους καταφέρνουμε τελικά να αποκτήσουμε τις πληροφορίες που θέλουμε για την ενέργεια των ηλεκτρονίων ύστερα από την αλληλεπίδρασή τους με τα άτομα του αερίου.



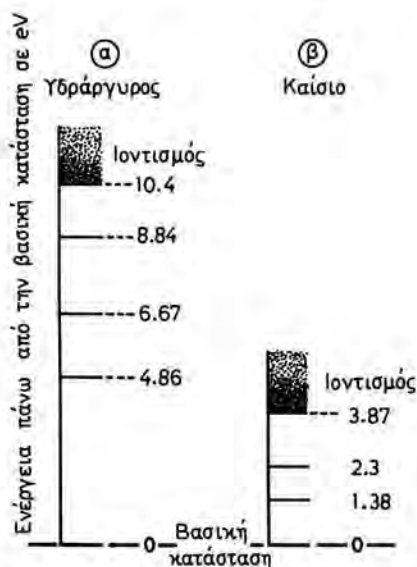
Σχήμα 26-2 Η γενική ιδέα για ένα πείραμα μετρήσεως των μεταβολών στην ενέργεια των ηλεκτρονίων, όταν συγκρούονται με άτομα αερίου. Τα ηλεκτρόνια περνούν μέσα από ένα δείγμα αερίου (ατμό υδραργύρου) στο μεσαίο θάλαμο. Τα ηλεκτρόνια αφήνουν το κανόνι με ενέργεια που προσδιορίζεται από την τάση επιταχύνσεως. Η ενέργεια που παραμένει μετά τις συγκρούσεις μετρείται στο δεξιό θάλαμο. Σημειώστε ότι το άνοιγμα προς την περιοχή μετρήσεως της ενέργειας δεν είναι στην ίδια ευθεία με την αρχική δέσμη των ηλεκτρονίων. Έτσι εξασφαλίζεται ότι θα συλληφθούν μόνο τα ηλεκτρόνια που έχουν υποστεί απόκλιση από συγκρούσεις.

Τι είδους πληροφορίες παίρνομε από αυτή τη συσκευή; Ας εξετάσομε ένα συγκεκριμένο παράδειγμα. Τι συμβαίνει, όταν έχομε ατμούς υδραργύρου μέσα στο θάλαμο του αερίου; Όσο το δυναμικό επιταχύνσεως στο ηλεκτρονικό κανόνι διατηρείται σε μερικά volt, τα ηλεκτρόνια που εισέρχονται στον ανιχνευτή μας ύστερα από τη σύγκρουσή τους με άτομα αερίου έχουν σχεδόν ακριβώς την ίδια ενέργεια που παίρνουν από το κανόνι. Σ' αυτή τη χαμηλή ενέργεια οι συγκρούσεις με τα άτομα του αερίου είναι σχεδόν ελαστικές. Σε συγκρούσεις αυτού του είδους τα άτομα με τη μεγάλη τους μάζα παίρνουν αμελητέο μέρος από την κινητική ενέργεια. Όταν όμως το δυναμικό επιταχύνσεως στο κανόνι ξεπεράσει τα 5 volt, ώστε τα ηλεκτρόνια να βομβαρδίζουν τα άτομα με κινητική ενέργεια πάνω από 5 volt, συμβαίνει μια δραματική μεταβολή. Τα ηλεκτρόνια που εισέρχονται στον ανιχνευτή δεν έχουν πια την ενέργεια με την οποία έφυγαν από το κανόνι. Αντιθέτως τα ηλεκτρόνια που εισέρχονται στον ανιχνευτή έχουν πρακτικά μηδενική κινητική ενέργεια.

Αυξάνομε τώρα το δυναμικό στο κανόνι ακόμη περισσότερο, έτσι ώστε η κινητική ενέργεια που έχουν τα ηλεκτρόνια για το βομβαρδισμό να είναι μεγαλύτερη. Βρίσκομε ότι η ενέργεια των ηλεκτρονίων που φθάνουν στον ανιχνευτή είναι επίσης μεγαλύτερη. Όταν αυξάνομε το V_A από 5 volt σε 6 volt, η κινητική ενέργεια που μετρούμε στον ανιχνευτή ανεβαίνει από μικρό κλάσμα του ηλεκτρονιοβόλτ (eV) σε ένα ή περισσότερα ηλεκτρονιοβόλτ (eV). Προσεκτικές μετρήσεις, με τις οποίες προσδιορίζομε με ακρίβεια την τάση στο κανόνι και την κινητική ενέργεια στον ανιχνευτή, δείχνουν ότι, κατά τη σύγκρουσή τους με τα άτομα, τα ηλεκτρόνια χάνουν σχεδόν ακριβώς 4,9 eV. Η απώλεια αυτή εμφανίζεται όταν τα ηλεκτρόνια έχουν κινητική ενέργεια 4,9 eV και το μέγεθος της απώλειας παραμένει το ίδιο, καθώς αυξάνομε την ενέργεια βομβαρδισμού για δυο ακόμη περίπου eV. Το άτομο του υδραργύρου δεν μπορεί να απορροφήσει ενέργεια μικρότερη από 4,9 eV και ακόμη και αν προσφερθεί κάπως περισσότερη ενέργεια θα απορροφήσει πάλι ακριβώς 4,9 eV.

Αλλά τα 4,9 eV δεν είναι η μόνη ενέργεια που μπορεί να πάρει το άτομο. Αν η ενέργεια βομβαρδισμού είναι 6,7 eV ή περισσότερη, τα ηλεκτρόνια μπορούν να χάσουν είτε 4,9 eV είτε 6,7 eV. Αν αυξήσομε ακόμη περισσότερο την ενέργεια βομβαρδισμού, βρίσκομε άλλα κατώφλια, στα οποία μπορούν να λάβουν χώρα μεγαλύτερες απώλειες ενέργειας και πέρα από τα οποία μπορούν να αφαιρεθούν πολλές διαφορετικές ποσότητες ενέργειας από τα ηλεκτρόνια. Αυτή είναι η βασική ιδιότητα που αναζητούσαν οι Franck και Hertz: μπορεί να μεταβληθεί η «εσωτερική» ενέργεια των ατόμων, αλλά οι μεταβολές γίνονται κατά αυστηρά καθορισμένα δήματα.

Η μικρότερη ποσότητα ενέργειας που μπορεί να απορροφήσει ως «εσωτερική» ενέργεια ένα άτομο ονομάζεται πρώτη **ενέργεια διεγέρσεως**. Για τον υδράργυρο η ενέργεια διεγέρσεως είναι 4,9 eV. Για το ήλιο, που έχει την πιο μεγάλη ενέργεια διεγέρσεως, η τιμή είναι 19,8 eV. Η πιο χαμηλή ενέργεια διεγέρσεως από όλα τα άτομα ανήκει στο καίσιο, που μπορεί να απορροφήσει 1,4 eV. Άλλα άτομα απορροφούν επίσης ορισμένες ποσότητες ενέργειας και οι ποσότητες αυτές είναι χαρακτηριστικές του είδους του ατόμου.



Σχήμα 26-3 (α) Μερικές από τις ενεργειακές στάθμες του ατόμου του υδρογέου. Σ' αυτό το διάγραμμα η κανονική r βασική ή θεμελιώδης κατάσταση λαμβάνεται ως το μηδέν της κλίμακας ενέργειας' σχεδιάσαμε μερικά από τα πακέτα ενέργειας που θα δεχθεί το άτομο. (β) Παρόμοιο διάγραμμα για το άτομο του καΐσιου.

Το πείραμα που περιγράψαμε είναι εξιδανικευμένο' τα αποτελέσματα που αναφέραμε έχουν συλλεχθεί σε πολλά παρόμοια πειράματα που συμφωνούν μεταξύ τους. Έτσι το πείραμα Franck - Hertz και οι μεταγενέστερες τροποποιήσεις του μας έδειξαν ότι τα άτομα μπορούν να δεχθούν μόνο καθορισμένα πακέτα ενέργειας. Η εσωτερική ενέργεια ενός ατόμου δεν μπορεί να μεταβληθεί κατά συνεχή τρόπο. Μεταβάλλεται μόνο κατά βήματα. Οι διαδοχικές εσωτερικές ενέργειες που μπορεί να έχει ένα άτομο ονομάζονται **ενεργειακές στάθμες**. Συχνά τις παριστάνουμε με διαγράμματα, όπως δείχνει το σχήμα 26-3.

Η θεμελιώδης κατάσταση είναι η κατάσταση στην οποία βρίσκουμε το άτομο πριν να τροφοδοτηθεί με οποιαδήποτε ενέργεια διεγέρσεως. Επάνω από αυτή υπάρχουν διάφορες διεγερμένες καταστάσεις, με χάσματα ανάμεσά τους. Αυτές οι διεγερμένες καταστάσεις σχηματίζονται όταν παρέχεται αρκετή ενέργεια από τα προσπίπτοντα ηλεκτρόνια. Τέλος, όταν ένα άτομο συγκρούεται με ένα ηλεκτρόνιο, που έχει την απαιτούμενη ενέργεια, το άτομο διασπάται. Εκπέμπεται ένα ηλεκτρόνιο από το άτομο και παραμένει ένα θετικό ιόν. Επειδή η ενέργεια του εκπεμπόμενου ηλεκτρονίου μπορεί να έχει οποιαδήποτε τιμή, το άτομο μπορεί να δεχθεί οποιοδήποτε ποσό ενέργειας που είναι μεγαλύτερο από την ενέργεια ιοντισμού. Για τον υδράργυρο, όπως δείχνει το σχήμα 26-3, η ενέργεια ιοντισμού είναι 10,4 eV.

Έχουν μελετηθεί τα άτομα πολλών στοιχείων με συγκρούσεις ηλεκτρονίων. Από τα πειράματα αυτά βρίσκουμε ότι κάθε είδος ατόμου έχει το δικό του σύνολο ενεργειακών σταθμών και τη δική του ενέργεια ιοντισμού. Όλα αυτά χαρακτηρίζουν το άτομο, όπως και οι χημικές του αντιδράσεις ή τα οπτικά του φάσματα.

2. Ένα ηλεκτρόνιο με κινητική ενέργεια 4,2 eV συγκρούεται με ένα άτομο υδραργέου. Ποια είναι η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου μετά τη σύγκρουση;
3. Ποιο θα ήταν το μήκος κύματος του φωτός, που θα εμφανιζόταν πρώτο, αν μεταχειριζόμαστε καΐσιο σε ένα πείραμα Franck - Hertz; (Βλ. σχ. 26-3).

26-3 Ανατομία των ατομικών φασμάτων: Διέγερση και εκπομπή.

Η ύπαρξη ενεργειακών σταθμών επιβεβαιώνεται πλήρως με ένα εντελώς διαφορετικό τρόπο μετρήσεως. Καθώς βομβαρδίζουμε ένα αέριο με ηλεκτρόνια, παρατηρούμε το φως που εκπέμπεται από το αέριο. Σε χαμηλές ενέργειες βομβαρδισμού δεν παρατηρούμε σημαντική εκπομπή φωτός από το αέριο. Αλλά μόλις περάσουμε την πρώτη ενέργεια διεγέρσεως, εμφανίζεται απότομα φως. Αν εξετάσουμε το φως με ένα φασματοσκόπιο, βλέπουμε μια στενή φασματική γραμμή, που σημαίνει ότι εκπέμπεται φως ορισμένου μήκους κύματος, δηλαδή φωτόνια μιας μοναδικής ενέργειας.

Με τον υδράργυρο, για παράδειγμα, όταν η ενέργεια με την οποία βομβαρδίζουν τα ηλεκτρόνια ξεπερνά τα 4,9 eV, το φασματοσκόπιο με το οποίο παρατηρούμε το αέριο θα δείξει απότομα την παρουσία υπε-

ριώδους φωτός με μήκος κύματος 253,7 nm. Αυτή η έντονη φασματική γραμμή είναι μια από τις γραμμές από τις οποίες αναγνωρίζεται το φάσμα του υδραργύρου. Αλλά το φάσμα αυτό του υδραργύρου με τη μοναδική γραμμή είναι πολύ ασυνήθιστο. Από ένα σωλήνα εκκενώσεων που περιέχει ατμό υδραργύρου παρατηρούμε συνήθως πολλές χαρακτηριστικές φασματικές γραμμές του υδραργύρου, πολλές γραμμές με καθορισμένο μήκος κύματος που χαρακτηρίζουν το στοιχείο υδράργυρος. Έχουμε παράγει μόνον ένα μέρος του κανονικού φάσματος του υδραργύρου.

Τα πειράματα που περιγράψαμε στην τελευταία παράγραφο μας δείχνουν ότι πετύχαμε να μεταφέρουμε πακέτα ενέργειας των 4,9 eV σε μερικά άτομα αερίου υδραργύρου. Μόνο όταν μεταφέρονται τέτοια πακέτα ενέργειας παρατηρούμε φως από τον υδράργυρο. Είναι φανερό ότι η ενέργεια διεγέρσεως που μεταφέρεται από την κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων ακτινοβολείται με τη μορφή φωτονίων από τα ξεχωριστά άτομα, καθώς επιστρέφουν στη θεμελιώδη κατάσταση. (Θυμηθείτε ότι η θεμελιώδης κατάσταση είναι η χαμηλότερη ενεργειακή κατάσταση, η κατάσταση στην οποία βρίσκονται κανονικά τα άτομα του υδραργύρου πριν να μεταφερθεί σε αυτά η ενέργεια των 4,9 eV από τη σύγκρουση με το ηλεκτρόνιο). Αν όλη η ενέργεια που απορροφάται από ένα άτομο εκπέμπεται σαν ένα πακέτο, τα φωτόνια θα έπρεπε να έχουν ενέργεια 4,9 eV και το μήκος κύματος του αντίστοιχου φωτός θα ήταν:

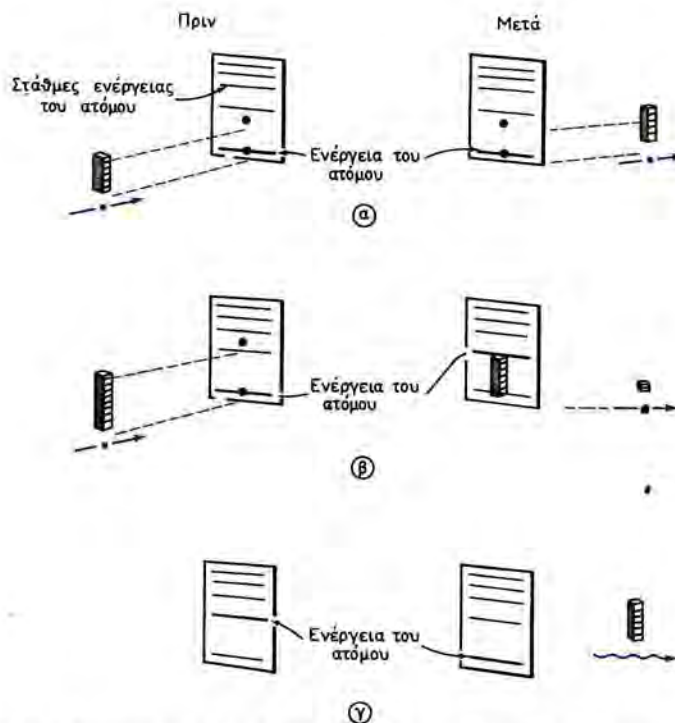
$$\lambda = \frac{1240 \text{ eV-nm}}{E} = \frac{1240 \text{ eV-nm}}{4,9 \text{ eV}} = 253 \text{ nm}$$

Αν ήταν δυνατόν ένα άτομο υδραργύρου να ακτινοβολήσει την ενέργειά του με περισσότερα από ένα φωτόνια, θα βλέπαμε φως με μεγαλύτερα μήκη κύματος. Άρα το πείραμα με το φασματοσκόπιο δείχνει ότι τα άτομα όχι μόνο παίρνουν ορισμένο ποσό ενέργειας από τα ηλεκτρόνια, αλλά ακόμη ότι ακτινοβολούν ακριβώς αυτό το ποσό ενέργειας όταν επιστρέφουν στη θεμελιώδη κατάσταση. Τόσο όταν δέχονται ενέργεια από το βομβαρδισμό με ηλεκτρόνια, όσο και όταν εκπέμπουν ενέργεια με τη μορφή φωτός, τα άτομα μεταβαίνουν με «ένα πήδημα» από μια ενεργειακή κατάσταση σε μια άλλη, που απέχει κάτι λιγότερο από 4,9 eV (σχ. 26-4). Αυτό είναι εξαιρετική επιβεβαίωση της ιδέας ότι στα άτομα μπορούν να γίνουν μεταβολές εσωτερικής ενέργειας μόνο κατά ορισμένες ποσότητες.

Ας συνεχίσουμε το πείραμα με το φασματοσκόπιο, αυξάνοντας την ενέργεια με την οποία τα ηλεκτρόνια βομβαρδίζουν τα άτομα του υδραργύρου και παρατηρώντας το φως που εκπέμπουν. Καθώς αυξάνουμε την ενέργεια βομβαρδισμού, εμφανίζονται οι υπόλοιπες από τις γνωστές γραμμές του φάσματος του υδραργύρου. Εμφανίζονται σε ομάδες, καθώς η ενέργεια βομβαρδισμού αυξάνει σταδιακά και ξεπερνά τα κατώφλια για διεγερση όλο και πιο υψηλών ενεργειακών καταστάσεων. Η διαδικασία αυτή επομένως μας επιτρέπει να αναλύσουμε το φάσμα του υδραργύρου και να καταλάβουμε πώς δημιουργείται.

Πριν να συγκρουσθεί με ένα ηλεκτρόνιο, το άτομο βρίσκεται στη χαμηλότερη κατάστασή του, τη θεμελιώδη κατάσταση. Όταν το άτομο συγκρούεται με ένα ηλεκτρόνιο με ενέργεια μικρότερη από τη διαφορά

Σχήμα 26-4 Οι στήλες με τα κουτάκια πάνω από το ηλεκτρόνιο παριστάνουν την κινητική του ενέργεια. Το άτομο και οι ενεργειακές στάθμες του παριστάνονται στους ορθογώνιους «πίνακες». (α) Το ηλεκτρόνιο δεν έχει αρκετή ενέργεια για να ανεβάσει το άτομο στην αμέσως υψηλότερη ενέργεια και επομένως σκεδάζεται ελαστικά. (β) Το ηλεκτρόνιο έχει περισσότερη ενέργεια. Το άτομο απορροφά ακριβώς το σωστό ποσό ενέργειας, για να φθάσει στη δεύτερη στάθμη του (πρώτη διεγερμένη στάθμη) και το ηλεκτρόνιο κρατά μόνο την ενέργεια που του περισσεύει. Η σύγκρουση είναι μη ελαστική. (γ) Το άτομο βρίσκεται στη δεύτερη ενεργειακή στάθμη του. Επιστρέφοντας στη θεμελιώδη κατάσταση εκπέμπει ένα φωτόνιο με ενέργεια ίση με τη διαφορά ενέργειας μεταξύ των δυο καταστάσεων.



ενέργειας ανάμεσα στη θεμελιώδη κατάσταση και την πρώτη διεγερμένη κατάσταση, δεν συμβαίνει τίποτε. Ένα ηλεκτρόνιο με μεγαλύτερη ενέργεια όμως μπορεί να μεταφέρει ενέργεια στο άτομο. Αν η ενέργεια είναι αρκετή μόνο για να φθάσει το άτομο στην πρώτη διεγερμένη κατάσταση, θα αφαιρεθεί από το ηλεκτρόνιο μόνο η ενέργεια πρώτης διεγέρσεως και κατόπιν το άτομο θα ακτινοβολήσει ένα φωτόνιο, που δημιουργεί τη γραμμή 253,7 nanometers, την οποία παρατηρήσαμε πρώτη. Πολλά άτομα συνεισφέρουν φωτόνια και κάθε φωτόνιο έχει την ίδια ενέργεια, γιατί κάθε ξεχωριστό άτομο πέφτει από την πρώτη διεγερμένη κατάσταση στη θεμελιώδη. Όταν τα ηλεκτρόνια είναι σε θέση να προσφέρουν ακόμη περισσότερη ενέργεια, τα διάφορα άτομα μπορούν να διεγερθούν σε ακόμη υψηλότερες καταστάσεις εσωτερικής ενέργειας. Τότε, καθώς ένα άτομο επιστρέφει στη θεμελιώδη κατάσταση, μπορεί να ακτινοβολήσει ένα φωτόνιο μεγαλύτερης ενέργειας ή περισσότερα φωτόνια με ενέργειες ίσες με τις διαφορές ενέργειας μεταξύ των διαφόρων ενεργειακών καταστάσεων στις οποίες μπορεί να υπάρχει το άτομο.

Όταν ακτινοβολούνται φωτόνια – όπως και σε κάθε άλλο φαινόμενο που γνωρίζουμε – η ενέργεια διατηρείται. Η ενέργεια του εκπεμπόμενου φωτονίου hc/λ είναι ίση με τη διαφορά μεταξύ της αρχικής εσωτερικής ενέργειας και της τελικής εσωτερικής ενέργειας του ατόμου, καθώς μεταπηδά από τη μια κατάσταση στην άλλη:

$$E_{\text{φωτόνιο}} = E_{\text{αρχική}} - E_{\text{τελική}}$$

Κάθε γραμμή του φάσματος αποτελείται από ακτινοβολία, που προέρχεται από πολλά άτομα, τα οποία μεταπηδούν όλα μεταξύ των ιδίων καταστάσεων εσωτερικής ενέργειας, το ένα ανεξάρτητα από το άλλο. Το σχήμα 26-5 δείχνει την ανάλυση του φάσματος του υδραργύρου

Ανατομία του φάσματος του υδραργύρου



(α) Με ηλεκτρόνια οποιασδήποτε ενέργειας πάνω από 4,9 eV εκπέμπεται η ισχυρή υπεριώδης γραμμή με μήκος κύματος 253,7 nm. Όπως δείχνει η εικόνα δεξιά, αυτό αντιστοιχεί σε μεταβολή της ενέργειας του ατόμου από την πρώτη διεγερμένη κατάσταση στη θεμελιώδη κατάσταση. Όταν η ενέργεια φθάσει τα 7 eV, υπάρχει επίσης μια μεταβολή ενέργειας από 6,67 eV στη θεμελιώδη κατάσταση που δίνει μια γραμμή με μήκος κύματος 184,9 nm. Αλλά το μήκος κύματος αυτού του φωτός είναι πολύ μικρό και δεν έχει επίδραση στη φωτογραφική πλάκα. Αυτή η μετάβαση δείχνεται εδώ με διακεκομμένο βέλος. Στα επόμενα σχήματα το βέλος αυτό παραλείπεται.



(β) Στα 8,4 eV εμφανίζονται στην περιοχή της φωτογραφίας τρεις νέες γραμμές με μεγαλύτερο μήκος κύματος. Τα φωτόνια αυτού του φωτός έχουν ενέργεια που δίνεται από τις μεταβάσεις από τις στάθμες γύρω στα 7,8 eV στις στάθμες γύρω στα 4,9 eV.

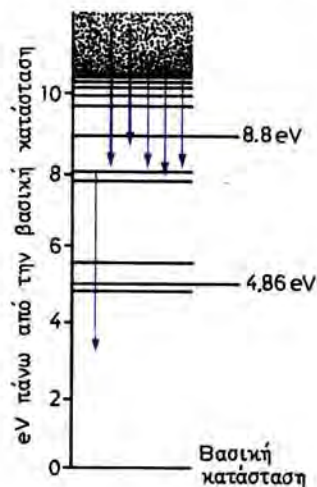
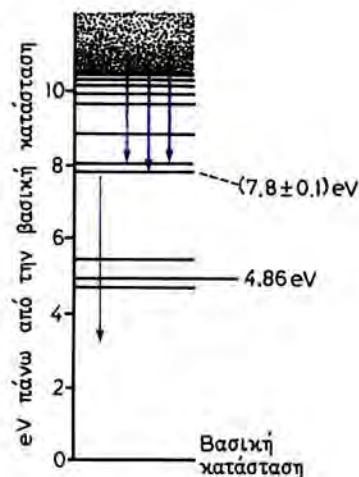
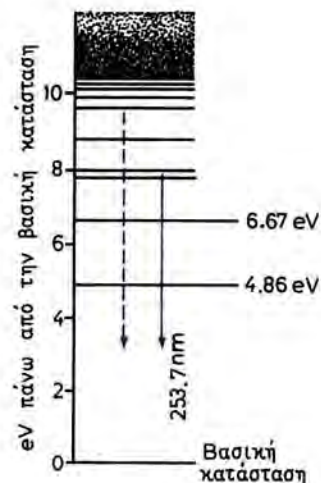


(γ) Όταν η ενέργεια βομβαρδισμού αυξηθεί στα 8,9 eV, εμφανίζονται δυο ακόμη γραμμές με ενδιάμεσα μήκη κύματος. Τα φωτόνια έχουν ενέργειες που ορίζονται από τις μεταβάσεις από τις στάθμες γύρω στα 8,8 eV στις στάθμες γύρω στα 4,9 eV.



(δ) Καθώς η τάση επιτάχυνσης των ηλεκτρονίων αυξάνει παραπάνω, ακόμη περισσότερες γραμμές εμφανίζονται. Στα 10,4 eV το άτομο ιοντίζεται και εμφανίζεται το πλήρες φάσμα. Σ' αυτή την περίπτωση οι ταξινομήσεις πάνω και κάτω από τη φωτογραφία χρησιμεύουν για το χαρακτηρισμό των διαφόρων ομάδων φασματικών γραμμών.

Σχήμα 26-5 Οι φωτογραφίες δείχνουν τις φασματικές γραμμές που εμφανίζονται, όταν ατμοί υδραργύρου βομβαρδίζονται με ηλεκτρόνια. Σε κάθε περίπτωση τα ηλεκτρόνια έχουν ορισμένη ενέργεια που αναγράφεται δίπλα στη φωτογραφία. (Φωτογραφίες από το άρθρο του John A. Eldridge, «Το φάσμα του υδραργύρου κάτω από την ενέργεια ιοντισμού» Physical Review, Τομ. 23, Σειρά 2, 1924).



και τη συσχέτισή του με τις ενεργειακές στάθμες του ατόμου του υδραργύρου. Οι κατακόρυφες γραμμές (βέλη) στα διαγράμματα ενεργειακών σταθμών δείχνουν τις ενέργειες των φωτονίων που είναι δυνατόν να εκπέμψουν. Για κάθε φωτόνιο που εκπέμπεται, κάποιο διάκριτο άτομο πρέπει να μεταπηδά από μια υψηλότερη κατάσταση σε μια χαμηλότερη και το φωτόνιο φέρει την ενέργεια που αποδίδεται.

Σημειώστε ότι οι γραμμές του υδραργύρου με τα μεγαλύτερα μήκη κύματος αντιστοιχούν σε άλματα μεταξύ καταστάσεων που βρίσκονται και οι δυο υψηλότερα από τη θεμελιώδη κατάσταση. Οι διαφορές ενέργειάς τους είναι μικρότερες και έτσι τα φωτόνια που εκπέμπονται έχουν χαμηλότερη συχνότητα και μεγαλύτερο μήκος κύματος. Για να δημιουργήσουμε όμως τέτοιες γραμμές με μεγάλο μήκος κύματος, πρέπει πρώτα μερικά άτομα υδραργύρου να σταλούν στις υψηλότερες ενεργειακές καταστάσεις. Για να φθάσουν εκεί, χρειάζονται αρκετά περισσότερα από 5 eV. Έτσι μπορούμε να εξηγήσουμε αυτό, που αλλιώς θα φαινόταν παράξενο: Οι γραμμές του υδραργύρου με μεγαλύτερο μήκος κύματος αποτελούνται από φωτόνια με ενέργεια χαμηλότερη από 5 eV. Και όμως, χρειάζεται περισσότερη ενέργεια για να τις παράγουμε παρά για την παραγωγή της έντονης γραμμής στα 253,7 nm. Η αιτία είναι ξεκάθαρη: οι φασματικές γραμμές σχηματίζονται από τις μεταβάσεις των ατόμων μεταξύ διακριτών καταστάσεων εσωτερικής ενέργειας. Και καμιά από τις αρχικές καταστάσεις που απαιτούνται γι' αυτές τις μεταβάσεις μεγάλου μήκους κύματος δεν μπορεί να δημιουργηθεί από τη θεμελιώδη κατάσταση του υδραργύρου χωρίς μεταφορά ενέργειας σημαντικά μεγαλύτερης από 5 eV.

Έχουμε υποθέσει μέχρι τώρα στην ανάλυσή μας ότι τα άτομα του υδραργύρου βρίσκονται κανονικά στη χαμηλότερη ενεργειακή στάθμη ή θεμελιώδη κατάσταση. Αυτό αληθεύει στη θερμοκρασία του δωματίου. Καθώς όμως αυξάνεται η θερμοκρασία, οι συγκρούσεις μεταξύ των ατόμων του υδραργύρου γίνονται βιαιότερες. Σε αρκετά υψηλή θερμοκρασία μερικές συγκρούσεις μεταξύ των ατόμων, ένεκα της θερμικής τους κινήσεως, μπορεί να είναι μη ελαστικές, ακριδώς όπως οι συγκρούσεις τους με ηλεκτρόνια. Αφήνουν το ένα ή και τα δυο άτομα που συγκρούονται σε διεγερμένη κατάσταση. Έτσι, καθώς αυξάνει η θερμοκρασία, όλο και περισσότερα άτομα μετακινούνται προς διεγερμένες καταστάσεις. Όταν υπάρχουν αρκετά άτομα σε διεγερμένες καταστάσεις, το αέριο φωτοβολεί. Το φως εκπέμπεται, καθώς τα άτομα επιστρέφουν γρήγορα στη θεμελιώδη κατάσταση, μερικές φορές κατεβαίνοντας από μία ενεργειακή στάθμη σε άλλη, με σύγχρονη εκπομπή φωτονίων και άλλοτε πηδώντας από μια υψηλή σε μια χαμηλή στάθμη, εκπέμποντας ένα φωτόνιο υψηλής συχνότητας.

Υψηλές θερμοκρασίες, συγκρούσεις ηλεκτρονίων και κάθε άλλος τρόπος, που προκαλεί εκπομπή φωτός από άτομα αερίου, είναι οι μέθοδοι με τις οποίες οδηγούνται τα άτομα σε διεγερμένες καταστάσεις. Ύστερα τα άτομα εκπέμπουν φωτόνια με ενέργειες που αντιστοιχούν στις διαφορές ενέργειας μεταξύ ενεργειακών σταθμών ενέργειας:

$$E_{\text{φωτόνιο}} = E_{\text{αρχική}} - E_{\text{τελική}}$$

Αυτά τα φωτόνια που εκπέμπονται δημιουργούν το φάσμα του ατόμου. Ένα συγκεκριμένο είδος ατόμου μπορεί να εκπέμψει μόνον τις

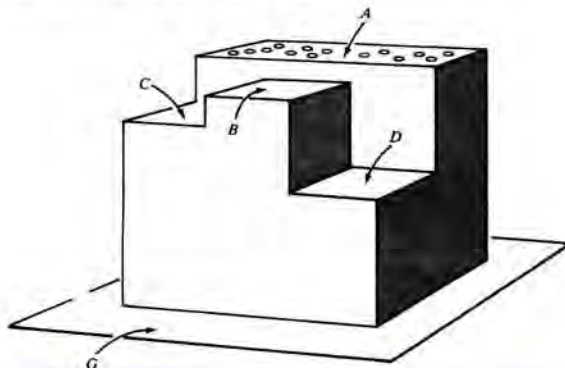
γραμμές που έχουν τα χαρακτηριστικά μήκη κύματος που δίνονται από τη σχέση:

$$\lambda = \frac{hc}{E_{\text{φωτόνιο}}}$$

τα οποία καθορίζονται από τις διαφορές μεταξύ των ενεργειακών σταθμών.

Φυσικά, οι διάφοροι τρόποι με τους οποίους μεταφέρεται ενέργεια στο αέριο οδηγούν διαφορετικά ποσοστά ατόμων στις διαθέσιμες διεγερμένες καταστάσεις. Όπως θα δούμε στην επόμενη παράγραφο, φωτόνια από φως ενός μοναδικού μήκους κύματος μπορούν να διεγείρουν άτομα σε μια μόνο κατάσταση υψηλής ενέργειας και μόνον λίγες άλλες καταστάσεις μπορούν να καταληφθούν καθώς τα άτομα ακτινοβολούν και κατεβαίνουν πάλι στη θεμελιώδη κατάσταση. Μια δέσμη ηλεκτρονίων, προσεκτικά ρυθμισμένη σε 5 eV, διεγείρει το άτομο μόνον στην πρώτη διεγερμένη κατάσταση του υδραργύρου. Οι μεγάλες θερμοκρασίες ενεργούν διαφορετικά. Οι συγκρούσεις των ατόμων που κινούνται με τυχαίο τρόπο αυξάνουν τις εσωτερικές ενέργειες λίγο περισσότερων ατόμων σε υψηλές στάθμες ενέργειας, αλλά υπάρχουν πάντα περισσότερα άτομα σε χαμηλότερες καταστάσεις. Έτσι η ένταση των γραμμών μπορεί να ποικίλλει, αλλά μια συγκεκριμένη γραμμή ενός ατόμου έχει πάντα το ίδιο μήκος κύματος όποτε είναι παρούσα.

4. Ατμός υδραργύρου δομπαρδίζεται από ηλεκτρόνια με κινητική ενέργεια 6,67 eV. Ποιες είναι οι δυνατές ενέργειες των εκπεμπόμενων φωτονίων;
5. Αν υποθέσετε ότι κάποιο άτομο εκπέμπει ένα φωτόνιο με μήκος κύματος 683,8 nm, πόση ενέργεια χάνει το άτομο;
6. Το σχήμα Α δείχνει ένα μηχανικό μοντέλο ενεργειακών σταθμών με επίπεδα σε τέσσερις διαφορετικές στάθμες σε σχέση με το έδαφος G. Μερικές μπάλες από πλαστελίνη τοποθετούνται πάνω στο Α. Όταν οι μπάλες αφήνονται να πέσουν από την άκρη του Α και προσεδαιφιστούν κάπου παρακάτω, η θερμοκρασία τους αυξάνει ευθέως ανάλογα με την απώλεια δυναμικής ενέργειας. Οι μπάλες που φθάνουν στα Β, C και D ωθούνται πάλι για να πέσουν μέχρι που φθάνουν στο έδαφος G. Πόσες είναι οι διαφορετικές δυνατές μεταβολές θερμοκρασίας; Να σχεδιάσετε τις ενεργειακές στάθμες και να σημειώσετε τα δυνατά άλματα.



Σχήμα Α

26-4 Φάσματα απορροφήσεως.

Τα φάσματα εκπομπής – οι έντονες γραμμές που παρατηρούμε στα φάσματα διεγερμένων ατόμων – δεν είναι τα μόνα φάσματα που αποκάλυπτουν τις καταστάσεις εσωτερικής ενέργειας των ατόμων. Λαμβάνουμε παρόμοιες πληροφορίες γι' αυτές τις καταστάσεις όταν στέλνουμε λευκό φως μέσα από ένα αέριο και το αναλύουμε ύστερα με ένα φασματοσκόπιο. Το λευκό φως είναι μίγμα όλων των συχνοτήτων περιλαμβάνει φωτόνια όλων των ενεργειών. Τα περισσότερα από αυτά τα φωτόνια περνούν μέσα από το αέριο και εμφανίζονται στο φάσμα στη φωτογραφική πλάκα. Δεν απορροφούνται, επειδή η ενέργεια του φωτονίου δεν μπορεί να ληφθεί από το άτομο που υφίσταται μια μετάβαση από μια στάθμη εσωτερικής ενέργειας σε μια άλλη. Αλλά μερικά φωτόνια απορροφούνται. Η απουσία τους φαίνεται από στενά χάσματα στο φάσμα του φωτός που περνά μέσα από το αέριο. Κάθε φωτόνιο που λείπει έχει απορροφηθεί από ένα άτομο, προκαλώντας μια μετάβαση από μια ενεργειακή στάθμη σε μια άλλη. Τα χάσματα αυτά στο φάσμα μας δίνουν πληροφορίες για τις καταστάσεις εσωτερικής ενέργειας (σχ. 26-6).

Σχήμα 26-6 Η περιοχή μικρών μηκών κύματος στο φάσμα απορροφήσεως του νατρίου. Επειδή αυτό είναι αντίγραφο του αρνητικού μιας φωτογραφίας, τα μήκη κύματος που απορροφώνται εμφανίζονται ως φωτεινές γραμμές σε συνεχές σκοτεινό φόντο. (Από το άρθρο: H. Kuhn, Zeitschrift für-Physik, τομ. 76, 1932).



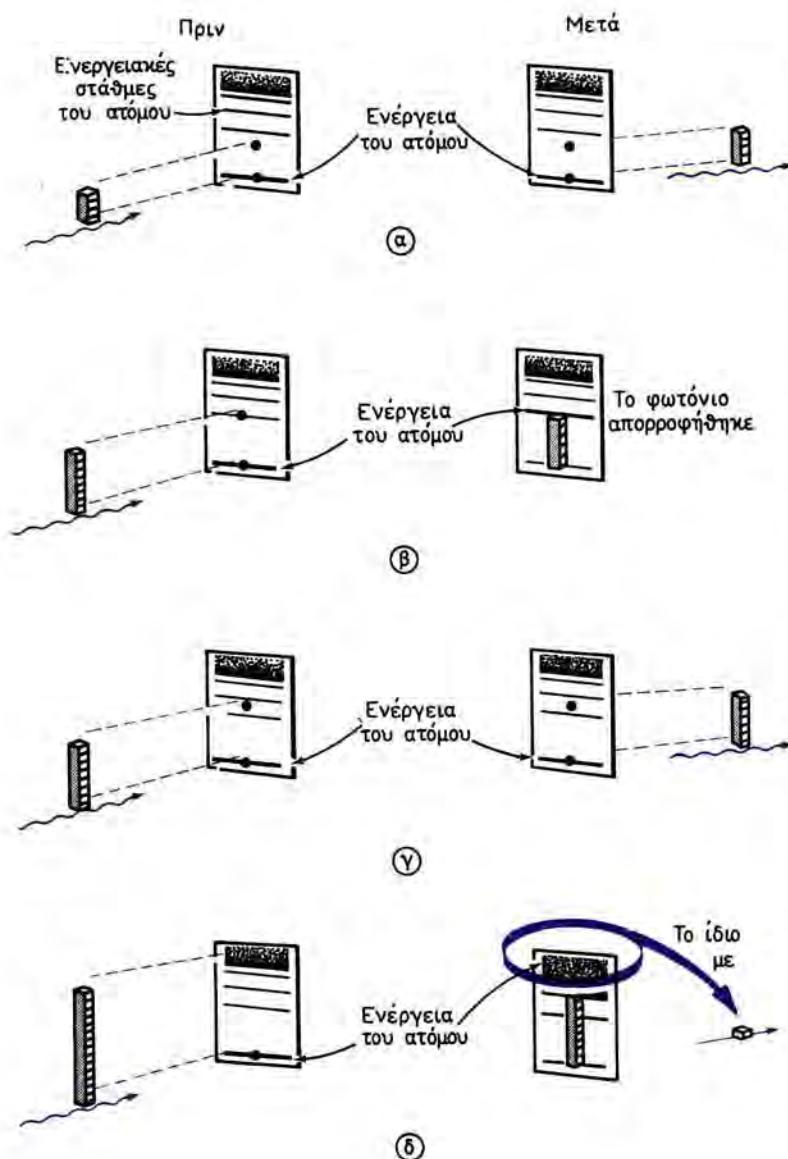
Εδώ εφαρμόζεται η ίδια ερμηνεία και ο ίδιος κανόνας διατηρήσεως ενέργειας: μόνον η σειρά της διαδικασίας είναι διαφορετική (σχ. 26-7). Σ' αυτή την περίπτωση η αρχική κατάσταση του ατόμου είναι η χαμηλότερη κατάσταση εσωτερικής ενέργειας η τελική κατάσταση είναι η υψηλότερη, επειδή πρέπει να έχει την πλήρη ενέργεια του αρχικού ατόμου συν την ενέργεια του φωτονίου που απορροφήθηκε:

$$E_{\text{τελική}} = E_{\text{αρχική}} + E_{\text{φωτόνιο}}$$

Με αυτόν τον τρόπο καταλαβαίνουμε, για παράδειγμα, γιατί ο ατμός του υδραργύρου είναι διαφανής στο ορατό φως σε θερμοκρασία δωματίου. Δεν υπάρχει φωτόνιο στο ορατό φως με αρκετή ενέργεια, για να ωθήσει το άτομο του υδραργύρου από τη θεμελιώδη κατάσταση στην πρώτη διεγερμένη κατάσταση. Τα κατάλληλα φωτόνια περιέχονται μόνο σε υπεριώδες φως με μήκος κύματος 253,7 nm. Όπως θα περιμένατε, αυτό ειδικά το φως απορροφάται έντονα. Το ίδιο επιχείρημα ισχύει και για τα άλλα άχρωμα αέρια – οξυγόνο, άζωτο, ήλιο και λοιπά. Απορροφούν φως μόνο στο υπεριώδες. Και πραγματικά βρίσκομε εκεί μια σειρά από σκοτεινές γραμμές απορροφήσεως.

Μόλις η συχνότητα του φωτός γίνει αρκετά υψηλή, στο βαθύ υπεριώδες ή παραπέρα, ένα φωτόνιο μπορεί να αποσπάσει τελείως ένα ηλεκτρόνιο ενός ατόμου. Το άτομο ιοντίζεται και όση ενέργεια περισσεύει φέρεται από το ηλεκτρόνιο ως κινητική ενέργεια. Αυτό είναι το φωτοη-

λεκτρικό φαινόμενο. Δεν υπάρχει περιορισμός για την ποσότητα της κινητικής ενέργειας που μπορεί να δοθεί στο ηλεκτρόνιο. Έτσι δεν υπάρχει περιορισμός για τη συχνότητα του φωτός, που αποσπά ηλεκτρόνια, αρκεί να υπερβαίνει κάποιο ελάχιστο «κατώφλι». Το παρατηρούμενο κατώφλι για το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο στα άτομα είναι ακριδώς η ελάχιστη συχνότητα που απαιτείται για να αποσπασθεί ένα ηλεκτρόνιο από το άτομο. Τα δεδομένα από τα φάσματα γι' αυτό το θέμα συμφωνούν απόλυτα με τα αποτελέσματα που έχουμε από την παρατήρηση των φωτοηλεκτρονίων.



Σχήμα 26-7 Η μεταβολή ενέργειας όταν ένα άτομο δομπαρδίζεται από φωτόνια διαφόρων ενεργειών. Οι στήλες με τα κουτάκια που είναι σχεδιασμένες επάνω από το φωτόνιο παριστάνουν την ενέργειά του.

(α) Το άτομο βρίσκεται στη θεμελιώδη κατάστασή του και το φωτόνιο δεν έχει αρκετή ενέργεια για να φέρει το άτομο στην επόμενη διεγερμένη κατάσταση. Το φωτόνιο απλώς προσπερνά ή σκεδαζείται ελαστικά.

(β) Το φωτόνιο αυτό έχει ακριδώς την κατάλληλη ενέργεια για να υψώσει το άτομο στην πρώτη διεγερμένη κατάστασή του. Το άτομο απορροφά το φωτόνιο και παίρνει όλη του την ενέργεια.

(γ) Το φωτόνιο αυτό έχει περισσότερη από την ενέργεια που απαιτείται, για να διεγερθεί το άτομο, αλλά όχι αρκετή, για να το φέρει σε μια άλλη διεγερμένη κατάσταση. Και αυτό το φωτόνιο πρέπει να σκεδασθεί ελαστικά, γιατί, αν το άτομο το απορροφούσε, δεν θα ήταν δυνατόν να διατηρήσει την ενέργεια και να βρίσκεται συγχρόνως σε επιτρεπόμενη ενεργειακή στάθμη. Η μόνη εκλογή είναι να εκπεμφθεί ξανά το φωτόνιο.

(δ) Σ' αυτή την περίπτωση το φωτόνιο έχει αρκετή ενέργεια για να ιοντίσει το άτομο. Υψώνει το άτομο σε μια περιοχή που είναι πλήρης με θετικές ενεργειακές στάθμες. Εκφράζουμε έτσι με διαφορετικό τρόπο το ότι το άτομο διασπάται και το ηλεκτρόνιο μεταφέρει το υπόλοιπο της ενέργειας πάνω από το κατώφλι ionτισμού ως κινητική ενέργεια. (Σημειώστε ότι ένα άτομο που είναι ήδη διεγερμένο μπορεί να ιοντισθεί από ένα φωτόνιο χαμηλότερης ενέργειας που αλλιώς θα σκεδαζόταν ελαστικά από ένα άτομο στη θεμελιώδη κατάστασή του).

7. Να συγκρίνετε την ποσότητα ενέργειας που απορροφάται, όταν ατμός υδραργύρου δομδαρδίζεται με ηλεκτρόνια 6 eV και όταν δομδαρδίζεται με φωτόνια 6 eV.
8. Εξετάζουμε με ένα φασματοσκόπιο λευκό φως, ύστερα από τη διέλευσή του από ατμό νατρίου και παρατηρούμε τις σκοτεινές γραμμές στο φάσμα απορροφήσεως του νατρίου.
 - (α) Τι συμβαίνει τελικά με την ενέργεια που απορροφάται από τα άτομα νατρίου;
 - (β) Γιατί, τότε, είναι σκοτεινές οι γραμμές απορροφήσεως;

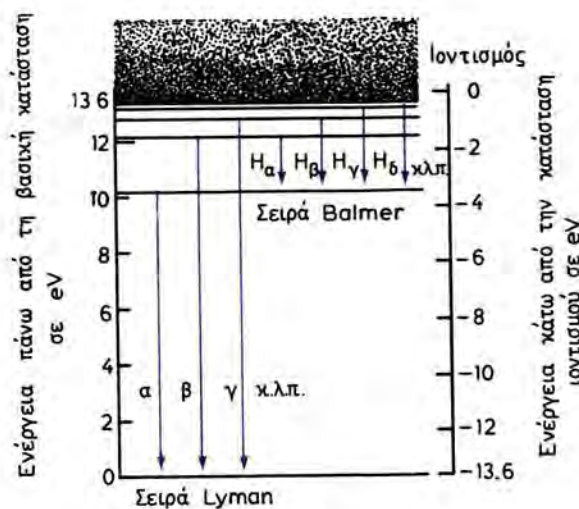
26-5 Οι ενεργειακές στάθμες του υδρογόνου.

Το σχήμα 26-8 δείχνει τις ενεργειακές στάθμες του ατομικού υδρογόνου και μερικές από τις φασματικές γραμμές που συνδέονται με κάθε μια από αυτές. Είναι ο καρπός της εργασίας σχεδόν δυο γενεών ερευνητών φασματοσκόπων. Βλέπουμε σ' αυτό το σχήμα τη δομή των σταθμών του πιο απλού ατόμου.

Είναι αξιοσημείωτο ότι όλες αυτές οι ενεργειακές στάθμες, που δίνουν αφορμή για ακόμη περισσότερες φασματικές γραμμές, μπορούν να παρασταθούν με ένα πολύ απλό τύπο:

$$E_n = E_1 - \frac{E_1}{n^2}$$

Σχήμα 26-8 (Επάνω). Το διάγραμμα ενεργειακών σταθμών του απλούστερου ατόμου, του υδρογόνου. Τα βέλη δείχνουν τις μεταβολές ενέργειας για δυο από τις ομάδες γραμμών που χαρακτηρίζουν το υδρογόνο. Τα άλματα που σημειώνονται ως H_α , H_β κλπ. ονομάζονται σειρά Balmer. Δείχνονται επίσης οι γραμμές της ομάδας Lyman στο υπεριώδες. (Κάτω). Φωτογραφία της σειράς Balmer από $n = 6$ μέχρι $n = 20$ ή και περισσότερο. Οι θέσεις τους συμφωνούν με την προβλεπόμενη τιμή με ακρίβεια ένα στα δέκα χιλιάδες ή και καλύτερη. (Φωτογραφία από το άρθρο: G. Hertzberg, *Annalen der Physik*, τομ 84, 1927).



όπου E_1 είναι η ενέργεια ιοντισμού 13,6 eV και n θετικός ακέραιος αριθμός. Όταν $n = 1$, ο τύπος αυτός δίνει $E_1 = 0$, ορίζοντας έτσι το μηδέν της ενέργειας στη θεμελιώδη κατάσταση. Όταν $n = 2$, έχουμε:

$$E'_2 = 13,6 \text{ eV} - \frac{13,6 \text{ eV}}{(2)^2} = 10,2 \text{ eV}$$

που είναι η ενέργεια της πρώτης διεγερμένης καταστάσεως. Για άλλες τιμές του n παίρνουμε τις άλλες ενεργειακές καταστάσεις που παρατηρούμε. Ένας μεγάλος αριθμός σταθμών παρατηρήθηκε στις προβλεπόμενες θέσεις τους. Ο μαθηματικός τύπος δουλεύει θαυμάσια, εξηγώντας τα πειράματα με ακρίβεια ένα στα δέκα χιλιάδες ή και ακόμη καλύτερη.

Σε όλες αυτές τις ενεργειακές καταστάσεις το ηλεκτρόνιο και το πρωτόνιο είναι δεσμευμένα, συνδεδεμένα το ένα με το άλλο. Δεν μπορούν να έχουν άπειρη απόσταση μεταξύ τους. Για μεγαλύτερες τιμές του n όμως οι ενεργειακές καταστάσεις πλησιάζουν την ενέργεια ιοντισμού και καθώς το n γίνεται απείρως μεγάλο, φθάνουμε στην ενέργεια στην οποία το ηλεκτρόνιο αποσπάται από το πρωτόνιο.

Σε ακόμη υψηλότερες ενέργειες το ηλεκτρόνιο δεν είναι πια δεσμευμένο με το πρωτόνιο. Σε αυτές τις ενέργειες, ακόμη και όταν το ηλεκτρόνιο βρίσκεται σε άπειρη απόσταση από το πρωτόνιο, περισσεύει κάποια κινητική ενέργεια. Στο διάγραμμα των ενεργειακών σταθμών μπορείτε να παρατηρήσετε την ουσιαστική διαφορά μεταξύ των ενεργειακών καταστάσεων, στις οποίες το ηλεκτρόνιο κινείται ελεύθερα και απομακρύνεται με οποιαδήποτε ενέργεια, και των δεσμών καταστάσεων (κάτω από την ενέργεια ιοντισμού). Υπάρχουν ελεύθερες καταστάσεις σε όλες τις ενέργειες πάνω από τον ιοντισμό, ενώ υπάρχουν χάσματα μεταξύ των διακεκριμένων δεσμών ενεργειακών καταστάσεων.

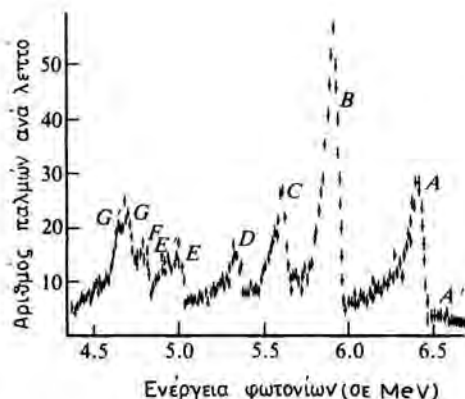
Η ολική ενέργεια του ηλεκτρονίου σε μια τροχιά γύρω από το πρωτόνιο είναι το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειάς του. Το μηδέν της δυναμικής ενέργειας μπορεί να εκλεγεί αυθαίρετα. Στο πεδίο coulomb μας εξυπηρετεί να πάρουμε το μηδέν της δυναμικής ενέργειας στο άπειρο (παράγρ. 17-2). Η εκλογή αυτή σημαίνει εδώ ότι παίρνουμε τη δυναμική ενέργεια μηδενική, όταν το ηλεκτρόνιο είναι πολύ μακριά από το πρωτόνιο, δηλαδή όταν το άτομο είναι ιοντισμένο. Τότε ένα ηλεκτρόνιο σε πολύ μεγάλη απόσταση και ακίνητο θα έχει ολική ενέργεια μηδέν αντί για 13,6 eV.

Όταν μεταθέτουμε το μηδέν της ενεργειακής κλίμακας κατά 13,6 eV προς τα πάνω, ο τύπος για τις ενεργειακές καταστάσεις του υδρογόνου απλουστεύεται ακόμη περισσότερο. Γίνεται:

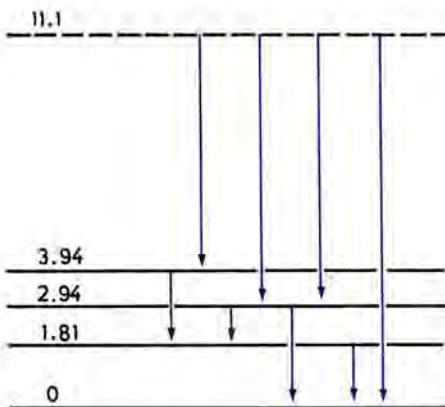
$$E_n = E'_n - E_I = E_I - \frac{E_I}{n^2} - E_I = - \frac{E_I}{n^2}$$

Τώρα $E_1 = -13,6 \text{ eV}$, που μας δηλώνει ότι η θεμελιώδης κατάσταση βρίσκεται 13,6 eV χαμηλότερα από την κατάσταση ιοντισμού. Το άτομο είναι δέσμη κατάσταση πρωτονίου και ηλεκτρονίου με ενέργεια συνδέσεως 13,6 eV. Η ισότητα:

$$E_2 = \frac{-13,6 \text{ eV}}{(2)^2} = -3,4 \text{ eV}$$



Σχήμα 26-9 Μέρος ενός πραγματικού φάσματος ακτίνων γ που παράγεται κατά τη σύλληψη νετρονίων από υδράργυρο. Οι κορυφές αντιστοιχούν στις διάφορες φασματικές γραμμές φωτονίων. (Από το άρθρο: Kinsen and Bartholomew, Canadian Journal of Physics, 31, 1025, 1953).



Σχήμα 26-10 Μέρος του διαγράμματος ενεργειακών σταθμών του μαγνησίου (Mg^{26}), με μερικές από τις φασματικές γραμμές φωτονίων που παρατηρούνται στην αντίδραση σύλληψης βραδέων νετρονίων. Η διακεκομμένη γραμμή αντιστοιχεί στην ενέργεια συνδέσεως του νετρονίου. Οι ενέργειες δίνονται σε MeV.

δηλώνει ότι η πρώτη διεγερμένη κατάσταση είναι μόνον 3,4 eV χαμηλότερα από τη στάθμη ιοντισμού κ.ο.κ.

Στη δεξιά πλευρά του σχήματος 26-8 προσθέσαμε μια κλίμακα ενέργειας με το μηδέν στην κατάσταση ιοντισμού. Μπορείτε να συγκρίνετε τις παραπάνω απαντήσεις με τις ενεργειακές στάθμες που μετρικούνται επάνω σ' αυτή την κλίμακα.

9. Γιατί, όταν παρατηρείτε με ένα φασματοσκόπιο ένα δείγμα υδρογόνου που φωτοβολεί, βλέπετε μόνον τις γραμμές της σειράς Balmer;

10. Να υποθέσετε ότι ένα δείγμα υδρογόνου βομβαρδίζεται από ένα ρεύμα ηλεκτρονίων με την ενέργεια ακριδώς που απαιτείται ώστε να εμφανισθεί στο φάσμα η γραμμή H_δ .

(α) Ποια είναι η μικρότερη ενέργεια που πρέπει να δώσουν τα ηλεκτρόνια στο υδρογόνο για να παραχθεί η γραμμή H_δ ;

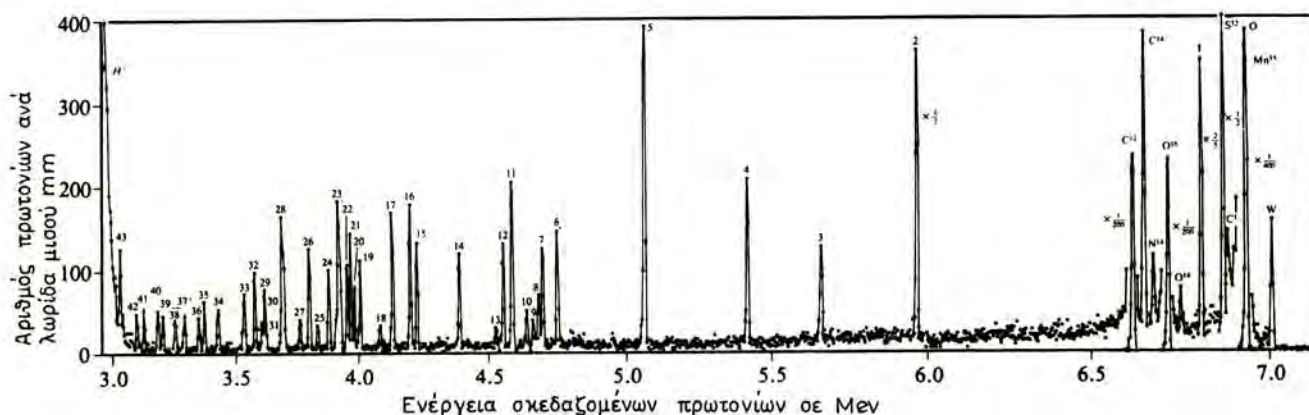
(β) Σε ποιες ενέργειες προβλέπεται να εκπέμφθει ακτινοβολία από το υδρογόνο που έχει διεγερθεί με αυτόν τον τρόπο;

26-6 Οι ενεργειακές στάθμες ατομικών πυρήνων.

Ακριδώς όπως υπάρχουν πολλά διαφορετικά είδη ατόμων με διαφορετικούς αριθμούς ηλεκτρονίων, υπάρχουν επίσης και πολλοί διαφορετικοί πυρήνες με διαφορετικούς αριθμούς νετρονίων και πρωτονίων (παράγρ. 17-7). Ακριδώς όπως και τα άτομα, οι πυρήνες με πολλά πρωτόνια και νετρόνια μπορούν να διεγερθούν και να εκπέμπουν φωτόνια με χαρακτηριστικά φάσματα.

Ένας από τους πιο άμεσους τρόπους για τη διεγερση μερικών πυρήνων είναι η σύλληψη νετρονίων. Σχεδόν όλοι οι πυρήνες που υπάρχουν στη φύση είναι σε θέση να συλλάβουν βραδέα νετρόνια και να παράγουν το επόμενο ισότοπο με ένα παραπάνω νετρόνιο (παράγρ. 17-8). Ενώ συμβαίνει αυτό, ο πυρήνας εκπέμπει το χαρακτηριστικό του φάσμα ακτίνων γάμα από «σύλληψη νετρονίων». Όσο ο πυρήνας γίνεται βαρύτερος, τόσο πιο περίπλοκα είναι αυτά τα φάσματα και ένα από τα πιο δύσκολα προβλήματα σ' αυτό το πεδίο είναι να σχεδιασθούν φασματογράφοι ακτίνων γάμα με επαρκή ευαισθησία και διακριτική ικανότητα για την παρατήρηση όλων των γραμμών. Το σχήμα 26-9 δείχνει το φάσμα φωτονίων ενός πυρήνα υδραργύρου. Το γεγονός ότι υπάρχουν διάκριτες γραμμές στο φάσμα, μας δείχνει ότι οι πυρήνες, όπως τα άτομα, έχουν διάκριτες ενεργειακές στάθμες. Το σχήμα 26-10 δείχνει το διάγραμμα ενεργειακών σταθμών ενός ισότοπου του μαγνησίου. Παρατηρήστε ότι πέντε ενεργειακές στάθμες εξηγούν την παρουσία οκτώ φασματικών γραμμών.

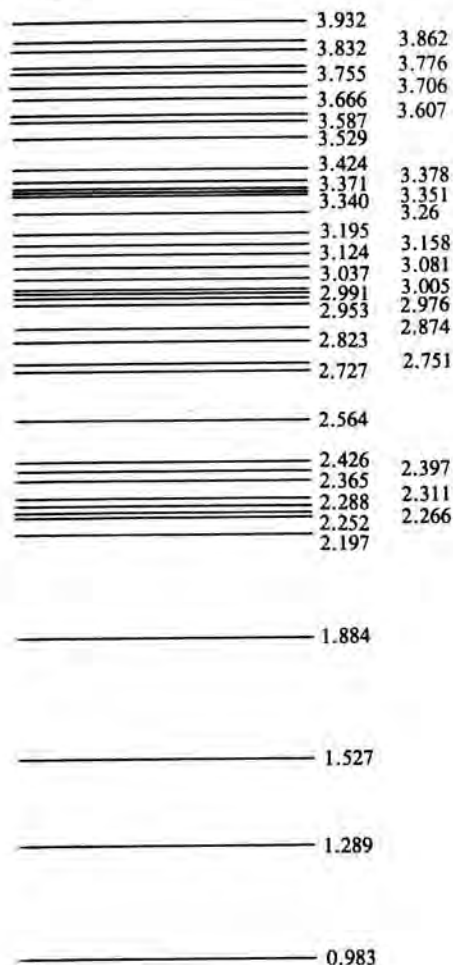
Τα φάσματα εκπομπής δεν είναι οι μόνες μέθοδοι που διαθέτουμε για τη μελέτη των ενεργειακών σταθμών των πυρήνων. Μπορούμε επίσης να κάνουμε σκέδαση του ίδιου τύπου, όπως στο πείραμα Franck - Hertz. Στην περίπτωση των πυρήνων προκαλούμε σκέδαση πρωτονίων μεγάλης ενέργειας από διάφορους πυρήνες και εξετάζουμε τις μη ελαστικές συ-



Σχήμα 26-11 Το φάσμα σκεδαζομένων πρωτονίων που παράγεται όταν μία δέσμη πρωτονίων 7,03 MeV από ένα ηλεκτροστατικό επιταχυντή προσπίπτει σε λεπτό στόχο μαγγανίου. Τα πρωτόνια σκεδάστηκαν σε γωνία 50° ως προς την κατεύθυνση της δέσμης και υπέστησαν κατόπιν απόκλιση με μαγνητικό πεδίο. Έτσι, πρωτόνια διαφόρων ενεργειών φθάνουν σε διάφορες θέσεις στο φωτογραφικό φιλμ. Τα σημεία στο διάγραμμα παριστάνουν τον αριθμό των πρωτονίων που φθάνουν σε διάφορες θέσεις επάνω στο φιλμ. Προσδιορίζονται με παρατήρηση του φιλμ σε ένα μικροσκόπιο και απαρίθμηση του αριθμού των τροχιών πρωτονίων σε συνάρτηση με την απόσταση κατά μήκος της πλάκας. Οι περισσότερες από τις κορυφές αντιστοιχούν στις διάφορες διεγερμένες καταστάσεις του μαγγανίου. Σημειώστε ότι σ' αυτό το πείραμα παρατηρήθηκαν σαράντα τρεις ενεργειακές στάθμες του μαγγανίου. Μερικές από τις στάθμες αντιστοιχούν σε ελαστική σκέδαση από διάφορα άλλα στοιχεία που μολύνουν το στόχο ή που υπάρχουν στο υλικό που χρησιμεύει ως υπόδαθρο (υπόστρωμα) για το στόχο. Χρησιμοποιώντας τους νόμους διατήρησης ορμής και ενέργειας για ελαστική σκέδαση πρωτονίων από πυρήνες διαφόρων μαζών, μπορούμε να υπολογίσουμε ακριβώς πού θα έπρεπε να βρίσκονται οι στάθμες των προσμίξεων. Οι στάθμες αυτές σημειώνονται στο σχήμα (Από το άρθρο: Mazari, Sperduto, and Buechner, *Physical Review* 108, 103, 1957).

γκρούσεις. Αν η κινητική ενέργεια των πρωτονίων είναι χαμηλότερη από την ενέργεια που απαιτείται για να παραχθεί η πρώτη διεγερμένη κατάσταση του στόχου, η σκέδαση θα είναι ελαστική. Μόλις η κινητική ενέργεια ξεπεράσει το κατώφλι, θα συμβεί μια ελαστική σκέδαση και μερικά πρωτόνια θα χάσουν ορισμένο ποσό κινητικής ενέργειας. Στην περίπτωση των ηλεκτρονίων στο πείραμα Franck - Hertz παρατηρούσαμε αυτό το γεγονός με τη μεταβολή στο ρεύμα των ηλεκτρονίων. Στην περίπτωση πρωτονίων σε πυρήνες το πείραμα είναι πολύ πιο ευαίσθητο, επειδή είναι εφικτό να μετρήσουμε κατευθείαν τις ενέργειες των πρωτονίων που σκεδάζονται σε οποιαδήποτε γωνία. Το σχήμα 26-11 δείχνει το ενεργειακό φάσμα πρωτονίων 7 MeV που σκεδάζονται από μαγγάνιο. Υπάρχουν διάκριτες γραμμές στο ενεργειακό φάσμα των πρωτονίων που σκεδάζονται. Δηλαδή κατά τη σύγκρουση με ένα πυρήνα τα πρωτόνια μπορούν να χάνουν μόνο τα ποσά που αντιστοιχούν στις πραγματικές ενεργειακές στάθμες του στόχου.

Πραγματικά, μπορούμε να διαβάσουμε αμέσως επάνω στο φάσμα μη ελαστικής σκεδάσεως των πρωτονίων τις ενέργειες διεγέρσεως του πυρήνα που ήταν ο στόχος. Οι ενεργειακές στάθμες δείχνονται στο σχήμα 26-12. Αν συγκρίνουμε αυτό το σχήμα με το σχήμα 26-3, που δείχνει τις ενεργειακές στάθμες του ατόμου του υδραργύρου και του ατόμου του καυσίου, παρατηρούμε πάλι τον παράγοντα 10^6 στην ενεργειακή κλίμακα.



Σχήμα 26-12 Το διάγραμμα ενεργειακών σταθμών του πυρήνα Mn^{55} , όπως προσδιορίζεται από μη ελαστική σκέδαση νετρονίων. Οι ενέργειες δίνονται σε MeV.

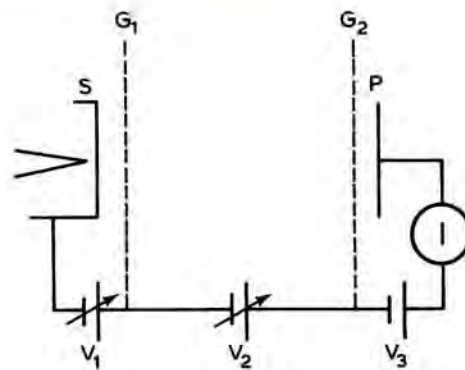
Mn^{55}

Τι μας δείχνει αυτό για την πυρηνική δύναμη που συγκρατεί τα πρωτόνια και τα νετρόνια στον πυρήνα; Αφού η πυρηνική δύναμη είναι ασήμαντη σε ατομικές αποστάσεις, θα πρέπει να ελαττώνεται με την απόσταση πολύ ταχύτερα από τη δύναμη Coulomb. Σε αποστάσεις όμως της τάξεως των 10^{-14} m η δύναμη πρέπει να είναι τεράστια, αφού οι ενεργειακές στάθμες απέχουν μεταξύ τους πολύ περισσότερο από όσο οι ατομικές ενεργειακές στάθμες.

11. Οι κορυφές στο σχήμα 26-9 αντιστοιχούν στις διαφορές ανάμεσα στις ενεργειακές στάθμες του υδραργύρου. Οι κορυφές όμως στο σχήμα 26-11 ορίζουν κατευθείαν τις ενεργειακές στάθμες. Γιατί συμβαίνει αυτό;
12. Πρωτόνια με ενέργεια 2,00 MeV σκεδάζονται από Mn^{55} . Ποιες ενέργειες προβλέπετε για τα πρωτόνια που σκεδάζονται;
13. (α) Το έργο που παράγει μια ηλεκτρική δύναμη που μετακινεί ένα άτομο σε απόσταση 10^{-10} m είναι 10 eV. Ποια είναι η μέση δύναμη σε eV/m;
(β) Το έργο που παράγεται από μια πυρηνική δύναμη σε απόσταση 10^{-12} m είναι 10^7 eV. Ποια είναι η μέση πυρηνική δύναμη σε eV/m;
(γ) Πόσες φορές μεγαλύτερη είναι η μέση πυρηνική δύναμη από τη μέση ηλεκτρική δύναμη;
14. Το σχήμα 26-12 δείχνει τις ενεργειακές στάθμες του πυρήνα του μαγγανίου. Ποιες είναι οι δυνατές ενέργειες των φωτονίων, που μπορεί να εκπεμφθούν, όταν ο πυρήνας δρίσκεται στην τέταρτη διεγερμένη κατάσταση;

Για το σπίτι, την τάξη και το εργαστήριο.

15. Το σχήμα B δείχνει ένα σχηματικό διάγραμμα μιας ηλεκτρονικής λυχνίας κενού, στην οποία τα ηλεκτρόνια που εκπέμπονται από το S μπορούν να επιταχυνθούν με διαφορά δυναμικού είτε V_1 είτε V_2 . Ας υποθέσετε ότι η λυχνία περιέχει ατμό υδραργύρου και ότι την μεταχειριζόμαστε για να εκτελέσουμε το πείραμα Franck - Hertz.
(α) Αν $V_1 = 0$ volt, $V_2 = 5,0$ volt και το πεδίο μεταξύ G_1 και G_2 είναι ομογενές, σε ποια πε-



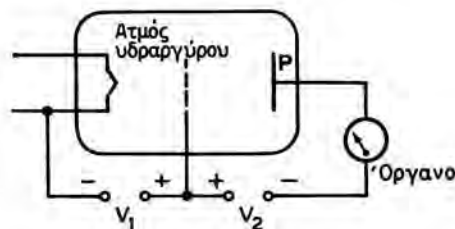
Σχήμα B

ριοχή του χώρου μεταξύ G_1 και G_2 μπορούν να αποδώσουν τα ηλεκτρόνια $4,9 \text{ eV}$ σε μη ελαστικές συγκρούσεις;

- (6) Αν $V_1 = 0 \text{ volt}$ και $V_2 = 10,0 \text{ volt}$ σε ποια περιοχή του χώρου μεταξύ G_1 και G_2 μπορούν τα ηλεκτρόνια να αποδώσουν $4,9 \text{ eV}$ σε μη ελαστικές συγκρούσεις; Σε ποια περιοχή $6,7 \text{ eV}$;
- (γ) Αν $V_1 = 10 \text{ volt}$ και $V_2 = 0 \text{ volt}$, πόσο πρέπει να κινηθούν τα ηλεκτρόνια μέσα στο αέριο, ώσπου να χάσουν $4,9 \text{ eV}$ σε μη ελαστικές σκεδάσεις; Πόσο μακριά πρέπει να κινηθούν, ώσπου να χάσουν $6,7 \text{ eV}$; Ποιες ενέργειες ηλεκτρονίων θα ήταν δυνατό να μετρήσουμε στα δεξιά του G_2 ;
- (δ) Η μεταφορά ενέργειας $6,7 \text{ eV}$ παρατηρείται όταν η συσκευή λειτουργεί όπως στο (γ). Δεν παρατηρείται όμως όταν η συσκευή λειτουργεί όπως στο (6). Να εξηγήσετε αυτό το αποτέλεσμα χρησιμοποιώντας τις απαντήσεις σας στο (6) και (γ).
16. (α) Ποια είναι η σημασία της σταθεράς B που εμφανίζεται στην εξίσωση για το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο στην παράγραφο 25-8;
- (6) Πώς συγκρίνονται οι τιμές της B για τα τέσσερα μέταλλα που αναφέρονται στο σχήμα 25-14 με τις ενέργειες ιοντισμού τους; (Οι ενέργειες ιοντισμού του Li , Mg και Cu είναι $5,36 \text{ eV}$, $7,61 \text{ eV}$ και $7,68 \text{ eV}$ αντίστοιχα).
- (γ) Ποιες συνθήκες φαίνεται να επηρεάζουν το έργο εξαγωγής ενός ηλεκτρονίου από ένα μέταλλο;
17. Στο πείραμα Franck - Hertz που παριστάνεται διαγραμματικά στο σχήμα 26-2 μεταχειριζόμαστε ηλεκτρόνια για να βομβαρδίσουμε άτομα υδραργύρου. Ποια πλεονεκτήματα έχουν γι' αυτόν το σκοπό τα ηλεκτρόνια σε σχέση με τα πρωτόνια;
18. Να υποθέσετε ότι πρόκειται να βομβαρδίσουμε ατμό ατόμων κασίου με ηλεκτρόνια $4,00 \text{ eV}$. Να χρησιμοποιήσετε το σχήμα 26-3 για να προβλέψετε μερικά από τα φαινόμενα που θα παρατηρηθούν.
19. Αν δάλουμε αλάτι σε μια φλόγα αερίου ή αν δάλουμε στη φλόγα μια γυάλινη ράβδο, η φλόγα χρωματίζεται με το χαρακτηριστικό φως των ατόμων του νατρίου, που έχει μήκος κύματος 589 nm . Το φως αυτό εκπέμπεται από ηλεκτρόνια, που επιστρέφουν στη θεμελιώδη κατάσταση από την πρώτη διεγερμένη ενεργειακή στάθμη.

(α) Ποια είναι η ενέργεια αυτής της στάθμης σε eV , σε σχέση με τη θεμελιώδη κατάσταση;

- (6) Ποια θα ήταν η θερμοκρασία του αερίου, στο οποίο τα μόρια θα είχαν μια κινητική ενέργεια με αυτό το μέγεθος;
- (γ) Η μέση θερμοκρασία των μορίων σε μια φλόγα αερίου είναι περίπου 2100 K . Γιατί μπορεί η φλόγα του αερίου να ανυψώσει άτομα του νατρίου στην πρώτη διεγερμένη κατάσταση;
20. Αν θερμάνουμε αέριο ήλιο σε αρκετά υψηλή θερμοκρασία, η μέση κινητική ενέργεια ενός ατόμου ένεκα της θερμικής του κίνησης θα είναι αρκετά μεγάλη, ώστε κατά τη μη ελαστική σκέδαση δυο ατόμων ηλίου το ένα από αυτά να διεγείρεται στην πρώτη διεγερμένη κατάστασή του στα $19,8 \text{ eV}$ πάνω από τη θεμελιώδη κατάσταση. Να υπολογίσετε κατά προσέγγιση αυτή τη θερμοκρασία.
21. Αν παρατηρήσετε μια λυχνία τόξου με ένα καλό φασματοσκόπιο, θα δείτε ένα συνεχές φάσμα. Αν στρέψετε το φασματοσκόπιο προς τα έξω σε ένα παράθυρο, θα δείτε πάλι ένα συνεχές φάσμα. Αυτή τη φορά όμως, με μια αρκετά στενή σχισμή, θα παρατηρήσετε μια σειρά από σκοτεινές γραμμές, που υπάρχουν στο φάσμα και είναι παράλληλες με τη σχισμή. (Αν μπορείτε να βρείτε ένα καλό φασματοσκόπιο και δεν έχετε κάνει ποτέ αυτό το πείραμα, αξίζει τον κόπο να το κάνετε). Από πού προέρχονται αυτές οι γραμμές; Τι συνάγουμε από τη μελέτη τους;
22. Το σχήμα Γ είναι σχηματικό διάγραμμα μιας άλλης ηλεκτρονικής λυχνίας κενού, στην οποία ηλεκτρόνια επιταχύνονται από την τάση V_1 και η μέτρηση



Σχήμα Γ

της ενέργειας των ηλεκτρονίων γίνεται με ρύθμιση της τάσεως V_2 , ώστε το όργανο να μην δείχνει ρεύμα. Να υποθέσετε ότι η λυχνία περιέχει ατμό αργύρου.

Όπως στο πείραμα Franck - Hertz, η ενέργεια των ηλεκτρονίων που φθάνουν στο P δείχνει απότομη μείωση, όταν η V_1 είναι 4,9 eV. Δείχνει επίσης απότομη μείωση, όταν η V_1 είναι 9,8 volts. Αυτό σημαίνει ότι τα άτομα του υδραργύρου έχουν ενεργειακή στάθμη στα 9,8 volts; Να εξηγήσετε.

23. Η κορυφή στα 6,94 MeV στο σχήμα 26-11 αποδίδεται σε ελαστική σκέδαση πρωτονίων από Mn^{55} που βρίσκεται στη θεμελιώδη κατάσταση. Αλλά η ενέργεια προσπτώσεως των πρωτονίων ήταν 7,03 MeV. Πού πήγαν τα 0,09 MeV;
24. Το σχήμα 26-11 δίνει τον αριθμό των σκεδαζομένων πρωτονίων ως συνάρτηση της ενέργειάς τους, όταν πρωτόνια 7 MeV προσπίπτουν σε ένα στόχο μαγγανίου. Μερικές από τις κορυφές οφείλονται σε ελαστική σκέδαση από προσμίξεις στο στόχο. Γιατί οι κορυφές από τις ελαφρότερες προσμίξεις είναι πάντα αριστερά από τις κορυφές από τις βαρύτερες προσμίξεις;

27-1 Νέα κινηματική για σωματίδια;

Η ομοιότητα των ατόμων, η σταθερότητα της εσωτερικής κινήσεώς τους και το διάκριτο φάσμα του φωτός που εκπέμπουν και απορροφούν δημιουργούν δυσκολίες στο ατομικό μοντέλο, που δεν μπορούν να ξεπερασθούν με απλή τροποποίηση. Η κατανόηση των ατόμων απαιτεί θεμελιώδη αλλαγή στον τρόπο με τον οποίο προσεγγίζουμε το θέμα.

Προς ποια κατεύθυνση πρέπει να γίνει η αλλαγή; Οδηγούμεθα για αυτό το σκοπό από την εργασία του Louis de Broglie (Λουί ντε Μπρόγκλι), ο οποίος παραξενεύθηκε από το γεγονός ότι ένα φωτόνιο, συμπεριφέρεται ως σωματίδιο, όταν συγκρούεται με άλλα σωματίδια, αλλά αν ζητήσουμε να δρούμε την πιθανή θέση του, περιγράφεται από ένα κύμα. Η ενέργεια ενός φωτονίου συνδέεται με τη συχνότητα του κύματος με τη σχέση $E = h\nu$ (παράγρ. 25-8). Επομένως το μήκος κύματος είναι:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{E}$$

Στην παράγραφο 21-6 βρήκαμε ότι ένα φωτόνιο με ενέργεια E έχει ορμή $p = E/c$. Αντικαθιστώντας αυτή την έκφραση στη σχέση για το λ βρίσκουμε μια σχέση μεταξύ του μήκους κύματος και της ορμής ενός φωτονίου:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Ο de Broglie έθεσε το ακόλουθο ερώτημα: Είναι δυνατόν να ισχύει αυτή η σχέση για όλα τα σωματίδια και όχι μόνο για τα φωτόνια; Με άλλα λόγια, είναι δυνατόν τα ηλεκτρόνια, τα πρωτόνια και τα νετρόνια να μην έχουν ακριβείς τροχιές; Μήπως αυτά τα σωματίδια δείχνουν φαινόμενα συμβολής ακριδώς όπως τα φωτόνια;

Ο καλύτερος τρόπος για να δοθούν απαντήσεις σε αυτές τις ερωτήσεις είναι να εκτελεσθεί ένα πείραμα με δέσμες διαφόρων σωματιδίων, για να διαπιστωθεί αν δημιουργείται εικόνα συμβολής, αφού η συμβολή είναι η πιο χαρακτηριστική ιδιότητα των κυμάτων. Για παράδειγμα, μπορούμε να προσπαθήσουμε να περάσουμε ένα ρεύμα σωματιδίων μέσα από μια διπλή σχισμή ή να παρατηρήσουμε την ανάκλασή τους από κάποιο είδος ανακλαστικού φράγματος. Για να έχουμε μετρήσιμο αποτέλεσμα, πρέπει η απόσταση μεταξύ των δύο σχισμών (ή η απόσταση μεταξύ των γραμμών στο ανακλαστικό φράγμα) να έχει την ίδια τάξη μεγέθους με το μήκος κύματος των κυμάτων που συσχετίζονται με τα σωματίδια.

Ο πίνακας 1 δείχνει τα μήκη κύματος που συνδέονται με διάφορα

Πίνακας 1

Σωματίδιο	Μάζα (kg)	Ταχύτητα (m/s)	Μήκος κύματος $\lambda = \frac{h}{mv}$ (nm)
Βόλος	$2,0 \times 10^{-2}$	$1,0 \times 10^{-2}$	$3,3 \times 10^{-21}$
Πλαστική σφαίρα	$1,0 \times 10^{-15}$	$3,0 \times 10^{-4}$	$2,2 \times 10^{-6}$
Σωματίδιο άλφα 1 MeV	$6,7 \times 10^{-27}$	$6,9 \times 10^6$	$1,4 \times 10^{-5}$
Πρωτόνιο 1 MeV	$1,7 \times 10^{-27}$	$1,4 \times 10^7$	$2,8 \times 10^{-5}$
Ηλεκτρόνιο 100 eV	$9,1 \times 10^{-31}$	$5,9 \times 10^6$	$1,2 \times 10^{-1}$
Νετρόνιο 0,1 eV	$1,7 \times 10^{-27}$	$4,3 \times 10^3$	$0,90 \times 10^{-1}$

Υλικά κύματα

27-1 Νέα κινηματική για σωματίδια;

27-2 Ενδείξεις για υλικά κύματα

27-3 Στάσιμα κύματα

27-4 Σωματίδιο σε «κουτί»

27-5 Το μοντέλο στασίμων κυμάτων για το άτομο του υδρογόνου

27-6 Επίλογος

ΠΡΟΣΘΕΤΑ ΘΕΜΑΤΑ: Το ραδιο-
τηλεσκόπιο στο Arecibo

Φωτογραφία αριστερά: Η εικόνα συμβολής που παράγεται, όταν μία δέσμη ηλεκτρονίων περνά από μία διπλή σχισμή, αποδεικνύει την κυματική συμπεριφορά των ηλεκτρονίων.

κινούμενα σωματίδια, με την υπόθεση ότι το μήκος κύματος δίνεται από τη σχέση: $\lambda = h/p$. Όπως μπορείτε να διαπιστώσετε, ακόμη και αν υπάρχει κύμα, που συνδέεται με την κίνηση του βόλου ή της μικρής πλαστικής σφαίρας, δεν μπορούμε να κατασκευάσουμε φράγμα ή ζεύγος αρκετά λεπτών σχισμών με αρκετά μικρή απόσταση μεταξύ τους, ώστε να γίνει δυνατή η παρατήρηση φαινομένων συμβολής. Ο καλύτερος τρόπος για να απαντήσουμε στο ερώτημα του de Broglie είναι να παρατηρήσουμε την ανάκλαση δέσμης ηλεκτρονίων ή βραδέων νετρονίων από ένα κρύσταλλο, ο οποίος είναι ένα φυσικό φράγμα με απόσταση μεταξύ των σειρών των ατόμων της τάξεως του 10^{-1} nm.

27-2 Ενδείξεις για υλικά κύματα.

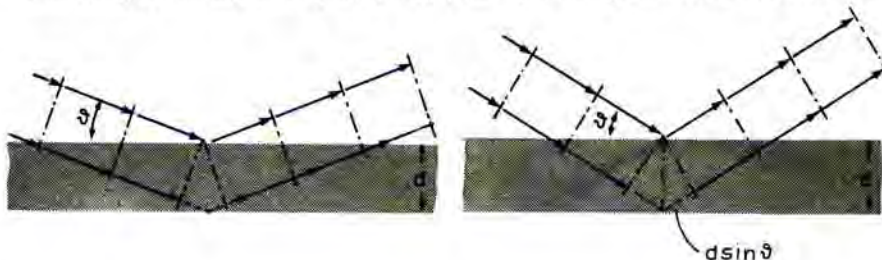
Αν κατευθύνουμε μια δέσμη νετρονίων προς ένα κρύσταλλο αλατιού, που είναι στερεωμένος έτσι, ώστε να μπορεί να στρέφεται γύρω από ένα άξονα, η δέσμη θα περάσει από τον κρύσταλλο χωρίς μεταβολή για τις περισσότερες γωνίες προσπτώσεως. Αν όμως περιστρέψουμε τον κρύσταλλο, κρατώντας σταθερή την κατεύθυνση της δέσμης, θα βρούμε ότι για κάποια γωνία προσπτώσεως θα εμφανισθεί ξαφνικά μια ανακλώμενη δέσμη (σχ. 27-1). Αν περιστρέψουμε τον κρύσταλλο περισσότερο, η ανάκλαση θα σταματήσει και τα νετρόνια θα διαπερνούν πάλι τον κρύ-

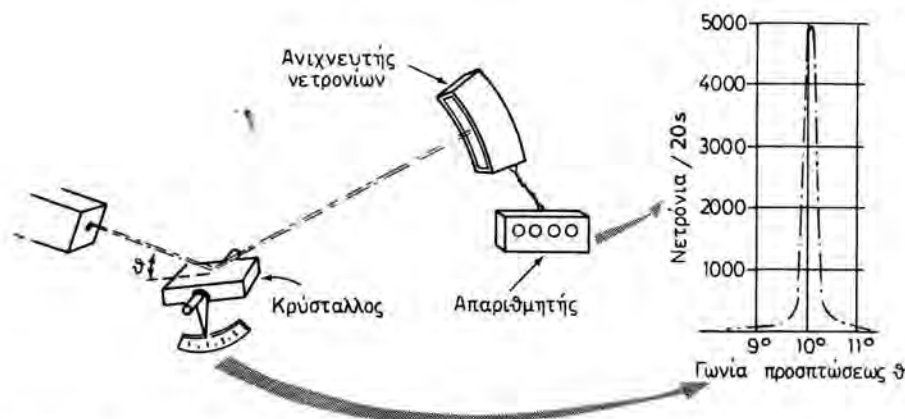
Σχήμα 27-1 Εικόνα συμβολής που δείχνει τις κυματικές ιδιότητες των νετρονίων. Τα νετρόνια ανακλώνται από έναν κρύσταλλο άλατος, στον οποίο οι κανονικές σειρές των ατόμων ενεργούν ως φράγμα περιθλάσεως.



Σχήμα 27-2 Η διακεκομμένη γραμμή που δείχνεται στο σχήμα είναι η πρόσθετη απόσταση που διανύει ένα νετρόνιο όταν ανακλάται από το δεύτερο στρώμα του κρυστάλλου αντί για το πρώτο. Για να συμβάλλουν οι δέσμες από κάθε στρώμα και να δώσουν μέγιστη ανάκλαση, η διακεκομμένη απόσταση πρέπει να είναι ίση με ακέραιο αριθμό μηκών κύματος. Η διακεκομμένη απόσταση είναι επίσης $2d\sin\theta$, όπου d είναι η απόσταση μεταξύ των στρωμάτων των ατόμων που ανακλούν (σταθερά πλέγματος). Επομένως το πρώτο μέγιστο θα παρατηρηθεί όταν $2d\sin\theta = \lambda$.

σταλλο. Η ανάκλαση εμφανίζεται, όταν η διαφορά διαδρομής μεταξύ των στρωμάτων δομικών λίθων του κρυστάλλου, που είναι τοποθετημένα σε κανονικές αποστάσεις, δημιουργεί αθροιστική συμβολή από τα κύματα που συνδέονται με την κίνηση του νετρονίου (σχ. 27-2). Το σχήμα 27-3 δείχνει μια πραγματική πειραματική διάταξη, που χρησιμοποιήθηκε σε μια προσπάθεια να παραχθεί μια εικόνα συμβολής με νετρόνια. Μια δέσμη νετρονίων με ταχύτητα $4,04 \times 10^3$ m/s προσπίπτει στον κρύσταλλο από αριστερά. Όταν η δέσμη ανακλάται, ο ανιχνευτής ανταποκρίνεται στέλνοντας ένα σήμα στον απαριθμητή για κάθε νετρόνιο που περνά από αυτόν. Το γράφημα στο σχήμα 27-3 δείχνει τον αριθμό των νετρονίων ως συνάρτηση της γωνίας του κρυστάλλου η οποία με-





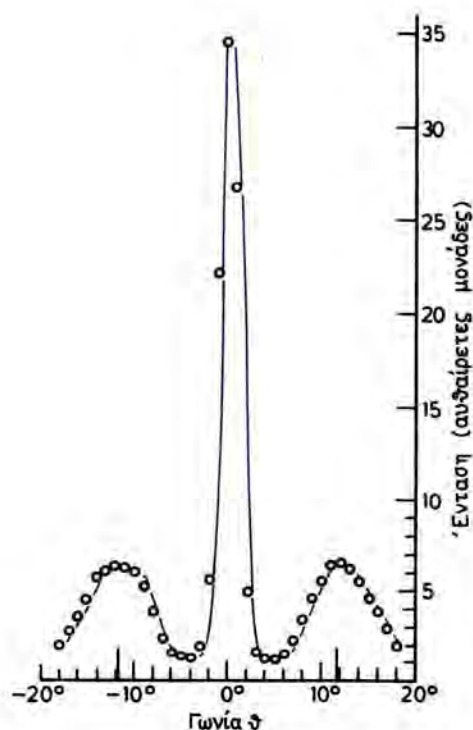
Σχήμα 27-3 Η πειραματική διάταξη για την καταγραφή εικόνων συμβολής που παράγονται από τη ανάκλαση νετρονίων σε ένα κρύσταλλο άλατος (πείραμα του καθηγητή Clifford Shull).

τριέται με έναν δείκτη επάνω στη βάση του κρυστάλλου. Όπως βλέπετε στο γράφημα, η γωνία όπου είναι μέγιστος ο αριθμός των νετρονίων είναι $\theta = 10,01$ μοίρες. Η απόσταση d (σταθερά πλέγματος) στο σχήμα 27-2 για τον κρύσταλλο του αλατιού είναι $0,2815 \text{ nm}$. Επομένως: $\lambda = 2 d \sin \theta = 2 \times 0,2815 \times 0,1738 \text{ nm} = 0,09785 \text{ nm}$, που συμφωνεί πολύ καλά με το προβλεπόμενο μήκος κύματος de Broglie.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,63 \times 10^{-34} \text{ J-s}}{1,67 \times 10^{-27} \text{ kg} \times 4,04 \times 10^3 \text{ m/s}} = 0,0981 \text{ nm}$$

Τέτοια πειράματα με νετρόνια δίνουν τόσο καλά αποτελέσματα, ώστε οι εικόνες συμβολής νετρονίων να χρησιμοποιούνται τώρα για τη διερεύνηση των θέσεων των ατόμων σε κρυσταλλικά πλέγματα. Τα άτομα του υδρογόνου σε κρυσταλλικές ενώσεις, για παράδειγμα, που δεν παράγουν ικανοποιητικές εικόνες συμβολής με ακτίνες X, ενεργούν πολύ πιο αποτελεσματικά ως φράγματα για εικόνες συμβολής νετρονίων. Ο προσδιορισμός της θέσεώς τους στην κανονική, επαναλαμβανόμενη διάταξή τους μέσα σε ένα κρύσταλλο είναι μια μόνο από τις εργασίες που μπορούν να κάνουν τα νετρόνια εξαιτίας του κυματικού χαρακτήρα τους και του ειδικού τρόπου με τον οποίο αλληλεπιδρούν με άλλα σωματίδια της ύλης.

Επειδή τα νετρόνια διανύουν μεγάλες αποστάσεις στον αέρα, τα πειράματα περιθλάσεως μπορούν να γίνουν στον αέρα. Αντίθετα τα πειράματα με άτομα με ηλεκτρόνια πρέπει να εκτελεστούν στο κενό. Αλλιώς τα μόρια του αέρα θα προκαλούσαν σκέδαση και διάχυση της δέσμης μέχρι σημείου που θα ήταν αδύνατη η χρήση της για ακριβείς μετρήσεις. Ακόμη, όταν μεταχειριζόμαστε κρυστάλλους ως φράγματα, τα σωματίδια χάνουν την ενέργειά τους μόλις διεισδύσουν σε μικρό πάχος μέσα στο στερεό. Μόνο τα λίγα σωματίδια που χάνουν πολύ λίγη ενέργεια κατά τη διόδό τους από το υλικό του στόχου μπορούν να σχηματίσουν ξεκάθαρη εικόνα συμβολής. Όταν μεταχειριζόμαστε δέσμες ατόμων, τα περισσότερα από τα άτομα που αναπηδούν από μια κρυσταλλική επιφάνεια έχουν υποστεί στην πραγματικότητα μια εσωτερική διαταραχή από τις συγκρούσεις τους μέσα στον κρύσταλλο ή έχουν μεταδώσει ένα μέρος της κινητικής τους ενέργειας στον κρύσταλλο. Αυτά τα άτομα δεν δείχνουν καθαρά κυματική συμπεριφορά. Μόνο τα



Σχήμα 27-4 Το γράφημα δείχνει το αποτέλεσμα ενός πειράματος με μία δέσμη ηλίου, που προσπίπτει στην φρεσκοκομμένη επιφάνεια ενός κρυστάλλου φθοριούχου λιθίου. Η εμφάνιση της συμβολής αποδεικνύει την κυματική φύση και η γωνία μετρά το μήκος κύματος. (Από την εργασία των I. Estermann και O. Stern, Zeitschrift für Physik, 1930).

άτομα που συμπεριφέρονται σε όλη τη διάρκεια της διαδικασίας ως απλές μάζες χωρίς δομή, χωρίς καμία μεταβολή της εσωτερικής τους καταστάσεως, συμβάλλουν στη δημιουργία του κύματος περιθλάσεως. Όλα τα σωματίδια που περιθλώνται σε ορισμένη κατεύθυνση έχουν την ίδια ταχύτητα· αυτό ελέγχθηκε και επαληθεύθηκε πειραματικά. Κάθε κινούμενο σωματίδιο, εφόσον συμπεριφέρεται ως ένα σύνολο και δεν μεταβάλλεται εσωτερικά, ούτε αλλάζει η (εξωτερική) κινητική του ενέργεια, υφίσταται περίθλαση σαν να έχει ένα μοναδικό μήκος κύματος, που δίνεται από τη σχέση του de Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

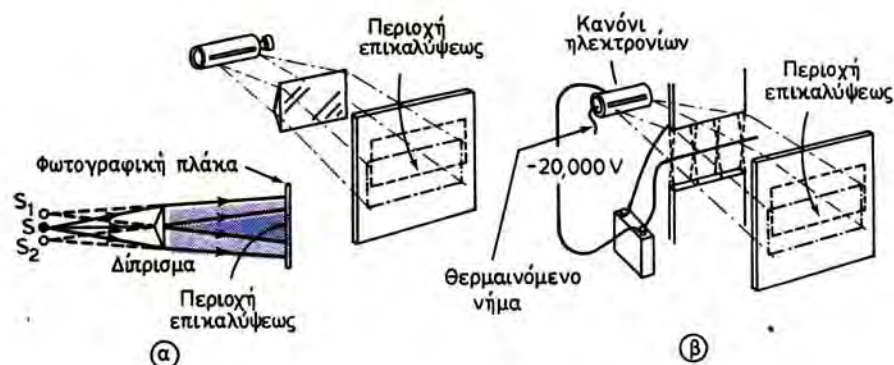
Έχουν γίνει πολλά διαφορετικά πειράματα συμβολής με σωματίδια. Σε μια από τις πρώτες μελέτες συμβολής κυμάτων ύλης χρησιμοποιήθηκαν άτομα ηλίου. Το σχήμα 27-4 δείχνει το γράφημα εντάσεως – γωνίας για την ανάκλαση ατόμων ηλίου από το κρυσταλλικό φράγμα φθοριούχου λιθίου. Σ' αυτή την περίπτωση η προσπίπτουσα δέσμη δεν είχε καλά καθορισμένη ορμή. Σχηματιζόταν από άτομα, που έβγαιναν από ένα θερμό κουτί με αέριο ήλιο. Παρόλα αυτά τα μέγιστα της συμβολής φαίνονται καθαρά στις θέσεις όπου αναμένονται από τη θερμική ενέργεια και την αντίστοιχη ορμή των ατόμων. Από την απόσταση του κρυσταλλικού πλέγματος, 0,285 nm και τη γωνία μεγίστου που παρατηρούμε, περίπου 11,8°, υπολογίζουμε ότι το μήκος κύματος de Broglie είναι περίπου 0,12 nm. Το μήκος κύματος, που υπολογίζεται από τη σχέση $\lambda = h/pv$ για το ήλιο, με ταχύτητες που αντιστοιχούν σε θερμοκρασία δωματίου, είναι επίσης 0,12 nm.

Το σχήμα 27-5 περιγράφει ένα άλλο πείραμα συμβολής υλικών κυμάτων, που πραγματοποιείται με την περίθλαση ηλεκτρονίων από ένα διπλό πρίσμα, δίπρισμα.

Όλα αυτά τα πειράματα δείχνουν ότι η λεπτομερής περιγραφή της κινήσεως ηλεκτρονίων, νετρονίων ή ακόμη ολοκληρών ατόμων πρέπει να γίνει με την κινηματική των κυμάτων. Το μήκος κύματος αυτών των κυμάτων συνδέεται με την ορμή του σωματιδίου με τη σχέση de Broglie.

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Η κλασική έννοια για μια καλά καθορισμένη τροχιά δεν είναι παρά μια προσέγγιση. Ισχύει μόνο, εφόσον το μήκος κύματος de Broglie είναι μικρό σε σύγκριση με τις γραμμικές διαστάσεις της συσκευής που χρησιμοποιούμε για τον καθορισμό της τροχιάς. Για παράδειγμα, η τροχιά των ηλεκτρονίων σε μια λυχνία τηλεοράσεως περιγράφεται ικανοποιητικά με τη Νευτώνια μηχανική. Αλλά, αν κατευθύνουμε ένα ηλεκτρόνιο προς ένα κρύσταλλο και ρωτήσουμε ποιο άτομο στον κρύσταλλο προκαλεί την απόκλιση του ηλεκτρονίου, το συμπέρασμα που βγαίνει αναγκαστικά από το πείραμα είναι ότι το ηλεκτρόνιο συμπεριφέρεται σαν κύμα που πέφτει επάνω σε πολλά άτομα συγχρόνως.



Σχήμα 27-5 Δυο ανάλογα πειράματα που δείχνουν συμβολή κυμάτων. Και τα δυο δείχνουν κροσσούς συμβολής από ένα διπλό πρίσμα (δίπρισμα) – μία διάταξη που δέχεται κύματα από μία απλή (μοναδική) σχισμή ως πηγή και παράγει το αποτέλεσμα περιθλάσεως κυμάτων σαν από δυο σχισμές. Η ομοιότητα των εικόνων που παράγονται από φως και ηλεκτρόνια είναι εντυπωσιακή. Η απόκλιση θα συνέβαινε με τον ίδιο ακριβώς τρόπο αν τα ηλεκτρόνια συμπεριφέρονταν απλώς ως φορτισμένα σωματίδια, αλλά η ιδιορρυθμία έγκειται στο ότι δημιουργούνται φωτεινές και σκοτεινές ταινίες στην περιοχή, όπου επικαλύπτονται οι δυο δέσμες των ηλεκτρονίων, ακριβώς όπως και με τα κύματα φωτός. Η κλίμακα όμως είναι πολύ μικρότερη για τα ηλεκτρόνια.

(α) Με ορατό φως ένα δίπρισμα από γυαλί (δυο σφήνες από γυαλί σε αντίθετες κατευθύνσεις) προκαλεί απόκλιση στα δυο μισά της δέσμης που προέρχεται από τη σχισμή S. Το πάνω μισό κάμπτεται προς τα κάτω, ώστε να φαίνεται ότι προέρχεται από την S₁ και το κάτω μισό κάμπτεται προς τα πάνω, ώστε να φαίνεται ότι προέρχεται από τη S₂. Τα δυο μισά της αρχικής δέσμης επικαλύπτονται πάνω σε μία φωτογραφική πλάκα. Στην περιοχή επικάλυψης παρατηρείται συμβολή. Σε μερικές θέσεις στη φωτογραφική πλάκα οι κορυφογραμμές (μέγιστα) που φαίνονται να έρχονται από την S₁ φθάνουν συγχρόνως με κοιλάδες (ελάχιστα) που φαίνονται να έρχονται από την S₂, και έτσι παράγεται ένας σκοτεινός κροσσός. Σε άλλες θέσεις φθάνουν μαζί και από τα S₁ και S₂ κορυφογραμμές και παράγεται ένας φωτεινός κροσσός.

(β) Η πηγή των ηλεκτρονίων είναι ένα κανόνι 20.000 volt που παρέχει ηλεκτρόνια με μήκος κύματος de Broglie $8,6 \times 10^{-12}$ m. Το «δίπρισμα» ηλεκτρικού πεδίου παράγεται από ένα λεπτό επαργυρωμένο νήμα χαλαζία διαμέτρου μερικών μικρομέτρων (10^{-6} m), στερεωμένο σε μία πλατιά σχισμή επί μεταλλικής οθόνης. Το νήμα έχει θετικό δυναμικό 6 volt ως προς τη σχισμή (και οθόνη). Τα διαγράμματα δείχνουν το ηλεκροστατικό διπλό πρίσμα και τις δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου: Το ηλεκτρικό πεδίο κάμπτε τις δέσμες των ηλεκτρονίων που περνούν από τις δυο πλευρές του σύρματος. Οι δέσμες επικαλύπτονται στη φωτογραφική πλάκα, όπου φθάνουν σαν να προέρχονται από δυο σύμφωνες πηγές.

(Αριστερά) Η εικόνα συμβολής που δημιουργείται από φως. (Valasek, «Εισαγωγή στη θεωρητική και πειραματική οπτική», John Wiley & Sons, New York, 1949).

(Αριστερά) Η εικόνα συμβολής που δημιουργείται από ηλεκτρόνια, μετά από μεγάλη μεγέθυνση σε ηλεκτρονικό μικροσκόπιο. (Από την εργασία H. Düker, Zeitschrift für Naturforschung, 1955).

(Αριστερά) Η εικόνα συμβολής που δημιουργείται από φως. (Valasek, «Εισαγωγή στη θεωρητική και πειραματική οπτική», John Wiley & Sons, New York, 1949).

(Αριστερά) Η εικόνα συμβολής που δημιουργείται από ηλεκτρόνια, μετά από μεγάλη μεγέθυνση σε ηλεκτρονικό μικροσκόπιο. (Από την εργασία H. Düker, Zeitschrift für Naturforschung, 1955).

1. Ποιο είναι το μήκος κύματος ενός ηλεκτρονίου που έχει ταχύτητα $1,0 \times 10^7$ m/s;
2. Καθώς αυξάνει η γωνία θ στο σχήμα 27-2, θα εμφανισθεί πάλι ισχυρή ανάκλαση της δέσμης από τον κρύσταλλο. Ποια θα είναι η τιμή του $2d \sin \theta$ αυτή τη γωνία;
3. Οι πλαστικές σφαίρες που χρησιμοποιούνται στο πείραμα του Millikan έχουν διάμετρο περίπου 10^{-6} m και μάζα περίπου 10^{-15} kg. Υποθέστε ότι έχετε μια εκκενωμένη από αέρα συσκευή, μέσα στην οποία στέλνετε ένα ρεύμα τέτοιων σφαιρών με ταχύτητα περίπου 10^{-2} m/s προς μια απλή ή μια διπλή σχισμή. Προβλέπετε ότι θα παρατηρήσετε εικόνα περιθλάσεως στην πρώτη περίπτωση ή εικόνα συμβολής στη δεύτερη; Να εξηγήσετε το συλλογισμό σας.
4. Να υποθέσετε ότι επαναλαμβάνουμε το πείραμα με τα νετρόνια, που περιγράψαμε σ' αυτή την παράγραφο, με ένα κρύσταλλο με μικρότερη απόσταση μεταξύ των επιπέδων των ατόμων (σταθερά πλέγματος). Προβλέπετε ότι η γωνία στην οποία παρατηρείται μέγιστο συμβολής θα είναι μεγαλύτερη ή μικρότερη; Με ποιο συλλογισμό το βρήκατε;
5. Αν ο πειραματιστής ήθελε να παρατηρήσει μέγιστα συμβολής σε λίγο μεγαλύτερη γωνία από τη γωνία που φαίνεται στο σχήμα 27-4, θα έπρεπε να αυξήσει ή να ελαττώσει λίγο τη θερμοκρασία του θερμού κουτιού του ηλίου; Ποιος είναι ο συλλογισμός σας;

27-3 Στάσιμα κύματα.

Πώς είναι δυνατόν να κατανοήσουμε την παρουσία ορισμένων ενεργειακών σταθμών στα άτομα και τις απλές μαθηματικές σχέσεις που τις συνδέουν; Είναι δυνατόν να εξηγηθούν οι διάκριτες καθορισμένες ενεργειακές στάθμες με την έννοια των υλικών κυμάτων;

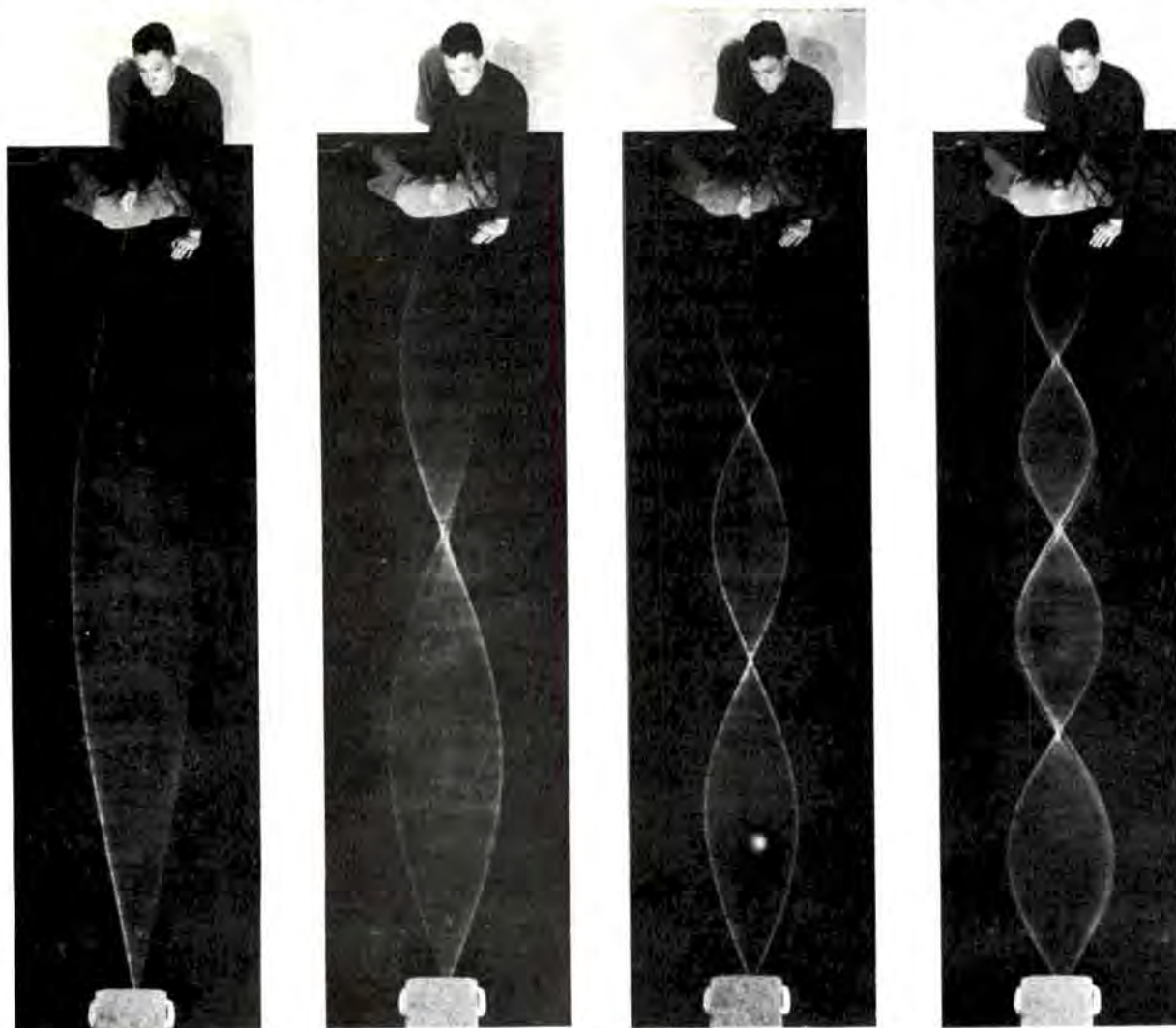
Το υλικό κύμα για μια συγκεκριμένη στάθμη ενέργειας πρέπει να είναι σταθερό για κάποιο χρονικό διάστημα. Από το πείραμα Franck - Hertz και από τα καθορισμένα φάσματα των στοιχείων γνωρίζουμε ότι υπάρχουν ορισμένες διάκριτες ενεργειακές καταστάσεις σε άτομα. Αν το υλικό κύμα για μια συγκεκριμένη στάθμη ενέργειας παραμορφωνόταν και δεν έμενε το ίδιο για μακρύ χρονικό διάστημα, δεν θα παρατηρούσαμε αυτή τη συμπεριφορά.

Ακόμη, θα πρέπει σε κάθε ξεχωριστή στάθμη ενέργειας να αντιστοιχεί διαφορετικό υλικό κύμα, αφού οι στάθμες ενέργειας είναι διαφορετικές. Πρέπει λοιπόν να αναζητήσουμε πολλές διαφορετικές μεταξύ τους εικόνες κυμάτων, που να είναι συγχρόνως και σταθερές. Τα μόνα κύματα που δείχνουν την ίδια εικόνα σε κάθε χρονική στιγμή και δεν μεταδίδονται είναι τα στάσιμα κύματα. Είναι τα μόνιμα κύματα, που παρατηρούνται σε παλλόμενες χορδές ή σε λεκάνες με νερό. Δεν μεταδίδονται, αλλά αντίθετα παραμένουν στη θέση τους και διατηρούν τη μορφή τους, ενώ οι μετατοπίσεις αυξάνουν και ελαττώνονται περιοδικά χωρίς να μετακινούνται. Παρατηρήστε για παράδειγμα στο σχήμα 27-6 τη δεύτερη εικόνα στα αριστερά. Στα δυο άκρα του μακριού λαστιχένιου σωλήνα και στη μέση υπάρχουν δεσμοί – σημεία που δεν κινούνται.

Ανάμεσα από κάθε ζευγάρι δεσμών υπάρχουν περιοχές μέγιστης μετατόπισης. Οι περιοχές αυτές μένουν πάντα στην ίδια θέση κατά μήκος του σωλήνα αλλά με την πάροδο του χρόνου η μετατόπιση μεταβάλλεται από ένα μέγιστο, προς μια διεύθυνση, στο μηδέν και ύστερα σε μέγιστο προς την άλλη κατεύθυνση. Παντού η μετατόπιση ταλαντώνεται με τον ίδιο τρόπο, αλλά δεν φαίνεται να κινείται τίποτα κατά μήκος του σωλήνα.

Μόνο αν δημιουργήσετε μόνοι σας στάσιμα κύματα, θα καταλάβετε αυτό το φαινόμενο. Δέστε τα δυο άκρα ενός λαστιχένιου σωλήνα σε δυο σταθερά στηρίγματα. Μετακινήστε το σωλήνα πάνω - κάτω κοντά στο ένα στήριγμα με το χέρι σας. Αν διαλέξετε την κατάλληλη συχνότητα για την κίνηση του χεριού σας, μπορείτε να δημιουργήσετε ένα στάσιμο κύμα στο σωλήνα. Υπάρχει ταλάντωση, αλλά η μορφή της ταλαντώσεως δεν μετακινείται. Μπορεί να είναι μια μορφή με μια κοιλία μεταξύ των ακραίων στηριγμάτων ή δυο, τρεις, τέσσερις κοιλίες κ.ο.κ. (σχ. 27-6). Αυτό είναι το είδος της κυματικής κινήσεως που θα φαντασθούμε για μια σταθερή κατάσταση σε ένα άτομο.

Σχήμα 27-6 Στάσιμα κύματα. Καθώς κινείται παλινδρομικά το ένα άκρο του μακρνού λαστιχένιου σωλήνα, με αυξανόμενη συχνότητα από τη μια εικόνα στην άλλη, εμφανίζονται μορφές με όλο και περισσότερες κοιλίες. Σταθερές μορφές παράγονται όμως μόνο με μερικές καθορισμένες συχνότητες.



Αν τα άκρα του λαστιχένιου σωλήνα κρατούνται σταθερά, μόνον οι μορφές που περιέχουν ακέραιο αριθμό από κοιλίες (και αντίστοιχες ορισμένες συχνότητες) θα διατηρηθούν επάνω στο σωλήνα. Αν προσπαθήσετε να οδηγήσετε το σωλήνα με οποιαδήποτε άλλη συχνότητα, θα διαπιστώσετε ότι η κίνηση του χεριού σας καταστρέφει ένα μέρος από την κίνηση του σωλήνα αντί να συμβαδίζει με αυτήν και να ενισχύει την κίνηση. Η προσπάθειά σας έχει πολύ μικρό αποτέλεσμα, εκτός αν χρησιμοποιήσετε τη σωστή συχνότητα.

Παρόλο που τα στάσιμα κύματα δείχνουν μόνο μια ταλάντωση, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι δημιουργούνται από την επαλληλία δυο ίσων κυμάτων, που οδεύουν σε αντίθετες κατευθύνσεις. Αν σχεδιάσετε δυο μορφές κυμάτων, τις κινήσετε τη μια διαμέσου της άλλης και προσθέσετε τις μετατοπίσεις, θα διαπιστώσετε ότι το αποτέλεσμα είναι ένα στάσιμο κύμα. Θα βρείτε ακόμη ότι οι κοιλίες του στάσιμου κύματος έχουν μήκος ακριδώς $(1/2)\lambda$, όπου λ είναι το μήκος κύματος για καθένα από τα αρχικά κύματα τα οποία λέγονται διαδιδόμενα ή οδεύοντα κύματα.

Όπως μπορείτε να διαπιστώσετε από το σχήμα 27-6, αν δέσουμε το ένα άκρο ενός λαστιχένιου σωλήνα σε ένα σταθερό στήριγμα και κινήσουμε το άλλο άκρο πολύ ελαφρά με τη «σωστή συχνότητα», δημιουργείται ένα στάσιμο κύμα. Μπορούμε να φαντασθούμε ότι ξαφνικά τοποθετήθηκαν δυο άκαμπτοι τοίχοι, που προκαλούν ανάκλαση στη θέση των δεσμών του στάσιμου κύματος. Επειδή οι τοίχοι είναι τοποθετημένοι σε σημείο όπου δεν υπάρχει κίνηση, ένα τμήμα του στάσιμου κύματος θα παγιδευθεί ανάμεσά τους. Σε κάθε τέτοιο τμήμα θα βλέπαμε μια μορφή ταλαντώσεων, το στάσιμο κύμα, αντί για ένα οδεύον κύμα. Για να απομονώσουμε μια μορφή στάσιμου κύματος, η απόσταση μεταξύ των στηριγμάτων πρέπει να είναι μισό μήκος κύματος, ή δυο μισά μήκη ή τρία μισά κ.ο.κ.

6. Σε ένα ελατήριο, που έχει στερεωμένα τα δυο άκρα του επάνω σε άκαμπτους τοίχους που απέχουν 8 m, διαδίδονται οδεύοντα κύματα με ταχύτητα 2 m/s.
 - (α) Ποιες συχνότητες ταλαντώσεως θα έχουν τα στάσιμα κύματα που δημιουργούνται σε αυτό το ελατήριο;
 - (β) Μπορείτε να παράγετε στάσιμα κύματα για όλες αυτές τις συχνότητες διεγείροντας το ελατήριο στο μέσο του;
7. Ποια είναι η απόσταση στο σχήμα 27-6, από το δεξί χέρι του ανθρώπου που κινεί το σωλήνα μέχρι το σταθερό άκρο του σωλήνα, μετρημένη σε μήκη κύματος, σε κάθε μια από τις τέσσερις φωτογραφίες;

27-4 Σωματίδιο σε «κουτί».

Μπορούμε επίσης να φαντασθούμε ένα στάσιμο υλικό κύμα περιορισμένο στο διάστημα μεταξύ δυο σημείων κατά μήκος του άξονα x με μηδενικό πλάτος έξω από αυτό το διάστημα. Υποθέσετε ότι αυτό το στάσιμο κύμα παριστάνει ένα ηλεκτρόνιο. Τότε η συμπεριφορά του ηλεκτρονίου χαρακτηρίζεται ως εξής:

- (α) Η συντεταγμένη x του ηλεκτρονίου έχει τιμές πάντα μεταξύ των

σημείων A και B, αφού το ηλεκτρόνιο δεν βρίσκεται ποτέ έξω από αυτό το διάστημα.

(6) Μπορούμε να θεωρήσουμε το στάσιμο κύμα ως επαλληλία δυο οδεύοντων κυμάτων με το ίδιο μήκος κύματος, που διαδίδονται σε αντίθετες κατευθύνσεις. Και τα δυο οδεύοντα κύματα περιγράφουν ένα ηλεκτρόνιο με συνιστώσα κατά τον άξονα x της ορμής ίσης με $p_x = h/\lambda_x$. Το ηλεκτρόνιο που περιγράφεται από το στάσιμο κύμα πρέπει να έχει συνιστώσα που να είναι συγχρόνως $+p_x$ και $-p_x$. Στο πλαίσιο της Νευτώνιας φυσικής η πρόταση αυτή δεν έχει νόημα, αλλά η κυματική φύση της κινήσεως ενός σωματιδίου είναι σημαντική, ακριβώς όταν η Νευτώνια εικόνα αποτυχαίνει. Έτσι στον κβαντικό κόσμο ένα σωματίδιο μπορεί να έχει συγχρόνως δυο ίσες και αντίθετες ορμές. Η ενέργειά του όμως είναι:

$$E = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{\frac{1}{2}(mv)^2}{m} = \frac{p^2}{2m}$$

δηλαδή δεν είναι μηδενική.

Η ενέργεια ενός σωματιδίου που περιγράφεται από στάσιμο κύμα είναι ίση με την ενέργεια του ίδιου σωματιδίου, που περιγράφεται από ένα οδεύον κύμα με το ίδιο μήκος κύματος. Αντίθετα όμως με το οδεύον κύμα, το στάσιμο κύμα που μηδενίζεται έξω από μια ορισμένη περιοχή μπορεί να έχει μόνο διάκριτα μήκη κύματος και επομένως διάκριτες ενέργειες.

Θεωρούμε τώρα ένα σωματίδιο με μάζα m, που κινείται σε περιορισμένο όγκο. Για μια πρώτη προσέγγιση της επιδράσεως που έχει αυτός ο περιορισμός στην ενέργεια του σωματιδίου μπορούμε να αγνοήσουμε την ακριβή φύση των δυνάμεων, που περιορίζουν το σωματίδιο μεταξύ των σημείων A και B και να υποθέσουμε ότι μέσα στον όγκο η δύναμη που δρα στο σωματίδιο είναι μηδενική, ενώ στα άκρα A και B του όγκου ενεργεί μια εξαιρετικά ισχυρή δύναμη, ώστε να παραμένει το σωματίδιο μέσα στον όγκο. Ακόμη θα υποθέσουμε ότι ο όγκος είναι κύβος με μήκος ακμής d. Αυτή η εξαιρετικά εξιδανικευμένη περίπτωση ονομάζεται συνήθως σωματίδιο σε «κουτί».

Αν πάρουμε τη στάθμη αναφοράς της δυναμικής ενέργειας ως μηδέν μέσα στο κουτί, η ολική ενέργεια του ηλεκτρονίου είναι μόνο η κινητική ενέργεια:

$$E = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m}$$

Το ηλεκτρόνιο δεν μπορεί να διαφύγει από το κουτί και επομένως το υλικό κύμα πρέπει να είναι ένα τρισδιάστατο στάσιμο κύμα. Το κύμα αυτό μπορεί να έχει διαφορετικά μήκη κύματος κατά μήκος των τριών αξόνων του κουτιού. Για κυβικό δοχείο με μήκος ακμής d πρέπει να ικανοποιούνται οι συνθήκες:

$$\frac{n_x \lambda_x}{2} = d, \quad \frac{n_y \lambda_y}{2} = d \quad \text{και} \quad \frac{n_z \lambda_z}{2} = d$$

Τότε τα τρία μήκη κύματος λ_x , λ_y και λ_z καθορίζουν τις τρεις συνιστώσες της ορμής $p_x = h/\lambda_x$, $p_y = h/\lambda_y$, $p_z = h/\lambda_z$ και η κινητική ενέργεια γίνεται:

$$E = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m} = \frac{(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) h^2}{8md^2}$$

Οι αριθμοί n_x , n_y και n_z , ονομάζονται κβαντικοί αριθμοί, είναι εντελώς ανεξάρτητοι μεταξύ τους και μπορούν να λάβουν τις τιμές 1, 2, 3 κ.ο.κ.

Είναι φανερό ότι οι ενεργειακές στάθμες που προκύπτουν από την παραπάνω ανάλυση εξαρτώνται από τη μάζα του σωματιδίου και το μέγεθος του κουτιού. Η ποσότητα $(h^2/8 md^2)$ είναι ένα μέτρο για την τάξη μεγέθους της κλίμακας της ενέργειας που έχει το σύστημα και για τη διαφορά ενέργειας μεταξύ διαδοχικών σταθμών ενέργειας. Για ένα ηλεκτρόνιο ($m = 10^{-30}$ kg) σε ένα κουτί στο μέγεθος ενός ατόμου ($d = 10^{-10}$ m) ο παράγοντας αυτός είναι περίπου ίσος με 30 eV, όπως θα περιμέναμε για ένα σύστημα με τις διαστάσεις του ατόμου.

Για τη θεμελιώδη κατάσταση οι κβαντικοί αριθμοί πέρνουν τις ελάχιστες δυνατές τιμές τους ($n_x = n_y = n_z = 1$).

$$E_0 = \frac{3h^2}{8md^2}$$

Αν ξανασκεφθούμε τώρα το άτομο του υδρογόνου, βλέπουμε ότι ακολουθούμε καλό δρόμο. Για παρόμοιους λόγους το άτομο του υδρογόνου πρέπει να έχει μια θεμελιώδη κατάσταση, ενώ η Νευτώνια μηχανική θα επέτρεπε αυθαίρετα χαμηλές ενέργειες. Έχει αρχίσει, λοιπόν, να διαφαίνεται μια εξήγηση για τη σταθερότητα των ατόμων. Ακόμη, υπάρχουν πολλά υλικά κύματα με υψηλότερη ενέργεια, που μπορούν να δημιουργηθούν μέσα στο κουτί. Υπάρχουν στάσιμα κύματα με 2, 3... n κοιλίες κ.ο.κ. Αυτές οι μόνιμες κυματικές καταστάσεις με τις καθορισμένες τιμές ενέργειας προσφέρονται ως μοντέλο για τις διεγερμένες καταστάσεις του ατόμου.

Στην επόμενη παράγραφο θα εφαρμόσουμε αυτό το μοντέλο στο άτομο του υδρογόνου.

8. Όταν επιλέγουμε μήκος ακμής d για το «κουτί» της παραγράφου 27-4, περιορίζουμε με αυτό τον τρόπο το σωματίδιο στο «κουτί» να έχει μια μόνο ενέργεια;
9. Ποια είναι η τάξη μεγέθους της κινητικής ενέργειας ενός ηλεκτρονίου (μάζα 10^{-30} kg), που πηγαινοέρχεται σε ένα «κουτί» ακμής 0,1 nm;
10. Να υποθέσετε ότι ένα πρωτόνιο (μάζα $1,66 \times 10^{-27}$ kg) είναι περιορισμένο μέσα σε ένα πυρήνα με διάμετρο 10^{-14} m. Ποια τιμή θα έδινε για την ενέργεια του πρωτονίου η σχέση

$$E = \frac{3h^2}{8md^2}$$

11. Να υποθέσετε ότι ένα ηλεκτρόνιο κινείται με τρόπο που να παραμένει πάντα σε ένα επίπεδο μέσα σε ένα τετράγωνο πλευράς d .
- (α) Πώς συγκρίνεται η ενέργειά του με την ενέργεια ενός ηλεκτρονίου, που είναι περιορισμένο μέσα σε ένα κυβικό δοχείο με μήκος ακμής d ;
- (β) Να συγκρίνετε τα μήκη κύματος της ακτινοβολίας που εκπέμπεται, όταν καθένα από αυτά τα ηλεκτρόνια υφίσταται μετάβαση από την πρώτη διεγερμένη κατάσταση στη θεμελιώδη κατάσταση.

27-5 Το μοντέλο στασίμων κυμάτων για το άτομο του υδρογόνου.

Το πρώτο μας βήμα θα είναι να εξετάσουμε ένα ηλεκτρόνιο, που κινείται στο ηλεκτρικό πεδίο πυρήνα ο οποίος έχει ένα στοιχειώδες φορτίο (ένα πρωτόνιο).

Από την άποψη της Νευτώνιας μηχανικής το άτομο του υδρογόνου μοιάζει με το σύστημα γης – σελήνης: σε απόσταση r από τον πυρήνα η δύναμη που δρα στο ηλεκτρόνιο έχει μέτρο ke^2/r^2 . Αν το ηλεκτρόνιο κινείται σε κύκλο ακτίνας r με ταχύτητα v , η ηλεκτρική δύναμη πρέπει να είναι ίση με την κεντρομόλο δύναμη που απαιτείται για να κρατηθεί το ηλεκτρόνιο σε κυκλική τροχιά:

$$\frac{ke^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad (1)$$

Αν πολλαπλασιάσουμε και τα δυο μέλη της εξίσωσης επί $1/2$ r έχουμε:

$$\frac{1}{2} \frac{ke^2}{r} = \frac{1}{2} m v^2 = E_K \quad (2)$$

Θυμάσθε ίσως ότι η δυναμική ενέργεια ενός ηλεκτρονίου στο πεδίο του θετικά φορτισμένου πυρήνα είναι:

$$U_r = - \frac{ke^2}{r} \quad (3)$$

Επομένως, για ένα ηλεκτρόνιο σε κυκλική τροχιά, από τη σύγκριση των εξισώσεων (2) και (3), βρίσκουμε:

$$- \frac{1}{2} U_r = E_K$$

Χρησιμοποιώντας αυτή τη σχέση, μπορούμε να εκφράσουμε την ολική ενέργεια του ηλεκτρονίου με δυο τρόπους:

$$E = U_r + E_K = - \frac{ke^2}{r} + \frac{ke^2}{2r} = - \frac{ke^2}{2r} \quad (4a)$$

$$\text{και} \quad E = U_r + E_K = -2E_K + E_K = -E_K \quad (46)$$

Εδώ είναι και τα όρια της Νευτώνιας μηχανικής. Καμιά από τις παραπάνω εξισώσεις δεν περιέχει κάποιο περιορισμό για τις τιμές της ολικής ενέργειας και επομένως δεν είναι δυνατόν να εξηγηθούν οι διάκριτες γραμμές στο φάσμα του υδρογόνου.

Ακόμη, τα άτομα του υδρογόνου, καθώς και πολλά άλλα άτομα στη θεμελιώδη τους κατάσταση, συμπεριφέρονται σαν ένας θετικός πυρήνας, που περιβάλλεται από ένα σφαιρικό νέφος ηλεκτρικού φορτίου, και όχι όπως ένας θετικός πυρήνας με ένα ηλεκτρόνιο, που περιστρέφεται σε κυκλική τροχιά γύρω από τον πυρήνα. Αν, για παράδειγμα, η δεύτερη εικόνα ήταν ορθή, θα μπορούσαμε να καθορίσουμε με κάποια πειράματα το επίπεδο, στο οποίο κινείται το ηλεκτρόνιο. Τα πειράματα όμως δεν δείχνουν ότι προτιμάται κάποιο επίπεδο. Πρέπει λοιπόν να συμπεράνουμε ότι η πιο κατάλληλη περιγραφή για το ηλεκτρόνιο στη θεμελιώδη κατάσταση του υδρογόνου είναι μια κυματική μορφή με σφαιρική συμμετρία παρά μια κυκλική τροχιά. Πώς είναι δυνατόν να γεφυρώσουμε το χάσμα ανάμεσα σ' αυτή την περιγραφή και την περιγραφή με τροχιά που ισχύει σε μεγαλύτερη κλίμακα;

Στην παράγραφο 27-2 είδαμε ότι η κυματική φύση των σωματιδίων δεν εμφανίζεται όταν όλες οι διαστάσεις στο πείραμα είναι μεγάλες σε σύγκριση με το μήκος κύματος de Broglie. Στην περίπτωσή μας είναι αναμενόμενο ότι η Νευτώνια μηχανική θα επαρκεί όσο η περιφέρεια της τροχιάς $2\pi r$ είναι πολύ μεγαλύτερη από το μήκος κύματος de Broglie, λ .

Ας εκφράσουμε και το $2\pi r$ και το λ ως συναρτήσεις της ολικής ενέργειας E . Από την εξίσωση (4α) έχουμε:

$$r = \frac{-ke^2}{2E}$$

και επομένως:

$$2\pi r = \frac{-\pi ke^2}{E} \quad (5)$$

Μπορούμε να εκφράσουμε το μήκος κύματος de Broglie ως συνάρτηση της κινητικής ενέργειας του ηλεκτρονίου:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m E_K}}$$

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση (46), αντικαθιστούμε το E_K με $-E$ ($-E > 0$):

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{-2m E}} \quad (6)$$

Από τις εξισώσεις (5) και (6) βλέπουμε ότι η Νευτώνια μηχανική είναι επαρκής, αν:

$$\frac{2\pi}{\lambda} = - \frac{\pi k e^2}{E} \cdot \frac{\sqrt{-2 m E}}{h} = \frac{\pi k e^2}{h} \sqrt{\frac{2m}{-E}} \gg 1$$

Μπορούμε τώρα να προσπαθήσουμε να επεκτείνουμε την ισχύ των σχέσεων, που βασίζονται στη Νευτώνια μηχανική, με την παραδοχή ότι ακόμη και για $2\pi/\lambda \gg 1$ το στάσιμο κύμα μέσα σε ένα κάπως ασαφές κυκλικό κανάλι αποτελεί καλύτερη περιγραφή από την κυκλική τροχιά. Με τον ίδιο ακριβώς τρόπο επεκτείνεται η γεωμετρική οπτική, αν λάβουμε υπόψη την πολύ μικρή περίθλαση της φωτεινής δέσμης που περνά από μια πλατιά σχισμή.

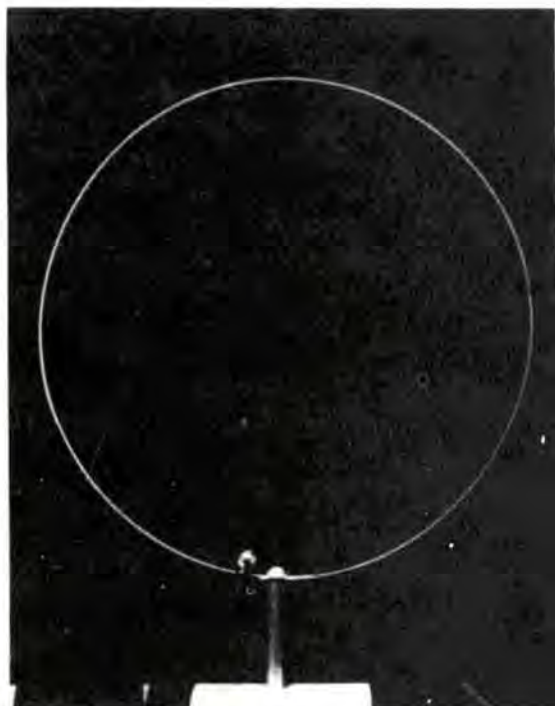
Για να δημιουργηθεί ένα στάσιμο κύμα σε αυτό το κυκλικό κανάλι, η περιφέρεια του καναλιού πρέπει να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του λ :

$$\frac{2\pi}{\lambda} = n$$

όπου n ένας μεγάλος ακέραιος (σχ. 27-7). Αν το n μπορεί να πάρει μόνον ακέραιες τιμές, η ενέργεια E γίνεται και αυτή διάκριτη. Συμβολίζουμε την ενέργεια της νιοστής στάθμης με E_n :

$$\frac{\pi k e^2}{h} \sqrt{\frac{2m}{-E_n}} = n$$

Σχήμα 27-7 Ένα δείγμα κυκλικού στάσιμου κύματος. (Αριστερά): Συρμάτινος δρόχος χωρίς κύματα. Ακριβώς αριστερά από το στήριγμα διακρίνεται ο άξονας ενός μικρού ηλεκτρικού κινητήρα που προεξέχει από το μαύρο χαρτόνι. (Ο κινητήρας είναι πίσω από το χαρτόνι). Ο άξονας δεν έχει κυκλική διατομή και έτσι καθώς περιστρέφεται ωθεί το σύρμα και παράγει κύματα στο δρόχο. (Δεξιά): Στάσιμο κύμα με $2\pi = 4\lambda$.



Αν υψώσουμε στο τετράγωνο και λύσουμε ως προς E_n , έχουμε:

$$E_n = \frac{-2 \pi^2 k^2 e^4 m}{h^2} \cdot \frac{1}{n^2} = -\frac{R}{n^2}$$

Η σταθερά

$$R = \frac{2\pi k^2 e^4 m}{h^2} = 13,6 \text{ eV}$$

καλείται σταθερά Rydberg (Ρίντμπεργκ).

Αυτό το αποτέλεσμα είναι ταυτόσημο με την έκφραση για τις ενεργειακές στάθμες του υδρογόνου, που βρήκαμε στην παράγραφο 26-5. Στην παράγραφο αυτή βρήκαμε αυτή την έκφραση εμπειρικά με προσαρμογή στις ενεργειακές στάθμες που παρατηρούμε. Εδώ φθάσαμε στο ίδιο αποτέλεσμα με τροποποίηση της Νευτώνιας μηχανικής, όταν εφαρμόζεται στα άτομα, ώστε να ληφθεί υπόψη η απαίτηση για ύπαρξη στασίμων υλικών κυμάτων.

-
12. Να υπολογίσετε το E_n στην εξίσωση $E_n = -R/n^2$, όπου $R = 13,6 \text{ eV}$ για $n = 1, 2, 3, 4$. Συμφωνούν οι ενεργειακές στάθμες που φαίνονται στο σχήμα 26-8 με τους υπολογισμούς σας;
 13. Όταν σχηματίζονται στάσιμα κύματα από τον παλλόμενο σωλήνα του σχήματος 27-6, μεταξύ των ακραίων στηριγμάτων υπάρχει ακέραιος αριθμός ημικυμάτων. Ποια είναι η ανάλογη συνθήκη για στάσιμα κύματα στο μεταλλικό δρόχο του σχήματος 27-7:
-

27-6 Επίλογος.

Ο κύκλος έκλεισε. Κύματα φωτός περιγράφουν την πιθανότητα εμφάνισης φωτονίων που συμπεριφέρονται σαν σωματίδια· τα σωματίδια της ύλης σχετίζονται με μια ποσότητα που έχει χαρακτήρα κύματος. Η σταθερά του Planck καθορίζει την κλίμακα των μεγεθών και στις δύο περιπτώσεις. Δεν μπορούμε να παρακολουθήσουμε την τροχιά ενός σωματιδίου μέσα από τις σχισμές ενός διαφράγματος περιθλάσεως, όπως ακριβώς δεν μπορούμε να παρακολουθήσουμε την τροχιά ενός φωτονίου. Τα αντίστοιχα κύματα υφίστανται περίθλαση και από τα κύματα αυτά μπορούμε να υπολογίσουμε τις πιθανές θέσεις ενός σωματιδίου και τον πιθανό αριθμό αφίξεών τους σε κάποια περιοχή. Αλλά, ακριβώς όπως και στην εικόνα των φωτονίων, τα σωματίδια ανταλλάσσουν ενέργεια και ορμή σε κάθε μια σύγκρουση, με τον ίδιο τρόπο που προβλέπεται από τη μηχανική του Νεύτωνα. Αυτή η πλευρά του φαινομένου δεν τροποποιείται καθόλου από την κυματική υπόσταση.

Επομένως, όταν τα μήκη κύματος είναι μικρά σε σύγκριση με τις διαστάσεις των σχισμών ή των εμποδίων, μικρά σε σύγκριση με τις διαστάσεις ατόμων ή οργάνων μετρήσεως, τα αποτελέσματα που παίρ-

ΠΡΟΣΘΕΤΑ ΘΕΜΑΤΑ



Το ραδιοτηλεσκόπιο στο Arecibo.

Αυτός ο μεγαλοπρεπής δίσκος από αλουμίνιο, με διάμετρο 330 m, είναι το κάτοπτρο του μεγαλύτερου ραδιοτηλεσκοπίου (και ραντάρ) του κόσμου που βρίσκεται στο Πόρτο Ρίκο. Η επιφάνειά του αποτελείται από 40.000 διάτρητα μεταλλικά φύλλα, με διαστάσεις $1 \times 2 \text{ m}^2$ περίπου το καθένα και με δυνατότητα ξεχωριστής ρυθμίσεως, ώστε να σχηματίζουν μια σφαιρική επιφάνεια. Η επιφάνεια διατηρείται σφαιρική με ακρίβεια ενός εκατοστού με τη χρήση ενός λέιζερ, που ελέγχει συνεχώς την καμπυλότητά της. Το μεγάλο μέγεθος του δίσκου παρέχει μεγάλη επιφάνεια συλλογής – $8 \times 10^4 \text{ m}^2$ – για τα πολύ ασθενή ραδιοσήματα από μακρινούς πάσσαρς, κουάζαρς και ραδιογαλαξίες.

Κανένα κάτοπτρο ή άλλη «οπτική» διάταξη δεν μπορεί να ορίσει μια δέσμη στενότερη σε γωνία από την εικόνα συμβολής που παράγεται από μια σχισμή με πλάτος ίσο με τη διάσταση του κατόπτρου. Για τον καθορισμό μιας στενής δέσμης, είτε για μετάδοση για «ανιχνευτικό» σκοπό, είτε για λήψη από ραδιοτηλεσκόπιο, οι διαστάσεις του οργάνου πρέπει να είναι πολύ μεγαλύτερες από το μήκος κύματος της ακτινοβολίας που συγκεντρώνει. Ο δίσκος του Arecibo καθορίζει μια δέσμη, εισερχόμενη ή εξερχόμενη, που έχει γωνιακό άνοιγμα περίπου ίσο με το λόγο του μήκους κύματος

που χρησιμοποιείται προς τη διάμετρο του κατόπτρου, δηλαδή περίπου $10 \text{ cm} / 300 \text{ m}$, δηλαδή ένα λεπτό γωνίας. Η μορφή της δέσμης είναι ίδια με τη μορφή που παράγεται από ένα οπτικό κάτοπτρο με διάμετρο μόνο ένα – δύο χιλιοστά. Με αυτή τη λεπτή δέσμη από το Arecibo σαρώθηκαν οι επιφάνειες της Αφροδίτης, του Ερμή και του Άρη και με χρονομέτρηση της ηχούς του ραντάρ κατασκευάστηκαν χάρτες. (Η χρονική καθυστέρηση της ηχούς είναι μεγάλη. Υπολογίστε την προσεγγιστικά).

Ο δίσκος είναι τοποθετημένος σε ένα φυσικό ασβεστολιθικό κοίλωμα. Τα μεταλλικά φύλλα του στηρίζονται από κάτω με ένα πλέγμα από ατσάλινα καλώδια. Τα καλώδια είναι στερεωμένα σε στύλους και με πολλές συνδέσεις στην επιφάνεια του βράχου. Το κάτοπτρο είναι ένα μόνο τμήμα του οργάνου. Η κατεύθυνση της δέσμης ορίζεται από τη θέση της εστίας, που βρίσκεται στη θέση της κεραίας η οποία είναι στερεωμένη κάτω από το μεγάλο αναρτημένο ατσάλινο τρίγωνο. Με μετακίνηση αυτής της γραμμικής κεραίας (μόλις διακρίνεται στη φωτογραφία) είναι δυνατόν να μετακινηθεί η δέσμη από την κατακόρυφο και να παρακολουθήσει μια πηγή που κινείται στον ουρανό.

νομε είναι σύμφωνα με τις προβλέψεις της συνήθους μηχανικής. Πραγματικά, αυτός είναι ο λόγος που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τα συνήθη όργανα μετρήσεως και που οι συνηθισμένες μετρήσεις μας επιτρέπουν να μετρήσουμε μόνο τις ίδιες ποσότητες που εμφανίζονται και στη Νευτώνια μηχανική.

Για όλα τα αντικείμενα γύρω μας ή για σώματα, όπως οι πλανήτες, η μηχανική του Νεύτωνα ισχύει χωρίς σημαντικό λάθος. Αν όμως παρατηρήσουμε με πολύ μεγάλη ακρίβεια, ή αν θέσουμε ερωτήματα στην κλίμακα του ατόμου, η κλασική φυσική (έτσι ονομάζεται η φυσική που ήταν γνωστή και πριν από το 1900) δεν επαρκεί. Η μηχανική του Νεύτωνα παραμένει ως θεμέλιο της φυσικής, επειδή τα όργανα και οι διατάξεις με τις οποίες κάνουμε τις μετρήσεις περιγράφονται ικανοποιητικά με τις κλασικές έννοιες, αλλά δεν είναι σε θέση να εξηγήσει το άτομο. Μόνο η κυματική θεωρία της ύλης (που ονομάζεται γενικά κβαντική θεωρία) μπορεί να το κάνει, στις τάξεις μεγέθους που καθορίζει η σταθερά του Planck, και με μια πιο εκλεπτυσμένη εικόνα του κόσμου των ατόμων. Τα κλειδιά με τα οποία ανοίγουμε και εισχωρούμε στο εσωτερικό του ατόμου είναι το φωτόνιο, που περιγράφεται στο χώρο και στο χρόνο με το ηλεκτρομαγνητικό κύμα πιθανότητας και το σωματίδιο με το υλικό κύμα πιθανότητας — και τα δύο με το μήκος κύματος de Broglie.

Σε όλα όσα αναπτύξαμε παραπάνω οι αναλογίες μεταξύ της συμπεριφοράς φωτός και ύλης είναι εντυπωσιακές. Το φως συμπεριφέρεται ως κύμα και ως σωματίδιο (φωτόνια). Η ύλη συμπεριφέρεται ως σωματίδιο και ως κύμα. Αλλά οι ομοιότητες έχουν τα όριά τους. Υπάρχει μια πολύ ξεκάθαρη διαφορά μεταξύ ενός φωτονίου και ενός μικρού κομματιού ύλης. Ο αριθμός των φωτονίων δεν διατηρείται. Τα φωτόνια δημιουργούνται και καταστρέφονται εύκολα. Όταν ανάβουμε το φως, παράγεται ένα πλήθος φωτονίων που κινούνται προς τους τοίχους. Μερικά ανακλώνται, αλλά τελικά όλα εξαφανίζονται δίνοντας την ενέργειά τους στα άτομα που κτυπούν. Η ενέργεια διατηρείται και η ενέργεια των φωτονίων εμφανίζεται ως αύξηση της εσωτερικής ενέργειας, π.χ. των τοίχων, ή ως χημικές μεταβολές, αλλά ο αριθμός των «σωματιδίων» δεν διατηρείται. Η συμπεριφορά αυτή είναι εντελώς διαφορετική από τη συμπεριφορά των ηλεκτρονίων και των ατόμων. Τα σωματίδια αυτά δεν είναι δυνατόν να δημιουργηθούν και να καταστραφούν (τουλάχιστον με κοινά μέσα). Είναι μόνιμα, ενώ τα φωτόνια δεν είναι. Με αυτή την έννοια τα φωτόνια διαφέρουν πάρα πολύ από μικρούς κόκκους ή σφαίρες ύλης.

Η σχέση κύματος – σωματιδίου θεωρείται ως θεμελιώδης στη σύγχρονη φυσική για όλα τα πράγματα που εξετάζουμε σε ατομική κλίμακα. Η κύρια διάκριση μεταξύ φωτός και ύλης βρίσκεται στη μονιμότητα των σωματιδίων της ύλης και την εύκολη δημιουργία ή απορρόφηση φωτονίων. Στο δοχείο κυματισμών είναι σαφές ότι τα «κύματα» είναι κύματα νερού. Το νερό κινείται περιοδικώς, το σχήμα της επιφάνειάς του αλλάζει και η κανονική μορφή των εικόνων οφείλεται τελικά στην κανονική συμπεριφορά που έχουν οι μικρές μάζες νερού. Στο ηλεκτρομαγνητικό κύμα όμως δεν υπάρχει υλικό του οποίου να αλλάζει το σχήμα ή η κίνησή του ή η πυκνότητά του. Στο απόλυτο κενό το φως ή τα ραδιοκύματα

μεταδίδονται εξίσου καλά – στην πραγματικότητα καλύτερα – παρά μέσα σε μια περιοχή που περιέχει οποιοδήποτε γνωστό υλικό. Τα κύματα είναι μορφές ηλεκτρικών και μαγνητικών πεδίων που διαδίδονται στο χώρο. Τον περασμένο αιώνα είχε επικρατήσει για αρκετό καιρό η άποψη ότι ο κενός χώρος περιέχει κάποια παράξενη ουσία – το «φωτοφόρο» αιθέρα – και ότι τα φωτεινά κύματα ήταν κινήσεις αυτής της περιεργής ουσίας. Σήμερα θεωρούμε ότι η ικανότητα μεταδόσεως ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων αποτελεί ιδιότητα του ίδιου του χώρου. Ο «κενός» χώρος δεν περιέχει άτομα οποιουδήποτε υλικού, αλλά αυτό δεν σημαίνει ότι τον θεωρούμε και κενό σε ιδιότητες. Μια από τις ιδιότητες του χώρου είναι να φέρει ενέργεια σε ηλεκτρομαγνητική μορφή καθώς και τα κύματα ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου, που εμφανίζονται ως ραδιοφωνικά ή φωτεινά κύματα.

Η ίδια άποψη επικρατεί για τα κύματα de Broglie. Τα κύματα αυτά δεν είναι μεταβολές σχήματος ή της κινήσεως των ηλεκτρονίων που περιγράφουν. Απλώς είναι μορφές πιθανότητας, που συμπεριφέρονται στα περισσότερα χαρακτηριστικά τους ανάλογα με τα κύματα που μελετήσαμε στο δοχείο κυματισμών. Δεν υπάρχει λόγος να ισχυρισθούμε ότι υπάρχει κάποιο υλικό που ταλαντεύεται. Μπορέσαμε να δείξουμε ότι οι θεμελιώδεις ιδιότητες του κόσμου μοιάζουν με μερικά απλά πρότυπα που φτιάχνουμε στο εργαστήριο. Αλλά δεν είναι ανάγκη να οδηγήσουμε αυτή την αναλογία στα άκρα: Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα και τα υλικά κύματα δεν είναι – τουλάχιστον όσο γνωρίζουμε σήμερα – κύματα κάποιας ύλης. Δεν έχει νόημα να επιμένουμε ότι κάθε χαρακτηριστικό του δοχείου κυματισμών πρέπει να υπάρχει και σε ένα άτομο ή ένα φωτόνιο. Είναι όμως αξιοθαύμαστο ότι αυτά τα πράγματα, τα άτομα και τα φωτόνια, μοιάζουν τόσο πολύ με τα κύματα που παρατηρούμε στο δοχείο κυματισμών αφού υπακούουν στην αρχή της επαλληλίας και επομένως σχηματίζουν εικόνες συμβολής.

Για τους φυσικούς που έζησαν στην αρχή του εικοστού αιώνα, η εποχή της αναπτύξεως της σύγχρονης φυσικής ήταν μια μαγική αλλά και τρομερή εποχή. Φαινόταν γεμάτη από παράδοξα: Τα πράγματα ήταν συγχρόνως κύματα και σωματίδια – κύματα χωρίς κάποια ύλη και σωματίδια χωρίς καθορισμένες τροχιές στο χώρο. Θεωρήθηκε συχνά ότι θα ήταν αδύνατο να συνδυασθούν οι νέες ιδέες σε μια νέα συνεπή εικόνα. Μάθαμε όμως ότι τα παλαιά μοντέλα, που βασίζονταν στις εμπειρίες μας με την ύλη στη μακροσκοπική κλίμακα, δεν ταίριαζαν με τον κόσμο στην ατομική κλίμακα. Η νέα εικόνα είναι πολύ καλύτερη. Είναι εκπληκτικό όμως ότι μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα μεγάλο μέρος της καθημερινής μας εμπειρίας ως οδηγό για το άτομο. Η κβαντική θεωρία – ο συνδυασμός κύματος και σωματιδίου – ήταν η μεγαλύτερη επιτυχία. Άνοιξε μια μεγάλη νέα περιοχή, για μια φυσική που θέλει να αντιμετωπίζει τα γεγονότα αμερόληπτα και να μη φοβάται ούτε να θαμπώνεται από νέες ιδέες.

Για το σπίτι, την τάξη και το εργαστήριο.

14. Είναι γνωστό ότι οι στρώσεις των ατόμων σε κρυστάλλους απέχουν μεταξύ τους μερικά δέκατα του nm, ας πούμε 3×10^{-10} m. Όταν τέτοιοι κρύσταλλοι χρησιμοποιούνται ως φράγματα περιθλάσεως, οι ακτίνες X, από κοινές λυχνίες ακτίνων X, υφίστανται περίθλαση σε αρκετά μεγάλες γωνίες, π.χ. 10° . Υπολογίστε κατά προσέγγιση την ενέργεια των φωτονίων τέτοιων ακτίνων X.
15. Ηλεκτρόνια που περνούν μέσα από μια διπλή σχισμή (απίστευτο αλλά δυνατό, όπως θα δούμε στο επόμενο πρόβλημα) δημιουργούν εικόνα συμβολής σε μια απομακρυσμένη οθόνη. Αν η τάση του κατονιού, που χρησιμοποιήθηκε για να δώσει κινητική ενέργεια στην αρχική δέσμη ηλεκτρονίων, μεταβληθεί από 50 σε 5000 volt, τι θα συμβεί με τις αποστάσεις των κροσσών συμβολής;
16. Μια λεπτή δέσμη ηλεκτρονίων 100 eV εκτοξεύεται προς δυο παράλληλες σχισμές σε πολύ μικρή απόσταση μεταξύ τους. Η απόσταση ανάμεσα στις δυο σχισμές είναι περίπου 1 nm. Τα ηλεκτρόνια που περνούν μέσα από τις σχισμές φθάνουν σε μια οθόνη σε απόσταση 3 μέτρων και σχηματίζουν μια εικόνα κροσσών συμβολής. [Φαίνεται σχεδόν αδύνατο να κατασκευαστεί ένα τέτοιο ζεύγος σχισμών σε ένα φύλλο από οποιοδήποτε πραγματικό υλικό, που αποτελείται από άτομα με διαμέτρους 0,1 nm ή και περισσότερο. Ακόμη πιο αδύνατο φαίνεται να μετρηθεί η απόσταση ανάμεσα στις σχισμές, αφού το φως έχει μήκος κύματος εκατοντάδες nm. Και όμως μπορεί να φτιαχτεί κάτι ισοδύναμο με το ζεύγος των σχισμών – έχει κατασκευασθεί και χρησιμοποιηθεί. Αυτό είναι το «δίπρισμα» του σχήματος 27-5 (6).]
- (α) Εκτιμήστε την απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών φωτεινών κροσσών.
- (β) Οι φωτεινοί κροσσοί θα εμφανίζονταν ως φωτεινά σημεία επάνω σε μια φθορίζουσα οθόνη, αρκετά ευαίσθητη ώστε να φθορίζει όταν δομαρδίζεται με ηλεκτρόνια 100 eV [ή ως μαύρα σημεία σε φωτογραφικό φιλμ ή ως μεγάλες ενδείξεις σε κάποιο μετρητή, συνδεδεμένο με ένα ανιχνευτή ηλεκτρονίων]. Ποια είναι η ουσιαστική διαφορά μεταξύ των ηλεκτρονίων στους φωτεινούς κροσσούς και των ηλεκτρονίων που φθάνουν στην οθόνη στους σκοτεινούς κροσσούς; Είναι μεγαλύτερα; Έχουν μεγαλύτερη μάζα; Είναι καλύτερης ποιότητας; Έχουν μεγαλύτερο φορτίο; Τι συμβαίνει;
17. Σε ένα τύπο λυχνίας κενού τα ηλεκτρόνια που δγαίνουν από τη θερμή κάθοδο περνούν από ένα πλέγμα, που έχει δυναμικό - 10 volt ως προς την κάθοδο σε απόσταση 0,5 nm από την κάθοδο και ύστερα κτυπούν μια άνοδο με δυναμικό + 110 volt ως προς την κάθοδο σε απόσταση 2,0 nm από την κάθοδο. Είναι αναγκαίο να λάβουμε υπόψη την κυματική συμπεριφορά των ηλεκτρονίων για την περιγραφή της διαδρομής τους από την κάθοδο προς την άνοδο; Εξηγήστε την απάντησή σας.
18. (α) Ποιο είναι το μήκος κύματος ακτίνων X, των οποίων κάθε φωτόνιο φέρει ενέργεια 40.000 eV;
- (β) Σε ποια ενέργεια περίπου το μήκος κύματος de Broglie για ηλεκτρόνια θα ήταν ίσο με το μήκος κύματος των ακτίνων X του (α); (Δώστε την απάντησή σας σε eV).
- (γ) Σε ποια ενέργεια θα είχε το ίδιο μήκος κύματος μια μπάλα του τένις;
- (δ) Ποιο είναι το μήκος κύματος μιας μπάλας του τένις, που κινείται με 10 m/s;
19. Η σχέση μεταξύ της ενέργειας ενός φωτονίου σε eV και του μήκους κύματος του φωτός σε nm δίνεται στην παράγραφο 25-8.
- (α) Βρείτε παρόμοια σχέση μεταξύ της κινητικής ενέργειας ενός σωματιδίου και του μήκους κύματος de Broglie.
- (β) Αν το σωματίδιο είναι ηλεκτρόνιο και η κινητική του ενέργεια παράγεται με επιτάχυνσή του από μια διαφορά δυναμικού, συσχετίστε τη διαφορά δυναμικού σε volt με το μήκος κύματος de Broglie του ηλεκτρονίου σε nm.
- (γ) Ποια είναι η ενέργεια ηλεκτρονίων που έχουν το ίδιο μήκος κύματος με το κίτρινο φως;

20. Χρησιμοποιήστε ένα κύμβαλο. Κρατήστε το κύμβαλο με τη λαβή προς τα κάτω και κτυπήστε την περιφέρεια με το δάκτυλό σας ή με ένα μικρό λαστιχένιο σφυρί. Με λίγη εξάσκηση θα μπορέσετε να δημιουργήσετε στάσιμα κύματα κατά μήκος της περιφέρειας. Περιγράψτε τα.
21. (α) Εκτιμήστε την κινητική ενέργεια ενός νετρονίου σε ένα πυρήνα με ακτίνα: $R = 6 \times 10^{-15} \text{ m}$ (είναι μεγάλος πυρήνας). Αρκεί η υπόθεση ότι ο πυρήνας είναι σαν ένα κυβικό κουτί με μήκος πλευράς R .
- (β) Αν ο πυρήνας ήταν μικρότερος, θα έπρεπε και η κινητική ενέργεια να ήταν μικρότερη;
22. Υποθέστε ότι ένα ηλεκτρόνιο είναι περιορισμένο μέσα σε ένα μικρό κυβικό κρύσταλλο με ακμή περίπου $1 \times 10^{-6} \text{ m}$. Θα ήταν δυνατό να ανιχνευθούν κβαντικά φαινόμενα με παρατήρηση των μεταβολών της ενέργειας του ηλεκτρονίου;
(Υπόδειξη: Υπολογίστε τη χαμηλότερη δυνατή ενέργεια θεωρώντας το ηλεκτρόνιο ως στάσιμο κύμα στον κρύσταλλο).
23. Υποθέστε ότι το σωματίδιο στο κουτί (παράγρ. 27-4) είναι φορτισμένο και επομένως μπορεί να ακτινοβολήσει. Ποια είναι η ενέργεια του φωτονίου, όταν το σωματίδιο μεταβαίνει από την πρώτη διεγερμένη κατάσταση στη θεμελιώδη κατάσταση; Εκφράστε την απάντησή σας ως συνάρτηση των h , m και d .
24. Υποθέστε ότι το σωματίδιο που περιγράφεται στην παράγραφο 27-4 είναι περιορισμένο σε ένα ορθογώνιο κουτί με διαστάσεις d , d και $2d$. Πώς συγκρίνεται η ελάχιστη ενέργεια του συστήματος με την ενέργεια που έχει το σωματίδιο, όταν περιορίζεται μέσα σε κύβο ακμής d ;
25. Το άτομο του ηλίου έχει δυο ηλεκτρόνια στη χαμηλότερη ενεργειακή κατάστασή του, όταν δεν είναι διεγερμένο. Υποθέστε ότι το ένα από τα ηλεκτρόνια, με μια σύγκρουση με ένα άλλο άτομο, διεγείρεται σε μια ενεργειακή στάθμη πολύ ψηλότερη από τη θεμελιώδη κατάσταση. Γιατί είναι αναμενόμενο ότι θα παρατηρηθούν στο φάσμα του γραμμές υδρογονικού τύπου;
26. Σε μερικά πειράματα υψηλών ενεργειών έχουν παραχθεί αντιπρωτόνια (σωματίδια με την ίδια μάζα όπως τα πρωτόνια αλλά με ένα αρνητικό στοιχειώδες φορτίο) και ποζιτρόνια (σωματίδια με την ίδια μάζα όπως τα ηλεκτρόνια αλλά με ένα θετικό στοιχειώδες φορτίο). Το αντιπρωτόνιο μπορεί να συλλάβει ένα ποζιτρόνιο και να σχηματίζει ένα άτομο αντιυδρογόνου. Αν σε κάποιο μακρινό μέρος του σύμπαντος υπάρχει αντιυδρογόνο, θα μπορούσατε να διακρίνετε το αντιυδρογόνο από το κανονικό υδρογόνο παρατηρώντας το φάσμα του;

Παράρτημα 1

Ιστορικό και ευχαριστίες

Η εξέλιξη αυτού του βιβλίου.

Το βιβλίο αυτό και η συντονισμένη ανάπτυξη του υλικού για το εργαστήριο, των βοηθημάτων για τους διδάσκοντες και των κινηματογραφικών ταινιών, συντελέστηκε με τη συνεργασία πολλών ατόμων. Είναι δύσκολο να περιγραφεί αυτή η εξέλιξη σε μια σύντομη περίληψη.

Ακόμη και το βασικό περίγραμμα και οι στόχοι διαμορφώθηκαν από πολλά άτομα σε διάφορα κέντρα. Διδάσκοντες από όλα τα μέρη των ΗΠΑ εκδήλωσαν την επιθυμία να κάνουν θεμελιώδεις αλλαγές στην παρουσίαση της φυσικής σε αρχάριους μαθητές.

Το βιβλίο αυτό είναι το αποτέλεσμα από αναρίθμητες ατομικές συνεισφορές, εκτεταμένες δοκιμές σε πολλά σχολεία και μία διαδικασία αναθεώρησης, που κράτησε πάνω από τρία χρόνια. Είναι αδύνατο να αναφερθούν λεπτομερικά οι εκατοντάδες συνεισφορές στη δημιουργία και διαμόρφωσή του. Επειδή όμως είχα τελικά την ευθύνη για την επιλογή που εμφανίζεται τώρα, θα ήθελα να σκιαγραφήσω μερικά από τα σχέδια. Πάνω από όλα, θα ήθελα να ευχαριστήσω για λογαριασμό της επιτροπής PSSC* αλλά και προσωπικά τους πολλούς συνεργάτες μου για το ρόλο τους στη δύσκολη αλλά ευχάριστη εμπειρία της συνεργασίας για τη διαμόρφωση ενός νέου μαθήματος φυσικής.

Πολλές από τις ιδέες που εμφανίζονται τώρα σ' αυτό το βιβλίο σκιαγραφήθηκαν, γράφτηκαν και συζητήθηκαν από πανεπιστημιακούς και ερευνητές φυσικούς και φυσικούς διδάσκοντες στη μέση εκπαίδευση – συχνά είναι οι ίδιοι άνθρωποι – το φθινόπωρο του 1956 και το χειμώνα του 1957 υπό την καθοδήγηση της Διοικούσας Επιτροπής του PSSC. Κατόπιν, το καλοκαίρι του 1957, μία ομάδα από 60 πανεπιστημιακούς και ερευνητές φυσικούς, φυσικούς διδάσκοντες στη μέση εκπαίδευση, σχεδιαστές συσκευών, συγγραφείς, καλλιτέχνες και άλλοι ειδικοί, ένωσαν τις γνώσεις και την εμπειρία τους, για να διαμορφώσουν την πρώτη δοκιμαστική έκδοση του μαθήματος PSSC.

Όπως και κάθε άλλο τμήμα του μαθήματος, το Μέρος I αυτού του βιβλίου επηρεάστηκε από τη δουλειά και τις συζητήσεις ολόκληρης της ομάδας. Ειδικότερα διαμορφώθηκε κυρίως με τις αρχικές συζητήσεις μιας ομάδας στο Πανεπιστήμιο Cornell και πιο συγκεκριμένα των καθηγητών K.I. Greisen, Philip Morisson και Hans A. Bethe.

Η συγγραφή του πρώτου πλήρους σχεδίου συντελέστηκε κατά τη διάρκεια του καλοκαιριού από τον καθηγητή Morisson, με τη βοήθεια του George L. Carr, που είναι τώρα στο Millford Mill High School, Baltimore, Maryland και του John Marean από το Reno High School, Reno, Nevada. Με ελαφρές διορθώσεις το σχέδιο αυτό, που επιμεληθήκαμε μαζί με τον Judson B. Cross από το Phillips Exeter Academy και τον Curtis Hinckley από το Woodstock Country School, απετέλεσε τη βάση για τις πρώτες δοκιμές στα σχολεία.

* (PSSC είναι αρχικά που σημαίνουν Physical Science Study Committee, δηλαδή Επιτροπή Μελέτης Φυσικής).

Η δουλειά στο σχολείο ήταν από την αρχή ένα από τα σημαντικότερα μέρη του προγράμματος. Οι διδάσκοντες ήταν ανάμεσα στους συγγραφείς. Για να διατηρηθεί η επαφή, υπήρχε εκτεταμένο πρόγραμμα επισκέψεων και συναντήσεων στα σχολεία, των διδασκόντων με τους συντάκτες. Όλα τα μέρη του βιβλίου βελτιώθηκαν με αυτή τη διαδικασία δοκιμής και αναθεωρήσεως.

Για παράδειγμα, πολλές παράγραφοι από το Μέρος I αναθεωρήθηκαν τρεις φορές. Γενικά οι αναθεωρήσεις, αφού ξαναδοκιμάστηκαν στο σχολείο, αποδείχθηκαν αξιόλογες, ενώ συγχρόνως μεγάλο μέρος από την αρχική σύλληψη παρέμεινε αμετάβλητο. Είμαστε ιδιαίτερος ευγνώμονες προς τους διδάσκοντες που δοκίμασαν τις αρχικές εκδόσεις και ξόδεψαν πολύ χρόνο στην ανάλυση της εμπειρίας τους. Έχουμε επωφεληθεί μέχρι τώρα από την εμπειρία 600 διδασκόντων και αναριθμητών μαθητών. Η συγκέντρωση και αφομοίωση των εντυπώσεων και των υποδείξεών τους έγινε από ειδική ομάδα ανακυκλώσεως των πληροφοριών. Υπεύθυνος γι' αυτό το μέρος της εργασίας ήταν ο καθηγητής Gilbert Finlay του Κολλεγίου για εκπαιδευτικούς του Πανεπιστημίου του Illinois, ο οποίος συνέβαλε στο όλο πρόγραμμα κατά πολλούς τρόπους.

Κατά την αναθεώρηση, σε διάφορους χρόνους, του Μέρους I, η ειδική εργασία από την ομάδα του Πανεπιστημίου του Illinois, τον Walter Michels από το Bryn Mawr και τον Sherman Frankel από το Πανεπιστήμιο της Πενσυλβανίας, συνδυάστηκε με πρόσθετες συμβολές από τον καθηγητή Morisson και την εργασία του προσωπικού στα κεντρικά γραφεία του PSSC. Για την παρούσα έκδοση έγινε πρόσθετη αναθεώρηση, βασισμένη σε περισσότερη εμπειρία στο σχολείο, από τους Malcolm K. Smith και Thomas Dillon από το Concord High School, Concord, Μασσαχουσέτη, τους καθηγητές Eric M. Rogers του Πανεπιστημίου Princeton, Nathaniel H. Frank του MIT και εμένα.

Οι περισσότερες από τις συζητήσεις και η προκαταρκτική ανάπτυξη των συσκευών που οδήγησαν στο Μέρος II αυτού του βιβλίου, έλαβαν χώρα στο Πανεπιστήμιο MIT (Τεχνολογικό Ινστιτούτο της Μασσαχουσέτης). Εκεί ετοίμασα ένα εκτεταμένο περίγραμμα με τη βοήθεια του καθηγητή Walter Michels και του Elbert P. Little, που έγινε αργότερα δοηθός του προέδρου της εταιρείας Educational Services Incorporated. Έπειτα το χειρόγραφο για το πρώτο μισό του τόμου γράφτηκε από τον καθηγητή Walter Michels και τον Charles Smith από το Rador High School, Rador, Πενσυλβανία και για το δεύτερο μισό από τους καθηγητές Uri Haber-Schaim και Arthur Kerman του MIT, με τους Richard Jones από το Indian Springs School, Helena, Alabama και Darrel Tomer από το Hanford High School, Hanford, California. Ο Judson B. Cross και εγώ επιμεληθήκαμε την πρώτη έκδοση. Ύστερα από αυτό ακολουθήθηκε μία διαδικασία δοκιμής και αναθεωρήσεως, παρόμοια με αυτήν που έγινε για όλα τα άλλα μέρη. Ειδικότερα, η αναθεώρηση για την παρούσα έκδοση έγινε από τον καθηγητή Haber-Schaim, τον Malcolm K. Smith, τον καθηγητή Kerman και εμένα.

Οι περισσότερες από τις προκαταρκτικές συζητήσεις που οδήγησαν στο Μέρος III έγιναν σε μία ομάδα, που εργαζόταν στο Πανεπιστήμιο του Illinois. Κατόπιν, το καλοκαίρι του 1957 στο MIT, οι καθηγητές E.L. Goldwasser, Peter Axel, David Lazarus, Leon Cooper και Allen C. Odian από την ομάδα του Illinois, συνεργάστηκαν με τους Thomas J. Dillon, Richard G. Marden από το Worcester Classical High School και τον John Walters από το Browne και Nichols School και έγραψαν το πρώτο πλήρες σχέδιο. Αργότερα το Μέρος III ξαναγράφτηκε σε μεγάλο βαθμό στο PSSC, ώστε να συνδυασθούν το πρώτο σχέδιο, οι υποδείξεις από πολλούς πανεπιστημιακούς και ερευνητές φυσικούς και φυσικούς διδάσκοντες στη μέση εκπαίδευση και οι νέες εργαστηριακές διατάξεις, που αναπτύχθηκαν από το προσωπικό του PSSC στο Cambridge. Στη διαδικασία αυτή συνεργαστήκαμε ο καθηγητής Bruno B. Rossi, ο καθηγητής Frank και εγώ (όλοι από το Πανεπιστήμιο MIT), με τον καθηγητή Eric M. Rogers και τον

Malcolm K. Smith. Στη δουλειά αυτή συνέβαλαν τόσο πολλά μέλη του προσωπικού του PSSC και στο MIT και στο Πανεπιστήμιο του Illinois, ώστε εδώ είναι ακόμη πιο δύσκολο από άλλες πλευρές του προγράμματος να εκτιμηθούν όσο πρέπει οι συνδυασμένες προσπάθειές τους.

Το πρώτο μισό του Μέρους IV, που περιέχει ηλεκτρισμό και μαγνητισμό, γράφτηκε προκαταρκτικά από τον καθηγητή Rossi με τη βοήθεια του Alexander Joseph από το Bronx Community College, Bronx, New York, του Thaddens P. Sadowski από το North Quincy High School, Quincy, Massachusetts και τον Edwin Smith από το Withrow High School, Cincinnati, Ohio. Ακόμη οι καθηγητές Herman Feshbach και Roy Weinstein από το MIT άρχισαν να εργάζονται το καλοκαίρι του 1957, για να κάνουν προσιτές στους αρχάριους μαθητές όσο το δυνατόν περισσότερες έννοιες της σύγχρονης ατομικής φυσικής. Με βάση αυτή και άλλες προκαταρκτικές εργασίες, οι καθηγητές Morrison, Rossi και εγώ σχεδιάσαμε το περίγραμμα για το μεγαλύτερο τμήμα του Μέρους IV και το κείμενο γράφτηκε κυρίως από τους Rossi και Morrison. Ο Malcolm K. Smith, οι καθηγητές Rogers, Frank και εγώ, αναλάβαμε το έργο της αναθεώρησης του πρώτου σχεδίου, σύμφωνα με τα σχόλια των διδασκόντων, και το ξαναγράψαμε και την επιμέλεια που χρειάστηκε για να δει το φως της δημοσιότητας η παρούσα έκδοση. Πρέπει εδώ να ευχαριστήσουμε ιδιαίτερα τον καθηγητή James H. Smith του Πανεπιστημίου του Illinois, που δοκίμασε μέρος αυτού του υλικού σε προκαταρκτική μορφή και επισήμανε το πλεονέκτημα που θα είχε μία ριζική αλλαγή στη σειρά της παρουσιάσεως. Είμαστε επίσης ιδιαίτερος υποχρεωμένοι στον Richard Brinkerhoff από τη Phillips Exeter Academy για τα λεπτομερή σχόλιά του, όχι μόνο γι' αυτό το μέρος αλλά και για ολόκληρο το κείμενο, καθώς και στον David A. Page του Πανεπιστημίου Illinois, του οποίου οι προσωπικές παρατηρήσεις στην τάξη ήταν πολύτιμες, ιδιαίτερα για τη βελτίωση των πρώτων μερών. Αν επέτρεπε ο χώρος, θα έπρεπε να προσθέσουμε και πολλά άλλα ονόματα.

Είναι φανερό ότι πολλά πρόσωπα δεν περιλαμβάνονται σ' αυτή τη σύντομη περιγραφή, ιδιαίτερα αν δεν υπάρχει συγκεκριμένο στοιχείο, με το οποίο συνδέεται το όνομά τους. Τέτοιες παραλείψεις είναι οδυνηρές: συχνά μία σοφή συμβουλή ήταν εξίσου πολύτιμη όσο ένα συγκεκριμένο σχέδιο κειμένου. Από αυτή τη σκοπιά λοιπόν θα ήθελα να αναφέρω τη γενική συνεισφορά πολλών άλλων. Ο καθηγητής I. Bernard Cohen του Πανεπιστημίου Harvard διάβασε διαδοχικά σχέδια του κειμένου και παρέσχε ιστορικό υλικό. Ο Stephen White, που είχε ως κύριο έργο τις ταινίες του PSSC, βοήθησε κατά καιρούς σε άλλες εργασίες από την αρχή του έργου της επιτροπής. Ο Paul Brandwein από τους Harcourt Brace & Company και το Ίδρυμα Συντηρήσεως πρόσφερε λεπτομερή κριτική, ενθάρρυνση και βοήθεια σε πολλές περιπτώσεις. Για παράδειγμα, βοήθησε μαζί με τον George H. Waltz Jr. στο στήσιμο του συνεργείου που μετέτρεψε τα ορνιθοσκάλισματα των συγγραφέων σε αξιοσέβαστες προκαταρκτικές εκδόσεις. Στη διαδικασία αυτή επωφεληθήκαμε από την εκδοτική εμπειρία των Judy Meyer και Lee Werthein. Ο Judson Cross και ο Malcolm Smith ήταν οι αρχισυντάκτες των προκαταρκτικών τόμων. Για τρία χρόνια το έργο τους καθώς και το δικό μου ήταν ελαφρότερο και πιο αποτελεσματικό χάρη στις προσπάθειες του Benjamin T. Richards, που επέδλεψε την παραγωγή των κειμένων για τα σχολεία. Στη διάρκεια του περασμένου χρόνου προστέθηκε στην ομάδα μας ο Richard T. Wareham, της D.C. Heath and Company, ο οποίος εξομάλυνε τη μετάβαση στην παρούσα έκδοση.

Η εικονογράφηση σ' αυτό το βιβλίο έχει ιδιαίτερη σημασία. Πραγματοποιήθηκε με τη συνεργασία γραφιστών, φωτογράφων και φυσικών. Οι Peter Robinson και Percy Lund δούλεψαν σκληρά, για να προσαρμόσουν τις εικονογραφή-

σεις τους στις ανάγκες μας. Ο James Strickland και η Berenice Abbot συνεργάστηκαν στην παραγωγή πολλών από τις εξαιρετικές φωτογραφίες· άλλες φωτογραφίες πάρθηκαν από τους Charles Smith, Ben Diver, Phokion Karas, Robin Hartshorne, Paul Larkin και (στο Μέρος III) από τον καθηγητή Chalmers Sherwin και τον Louis Koester του Πανεπιστημίου του Illinois. Ειδικά αποκόμματα ταινιών προσφέρθηκαν από το στούντιο ταινιών του Educational Service Incorporated, όπου γυρίστηκαν με στενή συνεργασία οι σχετικές ταινίες.

Οι προκαταρκτικές εκδόσεις και η δουλειά των καθηγητών Μέσης Εκπαιδευσεως στην τάξη είχαν ουσιαστική σημασία στην ανάπτυξη αυτού του μαθήματος. Ο Gilbert Finlay και οι συνεργάτες του, σε στενή επικοινωνία με τους διδάσκοντες, χρησιμοποίησαν αυτό το υλικό για πρόσθετες βελτιώσεις. Το έργο αυτό συμπληρώθηκε με συλλογή πληροφοριών από κατευθείαν εξέταση των μαθητών. Σ' αυτό συνέβαλε για άλλη μια φορά ο Walter Michels. Μαζί με τον Frederic Ferris Jr. από το Educational Testing Services και μία ομάδα φυσικών ήταν υπεύθυνος για μία μεγάλη ομάδα προτύπων διαγωνισμάτων, από τα οποία διδαχθήκαμε πολλά. Ο καθηγητής Hulsizer από το Πανεπιστήμιο του Illinois ετοίμασε έναν οδηγό για τον διδάσκοντα, για να ελέγχονται οι απαντήσεις: ο ίδιος και πολλοί άλλοι στο Illinois και το MIT δόθηκαν για τις αναθεωρήσεις των διαγωνισμάτων. Η ομάδα του Illinois ανέλαβε το μεγαλύτερο μέρος της αναπτύξεως λεπτομερών δοθημάτων για τους διδάσκοντες, σε συνεργασία με το προσωπικό του PSSC στο Cambridge, το οποίο (με τη δόθεια από όλα τα μέρη) επεξεργάστηκε το εργαστήριο για τους μαθητές καθώς και το εργαστηριακό μέρος των υλικών για τους διδάσκοντες.

Είναι αδύνατο να εκφράσω ικανοποιητικά τις ευχαριστίες μου προς όλους όσους με υποστήριξαν με τις αδιάκοπες σοφές συμβουλές τους. Το πρόβλημα – και το ευχάριστο – είναι ότι υπάρχουν πάρα πολλοί. Ο καθηγητής Zacharias έδειξε αξιοθαύμαστη αυτοσυγκράτηση, όταν, όπως συνέβαινε συχνά, το κείμενο ή το εργαστήριο δεν ήταν αρκετά διαμορφωμένο, ώστε να διευκολυνθεί το τράδηγμα της κινηματογραφικής ταινίας που το συνόδευε. Μας ενθάρρυνε με την εμπιστοσύνη που έδειξε, παρά τα αναπόφευκτα προβλήματα που δημιουργήθηκαν στην ανάπτυξη νέου υλικού. Οι καθηγητές Morrison, Rogers, Frank και Rossi υπήρξαν οι κύριοι συντελεστές στη δημιουργία και επιλογή του κειμένου σε κάθε σημείο. Η όλη διαδικασία ήταν ένας συνεχής κύκλος και έτσι μπορώ να σταματήσω στο σημείο όπου άρχισα, αναγνωρίζοντας ότι οφείλομε να ευχαριστήσουμε τόσους πολλούς, που δεν θα έφθανε ακόμη και δεκαπλάσια έκταση από αυτό το κείμενο.

Francis Lee Friedman

Σεπτέμβριος 1960

Η δεύτερη έκδοση, όπως και η πρώτη, είναι καρπός της σκέψης και των προσπαθειών πολλών ατόμων. Είναι αδύνατον ακόμη και να παραθέσουμε τα ονόματα όλων, όσοι συνέβαλαν – καθηγητές κολλεγίων και πανεπιστημίων, καθηγητές και μαθητές Μέσης Εκπαιδευσεως – με εποικοδομητική κριτική και προτάσεις στην αναθεώρηση του μαθήματος. Τα μέλη της Διοικούσας Επιτροπής του PSSC έπαιξαν ενεργό ρόλο στην αξιολόγηση αυτών των προτάσεων, την προβολή νέων ιδεών και την έγκριση των μεταβολών, που έγιναν γι' αυτή την έκδοση. Είναι οι Judson B. Cross, Educational Services Incorporated· Frederick L. Fernis, Jr., Πανεπιστήμιο Princeton· Dr. Uri Haber-Schaim, Educational Services Incorporated· Erwin H. Hoffart, Educational Services Incorporated· καθηγητής Robert Hulsizer, Jr., Massachusetts Institute of Technology· καθηγητής Aaron Lemonick, Πανεπιστήμιο Princeton· καθηγητής Phillip Morrison, Massa-

chusetts Institute of Technology' καθηγήτρια Melba Phillips, Πανεπιστήμιο Σικάγου' καθηγητής Byron L. Youtz, Κολλέγιο Reed και καθηγητής Jerrold R. Zacharias, Massachusetts Institute of Technology.

Το κεφάλαιο 31 ξαναγράφηκε και το κεφάλαιο 30 αναθεωρήθηκε σημαντικά από τους καθηγητές Phillips και Stefan Machlup του Πανεπιστημίου Western Reserve. Οι καθηγητές Antony French του Massachusetts Institute of Technology και Arnold Arons του Κολλεγίου Amherst, ανέλαβαν μια χρήσιμη κριτική του χειρογράφου και πρόσθετες υποδείξεις.

Ο καθηγητής Phillip Morrison δόθηκε πολύ στη σύνταξη των προτεινομένων αλλαγών για το Μέρος Ι του κειμένου' έγραψε επίσης το δοκίμιο για τα μόρια και τις χημικές δομές στο τέλος του κεφαλαίου 8. Ο καθηγητής Stephen Kline του Πανεπιστημίου Stanford πρόσφερε χρήσιμη κριτική και υποδείξεις για την ανάπτυξη του θέματος της θερμότητας και της διατηρήσεως της ενέργειας.

Με την ανάπτυξη μιας φθηνής και αποτελεσματικής συσκευής Millikan από το προσωπικό του PSSC είναι δυνατόν τώρα να βρίσκουν οι μαθητές μόνοι τους τις ενδείξεις για την ύπαρξη του θεμελιώδους φορτίου, αντί να βασίζονται ολοκληρωτικά στην κινηματογραφική ταινία. Τα σχετικά τμήματα του κειμένου ξαναγράφηκαν από το Δρ. Uri Haber-Schaim, ώστε να ταιριάζουν με αυτή την εξέλιξη.

Η ευθύνη, φυσικά, για την τελική εκλογή του υλικού γι' αυτή την έκδοση είναι δική μου.

Εκτός από τον Δρ. Haber-Schaim, που υπήρξε μια συνεχής πηγή συμβουλών σε όλες τις φάσεις αυτής της αναθεωρήσεως, είμαι υποχρεωμένος σε πολλά άλλα μέλη του προσωπικού του PSSC. Ο Erwin H. Hoffart συνέλεξε και ταξινομήσε παρατηρήσεις από τους διδάξαντες στα προηγούμενα έξι χρόνια και έφερε αυτό το υλικό σε μορφή χρήσιμη για τη διαδικασία της αναθεωρήσεως. Ο Judson B. Cross πρόσφερε πάλι χρήσιμες συμβουλές για τη σύνταξη πολλών κεφαλαίων. Στη διάρκεια των περασμένων ετών ομάδα από μέλη του προσωπικού συνέταξε και δοκίμασε καινούργια προβλήματα για το σπίτι, την τάξη και το εργαστήριο. Ο James Walter δόθηκε ιδιαίτερα στην επιλογή και οργάνωση του υλικού γι' αυτό το πολύ σπουδαίο μέρος του κειμένου.

Ο Paul Larkin καθοδήγησε τις πολλές αναθεωρήσεις των εικονογραφήσεων, που υπογορεύθηκαν από παιδαγωγικούς ή καλλιτεχνικούς λόγους. Στο έργο αυτό δόθηκε ο George Cope και το προσωπικό του στο φωτογραφικό εργαστήριο του Educational Services Incorporated και ο Δρ. James Strickland του εργαστηρίου ταινιών, ο οποίος πρόσφερε πολλά κομμάτια από υπάρχουσες ταινίες. Ο John De Roy από το μηχανουργείο του PSSC συνέβαλε με τη δεξιότητά του στο στήσιμο πειραμάτων και επιδείξεων για φωτογράφιση. Οι κατάλογοι για «πρόσθετο διάβασμα» στο τέλος των κεφαλαίων επεκτάθηκαν και εκσυγχρονίστηκαν από ομάδα εμπειρών καθηγητών γυμνασίου υπό τη διεύθυνση του Bruce Kingsbury.

Όπως και σε όλες τις προηγούμενες εκδόσεις αυτού του διδύλου, ο Benjamin T. Richards ήταν ο υπεύθυνος συντάκτης παραγωγής. Είμαστε υποχρεωμένοι στον Louis Vogel και στα άλλα μέλη των τμημάτων συντάξεως και εικονογραφήσεως της D.C. Heath and Company για τη συνεργασία και δοθήειά τους. Τέλος, θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στην Andrea Julian, βοηθό μου στη σύνταξη, η οποία με ξεκάθαρο μάτι και κατανόηση της φυσικής ανακάλυψε πολλά κενά στη συνέπεια και διαύγεια του κειμένου.

Το γεγονός ότι αυτό το μάθημα χρησιμοποιήθηκε τόσο πλατιά και με τόση επιτυχία και χρειάστηκε τόσο μικρή πραγματική αλλαγή κατά την αναθεώρηση αποτελεί το μεγαλύτερο δυνατό έπαινο για την ευθυκρισία, το γούστο και τη διορατικότητα του ανθρώπου, που περισσότερο από κάθε άλλον συνέβαλε στη

δημιουργία της πρώτης εκδόσεως: Του αείμνηστου Francis Lee Friedman. Ελπίζω πραγματικά ότι η έκδοση αυτή διατήρησε το πνεύμα και το ύφος που αυτός καθιέρωσε, ενώ συγχρόνως ανταποκρίθηκε με ευαισθησία στην εμπειρία και στις εποικοδομητικές κριτικές που λάβαμε.

Byron L. Youtz

Αύγουστος 1965

Πέρασαν πέντε χρόνια από την εμφάνιση της δεύτερης εκδόσεως. Σ' αυτό το διάστημα συντελέστηκαν νέες πρόοδοι στη διδασκαλία των επιστημών. Ειδικότερα, νέα μαθήματα στο επίπεδο Μέσης Εκπαιδεύσεως παρέχουν στο μαθητή που αρχίζει τη φυσική πολύ καλύτερο υπόβαθρο και πρόσβαση από όσο πέντε χρόνια νωρίτερα. Η εξέλιξη αυτή ήταν ο κυριότερος παράγοντας γι' αυτή την αναθεώρηση, παράλληλα με τις συνεχείς ενδείξεις ότι πολλοί διδάσκοντες πρέπει να διασθούν για να κατορθώσουν να τελειώσουν το μάθημα του PSSC σε ένα χρόνο.

Το μάθημα αρχίζει τώρα αμέσως με τη μελέτη του φωτός, που ήταν προηγουμένως το Μέρος II. Απαλείψαμε το περισσότερο από το Μέρος I της προηγούμενης εκδόσεως. Τα κεφάλαια για την κινηματική και τα διανύσματα ξαναγράφηκαν πλήρως και μετατοπίστηκαν στην αρχή της μελέτης της δυναμικής. Στο σχεδιασμό των αναθεωρήσεων για την τρίτη έκδοση χρησιμοποιήσαμε τα γενικά σχόλια από πολλούς διδάσκοντες. Επιθυμούμε ειδικότερα να ευχαριστήσουμε για τη βοήθειά τους στην προετοιμασία του χειρογράφου την κυρία Bette LeFeber και τον Edward A. Shore, που ετοίμασαν τις απαντήσεις για τα προβλήματα «με σταυρό» και τον Δρ. Poul Thomsen, που έκανε χρήσιμες υποδείξεις. Ο Stephen McKanghan ετοίμασε τις συσκευές για φωτογράφιση. Οι φωτογραφίες τραβήχθηκαν από τους George Cope και Victor Stokes.

Όπως και σε όλες τις προηγούμενες εκδόσεις αυτού του διβλίου, ο Benjamin T. Richards συνέβαλε εξαιρετικά ως υπεύθυνος συντάκτης παραγωγής. Ιδιαίτε-
 ρως ευχάριστη και ικανοποιητική ήταν η συνεργασία με τον Bruce F. Kingsbury και άλλα μέλη του συντακτικού προσωπικού της D.C. Heath and Company.

Uri Haber-Schaim
 Judson B. Cross
 John H. Dodge
 James A. Walter

Αύγουστος 1970

Όπως και στις προηγούμενες εκδόσεις, οι προτεραιότητες για την παρούσα, τέταρτη έκδοση, επηρεάστηκαν σε μεγάλο βαθμό από τους καθηγητές Μέσης Εκπαιδεύσεως που διδάσκουν το μάθημα. Αυτή τη φορά συγκεντρώσαμε την προσοχή μας στα κεφάλαια 17-21. Εκτός από λίγες διορθώσεις, το υπόλοιπο κείμενο έμεινε αμετάβλητο.

Uri Haber-Schaim
 Judson B. Cross
 John H. Dodge
 James A. Walter

Αύγουστος 1975

Στην πέμπτη έκδοση, η νευτώνια μηχανική, συμπεριλαμβανόμενης και της μηχανικής των φορτισμένων σωματιδίων, *προηγείται* της οπτικής. Αυτή η σειρά μας δίνει τη δυνατότητα να συμπεριλάβουμε την ενέργεια ακτινοβολίας στη γενική εικόνα των μεταβολών ενέργειας και να μελετήσουμε την αλληλεπίδραση του φωτός με την ύλη με ποσοτικό τρόπο. Έτσι οδηγούμεθα αμέσως στο σύγχρονο σωματιαδιακό μοντέλο για το φως. Το κυματικό μοντέλο διατηρεί το ρόλο του στην ανάπτυξη της διαδόσεως του φωτός: Η τελική σύνθεση των δύο μοντέλων και ο κεντρικός τους ρόλος στη σύγχρονη φυσική εκφράζονται έτσι πιο ξεκάθαρα. Πολλές ιδέες γι' αυτή την έκδοση προήλθαν από μία διήμερη συνάντηση με τους παρακάτω καθηγητές Μέσης Εκπαιδεύσεως του PSSC: Thomas Dillon, Robert Gardner, Richard Heckathorn, Don Iverson και Δρ. Maria B. Penny. Τους ευχαριστούμε όλους για τη συνεισφορά τους με τις ιδέες τους και την εμπειρία τους.

Είμαστε ιδιαιτέρως υποχρεωμένοι στον καθηγητή Alan Portis για χρήσιμες υποδείξεις. Οφείλομε επίσης ευχαριστίες στον Edward A. Shjore για τη φωτογράφιση νέων πειραματικών διατάξεων.

Uri Haber-Schaim
John H. Dodge
James A. Walter

Ιούνιος 1980

Παράρτημα 2

Πίνακες Τριγωνομετρικών Συναρτήσεων
sin (ημίτονο, ανάγνωση προς τα κάτω)

	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9		
0°	.0000	.0017	.0035	.0052	.0070	.0087	.0105	.0122	.0140	.0157	.0175	89°
1°	.0175	.0192	.0209	.0227	.0244	.0262	.0279	.0297	.0314	.0332	.0349	88°
2°	.0349	.0366	.0384	.0401	.0419	.0436	.0454	.0471	.0488	.0506	.0523	87°
3°	.0523	.0541	.0558	.0576	.0593	.0610	.0628	.0645	.0663	.0680	.0698	86°
4°	.0698	.0715	.0732	.0750	.0767	.0785	.0802	.0819	.0837	.0854	.0872	85°
5°	.0872	.0889	.0906	.0924	.0941	.0958	.0976	.0993	.1011	.1028	.1045	84°
6°	.1045	.1063	.1080	.1097	.1115	.1132	.1149	.1167	.1184	.1201	.1219	83°
7°	.1219	.1236	.1253	.1271	.1288	.1305	.1323	.1340	.1357	.1374	.1392	82°
8°	.1392	.1409	.1426	.1444	.1461	.1478	.1495	.1513	.1530	.1547	.1564	81°
9°	.1564	.1582	.1599	.1616	.1633	.1650	.1668	.1685	.1702	.1719	.1736	80°
10°	.1736	.1754	.1771	.1788	.1805	.1822	.1840	.1857	.1874	.1891	.1908	79°
11°	.1908	.1925	.1942	.1959	.1977	.1994	.2011	.2028	.2045	.2062	.2079	78°
12°	.2079	.2096	.2113	.2130	.2147	.2164	.2181	.2198	.2215	.2233	.2250	77°
13°	.2250	.2267	.2284	.2300	.2317	.2334	.2351	.2368	.2385	.2402	.2419	76°
14°	.2419	.2436	.2453	.2470	.2487	.2504	.2521	.2538	.2554	.2571	.2588	75°
15°	.2588	.2605	.2622	.2639	.2656	.2672	.2689	.2706	.2723	.2740	.2756	74°
16°	.2756	.2773	.2790	.2807	.2823	.2840	.2857	.2874	.2890	.2907	.2924	73°
17°	.2924	.2940	.2957	.2974	.2990	.3007	.3024	.3040	.3057	.3074	.3090	72°
18°	.3090	.3107	.3123	.3140	.3156	.3173	.3190	.3206	.3223	.3239	.3256	71°
19°	.3256	.3272	.3289	.3305	.3322	.3338	.3355	.3371	.3387	.3404	.3420	70°
20°	.3420	.3437	.3453	.3469	.3486	.3502	.3518	.3535	.3551	.3567	.3584	69°
21°	.3584	.3600	.3616	.3633	.3649	.3665	.3681	.3697	.3714	.3730	.3746	68°
22°	.3746	.3762	.3778	.3795	.3811	.3827	.3843	.3859	.3875	.3891	.3907	67°
23°	.3907	.3923	.3939	.3955	.3971	.3987	.4003	.4019	.4035	.4051	.4067	66°
24°	.4067	.4083	.4099	.4115	.4131	.4147	.4163	.4179	.4195	.4210	.4226	65°
25°	.4226	.4242	.4258	.4274	.4289	.4305	.4321	.4337	.4352	.4368	.4384	64°
26°	.4384	.4399	.4415	.4431	.4446	.4462	.4478	.4493	.4509	.4524	.4540	63°
27°	.4540	.4555	.4571	.4586	.4602	.4617	.4633	.4648	.4664	.4679	.4695	62°
28°	.4695	.4710	.4726	.4741	.4756	.4772	.4787	.4802	.4818	.4833	.4848	61°
29°	.4848	.4863	.4879	.4894	.4909	.4924	.4939	.4955	.4970	.4985	.5000	60°
30°	.5000	.5015	.5030	.5045	.5060	.5075	.5090	.5105	.5120	.5135	.5150	59°
31°	.5150	.5165	.5180	.5195	.5210	.5225	.5240	.5255	.5270	.5284	.5299	58°
32°	.5299	.5314	.5329	.5344	.5358	.5373	.5388	.5402	.5417	.5432	.5446	57°
33°	.5446	.5461	.5476	.5490	.5505	.5519	.5534	.5548	.5563	.5577	.5592	56°
34°	.5592	.5606	.5621	.5635	.5650	.5664	.5678	.5693	.5707	.5721	.5736	55°
35°	.5736	.5750	.5764	.5779	.5793	.5807	.5821	.5835	.5850	.5864	.5878	54°
36°	.5878	.5892	.5906	.5920	.5934	.5948	.5962	.5976	.5990	.6004	.6018	53°
37°	.6018	.6032	.6046	.6060	.6074	.6088	.6101	.6115	.6129	.6143	.6157	52°
38°	.6157	.6170	.6184	.6198	.6211	.6225	.6239	.6252	.6266	.6280	.6293	51°
39°	.6293	.6307	.6320	.6334	.6347	.6361	.6374	.6388	.6401	.6414	.6428	50°
40°	.6428	.6441	.6455	.6468	.6481	.6494	.6508	.6521	.6534	.6547	.6561	49°
41°	.6561	.6574	.6587	.6600	.6613	.6626	.6639	.6652	.6665	.6678	.6691	48°
42°	.6691	.6704	.6717	.6730	.6743	.6756	.6769	.6782	.6794	.6807	.6820	47°
43°	.6820	.6833	.6845	.6858	.6871	.6884	.6896	.6909	.6921	.6934	.6947	46°
44°	.6947	.6959	.6972	.6984	.6997	.7009	.7022	.7034	.7046	.7059	.7071	45°
	.9	.8	.7	.6	.5	.4	.3	.2	.1	.0		

cos (συνημίτονο, ανάγνωση προς τα πάνω)

Πίνακες Τριγωνομετρικών Συναρτήσεων
sin (ημίτονο, ανάγνωση προς τα κάτω)

	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9		
45°	.7071	.7083	.7096	.7108	.7120	.7133	.7145	.7157	.7169	.7181	.7193	44°
46°	.7193	.7206	.7218	.7230	.7242	.7254	.7266	.7278	.7290	.7302	.7314	43°
47°	.7314	.7325	.7337	.7349	.7361	.7373	.7385	.7396	.7408	.7420	.7431	42°
48°	.7431	.7443	.7455	.7466	.7478	.7490	.7501	.7513	.7524	.7536	.7547	41°
49°	.7547	.7559	.7570	.7581	.7593	.7604	.7615	.7627	.7638	.7649	.7660	40°
50°	.7660	.7672	.7683	.7694	.7705	.7716	.7727	.7738	.7749	.7760	.7771	39°
51°	.7771	.7782	.7793	.7804	.7815	.7826	.7837	.7848	.7859	.7869	.7880	38°
52°	.7880	.7891	.7902	.7912	.7923	.7934	.7944	.7955	.7965	.7976	.7986	37°
53°	.7986	.7997	.8007	.8018	.8028	.8039	.8049	.8059	.8070	.8080	.8090	36°
54°	.8090	.8100	.8111	.8121	.8131	.8141	.8151	.8161	.8171	.8181	.8192	35°
55°	.8192	.8202	.8211	.8221	.8231	.8241	.8251	.8261	.8271	.8281	.8290	34°
56°	.8290	.8300	.8310	.8320	.8329	.8339	.8348	.8358	.8368	.8377	.8387	33°
57°	.8387	.8396	.8406	.8415	.8425	.8434	.8443	.8453	.8462	.8471	.8480	32°
58°	.8480	.8490	.8499	.8508	.8517	.8526	.8536	.8545	.8554	.8563	.8572	31°
59°	.8572	.8581	.8590	.8599	.8607	.8616	.8625	.8634	.8643	.8652	.8660	30°
60°	.8660	.8669	.8678	.8686	.8695	.8704	.8712	.8721	.8729	.8738	.8746	29°
61°	.8746	.8755	.8763	.8771	.8780	.8788	.8796	.8805	.8813	.8821	.8829	28°
62°	.8829	.8838	.8846	.8854	.8862	.8870	.8878	.8886	.8894	.8902	.8910	27°
63°	.8910	.8918	.8926	.8934	.8942	.8949	.8957	.8965	.8973	.8980	.8988	26°
64°	.8988	.8996	.9003	.9011	.9018	.9026	.9033	.9041	.9048	.9056	.9063	25°
65°	.9063	.9070	.9078	.9085	.9092	.9100	.9107	.9114	.9121	.9128	.9135	24°
66°	.9135	.9143	.9150	.9157	.9164	.9171	.9178	.9184	.9191	.9198	.9205	23°
67°	.9205	.9212	.9219	.9225	.9232	.9239	.9245	.9252	.9259	.9265	.9272	22°
68°	.9272	.9278	.9285	.9291	.9298	.9304	.9311	.9317	.9323	.9330	.9336	21°
69°	.9336	.9342	.9348	.9354	.9361	.9367	.9373	.9379	.9385	.9391	.9397	20°
70°	.9397	.9403	.9409	.9415	.9421	.9426	.9432	.9438	.9444	.9449	.9455	19°
71°	.9455	.9461	.9466	.9472	.9478	.9483	.9489	.9494	.9500	.9505	.9511	18°
72°	.9511	.9516	.9521	.9527	.9532	.9537	.9542	.9548	.9553	.9558	.9563	17°
73°	.9563	.9568	.9573	.9578	.9583	.9588	.9593	.9598	.9603	.9608	.9613	16°
74°	.9613	.9617	.9622	.9627	.9632	.9636	.9641	.9646	.9650	.9655	.9659	15°
75°	.9659	.9664	.9668	.9673	.9677	.9681	.9686	.9690	.9694	.9699	.9703	14°
76°	.9703	.9707	.9711	.9715	.9720	.9724	.9728	.9732	.9736	.9740	.9744	13°
77°	.9744	.9748	.9751	.9755	.9759	.9763	.9767	.9770	.9774	.9778	.9781	12°
78°	.9781	.9785	.9789	.9792	.9796	.9799	.9803	.9806	.9810	.9813	.9816	11°
79°	.9816	.9820	.9823	.9826	.9829	.9833	.9836	.9839	.9842	.9845	.9848	10°
80°	.9848	.9851	.9854	.9857	.9860	.9863	.9866	.9869	.9871	.9874	.9877	9°
81°	.9877	.9880	.9882	.9885	.9888	.9890	.9893	.9895	.9898	.9900	.9903	8°
82°	.9903	.9905	.9907	.9910	.9912	.9914	.9917	.9919	.9921	.9923	.9925	7°
83°	.9925	.9928	.9930	.9932	.9934	.9936	.9938	.9940	.9942	.9943	.9945	6°
84°	.9945	.9947	.9949	.9951	.9952	.9954	.9956	.9957	.9959	.9960	.9962	5°
85°	.9962	.9963	.9965	.9966	.9968	.9969	.9971	.9972	.9973	.9974	.9976	4°
86°	.9976	.9977	.9978	.9979	.9980	.9981	.9982	.9983	.9984	.9985	.9986	3°
87°	.9986	.9987	.9988	.9989	.9990	.9990	.9991	.9992	.9993	.9993	.9994	2°
88°	.9994	.9995	.9995	.9996	.9996	.9997	.9997	.9997	.9998	.9998	.9998	1°
89°	.9998	.9999	.9999	.9999	.9999	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0°
	.9	.8	.7	.6	.5	.4	.3	.2	.1	.0		

cos (συνημίτονο, ανάγνωση προς τα πάνω)

Πίνακες Τριγωνομετρικών Συναρτήσεων
tan (εφαπτομένη, ανάγνωση προς τα κάτω)

	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9		
0°	.0000	.0017	.0035	.0052	.0070	.0087	.0105	.0122	.0140	.0157	.0175	89°
1°	.0175	.0192	.0209	.0227	.0244	.0262	.0279	.0297	.0314	.0332	.0349	88°
2°	.0349	.0367	.0384	.0402	.0419	.0437	.0454	.0472	.0489	.0507	.0524	87°
3°	.0524	.0542	.0559	.0577	.0594	.0612	.0629	.0647	.0664	.0682	.0699	86°
4°	.0699	.0717	.0734	.0752	.0769	.0787	.0805	.0822	.0840	.0857	.0875	85°
5°	.0875	.0892	.0910	.0928	.0945	.0963	.0981	.0998	.1016	.1033	.1051	84°
6°	.1051	.1069	.1086	.1104	.1122	.1139	.1157	.1175	.1192	.1210	.1228	83°
7°	.1228	.1246	.1263	.1281	.1299	.1317	.1334	.1352	.1370	.1388	.1405	82°
8°	.1405	.1423	.1441	.1459	.1477	.1495	.1512	.1530	.1548	.1566	.1584	81°
9°	.1584	.1602	.1620	.1638	.1655	.1673	.1691	.1709	.1727	.1745	.1763	80°
10°	.1763	.1781	.1799	.1817	.1835	.1853	.1871	.1890	.1908	.1926	.1944	79°
11°	.1944	.1962	.1980	.1998	.2016	.2035	.2053	.2071	.2089	.2107	.2126	78°
12°	.2126	.2144	.2162	.2180	.2199	.2217	.2235	.2254	.2272	.2290	.2309	77°
13°	.2309	.2327	.2345	.2364	.2382	.2401	.2419	.2438	.2456	.2475	.2493	76°
14°	.2493	.2512	.2530	.2549	.2568	.2586	.2605	.2623	.2642	.2661	.2679	75°
15°	.2679	.2698	.2717	.2736	.2754	.2773	.2792	.2811	.2830	.2849	.2867	74°
16°	.2867	.2886	.2905	.2924	.2943	.2962	.2981	.3000	.3019	.3038	.3057	73°
17°	.3057	.3076	.3096	.3115	.3134	.3153	.3172	.3191	.3211	.3230	.3249	72°
18°	.3249	.3269	.3288	.3307	.3327	.3346	.3365	.3385	.3404	.3424	.3443	71°
19°	.3443	.3463	.3482	.3502	.3522	.3541	.3561	.3581	.3600	.3620	.3640	70°
20°	.3640	.3659	.3679	.3699	.3719	.3739	.3759	.3779	.3799	.3819	.3839	69°
21°	.3839	.3859	.3879	.3899	.3919	.3939	.3959	.3979	.4000	.4020	.4040	68°
22°	.4040	.4061	.4081	.4101	.4122	.4142	.4163	.4183	.4204	.4224	.4245	67°
23°	.4245	.4265	.4286	.4307	.4327	.4348	.4369	.4390	.4411	.4431	.4452	66°
24°	.4452	.4473	.4494	.4515	.4536	.4557	.4578	.4599	.4621	.4642	.4663	65°
25°	.4663	.4684	.4706	.4727	.4748	.4770	.4791	.4813	.4834	.4856	.4877	64°
26°	.4877	.4899	.4921	.4942	.4964	.4986	.5008	.5029	.5051	.5073	.5095	63°
27°	.5095	.5117	.5139	.5161	.5184	.5206	.5228	.5250	.5272	.5295	.5317	62°
28°	.5317	.5340	.5362	.5384	.5407	.5430	.5452	.5475	.5498	.5520	.5543	61°
29°	.5543	.5566	.5589	.5612	.5635	.5658	.5681	.5704	.5727	.5750	.5774	60°
30°	.5774	.5797	.5820	.5844	.5867	.5890	.5914	.5938	.5961	.5985	.6009	59°
31°	.6009	.6032	.6056	.6080	.6104	.6128	.6152	.6176	.6200	.6224	.6249	58°
32°	.6249	.6273	.6297	.6322	.6346	.6371	.6395	.6420	.6445	.6469	.6494	57°
33°	.6494	.6519	.6544	.6569	.6594	.6619	.6644	.6669	.6694	.6720	.6745	56°
34°	.6745	.6771	.6796	.6822	.6847	.6873	.6899	.6924	.6950	.6976	.7002	55°
35°	.7002	.7028	.7054	.7080	.7107	.7133	.7159	.7186	.7212	.7239	.7265	54°
36°	.7265	.7292	.7319	.7346	.7373	.7400	.7427	.7454	.7481	.7508	.7536	53°
37°	.7536	.7563	.7590	.7618	.7646	.7673	.7701	.7729	.7757	.7785	.7813	52°
38°	.7813	.7841	.7869	.7898	.7926	.7954	.7983	.8012	.8040	.8069	.8098	51°
39°	.8098	.8127	.8156	.8185	.8214	.8243	.8273	.8302	.8332	.8361	.8391	50°
40°	.8391	.8421	.8451	.8481	.8511	.8541	.8571	.8601	.8632	.8662	.8693	49°
41°	.8693	.8724	.8754	.8785	.8816	.8847	.8878	.8910	.8941	.8972	.9004	48°
42°	.9004	.9036	.9067	.9099	.9131	.9163	.9195	.9228	.9260	.9293	.9325	47°
43°	.9325	.9358	.9391	.9424	.9457	.9490	.9523	.9556	.9590	.9623	.9657	46°
44°	.9657	.9691	.9725	.9759	.9793	.9827	.9861	.9896	.9930	.9965	1.000	45°
	.9	.8	.7	.6	.5	.4	.3	.2	.1	.0		

cot (συνεφαπτομένη, ανάγνωση προς τα πάνω)

Πίνακες Τριγωνομετρικών Συναρτήσεων
tan (εφαπτομένη, ανάγνωση προς τα κάτω)

	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9		
45°	1.000	1.003	1.007	1.011	1.014	1.018	1.021	1.025	1.028	1.032	1.036	44°
46°	1.036	1.039	1.043	1.046	1.050	1.054	1.057	1.061	1.065	1.069	1.072	43°
47°	1.072	1.076	1.080	1.084	1.087	1.091	1.095	1.099	1.103	1.107	1.111	42°
48°	1.111	1.115	1.118	1.122	1.126	1.130	1.134	1.138	1.142	1.146	1.150	41°
49°	1.150	1.154	1.159	1.163	1.167	1.171	1.175	1.179	1.183	1.188	1.192	40°
50°	1.192	1.196	1.200	1.205	1.209	1.213	1.217	1.222	1.226	1.230	1.235	39°
51°	1.235	1.239	1.244	1.248	1.253	1.257	1.262	1.266	1.271	1.275	1.280	38°
52°	1.280	1.285	1.289	1.294	1.299	1.303	1.308	1.313	1.317	1.322	1.327	37°
53°	1.327	1.332	1.337	1.342	1.347	1.351	1.356	1.361	1.366	1.371	1.376	36°
54°	1.376	1.381	1.387	1.392	1.397	1.402	1.407	1.412	1.418	1.423	1.428	35°
55°	1.428	1.433	1.439	1.444	1.450	1.455	1.460	1.466	1.471	1.477	1.483	34°
56°	1.483	1.488	1.494	1.499	1.505	1.511	1.517	1.522	1.528	1.534	1.540	33°
57°	1.540	1.546	1.552	1.558	1.564	1.570	1.576	1.582	1.588	1.594	1.600	32°
58°	1.600	1.607	1.613	1.619	1.625	1.632	1.638	1.645	1.651	1.658	1.664	31°
59°	1.664	1.671	1.678	1.684	1.691	1.698	1.704	1.711	1.718	1.725	1.732	30°
60°	1.732	1.739	1.746	1.753	1.760	1.767	1.775	1.782	1.789	1.797	1.804	29°
61°	1.804	1.811	1.819	1.827	1.834	1.842	1.849	1.857	1.865	1.873	1.881	28°
62°	1.881	1.889	1.897	1.905	1.913	1.921	1.929	1.937	1.946	1.954	1.963	27°
63°	1.963	1.971	1.980	1.988	1.997	2.006	2.014	2.023	2.032	2.041	2.050	26°
64°	2.050	2.059	2.069	2.078	2.087	2.097	2.106	2.116	2.125	2.135	2.145	25°
65°	2.145	2.154	2.164	2.174	2.184	2.194	2.204	2.215	2.225	2.236	2.246	24°
66°	2.246	2.257	2.267	2.278	2.289	2.300	2.311	2.322	2.333	2.344	2.356	23°
67°	2.356	2.367	2.379	2.391	2.402	2.414	2.426	2.438	2.450	2.463	2.475	22°
68°	2.475	2.488	2.500	2.513	2.526	2.539	2.552	2.565	2.578	2.592	2.605	21°
69°	2.605	2.619	2.633	2.646	2.660	2.675	2.689	2.703	2.718	2.733	2.747	20°
70°	2.747	2.762	2.778	2.793	2.808	2.824	2.840	2.856	2.872	2.888	2.904	19°
71°	2.904	2.921	2.937	2.954	2.971	2.989	3.006	3.024	3.042	3.060	3.078	18°
72°	3.078	3.096	3.115	3.133	3.152	3.172	3.191	3.211	3.230	3.251	3.271	17°
73°	3.271	3.291	3.312	3.333	3.354	3.376	3.398	3.420	3.442	3.465	3.487	16°
74°	3.487	3.511	3.534	3.558	3.582	3.606	3.630	3.655	3.681	3.706	3.732	15°
75°	3.732	3.758	3.785	3.812	3.839	3.867	3.895	3.923	3.952	3.981	4.011	14°
76°	4.011	4.041	4.071	4.102	4.134	4.165	4.198	4.230	4.264	4.297	4.331	13°
77°	4.331	4.366	4.402	4.437	4.474	4.511	4.548	4.586	4.625	4.665	4.705	12°
78°	4.705	4.745	4.787	4.829	4.872	4.915	4.959	5.005	5.050	5.097	5.145	11°
79°	5.145	5.193	5.242	5.292	5.343	5.396	5.449	5.503	5.558	5.614	5.671	10°
80°	5.671	5.730	5.789	5.850	5.912	5.976	6.041	6.107	6.174	6.243	6.314	9°
81°	6.314	6.386	6.460	6.535	6.612	6.691	6.772	6.855	6.940	7.026	7.115	8°
82°	7.115	7.207	7.300	7.396	7.495	7.596	7.700	7.806	7.916	8.028	8.144	7°
83°	8.144	8.264	8.386	8.513	8.643	8.777	8.915	9.058	9.205	9.357	9.514	6°
84°	9.514	9.677	9.845	10.02	10.20	10.39	10.58	10.78	10.99	11.20	11.43	5°
85°	11.43	11.66	11.91	12.16	12.43	12.71	13.00	13.30	13.62	13.95	14.30	4°
86°	14.30	14.67	15.06	15.46	15.89	16.35	16.83	17.34	17.89	18.46	19.08	3°
87°	19.08	19.74	20.45	21.20	22.02	22.90	23.86	24.90	26.03	27.27	28.64	2°
88°	28.64	30.14	31.82	33.69	35.80	38.19	40.92	44.07	47.74	52.08	57.29	1°
89°	57.29	63.66	71.62	81.85	95.49	114.6	143.2	191.0	286.5	573.0	∞	0°
	.9	.8	.7	.6	.5	.4	.3	.2	.1	.0		

cot (συνεφαπτομένη, ανάγνωση προς τα πάνω)

Παράρτημα 3

Φυσικές σταθερές και συντελεστές μετατροπής

Φυσικές Σταθερές

Αριθμός του Avogadro: $N_0 = 6,02 \times 10^{23}$

Ταχύτητα του φωτός: $c = 2,99793 \times 10^8 \text{ m/s}$

Σταθερά βαρύτητας: $G = 6,670 \times 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$

Σταθερά του Boltzmann: $k = 1,3805 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$

Σταθερά στο νόμο του Coulomb: $k = 2,306 \times 10^{-28} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{στοιχειώδες φορτίο}} = 8,988 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$

Μάζα του ηλεκτρονίου: $m_e = 9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$

Μάζα του πρωτονίου: $m_p = 1,672 \times 10^{-27} \text{ kg}$

Σταθερά στο νόμο κυκλοφορίας του Ampère: $K = 2 \times 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}$

Σταθερά του Planck: $h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = 4,136 \times 10^{15} \text{ eV} \cdot \text{s}$

Συντελεστές Μετατροπής

1 μονάδα ατομικής μάζας (amu) = $1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$

1 electronvolt = $1,602 \times 10^{-19} \text{ J}$

1 coulomb = $6,242 \times 10^{18}$ στοιχειώδη φορτία

Παράρτημα 4

Απαντήσεις σε επιλεγμένα ερωτήματα

Με τις απαντήσεις αυτές μπορείτε να ελέγξετε τις δικές σας

Κεφάλαιο 1

5. Για $3 < t < 10$, $v = 5 \text{ cm/s}$
 Για $13 < t < 19$, $v = -1.1 \text{ cm/s}$
 Για $22 < t < 23$, $v = 1 \text{ cm/s}$
 17. 9,1 km
 22. (α) 10 m/s (β) 25 m
 (γ) 5 m/s (δ) 400 m
 23. 9,8 m/s

Κεφάλαιο 2

10. (α) 1,5 (β) 0,9 m/s
 19. 30 N 21. 3,8 m/s

Κεφάλαιο 3

9. 9,72 m
 16. 10 m/s^2 κατευθείαν προς τα κάτω
 17. $\Delta t = 4,9 \text{ s}$
 25. (α) $v = 11 \text{ km/h}$ στις 34°
 (β) 0,05 h
 (γ) 0,45 km προς τη φορά του
 ρεύματος
 (δ) 0,05 h
 32. 0,52 m/s προς τα αριστερά

Κεφάλαιο 4

5. (α) 3,2 m/s (β) 10,9 m
 (γ) -7,5 m/s (δ) 8,6 m
 (ε) -9,8 m/s²
 7. (α) $1,8 \times 10^{-2} \text{ m/s}$
 (β) $4,1 \times 10^2 \text{ m/s}$
 12. 3,1 m/s 15. 0,2 kg

Κεφάλαιο 5

3. $6,28 \times 10^3 \text{ s}$ ή 105 minutes
 11. Για τον Ερμή, 23°
 για την Αφροδίτη, 46°
 13. 9,65 23. 2,34 mm

Κεφάλαιο 6

7. (α) -120 N. s, στην αντίθετη κατεύθυνση από την αρχική ταχύτητα
 (β) -30 N, στην αντίθετη κατεύθυνση από την αρχική ταχύτητα
 (γ) πριν 100 kg . m/s
 Μετά -20 kg . m/s
 15. (α) 0,5 m/s (β) 0,3 m/s

Κεφάλαιο 7

2. 90 m
 19. 0,4 m/s (β) 0,48 J
 (γ) 0,48 J

Κεφάλαιο 8

10. (α) 1/4 13. (α) 79,2 J
 (β) 0,707 d (β) 79,2 J

- (γ) 4 (γ) 22,3 m/s

Κεφάλαιο 9

9. (α) $1,92 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$
 (β) $2,0 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$
 10. 0,15 25. 0,45 J/g°C

Κεφάλαιο 10

4. (α) $3,0 \times 10^6 \text{ W}$
 (β) περίπου 3 φορηγιά
 10. 3,5%

Κεφάλαιο 11

12. (α) $1,2 \times 10^{-5} \text{ N}$
 (β) $9 \times 10^{-6} \text{ N}$ προς τα αριστερά
 21. (α) $7,0 \times 10^{-14} \text{ N}$
 (β) $1,4 \times 10^{-14} \text{ N}$
 26. (α) $2 \times 10^{-4} \text{ N}$
 $6 \times 10^{-4} \text{ N}$

Κεφάλαιο 12

6. (α) 1,4 s
 (β) Δεν υπάρχει ακριβές ισοδύναμο εκτός αν 1,75 (ο αριθμός των συσσωρευτών μολύβδου) είναι ακέραιος
 27. (α) 1910 Ω
 (β) περίπου $1 \times 10^{-6} \text{ A}$

Κεφάλαιο 13

5. (α) Εικ. 13-6 (α) 4,4 V
 Εικ. 13-6 (β) $4,4 \times 10^{-3} \text{ V}$
 (β) Εικ. 13-6 (α) 0,6 V
 Εικ. 13-6 (β) 5,0 V
 9. Αριστερός κλάδος: περίπου $2,3 \times 10^{-3} \text{ A}$
 Δεξιός κλάδος: περίπου $5 \times 10^{-7} \text{ A}$

Κεφάλαιο 14

10. (α) Φ έχει αυξηθεί κατά $2,9^\circ$
 (β) Φ έχει αυξηθεί κατά $4,5^\circ$
 16. (α) $1,3 \times 10^5 \text{ m/s}$
 (β) $1,3 \times 10^5$ ώρες/s ή λιγότερο
 (γ) $3,8 \times 10^{-7} \text{ s}$

Κεφάλαιο 15

13. (α) $1,7 \times 10^{-2} \Omega$
 (β) $1,5 \times 10^3$
 20. (α) $6,25 \times 10^{12}$ ηλεκτρόνια/s
 (β) $2,08 \times 10^6$ ηλεκτρόνια
 (γ) $1,0 \times 10^{-7} \text{ N}$
 (δ) $4,8 \times 10^{-14} \text{ N}$

Κεφάλαιο 16

13. $1 \times 10^{-4} \text{ V}$
 14. 0,5 V

Κεφάλαιο 17

2. (α) $5 \times 10^{-7} \text{ m}$
 (β) $3 \times 10^{-10} \text{ m}$
 (γ) 2×10^3
 17. $7 \times 10^{-15} \text{ m}$
 19. (α) 7,2 eV κάθε ένα
 (β) 14,4 eV
 25. $1,2 \times 10^{14} \text{ J}$

Κεφάλαιο 18

7. (α) $1,6 \times 10^{-2} \text{ s}$
 (β) $4,0 \times 10^8 \text{ m}$
 38. (α) $0,6^\circ$
 (β) 0,21 cm

Κεφάλαιο 19

9. 5,3 cm
 11. 17 cm

Κεφάλαιο 20

6. $1,8 \text{ m}^2$ αν η απόδοση είναι 100%, 8,5 με 9 m^2 για απόδοση 20%.

Κεφάλαιο 21

4. 36,6 από το S_1
 9. 536 στροφές/s
 13. 3,5 στροφές/s
 15. $9,2 \times 10^{-6} \text{ N}$

Κεφάλαιο 23

12. (α) 30 cm/s 17. (α) 1,23
 (β) 15 cm (β) 20,4 cm/s

Κεφάλαιο 25

9. (α) 0,033°, 0,066°, 0,100°
 (β) 0,0033°, 0,0066°, 0,0100°
 (γ) 0,33°, 0,66°, 1,00°
 22. (α) $4,6 \times 10^{14} \text{ Hz}$
 (β) $3,1 \times 10^{-19} \text{ joule}$
 (γ) 1,9 eV
 26. (α) $4,0 \times 10^{-19} \text{ joule}$
 (β) $8 \times 10^{-7} \text{ s}$
 (γ) 240 m
 (δ) Μια φορά κάθε 200 φορές

Κεφάλαιο 26

3. 897 nm

Κεφάλαιο 27

1. 0,073 nm
 11. (α) 2/3 από αυτό του ηλεκτρονίου που είναι περιορισμένο σε κυβικό κουτί
 (β) Το μήκος κύματος είναι 3/2 από αυτό που εκπέμπεται από ηλεκτρόνιο στο κουτί

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ

A

Αγωγιμότητα αερίων 294-295
σε μέταλλα 289-293
Αγωγοί 223-226, 227-228
σχέση ρεύματος-τάσεως 264
266
ηλεκτρικό πεδίο στους 234
ουδέτεροι 228
Αδράνεια 33-37
και κέντρο μάζας 134-136
και φυγόκεντρος δύναμη 86-89
Αδρανειακό σύστημα αναφοράς
89-91
Αδράνειας, μάζα 74-76
Διαρκής κίνηση 33-34
Αέρα, αντίσταση 76-77
Αέρια 179-195, 198-200
αγωγιμότητα 294-295
δυναμική 188-191
εσωτερική ενέργεια 193-194,
195-196
ιοντισμός 294-295
κινητική θεωρία 193-194
όγκος και πίεση 183-187
όγκος και θερμοκρασία 179-
183
Αερίου πίεση 183-186, 186-188
μοριακό μοντέλο 188-191
Αερίων ακτινοβολία 325, 554-563
Αερίων νόμοι 183-186, 186-188
Αιθέρας 587
Ακροδεκτών τάση 271-273
Ακτινοβολία, βλ. επίσης Φως 437-
439
ατμού 554-560
ιοντίζουσα 294-295
Αλήθειας πίνακες 281-282
Αλληλεπιδράσεις, βλ. Συγκρούσεις
123-128
Αλυσιδωτές αντιδράσεις 375
Άλφα σωματίδια 329-332
φορτίο 330
απόκλιση 329
σκέδαση 329-332
Αμπερόμετρο 259-262, 320-323
Ανάκλαση 386-390, 526-529

γωνία 386-390
ορική γωνία 401-402
διάχυση 386-390
νόμοι της 386-390,
483-485
παλμών 472-476
ολική 401-402
κυμάτων νερού (Πρόσθετα
θέματα) 429-430

Άνοδος 278-280
Αντίδραση 136-137
Αντίσταση, ηλεκτρική 223-227, 264-
267, 271-272
Αντιστάτης 264-267
Αντιστρεπτότητα φωτός
396-399
**Άξονες περιστροφής, παραβολι-
κών κατόπτρων** 415-417
Απλή αρμονική ταλάντωση 81-84,
196-198
ενέργεια στην 168-169
Απλής σχισμής περίθλαση 529-531
Απόδοση 203-204
και εντροπία 215-217
θερμικών μηχανών 211-213
ανεμομύλων 204-207

Απολλώνιος 97-98
Απόλυτη τιμή 55-56
Απόλυτος δείκτης διαθλάσεως
395-396

Απορροφήσεως φάσματα 560-562
Άρης, κίνησή του 108, 110-116
Αρίσταρχος 108, 110-116
Αριστοτέλης 31-33
Αστέρες απλανείς 86-91, 101-103,
171-173

Αστρονομική μονάδα μήκους
101-103

Ατμοσφαιρικός 208-211
Ατμοσφαιρική πίεση 183-188
Άτομα μάζες 368-370
πυρήνας 355-360, 366-368
πλανητικό μοντέλο 355-360
μοντέλο του Rutherford 355-
360

σταθερότητα 549-551, 581-584
Ατομικά φάσματα 554-560

Ατομικές διαστάσεις 366-368, 543-
544

και κβαντικοί αριθμοί 578-581

Ατομικές καταστάσεις 576-584

Ατομικές μάζες 368-370

**Ατομικές μονάδες μάζας, ενοποι-
ημένες** 368-370

Ατομικές στάθμες ενέργειας 551-
560

υδρογόνου 562-564

κυμάτων ύλης 576-581

Ατόμων συγκρούσεις 188-193

Ατόμου ακτινοβολία 554-560

Ατόμου ενέργεια συνδέσεως
564-567

Ατομικό μοντέλο 355-360, 549-551

Ατομικός αριθμός 366-368

Alphonso X. 108, 110-116

Ampere (μονάδα) 257-259

και σκέδαση σωματιδίων άλ-
φα 355-360

και διεγερμένος πυρήνας 549-
551

πειραματικός έλεγχος 363-366
και κύματα ύλης 572-576

και στάσιμα κύματα 576-578,
581-584

Arecibo 584-585

Avogadro, Amadeo 186-188

B

Βαθμωτά μεγέθη 53-55

πολλαπλασιασμός διανυσμά-
των με 55-56

Βάρος 73-74, 91-92, 97-98

μέτρηση 73-74

Βάρους έλλειψη 91-92

Βαρύτητα παγκόσμια 103-105
εργαστηριακοί έλεγχοι 105-
108

Βαρύτητα σε μεγάλη κλίμακα
97-98

Βαρύτητας δύναμη 73-74, 97-98

και διαστημόπλοιο 91-92

και βάρος 73-74

Βαρύτητας δυναμική ενέργεια
69-171

Βαρύτητας πεδίο της γης 97-98

και ελεύθερη πτώση 74-76

μέγεθος σε διάφορους τύπους 97-98

και δορυφόροι 98-100

Βασιλική Εταιρία του Λονδίνου 128-131

Βήτα ακτίνες 373-375

Βήτα Διάσπαση 373-375

Βήτατρον 349-351

Βλήματος κίνηση 77-81

Βολτόμετρο 255-257, 320-323

Βόρειο σέλας (Πρόσθετα θέματα) 522

Balmer σειρά 562-564

Bertozzi, William 456-459

Boltzmann, σταθερά του 186-188

Boyle, νόμος του 183-186

Brahe, Tycho 108-109

Van Allen ζώνες (Πρόσθετα θέματα) 522

Van de Graaff γεννήτριες 456-459

Volt (μονάδα) 257-259, 299-300

Voyager 2 (Πρόσθετα θέματα) 109

Wallis, John 128-131

Watt, James 171-173

Watt (μονάδα) 171-173

Weston στοιχείο 255-257

Wren, Sir Christopher 128-131

Γ

Γαλιλαίος 31-39, 98-100, 136-137, 381-383

και αδράνεια 37-39

και κίνηση 33-37

και ταχύτητα του φωτός 381-383

Γαλιλαίου, αρχή αδράνειάς του 85-89

και κέντρο μάζας 196-198

Γάμα ακτίνες 373-375

Γάμα ακτίνων φωτόνια 543-544

Γανυμήδης (Πρόσθετα θέματα) 109

Γείωση 223-227

Γεννήτριες (Πρόσθετα θέματα) 343-344

Γεωκεντρικό σύστημα 108, 110-116

Γη, ως ηλεκτρική γείωση 223-227

ως σύστημα αναφοράς 89-91

πεδίο βαρύτητας 97-98

και δυναμική ενέργεια βαρύτητας 169-171

μαγνητικό πεδίο 311-312, 316-318

μάζα 105-108

τροχιά 101-103

ακτίνα 103-105

περιστροφή 89-91, 108, 110-116

Γης δορυφόροι, βλ. Δορυφόροι, 31-33, 100-101, 440-443, 549-551, 560-562

Γραμμικά φάσματα 549-551, 554-560, 560-562

Γωνία ανακλάσεως 386-390

Γωνία διαθλάσεως 390-396

Γωνιακή κατανομή σκεδάσεως 363-366

Γωνία προσπτώσεως 386-395, 396-399, 401-402

Gelger, Hans 363-366

Gilbert, William 312-316

Δ

Δακτύλιοι, του Δία (Πρόσθετα θέματα) 109

Δείκτης διαθλάσεως 395-396

απόλυτος 395-396

και χρώμα 402-405

του γυαλιού 395-399

κυμάτων 489-495

Δεξιού χεριού κανόνας 312-316, 318-320

και επαγόμενη ΗΕΔ 346-348

Δέσμιες καταστάσεις ενέργειας 562-564

Δεσμός 503-504

Δεσμικές γραμμές 507-509

και φάση 511-514

και μήκος κύματος 509-511

Δεύτερος νόμος της θερμοδυναμικής 215-217

Διάθλαση 390-396, 526-529

γωνία 390-395

και γωνία προσπτώσεως 390-395, 379-381

δείκτης 395-396

νόμοι 390-395

και φακοί 411-412

από πρίσματα 402-405

από κύματα νερού 489-493

Διανύσματα 53-55, 62-65

και συστήματα αναφοράς 62-65

στιγμαία 58-60

πολλαπλασιασμός τους επί βαθμωτά 55-56

Διανυσματικές συνιστώσες 53-55

Διανυσματική επιτάχυνση 56-58

Δίας (Πρόσθετα θέματα) 62-65, 109

δορυφόροι 381-383

Διασκεδασμός 402-405, 493-495

Διαστημόπλοιο 131-132

Νόμος του Newton 91-92

Διατήρηση ενέργειας 193-200

και επαγόμενη ΗΕΔ 348-349

κινητική 153-156, 161-162

στο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο 537-540

στην ακτινοβολία φωτονίων 554-560

στην κβαντική θεωρία 584-585

Διατήρηση μάζας 42-44

Διατήρηση ορμής 128-131, 136-137, 153-156, 196-198

Διατήρηση φορτίου 249-250

Διαφράγματα 572-576, 584-585

Διάχυση 386-390

Διεγερμένα άτομα στο δόρειο σέλας (Πρόσθετα θέματα) 522

Διεγερμένες καταστάσεις 554-560

Διεγέρσεως ενέργεια 551-554

Διέλευση παλμών 472-476

Δίοδοι 264-267, 278-280

σε ηλεκτρονικά κυκλώματα 278-280

με ορθή πόλωση 278-280

γερμανίου 264-267

με ανάστροφη πόλωση 278-280

σε φωτοστοιχεία (Πρόσθετα θέματα) 446

Διπλής σχισμής συμβολή 531-532

Δίπρισμα 572-576

Δορυφόροι 31-33, 100-101, 440-443, 549-551, 560-562

και έλξη βαρύτητας 98-100

Δορυφόροι του Δία (Πρόσθετα θέματα) 109, 381-383

Δράση και αντίδραση 196-198

Δυναμικές προσθέσεις 275-277

Δύναμη, 31-33, βλ. επίσης Ηλεκτρική δύναμη-Μαγνητική δύναμη 221-223

και επιτάχυνση 42-43

πρόσθεση 65-67

φυγόκεντρος 86-89

κεντρομόλος 81-84, 86-89

- σταθερή 37-39
μεταξύ ρευμάτων 323-325
σε ρεύματα σε μαγνητικά πε-
δία 318-320
πλασματική 86-92
και ώθηση 119-121
στιγμιαία 121-123
αλληλεπιδράσεως 136-137
και κινητική ενέργεια 143-145
σε κινούμενα φορτισμένα σω-
ματίδια 325-327
συνισταμένη 65-67
Νευτώνια 136-137
και δυναμική ενέργεια 164-
165
επαναφοράς 81-84
μονάδα 44-45
και έργο 143-145
- Δυναμική** 31-33
αερίων 188-191
- Δυναμική ενέργεια** 161-174
σε συγκρούσεις 161-168
στο πεδίο Coulomb 360-363
ορισμός 162-164
και ηλεκτρική ισχύς 171-173,
255-257
ηλεκτρονίων 360-361, 447-449
δαρύτητας 169-173
και έργο 162-165
- Δυναμικού διαφορά** 223-227
και μπαταρίες 252-255
σε κύκλωμα 223-227, 320-323
και παλμογράφοι 300-304
volt ως πρακτική μονάδα 257-
259
- Δυναμικού λόφος**, πυρηνικός 361-
363
- De Broglie, Louis** 571-572
De Broglie, κύματα 572-576, 584,
586-587
και μοντέλο στασίμων κυμά-
των 581-584
- De Broglie μήκος κύματος** 572-576
και τροχιές ηλεκτρονίων 581-
584
- Descartes, René** 402-405
- E**
- Έγκλιση μαγνητική** 311-312
Ειδική θερμότητα 198-200, 437-439
Είδωλα και ψευδαισθήσεις 420-425
και μέγεθος αντικειμένου 420-
425
- σε παραβολικά κάτοπτρα
415-417, 420-425
σε επίπεδα κάτοπτρα 412-
415
πραγματικά 412-415, 425-426,
430-431
σε δοχείο κυματισμών 485-489
φανταστικά 412-415, 425-426
- Εκκρεμές** 84-85, 89-91
Εκπομπή φωτός και ατομικές στάθ-
μες ενέργειας 554-560
και ατομικό μοντέλο 549-551
και φασματικές γραμμές 551-
560
- Ελαστικές συγκρούσεις** 151-153,
165-168, 459-460, 462, 551-
554
- Ελατήρια** και δυναμική ενέργεια
165-168
και απλή αρμονική ταλάντωση
81-84, 165-168
- Ελληνικές αρχαίες ιδέες** για μα-
γνητισμό 311-312
για την ύλη 31-33
για την κίνηση 31-37
για το σύμπαν 108, 110-116
- Ελεύθερες καταστάσεις**
ενέργειας 562-564
- Ελεύθερη πώση** 74-76
- Εναλλασσόμενο ρεύμα** 344-346
και εναλλασσόμενη τάση 344-
346
ενεργός τιμή 244-366
όργανα μετρήσεως 344-366
- Εναλλασσόμενου ρεύματος γεν-
νήτρια** (Πρόσθετα θέματα)
343
- Ενέργεια**, βλ. επίσης Διατήρηση
ενέργειας-Εσωτερική
ενέργεια-Κινητική ενέργεια-
Δυναμική ενέργεια
μηχανική 173-174
φωτονίων 537-540
στασίμων κυμάτων 578-581
ολική 168-171, 173-174
- Ενεργειακές καταστάσεις** 551-560
υδρογόνου 562-564, 584, 586-
587
και υλικά κύματα 576-578
- Ενέργειας αποθήκευση**
(Πρόσθετα θέματα)
446-447
- Ενέργειας απώλεια με ακτινοβο-
λία** 549-551
- Ενέργειας μετατροπή** (Πρόσθετα
θέματα) 203-204
σε γεννήτριες 343
- Ενέργειας μεταφορά** 148-153, 165-
168
- Ενοποιημένη μονάδα ατομικής
μάζας** 368-370
- Εντροπία** 213-215
μεταβολή σε συγκρούσεις 213-
215
και απόδοση 213-215
και θερμοχωρητικότητα 213-
215
και θερμοκές μηχανές 213-215
- Εξασθένιση** 476
- Εξωτερική αντίσταση** 271-272
- Επαγόμενα φορτία** 227-229
- Επαγόμενη ΗΕΔ** 346-348
- Επαγόμενο ρεύμα** 335-336, 348-349
και μαγνητική ροή 337-342
- Επαγωγή** ηλεκτρομαγνητική 346-349
ηλεκτροστατική 227-229
- Επαγωγής νόμος** 349-351
- Επαλληλία, αρχή της** 469-472, 503-
504
- Επαναφοράς δύναμη** 81-85
και συμβολή κυμάτων νερού
504-507
και κβαντική θεωρία 584, 586-
587
και κύματα 578-581
- Επιταχύνσεως-χρόνου
διάγραμμα** 22-26
- Επιτάχυνση** 22-26
μέση 22-26, 58-60
κεντρομόλος 62-65
σταθερή 26-28
και εφαρμοζόμενη δύναμη 37-
43
σε ελεύθερη πτώση 74-76
στιγμιαία 22-26
και κινητική ενέργεια 143-145
και μέγεθος δυνάμεως 39-42
σε πυραυλοκίνητο αυτοκίνητο
(Πρόσθετα θέματα) 12
διανυσματική 56-58
- Έργο** 143-148
ορισμός 143-145
ηλεκτρικό 346-348, 437-439
και μεταφορά ενέργειας 151-
156
και δυναμική ενέργεια 162,
164, 165-168
μονάδες 143-145

Ερμής 105-108

Εστική απόσταση 415-417

Εσωτερική αντίσταση 271-272

Εσωτερική ενέργεια 193-198

και φάσματα απορροφησεως
560-562

και ηλεκτρικό έργο 415-417,
437-439

Εύδοξος 108, 110-116

Ευθύγραμμοι παλμοί 482-485

**Ευσταθείς ατομικές καταστά-
σεις** 549-551, 576-578

Einstein, Albert 337-342, 537-540

και φωτοηλεκτρικό φαινόμε-
νο 537-540

H

ΗΕΔ 225-257, 271-272, 349-351

σε κύκλωμα 271-272, 320-323
επαγόμενη 346-348

μονάδα της 349-351

Ηλεκτρική αγωγιμότητα 223-227

Ηλεκτρική αντίσταση 223-227,
264-267, 271-272

Ηλεκτρική γεννήτρια ισχύος
(Πρόσθετα θέματα) 343

Ηλεκτρική δύναμη 221-223,
253-255

μεταξύ ρευμάτων 323-325
και ηλεκτρικό φορτίο

234-238

μεταξύ στοιχειωδών
φορτίων 241-242

μεταξύ ατόμων υδρογόνου
246-249

και επαγωγή 227-229

μέτρηση 234-241

σε κινούμενα φορτία 325-327

Ηλεκτρικό δυναμικό 255-257
volt ως μονάδα του 257-262

Ηλεκτρικό έργο 262-264, 300-304
και ισχύς 262-264

Ηλεκτρικό πεδίο 234-241,
253-255

και μπαταρίες 242-246

κοντά σε φορτισμένη πλάκα
238-241

σε αγωγό 234-241

και αποκλίνοντα ηλεκτρόνια
297-299

και μαγνητική ροή 349-351

πυρήνα 355-360, 361-363, 363-366
μεταξύ πλακών 242-246, 253-255,
297-299

Ηλεκτρικό ρεύμα εναλλασσόμενο
344-346

και φορτίο 259-262

ενεργός τιμή 344-346

επαγόμενο 335-336, 337-342

και μαγνητικό πεδίο

312-316, 318-320, 335-336,
337-342

μέτρηση 259-262

και νόμος του Ohm 477-478

σταθερό 259-262

Ηλεκτρικό φορτίο 221-223

μοντέλο 229-231

και μέγεθος ατομικών

πυρήνων 366-368

Ηλεκτρισμένα αντικείμενα

221-223

Ηλεκτρομαγνητικά κύματα 532-,

534, 584, 586-587

φύση τους, 584, 586-587

Ηλεκτρομαγνητική επαγωγή

335-351

Ηλεκτρομαγνητικό φάσμα

532-534

Ηλεκτρονική λογική πύλη

280-287

Ηλεκτρονικό κύκλωμα 277-

278, 280-286

Ηλεκτρόνιο, φορτίο του 289-294,

295-297, 329-332

απόκλιση 297-299

ενδείξεις 289-294

στη θεμελιώδη κατάσταση
581-584

κινητική ενέργεια 295-297

ως μαγνήτης 312-316

μάζα 329-332

και κύμα ύλης 578-581

σε μέταλλα 289-294

στο άτομο του Rutherford
355-360

ταχύτητα 295-297

Ηλεκτρονιοβόλτ (electronvolt)

299-300

Ηλεκτρονίων περίθλαση 572-576

Ηλεκτρονίων κανόνι 300-304,
551-554

Ηλεκτροσκόπιο 294-295, 443-445

Ηλεκτροστατική επαγωγή 223-
229

Ηλιακή ενέργεια 440-443

μέτρησή της 440-443

Ηλιακή σταθερά 440-443

Ηλιακής ακτινοβολίας ένταση
440-443

παράγοντες που την
επηρεάζουν 440-443

Ηλιακό σύστημα 105-108

μοντέλο υπό κλίμακα

105-108

πίνακας 105-108

Ηλιακός άνεμος (Πρόσθετα
θέματα) 461

Ηλιακός σταθμός ισχύος 440-443

Ηλιακό φως φωτογραφίες στο
543-544

Ηλιοκεντρικό σύστημα 108,
110-116

Ήλιος στο σύστημα του

Κοπέρνικου 108, 110-116

απόσταση από τη γη 381-383

στο σύστημα του Kepler 108,
110-116

και σχηματισμός σκιάς
379-381

και ηλιακό σύστημα 105-108

Ηλίου άτομο 327-332

σωματίδια άλφα 329-332

Ηλίου ιόν 329-332

Ημιπροσθετής 285-286

Ηρακλείδης 108, 110-116

Ηφαιστειακή δράση στην Ιώ
(Πρόσθετα θέματα) 109

Ήχος, ταχύτητα στον αέρα
(Πρόσθετα θέματα) 12

Θ

Θαλής ο Μιλήσιος 311-312

Θεμελιώδης κατάσταση 551-560,
581-584

Θερμικές μηχανές 208-215

μοριακή κίνηση 188-191

Θερμοκρασία και ατομικές
συγκρούσεις 193-196,
554-560

και ηλεκτρική αντίσταση
264-267

και εσωτερική ενέργεια 193-
196

και μοριακή κίνηση 193-196

και όγκος αερίων 179-188

Θερμοκρασίας άνοδος 196-198

και ηλεκτρική αγωγιμότητα
289-294

και μετατροπή ενέργειας
213-215

Θερμότητα, βλ. Εσωτερική

Ενέργεια 193-198,

Θερμοκρασία

συμπυκνώσεως 211-213

και τριβή 158

Θερμότητας ροή 207-208,
213-215

Θερμοχωρητικότητα 207-208,
215-217

Θέσεως διάνυσμα 62-65
Θέσεως-χρόνου διάγραμμα 5-8,
 13-17
 κλίση 13-20

I

Ίνες, οπτικές (Πρόσθετα
 θέματα) 429
Ιοντισμένα αέρια 551-554, 562-564
Ιοντισμού ενέργεια 294-295
Ιόντα 294-295
 μάζα 327-331
 φασματογράφος μάζας
 327-329
 ταχύτητα 304-306
Ίππαρχος 108, 110-116
Ισότοπα 368-370, 549-551
Ισχύς 262-264
 και ηλεκτρικό έργο 262-264
Ίσων εμβαδών, νόμος 101-103,
 171-173
Ikeya-Seki (Πρόσθετα θέματα)
 461

J

Joule, James P. 143-145
Joule (μονάδα) 143-145, 299-300

K

Κάθοδος 278-280
Κανονικά στερά 108, 110-116
Κάτοπτρα και κύματα σε δοχείο
 κυματισμών 483-485
 κοίλα 188-191
 παραβολικά 415-417
 επίπεδα 412-415
 σφαιρικά 420-425
Κατώφλι στο φωτοηλεκτρικό φαινό-
 μενο 560-562
Κβαντική θεωρία 43-44
Κβαντικοί αριθμοί 578-581
Κεκλιμένα επίπεδα 33-37
Κέντρο μάζας 132-134
 και κινητική ενέργεια
 156-158
 και ορμή 134-136
Κέντρου μάζας ενέργεια 156-158
 μοριακή 193-195
Κέντρου μάζας σύστημα
 αναφοράς 134-136
Κεντρομόλος δύναμη 67-69,

81-84, 86-91
 στον ισημερινό 89-91
 σε δορυφόρους 98-100
Κεντρομόλος επιτάχυνση 62-65,
 134-136, 81-84
 της σελήνης 101-103, 103-105
 πλανήτη 103-105

Κεραίες 532-534, 543-544
Κινηματική 5-8, 31-33, 571-576
Κίνηση, βλ. επίσης Νόμος του
 Newton
 κέντρου μάζας 132-136
 φορτίων σε μαγνητικό πεδίο
 312-316, 318-320
 κυκλική 60-62
 υπό σταθερή δύναμη 37-39
 με σταθερή ταχύτητα 8-11
 και σύστημα αναφοράς
 62-65
 σε ελεύθερη πτώση 74-76
 αρχαίες ελληνικές έννοιες
 31-33
 μοριακή 188-191
 της σελήνης 100-101
 περιοδική 485-489
 πλανητική 31-33, 62-65,
 101-103, 108, 110-116
 δλημάτων 77-81
 σχετική 337-342, 346-348
 ομαλή 8-11, 17-20
 σύρματος σε μαγνητικό
 πεδίο 335-336

Κινητική ενέργεια 143-145
 σωματιδίων άλφα 360-361
 και κέντρο μάζας 156-158
 σε συγκρούσεις 148-153
 διατήρησή της 153-156,
 161-162
 και απόδοση 203-207
 και αλληλεπίδραση τριβής
 158
 και έργο 143-148
 εσωτερική 156-158
 απώλεια της 158
 μοριακή 193-196
 κινουμένων φορτίων
 295-297
 φωτοηλεκτρονίων 447-449
 537-540, 543-544
 μεταφορά της 148-151

Κινητική θεωρία των αερίων
 193-195

Κλιμάκωση και φως 405-407

Κοίλο κάτοπτρο 417-420
Κόμη (Πρόσθετα θέματα) 461
Κομήτες (Πρόσθετα θέματα) 461
Κομήτης Ikeya-Seki (Πρόσθετα
 θέματα) 461

Κοπέρνικου σύστημα 108,
 110-116

και ο Kepler 108, 110-116
 και ο Tycho Brahe 108,
 110-116

Κοσμικές ακτίνες 294-295,
 543-544

Κρυσταλλικό φράγμα 572-576

Κρύσταλλοι 543-544, 572-576

Κυκλική κίνηση, βλ. επίσης
 Περιστροφή 60-62

Κυκλικοί παλμοί 482-483,
 485-497.

Κυκλοειδής 62-65

Κυκλώματα 259-264, 255-257
 ηλεκτρονικά 280-286
 ολοκληρωμένα 285-286

Κυκλώματος στοιχεία,
 παράλληλα 267-271
 σε σειρά 267-271

Κύματα, βλ. επίσης Ταλαντώσεις
 465-478

συμπίεση 465-467

ηλεκτρομαγνητικά 584,
 586-587

ύλης 584, 586-587

περιοδικά 485-489, 503-504,
 511-514

και ελατήρια 467-476

στάσιμα 576-578, 581-584

σε νερό 481-497, 504-507

Κύματα και φωτόνια 543-544

Κυματικό μοντέλο του φωτός
 477-478, 483-485, 489-493,
 493-497, 534-537

Κυματισμών δοχείο 481-493

Κύματος-σωματιδίου μοντέλο
 584, 586-587

και καταστάσεις ενέργειας
 578-581

και το μοντέλο του υδρογόνου
 581-584

Κύρια εστία 415-417, 426-430

Κύριες ακτίνες 426-431

Cavendish, Henry 105-108,
 231-232

Coulomb, Charles 231-232

Coulomb δύναμη 232-234,

221-223, 360-361, 549-551,
562-564
και γωνία σκεδάσεως
361-366

Coulomb (μονάδα) 259-262,
299-300

Coulomb, νόμος του, βλ. επίσης
Σκέδαση 232-234
και ατομικές διαστάσεις
366-368
σταθερά στον 221-223

Coulomb πεδίο του πυρήνα
355-360

Kelvin κλίμακα θερμοκρασίας
179-183

Kepler, Johannes 101-103,
108, 110-116

Kepler, νόμοι του 101-103, 108,
110-116.
και δύναμη βαρύτητας
103-105

Λ

Λευκό φως 456-460, 521-529, 560-
562

Λογική πύλη, ηλεκτρονική. Βλ.
Ηλεκτρονική λογική πύλη,
280-286

Lenz, H.F. 346-348

Lyman σειρά 562-564

Μ

Μαγνητική δύναμη 221-223
σε κινούμενο φορτίο 325-327

Μαγνητική έγκλιση 311-312

Μαγνητική ροή 337-342
και ηλεκτρικό πεδίο 337-342
και επαγόμενη ΗΕΔ 346-351

Μαγνητικό πεδίο 311-312

πρόσθεση 316-318
και ρεύμα 312-316, 318-320
και επαγόμενο ρεύμα 335-336
γραμμές 312-316
σε σωληνοειδές 312-316
διανυσματική φύση 316-318

**Μαγνητικού πεδίου ένταση και
ροή** 337-342

Μάζα, κέντρο 132-136, 156-158
βαρύτητας 44, 73-74, 97-98
αδράνειας 42-44, 74-76
πρότυπο 43-44

Μάζας μέτρηση 327-329

Μάτι 411-412

Μέση ταχύτητα 13-17

Μέταλλα, αγωγιμότητα 289-294
ηλ.: τρόνια στα 289-294

Μετατόπιση 5-8

πρόσθεση και αφαίρεση 52-53
στο επίπεδο 49-52
και διάγραμμα ταχύτητας-
χρόνου 20-22

Μετατροπή ενέργειας 203-204

Μηχανές θερμικές 208-215

Μηχανική ενέργεια 173-174

Μικροκύματα 543-544

Μονωτές 223-227

ουδέτεροι 229-231

Μοριακή θερμοχωρητικότητα
193-195

Μοριακή κίνηση 188-191

Μοριακή κινητική ενέργεια 193-
198

Μοριακό μοντέλο αερίων 188-191

Μπαταρίες 242-246

σε κύκλωμα 271-272
και ηλεκτρικά πεδία 242-246
και ΗΕΔ 255-257
και διαφορά δυναμικού 253-
257

σε σειρά 267-271

Marriote, Edme 128-131

Marsden Ernest 363-366

Maxwell, James Clerk 231-232, 349-
351, 532-534

Michelson, Albert A. 455-456, 489-
493

Millikan πείραμα 241-242, 246-249
για το φως 537-540

Millikan, R.A. 455-456

Ν

Νάτριο, φάσμα του 560-562

Νερού κύματα 481-497

διάθλαση 495-497
διασκεδασμός 493-495
συμβολή 504-515
ανάκλαση 483-485
διάθλαση 489-493
ταχύτητα μεταδόσεως 485-489

Νετρόνιο απορρόφηση 373-375
και διατήρηση φορτίου 249-
251

ανακάλυψή του 234-238

Νετρονίου σύλληψη 564-567

Νετρονίων εικόνα συμβολής 572-
576

Νετρονίων περίθλαση 572-576

Νευτώνια μηχανική 188-191, 196-
198, 459-460, 551-554
και υλικά κύματα 584, 586-587
και το άτομο του Rutherford
549-551

και το κυματικό μοντέλο του
υδρογόνου 581-584

Νευτώνιες δυνάμεις 136-137

Νόμος διαθλάσεως 390-395

**Νόμος διατήρησης της
ενέργειας** 217

Νόμος επαγωγής 349-351

Νόμος ίσων εμβαδών 101-103

Νόμος ανακλάσεως
386-390

Νόμος περιόδων 101-103

Newton (μονάδα) 44-45

Newton, νόμος του 33-37, 42-43,
44-45, 65-69, 73-74, 77-84,
121-123, 136-137

και διαστημόπλοιο «με σθη-
σμένη μηχανή» 91-92
και περιστροφή της γης 89-91
και σύστημα αναφοράς 85-89
και ορμή 136-137
και πλανητική κίνηση 103-105
και στρεφόμενο σύστημα ανα-
φοράς 86-91

διανυσματικός χαρακτήρας
67-69

Newton, νόμος βαρύτητάς του
103-108

**Newton, πρώτος και δεύτερος νό-
μος του** 42-43

Newton, τρίτος νόμος του 136-137

Nichols, Edward F. 459-460

Ξ

**Ξηρού πάγου πεσσός, πειρά-
ματα** 33-39, 42-43,
65-69, 123-128

Ο

Ολική ανάκλαση 401-
402 (Πρόσθετα θέματα)
429

Ολική πίεση 183-186
Ολική ώθηση 188-191
Ολοκληρωμένα κυκλώματα 285-286
Ομαλή κίνηση 5-8, 17-20, 20-22, 31-33
Οπτικά όργανα 430-431
Οπτικά φάσματα 551-554
Οπτικές ίνες (Πρόσθετα θέματα) 429
Όραση 411-412, 521, 523-526
 χρώμα 521, 523-526
Ορατό φάσμα 521, 523-526
 ως ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία 534-537
 και φωτόνια 537-540
Ορατό φως 537-540, 543-544
Οριακή ταχύτητα 76-77
Ορική γωνία 401-402
Ορμή 121-123
 και κέντρο μάζας 134-136
 μεταβολή στην 123-128
 σε συγκρούσεις 123-128
 διατήρησή της 128-131, 136-137, 153-156
 και κινητική ενέργεια 153-156
 και μέτρηση μάζας 329-330
 και ο νόμος του Newton 121-123
 σωματιδίου 329-330, 572-576
 φωτονίου 549-551
Όρος Palomar 417-420
Ορυκτά καύσιμα 440-443
Ουράνια κίνηση, βλ. Πλανητική κίνηση
Ουράνιες σφαίρες 108, 110-116
Ουράνιο τόξο 521, 523-526
Oersted, Hans Christian 312-316, 335-336
Ohm (μονάδα) 264-267
Ohm, νόμος του 264-267, 344-346

Π

Παλμογράφος 300-304, 456-459
 εφαρμογή του 300-304
Παλμοί 475-476
 απόσβεση 476-477
 ανάκλαση και μετάδοση 472-476
 ευθύγραμμοι και κυκλικοί 551-554

επαλληλία 469-472, 476-477
Παραβολικό κάτοπτρο 383-386
Παράλληλα κυκλώματα 267-271
Περίθλαση 405-407, 462-463, 526-529
 σε υψηλή συχνότητα 543-544
 υλικών κυμάτων 572-576
 και μοντέλο σωματιδίου 462-463
 απλής σχισμής 526-529
 κυμάτων νερού 495-497
Περιθλάσεως εικόνες 526-529
 που σχηματίζονται από λευκό φως 519-521
 κυμάτων - σωματιδίων 572-576
Περιοδική κίνηση 485-489
 και μετατροπές ενέργειας 203-204, 208-211
 φάση της 514-515
 και κύματα νερού 485-489, 495-497
Περίοδος 60-62
 της τάσεως 344-346
Περίοδος περιστροφής ατομικών ηλεκτρονίων 549-551
 πλανητών 101-103
 δορυφόρων 98-100
Περίοδος σε απλή αρμονική ταλάντωση 84-85
 και το εκκρεμές του Foucault 89-91
Περιστροφή, βλ. επίσης κυκλική κίνηση της γης 89-91
 συστήματος αναφοράς 105-108
Πίεση ατμοσφαιρική 183-186
 σε αέριο 179-188
 του φωτός 459-460
 σε μοριακό μοντέλο 188-193
Πιθανότητα και υλικά κύματα 584, 586-587
Πλανήτες 101-103
 μέγεθος 105-108
 πίνακες 105-108
Πλανητικά συστήματα, του Απολλωνίου και Ιππάρχου 108, 110-116
 σύγκριση 108, 110-116
 του Κοπέρνικου 108, 110-116
 του Ευδόξου 108, 110-116
 γεωκεντρικά 108, 110-116

του Kepler 108, 110-116
 του Πτολεμαίου 108, 110-116
 του Tycho Brahe 108, 110-116
Πλανητικές τροχιές 105-116
Πλανητική κίνηση 31-33, 42-43, 62-65, 108, 110-116
Πλανητικό μοντέλο του ατόμου του υδρογόνου 355-360, 549-551
Πλασματική δύναμη 86-92
Πλάτων 108, 110-116
Πολικό σέλας (Πρόσθετα θέματα) 522
Πόλωση 278-280
Πραγματικά είδωλα 412-415, 425-426, 430-431
Πρίσματα 402-405
Προβολείς 415-417
Πρωτόνιο στο ατομικό μοντέλο 249-251, 355-360
 φορτίο 249-251
 σε μαγνητικό πεδίο 327-329
 μάζα 327-329
Πρώτος νόμος της θερμοδυναμικής 215-217
Πτολεμαϊκό σύστημα 108, 110-116
 και ο Κοπέρνικος 108, 110-116
Πτολεμαίος Κλαύδιος 108, 110-116, 399-401
Πυρακτώσεως φωτεινή πηγή 437-439
Πύραυλοι 131-132
Πυρήνας ατομικός 355-360
 ηλεκτρικό πεδίο 355-360, 361-366
 ακτίνα 373-375
Πυρηνικός αντιδραστήρας 373-375
Palomar, όρος 417-420
Planck, Max 537-540
Planck, σταθερά του 537-540

Ρ

Ραδιοκύματα 532-534, 584, 586-587
 από το διάστημα (Πρόσθετα θέματα) 585
Ραδιοτηλεσκοπία (Πρόσθετα θέματα) 585
Ραντάρ 304-306
Ρεύμα ηλεκτρικό, βλ. Ηλεκτρικό ρεύμα

Ρεύματος όργανο μετρήσεως

320-323

Ροή μαγνητική 337-342

Ένταση ηλιακής ακτινοβολίας
440-443

Ρότορας (Πρόσθετα θέματα) 343

Roemer, Olaf 381-383

Rowland, Henry 312-316

Rytherfort, Ernest, Λόρδος 355-360
και ατομικό μοντέλο του 355-
360, 532-534, 549-551, 562-
564

Rydeberg, σταθερά 581-584

Σ

Σειράς σύνδεση σε κυκλώματα
267-271

Σέλας (Πρόσθετα θέματα) 522

Σκέδαση σωματιδίου άλφα
355-360,

361-366, 549-551

γωνία 361-363

γωνιακή κατανομή 363-366

Σκιές 379-381

Στάσιμα κύματα 576-578, 581-584

Στάσιμες κυματικές

καταστάσεις 581-584

Στάτορας σε ηλεκτρικές γεννή-
τριες (Πρόσθετα θέματα) 343

Στερεά, εσωτερική
ενέργεια 196-198

Στερεοσκοπική όραση
411-412

Στιγμιαία δύναμη 121-123

Στιγμιαία επιτάχυνση 58-60

Στιγμιαία ταχύτητα 13-17

Στοιχειώδες φορτίο 241-242

από σκέδαση άλφα 329-330

ηλεκτρική δύναμη 241-242

και ηλεκτρόνια 295-297,

299-300

δυνάμεις σε μαγνητικό πεδίο
325-327

στον πυρήνα 355-360,

366-368

Στρέψως ζυγός 459-460

Στρόβιλος ατμού 208-217

Στροβοσκόπιο 485-489

Συγκρούσεις, 123-128, βλ. επίσης

Σκέδαση

ατομικές 188-191

και κέντρο μάζας 134-136

ελαστικές 188-191, 165-168,
551-554

ηλεκτρονίων 551-560

μη ελαστικές 158, 554-560,
564-568

και κινητική ενέργεια
148-151, 161-162

Συλλέκτης 320-323

Συμβολή 311-312

και χρώμα 521, 523-526

σε υψηλές συχνότητες
543-544

υλικών κυμάτων 572-576

με απλή σχισμή 526-529

σε ελατήριο 503-504

σε κύματα νερού 504-507

Συμβολής εικόνες και χρώμα
521, 523-526

και φως 311-312

με σωματίδια 571-576

σε δοχείο κυματισμών 504-507,
509-514

Συνδέσεως ενέργεια 537-540

των ατόμων 564-567

Συντεταγμένες 5-8, 49-52, 77-81

Σύστημα αναφοράς 62-65

επιταχυνόμενο 77-81

του κέντρου μάζας 134-136

πειραματικό 85-86

και επαγόμενο ρεύμα

336-337

αδρανειακό 89-91

και το πλανητικό σύστημα

του Kepler 101-103

και ο νόμος του Newton
85-86

στρεφόμενο 86-89

Συχνότητα 485-489

και φωτοηλεκτρικό

φαινόμενο 537-540

της τάσεως 344-346

Σχάση 373-375

Σχετική κίνηση 336-337

Σχετικότητα θεωρία 336-337

Σχισμές και περίθλαση 507-509,
526-529

και συμβολή 526-529

Σωματίδιο σε κουτί 578-581

Σωματιδίου-κύματος μοντέλο

584, 586-587

Σωματιδίου μοντέλο για το φως

451, 462-463

δυσκολίες 462-463

και φωτόνια 537-540

Chadwick, James 153-156,

366-368, 370-373

Snell, Wilbrord 399-401

Snell, νόμος του 399-401,
402-405

γενίκευση 401-402

και περιοδικά κύματα
489-493

Τ

Ταλάντωση 81-84, βλ. επίσης

Κύματα

απλή αρμονική 168-169

ενέργεια 168-169

σε στάσιμα κύματα 576-578

Τάση, συχνότητά της 344-346

περίοδος 344-346

ακροδεκτών 271-272

Ταχύτητα 8-11

και σταθερή δύναμη 37-39

υπό σταθερή διανυσματική

επιτάχυνση 56-58

και ορμή 121-123

Ταχύτητα διαδόσεως 489-495

Ταχύτητα του ήχου στον αέρα

(Πρόσθετα θέματα) 12

Ταχύτητα του φωτός 381-383

και σωματιδιακό μοντέλο
455-459

Ταχύτητα οριακή 76

παρουσία ηλεκτρικής

δυνάμεως 238-241

Ταχύτητας-χρόνου διάγραμμα

17-20

εμβαδόν κάτω από 20-22

και μετατόπιση 20-22

κλίση 8-20

Τηλεόραση 304-306

Τηλεσκόπιο 417-420

Τρανζίστορ 282-284

Τριβή 33-37, 203-204, 215-217,
476-477

Τριβής αλληλεπίδραση 158

Τροχιά θλήματος 77-81

Τροχιές ηλεκτρονίων

549-551, 581-584

υπερβολικές 361-363

και νόμοι του Kepler 109,
110-116

πλανητικές 105-116

ακτίνα 101-107, 105-108

Τυχαία κίνηση ατόμων 554-560

Taylor, Sir Geoffrey 540-543

Υ

Υδρογόνου άτομο, σταθερές

ενέργειας 562-564, 581-584

μάζα 327-329

πλανητικό μοντέλο 355-360

μοντέλο στάσιμου κύματος
581-584

Υδρογόνου ιόντα, μάζα 327-329

Υδροηλεκτρική ισχύς 171-173

Υλικά κύματα 572-576

περίθλαση 584, 586-587

συμβολή 572-576

και φύση του φωτός 584,
586-587

ως σχήματα πιθανότητας
584, 586-587

Υπερθολικές τροχιές 361-363

Υπερηχητική ταχύτητα

(Πρόσθετα θέματα 12)

Υπεριώδες φως 440-445, 453-455,
457-460, 534-537, 554-560

Υπέρυθρο φως 440-443

Young κροσσοί συμβολής
540-543

Young, Thomas 519-521, 543-547

Φ

Φανταστικά είδωλα 412-415,
425-426

Φάση 504-507, 511-514

Φάσμα 521, 523-525, 532-534

Φάσματος χρώματα 402-405, 521,
523-525

Φασματικές γραμμές 549-551,
554-560, 562-564

Φασματοσκόπιο 439-440, 521,
523-525

και δόρειο σέλας

(Πρόσθετα θέματα) 522

Φορτίο 221-223

και ατομικό μοντέλο 229-231

διατήρηση 246-249

νόμος του Coulomb 232-234

και ρεύμα 259-262, 289-294

στοιχειώδες 241-242, 295-297

δυνάμεις μεταξύ 231-232

επαγόμενο 227-229

και μαγνητικό πεδίο 312-316

αρνητικό 221-223

ουδέτερο 227-229

πυρηνικό 366-368

θετικό 221-223

μονάδα 299-300

Φορτισμένα σωματίδια, κινητική
ενέργεια 295-297

σε μαγνητικό πεδίο 325-327,
335-336

μάζες 327-329

ορμή 327-329

Φράγματος, φασματοσκόπιο 521,

523-526

Φυγόκεντρος δύναμη 86-89

Φως, βλ. επίσης Χρώμα -

Ακτινοβολία - Φασματικές
γραμμές

απορρόφηση 451

περίθλαση 405-407, 462-463

διασκεδασμός 402-405

ένταση 451-453

συμβολή 519-521

και κύματα ύλης 584,
586-587

λεπτή δέσμη 383-386

ανάκλαση 386-390, 462-463

διάσταση 390-399, 462-463

ταχύτητα 381-383

ορατό 537-540, 543-547

μήκος κύματος 495-497

λευκό 402-405, 456-459,
459-460, 521, 523-526,
560-562

Φωτοαγωγοί 264-267

Φωτογραφικές μηχανές 430-431,
519-521

Φωτογραφική πλάκα 534-537

Φωτογραφικό φιλμ 439-440, 521,
523-526

**Φωτοηλεκτρικού φαινομένου
κατώφλι** 560-562

Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο
443-445

Φωτοηλεκτρόνια

κινητική ενέργεια 447-449

Φωτοκύτταρα 443-445.

Φωτοστοιχεία (Πρόσθετα
θέματα) 446, 453-455

Φωτόνια 534-543

διαφορά από την ύλη 584,
586-587

και ηλεκτρομαγνητικά
κύματα 543-547

ενέργεια 453-455

και συμβολή 540-543

στο φωτοηλεκτρικό

φαινόμενο 537-540

ταχύτητα 453-455

Φωτόρρευμα 447-449

Φωτοστοιχεία (Πρόσθετα θέματα)
446

Φωτός ακτίνες 383-386

Φωτός εκπομπή και ατομικές
στάθμες ενέργειας 554-560
και το ατομικό μοντέλο
549-551

και φασματικές γραμμές
549-551, 554-560

Φωτός ένταση 451-453

Φωτός διάδοση σε οπτικές ίνες
(Πρόσθετα θέματα) 429

Φωτός μετρητής 451-453

Φωτός μοντέλα, σωματιδιακό
μοντέλο 451-463

κυματικό μοντέλο 477-478,

481-485, 489-497, 534-540

μοντέλο σωματιδίου-κύματος
537-540

Φωτός πηγές και φωτισμός
379-381, 451-453

και συμβολή 519-521

πυρακτώσεως 402-405,
437-439

πρότυπες 451-453

Φωτός πίεση 459-460

Faraday, Michael 318-320,
335-336, 337-342

Fizeau, Armand 381-383

Foucault, Jean 89-91, 489-493

Foucault εκκρεμές 89-91

Franck, James 551-554

Franck-Hertz πείραμα 551-554

Franklin, Benjamin 221-223

Χ

Χ-ακτίνες 543-547

συμβολή 543-547

και ιοντισμός αερίων 294-295

Χημικές αντιδράσεις σε

μπαταρίες 242-246

και βαρυτική μάζα 43-44

και μάζα αδράνειας 42-43

Χρώμα 402-405, 493-495

στη συμβολή 521, 523-526

και μήκος κύματος

521-523-526

Hale τηλεσκόπιο 417-420

Henry, Joseph 337-342

Hertz, Gustav 551-554

Hertz (μονάδα) 344-346, 532-534

Hull, G.F. 459-460

Huygens, Christian 128-131,
489-493, 532-534

Ω

Ωθηση 119-121

και ορμή 121-123