ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ
1954

ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΤΟΥ ΤΕΧΝΙΤΗ

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

1.954

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ

ΧΡΥΣΟΥΝ ΜΕΤΑΛΛΙΟΝ ΑΚΑΔΗΜΙΑΣ ΑΘΗΝΩΝ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΙΔΡΥΜΑΤΟΣ ΕΥΓΕΝΙΔΗ

ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΤΟΥ ΤΕΧΝΙΤΗ

Ειδικότητες Μηχανοτεχνίτη καὶ Ἠλεκτροτεχνίτη

1.— *Μαθηματικὰ* τόμοι Α', Β', Γ'.

2.— *Μηχανουργικὴ Τεχνολογία* τόμοι Α', Β', Γ'.

3.— *Κινητήριες Μηχανὲς* τόμοι Α', Β'.

4.— *Τεχνικὸ Σχέδιο* τόμοι Α', Β', Γ', Δ', Ε'.

Τετράδια Ἀσκήσεων Σχεδίου Α', Β', Γ', Δ'.

5.— *Χημεῖα.*

6.— *Ἠλεκτροτεχνία* τόμοι Α', Β', Γ', Δ', Ε'.

7.— *Φυσική.*

8.— *Στοιχεῖα Μηχανῶν.*

9.— *Μηχανική.*

10.— *Ὑλικά.*

11.— *Μηχανολογικὸ Μνημόνιο.*

12.— *Ἠλεκτρολογικὸ Μνημόνιο.*

13.— *Πρόληψη Ἀτυχημάτων.*

14.— *Ἠλεκτροτεχνία Μηχανοτεχνίτη.*

15.— *Ἠλεκτρικὸ Σύστημα τοῦ Αὐτοκινήτου.*

16.— *Αὐτοκίνητο.*

Ὁ Εὐγένιος Εὐγενίδης, ἱδρυτὴς καὶ χορηγὸς τοῦ «Ἱδρύματος Εὐγενίδου» προεῖδεν ἐνωρίτατα καὶ ἐσχημάτισε τὴν βαθεῖαν πεποίθησιν, ὅτι ἀναγκαῖον παράγοντα διὰ τὴν πρόοδον τοῦ ἔθνους θὰ ἀπετέλει ἡ ἀρτία κατάρτισις τῶν τεχνικῶν μας ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὴν ἠθικὴν ἀγωγὴν αὐτῶν.

Τὴν πεποίθησίν του αὐτὴν τὴν μετέτρεψεν εἰς γενναιόφρονα πρᾶξιν εὐεργεσίας, ὅταν ἐκληροδότησε σεβαστὸν ποσὸν διὰ τὴν σύστασιν Ἱδρύματος, ποὺ θὰ εἶχε σκοπὸν νὰ συμβάλῃ εἰς τὴν τεχνικὴν ἐκπαίδευσιν τῶν νέων τῆς Ἑλλάδος.

Διὰ τοῦ Β. Διατάγματος τῆς 10ης Φεβρουαρίου 1956, συνεστήθη τὸ Ἵδρυμα Εὐγενίδου καὶ κατὰ τὴν ἐπιθυμίαν τοῦ διαθέτου ἐτέθη ὑπὸ τὴν διοίκησιν τῆς ἀδελφῆς του Κυρίας Μαρ. Σίμου. Ἀπὸ τὴν στιγμὴν ἐκείνην ἤρχισαν πραγματοποιούμενοι οἱ σκοποὶ ποὺ ὡραματίσθη ὁ Εὐγένιος Εὐγενίδης καὶ συγχρόνως ἡ πλήρωσις μιᾶς ἀπὸ τὰς βασικωτέρας ἀνάγκας τοῦ ἐθνικοῦ μας βίου.

* * *

Κατὰ τὴν κλιμάκωσιν τῶν σκοπῶν του, τὸ Ἵδρυμα προέταξε τὴν ἔκδοσιν τεχνικῶν βιβλίων τόσον διὰ λόγους θεωρητικοὺς ὅσον καὶ πρακτικούς. Ἐκρίθη, πράγματι, ὅτι ἀπετέλει πρωταρχικὴν ἀνάγκην ὁ ἐφοδιασμὸς τῶν μαθητῶν μὲ σειρὰς βιβλίων, αἱ ὁποῖαι θὰ ἔθετον ὀρθὰ θεμέλια εἰς τὴν παιδείαν των καὶ αἱ ὁποῖαι θὰ ἀπετέλουν συγχρόνως πολύτιμον βιβλιοθήκην διὰ κάθε τεχνικόν.

Τὸ ὅλον ἔργον ἤρχισε μὲ τὴν ὑποστήριξιν τοῦ Ὑπουργείου Βιομηχανίας, τότε ἁρμοδίου διὰ τὴν τεχνικὴν ἐκπαίδευσιν, καὶ συνεχίζεται ἤδη μὲ τὴν ἔγκρισιν καὶ τὴν συνεργασίαν τοῦ Ὑπουργείου Ἐθνικῆς Παιδείας, βάσει τοῦ Νομοθετικοῦ Διατάγματος 3970/1959.

Αἱ ἐκδόσεις τοῦ Ἱδρύματος διαιροῦνται εἰς τὰς ἀκολούθους βασικὰς σειράς, αἱ ὁποῖαι φέρουν τοὺς τίτλους:

«Βιβλιοθήκη τοῦ Τεχνίτη», «Βιβλιοθήκη τοῦ Τεχνικοῦ», «Βιβλιοθήκη τοῦ Τεχνικοῦ βοηθοῦ Χημικοῦ», «Τεχνικὴ Βιβλιοθήκη».

Ἐξ αὐτῶν ἡ πρώτη περιλαμβάνει τὰ βιβλία τῶν Σχολῶν Τεχνιτῶν,

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ἡ δευτέρα τὰ βιβλία τῶν Μέσων Τεχνικῶν Σχολῶν, ἡ τρίτη τῶν Σχολῶν Τεχνικῶν βοηθῶν Χημικῶν, ἡ τετάρτη τὰ βιβλία τὰ προοριζόμενα διὰ τὰς ἀνωτέρας Τεχνικὰς Σχολὰς (ΚΑΤΕ, ΣΕΛΕΤΕ, Σχολαὶ Ὑπομηχανικῶν). Παραλλήλως, ἀπὸ τοῦ 1966 τὸ Ἵδρυμα ἀνέλαβε καὶ τὴν ἔκδοσιν βιβλίων διὰ τὰς Δημοσίας Σχολὰς Ε.Ν.

Αἱ σειραὶ αὗται θὰ ἐμπλουτισθοῦν καὶ μὲ βιβλία εὐρυτέρου τεχνικοῦ ἐνδιαφέροντος χρήσιμα κατὰ τὴν ἄσκησιν τοῦ ἐπαγγέλματος.

* * *

Οἱ συγγραφεῖς καὶ ἡ Ἐπιτροπὴ Ἐκδόσεων τοῦ Ἱδρύματος καταβάλλουν κάθε προσπάθειαν, ὥστε τὰ βιβλία νὰ εἶναι ἐπιστημονικῶς ἄρτια ἀλλὰ καὶ προσηρμοσμένα εἰς τὰς ἀνάγκας καὶ τὰς δυνατότητας τῶν μαθητῶν. Δι' αὐτὸ καὶ τὰ βιβλία αὐτὰ ἔχουν γραφῆ εἰς ἁπλῆν γλῶσσαν καὶ ἀνάλογον πρὸς τὴν στάθμην τῆς ἐκπαιδεύσεως δι' ἣν προορίζεται ἑκάστη σειρὰ τῶν βιβλίων. Ἡ τιμή των ὡρίσθη τόσον χαμηλή, ὥστε νὰ εἶναι προσιτὰ καὶ εἰς τοὺς ἀπόρους μαθητάς.

Οὕτω προσφέρονται εἰς τὸ εὐρὺ κοινὸν τῶν καθηγητῶν καὶ τῶν μαθητῶν τῆς τεχνικῆς μας παιδείας αἱ ἐκδόσεις τοῦ Ἱδρύματος, τῶν ὁποίων ἡ συμβολὴ εἰς τὴν πραγματοποίησιν τοῦ σκοποῦ τοῦ Εὐγενίου Εὐγενίδου ἐλπίζεται νὰ εἶναι μεγάλη.

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΕΚΔΟΣΕΩΝ ΙΔΡΥΜΑΤΟΣ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ

Ἀλέξανδρος Ι. Παππᾶς, Ὁμ. Καθηγητὴς ΕΜΠ, Πρόεδρος

Χρυσόστομος Φ. Καβουνίδης, Διπλ. - Μηχ. - Ἠλ. ΕΜΠ, Διοικητὴς Ο.Τ.Ε., Ἀντιπρόεδρος

Μιχαὴλ Γ. Ἀγγελόπουλος, Τακτικὸς Καθηγητὴς ΕΜΠ, Διοικητὴς ΔΕΗ

Παναγιώτης Χατζηιωάννου, Μηχ. - Ἠλ. ΕΜΠ, Γεν. Δ/ντὴς Ἐπαγ/κῆς Ἐκπ. Ὑπ. Παιδείας

Ἐπιστημ. Σύμβουλος, **Γ. Ροῦσσος,** Χημ. - Μηχ. ΕΜΠ

Σύμβουλος ἐπὶ τῶν ἐκδόσεων τοῦ Ἱδρύματος, **Κ. Α. Μανάφης,** Μόν. Ἐπικ. Καθηγητὴς Παν/μίου Ἀθηνῶν

Γραμματεύς, **Δ. Π. Μεγαρίτης**

Διατελέσαντα μέλη ἢ σύμβουλοι τῆς Ἐπιτροπῆς

Γεώργιος Κακριδὴς † (1955 - 1959) Καθηγητὴς ΕΜΠ, *Ἄγγελος Καλογερᾶς* † (1957 - 1970) Καθηγητὴς ΕΜΠ, *Δημήτριος Νιάνιας* (1957 - 1965) Καθηγητὴς ΕΜΠ, *Μιχαὴλ Σπετσιέρης* (1956 - 1959), *Νικόλαος Βασιώτης* (1960 - 1967), *Θεόδωρος Κουζέλης* (1968 - 1977).

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ
ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΤΟΥ ΤΕΧΝΙΤΗ

ΙΩΑΝΝΟΥ Α. ΠΑΠΠΑ
ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ Ε.Μ.Π.

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

ΑΘΗΝΑΙ
1977

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ
1954

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Ἀπὸ τὴν ὁμοιότητα κιόλας τῶν λέξεων, « Μηχανική » καὶ « μηχανικός » διαφαίνεται ἡ σημασία τῆς Μηχανικῆς στὴν Τεχνική. Γιὰ κάθε τεχνικὸ ἡ Μηχανικὴ εἶναι βάση τῶν τεχνικῶν ἐπιστημῶν καὶ ἑπομένως τῶν γνώσεων κάθε τεχνικοῦ καὶ χωρὶς αὐτὴν δὲν θὰ εἶχε ἐπιτευχθῆ ἡ θαυμάσια πρόοδος τοῦ σημερινοῦ πολιτισμοῦ.

Στὴν ἔννοια τῆς λέξεως « τεχνικὸς » περιλαμβάνονται βέβαια καὶ οἱ τεχνίτες ποὺ εἶναι βασικὰ στελέχη τῆς βιομηχανίας. Ὁ τεχνίτης φυσικὰ στὴν ἐξάσκηση τοῦ ἐπαγγέλματός του δὲν θὰ χρειασθῆ νὰ κάμη ὑπολογισμούς· τοῦ εἶναι ὅμως ἀπαραίτητο, γιὰ νὰ κάμη καλὰ τὴ δουλειά του, νὰ κατανοῆ τὰ βασικὰ φαινόμενα καὶ νὰ ἀντιλαμβάνεται τὶς ἀρχὲς τῆς λειτουργίας τῶν μηχανῶν ποὺ θὰ χειρισθῆ.

Αὐτὸ εἶναι τὸ πνεῦμα ποὺ κυριάρχησε κατὰ τὴν συγγραφὴ τοῦ βιβλίου αὐτοῦ, ὅτι δηλαδὴ σημασία ἔχει ἡ κατανόηση τῶν φαινομένων. Οἱ διάφορες μαθηματικὲς σχέσεις ποὺ ἀναφέρονται, αὐτὸ τὸν σκοπὸ κυρίως ἔχουν καὶ ὄχι τὴν ἀποστήθιση τῶν τύπων. Πιστεύομε δὲ ὅτι μὲ αὐτὴ τὴν κατευθυντήρια γραμμὴ πρέπει νὰ γίνεται καὶ ἡ διδασκαλία.

Ἡ ἀρχικὴ ἰδέα κατὰ τὴν ἀνάπτυξη τοῦ κειμένου ἦταν ἡ ἔκταση κάθε παραγράφου νὰ ἀναλογῆ στὴ σημασία ποὺ ἔχει γιὰ τὸν τεχνίτη. Τοῦτο ὅμως δὲν τηρήθηκε μὲ συνέπεια πέρα ὡς πέρα, γιὰ τρεῖς λόγους: Πρῶτον, γιατὶ τὸ βιβλίο θὰ γινόταν πολὺ μακρύ· ὑπάρχουν θέματα κεφαλαιώδους σημασίας, ποὺ μποροῦν νὰ ἀναπτυχθοῦν συντομότατα καὶ ἄλλα μὲ δευτερεύουσα μόνο σημασία ποὺ χρειάζονται περισσότερο χρόνο καὶ χῶρο. Δεύτερον, γιὰ νὰ δοθῆ περισσότερη πρωτοβουλία εἰς τὸν διδάσκοντα νὰ ἐξάρη αὐτὰ ποὺ ἐκεῖνος κρίνει σημαντικότερα. Τρίτον, διότι τὰ βιβλία τῆς σειρᾶς αὐτῆς ἔχουν καὶ τὸν σκοπὸν νὰ χρησιμοποιηθοῦν καὶ ὡς κείμενα ἀναδρομῆς μετὰ τὸ πέρας τῶν σπουδῶν.

Αὐτὸ ἰσχύει καὶ γιὰ τὶς ἀσκήσεις οἱ ὁποῖες πρέπει νὰ παραβληθοῦν μὲ ἕνα κατάλογο ἐδεσμάτων μᾶλλον, ἀπὸ τὰ ὁποῖα θὰ διαλέξη ὁ διδάσκων, παρὰ μὲ ἕνα ἰσορροπημένο ἀπὸ ἀπόψεως ὑγιεινῆς διαιτολόγιο.

Δὲν θέλω νὰ παραλείψω στὸν πρόλογο αὐτὸν νὰ εὐχαριστήσω τὴν Ἐπιτροπὴ Ἐκδόσεων τοῦ Ἱδρύματος Εὐγενίδου γιὰ τὴν πολύτιμη συμπαράσταση στὴν συγγραφὴ τοῦ βιβλίου αὐτοῦ, τόσο μὲ συμβουλὲς ὅσο καὶ μὲ ἐπαγωγὸ κριτική.

Ὁ συγγραφεύς

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ
1954

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Παράγρ. Σελίδα

0-1 Τὸ περιεχόμενο τῆς Μηχανικῆς — Σώματα 1
0-2 Διαστάσεις τῶν σωμάτων — μέτρηση τοῦ μήκους 2
0-3 Μέτρηση — Μονάδες μετρήσεως 3
0-4 Τί εἶναι δύναμη 5
0-5 Χαρακτηριστικὰ τῆς δυνάμεως — Πῶς παριστάνεται στὸ χαρτὶ . 8
0-6 Διαίρεση τῆς Μηχανικῆς 13
Τί καινούργιο μάθαμε 15

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Δυνάμεις

1-1 Ὁμόρροπες καὶ ἀντίρροπες δυνάμεις ποὺ δροῦν στὸ ἴδιο σημεῖο 17
1-2 Ἀρχὴ τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως 21
1-3 Δυνάμεις ποὺ ἐνεργοῦν πάνω στὸ ἴδιο σημεῖο 22
1-4 Πειραματικὴ ἐπαλήθευση 25
1-5 Σύνθεση περισσοτέρων δυνάμεων ποὺ ἐνεργοῦν στὸ ἴδιο σημεῖο 28
1-6 Ἀνάλυση δυνάμεως σὲ δύο συνιστῶσες 30
1-7 Σύνθεση δυνάμεων ποὺ δροῦν σὲ διαφορετικὰ σημεῖα ἑνὸς σώματος 33
1-8 Ἡ μέθοδος τοῦ δυναμοπολυγώνου 34
1-9 Σύνθεση παραλλήλων καὶ ὁμορρόπων δυνάμεων 37
1-10 Σύνθεση παραλλήλων καὶ ἀντιρρόπων δυνάμεων 38
1-11 Ροπὲς 42
Τί καινούργιο μάθαμε 48

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Κέντρα βάρους

2-1 Κέντρο παραλλήλων δυνάμεων 50
2-2 Τί εἶναι κέντρο βάρους 52
2-3 Ἁπλὰ παραδείγματα — Κέντρο βάρους ἁπλῶν γεωμετρικῶν σχημάτων 53

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Παράγρ. Σελίδα

2-4 Ἰσορροπία τῶν σωμάτων καὶ κέντρο βάρους 57
Τί καινούργιο μάθαμε 62

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Τριβὲς

3-1 Οἱ τριβὲς γενικὰ 64
3-2 Τριβὴ ὀλισθήσεως 68
3-3 Παραδείγματα ὀλισθήσεως 71
3-4 Τριβὴ κυλίσεως 75
3-5 Συντελεστὴς τριβῆς κυλίσεως 78
Τί καινούργιο μάθαμε 79

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Ἀσκήσεις καὶ προβλήματα (Κεφ. 1·2·3).

4-1 Ἀσκήσεις λυμένες 81
4-2 Ἀσκήσεις πρὸς λύση 93

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Κινητικὴ

5-1 Τί εἶναι κίνηση καὶ τροχιὰ 101
5-2 Ταχύτητα 105
5-3 Τὸ διάγραμμα ταχύτητας — χρόνου (υ-t) 106
5-4 Ἰσοταχὴς κίνηση 112
5-5 Τὸ διάστημα στὸ διάγραμμα ταχύτητας — χρόνου 114
5-6 Ἐπιτάχυνση καὶ ἐπιβράδυνση 119
5·7 Ὁμαλῶς καὶ μὴ ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη κίνηση 123
5-8 Κυκλικὴ κίνηση 125
5-9 Ὀδοντωτοὶ τροχοὶ καὶ ἱμάντες 126
5-10 Σύνθετες κινήσεις 131
5-11 Περιοδικὴ κίνηση 134
Τί καινούργιο μάθαμε 137

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

Δυναμικὴ

6-1 Ἀδράνεια 139

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Παράγρ. Σελίδα
6-2 Ὁ βασικὸς νόμος τῆς Δυναμικῆς (τοῦ Νεύτωνος) 142
6-3 Φυγόκεντρος δύναμη 147
6-4 Ἔργο 149
6-5 Ἐνέργεια 153
6-6 Ἄλλα εἴδη ἐνεργείας 157
6-7 Ἰσχὺς 160
6-8 Ἀπόδοση 162
6-9 Ἀρχὴ διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς 164
Τί καινούργιο μάθαμε 166

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

Ἁπλὲς μηχανὲς

7-1 Μηχανὲς 168
7-2 Μοχλοὶ 168
7-3 Τροχαλίες 171
7-4 Τὸ ἁπλὸ βαροῦλκο 174
7-5 Κεκλιμένο ἐπίπεδο 176
7-6 Σφῆνες 177
7-7 Κοχλίας 178
7-8 Ὀδοντωτοὶ τροχοὶ — Ἀτέρμων κοχλίας 180
Τί καινούργιο μάθαμε 181

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

Ἐφαρμογὲς καὶ ἀσκήσεις στὴν Κινητικὴ καὶ στὴ Δυναμικὴ

8-1 Ἐφαρμογὲς 183
8-2 Ἀσκήσεις καὶ προβλήματα 196

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9

Ἀντοχὴ τῶν ὑλικῶν

9-1 Ἡ παραμόρφωση τῶν σωμάτων 208
9-2 Ἐλαστικὰ καὶ πλαστικὰ σώματα 213
9-3 Ὁ νόμος τοῦ Χοὺκ 214
9-4 Τὸ πείραμα τοῦ ἐφελκυσμοῦ 217
9-5 Τάσεις 219
9-6 Κάμψη 221
9-7 Διάτμηση 224

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

9 - 8 Στρέψη 227
9 - 9 Λυγισμός 229
9 - 10 Ὑπολογισμοὶ ἀντοχῆς 230
9 - 11 Ἀσκήσεις 235
Τί καινούργιο μάθαμε 239

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

0·1 Τὸ περιεχόμενο τῆς Μηχανικῆς — σώματα.

Ἡ μηχανικὴ ἐξετάζει τὴ δράση τῶν δυνάμεων πάνω στὰ σώματα. Ἄς δοῦμε λοιπὸν πρῶτα τί εἶναι τὰ σώματα.

Σῶμα λέμε κάθε τι ποὺ καταλαμβάνει χῶρο. Ἔτσι τὸ τραπέζι ὅπου γράφομε εἶναι ἕνα σῶμα, τὸ νερὸ μέσα σὲ ἕνα ποτῆρι εἶναι ἐπίσης ἕνα σῶμα, ἀλλὰ καὶ ὁ ἀέρας μέσα σὲ ἕνα δωμάτιο εἶναι καὶ αὐτὸς ἕνα σῶμα. Ἀπὸ αὐτὰ τὰ τρία παραδείγματα φαίνεται ἀμέσως ὅτι μποροῦμε καὶ πρέπει νὰ χωρίσωμε τὰ σώματα σὲ τρεῖς μεγάλες κατηγορίες: Τὰ *στερεά*, τὰ *ὑγρὰ* καὶ τὰ *ἀέρια* σώματα.

Τὰ στερεὰ σώματα παρουσιάζουν σημαντικὴ ἀντίσταση, ὅταν προσπαθήσωμε ν' ἀλλάξωμε τὸ σχῆμα τους κατὰ οἱονδήποτε τρόπο. Πρέπει π.χ. νὰ κοπιάσωμε γιὰ νὰ στραβώσωμε ἕνα ὁποιοδήποτε κομμάτι σίδερο.

Τὰ ὑγρὰ ἀντίθετα παρουσιάζουν πολὺ μικρὴ ἀντίσταση, ὅταν προσπαθήσωμε ν' ἀλλάξωμε τὸ σχῆμα τους, παρουσιάζουν ὅμως σημαντικὴ ἀντίσταση, ὅταν προσπαθήσωμε νὰ μεταβάλωμε τὸν ὄγκο τους. Ἔτσι π.χ. τὸ νερὸ δὲν παρουσιάζει καμμία ἀντίσταση ὅταν τὸ χύνωμε ἀπὸ τὸ κανάτι μέσα στὸ ποτήρι. Ἂν ὅμως κλείσωμε μιὰ ποσότητα νεροῦ μέσα σὲ ἕνα κυλινδρικὸ δοχεῖο, ὅπου ἐφαρμόζομε ἕνα ἔμβολο, καὶ προσπαθήσωμε νὰ συμπιέσωμε τὸ ὑγρὸ μέσα στὸν κύλινδρο, τότε θὰ δοῦμε ὅτι τὸ νερὸ δὲν ὑποχωρεῖ (σχ. 0·1 α).

Τὰ ἀέρια πάλι δὲν παρουσιάζουν σχεδὸν καμμία ἀντίσταση ὅταν προσπαθήσωμε νὰ ἀλλάξωμε τὸ σχῆμα τους. Ἔτσι π. χ. μποροῦμε ἄκοπα νὰ τὰ μεταφέρωμε ἀπὸ ἕνα δοχεῖο σὲ ἕνα ἄλλο.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Ἐπίσης παρουσιάζουν μικρὴ μόνον ἀντίσταση ὅταν προσπαθήσωμε νὰ τοὺς μεταβάλωμε τὸν ὄγκο. Ἂν, δηλαδή, κλείσωμε μία ποσότητα ἀέρος μέσα σὲ ἕναν κύλινδρο μὲ ἕνα ἔμβολο, μὲ λίγη δύ-

Σχ. 0·1 α.

Ὅταν βάλωμε ἕνα βάρος πάνω στο εμβολο, ποὺ κλείνει ἑρμητικὰ μία ποσότητα νεροῦ μέσα στὸ κυλινδρικὸ δοχεῖο, ὁ ὄγκος τοῦ νεροῦ δὲν ἐλαττώνεται καθόλου. Ἀντίθετα, ἂν τὸ κυλινδρικὸ δοχεῖο ἔχη μέσα ἀέρα, ὁ ἀέρας συμπιέζεται, καὶ ὁ ὄγκος του ἐλαττώνεται σημαντικά.

Σχ. 0·1 β.

ναμη μποροῦμε νὰ συμπιέσωμε τὸν ἀέρα - δηλαδὴ νὰ μικρύνωμε τὸν ὄγκο του σημαντικὰ - μέσα στὸν κύλινδρο (σχ. 0·1 β).

0·2 Διαστάσεις τῶν σωμάτων - μέτρηση τοῦ μήκους.

Εἴπαμε ὅτι σῶμα εἶναι κάθε τι ποὺ καταλαμβάνει χῶρο. Γιὰ νὰ δείξωμε πόσο μεγάλο εἶναι ἕνα σῶμα, πρέπει νὰ ποῦμε πόσο μακρύ, πόσο ψηλὸ ἢ βαθὺ καὶ πόσο παχὺ ἢ πλατὺ εἶναι. Αὐτὸ μποροῦμε νὰ τὸ κάνωμε ἂν μετρήσωμε τὸ σῶμα μὲ ἕνα μέτρο. Ὅταν μετροῦμε πόσο μακρύ, πλατύ, βαθὺ κλπ. εἶναι ἕνα

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

σῶμα, λέμε ὅτι μετροῦμε ἕνα μῆκος. Τὰ μήκη, ὅπως ξέρομε, τὰ μετροῦμε μὲ τὸ μέτρο (m) ἢ τὶς ὑποδιαιρέσεις του καὶ τὰ πολλαπλάσιά του. Στὸ μάθημα τῶν Μαθηματικῶν καὶ τῆς Φυσικῆς ἀναφέρονται ὅλες οἱ ὑποδιαιρέσεις καὶ τὰ πολλαπλάσια τοῦ μέτρου. Ἐδῶ θὰ ὑπενθυμίσωμε μόνο ἐκεῖνα ποὺ θὰ χρησιμοποιήσωμε σ' αὐτὸ τὸ βιβλίο:

πολλαπλάσιο: τὸ χιλιόμετρο, 1 km = 1 000 m
ὑποδιαιρέσεις: τὸ δεκατόμετρο, 1 dm = 0,1 m
τὸ ἑκατοστόμετρο, 1 cm = 0,01 m
τὸ χιλιοστόμετρο, 1 mm = 0,001 m
τὸ μικρὸ 1 μ = 0,001 mm = 0,000 001 m.

Στὴν Ἀμερικὴ καὶ στὴν Ἀγγλία χρησιμοποιοῦν ἄλλες μονάδες μήκους, ἀπὸ τὶς ὁποῖες σημασία γιὰ μᾶς ἔχει ἡ ἴντσα (in.) καὶ τὸ πόδι (ft.):

1 ἴντσα = 1 in. = 2,54 cm = 25,4 mm
1 πόδι = 1 ft. = 12 in. = 30,5 cm.

0·3 Μέτρηση - Μονάδες μετρήσεως.

Ὅπως εἴπαμε, μετροῦμε τὰ μήκη συγκρίνοντάς τα μὲ τὶς μονάδες μήκους, δηλαδή: τὸ μέτρο, τὶς ὑποδιαιρέσεις καὶ τὰ πολλαπλάσιά του ἢ μὲ τὶς Ἀγγλικὲς μονάδες. Γενικὰ λέμε ὅτι *μετροῦμε* κάτι, ὅταν τὸ συγκρίνωμε μὲ ἕνα ἄλλο πρᾶγμα τοῦ ἴδιου εἴδους μὲ αὐτὸ ποὺ μετροῦμε καὶ τὸ ὁποῖο παίρνομε ὡς μονάδα.

Ἔτσι π.χ. μετροῦμε μία ἐπιφάνεια συγκρίνοντάς την μὲ τὸ τετραγωνικὸ μέτρο ἢ μὲ τὶς ὑποδιαιρέσεις του. Οἱ μονάδες ἐπιφανείας προκύπτουν ἀπὸ τὶς μονάδες μήκους· γιὰ κάθε μονάδα μήκους ἔχομε καὶ μία μονάδα ἐπιφανείας (σχ. 0·3 α).

Ἔτσι ἀπὸ τὸ μέτρο (m) ἔχομε τὸ τετραγωνικὸ μέτρο (m^2), ἀπὸ τὸ δεκατόμετρο (dm) τὸ τετραγωνικὸ δεκατόμετρο (dm^2), ἀπὸ τὸ ἑκατοστόμετρο (cm) ἔχομε τὸ τετραγωνικὸ ἑκατοστόμετρο (cm^2) καὶ ὅμοια τὸ τετραγωνικὸ χιλιοστόμετρο (mm^2) ἢ

ἀπὸ τὶς ἀγγλικὲς μονάδες τὴν τετραγωνικὴ ἵντσα (sq.in.). Ἀξίζει ἐδῶ νὰ σημειώσωμε τὴν ἀντιστοιχία μεταξὺ τῶν διαφόρων μονάδων ἐπιφανείας:

$1\ m^2 = 100\ dm^2$
$1\ dm^2 = 100\ cm^2$
$1\ cm^2 = 100\ mm^2$
$1\ m^2 = 10\,000\ cm^2 = 1\,000\,000\ mm^2$
1 sq. in. $= 6{,}4516\ cm^2$.

Σχ. 0·3 α.
Ἀπὸ κάθε μονάδα μήκους προκύπτει μία μονάδα ἐπιφανείας καὶ μία μονάδα ὄγκου.

Κατὰ παρόμοιο τρόπο ἀπὸ κάθε μονάδα μήκους προκύπτει καὶ μία μονάδα ὄγκου (σχ. 0·3 α καὶ 0·3 β), ἔτσι ἔχομε:

Τὸ κυβικὸ μέτρο $1\ m^3 = 1000\ dm^3 = 1\,000\,000\ cm^3$
τὸ κυβικὸ δεκατόμετρο ἢ λίτρο $1\ dm^3 = 1\,000\ cm^3$
τὸ κυβικὸ ἑκατοστόμετρο $1\ cm^3 = 1\,000\ mm^3$
τὸ κυβικὸ χιλιοστόμετρο $1\ mm^3$
τὴν κυβικὴ ἵντσα 1 cu. in. $= 16{,}39\ cm^3$
τὸ κυβικὸ πόδι 1 cu. ft. $= 28{,}32\ dm^3$.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Κατὰ τὸν ἴδιο τρόπο μετροῦμε καὶ τὸν χρόνο συγκρίνοντάς τον μὲ τὶς διάφορες μονάδες χρόνου μὲ ἕνα ρολόϊ ἢ ἕνα χρονόμετρο.

Σχ. 0·3β.
Ἕνα κυβικὸ μέτρο ἔχει χίλια κυβικὰ δεκατόμετρα ἢ λίτρα : $1\ m^2 = 1\,000\ dm^2$.

Οἱ μονάδες χρόνου εἶναι σὲ ὅλο τὸν κόσμο οἱ ἴδιες καὶ εἶναι σὲ ὅλους γνωστές :

1 ὥρα (h) = 60 λεπτὰ (min), 1 λεπτὸ = 60 δευτερόλεπτα (sec).

Γράφομε σύντομα :

1 h = 60 min,
1 min = 60 sec,
1 h = 60 × 60 = 3 600 sec.

0·4 Τί εἶναι δύναμη.

Ὅλοι μας ἀντιλαμβανόμαστε τί ἐννοοῦμε μὲ τὴν λέξη δύναμη. δὲν μποροῦμε ὅμως νὰ ἐξηγήσωμε μὲ ἁπλὸ ὁρισμὸ τὴν ἔννοια της.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Λέμε ὅτι:

1. « βάζομε δύναμη » γιὰ νὰ σπρώξωμε ἕνα καροτσάκι,
2. « βάζομε δύναμη » γιὰ νὰ κρατήσωμε μιὰ πέτρα νὰ μὴν πέση,
3. « βάζομε δύναμη » γιὰ νὰ σταματήσωμε ἕνα βαρέλι ποὺ κυλᾶ,
4. ὁ τερματοφύλακας « βάζει δύναμη » γιὰ ν' ἀποκρούση τὴν μπάλλα,
5. « βάζομε δύναμη » γιὰ νὰ τεντώσωμε ἕνα κομμάτι λάστιχο.

Σὲ ὅλες αὐτὲς τὶς περιπτώσεις παρατηροῦμε ὅτι μὲ τὴν ἐπέμβασή μας ἀλλάζομε κάτι στὴν κατάσταση τοῦ σώματος.

Ἂν δὲν ἐφαρμόζαμε τὴ δύναμη :

1. τὸ καροτσάκι θὰ ἔμενε ἐκεῖ ποὺ ἦταν,
2. ἡ πέτρα θὰ ἔπεφτε κάτω,
3. τὸ βαρέλι θὰ κυλοῦσε πάρα πέρα,
4. ἡ μπάλλα θὰ ἔμπαινε γκόλ,
5. τὸ λάστιχο θὰ διατηροῦσε τὸ μῆκος ποὺ εἶχε πρίν.

Στὶς τέσσερις πρῶτες περιπτώσεις παρατηροῦμε ὅτι, ἢ δίνομε κίνηση σὲ σώματα (1), ἢ ἐμποδίζομε τὴν κίνησή τους (2) ἢ τοὺς τὴν ἀλλάζομε (3 καὶ 4). Μποροῦμε νὰ περιλάβωμε καὶ τὶς τέσσερις αὐτὲς περιπτώσεις σὲ μία φράση. Δηλαδὴ νὰ ποῦμε: « ἀλλάζομε τὴν κινητικὴ κατάσταση τῶν σωμάτων ».

Στὴν τελευταία περίπτωση παρατηροῦμε ὅτι δὲν ἀλλάζει μὲν ἡ κινητικὴ κατάσταση τοῦ λάστιχου, ἀλλάζει ὅμως τὸ σχῆμα του. Παρατηροῦμε ἐπίσης ὅτι, γιὰ νὰ ἀλλάξωμε τὸ σχῆμα ἑνὸς σώματος πρέπει νὰ καταβάλωμε δύναμη.

Ἐδῶ πρέπει νὰ παρατηρήσωμε ὅτι, σὲ ὅλες τὶς περιπτώσεις δυνάμεων ποὺ ἀναφέραμε, ἀλλάζει ἡ κινητικὴ κατάσταση ἢ τὸ σχῆμα τοῦ σώματος ὄχι ὅμως καὶ τὸ ὑλικὸ ἀπὸ τὸ ὁποῖο εἶναι κατασκευασμένο. Τὸ καροτσάκι ἐξακολουθεῖ νὰ εἶναι ἀπὸ ξύλο, ἡ πέτρα μένει πέτρα κλπ. Δὲν συμβαίνει δηλαδὴ ὅπως ὅταν βάλωμε ἕνα ξύλο στὴ φωτιὰ π.χ. ὅπου γίνεται στάκτη, δηλαδὴ ἀλλάζει ἡ οὐσία του. Ὥστε, ὅταν ἀσκοῦμε μία δύναμη πάνω σὲ ἕνα σῶμα,

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ἀλλάζει ἢ ἡ κινητική του κατάσταση ἢ τὸ σχῆμα του ἢ καὶ τὰ δύο, ὄχι ὅμως καὶ ἡ οὐσία του.

Δυνάμεις βλέπομε σὲ κάθε μας βῆμα, ἢ μᾶλλον, γιὰ νὰ μιλοῦμε σωστά, δὲν βλέπομε τὶς ἴδιες τὶς δυνάμεις ἀλλὰ μόνο τὰ ἀποτελέσματά τους. Ἔτσι:

— Ἄνθρωποι καὶ ζῶα περπατοῦν, πηδοῦν, τραβοῦν καρότσια, κινοῦν μηχανές.

— Κινητήριες μηχανὲς κινοῦν αὐτοκίνητα, πλοῖα, ἀεροπλάνα, ἀνελκυστῆρες.

— Πράγματα κρέμονται ἀπὸ σχοινιά, κτίρια στηρίζονται σὲ τοίχους καὶ στύλους, μαδέρια τρίζουν καὶ λυγίζουν σὰν πατοῦν οἱ ἐργάτες ἐπάνω.

— Ὁ ἄνεμος φυσᾶ καὶ σηκώνει κύματα, σπρώχνει καράβια, γυρίζει μύλους, λυγίζει τὰ φύλλα καὶ τὰ κλαδιὰ τῶν δένδρων.

Ἡ δύναμη ποὺ κάνει τὰ μαδέρια νὰ τρίζουν καὶ νὰ λυγίζουν εἶναι τὸ βάρος τῶν ἐργατῶν. *Βάρος ἑνὸς σώματος λέμε τὴ δύναμη μὲ τὴν ὁποία τὸ ἕλκει ἡ Γῆ.* Ἡ δύναμη αὐτὴ εἶναι κατακόρυφη καὶ διευθύνεται ἀπὸ πάνω πρὸς τὰ κάτω. Ὅλα τὰ σώματα ἔχουν βάρος, καὶ τὰ στερεὰ καὶ τὰ ὑγρὰ καὶ τὰ ἀέρια.

Ἀπὸ τὰ παραδείγματα αὐτὰ τῶν δυνάμεων ποὺ ἀναφέραμε, παρατηροῦμε ὅτι τὶς δυνάμεις μπορεῖ νὰ τὶς προκαλοῦν διαφορετικὰ αἴτια. Ἔτσι δύναμη ἀσκοῦν οἱ μῦς τοῦ ἀνθρωπίνου σώματος ὅταν συσπῶνται, δύναμη ἀσκεῖ καὶ ὁ ἀέρας πάνω στὰ πανιὰ τοῦ πλοίου. Δύναμη ἀσκεῖ τὸ ἠλεκτρικὸ ρεῦμα πάνω στὸ κινητὸ μέρος ἑνὸς ἠλεκτρικοῦ κινητήρα, ὅταν περνᾶ μέσα ἀπὸ τὸν κινητήρα, δύναμη ἀσκεῖ ὁ ἀτμὸς ἐπάνω στὸν κύλινδρο μιᾶς ἀτμομηχανῆς, ὅπως ἐπίσης δύναμη ἀσκοῦν καὶ τὰ ἐσωτερικὰ στρώματα τῆς Γῆς πάνω στὸ φλοιό της, ὅταν γίνεται ἔκρηξη ἡφαιστείου. Θὰ χρειαζόταν ἕνα βιβλίο πολὺ μεγαλύτερο ἀπὸ αὐτὸ γιὰ νὰ ἀριθμήσωμε τὰ διάφορα αἴτια τῶν δυνάμεων. Στὸ Κεφάλαιο περὶ Ἐνεργείας θὰ ἀναφέρωμε ἀκόμα μερικὲς πηγὲς δυνάμεως.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

0·5. Χαρακτηριστικὰ τῆς δυνάμεως - Πῶς παριστάνεται στὸ χαρτί.

Μιὰ μπάλλα εἶναι στὴ μέση ἑνὸς γηπέδου. Ἐὰν τὴν κλωτσήσω πρὸς τὰ δεξιὰ θὰ φύγῃ δεξιά, ἂν τὴν κλωτσήσω πρὸς τὰ ἀριστερὰ θὰ φύγῃ πρὸς τὰ ἀριστερά, ἂν τὴν κλωτσήσω δυνατὰ θὰ πάῃ μακρυά, ἂν τὴν κλωτσήσω μαλακὰ θὰ πάῃ κοντύτερα.

Σὲ ὅλες αὐτὲς τὶς περιπτώσεις ἀσκῶ δύναμη πάνω στὴ μπάλλα, τὴν μία ὅμως φορὰ ἡ μπάλλα πάει δεξιά, τὴν ἄλλη ἀριστερά, τὴν μία μακρυά, τὴν ἄλλη κοντά, τὴν μία ψηλά, τὴν ἄλλη χαμηλά. Ἔχομε κάθε φορὰ καὶ διαφορετικὸ ἀποτέλεσμα. Αὐτὸ σημαίνει πὼς καὶ οἱ δυνάμεις ποὺ ἀσκῶ εἶναι διαφορετικές. Σημασία, λοιπόν, ἔχει πόσο δυνατὰ κτυπῶ τὴν μπάλλα, σὲ ποιὸ σημεῖο τὴν κτυπῶ καὶ πρὸς τὰ ποῦ. Γιὰ νὰ περιγράψωμε λοιπὸν μία δύναμη πρέπει νὰ ἀναφέρωμε:

1. ποῦ ἐφαρμόζεται,
2. πόσο μεγάλη εἶναι, καὶ
3. πρὸς τὰ ποῦ κατευθύνεται.

Καὶ τὰ τρία αὐτὰ χαρακτηριστικὰ τὰ δείχνομε πάνω σὲ ἕνα σχῆμα (σχ. 0·5 β), ὅπου παριστάνομε τὴ δύναμη μὲ ἕνα βέλος. Ἀλλὰ πῶς ἀκριβῶς γίνεται αὐτὸ θὰ τὸ ἐξηγήσωμε πάρα κάτω.

Γιὰ νὰ καθορίσωμε πόσο μεγάλη εἶνα μία δύναμη, πρέπει νὰ τὴν μετρήσωμε· νὰ τὴν συγκρίνωμε δηλαδὴ μὲ μία ἀπὸ τὶς συνηθισμένες μονάδες δυνάμεως. Ἡ πιὸ συνηθισμένη μονάδα δυνάμεως εἶναι τὸ χιλιόγραμμο (kg) ἢ κιλό, ὅπως κοινὰ λέμε. Ἕνα χιλιόγραμμο εἶναι μὲ πρακτικὴ ἀκρίβεια τὸ βάρος ποὺ ἔχει ἕνα κυβικὸ δεκατόμετρο (dm^3) νεροῦ (σχ. 0·5 α). Πολὺ μεγάλες δυνάμεις τὶς μετροῦμε σὲ τόννους (t). Ἕνας τόννος εἶναι χίλια χιλιόγραμμα:

$$1\,t = 1\,000\,kg.$$

Πολὺ μικρὲς δυνάμεις τὶς μετροῦμε σὲ γραμμάρια (gr). Χίλια γραμμάρια κάνουν ἕνα χιλιόγραμμο:

$$1\,000\,gr = 1\,kg.$$

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Στὶς ἀγγλόφωνες χῶρες χρησιμοποιοῦν τὴν λίβρα (lb.), ἀγγλικὰ «πάουντ» (pound), γιὰ μονάδα δυνάμεως:

1 lb. = 0,454 kg 1 kg = 2,2 lb.

Παλαιότερα στὴν Ἑλλάδα χρησιμοποιοῦσαν τὴν ὀκὰ (1 ὀκὰ = 1,28 kg). Μία ὀκὰ ἔχει 400 δράμια καὶ 44 ὀκάδες κάνουν ἕναν στατήρα (καντάρι).

Σχ. 0·5 α.
Ἡ βασικὴ ἀρχὴ τοῦ μετρικοῦ συστήματος.

Τὶς δυνάμεις τὶς μετροῦμε συνήθως μὲ δυναμόμετρα (σχ. 0·5 β). Τὸ κοινὸ κανταράκι εἶναι καὶ αὐτὸ ἕνα εἶδος δυναμομέτρου.

Τὸ δυναμόμετρο εἶναι κατ' οὐσίαν ἕνα ἐλατήριο ἴσιο ἢ καμπύλο, ποὺ ἐπιμηκύνεται ὅταν κρεμάσωμε ἕνα βάρος (δύναμη) στὴν ἄκρη του. Ἡ ἐπιμήκυνση τοῦ ἐλατηρίου μᾶς δίνει τὸ μέγεθος τῆς δυνάμεως.

Μποροῦμε τώρα νὰ ἐξηγήσωμε πῶς παριστάνομε τὶς δυνάμεις στὸ χαρτί.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Ἂς ποῦμε ὅτι κλωτσοῦμε μία μπάλλα ἴσια ἐμπρὸς μὲ δύναμη 10 kg (σχ. 0·5 γ). Τὴν δύναμη αὐτὴ τὴν παριστάνομε στὸ χαρτὶ μὲ ἕνα βέλος, ὅπως φαίνεται στὸ σχῆμα 0·5 δ. Τὸ βέλος αὐτὸ ἔχει ἕνα σημεῖο ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως, ὡς διεύθυνση τὴν διεύθυνση τῆς δυνάμεως καὶ τὸ μῆκος του παριστάνει τὸ μέγεθος

Σχ. 0·5 β.

Διάφορα δυναμόμετρα. Ἀριστερὰ ἕνα κοινὸ κανταράκι.

Σχ. 0·5 γ.

τῆς δυνάμεως μὲ κάποια *κλίμακα δυνάμεων*. Ἔτσι π. χ. στὸ σχῆμα 0·5 δ ἡ κλίμαξ τῶν δυνάμεων εἶναι:

$$1\ \text{cm} \mathrel{\widehat{=}} 5\ \text{kg}$$

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

δηλαδὴ ἕνα ἑκατοστόμετρο τοῦ βέλους παριστάνει πέντε χιλιόγραμμα καὶ τὸ βέλος ὁλόκληρο ἔχει μῆκος 2 cm ≙ 10 kg. Θὰ μπορούσαμε ὅμως ἐλεύθερα νὰ διαλέξωμε καὶ μιὰν οἱαδήποτε ἄλλη κλίμακα δυνάμεων, π.χ. στὸ σχῆμα 0·5 ε παριστάνεται ἡ ἴδια δύναμη τῶν δέκα χιλιογράμμων ἀλλὰ μὲ διαφορετικὴ κλίμακα:

1 cm ≙ 2 kg.

Ἐδῶ ἡ δύναμη τῶν 10 kg παριστάνεται μὲ βέλος, ποὺ ἔχει μῆκος 5 cm.

Σχ. 0·5 δ.

Σχ. 0·5 ε.

Τὴν κλίμακα τῶν δυνάμεων τὴν διαλέγομε ἐμεῖς ὅπως μᾶς βολεύει (λ.χ. ἀνάλογα μὲ τὶς διαστάσεις τοῦ χαρτιοῦ ποὺ ἔχομε). Σημαντικὸ εἶναι πάντως νὰ γράφωμε στὸ χαρτὶ πού σχεδιάζομε τὴν κλίμακα τῶν δυνάμεων, ὥστε ἕνας ποὺ θὰ διαβάση τὸ σχέδιο νὰ μπορέση ἀμέσως νὰ βρῆ ἀπὸ τὸ μῆκος τῶν βελῶν τὰ μεγέθη τῶν δυνάμεων ποὺ παριστάνουν.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Ἐδῶ πρέπει νὰ παρατηρήσωμε ὅτι ἡ κλίμαξ τῶν δυνάμεων δὲν ἔχει καμμία ἀπολύτως σχέση μὲ τὴν κλίμακα τῶν μηκῶν τοῦ σχεδίου. Ἡ κλίμαξ τοῦ σχεδίου μᾶς λέει πόσο μικρότερα ἢ μεγαλύτερα παριστάνονται τὰ μήκη στὸ σχέδιο ἀπὸ τὴν πραγματικότητα, ἐνῶ ἡ κλίμαξ τῶν δυνάμεων δείχνει σὲ τί δύναμη ἀντιστοιχοῦν τὰ μήκη τῶν βελῶν τοῦ σχεδίου. Ἔτσι, στὸ σχῆμα 0·5 ζ βλέπομε ἕνα μοχλὸ σχεδιασμένο ὑπὸ κλίμακα μηκῶν 1 : 25, ἐνῶ τὶς δυνάμεις ποὺ ἀσκοῦνται ἐπάνω του ὑπὸ κλίμακα δυνάμεων 1 cm ≙ 50 kg.

Σχ. 0·5 ζ.

Γιὰ νὰ καθορίσωμε λοιπὸν ἐντελῶς μία δύναμη πρέπει νὰ προσδιορίσωμε:

— τὸ μέγεθός της σὲ χιλιόγραμμα ἢ σὲ κάποια ἄλλη μονάδα

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

δυνάμεως (10 kg στὸ προηγούμενο παράδειγμα).

– τὸ σημεῖο ἐφαρμογῆς τῆς (σημεῖο Κ στὰ σχήματα 0·5 δ καὶ 0·5 ε)

– τὴ διεύθυνσή της, δηλαδὴ πρὸς τὰ ποῦ τείνει νὰ κινήση ἡ δύναμη τὸ σῶμα. Τὴν διεύθυνση τῆς δυνάμεως τὴν παριστάνομε στὸ σχῆμα μὲ τὴν διεύθυνση τοῦ βέλους.

0·6 Διαίρεση τῆς Μηχανικῆς.

Στὴν παράγραφο 0·1 ἀναφέραμε ὅτι ὑπάρχουν τριῶν εἰδῶν σώματα: στερεά, ὑγρὰ καὶ ἀέρια. Εἴπαμε ἐπίσης ὅτι ἡ Μηχανικὴ ἐξετάζει τὴν δράση τῶν δυνάμεων πάνω στὰ σώματα. Μποροῦμε λοιπὸν νὰ διαιρέσωμε τὴν Μηχανική, ἀνάλογα μὲ τὶς κατηγορίες τῶν σωμάτων, σέ:

Μηχανικὴ τῶν Στερεῶν
Μηχανικὴ τῶν Ὑγρῶν, καὶ
Μηχανικὴ τῶν Ἀερίων.

Στὸ βιβλίο αὐτὸ θὰ ἐξετάσωμε μόνο τὴ Μηχανικὴ τῶν Στερεῶν, γιατὶ αὐτὴ ἔχει τὸ περισσότερο ἐνδιαφέρον γιὰ τὸν τεχνίτη τῆς βιομηχανίας. Συχνὰ ἄλλωστε, ὅταν λέμε ἁπλῶς «Μηχανική», ἐννοοῦμε τὴν Μηχανικὴ τῶν στερεῶν σωμάτων. Στοιχεῖα τῆς Μηχανικῆς τῶν ὑγρῶν καὶ τῶν ἀερίων διδάσκονται στὸ βιβλίο τῆς Φυσικῆς.

Στὰ παραδείγματα ποὺ ἀναφέραμε στὴν προηγουμένη παράγραφο παρατηρήσαμε ὅτι ἄλλοτε μία δύναμη κινεῖ τὸ σῶμα πάνω στὸ ὁποῖο ἐφαρμόζεται καὶ ἄλλοτε ὄχι· παρατηρήσαμε ἐπίσης ὅτι οἱ δυνάμεις παραμορφώνουν τὰ σώματα, πάνω στὰ ὁποῖα ἀσκοῦνται. Γι' αὐτὸν τὸν λόγο χωρίζομε τὴν Μηχανικὴ τῶν Στερεῶν στὰ ἑξῆς κεφάλαια:

1. *Στατική.*

Ἡ Στατικὴ ἐξετάζει τὶς δυνάμεις, ὅταν δροῦν πάνω σὲ σώ-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ματα κατὰ τέτοιον τρόπο, ὥστε νὰ ἰσορροποῦν, δηλαδὴ νὰ μὴν κινοῦνται τὰ σώματα αὐτά. Π.χ. μὲ τὴ βοήθεια τῆς Στατικῆς βρίσκομε πῶς μοιράζεται τὸ βάρος μιᾶς γέφυρας στὰ στηρίγματά της. Ἡ γέφυρα ἔχει βάρος, καὶ μεγάλο μάλιστα, ἀλλὰ δὲν κινεῖται· παρ' ὅλο ποὺ σηκώνει τὸ βάρος της, ποὺ καὶ αὐτὸ εἶναι δύναμη, ἑπομένως τὸ πρόβλημα εἶναι πρόβλημα Στατικῆς.

2. *Κινητική.*

Οἱ δυνάμεις, ὅπως εἴπαμε, κινοῦν τὰ σώματα, πάνω στὰ ὁποῖα ἀσκοῦνται· τὴν κίνηση αὐτὴ τὴν ἐξετάζει ἡ Κινητική, χωρὶς νὰ ἐξετάση καὶ τὴν αἰτία τῆς κινήσεως, δηλαδὴ τὶς δυνάμεις ποὺ τὴν προκαλοῦν. Ἔτσι π.χ. ἡ Κινητικὴ ἐξετάζει τὴν κίνηση ἑνὸς βλήματος κανονιοῦ, ἀλλὰ δὲν ἐξετάζει πόσο μεγάλες εἶναι ἢ τί διεύθυνση ἔχουν οἱ δυνάμεις ποὺ ἀσκοῦνται πάνω σ' αὐτό.

3. *Δυναμική.*

Ἡ Δυναμικὴ ἐξετάζει αὐτὸ ἀκριβῶς ποὺ παραλείπει ἡ Κινητική· δηλαδὴ τὸ πῶς προκαλοῦν οἱ δυνάμεις τὴν κίνηση τῶν σωμάτων. Ἔτσι π.χ. ἡ Κινητικὴ ἐξετάζει μόνο τὴν κίνηση ἑνὸς βλήματος κανονιοῦ, ἐνῶ ἡ Δυναμικὴ ἐξετάζει κυρίως πῶς ἐπιδροῦν οἱ διάφορες δυνάμεις στὴν κίνησή του. Ἐξετάζει δηλαδὴ τὴν ἐπίδραση τοῦ βάρους του, τὴν ἐπίδραση τῆς ὁρμῆς ποὺ τοῦ ἔδωσε τὸ κανόνι, τὴν ἐπίδραση τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος κ.λ.π.

4. *Ἀντοχὴ τῶν Ὑλικῶν.*

Ἡ Ἀντοχὴ τῶν Ὑλικῶν ἐξετάζει πῶς παραμορφώνουν οἱ δυνάμεις τὰ σώματα. Ἔτσι π.χ. τὸ πόσο κάμπτεται μία σανίδα, ὅταν πατᾶ κανεὶς ἐπάνω, ἢ πόσες διαστάσεις πρέπει νὰ ἔχη ἕνα δοκάρι ἢ ἕνας στύλος, ὥστε νὰ μὴ σπάση, εἶναι προβλήματα Ἀντοχῆς τῶν Ὑλικῶν. Ἐπίσης, τὸ πόσο βάρος μποροῦμε νὰ κρεμάσομε ἀπὸ ἕνα σχοινὶ ἀποτελεῖ πρόβ[illegible] Ἀντοχῆς τῶν Ὑλικῶν.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Μὲ αὐτὰ ποὺ εἴπαμε, μποροῦμε νὰ ἀντιληφθοῦμε ὅτι ἡ Μηχανικὴ εἶναι ἕνα πολὺ χρήσιμο μάθημα. Θὰ μᾶς εἶναι λ.χ. χρήσιμη γιὰ νὰ καταλάβωμε τὴ λειτουργία ὁποιασδήποτε μηχανῆς. Ἂς πάρωμε π.χ. ἕνα τόρνο στὸν ὁποῖο φτειάχνομε ἕνα σπείρωμα. Τὸ ἐργαλεῖο γιὰ νὰ κόψη χρειάζεται μιὰ ὁρισμένη δύναμη, τὴν ὁποία πρέπει νὰ δώση ὁ κινητήρας. Ὅλη αὐτὴ ἡ μετάδοση τῆς δυνάμεως ἀπὸ τὸν κινητήρα στὸν ἄξονα εἶναι πρόβλημα τῆς Μηχανικῆς (Δυναμικῆς καὶ Κινητικῆς). Τὸ σπείρωμα ποὺ ἀνοίγομε ἔχει ἕνα ὁρισμένο βῆμα· πρέπει λοιπὸν νὰ διαλέξωμε κατάλληλα τοὺς ὀδοντωτοὺς τροχοὺς ποὺ μεταδίδουν τὴν κίνηση ἀπὸ τὸν κινητήρα στὸν ἄξονα τοῦ τόρνου καὶ στὴ μεγάλη βίδα τοῦ τόρνου, ὥστε τὸ ἐργαλειοφορεῖο νὰ προχωρῆ σὲ κάθε στροφὴ τοῦ ἄξονα, ἀκριβῶς κατὰ τὸ βῆμα τοῦ σπειρώματος ποὺ ἀνοίγομε· αὐτὴ ἡ ἐκλογὴ τῶν ὀδοντωτῶν τροχῶν εἶναι ἐπίσης θέμα τῆς Μηχανικῆς (Κινητικῆς). Πρέπει ἀκόμα, ὅλα τὰ ἐξαρτήματα ποὺ ἀναφέραμε—ὁ ἄξονας, οἱ ὀδοντωτοὶ τροχοί, ἡ μεγάλη βίδα κλπ.—νὰ ἀντέχουν στὶς δυνάμεις ποὺ ἀσκοῦνται ἐπάνω τους· καὶ αὐτὸ εἶναι θέμα Μηχανικῆς (Στατικῆς καὶ Ἀντοχῆς Ὑλικῶν).

Μὲ αὐτὸ τὸ βιβλίο βέβαια δὲν θὰ μάθωμε νὰ ὑπολογίζωμε τὰ διάφορα ἐξαρτήματα οὔτε καὶ θὰ μποῦμε σὲ πολλὲς λεπτομέρειες. Θὰ μάθωμε ἁπλῶς τὶς βασικὲς ἀρχές, ὥστε νὰ μποροῦμε νὰ καταλαβαίνωμε τὰ φαινόμενα καλύτερα.

Τί καινούργιο μάθαμε;

1. Σῶμα εἶναι κάθε τι ποὺ καταλαμβάνει χῶρο.
2. Τὶς μετρήσεις τὶς κάνομε μὲ τὶς μονάδες. Μονάδες μήκους, ἐπιφανείας, ὄγκου καὶ χρόνου.
3. Δύναμη εἶναι αὐτὸ ποὺ κάνει τὰ σώματα νὰ ἀλλάζουν εἴτε τὴν κινητική τους κατάσταση, εἴτε τὸ σχῆμα τους.
4. Μονάδες γιὰ νὰ μετροῦμε τὶς δυνάμεις.
5. Πῶς παριστάνομε τὶς δυνάμεις στὸ χαρτὶ μὲ βέλη.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

6. Τὸ βάρος εἶναι καὶ αὐτὸ μία δύναμη σὰν ὅλες τὶς ἄλλες.
7. Ἡ Μηχανικὴ τῶν στερεῶν σωμάτων διαιρεῖται σέ: Στατική. Κινητική, Δυναμικὴ καὶ Ἀντοχὴ Ὑλικῶν.

Ἀσκήσου μόνος σου.

1. Πόσες ἴντσες εἶναι τὸ μέτρο;
2. Μέτρησε τὴν ἐπιφάνεια ἑνὸς δωματίου σὲ τετραγωνικὰ μέτρα.
3. Μέτρησε τὴν ἐπιφάνεια μιᾶς σελίδας τετραδίου σὲ τετραγωνικὰ ἑκατοστόμετρα· πόσες τετραγωνικὲς ἴντσες εἶναι ἡ ἐπιφάνεια αὐτή;
4. Μέτρησε τὸν ὄγκο ἑνὸς δωματίου σὲ κυβικὰ μέτρα.
5. Βρὲς τουλάχιστον πέντε διαφορετικὲς περιπτώσεις ἀπὸ τὴν καθημερινὴ ζωή, ὅπου παρατηροῦμε νὰ ἀσκοῦνται δυνάμεις. Πῶς καταλαβαίνεις ὅτι ὑπάρχουν αὐτὲς οἱ δυνάμεις; Δεῖξε τις στὸ χαρτὶ μὲ ἕνα πρόχειρο σκίτσο. Προσπάθησε νὰ τὶς μετρήσης.
6. Πόσα γραμμάρια ἔχει ὁ τόννος;
7. Πόσα γραμμάρια ζυγίζει τὸ δράμι;
8. Πόσες ὀκάδες κάνουν ἕνα τόννο;
9. Μέτρησε τὰ βάρη πέντε σωμάτων, σχεδίασέ τα μὲ βέλη σὲ ἕνα φύλλο χαρτὶ παριστάνοντας τὸ βάρος ἑνὸς χιλιογράμμου μὲ ἕνα ἑκατοστόμετρο.
10. Ζυγίσου σὲ ἕνα φαρμακεῖο καὶ ὑπολόγισε μετὰ τὸ βάρος σὲ λίβρες καὶ σὲ ὀκάδες.
11. Πόσο ζυγίζει ἕνα κυβικὸ ἑκατοστόμετρο νερό; Πόσο ἕνα κυβικὸ μέτρο;
12. Νὰ βρῆς ἕνα πρόβλημα ποὺ νὰ ὑπάγεται σὲ κάθε ἕνα ἀπὸ τὰ τέσσερα κεφάλαια τῆς Μηχανικῆς.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΔΥΝΑΜΕΙΣ

1·1 Ὁμόρροπες καὶ ἀντίρροπες δυνάμεις ποὺ δροῦν στὸ ἴδιο σημεῖο.

Στὸ σχῆμα 1·1 α βλέπομε δύο ζύγια τῶν 500 gr, ποὺ κρέμονται ἀπὸ δύο κλωστὲς περασμένες σὲ δύο τροχαλίες Τ καὶ δεμένες σὲ ἕναν κρίκο Α. Τὰ βάρη τῶν ζυγιῶν αὐτῶν μεταφέρονται πάνω

Σχ. 1·1 α.
Δύο δυνάμεις ἴσες καὶ ἀντίθετες ἰσορροποῦν.

στὸν κρίκο σὰν δύο ἀντίθετες δυνάμεις 500 gr. Ὁ κρίκος δὲν κινεῖται οὔτε πρὸς τὰ δεξιὰ οὔτε πρὸς τὰ ἀριστερά. Οἱ δύο δυνάμεις τῶν 500 gr ποὺ δροῦν ἐπάνω του, ἐξουδετερώνουν ἡ μία τὴν ἄλλη καὶ εἶναι σὰν νὰ μὴν δροῦσε καμμία δύναμη πάνω στὸν κρίκο. Λέμε τότε ὅτι οἱ δύο δυνάμεις ἰσορροποῦν.

Ἂν τώρα ἀφήσωμε τὸ δεξὶ ζύγι τῶν 500 gr στὴ θέση του καὶ στὴ τοῦ θέση ἀριστεροῦ κρεμάσωμε δύο ζύγια τῶν 300 καὶ 200 gr,

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα 1 · 1 β, τότε παρατηροῦμε ὅτι πάλι ὁ κρίκος Α δὲν κινεῖται. Ἡ δύναμη τῶν 500 gr ποὺ δρᾶ ἐπάνω του ἰσορροπεῖ τὶς δυνάμεις τῶν 300 gr καὶ 200 gr ποὺ δροῦν ἐπάνω του ἀλλὰ κατὰ τὴν ἀντίθετη διεύθυνση.

Σχ. 1·1 β.

200 gr + 300 gr = 500 gr. Οἱ δυνάμεις τῶν 200 gr καὶ τῶν 300 gr ἰσορροποῦν τὴ δύναμη τῶν 500 gr. Ἑπομένως ἡ συνισταμένη τους εἶναι 500 gr (διακεκομμένο βέλος).

Βλέπομε λοιπὸν ὅτι οἱ δύο δυνάμεις τῶν 200 gr καὶ τῶν 300 gr κάνουν ἀκριβῶς, ὅ,τι καὶ μία δύναμη 500 gr πρὸς τὰ ἀριστερά: ἰσορροποῦν μία δύναμη 500 gr πρὸς τὰ δεξιά. Τὴ δύναμη αὐτῶν τῶν 500 gr πρὸς τὰ ἀριστερά, ποὺ ἀντικαθιστᾶ τὶς δύο δυνάμεις τῶν 200 gr καὶ 300 gr, τὴν λέμε *συνισταμένη* τῶν δυνάμεων αὐτῶν. Ἡ συνισταμένη (500 gr) φέρνει τὸ ἴδιο ἀποτέλεσμα πάνω στὸ σῶμα μὲ τὸ ἀποτέλεσμα ποὺ φέρνουν οἱ δύο δυνάμεις (200 καὶ 300 gr) τὶς ὁποῖες ἀντικαθιστᾶ.

Γενικά, ὅταν σὲ ἕνα σημεῖο ἑνὸς σώματος δροῦν δυνάμεις ποὺ ἔχουν τὴν ἴδια διεύθυνση (εἶναι ὁμόρροπες), τότε μποροῦμε νὰ τὶς ἀντικαταστήσωμε μὲ μία δύναμη ἴση μὲ τὸ ἄθροισμά τους.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Δηλαδὴ στὸ σχῆμα 1·1 γ μποροῦμε τὶς δυνάμεις P_1, P_2, P_3 καὶ P_4 νὰ τὶς ἀντικαταστήσωμε μέ μία δύναμη P τέτοια, ὥστε:

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = P$$

δηλαδὴ $26 + 20 + 40 + 24 = 110$ kg.

Ἡ δύναμη P, ποὺ ἀντικαθιστᾶ τὶς τέσσερις ἄλλες δυνάμεις εἶναι ἡ συνισταμένη τους.

Ἂν στό σχῆμα 1·1 β εἴχαμε μόνο τὶς δυνάμεις τῶν 500 gr καὶ τῶν 300 gr, τότε ἡ δύναμη τῶν 300 gr θὰ ἰσορροποῦσε 300 gr ἀπὸ τὴν δύναμη τῶν 500 gr καί, ἔτσι, θὰ ἔμενε ἀκόμη δύναμη

Σχ. 1·1 γ.
Σύνθεση περισσοτέρων συγγραμμικῶν καὶ ὁμορρόπων δυνάμεων. Ἡ συνισταμένη ἔχει μέγεθος τὸ ἄθροισμα τῶν μεγεθῶν τοῦ συντελεστῆ.

200 gr πρὸς τὰ δεξιὰ ὄχι ἰσορροπημένη. Δηλαδὴ ἀντὶ νὰ ἔχωμε τὶς δυνάμεις τῶν 300 gr πρὸς τὰ ἀριστερὰ καὶ τὴ δύναμη τῶν 500 gr πρὸς τὰ δεξιά, εἶναι τὸ ἴδιο σὰν νὰ εἴχαμε μία δύναμη 200 gr πρὸς τὰ δεξιὰ (σχ. 1·1 δ). Τὴ δύναμη αὐτὴ τῶν 200 gr τοῦ σχήματος 1·1 δ τὴν λέμε πάλι συνισταμένη τῶν δυνάμεων τῶν 500 gr καὶ 300 gr.

Ὥστε, ὅταν ἔχωμε δύο ἀντίρροπες δυνάμεις ποὺ δροῦν πάνω

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

στὸ ἴδιο σημεῖο, μποροῦμε νὰ τὶς ἀντικαταστήσωμε μὲ μία ἄλλη δύναμη (τὴν συνισταμένη τους), ποὺ ἔχει διεύθυνση τὴν διεύθυνση τῆς μεγαλύτερης καὶ μέγεθος τὴ διαφορὰ τῶν δύο δυνάμεων.

Ὅπως εἴπαμε καὶ πιὸ πάνω, ἂν δύο ἀντίρροπες δυνάμεις εἶναι ἴσες, τότε οἱ δυνάμεις αὐτὲς ἰσορροποῦν ἡ μία τὴν ἄλλη καὶ ἡ συνισταμένη τους εἶναι μηδενική (σχ. 1·1 α). Γενικότερα, ἂν πάνω σὲ ἕνα σημεῖο ἐνεργοῦν περισσότερες δυνάμεις ποὺ εἶναι ὁμόρροπες ἢ ἀντίρροπες, τότε λέμε ὅτι οἱ δυνάμεις αὐτὲς ἰσορροποῦν, ὅταν ἡ συνισταμένη τους εἶναι μηδενική· ὅταν δηλαδὴ ἡ συνισταμένη τῶν πρὸς τὰ δεξιὰ δυνάμεων εἶναι ἴση μὲ τὴν συνισταμένη τῶν πρὸς τὰ ἀριστερὰ δυνάμεων.

Σχ. 1·1 δ.

500 gr — 300 gr = 200 gr. Οἱ δυνάμεις τῶν 500 gr ἔχουν συνισταμένη 200 gr (διακεκομμένο βέλος).

Σχ. 1·1 ε.

Ἔτσι λέμε ὅτι οἱ δυνάμεις τοῦ σχήματος 1·1 ε ἰσορροποῦν, διότι ἡ συνισταμένη τους εἶναι μηδενική. Πράγματι ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων ποὺ δροῦν πρὸς τὰ ἀριστερὰ εἶναι:

$$P = P_1 + P_2 = 5 + 3 = 8 \text{ kg}$$

καὶ τῶν πρὸς τὰ δεξιὰ εἶναι πάλι:

$$P' = P_3 + P_4 + P_5 = 2 + 3{,}5 + 2{,}5 = 8 \text{ kg}.$$

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Ἑπομένως, ἡ γενικὴ συνισταμένη τους εἶναι:

$$P - P' = 8 - 8 = 0.$$

1·2 Ἀρχὴ τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως.

Ἂν δύο ἄνθρωποι σπρώχνουν ὁ ἕνας τὸν ἄλλο μὲ τὴν ἴδια δύναμη, κανεὶς δὲν θὰ κινηθῇ ἀπὸ τὴ θέση του. Αὐτὸ γίνεται, διότι, ἡ δύναμη τοῦ ἑνὸς ἀνθρώπου εἶναι ἴση μὲ τὴν δύναμη τοῦ ἄλλου (σχ. 1·2 α).

Σχ. 1·2 α.

Σχ. 1·2 β.

Δράση καὶ ἀντίδραση.

Ὁ ἄνθρωπος αὐτός, ποὺ σπρώχνει τὸν τοῖχο, δέχεται ἀπ' αὐτὸν δύναμη ἴση καὶ ἀντίθετη μὲ αὐτὴν ποὺ ἀσκεῖ. Εἶναι δηλαδὴ σὰν νὰ εἴχαμε στὴ θέση τοῦ ἀνθρώπου ἀντὶ γιὰ τὸν τοῖχο ἕναν ἄλλο ἄνθρωπο (σχ. 1·2 β).

Στὸ σχῆμα 1·2 β βλέπομε ἕναν ἄνθρωπο νὰ σπρώχνη ἕνα τοῖχο· φυσικὰ ὅμως ὁ τοῖχος δὲν κινεῖται. Τί συμβαίνει; Ὁ ἄνθρωπος σπρώχνει μὲ ὅλη του τὴ δύναμη, αἰσθάνεται ἴσως καὶ τὰ χέρια του νὰ πονοῦν, ἀλλὰ ὁ τοῖχος δὲν κινεῖται. Πῶς ἐξηγεῖται αὐτό;

Ἀφοῦ ἡ δύναμη ποὺ ἀσκεῖ ὁ ἄνθρωπος δὲν φέρνει κανένα ἀποτέλεσμα, αὐτὸ σημαίνει ὅτι κάποια ἄλλη δύναμη ἰσορροπεῖ μὲ αὐτήν. Ἡ δύναμη αὐτὴ πρέπει, ὅπως εἴδαμε, νὰ εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετη μὲ αὐτὴν ποὺ βάζει ὁ ἄνθρωπος. Τὴν δύναμη αὐτὴ τὴν βάζει ὁ τοῖχος (ὅπως στὸ σχῆμα 1·2 β τὴν ἔβαζε ὁ ἄλλος

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ἄνθρωπος). Ὁ τοῖχος δηλαδή, ἀσκεῖ πάνω στὸν ἄνθρωπο ποὺ τὸν σπρώχνει δύναμη ἴση καὶ ἀντίθετη μὲ αὐτὴν ποὺ ἀσκεῖ ὁ ἄνθρωπος πάνω στὸν τοῖχο. Αὐτὸ στὴν ἀρχὴ μπορεῖ νὰ μᾶς φαίνεται περίεργο. Δὲν καταλαβαίνομε ἴσως πῶς ἕνα ἄψυχο καὶ ἀκίνητο πρᾶγμα, ὅπως ὁ τοῖχος, ἀσκεῖ δύναμη. Καὶ ὅμως πρέπει νὰ παραδεχθοῦμε, ὅτι ἀφοῦ ἡ δύναμη ποὺ ἀσκεῖ ὁ ἄνθρωπος ἐξουδετερώνεται καὶ δὲν κινεῖ τὸν τοῖχο, ὁ τοῖχος ἀσκεῖ πάνω στὸν ἄνθρωπο τόση ἀντίθετη δύναμη, ὅση ἀσκεῖ ὁ ἄνθρωπος πάνω στὸν τοῖχο. Τὴ δύναμη ποὺ ἀσκεῖ ὁ ἄνθρωπος πάνω στὸν τοῖχο τὴν λέμε *δράση*, ἐνῶ τὴ δύναμη ποὺ ἀσκεῖ ὁ τοῖχος τὴν λέμε *ἀντίδραση*. Οἱ δύο αὐτὲς δυνάμεις, ἡ δράση καὶ ἡ ἀντίδραση, ἰσορροποῦν.

Ἀπὸ τὸ φαινόμενο αὐτό, καθὼς καὶ ἀπὸ ἄλλα ὅμοια φαινόμενα (λ.χ. τὸ πῶς ὁ ἄνθρωπος ἢ ἕνα βαρὺ θεμέλιο ποὺ ἔχουν βάρος δὲν εἰσχωροῦν στὴ γῆ ὅπου στηρίζονται), φθάνομε σὲ ἕνα φυσικὸ νόμο: τὴν ἀρχὴ τῆς *δράσεως καὶ ἀντιδράσεως*. Ἡ ἀρχὴ αὐτὴ λέει γενικότερα ὅτι: «ὅταν ἕνα σῶμα Α ἀσκῆ πάνω σὲ ἕνα ἄλλο Β μία δύναμη (τὴ δράση), τότε καὶ τὸ σῶμα Β ἀσκεῖ πάνω εἰς τὸ Α μία δύναμη (ἀντίδραση) ἴση καὶ ἀντίθετη μὲ αὐτὴ ποὺ ἀσκεῖ τὸ Α πάνω στὸ Β».

Ὅταν ἕνα σῶμα, ποὺ ἐπάνω του ἀσκοῦνται δυνάμεις, συνδέεται ἢ στηρίζεται σὲ ἄλλο σῶμα, προκύπτουν στὸ σημεῖο συνδέσεως ἢ στηρίξεως αὐτὲς οἱ δύο δυνάμεις: ἡ δράση ἀπὸ τὸ ἕνα σῶμα καὶ ἡ ἀντίδραση ἀπὸ τὸ ἄλλο.

1·3 Δυνάμεις ποὺ ἐνεργοῦν πάνω στὸ ἴδιο σημεῖο.

Στὸ σχῆμα 1·3 α εἰκονίζονται δύο ἄνθρωποι ποὺ τραβοῦν μία βάρκα κατὰ μῆκος ἑνὸς αὐλακιοῦ. Ὁ ἕνας τὴν τραβᾶ κατὰ τὴν διεύθυνση *ΟΑ* καὶ ὁ ἄλλος κατὰ τὴν διεύθυνση *ΟΒ*, ἡ βάρκα ὅμως κινεῖται κατὰ τὴν διεύθυνση *ΟΣ*. Αὐτὸ σημαίνει ὅτι κάποια δύναμη κάνει τὴν βάρκα νὰ κινῆται κατὰ τὴν *ΟΣ* ἑπομένως οἱ δυνάμεις, ποὺ ἀσκοῦν οἱ ἄνθρωποι καὶ ποὺ ἔχουν διευθύν-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

σεις τὶς OA καὶ OB ἔχουν συνισταμένη μία δύναμη κατὰ τὴν διεύθυνση $O\Sigma$.

Τὸ μέγεθος καὶ τὴν διεύθυνση τῆς συνισταμένης δύο δυνάμεων, ποὺ ἐνεργοῦν πάνω στὸ ἴδιο σημεῖο, μποροῦμε νὰ τὴν βροῦμε

Σχ. 1·3 α.

κατὰ τὸν τρόπο ποὺ δείχνει τὸ σχῆμα 1·3 β. Κατασκευάζομε, δηλαδή, ἕνα παραλληλόγραμμο μὲ πλευρὲς τὶς δύο δυνάμεις καὶ φέρνομε τὴν διαγώνιό του. Ἡ διαγώνιος αὐτὴ τοῦ παραλληλογράμμου εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων. Τὴν μέθοδο αὐτή, γιὰ νὰ βρίσκωμε τὴν συνισταμένη, τὴν λέμε «μέθοδο τοῦ παραλληλογράμμου».

Τὴν δύναμη P τοῦ σχήματος 1·3 β εἴπαμε τὴν λέμε συνισταμένη τῶν P_1 καὶ P_2. Ἀντιστρόφως, τὶς δυνάμεις P_1 καὶ P_2,

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ποὺ μαζὶ μᾶς κάμουν τὴν P, τὶς λέμε *συνιστῶσες* τῆς P. Παρόμοια καὶ στὸ σχῆμα 1·1 ε, οἱ P_1, P_2, P_3 P_4 εἶναι συνιστῶσες τῆς P.

Σχ. 1·3 β.
Σύνθεση δύο συντρεχουσῶν δυνάμεων.

Στὸ σχῆμα 1·3 β παρατηροῦμε ὅτι οἱ δυνάμεις, ποὺ συνθέτομε, εἶναι 40 kg ἡ μία καὶ 25 kg ἡ ἄλλη, ἐνῶ ἡ συνισταμένη τους εἶναι 50 kg. Τὸ μέγεθος δηλαδὴ τῆς συνισταμένης εἶναι μικρότερο ἀπὸ τὸ ἄθροισμα τῶν μεγεθῶν τῶν δύο συνιστωσῶν:

$$50\ \text{kg} < 40\ \text{kg} + 25\ \text{kg} = 65\ \text{kg}.$$

Αὐτὸ δὲν πρέπει νὰ μᾶς παραξενεύη. Στὸ σχῆμα 1·3 γ βλέπομε πῶς μεταβάλλεται τὸ μέγεθος τῆς συνισταμένης δύο ἴσων δυνάμεων, ὅταν ἀλλάξη ἡ γωνία μεταξὺ τῶν δυνάμεων αὐτῶν. Στὸ σχῆμα αὐτὸ βλέπομε ὅτι ἡ συνισταμένη δύο δυνάμεων 100 kg μεταβάλλεται ἀπὸ 200 kg, ὅταν οἱ δυνάμεις εἶναι ὁμόρροπες (γωνία μεταξύ τους μηδέν), ἕως 0, ὅταν οἱ δυνάμεις εἶναι ἀντίρροπες (γωνία μεταξύ τους 180°).

Ἂς ξαναγυρίσωμε τώρα στὸ παράδειγμα τῆς βάρκας (σχ. 1·3 α). Ἂν ἕνας τρίτος ἄνθρωπος ἀρχίση νὰ τραβᾶ τὴν βάρκα ἀπὸ τὴν πρύμνη μὲ δύναμη $O'\Sigma'$ ἴση καὶ ἀντίθετη μὲ τὴν συνιστα-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

μένη $O\Sigma$ τῶν δύο ἄλλων, τότε ἡ βάρκα θὰ μείνη ἀκίνητη. Ὥστε ἡ τρίτη δύναμη ἰσορροπεῖ τὴν συνισταμένη τῶν δυνάμεων τῶν δύο ἄλλων. Δηλαδὴ τὶς δυνάμεις τῶν δύο ἀνθρώπων. Γιὰ τὸ λόγο αὐτὸ ὀνομάζομε τὴν δύναμη τοῦ τρίτου ἀνθρώπου *ἰσορροπούσα* τῶν δύο ἄλλων. Ἡ ἰσορροπούσα τῶν δυνάμεων P_1 καὶ P_2 τοῦ σχή-

Σχ. 1·3γ.

Τὸ μέγεθος τῆς συνισταμένης δύο δυνάμεων δὲν εἶναι ἴσο πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν συνιστωσῶν (παρὰ μόνον ὅταν οἱ δυνάμεις εἶναι συγγραμμικὲς καὶ ὁμόρροπες). Ὅσο αὐξάνει ἡ γωνία μεταξὺ τῶν δυνάμεων, τόσο μικρότερη γίνεται ἡ συνισταμένη.

ματος 1·3β εἶναι ἡ δύναμη P', ἴση καὶ ἀντίθετη μὲ τὴν συνισταμένη τους P.

1·4 Πειραματικὴ ἐπαλήθευση.

Στὸ σχῆμα 1·4α εἰκονίζεται μία ἁπλὴ διάταξη, μὲ τὴν ὁποία μποροῦμε πολὺ εὔκολα νὰ ἐπαληθεύσωμε αὐτὰ ποὺ εἴπαμε γιὰ τὴν σύνθεση δύο δυνάμεων.

Σὲ δύο σημεῖα ἑνὸς πίνακα καρφώνομε δύο μικρὲς ξύλινες τροχαλίες Α καὶ Β κατὰ τέτοιον τρόπο, ὥστε νὰ μποροῦν νὰ γυρίζουν γύρω ἀπὸ τὸν ἄξονά τους ἐλεύθερα. Γύρω ἀπὸ τὶς τροχαλίες αὐτὲς περνοῦμε κλωστές, ποὺ στὴν ἄκρη τους δένομε μικρὰ βάρη (ζύγια). Οἱ ἄλλες πάλι ἄκρες τους εἶναι δεμένες πάνω σὲ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ἕνα μικρὸ δακτυλίδι Δ, τὸ ὁποῖο στερεώνομε μὲ ἕνα καρφὶ σὲ ἕνα σημεῖο τοῦ πίνακα.

Ἂς ποῦμε ὅτι ἀπὸ τὴν ἀριστερὴ κλωστὴ κρεμοῦμε βάρος 200 gr, ἐνῶ ἀπὸ τὴν δεξιὰ 300 gr. Διαλέγοντας τότε μία βολικὴ κλίμακα σχεδιάζομε πάνω στὸν πίνακα καὶ κατὰ μῆκος τῶν κλωστῶν δύο βέλη *ΔΑ'* καὶ *ΔΒ'*, ποὺ παριστάνουν τὶς δυνάμεις ποὺ οἱ κλωστὲς μεταφέρουν ἐπάνω στὸ *Δ* καὶ ποὺ εἶναι ἴσες μὲ τὰ δύο βάρη τῶν 300 gr καὶ 200 gr. Στὸ σχῆμα τοῦ βιβλίου π.χ. ἔχομε διαλέξει ὡς κλίμακα ἕνα ἑκατοστόμετρο γιὰ τὰ 200 gr. Ἔπειτα

Σχ. 1 · 4 α.
Πειραματικὴ ἐπαλήθευση τῆς συνθέσεως δυνάμεων.

σχηματίζομε τὸ παραλληλόγραμμο τῶν δύο αὐτῶν δυνάμεων καὶ βρίσκομε ὅτι ἡ συνισταμένη τους εἶναι ἡ *ΔΣ*, ποὺ φαίνεται στὸ σχῆμα· μετροῦμε τὸ μῆκος *ΔΣ* καὶ βρίσκομε σὲ σχέση μὲ τὴν κλίμακα, ὅτι ἡ συνισταμένη ἔχει μέγεθος 380 gr.

Δένομε τότε μία τρίτη κλωστὴ στὸ δακτυλίδι καὶ τὴν περνοῦμε ἀπὸ μία τρίτη τροχαλία Γ ποὺ καρφώνομε στὸν πίνακα καὶ κατὰ τέτοιο τρόπο, ὥστε ἡ τρίτη κλωστὴ νὰ βρίσκεται στὴν ἴδια

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

εὐθεία μὲ τὴν $\Delta\Sigma$, δηλαδὴ νὰ ἔχη τὴ διεύθυνση τῆς συνισταμένης ποὺ βρήκαμε. Ἔπειτα κρεμοῦμε ἀπὸ τὴν τρίτη αὐτὴ κλωστὴ ἕνα βάρος 380 gr, δηλαδὴ ὅσο μέγεθος ἔχει ἡ συνισταμένη $\Delta\Sigma$, καὶ ξεκαρφώνομε τὸ καρφὶ ποὺ κρατοῦσε τὸ δακτυλίδι Δ. Παρατηροῦμε τότε ὅτι τὸ δακτυλίδι μένει ἀκίνητο· αὐτὸ σημαίνει ὅτι ἡ δύναμη τῶν 380 gr, ποὺ ἀσκήσαμε πάνω στὸ δακτυλίδι, ἰσορροπεῖ τὶς ἄλλες δύο, (εἶναι ἡ ἰσορροπούσα δύναμη). Ἔτσι βλέπομε καθαρά, ὅτι οἱ δύο δυνάμεις τῶν 200 gr καὶ 300 gr ἔχουν πραγματικὰ συνισταμένη 380 gr καὶ μάλιστα κατὰ τὴν διεύθυνση $\Delta\Sigma$, ποὺ βρήκαμε μὲ τὴν μέθοδο τοῦ παραλληλογράμμου.

Σχ. 1 · 4 β.

Οἱ δυνάμεις τοῦ σχήματος οἱ σχεδιασμένες μὲ πλήρη γραμμὴ ἰσορροποῦν. Παρατηροῦμε ὅτι κάθε μία εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετη μὲ τὴν συνισταμένη τῶν δύο ἄλλων (βλ. σχ. 1·4 α).

Μὲ τὸ πείραμα αὐτὸ βγάζομε ἀκόμη ἕνα συμπέρασμα: Γιὰ νὰ ἰσορροποῦν τρεῖς δυνάμεις, ποὺ ἀσκοῦνται πάνω σὲ ἕνα σημεῖο, πρέπει κάθε δύναμη νὰ εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετη μὲ τὴν συνισταμένη τῶν δύο ἄλλων. Οἱ δυνάμεις τοῦ σχήματος 1 · 4 α ἰσορροποῦν. Στὸ σχῆμα 1 · 4 α εἶναι φτειαγμένο τὸ παραλληλόγραμμο τῶν δυνάμεων τῶν 200 gr καὶ 300 gr καὶ βλέπομε ὅτι ἡ δύναμη τῶν 380 gr εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετη μὲ τὴν συνισταμένη τους. Τὸ ἴδιο θὰ παρατηρήσωμε ἂν κάνωμε καὶ τὸ παραλληλόγραμμο τῶν δυνάμεων τῶν 300 gr καὶ τῶν 380 gr (σχ. 1 · 4 β): Θὰ δοῦμε ὅτι ἡ συνισταμένη τους (διακεκομμένη) εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετη μὲ τὴν δύναμη τῶν 200 gr (ἰσορροπούσα). Τὸ ἴδιο ἰσχύει καὶ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

γιὰ τὶς δυνάμεις τῶν 200 gr καὶ τῶν 380 gr. Ἡ συνισταμένη τους (διακεκομμένη) εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετη μὲ τὴν δύναμη τῶν 300 gr (ἰσορροπούσα).

Ἐδῶ πρέπει νὰ σημειώσωμε, ἰδίως ἂν οἱ τροχαλίες δὲν γυρίζουν ἀρκετὰ ἐλεύθερα ἢ ἡ κλωστὴ εἶναι χονδρή, ὅτι, συνήθως, τὸ δακτυλίδι δὲν ἰσορροπεῖ μόνο στὴν θέση ὅπου τὸ εἴχαμε καρφωμένο, ἀλλὰ καὶ σὲ ἄλλες γειτονικές. Αὐτὸ δὲν σημαίνει ὅτι ὁ κανόνας τοῦ παραλληλογράμμου εἶναι λανθασμένος, σημαίνει ὅτι ἡ διάταξη ποὺ χρησιμοποιήσαμε δὲν εἶναι ἀρκετὰ ἀκριβής. Ἂν, ἀντὶ γιὰ ξύλινες τροχαλίες, χρησιμοποιούσαμε καλὰ λαδωμένες εὐκίνητες τροχαλίες ἀπὸ ἐλαφρὸ μέταλλο, π.χ. ἀλουμίνιο, καὶ πολὺ λεπτὴ κλωστή, τότε θὰ βλέπαμε ὅτι ὁ κανόνας τοῦ παραλληλογράμμου ἐπαληθεύεται μὲ μεγαλύτερη ἀκρίβεια.

1·5 Σύνθεση περισσοτέρων δυνάμεων ποὺ ἐνεργοῦν στὸ ἴδιο σημεῖο.

Στὸ σχῆμα 1·5α βλέπομε τέσσερις δυνάμεις P_1, P_2, P_3 καὶ P_4 νὰ ἐνεργοῦν πάνω σὲ ἕνα σημεῖο. Γιὰ νὰ βροῦμε τὴν συνισταμένη τους, συνθέτομε πρῶτα, μὲ τὴν μέθοδο τοῦ παραλληλογράμμου, τὶς P_1 καὶ P_2 καὶ βρίσκομε τὴν συνισταμένη τους P_{12}· ἔπειτα συνθέτομε τὴν συνισταμένη αὐτὴ μὲ τὴν P_3 καὶ βρίσκομε τὴν συνισταμένη P_{123} τῶν P_1, P_2 καὶ P_3. Τὴν P_{123} τὴν συνθέτομε μὲ τὴν σειρά της μὲ τὴν P_4 καὶ βρίσκομε τὴν συνισταμένη P τῶν δυνάμεων P_1, P_2, P_3 καὶ P_4.

Ἐφαρμόζομε, δηλαδή, τρεῖς φορὲς τὸν κανόνα τοῦ παραλληλογράμμου.

Πολὺ σημαντικὸ εἶναι ὅτι ἡ συνισταμένη ποὺ βρίσκομε εἶναι ἡ ἴδια, ἄσχετα μὲ τὸ ποιὲς δυνάμεις παίρνομε πρῶτες. Ἔτσι, τὸ σχῆμα 1·5β δείχνει πῶς βρίσκομε τὴν συνισταμένη τῶν δυνάμεων τοῦ σχήματος 1·5α, ἂν ἀρχίσωμε πρῶτα ἀπὸ τὶς P_2 καὶ P_4 καὶ βροῦμε τὴν συνισταμένη τους P_{24}, ἔπειτα συνθέσωμε τὶς P_{24} καὶ P_3

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

καὶ βροῦμε τὴν συνισταμένη τους P_{234} καὶ τέλος συνθέσωμε τὴν P_{234} μὲ τὴν P_1, πάλι θὰ βροῦμε τὴν ἴδια γενικὴ συνισταμένη. Στὸ σχῆμα 1·5γ εἰκονίζονται πάλι οἱ ἴδιες δυνάμεις, ἀλλὰ ἡ σύνθεσή τους γίνεται ὡς ἑξῆς: Πρῶτα συνθέτομε τὶς P_2 καὶ P_3 καὶ βρίσκομε τὴν συνισταμένη τους P_{23}, ἔπειτα τὶς P_1 καὶ P_4 καὶ βρίσκονται τὴν συνισταμένη τους P_{14} καὶ τέλος συνθέτομε τὶς δύο συνιστάμενες P_{14} καὶ P_{23} γιὰ νὰ βροῦμε πάλι τὴν ἴδια γενικὴ συνισταμένη P τῶν τεσσάρων δυνάμεων.

Σχ. 1·5α.

Σὰν γενικὸ κανόνα γιὰ τὴν σύνθεση περισσοτέρων δυνάμεων, ποὺ δροῦν πάνω σὲ ἕνα σημεῖο, λοιπόν, θὰ ποῦμε ὅτι πρέπει νὰ τὶς συνθέτωμε δυὸ-δυὸ ἕως ὅτου μείνη μόνο μία δύναμη, ποὺ θὰ εἶναι ἡ συνισταμένη ὅλων τῶν δυνάμεων· στὴν ἐργασία αὐτὴ δὲν ἔχει σημασία ἡ σειρά, μὲ τὴν ὁποία θὰ πάρωμε τὶς δυνάμεις, ἀλλὰ μόνο πρέπει νὰ προσέξωμε νὰ μὴν ξεχάσωμε καμμία δύναμη καὶ νὰ μὴν πάρωμε καὶ καμμιὰ ἄλλη δύο φορές.

Ἀπὸ ὅσα ξέρομε, εἶναι φανερὸ ὅτι ἡ ἰσορροπούσα τῶν δυνάμεων P_1, P_2, P_3, P_4 θὰ εἶναι μία δύναμη ἴση ἢ ἀντίθετη μὲ τὴν συνισταμένη τους, δηλαδὴ ἂν θέλωμε νὰ προσθέσωμε στὶς δυνά-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

μεις αὐτὲς ἄλλη μία δύναμη, ὥστε νὰ ἰσορροπήσουν, ἡ δύναμη αὐτὴ πρέπει νὰ εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετη μὲ τὴν συνισταμένη τους. Τὴ δύναμη αὐτή, ἡ ὁποία μαζὶ μὲ τὶς ἄλλες μᾶς δίνει συνισταμένη μηδενική, τὴν λέμε πάλι ἰσορροπούσα τῶν δυνάμεων αὐτῶν.

Σχ. 1·5 β.

Σχ. 1·5 γ.

1·6 Ἀνάλυση δυνάμεως σὲ δύο συνιστῶσες.

Στὸ σχῆμα 1·3 β εἴδαμε πῶς συνθέτομε δύο δυνάμεις ποὺ δροῦν πάνω σὲ ἕνα σημεῖο. Μποροῦμε ὅμως νὰ κάνωμε καὶ τὸ ἀντίθετο, δηλαδὴ μιὰ δύναμη ποὺ δρᾶ πάνω σὲ ἕνα σημεῖο, νὰ τὴν ἀναλύσωμε σὲ δύο συνιστῶσες κατὰ δύο διευθύνσεις.

Στὸ σχῆμα 1·6 α π.χ. ἀναλύομε τὴν δύναμη P σὲ δύο συνιστῶσες κατὰ τὶς διευθύνσεις τῶν εὐθειῶν χ καὶ ψ. Τὴν ἀνάλυση αὐτὴ τὴν κάνομε ὡς ἑξῆς: Ἀπὸ τὴν ἄκρη τῆς δυνάμεως P φέρνομε παραλλήλους πρὸς τὴν χ καὶ ψ καὶ ἔτσι σχηματίζομε ἕνα παραλληλόγραμμο· οἱ πλευρὲς τοῦ παραλληλογράμμου αὐτοῦ, ποὺ βρίσκονται δεξιὰ καὶ ἀριστερὰ ἀπὸ τὴν P, εἶναι οἱ συνιστῶσες τῆς P κατὰ τὶς διευθύνσεις χ καὶ ψ.

Ἡ ἀνάλυση μιᾶς δυνάμεως σὲ συνιστῶσες μᾶς εἶναι συχνὰ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

χρήσιμη, ὅπως φαίνεται ἀπὸ τὸ παρὰ κάτω παράδειγμα:

Στὸ σχῆμα 1·6 β εἰκονίζεται ἕνα βαρέλι πάνω σὲ ἕνα κεκλιμένο ἐπίπεδο. Ὅλοι ξέρομε ὅτι τὸ βάρος τῶν σωμάτων εἶναι κα-

Σχ. 1·6 α.
Ἀναλύομε μία δύναμη κατὰ δύο διευθύνσεις, φέρνοντας ἀπὸ τὴν ἀρχὴ καὶ τὸ πέρας τοῦ βέλους τῆς δυνάμεως παράλληλες πρὸς τὶς διευθύνσεις.

Σχ. 1·6 β.
Τὸ βάρος τοῦ βαρελιοῦ ἀναλύεται σὲ δύο συνιστῶσες, μία κάθετη καὶ μία παράλληλη πρὸς τὸ κεκλιμένο ἐπίπεδο. Τὴν κίνηση προκαλεῖ ἡ παράλληλη, ἐνῶ τὴν κάθετη τὴν ἰσορροπεῖ τὸ κεκλιμένο ἐπίπεδο.

τακόρυφο καὶ διευθύνεται ἀπὸ πάνω πρὸς τὰ κάτω. Τὸ βαρέλι, ὅμως, ποὺ κυλᾶ πάνω στὸ κεκλιμένο ἐπίπεδο, δὲν κινεῖται κατὰ τὴν διεύθυνση τοῦ βάρους B τοῦ βαρελιοῦ, ἀλλὰ κατὰ μῆκος τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου· ἑπομένως ὑπάρχει κάποια δύναμη ποὺ κι-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

νεῖ τὸ βαρέλι κατὰ τὴν διεύθυνση τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου. Γιὰ νὰ βροῦμε πόση εἶναι ἡ δύναμη αὐτή, θὰ χρησιμοποιήσωμε ὅ,τι μάθαμε γιὰ τὴν ἀνάλυση τῶν δυνάμεων.

Ἀναλύομε τὸ βάρος τοῦ βαρελιοῦ σὲ δύο συνιστῶσες, τὴν μία P_1, κατὰ μῆκος τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου καὶ τὴν ἄλλη P_2, κάθετα πρὸς αὐτό, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα 1·6β. Παρατηροῦμε ὅτι: Τὴν κίνηση τοῦ βαρελιοῦ κατὰ μῆκος τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου τὴν προκαλεῖ ἡ συνιστώσα P_1, ποὺ διευθύνεται κατὰ μῆκος τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, ἐνῶ τὴν συνιστώσα P_2 τοῦ βάρους τὴν ἰσορροπεῖ, σύμφωνα μὲ τὴν ἀρχὴ τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως, τὸ κεκλιμένο ἐπίπεδο μὲ δύναμη (ἀντίδραση) ἴση καὶ ἀντίθετη πρὸς τὴν P_2, τὴν P_2'.

Σχ. 1·6γ.
Εὕρεση τῆς δυνάμεως ποὺ ὑφίσταται τὸ κάθε ἕνα ἀπὸ τὰ σχοινιὰ ἀπὸ τὰ ὁποῖα κρέμεται ἕνα βάρος.

Ἄλλο παράδειγμα ἀναλύσεως δυνάμεως σὲ συνιστῶσες φαίνεται στὸ σχῆμα 1·6γ. Ἕνα βάρος κρέμεται ἀπὸ δύο σχοινιὰ τὰ α καὶ β. Πάνω στὸ σημεῖο (σῶμα) A ἀσκοῦνται τρεῖς δυνάμεις: Τὸ βάρος B καὶ οἱ δυνάμεις ποὺ ἀσκοῦν τὰ σχοινιὰ P_α καὶ P_β. Ζητοῦμε νὰ βροῦμε αὐτὲς τὶς δύο τελευταῖες δυνάμεις. Σύμ-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

φωνα μὲ τὴν ἀρχὴ τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως τὸ βάρος B πρέπει νὰ ἰσορροπῆται ἀπὸ μία δύναμη ἴση καὶ ἀντίθετη πρὸς αὐτή, τὴν ὁποία προκαλοῦν καὶ τὰ δύο σχοινιὰ μαζί. Ἑπομένως οἱ δυνάμεις ποὺ ἀσκοῦν τὰ σχοινιὰ πάνω στὸ σημεῖο A πρέπει νὰ ἔχουν συνισταμένη τὴν B', ἴση καὶ ἀντίθετη μὲ τὸ βάρος B. Δηλαδὴ γιὰ νὰ βροῦμε τὶς δυνάμεις P_α καὶ P_β, ποὺ ἀσκοῦν τὰ σχοινιά, πρέπει νὰ ἀναλύσωμε τὴν B' σὲ δύο συνιστῶσες κατὰ μῆκος τῶν σχοινιῶν μὲ τὴν μέθοδο τοῦ παραλληλογράμμου (σχ. 1·6γ). Ἔτσι βρίσκομε τὶς δυνάμεις P_α καὶ P_β ποὺ ἀσκοῦν τὰ σχοινιὰ ἐπάνω στὸ σῶμα Α καὶ ποὺ ἰσορροποῦν.

1·7 Σύνθεση δυνάμεων ποὺ δροῦν σὲ διαφορετικὰ σημεῖα ἑνὸς σώματος.

Ὡς τώρα μιλήσαμε γιὰ δυνάμεις ποὺ δροῦν πάνω σὲ ἕνα σημεῖο ἑνὸς σώματος. Συχνὰ ὅμως συμβαίνει νὰ ἐνεργοῦν δυνάμεις

Σχ. 1·7α.

πάνω σὲ διαφορετικὰ σημεῖα ἑνὸς σώματος. Π.χ. στὸ σχῆμα 1·7α βλέπομε δύο ἀνθρώπους νὰ τραβοῦν ἕνα κασόνι μὲ δύο σχοινιὰ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

AA' καὶ BB', ποὺ εἶναι δεμένα σὲ διαφορετικὰ σημεῖα A καὶ B τοῦ κασονιοῦ.

Γιὰ νὰ βροῦμε τὴν συνισταμένη αὐτῶν τῶν δυνάμεων μετακινοῦμε τὰ βέλη τους πάνω στὶς εὐθεῖες AA' καὶ BB' ὅπου βρίσκονται, ἕως τὸ σημεῖο Γ, ὅπου συναντῶται οἱ εὐθεῖες αὐτὲς καὶ τὶς συνθέτομε ὅπως συνθέτομε δυνάμεις ποὺ δροῦν πάνω στὸ ἴδιο σημεῖο (σχ. 1·7α καὶ σχ. 1·7β). Τὸ σημεῖο τομῆς βέβαια δὲν πειράζει ἂν βρίσκεται καὶ ἔξω ἀπὸ τὸ σῶμα.

Σχ. 1·7β.
Γιὰ νὰ συνθέσωμε δύο δυνάμεις ποὺ δὲν ἀσκοῦνται στὸ ἴδιο σημεῖο τὶς μεταφέρομε στὸ σημεῖο ὅπου συναντῶνται οἱ εὐθεῖες ποὺ δροῦν.

1·8 Ἡ μέθοδος τοῦ δυναμοπολυγώνου.

Στὸ σχῆμα 1·8α εἰκονίζονται οἱ τέσσερις δυνάμεις τοῦ σχήματος 1·5α, P_1, P_2, P_3, καὶ P_4 ποὺ δροῦν ἐπάνω στὸ σημεῖο K (συντρέχουσες δυνάμεις). Στὸ σχῆμα αὐτὸ εἰκονίζεται πάλι ἡ σύνθεση τῶν δυνάμεων μὲ τὴν γνωστὴ μέθοδο τοῦ παραλληλογράμμου. Ἡ μέθοδος αὐτὴ εἶναι εὔκολη, ἀλλὰ τὸ σχῆμα ποὺ προκύπτει εἶναι ἀρκετὰ πολύπλοκο, παρ' ὅλο ποὺ ἔχομε μόνο τέσσερις δυνάμεις. Παρατηροῦμε ὅμως ὅτι στὸ σχῆμα 1·8α τὸ τμῆμα $\alpha\beta$ εἶναι ἴσο καὶ παράλληλο πρὸς τὴν P_2, τὸ τμῆμα $\beta\gamma$ εἶναι ἴσο πρὸς τὴν P_3 καὶ τὸ τμῆμα $\gamma\delta$ ἴσο καὶ παράλληλο πρὸς τὴν P_4. Τὰ εὐθύγραμμα τμήματα $K\alpha$, $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ καὶ $\gamma\delta$

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

σχηματίζουν ἕνα πολύγωνο, τὸ ὁποῖο ὀνομάζομε *δυναμοπολύγωνο*. Οἱ πλευρὲς τοῦ δυναμοπολυγώνου εἶναι ἴσες καὶ παράλληλες πρὸς τὶς δυνάμεις ποὺ θέλομε νὰ συνθέσωμε. Παρατηροῦμε ὅτι ἡ συνισταμένη P τῶν δυνάμεων ποὺ συνθέτομε, εἶναι τὸ βέλος $K\delta$ ποὺ κλείνει τὸ δυναμοπολύγωνο· ἔχει δηλαδὴ ὡς ἀρχὴ τὴν K, τοῦ βέλους τῆς πρώτης δυνάμεως καὶ τέλος τὸ δ τοῦ βέλους τῆς τελευταίας.

Σχ. 1 · 8 α.
Σύνθεση δυνάμεων μὲ τὴν μέθοδο τοῦ δυναμοπολυγώνου.

Ὅταν ἔχωμε δηλαδὴ νὰ συνθέσωμε πολλὲς δυνάμεις ποὺ ἐνεργοῦν πάνω στὸ ἴδιο σημεῖο, τότε μποροῦμε νὰ τὶς συνθέσωμε ὡς ἑξῆς:

Ἀπὸ τὸ τέλος τοῦ βέλους τῆς πρώτης δυνάμεως σχεδιάζομε ἕνα βέλος ἴσο καὶ παράλληλο πρὸς τὴν δεύτερη δύναμη. Ἔπειτα ἀπὸ τὸ τέλος τοῦ βέλους αὐτοῦ φέρνομε ἕνα βέλος ἴσο καὶ παράλληλο πρὸς τὴν τρίτη δύναμη καὶ οὕτω καθεξῆς, μέχρις ὅτου σχηματίσωμε τὸ δυναμοπολύγωνο τῶν δυνάμεων ποὺ θέλομε νὰ συνθέσωμε. Ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων αὐτῶν εἶναι τὸ βέλος, ποὺ ἔχει ἀρχὴ τὴν ἀρχὴ τῆς πρώτης δυνάμεως τοῦ δυναμοπολυγώνου καὶ τέλος τὸ τέλος τῆς τελευταίας.

Καὶ ἐδῶ ἐπαναλαμβάνομε ὅτι δὲν ἔχει σημασία ἡ σειρὰ ποὺ θὰ πάρωμε τὶς δυνάμεις, ὅταν σχηματίζωμε τὸ δυναμοπολύγωνο.

Ἀπὸ τὴν μέθοδο τοῦ δυναμοπολυγώνου προκύπτει τὸ ἑξῆς ἐνδιαφέρον: Ἂν τὴν P τὴν πάρωμε μὲ ἀρχὴ τὸ δ καὶ πέρας τὸ K, δηλαδὴ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ἀντίθετα ἀπὸ τὴν συνισταμένη, τότε θὰ ἔχωμε τὴ δύναμη $K\delta = P'$, ποὺ εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετη μὲ τὴν συνισταμένη, θὰ ἔχωμε δηλαδὴ τὴν ἰσορροπούσα τῶν δυνάμεων P_1, P_2, P_3, P_4.

Βλέπομε ἀκόμη ὅτι οἱ δυνάμεις P_1, P_2, P_3, P_4, P' ἰσορροποῦν. Δηλαδή: ἂν συμβῇ στὸ δυναμοπολύγωνο νὰ πέση ἡ ἄκρη τοῦ βέλους τῆς τελευταίας δυνάμεως, ἀκριβῶς στὴν ἀρχὴ τοῦ βέλους τῆς πρώτης δυνάμεως, τότε ἡ συνισταμένη εἶναι μηδενική· οἱ δυνάμεις δηλαδὴ ἰσορροποῦν.

Σχ. 1·8β. Οἱ δυνάμεις P_1, P_2, P_3, P_4 καὶ P_5 ἰσορροποῦν.

Μιὰ τέτοια περίπτωση φαίνεται στὸ σχῆμα 1·8β. Οἱ δυνάμεις P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 ἰσορροποῦν γιατὶ τὸ δυναμοπολύγωνο κλείνει, δηλαδὴ ἡ ἄκρη τοῦ βέλους τῆς τελευταίας δυνάμεως συμπίπτει μὲ τὴν ἀρχὴ τοῦ βέλους τῆς πρώτης δυνάμεως.

1·9 Σύνθεση παραλλήλων καὶ ὁμορρόπων δυνάμεων.

Ὡς τώρα μιλήσαμε γιὰ σύνθεση δυνάμεων ποὺ δὲν εἶναι παράλληλες. Στὸ σχῆμα 1·9α εἰκονίζονται δύο παράλληλες δυνάμεις P_1 καὶ P_2, ποὺ ἐνεργοῦν πάνω σὲ διαφορετικὰ σημεῖα ἑνὸς σώματος καὶ εἶναι ὁμόρροπες, δηλαδὴ ἔχουν τὴν ἴδια διεύθυνση. Ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων αὐτῶν ἔχει μέγεθος τὸ ἄθροισμα τῶν δύο συνιστωσῶν καὶ βρίσκεται κάπου ἀνάμεσα ἀπὸ τὶς δύο δυνάμεις, δηλαδὴ εἶναι:

$$P = P_1 + P_2 .$$

Ἂν οἱ δύο δυνάμεις ἦταν ἴσες, τότε ἡ συνισταμένη τους θὰ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

περνοῦσε ἀπὸ τὸ μέσον τῆς ἀποστάσεως τῶν δύο δυνάμεων (σχ. 1·9 β). Στὴν περίπτωση τοῦ σχήματος 1·9 α, ὅπου οἱ δυνάμεις εἶναι ἄνισες, ἡ συνισταμένη θὰ βρίσκεται πλησιέστερα πρὸς τὴν δύναμη P_2 ποὺ εἶναι μεγαλύτερη. Ἡ θέση τῆς συνισταμένης βρίσκεται ὅπως φαίνεται στὸ σχῆμα.

Πάνω στὴν εὐθεία ὅπου βρίσκεται τὸ βέλος τῆς μικρότερης δυνάμεως, παίρνομε ἕνα τμῆμα AA' ἴσο μὲ τὴν μεγαλύτερη δύνα-

Σχ. 1·9 α.
Σύνθεση παραλλήλων καὶ ὁμορρόπων δυνάμεων.

μη P_2. Πάνω στὴν εὐθεία ὅπου βρίσκεται τὸ βέλος τῆς μεγαλύτερης δυνάμεως, παίρνομε ἕνα τμῆμα BB' ἴσο μὲ τὴν μικρότερη δύναμη P_1, ἀλλὰ κατὰ τὴν ἀντίθετη διεύθυνση ἀπὸ αὐτὴν ποὺ πήραμε τὸ τμῆμα AA'. Ἑνώνομε τὰ σημεῖα A' καὶ B' καὶ ἔτσι βρίσκομε τὸ σημεῖο K, ὅπου ἡ $A'B'$ τέμνει τὴν AB. Ἀπὸ τὸ σημεῖο αὐτὸ περνᾶ ἡ συνισταμένη P τῶν δυνάμεων P_1 καὶ P_2.

Ἔτσι, φέρνοντας ἀπὸ τὸ σημεῖο K μία παράλληλο πρὸς τὶς δυνάμεις P_1 καὶ P_2 καὶ παίρνοντας πάνω στὴν παράλληλο αὐτὴ ἕνα βέλος, ποὺ ἔχει μῆκος ὅσο εἶναι τὸ ἄθροισμα τῶν μηκῶν τῶν βελῶν ποὺ παριστάνουν τὶς δυνάμεις P_1 καὶ P_2, σχεδιάζομε τὴ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

συνισταμένη P τῶν δυνάμεων P_1 καὶ P_2. Παρατηροῦμε ὅτι ἡ συνισταμένη πάντα βρίσκεται πιὸ κοντὰ στὴν μεγαλύτερη δύναμη· αὐτὸ πρέπει νὰ μὴν τὸ ξεχνοῦμε.

Ἡ ἴση καὶ ἀντίθετη τῆς δυνάμεως αὐτῆς, ἡ P', εἶναι ἡ ἰσορροπούσα τῶν δυνάμεων P_1 καὶ P_2.

Σχ. 1·9 β.

Ἂν βάλωμε σὲ κάθε πιάτο τῆς ζυγαριᾶς ἀπὸ 100 gr βάρος, τότε βλέπομε ὅτι τὸ κανταράκι δείχνει 200 gr. Συμπεραίνομε ὅτι ἡ συνισταμένη δύο ἴσων καὶ παραλλήλων ὁμορρόπων δυνάμεων βρίσκεται ἀκριβῶς στὴ μέση τῶν συνιστωσῶν καὶ εἶναι ἴση μὲ τὸ ἄθροισμά τους.

1·10 Σύνθεση παραλλήλων καὶ ἀντιρρόπων δυνάμεων.

Στὸ σχῆμα 1·10 α εἰκονίζονται δύο δυνάμεις P_1 καὶ P_2, ποὺ ἐνεργοῦν σὲ δύο σημεῖα A καὶ B ἑνὸς σώματος καὶ εἶναι παράλληλες, ὅπως καὶ στὴν προηγούμενη παράγραφο, ἀλλὰ ἔχουν ἀντίθετες διευθύνσεις, εἶναι δηλαδὴ ἀντίρροπες. Ἡ συνισταμένη τῶν

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

δυνάμεων αὐτῶν ἔχει μέγεθος ὅσο εἶναι ἡ διαφορὰ τῶν μεγεθῶν τῶν συνιστωσῶν, δηλαδή:

$$P = P_2 - P_1,$$

ἔχει τὴν διεύθυνση τῆς μεγαλύτερης καὶ ἡ θέση της βρίσκεται κατὰ τὸν τρόπο ποὺ δείχνει τὸ σχῆμα 1 · 10 α.

Σχ. 1·10 α.
Σύνθεση παραλλήλων καὶ ἀντιρρόπων δυνάμεων.

Παίρνομε, δηλαδή, πάνω στὴν εὐθεία ὅπου βρίσκεται ἡ μικρότερη δύναμη P_1, ἕνα τμῆμα AA' ἴσο μὲ τὸ βέλος τῆς μεγαλύτερης δυνάμεως, τῆς P_2, καὶ πάνω στὴν εὐθεία, ὅπου εὑρίσκεται ἡ μεγαλύτερη P_2, ἕνα τμῆμα BB' ἴσο μὲ τὸ βέλος ποὺ παριστάνει τὴν μικρότερη δύναμη P_1 καὶ κατὰ τὴν ἴδια διεύθυνση μὲ αὐτὴν ποὺ πήραμε καὶ τὸ τμῆμα AA'. Ἑνώνομε τὸ A' μὲ τὸ B' καὶ προεκτείνομε τὴν εὐθεία $A'B'$ ἕως ὅτου κόψη τὴν προέκταση τῆς AB στὸ σημεῖο K. Ἡ συνισταμένη P τῶν δυνάμεων P_1 καὶ P_2 περνᾶ ἀπὸ τὸ σημεῖο K. Ξέρομε πλέον τὴν διεύθυνση τῆς συνισταμένης, τὸ μέγεθός της καὶ ἕνα σημεῖο· μποροῦμε, λοιπόν, νὰ τὴν σχεδιάσωμε.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Ἡ ἰσορροπούσα τῶν δύο δυνάμεων εἶναι ἡ P', ἴση καὶ ἀντίθετη μὲ τὴν συνισταμένη P.

Παρατηροῦμε ὅτι ἡ συνισταμένη εἶναι καὶ ἐδῶ ἀπὸ τὴν μεριὰ τῆς μεγαλύτερης δυνάμεως, ἀλλὰ πέρα ἀπ' αὐτήν.

Ἂν ἔχωμε περισσότερες ἀπὸ δύο παράλληλες δυνάμεις, τότε γιὰ νὰ τὶς συνθέσωμε τὶς παίρνομε δύο-δύο, καὶ τὶς συνθέτομε διαδοχικά, μέχρις ὅτου μείνῃ μόνο μία, ποὺ εἶναι ἡ τελικὴ συνισταμένη.

Σχ. 1·10 β.
Σύνθεση περισσοτέρων παραλλήλων δυνάμεων.

Ἕνα τέτοιο παράδειγμα βλέπομε στὸ σχῆμα 1·10 β. Συνθέτομε πρῶτα τὶς δυνάμεις P_1 καὶ P_2. Οἱ δυνάμεις αὐτὲς εἶναι ἀντίρροπες, ἡ συνισταμένη τους ἑπομένως ἔχει μέγεθος τὴν διαφορὰ τῶν δυνάμεων:

$$P_{12} = P_1 - P_2$$

καὶ διεύθυνση τὴν διεύθυνση τῆς μεγαλύτερης, δηλαδὴ τῆς P_1 (πρὸς τὰ κάτω). Γιὰ νὰ βροῦμε τὴ θέση της παίρνομε πάνω στὴν εὐθεία τῆς P_1 ἕνα τμῆμα AA' ἴσο μὲ τὴν δύναμη P_2 καὶ πάνω στὴν εὐθεία τῆς P_2 ἕνα τμῆμα BB' ἴσο μὲ τὴν δύναμη P_1 καὶ τὰ δύο αὐτὰ τμήματα τὰ παίρνομε ἀπὸ τὴν ἴδια μεριὰ τῆς εὐθείας AB. Ἡ συνισταμένη P_{12} τῶν δυνάμεων P_1 καὶ P_2 περνᾶ ἀπὸ τὸ σημεῖο Δ, ὅπου ἡ $A'B'$ τέμνει τὴν AB.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Τὶς δυνάμεις P_1 καὶ P_2 τὶς ἀντικαταστήσαμε μὲ μία δύναμη, τὴν P_{12}· μένει νὰ συνθέσωμε τὶς δυνάμεις P_{12} καὶ P_3. Οἱ δυνάμεις αὐτὲς εἶναι ὁμόρροπες, ἑπομένως ἡ συνισταμένη τους εἶναι ἴση μὲ τὸ ἄθροισμά τους:

$$P = P_{12} + P_3$$

καὶ ἔχει τὴν ἴδια διεύθυνση μὲ αὐτές. Γιὰ νὰ βροῦμε τὴ θέση της παίρνομε πάνω στὴν εὐθεία τῆς P_{12} ἕνα τμῆμα $\Delta\Delta'$ ἴσο μὲ τὴν P_3 καὶ πάνω στὴν εὐθεία τῆς P_3 ἕνα τμῆμα $\Gamma\Gamma'$ ἴσο μὲ τὴν P_{12}· τὰ τμήματα αὐτὰ τὰ παίρνομε ἀπὸ διαφορετικὲς μεριὲς τῆς εὐθείας $\Delta\Gamma$ (δηλαδὴ τῆς AB). Ἡ συνισταμένη P τῶν δυνάμεων P_{12} καὶ P_3 περνᾶ ἀπὸ τὸ σημεῖο K, ὅπου τέμνονται οἱ εὐθεῖες $\Delta'\Gamma'$ καὶ $\Delta\Gamma$. Ἡ δύναμη P_{12} εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων P_1 καὶ P_2, ἑπομένως ἡ δύναμη P, ποὺ εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων P_{12} καὶ P_3, εἶναι ἡ γενικὴ συνισταμένη τῶν δυνάμεων P_1, P_2 καὶ P_3.

Σχ. 1·10 γ.
Ζεῦγος δυνάμεων.

Ἐδῶ πρέπει πάλι νὰ παρατηρήσωμε ὅτι δὲν ἔχει σημασία ἡ σειρὰ ποὺ θὰ πάρωμε τὶς δυνάμεις, φθάνει νὰ τὶς πάρωμε ὅλες καὶ νὰ μὴν πάρωμε καμμία δύο φορές.

Ὅταν δύο παράλληλες καὶ ἀντίρροπες δυνάμεις εἶναι ἴσες (σχ. 1·10 γ), δὲν μποροῦν νὰ ἀντικατασταθοῦν ἀπὸ μία μοναδικὴ συνισταμένη. Ἂν πάνω σὲ ἕνα σῶμα ἐνεργοῦν δύο τέτοιες ἴσες

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

παράλληλες καὶ ἀντίροπες δυνάμεις, τότε τὸ σῶμα αὐτὸ δὲν θὰ μετατεθῆ ἀπὸ τὴν θέση του, ἀλλὰ θὰ περιστρέφεται.

Δύο ἴσες, παράλληλες καὶ ἀντίροπες δυνάμεις λέμε ὅτι ἀποτελοῦν ἕνα *ζεῦγος δυνάμεων*. Ὀνομάζομε *ροπὴ* ἑνὸς ζεύγους δυνάμεων τὸ γινόμενο τοῦ μεγέθους μιᾶς ἀπὸ τὶς δυνάμεις ἐπὶ τὴν ἀπόστασή τους. Π.χ. ἡ ροπὴ τοῦ ζεύγους ποὺ φαίνεται στὸ σχῆμα 1·10 γ εἶναι:

$$M = P \cdot l = 40\,\mathrm{kg} \times 0{,}2\,\mathrm{m} = 8\,\mathrm{mkg}.$$

1·11 Ροπές.

Ὅλοι μας ξέρομε ὅτι εἶναι πιὸ εὔκολο (δηλαδὴ χρειάζεται νὰ βάλη κανεὶς μικρότερη δύναμη) νὰ ἀνοίξη κανεὶς μία πόρτα ἂν σπρώχνη ἀπὸ τὸ πόμολο, παρὰ ἂν σπρώχνη κοντὰ στὸ μεντεσὲ (σχ. 1·11 α). Οἱ περισσότεροι ἐπίσης θὰ ἔχουν παρατηρήσει

Σχ. 1·11 α.
Μιὰ πόρτα ἀνοίγει μὲ μικρότερη προσπάθεια ὅταν σπρώχνωμε ἀπὸ τὸ πόμολο παρὰ ὅταν σπρώχνωμε κοντὰ στὸν μεντεσέ.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ὅτι βάζοντας τὴν ἴδια δύναμη μποροῦμε νὰ σηκώσωμε περισσότερο βάρος μὲ ἕνα μακρὺ μοχλὸ παρὰ μὲ ἕνα κοντὸ (σχ. 1 · 11 β). Πράγματι, ἂν δοκιμάσωμε νὰ σηκώσωμε ἕνα βάρος μὲ ἕνα μοχλὸ θὰ παρατηρήσωμε ὅτι, ὅσο μακρύτερα ἀπὸ τὸ ὑπομόχλιο πιέζομε τὸ μοχλό, τόσο λιγότερη δύναμη χρειαζόμαστε, καὶ μάλιστα πιέζοντας σὲ διπλάσια ἀπόσταση ἀπὸ τὸ ὑπομόχλιο χρειαζόμαστε τὴ μισὴ δύναμη, πιέζοντας σὲ τριπλάσια χρειαζόμαστε τὸ τρίτο τῆς δυνάμεως. Ἀντίθετα: Πιέζοντας στὴ μισὴ ἀπόσταση χρειαζόμαστε διπλάσια δύναμη καὶ πιέζοντας στὸ τρίτο τῆς ἀποστάσεως χρειαζόμαστε τριπλὴ δύναμη (σχ. 1 · 11 η). Βλέπομε δηλαδὴ ὅτι ἡ δύναμη ποὺ βάζομε κάθε φορὰ ἀλλάζει, τὸ γινόμενο ὅμως τῆς δυνάμεως ποῦ ἀσκοῦμε ἐπὶ τὴν ἀπόστασή της ἀπὸ τὸ ὑπομόχλιο εἶναι σταθερό, ὅπως φαίνεται ἀπὸ τοὺς ἀριθμοὺς τοῦ σχήματος.

Σχ. 1·11 β.
Μὲ τὴν ἴδια δύναμη μποροῦμε νὰ σηκώσωμε μεγαλύτερο βάρος ἂν χρησιμοποιήσωμε μακρύτερο μοχλό.

Ἀπὸ αὐτές τὶς παρατηρήσεις προέκυψε ἕνα νέο μέγεθος, ἡ *ροπή*. Ροπὴ μιᾶς δυνάμεως, ὡς πρὸς ἕνα σημεῖο, ὀνομάζομε τὸ γινόμενο τῆς δυνάμεως ἐπὶ τὴν ἀπόσταση τῆς δυνάμεως ἀπὸ τὸ σημεῖο, (σχ. 1·11). Δηλαδή:

ΡΟΠΗ = (ΔΥΝΑΜΗ) × (ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΔΥΝΑΜΕΩΣ ΑΠΟ ΣΗΜΕΙΟ).

Τὶς ροπὲς τὶς μετροῦμε συνήθως σὲ μετροχιλιόγραμμα (mkg). (Συχνὰ τὰ μετροχιλιόγραμμα τὰ λέμε ἢ τὰ γράφομε χιλιογραμ-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

μόμετρα (kgm)). Ἕνα μετροχιλιόγραμμο (1 mkg) εἶναι ἡ ροπὴ μιᾶς δυνάμεως ἑνὸς χιλιογράμμου (kg) ὡς πρὸς ἕνα σημεῖο ποὺ ἀπέχει ἕνα μέτρο (1 m) ἀπὸ αὐτὴν (σχ. 1·11 γ). Δηλαδή, ὅταν

Σχ. 1·11 γ.

Σχ. 1·11 δ. $M = P \cdot l$.

μετροῦμε τὶς δυνάμεις σὲ kg καὶ τὰ μήκη σὲ m, μετροῦμε τὶς ροπὲς σὲ mkg. Ἔτσι π.χ. στὸ σχῆμα 1·11δ βρίσκομε ὅτι ἡ ροπὴ τῆς δυνάμεως P ὡς πρὸς τὸ σημεῖο A εἶναι:

(ροπὴ) = (δύναμη) × (ἀπόσταση δυνάμεως ἀπὸ σημεῖο)

ἢ μὲ σύμβολα: $M = P \cdot l = 5\,\text{kg} \times 0{,}3\,\text{m} = 1{,}5\,\text{mkg}$.

Ἂν μετρήσωμε τὶς δυνάμεις καὶ τὰ μήκη μὲ ἄλλες μονάδες, λ.χ. σὲ τόννους (t) καὶ σὲ ἑκατοστόμετρα (cm), τότε βολικὸ εἶναι νὰ μετρήσωμε τὶς ροπὲς σὲ (cm · t). Ὅμοια μποροῦμε νὰ τὶς μετρήσωμε σὲ τοννόμετρα (tm) κ.ο.κ.

Ὅταν ἔχωμε νὰ κάνωμε μὲ τὶς ροπὲς περισσοτέρων δυνάμεων

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ὡς πρὸς τό ἴδιο σημεῖο, τότε μᾶς ἐνδιαφέρει νὰ τὶς προσθέσωμε, ἀκριβῶς ὅπως κάναμε μὲ τὶς δυνάμεις· θὰ ζητήσωμε νὰ βροῦμε τὴν *συνισταμένη ροπή*.

Σχ. 1·11 ε.

Ἀλλὰ προσοχή: πρέπει νὰ προσθέτωμε μόνο ροπὲς δυνάμεων ποὺ τείνουν νὰ περιστρέψουν τὸ σῶμα κατὰ τὴν ἴδια φορά. Ἔτσι π.χ. στὸ σχῆμα 1·11 ε, οἱ ροπὲς τῶν δυνάμεων P_1, P_3 καὶ P_4, ὡς πρὸς τὸ σημεῖο O, τείνουν νὰ γυρίσουν τὸ σῶμα κατὰ τὴν φορὰ τῶν δεικτῶν τοῦ ρολογιοῦ (πρὸς τὰ δεξιὰ) — ἐνῶ οἱ ροπὲς τῶν δυνάμεων P_2 καὶ P_5, πάλι ὡς πρὸς τὸ σημεῖο O, τείνουν νὰ περιστρέψουν τὸ σῶμα κατὰ τὴν ἀντίθετη φορὰ (πρὸς τὰ ἀριστερά). Ἔτσι ἔχομε τὶς ἑξῆς ροπές, ποὺ τείνουν νὰ γυρίσουν τὸ σῶμα κατὰ τὴν δεξιόστροφη φορά:

ροπὴ τῆς P_1: 10 kg × 0,40 m = 4 mkg
ροπὴ τῆς P_3: 48 kg × 0,25 m = 12 mkg
ροπὴ τῆς P_4: 20 kg × 0,10 m = 2 mkg
σύνολο ροπῶν κατὰ τὴν φορὰ τῶν δεικτῶν τοῦ ρολογιοῦ: 18 mkg

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ἐνῶ κατὰ τὴν ἀντίθετη φορὰ ἔχομε τὶς ἑξῆς ροπές:

ροπὴ τῆς P_2 : 28 kg × 0,32 m = 8,96 mkg
ροπὴ τῆς P_5 : 18 kg × 0,12 m = 2,16 mkg
σύνολο ροπῶν κατὰ φορὰ ἀντίθετη τῶν δεικτῶν τοῦ ρολογιοῦ: 11,12 mkg

Ἔτσι, λοιπόν, βρήκαμε ὅτι πάνω στὸ σῶμα αὐτὸ ἔχομε ροπὴ 18 mkg κατὰ τὴν δεξιόστροφη φορὰ καὶ 11,12 mkg κατὰ τὴν ἀριστερόστροφη. Τὸ τελικὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν, ἡ συνισταμένη ροπὴ εἶναι:

18,00 — 11,12 = 6,88 mkg κατὰ τὴν δεξιόστροφη φορά.

Σχ. 1·11 ζ.

Ἐπαλήθευση ὅτι ἡ ροπὴ τῆς συνισταμένης εἶναι ἴση μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν συνιστωσῶν.

Πολὺ σημαντικό, σχετικὰ μὲ τὶς ροπές, εἶναι τὸ ἑξῆς: Ἡ ροπὴ τῆς συνισταμένης περισσοτέρων δυνάμεων εἶναι ἴση μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν συνιστωσῶν. Τὴν ἐπαλήθευση αὐτοῦ βλέπομε στὸ σχῆμα 1·11 ζ, ὅπου ἔχομε τρεῖς δυνάμεις P_1, P_2, P_3.

Βρίσκομε τὴν συνισταμένη τους P, ἐφαρμόζοντας δύο φορὲς τὸν κανόνα τοῦ παραλληλογράμμου. Ἂς δοῦμε τὶς ροπὲς τῶν δυνάμεων αὐτῶν ὡς πρὸς τὸ σημεῖο O.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Ροπὴ τῆς P_1: 3 kg × 0,45 m = 1,35 mkg δεξιόστροφη
Ροπὴ τῆς P_2: 4 kg × 0,50 m = 2,00 mkg δεξιόστροφη
Ροπὴ τῆς P_3: 3,5kg × 0,39 m = 1,365 mkg ἀριστερόστροφη
Δηλαδὴ ἔχομε ροπὴ δεξιόστροφη 1,35 + 2,00 = 3,350 mkg
καὶ κατὰ τὴν ἀντίθετη (ἀριστερόστροφη) φορὰ = 1,365 mkg.
Δηλαδὴ ἡ ροπὴ ὅλων τῶν συνιστωσῶν μαζὶ
εἶναι δεξιόστροφη ροπὴ: 1,985 mkg.

Σχ. 1·11 η.

α) Ὅταν ἡ ἀπόσταση τῆς δυνάμεως ἀπὸ τὸ ὑπομόχλιο εἶναι 1,00 m χρειάζεται 20 kg γιὰ νὰ σηκώσωμε τὸ βάρος,
β) στὴ διπλὴ ἀπόσταση χρειαζόμαστε 10 kg, δηλαδὴ τὴν μισὴ δύναμη,
γ) ἐνῶ στὴ μισὴ ἀπόσταση χρειαζόμαστε 40 kg, δηλαδὴ τὴν διπλὴ δύναμη.
Τὸ γινόμενο τῆς δυνάμεως ἐπὶ τὴν ἀπόσταση ἀπὸ τὸ ὑπομόχλιο (ἡ ροπὴ δηλαδὴ) εἶναι τὸ ἴδιο καὶ στὶς τρεῖς περιπτώσεις.

Ἡ ροπὴ τῆς συνισταμένης εἶναι:

7 kg × 0,28 m = 1,96 mkg πρὸς τὰ δεξιά.

Βλέπομε δηλαδὴ ὅτι, παρ' ὅλο ποὺ εἶναι μικρὸ τὸ σχῆμα, ἡ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ἐπαλήθευση ἔγινε ἀρκετὰ καλὰ μὲ πολὺ μικρὸ λάθος. Τὴν ἐπαλήθευση αὐτὴ μποροῦμε νὰ τὴν κάνωμε σὲ κάθε περίπτωση συνθέσεως δυνάμεων.

Ὅταν ἡ συνισταμένη εἶναι μηδέν, δηλαδὴ ὅταν οἱ δυνάμεις ἰσορροποῦν, τότε ἡ ροπὴ τῆς συνισταμένης, δηλαδὴ τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν συνιστωσῶν ὡς πρὸς ὁποιοδήποτε σημεῖο θὰ εἶναι ἴσο μὲ τὸ μηδέν.

Τί καινούργιο μάθαμε ;

1. Συνισταμένη μερικῶν δυνάμεων εἶναι ἡ δύναμη ποὺ κάνει ἀκριβῶς τὴν ἴδια δουλειὰ (φέρνει τὸ ἴδιο ἀποτέλεσμα) μὲ αὐτές. Ἰσορροπούσα μερικῶν δυνάμεων εἶναι ἡ δύναμη ποὺ τὶς ἰσορροπεῖ. Ἡ ἰσορροπούσα καὶ ἡ συνισταμένη εἶναι πάντα δυνάμεις ἴσες καὶ ἀντίθετες.

2. Ἡ συνισταμένη ὁμορρόπων δυνάμεων, ποὺ ἐνεργοῦν πάνω στὸ ἴδιο σημεῖο, εἶναι ἴση μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν συνιστωσῶν. Ἡ συνισταμένη δύο ἀντιρρόπων δυνάμεων, ποὺ ἐνεργοῦν πάνω στὸ ἴδιο σημεῖο, εἶναι ἴση μὲ τὴν διαφορὰ τῶν συνιστωσῶν καὶ ἔχει τὴν ἴδια διεύθυνση μὲ τὴν μεγαλύτερη ἀπὸ τὶς δύο δυνάμεις.

3. Ἡ συνισταμένη δύο συντρεχουσῶν δυνάμεων εἶναι ἡ διαγώνιος τοῦ παραλληλογράμμου, ποὺ ἔχει πλευρὲς τὶς δυνάμεις ποὺ συνθέτομε. Ἡ συνισταμένη εἶναι μικρότερη ἀπὸ τὸ ἄθροισμα τῶν συνιστωσῶν.

4. Γιὰ νὰ ἀναλύσωμε μία δύναμη σὲ δύο συνιστῶσες, κατὰ δύο διευθύνσεις φέρνομε ἀπὸ τὸ πέρας τῆς δυνάμεως παράλληλες πρὸς τὶς δύο αὐτὲς διευθύνσεις. Οἱ πλευρὲς τοῦ παραλληλογράμμου, ποὺ σχηματίζεται κατ' αὐτὸν τὸν τρόπο, εἶναι οἱ συνιστῶσες ποὺ ζητοῦμε.

5. Γιὰ νὰ συνθέσωμε δύο δυνάμεις ποὺ δροῦν σὲ διαφορετικὰ σημεῖα ἑνὸς σώματος, προεκτείνομε τὶς δυνάμεις ὥσπου, νὰ τμη-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

θοῦν (ἔστω ἔξω ἀπὸ τὸ σῶμα) καὶ ἐφαρμόζομε τὴν μέθοδο τοῦ παραλληλογράμμου.

6. Γιὰ νὰ βροῦμε τὴν ροπὴ μιᾶς δυνάμεως ὡς πρὸς ἕνα σημεῖο πολλαπλασιάζομε τὸ μέγεθος τῆς δυνάμεως ἐπὶ τὴν ἀπόστασή της ἀπὸ τὸ σημεῖο.

7. Ἡ συνισταμένη δύο παραλλήλων καὶ ὁμορρόπων δυνάμεων ἔχει μέγεθος ὅσο τὸ ἄθροισμα τῶν συνιστωσῶν, εἶναι παράλληλη καὶ ἔχει τὴν ἴδια διεύθυνση μὲ αὐτὲς καὶ βρίσκεται ἀνάμεσά τους καὶ πιὸ κοντὰ στὴ μεγαλύτερη.

8· Ἡ συνισταμένη δύο παραλλήλων καὶ ἀντιρρόπων δυνάμεων ἔχει μέγεθος τὴν διαφορὰ τῶν συνιστωσῶν εἶναι παράλληλη πρὸς αὐτὲς καὶ βρίσκεται ἔξω ἀπὸ αὐτὲς πρὸς τὴν μεριὰ τῆς μεγαλυτέρας δυνάμεως.

9. Δυναμοπολύγωνο εἶναι ἕνα πολύγωνο ποὺ ἔχει ὡς πλευρὲς βέλη παράλληλα καὶ ἴσα πρὸς τὶς δυνάμεις ποὺ ἐξετάζομε. Ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων εἶναι ἐκείνη ποὺ ἔχει ἀρχὴ τὴν ἀρχὴ τῆς πρώτης καὶ πέρας τὸ πέρας τῆς τελευταίας. Ἡ ἰσορροπούσα τῶν δυνάμεων εἶναι ἀντίθετη μὲ τὴν συνισταμένη, δηλαδὴ ἔχει ἀρχὴ τὸ πέρας τῆς τελευταίας δυνάμεως καὶ πέρας τὴν ἀρχὴ τῆς πρώτης. Ἂν τὸ δυναμοπολύγωνο τῶν δυνάμεων ποὺ ἐξετάζομε εἶναι κλειστό, δηλαδὴ τὸ πέρας τῆς τελευταίας συμπίπτει μὲ τὴν ἀρχὴ τῆς πρώτης δυνάμεως, τότε οἱ δυνάμεις αὐτὲς ἰσορροποῦν.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΚΕΝΤΡΑ ΒΑΡΟΥΣ

2·1 Κέντρο παραλλήλων δυνάμεων.

Στὸ σχῆμα 2·1 α εἰκονίζεται ἕνα σῶμα, πάνω στὸ ὁποῖο ἐνεργοῦν δύο παράλληλες δυνάμεις, ποὺ ἐφαρμόζονται στὰ σημεῖα *A* καὶ *B*. Στὸ σχῆμα 2·1β εἰκονίζεται τὸ ἴδιο σῶμα καὶ πάνω του δροῦν οἱ ἴδιες δυνάμεις στὰ ἴδια σημεῖα, ἀλλὰ τὸ ἔχομε γυ-

Σχ. 2·1 α. Σχ. 2·1 β.

Συνθέτοντας τὶς δυνάμεις τῶν 40 καὶ 20 χιλιογράμμων στα σχήματα αὐτά, βλέπομε ὅτι ἡ συνισταμένη τους τέμνει τὴν εὐθεία AB πάντα στὸ ἴδιο σημεῖο *K*, παρ' ὅλο ποὺ ὁ προσανατολισμὸς τῶν δυνάμεων ὡς πρὸς τὸ σῶμα (σ) εἶναι διαφορετικὸς στὰ δύο σχήματα.

ρίσει καὶ οἱ δυνάμεις τώρα ἔχουν διαφορετικὴ διεύθυνση σχετικὰ μ' αὐτό. Ἂν συνθέσωμε, καὶ στὰ δύο σχήματα, τὶς δύο δυνάμεις (μὲ τὸν τρόπο ποὺ μάθαμε στὴν παρ. 1·9), θὰ παρατηρήσωμε ὅτι ἡ συνισταμένη τους τέμνει καὶ τὶς δύο φορὲς τὴν εὐθεία ποὺ ἑνώνει τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς τους στὸ ἴδιο σημεῖο *K*.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Ἀπὸ τὰ δύο αὐτὰ σχήματα συμπεραίνομε ὅτι, ὅταν πάνω σ' ἕνα σῶμα δροῦν δύο παράλληλες δυνάμεις, ἡ συνισταμένη τους περνᾶ πάντα ἀπὸ τὸ ἴδιο σημεῖο. Τὸ ἴδιο γίνεται καὶ ὅταν ἔχωμε περισσότερες παράλληλες δυνάμεις: Ἡ συνισταμένη τους περνᾶ πάντα ἀπὸ τὸ ἴδιο σημεῖο τοῦ σώματος. Τὸ σημεῖο αὐτὸ K τὸ λέμε *κέντρο* τῶν δύο αὐτῶν παραλλήλων δυνάμεων.

Σχ. 2·1 γ.
Κέντρο τριῶν παραλλήλων δυνάμεων. Συνθέτομε πρῶτα τὶς δυνάμεις P_B καὶ $P_Γ$ καὶ βρίσκομε τὸ κέντρο τους $Λ$, δηλαδὴ τὸ σημεῖο ὅπου ἡ συνισταμένη τους τέμνει τὴν εὐθεία ΒΓ. Ἔπειτα συνθέτομε τὴν συνισταμένη $P_{BΓ}$ μὲ τὴν P_A καὶ βρίσκομε τὸ κέντρο τους K. Τὸ σημεῖο K εἶναι τὸ κέντρο τῶν τριῶν δυνάμεων P_A, P_B, $P_Γ$.

Τὸ σχῆμα 2 · 1 γ δείχνει πῶς βρίσκομε τὸ κέντρο τριῶν παραλλήλων δυνάμεων. Συνθέτομε, δηλαδή, πρῶτα τὶς δύο δυνάμεις P_B καὶ $P_Γ$ ποὺ ἐφαρμόζονται στὰ σημεῖα B καὶ $Γ$ καὶ βρίσκομε τὸ κέντρο τους $Λ$. Τὸ κέντρο τους εἶναι τὸ σημεῖο $Λ$, ὅπου ἡ συνισταμένη τους $P_{BΓ}$ τέμνει τὴν εὐθεία ποὺ ἑνώνει τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς τους B καὶ $Γ$. Ἔπειτα συνθέτομε τὴν συνισταμένη $P_{BΓ}$ τῶν δύο πρώτων δυνάμεων μὲ τὴν τρίτη δύναμη P_A καὶ βρίσκομε τὸ κέντρο τους K. Εἶναι δὲ πάλι τὸ κέντρο αὐτὸ τὸ σημεῖο ὅπου ἡ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

συνισταμένη τους P τέμνει τὴν εὐθεία ποὺ ἑνώνει τὸ σημεῖο A ὅπου ἐφαρμόζεται ἡ συνισταμένη τῶν δύο πρώτων, μὲ τὸ σημεῖο A ὅπου ἐφαρμόζεται ἡ τρίτη δύναμη P_A.

2·2 Τί εἶναι κέντρο βάρους.

Τὸ βάρος ἑνὸς σώματος εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν βαρῶν τῶν διαφόρων σημείων τοῦ σώματος (σχ. 2·2 α). Τὰ βάρη ὅμως αὐτὰ εἶναι δυνάμεις παράλληλες, ἔχουν λοιπὸν ἕνα κέντρό. Ὑπάρχει δηλαδή, ἕνα σημεῖο, ἀπὸ τὸ ὁποῖο περνᾶ ἡ συνισταμένη τους, τὸ βάρος τοῦ σώματος. Τὸ κέντρο αὐτὸ τῶν βαρῶν τῶν σημείων τοῦ σώματος τὸ λέμε *κέντρο βάρους* τοῦ σώματος. Τὸ σημεῖο αὐτὸ εἶναι πάντα τὸ ἴδιο, ὅπως καὶ ἂν γυρίσωμε τὸ σῶμα.

Σχ. 2·2 α.
Τὸ βάρος ἑνὸς σώματος εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν βαρῶν τῶν διαφόρων σημείων τοῦ σώματος. Τὸ κέντρο τῶν βαρῶν αὐτῶν εἶναι τὸ κέντρο βάρους τοῦ σώματος.

Τὸ κέντρο βάρους δηλαδὴ εἶναι ἕνα σημεῖο, στὸ ὁποῖο μποροῦμε νὰ θεωρήσωμε ὅτι εἶναι συγκεντρωμένο ὅλο τὸ βάρος τοῦ σώματος.

Ὅταν κρεμοῦμε ἕνα σῶμα ἀπὸ ἕνα σημεῖο A, τότε αὐτὸ παίρνει τέτοια θέση, ὥστε τὸ κέντρο βάρους K τοῦ σώματος νὰ εἶναι ἀκριβῶς κάτω ἀπὸ τὸ σημεῖο A, ἀπὸ τὸ ὁποῖο τὸ κρεμάσαμε (στὴν ἴδια κατακόρυφο), (σχ. 2·2 β).

Χρησιμοποιώντας αὐτὴν τὴν παρατήρηση μποροῦμε νὰ βροῦμε ἀρκετὰ εὔκολα τὸ κέντρο βάρους σωμάτων ἐπιπέδων, σωμάτων δηλαδὴ μὲ μικρὸ πάχος σχετικὰ μὲ τὸ μῆκος ἢ τὸ πλάτος τους, σωμάτων ποὺ εἶναι σὰν πλάκες, λ.χ. ἀπὸ χαρτί, λαμαρίνα, κόν-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

τρα-πλακὲ κλπ. Κρεμοῦμε, δηλαδή, μὲ ἕνα νῆμα τὸ σῶμα, τοῦ ὁποίου θέλομε νὰ προσδιορίσωμε τὸ κέντρο βάρους, ἀπὸ ἕνα σημεῖο A καὶ χαράζομε πάνω του τὴν κατακόρυφο AB ποὺ περνᾶ ἀπὸ τὸ σημεῖο, ἀπὸ τὸ ὁποῖο τὸ ἔχομε κρεμάσει, χαράζομε δηλαδὴ πάνω στὸ σῶμα τὴν προέκταση τοῦ νήματος (σχ. 2·2 β). Τὸ κέντρο βάρους θὰ βρίσκεται πάνω στὴν εὐθεία αὐτή. Ἔπειτα κρεμοῦμε τὸ σῶμα ἀπὸ ἕνα ἄλλο σημεῖο του $Γ$ καὶ ξανακάνομε τὴν ἴδια δουλειά, δηλαδὴ χαράζομε τὴ κατακόρυφο $ΓΔ$ (σχ. 2·2 γ). Τὸ κέντρο βάρους πάλι θὰ βρίσκεται στὴν δεύτερη αὐτὴ κατακόρυφο ποὺ χαράξαμε.

Σχ. 2·β.

Σχ. 2·2γ

Εὕρεση τοῦ κέντρου βάρους. Κρεμοῦμε τὸ σῶμα ἀπὸ ἕνα σημεῖο του καὶ χαράζομε πάνω του τὴν κατακόρυφο ποὺ περνᾶ ἀπὸ τὸ σημεῖο αὐτό. Τὸ ἴδιο κάνομε κρατώντας τὸ σῶμα ἀπὸ ἕνα ἄλλο σημεῖο. Τὸ σημεῖο ὅπου τέμνονται οἱ δύο αὐτὲς εὐθεῖες εἶναι τὸ κέντρο βάρους τοῦ σώματος.

Ἀφοῦ λοιπόν, πρέπει τὸ κέντρο βάρους νὰ βρίσκεται καὶ στὶς δύο αὐτὲς εὐθεῖες ἐπάνω, αὐτὸ σημαίνει ὅτι τὸ κέντρο βάρους τοῦ σώματος εἶναι τὸ σημεῖο K, ὅπου τέμνονται οἱ δύο αὐτὲς εὐθεῖες ποὺ χαράξαμε. Ἂν κρεμάσωμε τὸ σῶμα καὶ ἀπὸ ἕνα τρίτο σημεῖο, τότε θὰ δοῦμε ὅτι ἡ κατακόρυφος ποὺ περνᾶ ἀπὸ τὸ τρίτο αὐτὸ σημεῖο, περνᾶ καὶ αὐτὴ ἀπὸ τὸ κέντρο βάρους.

2·3 Ἁπλὰ παραδείγματα - Κέντρο βάρους ἁπλῶν γεωμετρικῶν σχημάτων.

Ἡ μέθοδος ποὺ ἀναπτύξαμε στὴν προηγούμενη παράγραφο γιὰ νὰ βρίσκωμε τὸ κέντρο βάρους ἑνὸς ἐπιπέδου σώματος, δηλα-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

δὴ νὰ τὸ κρεμοῦμε πρῶτα ἀπὸ ἕνα καὶ ἔπειτα ἀπὸ ἕνα ἄλλο σημεῖο του καὶ νὰ βρίσκωμε τὸ σημεῖο ὅπου τέμνονται οἱ κατακόρυφες, εἶναι μὲν σωστὴ καὶ συνήθως εὔκολη, ἀλλὰ μερικὲς φορὲς δὲν μποροῦμε νὰ τὴν ἐφαρμόσωμε. Π.χ. τὸ σῶμα μπορεῖ νὰ εἶναι πολὺ μεγάλο γιὰ νὰ μπορέσωμε νὰ τὸ κρεμάσωμε. Μπορεῖ ἐπίσης νὰ θέλωμε νὰ βροῦμε τὸ κέντρο βάρους ἑνὸς ἐξαρτήματος πρὶν κἄν

Σχ. 2·3 α.

Τὰ κέντρα βάρους μιᾶς ἴσιας πήχης εἶναι τὸ μέσον της.

Σφαίρα
Σχ. 2·3 β.

Κύβος
Σχ. 2·3 γ.

Παραλληλεπίπεδο
Σχ. 2·3 δ.

τὸ φτιάξωμε, πάνω στὸ σχέδιό του. Στὶς περιπτώσεις αὐτὲς πρέπει νὰ βροῦμε τὸ κέντρο βάρους ποὺ ζητοῦμε ὄχι μὲ πείραμα, ἀλλὰ μὲ ὑπολογισμό.

Καὶ πρῶτα-πρῶτα σὲ μερικὰ σώματα εἶναι προφανὲς ποῦ εἶναι τὸ κέντρο βάρους:

Τὸ κέντρο βάρους *μιᾶς λεπτῆς ἴσιας πήχης* (ράβδου) εἶναι τὸ μέσο της (σχ. 2·3 α).

Τὸ κέντρο βάρους μιᾶς σφαίρας εἶναι τὸ κέντρο της (σχ. 2·3 β).

Τὸ κέντρο βάρους ἑνὸς *κύβου* εἶναι τὸ κέντρο του (σχ. 2·3 γ), τὸ σημεῖο δηλαδὴ ὅπου τέμνονται οἱ διαγώνιές του. Τὸ ἴδιο καὶ γιὰ ἕνα *παραλληλεπίπεδο* (σχ. 2·3 δ).

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Τὸ κέντρο βάρους μιᾶς λεπτῆς πλάκας σὲ σχῆμα *κύκλου* εἶναι τὸ κέντρο τοῦ κύκλου (σχ. 2 · 3 ε).

Τὸ κέντρο βάρους μιᾶς λεπτῆς πλάκας σὲ σχῆμα *τετραγώνου, ὀρθογωνίου* ἢ *καὶ* ὁποιουδήποτε *παραλληλογράμμου* εἶναι τὸ σημεῖο τομῆς τῶν διαγωνίων τους (σχ. 2·3 ζ).

Σχ. 2·3 ε. Κύκλος.

Τετράγωνο Ὀρθογώνιο Παραλληλόγραμμο

Σχ. 2·3 ζ.

Σχ. 2·3 η.

Τὸ κέντρο βάρους κάθε λουρίδας τοῦ τριγώνου, παράλληλης πρὸς τὴν πλευρὰ ΒΓ, κεῖται πάνω στὴ διάμεσο ΑΜ, ἄρα καὶ τὸ ἴδιο τὸ κέντρο βάρους τοῦ τριγώνου Κ.

Τὸ κέντρο βάρους μιᾶς λεπτῆς πλάκας σὲ σχῆμα *τριγώνου* παρουσιάζει περισσότερη δυσκολία. Γιὰ νὰ τὸ βροῦμε σκεπτόμαστε ὡς ἑξῆς (σχ. 2 · 3 η): Φανταζόμαστε τὸ τρίγωνο χωρισμένο

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

σὲ λεπτὲς λουρίδες παράλληλες πρὸς μία του πλευρά. Τὸ κέντρο βάρους κάθε τέτοιας λουρίδας εἶναι στὴ μέση της. Ἑπομένως τὰ κέντρα βάρους K_1, K_2 ὅλων τῶν λουρίδων βρίσκονται πάνω στὴν διάμεσο AM τοῦ τριγώνου. Ἄρα καὶ τοῦ τριγώνου ὁλοκλήρου τὸ κέντρο βάρους βρίσκεται πάνω στὴν διάμεσο AM. Κάνοντας τὸν ἴδιο συλλογισμό, συμπεραίνομε ὅτι, τὸ κέντρο βάρους τοῦ τριγώνου βρίσκεται ἐπάνω καὶ στὶς ἄλλες διαμέσους του BN καὶ $ΓΛ$. Ἑπομένως τὸ κέντρο βάρους τοῦ τριγώνου κεῖται στὸ σημεῖο K ὅπου τέμνονται οἱ διάμεσοί του.

Σχ. 2·3θ.

Τὸ κέντρο βάρους A κάθε φέτας τοῦ πρίσματος, κεῖται πάνω στὴν εὐθεία ποὺ συνδέει τὰ κέντρα βάρους A_1 καὶ A_2 τῶν βάσεών του. Ἐπειδὴ δὲ ὅλες οἱ φέτες εἶναι ἴσες, τὸ κέντρο βάρους K τοῦ πρίσματος κεῖται στὸ μέσον τῆς A_1 A_2.

Κάπως παρόμοια σκεπτόμαστε γιὰ νὰ βροῦμε τὸ κέντρο βάρους ἑνὸς *πρίσματος* (σχ. 2·3θ): Φανταζόμαστε ὅτι τὸ πρίσμα εἶναι χωρισμένο σὲ λεπτὲς φέτες παράλληλες πρὸς τὶς βάσεις του. Τὸ κέντρο βάρους κάθε μιᾶς ἀπὸ τὶς φέτες αὐτές, καὶ συνεπῶς,

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

καὶ τὸ κέντρο βάρους ὅλου τοῦ πρίσματος βρίσκονται πάνω σὲ μιὰ εὐθεία, τὴν εὐθεία ποὺ ἑνώνει τὰ κέντρα βάρους τῶν βάσεων τοῦ πρίσματος. Ἐπειδὴ δὲ ὅλες οἱ φέτες τοῦ πρίσματος ἔχουν τὸ ἴδιο βάρος, τὸ κέντρο βάρους τοῦ πρίσματος εἶναι τὸ μέσον τῆς εὐθείας αὐτῆς.

2·4 Ἰσορροπία τῶν σωμάτων καὶ κέντρο βάρους.

Ἂν ἕνα σῶμα δὲν κινῆται, τότε λέμε ὅτι *ἰσορροπεῖ*. Ἔτσι λέμε ὅτι τὸ τραπέζι τοῦ σχήματος 2·4 α ἰσορροπεῖ. Παρατηροῦμε ὅτι ἡ κατακόρυφος ποὺ περνᾶ ἀπὸ τὸ κέντρο βάρος του περνᾶ ἀνάμεσα ἀπὸ τὰ τέσσερα πόδια τοῦ τραπεζιοῦ.

Σχ. 2·4 α.

Ἐπίσης τὰ στερεὰ τοῦ σχήματος 2·4 β (ὀρθὸ πρίσμα, κῶνος, πυραμίδα) ἰσορροποῦν. Οἱ κατακόρυφες τοῦ κέντρου βάρους τους πέφτουν μέσα στὴ βάση τους.

Ἀντίθετα, ἂν προσπαθήσωμε νὰ ἀκουμπήσωμε τὸ παραλληλεπίπεδο (πρίσμα) τοῦ σχήματος 2·4 γ κατὰ τὸν τρόπο ποὺ φαίνεται στὸ σχῆμα, τότε αὐτὸ δὲν θὰ ἰσορροπήση, ἀλλὰ θὰ πέση πρὸς τὰ δεξιά. Αὐτὸ συμβαίνει διότι, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα, ἡ κατακόρυφος ποὺ περνᾶ ἀπὸ τὸ κέντρο βάρους τοῦ παραλληλε-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

πιπέδου βρίσκεται ἔξω ἀπὸ τὴν βάση του ΑΓΔΕ. Ἔτσι τὸ βάρος Β τοῦ παραλληλεπιπέδου τείνει νὰ τὸ ἀνατρέψη πρὸς τὰ δεξιὰ καὶ νὰ τὸ ρίξη.

Σχ. 2·4 β.

Σχ. 2·4 γ.

Τὸ παραλληλεπίπεδο αὐτὸ δὲν μπορεῖ νὰ σταθῆ ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα. Θὰ πέση κατὰ τὴ φορὰ τοῦ κυκλικοῦ βέλους, ἐπειδὴ ἡ κατακόρυφος ἀπὸ τὸ κέντρο βάρους του *K* πέφτει ἔξω ἀπὸ τὸ πολύγωνο στηρίξεως του ΑΓΔΕ.

Ἐπίσης, ἂν ἀκουμπήσωμε πάνω στὸ τραπέζι τοῦ σχήματος 2·4α ἕνα ἀρκετὰ βαρὺ σῶμα, π. χ. ἕνα σφόνδυλο (σχ. 2·4δ) τότε

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ἡ κατακόρυφος τοῦ κέντρου βάρους τοῦ συνόλου, ποὺ ἀποτελοῦν τὸ τραπέζι καὶ ὁ σφόνδυλος, πέφτει ἔξω ἀπὸ τὰ τέσσερα πόδια τοῦ τραπεζιοῦ καὶ τὸ τραπέζι ἀναποδογυρίζει.

Σχ. 2·4 δ.

Ἂν πάνω στὸ τραπέζι τοῦ σχήματος 2·4α ἀκουμπήσωμε ἕνα σφόνδυλο, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα, τὸ κέντρο βάρους τραπεζιοῦ καὶ σφονδύλου βρίσκεται πολὺ δεξιά, ἡ κατακόρυφός του πέφτει ἔξω ἀπὸ τὸ πολύγωνο στηρίξεως καὶ τὸ τραπέζι ἀναποδογυρίζει.

Μποροῦμε λοιπόν, νὰ βγάλωμε τὸ συμπέρασμα ὅτι, γιὰ νὰ ἰσορροπῆ ἕνα σῶμα ἀκουμπισμένο πάνω σὲ ἕνα ὁριζόντιο ἐπίπεδο πρέπει ἡ κατακόρυφος τοῦ κέντρου βάρους του νὰ περνᾶ μέσα ἀπὸ τὴ βάση ἢ ἀπὸ τὸ *πολύγωνο στηρίξεως* τοῦ σώματος.

Πολύγωνο στηρίξεως τοῦ σώματος, λέμε τὸ σχῆμα ποὺ σχηματίζουν τὰ ἐξωτερικὰ σημεῖα, πάνω στὰ ὁποῖα στηρίζεται τὸ σῶμα. Πολύγωνο στηρίξεως τῶν σωμάτων τοῦ σχήματος 2·4β εἶναι ἡ βάση τους. Πολύγωνο στηρίξεως τοῦ τραπεζιοῦ τῶν σχημάτων 2·4α ἢ 2·4δ εἶναι τὸ ὀρθογώνιο ποὺ ὁρίζουν τὰ ἄκρα τῶν ποδιῶν του πάνω στὸ ἔδαφος. Πολύγωνο στηρίξεως ἑνὸς ἀνθρώπου εἶναι τὸ σχῆμα ποὺ σχηματίζουν τὰ πέλματα τοῦ ἀνθρώπου καθὼς καὶ ἡ ἐπιφάνεια ποὺ περιλαμβάνεται μεταξύ τους (σχ. 2·4ε).

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Τὰ σχήματα 2 · 4 ζ καὶ 2 · 4 η δείχνουν καὶ τὰ δύο ἕνα πρίσμα, ποὺ εἶναι φτιαγμένο τὸ μισὸ ἀπὸ ξύλο καὶ τὸ μισὸ ἀπὸ σίδερο, ἀλλὰ στὸ πρῶτο σχῆμα εἶναι τὸ σίδερο κάτω καὶ τὸ ξύλο πάνω, ἐνῶ στὸ δεύτερο εἶναι ἀνάποδα. Καὶ στὶς δύο περιπτώσεις

Σχ. 2 4 ε.

Τὸ πολύγωνο στηρίξεως τοῦ ἀνθρώπου σὲ τρεῖς διαφορετικὲς στάσεις. Βλέπομε ὅτι ὅσο ὁ ἄνθρωπος ἀνοίγει τὰ πόδια του τόσο μεγαλώνει τὸ πολύγωνο στηρίξεως καὶ τόσο πιὸ εὐσταθὴς εἶναι ἡ ἰσορροπία του.

Σχ. 2·4 ζ.

Σχ. 2·4 η.

Ὅταν στηρίξωμε τὸ πρίσμα μὲ τὸ σιδερένιο του τμῆμα κάτω (ἀριστερά), ἔχει εὐσταθέστερη ἰσορροπία παρὰ ἂν τὸ στηρίξωμε μὲ τὸ ξύλινο τμῆμα πρὸς τὰ κάτω (δεξιά).

τὸ πρίσμα ἰσορροπεῖ. Ὅλοι ὅμως θὰ παρατηρήσουν ὅτι στὴν πρώτη περίπτωση τὸ πρίσμα μὲ δυσκολία ἀνατρέπεται ἂν τὸ σπρώξωμε: ἡ ἰσορροπία του εἶναι ἀρκετὰ εὐσταθής, ἐνῶ στὴ δεύτερη περίπτωση (σίδερο πάνω) τὸ ἀνατρέπομε πολὺ εὔκολα: ἡ ἰσορροπία του εἶναι πιὸ ἀσταθής. Αὐτὸ συμβαίνει διότι τὸ κέντρο βάρους τοῦ πρίσματος εἶναι πρὸς τὴ μεριὰ τοῦ σίδερου.

Τὸ συμπέρασμα ἀπὸ τὰ δύο αὐτὰ σχήματα εἶναι ὅτι, ὅσο πιὸ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

χαμηλὰ εἶναι τὸ κέντρο βάρους ἑνὸς σώματος, τόσο πιὸ εὐσταθὴς εἶναι ἡ ἰσορροπία του.

Σχ. 2·4θ.

Σχ. 2·4ι.
Ὅταν τὸ αὐτοκίνητο εἶναι φορτωμένο μὲ σανὸ τὸ κέντρο βάρους του εἶναι ψηλότερα, παρὰ ὅταν εἶναι φορτωμένο πέτρες καὶ ἔτσι ἀναποδογυρίζει πιὸ εὔκολα ὅταν ὁ δρόμος ἔχη κλίση.

Τὸ συμπέρασμα αὐτὸ πρέπει νὰ τὸ ἔχωμε πάντα ὑπ' ὄψη μας ὅταν φορτώνωμε πράγματα. Ἔτσι π.χ. ὑπάρχει μεγαλύτερος κίνδυνος ν' ἀνατραπῆ ἕνα αὐτοκίνητο, ποὺ εἶναι φορτωμένο μὲ σανὸ (σχ. 2·4θ) ἀπὸ ἕνα ἄλλο ποὺ εἶναι φορτωμένο μὲ πέτρες (σχ. 2·4ι). Βλέπομε καθαρὰ ὅτι στὴν πρώτη περίπτωση τὸ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

συνολικὸ βάρος, τείνει νὰ πέση ἔξω ἀπὸ τὴ βάση (τὸ πολύγωνο στηρίξεως), ἐνῶ στὴν δεύτερη βρίσκεται ἀκόμη μέσα στὴ βάση.

Γιὰ τὸν ἴδιο λόγο φροντίζουν οἱ πλοίαρχοι ὅταν φορτώνουν τὸ πλοῖο τους νὰ τοποθετοῦν τὰ βαρύτερα ἐμπορεύματα χαμηλότερα καὶ τὰ ἐλαφρότερα ψηλότερα, ὥστε νὰ μὴν ἀνεβῆ τὸ κέντρο βάρους τοῦ πλοίου καὶ ἐλαττωθῆ ἐπικίνδυνα ἡ εὐστάθεια τοῦ πλοίου.

Γιὰ τὸν ἴδιο λόγο, δηλαδὴ γιὰ νὰ μὴν ἐλαττωθῆ ἡ εὐστάθεια τοῦ πλοίου, φροντίζουν ἂν τὸ φορτίο εἶναι ἐλαφρύ, νὰ μὴ τὸ στοιβάζουν σὲ πολὺ μεγάλο ὕψος (γιὰ νὰ μὴν ἔχη μεγάλο χαβαλὲ ὅπως λένε), ἔστω καὶ ἂν ἔτσι δὲν φορτώσουν τὸ πλοῖο μὲ ὅλο τὸ βάρος ποὺ θὰ μποροῦσε νὰ σηκώση.

Τί καινούργιο μάθαμε;

1. Ἡ συνισταμένη παραλλήλων δυνάμεων ποὺ δροῦν σὲ ὁρισμένα σημεῖα ἑνὸς σώματος, περνᾶ πάντα ἀπὸ τὸ ἴδιο σημεῖο, ἄσχετα μὲ τὴν διεύθυνση τῶν δυνάμεων. Τὸ σημεῖο αὐτὸ λέγεται κέντρο τῶν παραλλήλων αὐτῶν δυνάμεων.

2. Τὸ βάρος ἑνὸς σώματος εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν βαρῶν τῶν διαφόρων σημείων του. Περνᾶ πάντα ἀπὸ ἕνα σταθερὸ σημεῖο τοῦ σώματος, ὅπως καὶ νὰ γυρίσωμε τὸ σῶμα. Τὸ σημεῖο αὐτὸ λέγεται κέντρο βάρους τοῦ σώματος.

3. Βρίσκομε τὸ κέντρο βάρους ἑνὸς σώματος, κρεμώντας το ἀπὸ δύο διαφορετικὰ σημεῖα του.

4. Μερικὲς φορὲς χρειάζεται νὰ βρίσκωμε τὸ κέντρο βάρους ἑνὸς σώματος μὲ ὑπολογισμό.

5. Κέντρο βάρους μιᾶς λεπτῆς ἴσιας ράβδου.

6. Κέντρο βάρους σφαίρας.

7. Κέντρο βάρους κύβου, ὀρθογωνίου ἢ καὶ ὁποιουδήποτε παραλληλεπιπέδου.

8. Κέντρο βάρους κύκλου.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

9. Κέντρο βάρους τετραγώνου, ὀρθογωνίου ἢ παραλληλογράμμου.

10. Κέντρο βάρους τριγώνου.

11. Κέντρο βάρους πρίσματος.

12. Γιὰ νὰ ἰσορροπήση ἕνα σῶμα πρέπει ἡ κατακόρυφος ποὺ περνᾶ ἀπὸ τὸ κέντρο βάρους του νὰ πέφτη μέσα στὸ πολύγωνο στηρίξεως.

13. Ὅσο χαμηλότερα εἶναι τὸ κέντρο βάρους ἑνὸς σώματος, τόσο πιὸ εὐσταθὴς εἶναι ἡ ἰσορροπία του. Συμπεράσματα γιὰ τὸ φόρτωμα φορτηγῶν αὐτοκινήτων καὶ πλοίων.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΤΡΙΒΕΣ

3·1 Οἱ τριβὲς γενικά.

Γιὰ νὰ μετακινήσωμε πάνω στὸ δάπεδο μία πέτρα (σχ. 3·1 α) πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμε ἐπάνω της μία δύναμη *P*. Ἡ δύναμη αὐτὴ χρειάζεται γιὰ νὰ ὑπερνικήσωμε τὴν *τριβὴ T* τῆς πέτρας μὲ τὸ πάτωμα. Ἂν τῆς δώσωμε μία ἀρκετὴ σπρωξιὰ τότε θὰ γλυστρήση ἀκόμα κανένα - δύο μέτρα καὶ θὰ σταματήση. Σταματᾶ ἐπειδὴ μία δύναμη, ἀντιστέκεται στὴν κίνησή της· ἡ δύναμη αὐτὴ ποὺ ἐμποδίζει τὴν πέτρα νὰ κινηθῆ παρὰ πέρα καὶ τὴν κάνει νὰ σταματήση εἶναι ἡ *τριβή*.

Σχ. 3·1 α.
Γιὰ νὰ μετακινήσωμε τὴν πέτρα πάνω στὸ πάτωμα πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμε δύναμη ἴση καὶ ἀντίθετη μὲ τὴν τριβὴ ὀλισθήσεως.

Κατὰ τὸν ἴδιο τρόπο, γιὰ νὰ κυλίσωμε ἕνα βαρέλι (σχ. 3·1 β) πάνω σὲ ἕνα ὁριζόντιο ἐπίπεδο, χρειάζεται δύναμη· χρειάζεται δύναμη *P* γιὰ νὰ ὑπερνικηθῆ ἡ τριβὴ *T* ποὺ δημιουργεῖται μεταξὺ τοῦ πατώματος καὶ τοῦ βαρελιοῦ. Ἂν, ἀφοῦ τὸ βαρέλι ἀρχίσει νὰ κινῆται, παύσωμε νὰ τὸ σπρώχνωμὲ, τότε αὐτὸ κυλᾶ ἀκόμα μερικὰ μέτρα πάρα πέρα καὶ ἔπειτα σταματᾶ. Πάλι ἡ τριβὴ εἶναι ποὺ ἐμποδίζει τὴν κίνηση τοῦ βαρελιοῦ. Καὶ στὶς δύο περιπτώσεις, *μία δύναμη*, ἡ τριβή, ἀναπτύσσεται μόλις ἐφαρμόσωμε τὴ δική μας δύναμη καὶ ἀντιστέκεται σ' αὐτή.

Τὰ δύο αὐτὰ παραδείγματα ποὺ ἀναφέραμε διαφέρουν μεταξύ τους κατὰ τὸ ἑξῆς: Στὸ πρῶτο ἡ πέτρα *γλυστρᾶ* πάνω στὸ δάπεδο, ἐνῶ στὸ δεύτερο τὸ βαρέλι *κυλᾶ*. Γι' αὐτὸ τὸ λόγο δια-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

κρίνομε δύο εἰδῶν τριβὲς: τὴν τριβὴ *ὀλισθήσεως* (ἀπὸ τὸ «ὀλισθαίνω» ποὺ σημαίνει «γλυστρῶ») καὶ τὴν τριβὴ *κυλίσεως*.

Ἂν τὸ βάρος τῆ πέτρας εἶναι τὸ ἴδιο μὲ τὸ βάρος τοῦ βαρελιοῦ, ἡ δύναμη ποὺ χρειαζόμαστε γιὰ νὰ τὴν σπρώξωμε εἶναι μεγαλύτερη παρὰ στὸ βαρέλι. Δηλαδὴ ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως εἶναι πολὺ μεγαλύτερη ἀπὸ τὴν τριβὴ κυλίσεως.

Σχ. 3·1 β.

Γιὰ νὰ κυλίσωμε ἕνα βαρέλι πάνω σ' ἕνα ὁριζόντιο ἐπίπεδο πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμε μία δύναμη τέτοια, ὥστε νὰ ὑπερνικήσωμε τὴν τριβὴ κυλίσεως.

Τριβὴ ὀλισθήσεως ἔχομε πάντα ὅταν ἕνα σῶμα γλυστρᾶ πάνω σὲ ἕνα ἄλλο, ἐνῶ τριβὴ κυλίσεως ὅταν τὸ σῶμα κυλᾶ πάνω σὲ ἕνα ἄλλο.

Ἐκτὸς ὅμως ἀπὸ τὶς τριβὲς μεταξὺ στερεῶν σωμάτων ἔχομε καὶ τριβὲς στὰ ὑγρὰ καὶ στὰ ἀέρια. Ἔτσι, ὅταν τραβοῦμε κουπὶ μὲ μία βάρκα, ὅλη ἡ δύναμη καὶ ὁ κόπος ποὺ κάνομε ξοδεύεται γιὰ νὰ ὑπερνικήσωμε τὶς τριβὲς τῆς βάρκας μὲ τὸ νερό. Ἀντίστοιχα συμβαίνουν καὶ στὸν ἀέρα. Αὐτὸς εἶναι καὶ ὁ λόγος ποὺ φτειάχνουν τὰ ἀεροπλάνα καὶ τὰ αὐτοκίνητα «ἀεροδυναμικά»: γιὰ νὰ εἶναι οἱ τριβές τους μὲ τὸν ἀέρα μικρότερες (σχ. 3·1 γ).

Τριβὲς συναντοῦμε σὲ κάθε στιγμὴ καὶ κάθε μορφῆς μάλιστα. Ἔτσι π.χ., ὅταν κινῆται ἕνα αὐτοκίνητο, ἔχομε τριβὲς ὀλισθήσεως ἀνάμεσα στὸ ἔμβολο καὶ στοὺς κυλίνδρους καὶ γενικὰ σ' ὅλα τὰ κινούμενα μέρη τῆς μηχανῆς, τριβὲς κυλίσεως ἀνάμεσα

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

στοὺς τροχοὺς καὶ στὶς ἐπιφάνειες τοῦ δρόμου καὶ τριβὲς ἀνάμεσα στὶς ἐξωτερικὲς ἐπιφάνειες τοῦ αὐτοκινήτου καὶ τὸν ἀέρα.

Σχ. 3·1 γ.
Κατασκευάζουν τὰ αὐτοκίνητα « ἀεροδυναμικά », ὥστε οἱ τριβές τους μὲ τὸν ἀέρα νὰ εἶναι μικρότερες.

Οἱ τριβὲς εἶναι δυνάμεις ποὺ πάντοτε ἐναντιώνονται σ' αὐτὸ ποὺ προσπαθοῦμε νὰ κάνωμε. Πάντοτε ἐμποδίζουν τὴν κίνηση καὶ ποτὲ δὲν τὴν προκαλοῦν. Οἱ τριβὲς φθείρουν τὶς ἐπιφάνειες ὅπου δημιουργοῦνται. Ὅλοι ἔχομε δῆ σκάλες φθαρμένες ἀπὸ τὴν τριβὴ τῶν παπουτσιῶν ποὺ τὶς ἀνεβοκατέβηκαν, ἢ γρανάζια μηχανῶν ἢ λάστιχα αὐτοκινήτων « φαγωμένα » ἀπὸ τὴν μεγάλη χρήση.

Γιὰ νὰ ζεσταθοῦμε, τρίβομε τὰ χέρια μας ὅταν κάνη πολὺ κρύο. Ὥστε ἐκεῖ ποὺ ἀναπτύσσονται τριβές, δημιουργεῖται θερμότητα. Ἡ θερμότητα ὅμως αὐτὴ μερικὲς φορὲς εἶναι πολὺ βλαβε-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ρή. Ἔτσι, ἂν φύγῃ τὸ λάδι ἀπὸ ἕνα ἔδρανο (κουσινέττο) μηχανῆς καὶ ὁ ἄξονας μετὰ ἐξακολουθήσῃ νὰ γυρίζῃ στὸ ἔδρανο, τότε τὸ ἔδρανο ἀρχίζει νὰ ζεσταίνεται καὶ τέλος « κολλάει ». Τὸ κόλλημα αὐτὸ ὀφείλεται συνήθως στὸ ὅτι τὸ μέταλλο τοῦ ἐδράνου ζεστάθηκε τόσο ποὺ ἔλυωσε.

Γιὰ τὸν λόγο αὐτὸ προσπαθοῦμε ἢ νὰ ἀποφεύγωμε τὶς τριβὲς ἢ νὰ τὶς ἐλαττώνωμε. Γιὰ νὰ τὸ ἐπιτύχωμε αὐτό, φτειάχνομε τὰ ἔδρανα ἀπὸ εἰδικὰ μέταλλα ποὺ παρουσιάζουν μικρότερες τριβὲς (λ.χ. λευκὸ μέταλλο) καὶ φροντίζομε νὰ τὰ λαδώνωμε τακτικὰ καὶ μὲ τὸ κατάλληλο λάδι, ὥστε οἱ τριβὲς νὰ γίνουν μικρότερες. Γιὰ τὸν ἴδιο λόγο χρησιμοποιοῦμε τὰ ρουλεμάν, διότι μὲ αὐτὰ ἀντικαθιστοῦμε τὶς τριβὲς ὀλισθήσεως μὲ τριβὲς κυλίσεως, ποὺ εἶναι μικρότερες.

Οἱ τριβές, δηλαδή, θὰ μποροῦσε νὰ πῆ κανεὶς ἐπιπόλαια, εἶναι πολὺ ἐνοχλητικὲς δυνάμεις, ἀφοῦ μᾶς κάνουν νὰ ξοδεύωμε τόσο κόπο καὶ φθείρουν τὶς μηχανές μας. Ἀπὸ τὴν ἄλλη ὅμως μεριὰ εἶναι πάρα πολλὲς δουλειὲς ποὺ δὲν θὰ μπορούσαμε νὰ τὶς κάνωμε χωρὶς τὶς τριβές. Π.χ. δὲν θὰ μπορούσαμε νὰ ἀνάψωμε ἕνα σπίρτο, ἂν δὲν ὑπῆρχε τριβὴ γιὰ νὰ ζεστάνῃ τὸ κεφάλι τοῦ σπίρτου καθὼς τὸ τρίβομε πάνω στὸ κουτί. Δὲν θὰ μπορούσαμε νὰ περπατήσωμε, γιατὶ θὰ γλυστρούσαμε πολὺ χειρότερα ἀπὸ ὅ,τι καὶ πάνω στὸν πάγο. Δὲν θὰ μπορούσαμε νὰ σφίξωμε καμμία βίδα, τὸ παξιμάδι θὰ γλυστροῦσε ἐπάνω στὶς βόλτες. Δὲν θὰ βαστοῦσε κανένας κόμπος, μὲ τὸ πρῶτο τίναγμα τοῦ σχοινιοῦ θὰ λυνόταν μόναχός του κ.ο.κ.

Στὸ βιβλίο αὐτὸ θὰ γνωρίσωμε μόνο τὶς τριβὲς μεταξὺ στερεῶν σωμάτων, δηλαδὴ τὴν τριβὴ ὀλισθήσεως καὶ τὴν τριβὴ κυλίσεως. Γιὰ τὶς τριβὲς στὰ ὑγρὰ καὶ στὰ ἀέρια μαθαίνομε μερικὰ πράγματα στὸ βιβλίο τῆς Φυσικῆς.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

3·2 Τριβὴ ὀλισθήσεως.

Ἂς πάρωμε ἕνα κομμάτι σίδερο σὰν αὐτὸ τοῦ σχήματος 3·2 α, σὲ σχῆμα ὀρθογωνίου παραλληλεπιπέδου ποὺ ζυγίζει 5 kg καὶ ἂς τὸ ἀκουμπήσωμε πάνω σὲ μία ὁμαλὴ σιδερένια ἐπιφάνεια, π.χ. μία πλάκα χαράξεως.

Σχ. 3·2 α.
Ἡ τριβὴ εἶναι ἡ ἴδια σὲ ὅποια ἐπιφάνεια καὶ ἂν στηρίζεται τὸ σιδερένιο παραλληλεπίπεδο. Ἡ τριβὴ ἑπομένως δὲν ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν ἐπιφάνεια ποὺ τρίβεται, ἀλλὰ μόνο ἀπὸ τὴ δύναμη ποὺ ἀσκεῖται ἐπάνω της.

Ἂς προσπαθήσωμε τώρα νὰ μετρήσωμε τί δύναμη χρειάζεται γιὰ νὰ τὸ σύρωμε. Χρησιμοποιοῦμε γιὰ τὸ σκοπὸ αὐτὸ ἕνα δυναμόμετρο (π.χ. καντάρι), ποὺ μᾶς δείχνει τὴ δύναμη ποὺ ἐφαρμόζομε. Θὰ παρατηρήσωμε ὅτι τὸ σίδερο δὲν ἀρχίζει νὰ κινῆται παρὰ μόνο ὅταν ἡ δύναμη ποὺ ἐφαρμόζομε φθάση περίπου τὸ ἑνάμισυ χιλιόγραμμο. Τότε γίνεται ἴση μὲ τὴν τριβὴ καὶ μπορεῖ τὸ σῶμα νὰ ἀρχίση νὰ κινῆται. Δηλαδὴ στὴν περίπτωση αὐτὴ τοῦ σιδερένιου κομματιοῦ τοῦ σχήματος 3·2 α, ἡ δύναμη τριβῆς T εἶναι περίπου 1,5 kg.

Ἂν γυρίσωμε τώρα τὸ παραλληλεπίπεδο, ὥστε νὰ ἀκουμπᾶ μὲ τὴν ἄλλη του ἕδρα, ποὺ εἶναι πολὺ μικρότερη ἀπὸ τὴν ἕδρα μὲ τὴν ὁποία ἀκουμποῦσε πρὶν (σχ. 3·2 β) καὶ ξανακάνωμε τὸ ἴδιο πείραμα, θὰ παρατηρήσωμε ὅτι πάλι ἡ δύναμη ποὺ χρειαζόμαστε γιὰ νὰ ὑπερνικήσωμε τὶς τριβὲς εἶναι ἡ ἴδια, ὅπως καὶ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

πρίν. Ἡ τριβὴ δηλαδὴ δὲν ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ σχῆμα ἢ τὸ μέγεθος τῆς ἐπιφανείας ποὺ ὀλισθαίνει.

Ἂν τώρα πάνω στὸ σίδερο τοῦ σχήματος 3·2 α βάλωμε ἕνα ἄλλο ἴδιο μὲ αὐτὸ καὶ ξανακάνωμε τὸ ἴδιο πείραμα, τότε θὰ δοῦμε ὅτι χρειάζεται δύναμη περίπου 3 kg (σχ. 3·2 γ).

Σχ. 3·2 β.
Μέτρηση τῆς τριβῆς: Ἡ δύναμη ποὺ χρειαζόμαστε γιὰ νὰ σύρωμε τὸ σιδερένιο παραλληλεπίπεδο εἶναι ἴση μὲ τὴν τριβὴ ὀλισθήσεώς του πάνω στὸ ὁριζόντιο ἐπίπεδο.

Σχ. 3·2 γ.
Ἂν προσπαθήσωμε νὰ σύρωμε δύο παραλληλεπίπεδα ἀντὶ γιὰ ἕνα, θὰ δοῦμε ὅτι χρειαζόμαστε ἀκριβῶς τὴ διπλὴ δύναμη ἀπ' ὅ,τι χρειαζόμαστε γιὰ νὰ σύρωμε μόνο τὸ ἕνα.

Καὶ ἂν ἐπαναλάβωμε τὸ πείραμα μὲ τρία ἢ τέσσερα παραλληλεπίπεδα, θὰ χρειασθοῦμε γιὰ νὰ μετακινήσωμε τὸ σῶμα δύναμη τριπλάσια ἢ τετραπλάσια ἀπὸ ἐκείνην ποὺ χρειάσθηκε γιὰ τὸ ἕνα παραλληλεπίπεδο. Βλέπομε δηλαδὴ ὅτι ἡ τριβὴ εἶναι ἀνάλογη πρὸς τὸ βάρος τοῦ σώματος, δηλαδὴ ἀνάλογη πρὸς τὴν δύναμη ποὺ ἀσκεῖται πάνω στὴν ἐπιφάνεια ποὺ ὀλισθαίνει (γλυ-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

στρᾶ) ὄχι ὅμως ἀπὸ τὸ σχῆμα ἢ τὸ μέγεθος τῆς ἐπιφανείας αὐτῆς.

Ἂν ξανακάνωμε τὰ ἴδια αὐτὰ πειράματα μὲ τὰ ἴδια παραλληλεπίπεδα, ἀλλὰ πάνω σὲ ἐπιφάνεια ὁριζόντια πάλι, ὄχι ὅμως ἀπὸ σίδερο ὅπως πρίν, ἀλλὰ ἀπὸ ἄλλο ὑλικό, λ.χ. ξύλο, θὰ χρειασθῆ γιὰ νὰ μετακινηθῆ τὸ σῶμα δύναμη περίπου 2 kg. Δηλαδὴ ἡ τριβὴ εἶναι διαφορετική. Πάλι ὅμως οἱ τριβὲς εἶναι ἀνάλογες μὲ τὴ δύναμη ποὺ πιέζει ἐπάνω στὴν ἐπιφάνεια ποὺ ὀλισθαίνει. Πάλι δηλαδὴ ὅταν βάλωμε τὰ δύο παραλληλεπίπεδα χρειαζόμαστε διπλάσια δύναμη καὶ ὅταν βάλωμε τὰ τρία τριπλάσια ἀπὸ αὐτὴν ποὺ χρειασθήκαμε γιὰ τὸ ἕνα κ.ο.κ. Πάλι ἐπίσης παρατηροῦμε ὅτι ἡ τριβὴ εἶναι ἡ ἴδια μὲ ὁποιαδήποτε ἕδρα καὶ ἂν ἀκουμπήσωμε τὸ σῶμα ἐπάνω στὴν ἐπιφάνεια.

Βγάζομε δηλαδὴ τελικὰ τὸ γενικὸ συμπέρασμα ὅτι ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως εἶναι ἀνάλογη μὲ τὴν δύναμη ποὺ πιέζει τὴν ἐπιφάνεια, ἐπάνω στὴν ὁποία ὀλισθαίνει τὸ σῶμα καὶ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ εἶδος τῶν ἐπιφανειῶν μεταξὺ τῶν ὁποίων δημιουργεῖται ἡ τριβή. Αὐτὸ τὸ ἐκφράζομε μὲ τὴν ἑξῆς σχέση:

$$T = P \cdot \eta$$

ὅπου T εἶναι ἡ τριβὴ

P εἶναι ἡ δύναμη ποὺ πιέζει τὴν ἐπιφάνεια ὀλισθήσεως, καὶ

η εἶναι ὁ *συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως.*

Ὁ συντελεστὴς τριβῆς μᾶς δείχνει πόση τριβὴ προκαλεῖ ἡ δύναμη ἑνὸς χιλιογράμμου. Ὅταν ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι μεγάλος, τότε καὶ ἡ τριβὴ ποὺ ἀναπτύσσεται εἶναι μεγάλη, ἐνῶ ὅταν ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι μικρὸς καὶ ἡ τριβὴ εἶναι μικρή.

Ὁ συντελεστὴς τριβῆς ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ εἶδος τῶν ἐπιφανειῶν ποὺ πιέζονται, δηλαδὴ πάνω στὶς ὁποῖες δημιουργεῖται ἡ τριβή. Π.χ. στὰ δύο παραδείγματα ποὺ εἴδαμε παραπάνω ὁ συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως στὴν πρώτη περίπτωση (σίδερο μὲ σίδερο) ἦταν $\frac{1{,}5\ \text{kg}}{5\ \text{kg}} = 0{,}3$ ἐνῶ στὴ δεύτερη περίπτωση,

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

(σίδερο μὲ ξύλο) ἦταν $\frac{2\ \text{kg}}{5\ \text{kg}} = 0{,}4$. Δηλαδὴ εἶναι πάντα ὁ ἴδιος π. χ. ὅταν τρίβεται σίδερο πάνω σὲ σίδερο (κατὰ μέσο ὅρο 0,3) ἢ ξύλο πάνω σὲ ξύλο (ἀπὸ 0,3 ἕως 0,5) ἢ σίδερο πάνω σὲ ξύλο (0,2 ἕως 0,6) ἢ δέρμα πάνω σὲ σίδερο (0,3 ἕως 0,6) κλπ. Ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι μεγαλύτερος ὅταν οἱ ἐπιφάνειες ποὺ τρίβονται εἶναι τραχειὲς παρὰ ὅταν εἶναι λεῖες καὶ γίνεται πολὺ μικρότερος ἂν ἀλλείψωμε τὶς ἐπιφάνειες ποὺ τρίβονται μὲ λάδι ἢ λίπος. Αὐτὸς εἶναι ὁ λόγος ποὺ βάζομε λάδι καὶ γράσσο στὶς μηχανές, καὶ τὶς «λιπαίνομε», ὅπως λέμε, γιὰ νὰ ἐλαττώνωνται οἱ τριβές.

Εἴπαμε ὅτι ἂν ἀρχίσωμε νὰ τραβᾶμε τὸ παραλληλεπίπεδο τοῦ σχήματος 3·2α μὲ ὁλοένα καὶ μεγαλύτερη δύναμη, τότε, ὅταν ἡ δύναμη φθάση περίπου τὸ ἑνάμισυ χιλιόγραμμο, τὸ παραλληλεπίπεδο ἀρχίζει νὰ κινῆται. Ἂν ἐξακολουθήσωμε νὰ τὸ σέρνωμε κατ' αὐτὸν τὸν τρόπο ὁμαλά, θὰ δοῦμε ὅτι τὸ δυναμόμετρο δὲν δείχνει πιὰ 1,5 kg ἀλλὰ περίπου 1,3 kg. Βλέπομε δηλαδὴ ὅτι χρειαζόμαστε περισσότερη δύναμη γιὰ νὰ βάλωμε τὸ σῶμα σὲ κίνηση ἀπὸ ὅ,τι χρειαζόμαστε γιὰ νὰ διατηρήσωμε τὴν κίνησή του. Ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως εἶναι δηλαδὴ μεγαλύτερη τὴν στιγμὴ ποὺ ξεκινᾶ τὸ σῶμα, παρὰ ὅταν κινῆται. Ἂν προσέξωμε μάλιστα περισσότερο θὰ δοῦμε ὅτι ἡ τριβή, ὅταν τὸ σῶμα κινῆται, εἶναι ἡ ἴδια ἀνεξάρτητα μὲ τὴν ταχύτητα, μὲ τὴν ὁποία κινεῖται.

3·3 Παραδείγματα τριβῆς ὀλισθήσεως.

α) Σῶμα πάνω σὲ κεκλιμένο ἐπίπεδο.

Στὸ σχῆμα 3·3α βλέπομε ἕνα κομμάτι σίδερο, ὅπως τῆς προηγουμένης παραγράφου, πάνω σὲ ἕνα κεκλιμένο ἐπίπεδο. Τὸ κομμάτι αὐτό, ὅπως ἔχομε πῆ, ζυγίγει 5 kg. Γιὰ νὰ βροῦμε ποιὰ δύναμη σπρώχνει τὸ κομμάτι αὐτὸ πρὸς τὰ κάτω, πρέπει νὰ ἀναλύσωμε τὸ βάρος του σὲ δύο συνιστῶσες: μία κάθετο πρὸς τὸ κεκλιμένο ἐπίπεδο καὶ μία παράλληλο πρὸς αὐτό, ὅπως κάναμε

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

στὴν παράγραφο 1 • 6. Στὴν περίπτωση τοῦ σχήματος αὐτοῦ βλέπομε ὅτι ἔχομε:

$$P_1 = 2\,\text{kg} \quad \text{καὶ} \quad P_2 = 4{,}6\,\text{kg}$$

Στὴν κίνηση ὅμως τοῦ σιδερένιου αὐτοῦ κομματιοῦ ἀντιστέκεται ἡ τριβή του πάνω στὸ κεκλιμένο ἐπίπεδο. Ἡ τριβή, ὅπως ξέρομε πιά, προκαλεῖται ἀπὸ τὴν δύναμη ποὺ πιέζει τὶς ἐπιφάνειες ποὺ τρίβονται, δηλαδὴ στὴν περίπτωσή μας ἀπὸ τὴν P_2. Ἂν δηλαδὴ ὁ συντελεστὴς τριβῆς τοῦ κομματιοῦ πάνω στὸ κεκλιμένο ἐπίπεδο εἶναι:

$$\eta = 0{,}25$$

τότε ἡ τριβὴ θὰ εἶναι:

$$T = \eta \cdot P_2 = 0{,}25 \times 4{,}6 = 1{,}15\,\text{kg}$$

Σχ. 3·3α.

Ἂν ἡ συνιστώσα P_1 τοῦ βάρους εἶναι μεγαλύτερη ἀπὸ τὴν τριβή, τότε τὸ κομμάτι σίδερο γλυστρᾶ πρὸς τὰ κάτω.

Βλέπομε ὅτι στὴν περίπτωση τοῦ σχήματος αὐτοῦ ἡ τριβὴ εἶναι μικρότερη ἀπὸ τὴν P_1. Ἑπομένως τὸ σιδερένιο κομμάτι θὰ γλυστρήσῃ (θὰ ὀλισθήσῃ) πρὸς τὰ κάτω.

Στὸ σχῆμα 3 · 3 β βλέπομε πάλι τὸ ἴδιο σιδερένιο κομμάτι,

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ἡ γωνία ὅμως τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου εἶναι μικρότερη αὐτὴ τὴ φορά. Ἔτσι ἡ δύναμη P_1, ποὺ σπρώχνει τὸ κομμάτι πρὸς τὰ κάτω, εἶναι μικρότερη ἀπὸ τὴν τριβὴ καὶ δὲν φθάνει γιὰ νὰ τὸ κινήση πρὸς τὰ κάτω.

Σχ. 3·3β.

Ἂν ἡ συνιστώσα P_1 τοῦ βάρους εἶναι μικρότερη ἀπὸ τὴν τριβή, τὸ κομμάτι σίδερο δὲν μπορεῖ νὰ γλυστρήση πρὸς τὰ κάτω καὶ μένει ἀκίνητο στὴ θέση του.

β) Σκάλα ἀκουμπισμένη στὸν τοῖχο.

Στὸ σχῆμα 3·3γ βλέπομε μία σκάλα ἀκουμπισμένη σὲ ἕναν τοῖχο, ἡ ὁποία φυσικά, ἀφοῦ δὲν πέφτει, ἰσορροπεῖ. Ἂς δοῦμε πῶς. Πάνω στὴ σκάλα δροῦν οἱ ἑξῆς δυνάμεις:

— Τὸ βάρος B τοῦ ἀνθρώπου ποὺ εἶναι ἀνεβασμένος ἐπάνω.

— Ἡ ἀντίδραση P_δ τοῦ δαπέδου.

— Ἡ ἀντίδραση P_τ τοῦ τοίχου.

— Ἡ τριβὴ T τοῦ ποδιοῦ τῆς σκάλας πάνω στὸ δάπεδο Τ.

— Ἡ τριβὴ T' τῆς κορυφῆς τῆς σκάλας στὸν τοῖχο.

Ἂν ἀγνοήσωμε τὴν δύναμη T' ποὺ εἶναι πολὺ μικρή, βλέπομε ὅτι οἱ δυνάμεις αὐτὲς σχηματίζουν δύο ζεύγη δυνάμεων: τὸ ζεῦγος τῶν B καὶ P_δ, ποὺ εἶναι ἀριστερόστροφο καὶ τείνει νὰ ἀπομακρύνη τὸ πόδι τῆς σκάλας ἀπὸ τὸν τοῖχο, δηλαδὴ τείνει νὰ ρίξη τὴ σκάλα κάτω, τὸ ζεῦγος τῶν T καὶ P'_τ ποὺ δρᾶ ἀντίστρο-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

φα καὶ τείνει νὰ τὴν κρατήση. Ἰσορροπεῖ λοιπὸν ἡ σκάλα διότι τὰ δύο αὐτὰ ζεύγη ἔχουν ροπὲς ἴσες καὶ ἀντίθετες.

Ἀπὸ αὐτὴν τὴν παρατήρηση μποροῦμε νὰ ἐξηγήσωμε γιατὶ ἡ σκάλα κινδυνεύει νὰ πέση ὅταν εἶναι τοποθετημένη πολὺ λοξὰ

Σχ. 3·3 γ.

Σχ. 3·3 δ.

Ἡ σκάλα ἰσορροπεῖ καλύτερα ὅταν εἶναι ἀκουμπισμένη πιὸ ἀπότομα ὅπως στὸ σχῆμα 3 · 3 γ. Αὐτὸ γίνεται διότι ἡ ροπὴ τῶν δυνάμεων B καὶ P_δ, ποὺ τείνει νὰ ρίξη τὴ σκάλα, εἶναι μικρότερη στὸ ἀριστερὸ σχῆμα παρὰ στὸ δεξί, γιατὶ ἡ ἀπόσταση μεταξὺ τῶν δυνάμεων εἶναι μικρότερη. Ἀντίθετα ἡ ροπὴ τῶν δυνάμεων T καὶ P_τ ποὺ τείνει νὰ κρατήση τὴ σκάλα εἶναι μεγαλύτερη στὸ ἀριστερὸ σχῆμα, γιατὶ ἡ ἀπόσταση α μεταξὺ τῶν δυνάμεων εἶναι μεγαλύτερη.

(σχ. 3 · 3 δ). Ἡ ροπὴ τοῦ ζεύγους τῶν B καὶ P_δ γίνεται μεγαλύτερη διότι αὐξάνει ἡ ἀπόστασή τους l (στὸ σχ. 3 · 3 γ ἡ l εἶναι πολὺ μικρότερη). Ἀντίθετα ἡ ροπὴ τοῦ ζεύγους τῶν T καὶ P_τ γίνεται μικρότερη ἀφοῦ ἡ ἀποστασή τους α μικραίνει καὶ ἔτσι δὲν μπορεῖ πλέον νὰ ἰσορροπήση τὸ ζεῦγος τῶν δυνάμεων B καὶ P'_δ ἡ σκάλα θὰ πέση κάτω.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

3·4. Τριβὴ κυλίσεως.

Ἂν πάρωμε ἕνα σιδερένιο κύλινδρο καὶ προσπαθήσωμε πρῶτα νὰ τὸν σύρωμε καὶ ἔπειτα νὰ τὸν κυλίσωμε, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα 3·4 α, θὰ δοῦμε ὅτι χρειάζεται πολὺ μικρότερη δύναμη γιὰ νὰ τὸν κυλίσωμε παρὰ γιὰ νὰ τὸν σύρωμε (κάπου 40 gr ἀντὶ γιὰ 1,5 kg, ἂν ὁ κύλινδρος ζυγίζη 5 kg).

Σχ. 3·4 α.

Ἡ δύναμη ποὺ χρειάζεται γιὰ νὰ κυλίσωμε ἕναν κύλινδρο εἶναι πολὺ μικρότερη ἀπὸ αὐτὴν ποὺ χρειαζόμαστε γιὰ νὰ τὸν σύρωμε.

Στὴν περίπτωση ποὺ κυλοῦμε τὸν κύλινδρο, καθὼς καὶ στὴν περίπτωση τοῦ βαρελιοῦ ποὺ εἴδαμε στὸ σχῆμα 3·1 γ, δὲν τρίβεται βέβαια καμμία ἐπιφάνεια ἐπάνω σὲ καμμία ἄλλη, παρουσιάζεται ὅμως μιὰ ἀντίσταση, μιὰ τριβή, ποὺ ἐξηγεῖται ὡς ἑξῆς:

Στὸ σημεῖο, ὅπου ἀκουμπᾶ ὁ κύλινδρος, συμπιέζεται ἀπὸ τὸ βάρος του καὶ ὁ κύλινδρος ὁ ἴδιος καὶ ἡ ἐπιφάνεια, πάνω στὴν

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ὁποία στηρίζεται καὶ παραμορφώνονται λίγο καὶ τὰ δύο, ὅπως δείχνει κάπως ὑπερβολικὰ τὸ σχῆμα 3·4 β. Ὅσο σκληρὸς καὶ νὰ εἶναι ὁ κύλινδρος καὶ ὅσο σκληρὴ καὶ νὰ εἶναι ἡ ἐπιφάνεια πάνω στὴν ὁποία κυλᾶ πάντα θὰ παραμορφωθοῦν καὶ τὰ δύο λιγότερο ἢ περισσότερο. Γιὰ νὰ κινηθῆ λοιπὸν ὁ κύλινδρος πρέπει νὰ βγῆ πρῶτα ἀπὸ τὴν κοιλότητα (λακούβα), μέσα στὴν ὁποία βρίσκεται καὶ γι' αὐτὸ χρειάζεται δύναμη. Καθὼς ὅμως βγαίνει

Σχ. 3·4 β.

Ἡ ἀντίσταση ποὺ συναντᾶ ὁ κύλινδρος ὅταν κυλᾶ, δηλαδὴ ἡ τριβὴ κυλίσεως, ὀφείλεται στὴν παραμόρφωση ποὺ γίνεται στὸ σημεῖο ὅπου ἀκουμπᾶ στὸ ἔδαφος. Ὅταν δηλαδὴ ὁ κύλινδρος κυλᾶ πάνω σ' ἕνα ὁριζόντιο ἐπίπεδο εἶναι οὐσιαστικὰ σὰν νὰ κυλᾶ πάνω σ' ἕναν ἀνήφορο σὰν τὸν MN τοῦ σχήματος.

ὁ κύλινδρος, ἡ λακούβα, λόγω τοῦ βάρους τοῦ κυλίνδρου, μετακινεῖται πάρα πέρα καὶ ἔτσι, ὅταν κινῆται ὁ κύλινδρος πάνω σὲ ἕνα ὁριζόντιο ἐπίπεδο, οὐσιαστικὰ εἶναι σὰν νὰ κινῆται πάνω σὲ ἕναν ἀνήφορο σὰν αὐτὸν ποὺ εἶναι μεταξὺ τῶν σημείων *M* καὶ *N* τοῦ σχήματος 3·4 β.

Ἀμέσως καταλαβαίνομε ὅτι ὅσο βαρύτερος εἶναι ὁ κύλινδρος, τόσο βαθύτερη θὰ εἶναι ἡ λακούβα ποὺ θὰ σχηματισθῆ καὶ ἑπομένως τόσο πιὸ ἀπότομος ὁ « ἀνήφορος » τῆς λακούβας (α-α καὶ α'-α' στὸ σχ. 3·4 γ). Ἑπομένως ὅσο βαρύτερος εἶναι ὁ κύλινδρος, τόσο μεγαλύτερη δύναμη χρειαζόμαστε γιὰ νὰ τὸν κινήσω-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

με. Ἡ τριβὴ κυλίσεως δηλαδὴ εἶναι ἀνάλογη μὲ τὴν δύναμη, ποὺ πιέζει τὸν κύλινδρο πρὸς τὴν ἐπιφάνεια, πάνω στὴν ὁποία κυλᾶ.

Ἂν σκεφθοῦμε ἀκόμα λίγο, καταλαβαίνομε ὅτι γιὰ κυλίνδρους ποὺ ἔχουν τὸ ἴδιο βάρος, ἡ τριβὴ κυλίσεως εἶναι τόσο *μικρότερη ὅσο μεγαλύτερη* εἶναι ἡ διάμετρος τοῦ κυλίνδρου. Πρά-

Σχ. 3·4 γ.
Ὅσο βαρύτερος εἶναι ὁ κύλινδρος τόσο βαθύτερη εἶναι ἡ « λακούβα » ποὺ σχηματίζεται στὸ σημεῖο ὅπου ἀκουμπᾶ καὶ ἑπομένως τόσο πιὸ δύσκολο εἶναι νὰ τὸν κινήσωμε, δηλαδὴ τόσο μεγαλύτερη τριβὴ κυλίσεως ὑπάρχει.

Σχ. 3·4 δ.
Ἡ « λακούβα » ποὺ σχηματίζεται κάτω ἀπὸ τὸ δεξιὸ κύλινδρο, ὁ ὁποῖος ζυγίζει τὸ ἴδιο μὲ τὸν ἄλλο, εἶναι λιγότερο ἀπότομη καὶ ἔτσι εἶναι πιὸ εὔκολο νὰ τὸν κινήσωμε. Δηλαδὴ ἡ τριβὴ κυλίσεως εἶναι μικρότερη, ὅταν ἡ διάμετρος εἶναι μεγαλύτερη.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

γματι, ὅπως βλέπομε στὸ σχῆμα 3 · 4 δ, ὅταν ἡ διάμετρος τοῦ κυλίνδρου εἶναι μεγαλύτερη, ὁ « ἀνήφορος » τῆς λακούβας εἶναι μικρότερος (δηλαδὴ ἡ εὐθεία α′ - α′ ἔχει μικρότερη κλίση ἀπὸ τὴν εὐθεία α - α). Ἑπομένως ἡ δύναμη ποὺ χρειάζεται γιὰ νὰ κινήσωμε τὸν κύλινδρο εἶναι μικρότερη. Μποροῦμε λοιπὸν νὰ ποῦμε ὅτι ἡ τριβὴ κυλίσεως εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογη μὲ τὴν διάμετρό του.

3 · 5 Συντελεστὴς τριβῆς κυλίσεως.

Αὐτὰ ποὺ ἀναπτύξαμε στὴν προηγούμενη παράγραφο γιὰ τὴν τριβὴ κυλίσεως ἐξηγοῦνται κάπως ἀκριβέστερα κατὰ τὸν ἑξῆς τρόπο: Ὅπως εἴπαμε καὶ στὴν προηγούμενη παράγραφο π.χ. στὸ παράδειγμα τοῦ σχήματος 3 · 4 β, στὸ σημεῖο ὅπου ὁ κύλινδρος ἀκουμπᾶ στὸ ὁριζόντιο ἐπίπεδο, παραμορφώνονται καὶ ὁ ἴδιος καὶ ἡ ἐπιφάνεια ποὺ στηρίζεται. Τὸ ἀποτέλεσμα τῆς παραμορφώσεως αὐτῆς, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα 3 · 5 α, εἶναι ὅτι μόλις ὁ κύλινδρος πάει νὰ κινηθῆ, ἡ ἀντίδρασή

Σχ. 3·5 α.

Ἀναλυτικὴ ἐξήγηση τῆς τριβῆς κυλίσεως. Γιὰ νὰ κινηθῆ ὁ κύλινδρος πρέπει ἡ ροπὴ τῆς δυνάμεως P ποὺ ἐφαρμόζομε νὰ εἶναι τουλάχιστον ἴση μὲ τὴν ροπὴ τοῦ ζεύγους τοῦ βάρους B τοῦ κυλίνδρου καὶ τῆς ἀντιδράσεως B' τοῦ ἐπιπέδου.

B' τοῦ ἐπιπέδου, ἡ ὁποία βέβαια εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετη μὲ τὸ βάρος B τοῦ κυλίνδρου, δὲν εἶναι πιὰ ἀκριβῶς κάτω ἀπὸ τὸ κέντρο τοῦ κυλίνδρου ἀλλὰ λίγο δεξιότερα, στὸ σημεῖο N. Ἔτσι οἱ δυνάμεις B καὶ B', ποὺ δροῦν πάνω στὸν κύλινδρο, σχηματίζουν ἕνα ζεῦγος ποὺ τείνει νὰ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

στρέψη τὸν κύλινδρο κατὰ τὴν ἀντίθετη φορὰ ἀπὸ τὴν φορὰ τῆς κινήσεως. Ἂν ἡ ἀπόσταση μεταξὺ τῶν δυνάμεων B καὶ B' εἶναι l, ἡ ροπὴ τοῦ ζεύγους τῶν δυνάμεων αὐτῶν εἶναι:

$$M = B \cdot l$$

Γιὰ νὰ μπορέσωμε νὰ κινήσωμε τὸν κύλινδρο, πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμε πάνω του μιὰ δύναμη P, τῆς ὁποίας ἡ ροπὴ ὡς πρὸς τὸ σημεῖο N εἶναι τουλάχιστον ἴση καὶ ἀντίθετη μὲ τὴν ροπὴ M. Ὅπως βλέπομε ὅμως, ἡ ἀπόσταση τῆς δυνάμεως P ἀπὸ τὸ σημεῖο N εἶναι περίπου ἴση μὲ τὴν ἀκτίνα τοῦ κυλίνδρου ϱ. Ἑπομένως ἡ ροπή της ὡς πρὸς τὸ σημεῖο N εἶναι:

$$M' = P \cdot \varrho$$

Πρέπει λοιπὸν νὰ εἶναι $M = M'$ καὶ

$$P \cdot \varrho = B \cdot l$$

Ἀπὸ τὴν σχέση αὐτὴ βρίσκομε τὸ P:

$$P = l \frac{B}{\varrho}.$$

Ἡ δύναμη P, ποὺ χρειάζεται γιὰ ν' ἀρχίση νὰ κινῆται ὁ κύλινδρος, εἶναι προφανῶς ἴση μὲ τὴν τριβὴ μεταξὺ κυλίνδρου καὶ ἐπιπέδου ποὺ πρέπει νὰ ὑπερνικηθῆ, δηλαδὴ τὴν τριβὴ κυλίσεως.

Ἀπὸ τὴν σχέση αὐτὴ βλέπομε αὐτὰ ποὺ εἴπαμε: ὅτι ἡ τριβὴ κυλίσεως εἶναι ἀνάλογη μὲ τὸ βάρος B ποὺ πιέζει καὶ ἀντιστρόφως ἀνάλογη μὲ τὴν ἀκτίνα ϱ.

Τὸ (l) τὸ ὀνομάζομε *συντελεστὴ τριβῆς κυλίσεως*.

Τί καινούργιο μάθαμε;

1. Ὅταν ἕνα σῶμα κινῆται πάνω σὲ ἕνα ἄλλο, συναντᾶ μιὰν ἀντίσταση ποὺ τὴ λέμε τριβή. Οἱ τριβὲς εἶναι δυνάμεις ποὺ ἀντιστέκονται σὲ κάθε κίνηση.

2. Διακρίνομε τριβὴ ὀλισθήσεως, ποὺ ἐμποδίζει ἕνα σῶμα νὰ γλυστρήση (νὰ «ὀλισθήση») πάνω σὲ ἕνα ἄλλο, τριβὴ κυλίσεως, ποὺ ἐμποδίζει ἕνα σῶμα νὰ κυλήση καὶ τριβὲς τῶν ὑγρῶν καὶ τῶν ἀερίων.

3. Οἱ τριβὲς εἶναι δυνάμεις βλαβερὲς γιατὶ φθείρουν τὶς μη-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

χανές μας, χωρὶς ὅμως αὐτὲς δὲν θὰ μπορούσαμε νὰ κάνωμε ἕνα σωρὸ δουλειές.

4. Οἱ τριβὲς δημιουργοῦν θερμότητα.

5. Ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως εἶναι ἀνάλογη μὲ τὴ δύναμη, ποὺ πιέζει, τὸ ἕνα σῶμα ἐπάνω στὸ ἄλλο.

6. Ὁ συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ εἶδος τῶν ἐπιφανειῶν ποὺ πιέζονται καὶ μόνον.

7. Ἡ τριβὴ κυλίσεως εἶναι μικρότερη ἀπὸ τὴν τριβὴ ὀλισθήσεως. Εἶναι ἀνάλογη μὲ τὴν δύναμη ποὺ πιέζει τὸ ἕνα σῶμα πάνω στὸ ἄλλο (λ.χ. τὸ βάρος) καὶ ἀντιστρόφως ἀνάλογη πρὸς τὴν ἀκτίνα τοῦ σώματος.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΑΤΙΚΗΣ (Κεφ. 1·2·3).

4·1 Ἀσκήσεις λυμένες.

1) Στὸ σχῆμα 4·1 α εἰκονίζεται ἕνα βαροῦλκο **A**, ποὺ σηκώνει ἕνα βάρος $P = 400$ kg. Ἡ τροχαλία O, γύρω ἀπὸ τὴν ὁποία περνᾶ τὸ σχοινί, κρέμεται μὲ ἕναν βραχίονα OB ἀπὸ τὸ ταβάνι. Τὸ σχοινὶ ποὺ πάει στὸ βαροῦλκο σχηματίζει μὲ τὴν κατακόρυφο γωνία 60°.

Ζητεῖται ἡ γωνία (α), ποὺ σχηματίζει ὁ βραχίων OB μὲ τὴν κατακόρυφο, καὶ ἡ δύναμη ποὺ ἀσκεῖται ἐπάνω του.

Σχ. 4·1 α.

Σχ. 4·1 β.

Λύση:

Ἐπάνω στὴν τροχαλία ἐνεργοῦν δύο δυνάμεις: Τὸ κατακόρυφο βάρος P καὶ ἡ δύναμη P', ποὺ ἀσκεῖ τὸ βαροῦλκο, ἴση κι' αὐτὴ μὲ 400 kg. Στὸ σχῆμα 4·1 β βλέπομε τὴν σύνθεση τῶν δυνάμεων αὐτῶν P καὶ P' τῶν ὁποίων ἡ συνισταμένη R εἶναι περίπου 690 kg.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Ὁ βραχίων παίρνει τὴν διεύθυνση τῆς συνισταμένης ποὺ βρήκαμε. Ἐπειδὴ ὅμως οἱ δύο δυνάμεις εἶναι ἴσες, ἡ συνισταμένη τους βρίσκεται πάνω στὴν διχοτόμο τῆς γωνίας ποὺ σχηματίζουν· σχηματίζει λοιπὸν μὲ τὴν κατακόρυφο γωνία 30°.

2) Ἕνας σωλήνας ἀπὸ μπετὸν βάρους 1 300 kg ἀνυψώνεται ἀπὸ ἕναν γερανὸ μὲ ἕνα παλαμάρι, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα 4 1 γ. Πόση δύναμη σηκώνει ὁ κάθε κλάδος τοῦ παλαμαριοῦ;

Σχ. 4·1 γ.

Λύση:

Οἱ δυνάμεις ποὺ σηκώνουν οἱ δύο κλάδοι τοῦ παλαμαριοῦ πρέπει νὰ ἔχουν συνισταμένη ἴση μὲ τὸ βάρος τοῦ σωλήνα. Γιὰ νὰ βροῦμε λοιπὸν τὶς δυνάμεις αὐτές, ἀναλύομε τὸ βάρος B τοῦ σωλήνα σὲ δύο συνιστῶσες P κατὰ τὶς διευθύνσεις τῶν δύο κλάδων, δηλαδὴ σχηματίζομε τὸ παραλληλόγραμμο. Ἔτσι βρίσκομε (με-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

τρώντας τὰ μήκη τῶν βελῶν P) ὅτι κάθε κλάδος τοῦ παλαμαριοῦ σηκώνει περίπου 875 kg.

3) Ὁ τροχὸς τανύσεως (τεντώματος) Α τοῦ ἱμάντα εἶναι κρεμασμένος ἀπὸ τὸν βραχίονα ΟΑ, ποὺ γυρίζει ἐλεύθερα γύρω ἀπὸ τὸν ἄξονα Ο (σχ. 4·1δ). Πόση δύναμη τανύσεως δίνει στὸ λουρὶ τὸ βάρος τῶν 190 kg;

Σχ. 4·1 δ.

Σχ. 4·1 ε.

Λύση:

Πάνω στὸν τροχὸ τανύσεως Α ἀσκοῦνται οἱ δυνάμεις τανύσεως τοῦ ἱμάντα S καὶ S' καὶ ἡ δύναμη P τοῦ βάρους τῶν 190 kg. Οἱ δυνάμεις αὐτὲς ἰσορροποῦν· ἑπομένως ἡ συνισταμένη P' τῶν δυνάμεων τανύσεως S καὶ S' (σχ. 4·1 ε) εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετη μὲ τὴν P. Γιὰ νὰ βροῦμε ἑπομένως τὶς S καὶ S' ἀναλύομε τὴν P' σὲ δύο συνιστῶσες κατὰ τὶς διευθύνσεις τῶν δύο κλάδων τοῦ ἱμάντα. Ἔτσι βρίσκομε ὅτι $S = S' = 148$ kg.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

$$10 \times 70 = 700 \text{ mm}^2$$

ἐνῶ τοῦ κατακορύφου σκέλους εἶναι:

$$10 \times 90 = 900 \text{ mm}^2.$$

Σχεδιάζομε κατὰ αὐθαίρετη διεύθυνση στὸ σημεῖο K_1 ἕνα βέλος ποὺ παριστάνει, μὲ κάποια κλίμακα, 700 mm², ἐνῶ στὸ ση-

Σχ. 4·1 κ.

μεῖο K_2 ἕνα βέλος ποὺ παριστάνει μὲ τὴν ἴδια κλίμακα 900 mm². (Γιὰ νὰ μὴν μπερδευτῆ τὸ σχῆμα μεταφέρομε τὰ σημεῖα K_1 καὶ K_2 στὸ K'_1 καὶ K'_2). Τὰ βέλη αὐτὰ παριστάνουν τὶς ἐπιφάνειες τῶν δύο τμημάτων τῆς γωνίας, ἑπομένως καὶ τὰ βάρη τους· ἀφοῦ τὸ βάρος κάθε τμήματος εἶναι ἀνάλογο μὲ τὴν ἐπιφάνειά του. Τὰ βέλη, δηλαδή, αὐτὰ μποροῦμε νὰ ποῦμε ὅτι παριστάνουν τὰ βάρη

τῶν δύο τμημάτων τῆς γωνίας μὲ κάποια ἄγνωστη κλίμακα.

Συνθέτομε τὰ δύο αὐτὰ βέλη σὰν νὰ ἦταν δυνάμεις. Τὸ σημεῖο K, ὅπου ἡ συνισταμένη τους ($R = 1\,600$) τέμνει τὴν εὐθεία $K_1 K_2$, εἶναι τὸ κέντρο βάρους, ποὺ ζητοῦμε, τῆς γωνίας.

8) Νὰ εὑρεθῆ τὸ κέντρο βάρους τῆς πλάκας μὲ τὴν κυκλικὴ ὀπὴ τοῦ σχήματος 4·1 λ.

Σχ. 4·1 λ.

Λύση:

Ἂν ἡ πλάκα δὲν εἶχε τὴν ὀπή, τὸ κέντρο βάρους της θὰ ἦταν τὸ σημεῖο τομῆς τῶν διαγωνίων της K_1. Μὲ τὴν ἀφαίρεση τῆς ὀπῆς εἶναι σὰν νὰ ἀσκῆται πάνω στὴν ὁλόκληρη πλάκα καὶ στὸ κέντρο βάρους K_2 τοῦ κομμένου τμήματος μία δύναμη ἴση καὶ ἀντίθετη μὲ τὸ βάρος τοῦ τμήματος (σχ. 4·1 μ). Γιὰ νὰ βροῦμε λοιπὸν τὸ κέντρο βάρους K τῆς πλάκας μὲ τὴν τρύπα, ἀρκεῖ νὰ βροῦμε τὸ σημεῖο ὅπου ἐνεργεῖ ἡ συνισταμένη τῶν δύο αὐτῶν δυνάμεων. Δηλαδὴ νὰ συνθέσωμε τὸ βάρος

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Ἀπὸ τὸ σχῆμα μετροῦμε ὅτι εἶναι $a = 1\,100\,\mathrm{mm}$ ὁπότε ἔχομε:

$$B \cdot 1\,250 = 115 \times 1\,100, \text{ δηλαδὴ}$$

$$B = \frac{115 \times 1\,100}{1\,250} = 101 \text{ kg}.$$

6) Ὑπολογίσετε πόση δύναμη σηκώνει κάθε ἕνα ἀπὸ τὰ στηρίγματα τῆς δοκοῦ MN τοῦ σχήματος 4·1 ι. Τὸ βάρος τῆς δοκοῦ μποροῦμε νὰ μὴ τὸ λάβωμε ὑπ' ὄψη ὡς πρὸς τὸ βάρος $B = 1\,200$ kg ποὺ εἶναι στηριγμένο ἐπάνω της.

Σχ. 4·1 ι.

Λύση:

Ἡ δοκὸς MN πιέζει τὰ στηρίγματα M καὶ N. Σύμφωνα μὲ τὴν ἀρχὴ τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως, κάθε ἕνα ἀπὸ τὰ στηρίγματα θὰ ἀσκήση μία ἀντίδραση πρὸς τὰ πάνω ἐπάνω στὴ δοκό. Οἱ ἀντιδράσεις πρέπει νὰ ἐξουδετερώνουν τὸ βάρος B. Οἱ δυνάμεις A_1, B καὶ A_2 ἰσορροποῦν, ἔχουν δηλαδὴ συνισταμένη μηδέν.

Ἀφοῦ ἡ συνισταμένη τῶν A_1, B καὶ A_2 εἶναι μηδέν, καὶ ἡ ροπή της ὡς πρὸς ὁποιοδήποτε σημεῖο θὰ εἶναι μηδέν. Ἡ ροπὴ ὅμως τῆς συνισταμένης ἰσοῦται μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν συνιστωσῶν. Ἑπομένως καὶ τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν A_1, B καὶ A_2, ὡς πρὸς ὁποιοδήποτε σημεῖο εἶναι μηδέν.

Σύμφωνα μὲ τὸ συμπέρασμα αὐτὸ πρέπει τὸ ἄθροισμα, τῶν ροπῶν τῶν A_1, B καὶ A_2 ὡς πρὸς τὸ σημεῖο M νὰ εἶναι μηδέν:

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ροπὴ τῆς A_1: $0 \times A_1 = 0$
» » B: $1{,}50 \times B$ (δεξιόστροφη)
» » A_2: $-1{,}80 \times A_2$ (ἀριστερόστροφη)
ἄθροισμα ροπῶν: $1{,}50\,B - 1{,}80\,A_2 = 0$
ἢ $1{,}80\,A_2 = 1{,}50\,B$

$$\text{ἄρα } A_2 = \frac{1{,}50\,B}{1{,}80} = \frac{1{,}50 \times 1\,200}{1{,}80} = 1\,000 \text{ kg}$$

Τὸ ἴδιο πρέπει νὰ ἰσχύη καὶ γιὰ τὸ σημεῖο N:

ροπὴ τῆς A_1: $1{,}80 \times A_1$ (δεξιόστροφη)
» » B: $-(1{,}80 - 1{,}50)\,B = -0{,}30 \times B$ (ἀριστερόστροφη)
» » A_2: $0 \times A_2 = 0$
ἄθροισμα ροπῶν: $1{,}80\,A_1 - 0{,}30\,B = 0$
ἢ $1{,}80\,A_1 = 0{,}30\,B$

$$\text{ἄρα } A_1 = \frac{0{,}30\,B}{1{,}80} = \frac{0{,}30 \times 1\,200}{1{,}80} = 200 \text{ kg.}$$

Παρατηροῦμε ὅτι: $A_1 + A_2 = 200 \text{ kg} + 1\,000 \text{ kg} = 1\,200 \text{ kg} = B$.
Ὅπως δηλαδὴ καὶ πρέπει νὰ εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν ἀντιδράσεων A_1 καὶ A_2, ἴση καὶ ἀντίθετη πρὸς τὸ βάρος B.

7) Νὰ εὑρεθῆ τὸ κέντρο βάρους τῆς γωνίας τοῦ σχήματος 4·1κ (σελ. 88).

Λύση:

Ἡ γωνία αὐτὴ ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο ὀρθογώνια τμήματα. Τὸ κέντρο βάρους καθενὸς ἀπὸ τὰ τμήματα αὐτὰ εἶναι τὸ σημεῖο τομῆς τῶν διαγωνίων του (σημεῖα K_1 καὶ K_2).

Τὸ κέντρο βάρους τοῦ ὅλου σχήματος εἶναι τὸ κέντρο τῶν βαρῶν τῶν δύο τμημάτων του, ποὺ ἐφαρμόζονται στὰ κέντρα βάρους K_1 καὶ K_2.

Τὰ βάρη τῶν δύο τμημάτων δὲν τὰ ξέρομε, ξέρομε ὅμως ὅτι εἶναι ἀνάλογα πρὸς τὶς ἐπιφάνειές τους. Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὁριζοντίου σκέλους τῆς γωνίας εἶναι:

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

4) Στὸ σχῆμα 4·1ζ εἰκονίζεται ἕνας στρεφόμενος γερανὸς ΑΒΓ. Ἂν τὸ βάρος ποὺ σηκώνει ὁ γερανὸς εἶναι $B = 1\,500$ kg, πόση εἶναι ἡ δύναμη ποὺ σηκώνει κάθε μιὰ ἀπὸ τὶς ράβδους ΑΒ καὶ ΑΓ τοῦ γεραν̀ου;

Σχ. 4·1ζ.

Λύση:

Γιὰ νὰ βροῦμε τὶς δυνάμεις ποὺ σηκώνει ἡ κάθε ράβδος, ἀναλύομε τὸ βάρος B σὲ δύο συνιστῶσες κατὰ τὶς διευθύνσεις τῶν δύο ράβδων, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα. Ἔτσι βρίσκομε ὅτι ἡ δύναμη S, ποὺ σηκώνει ἡ ράβδος ΑΒ εἶναι $S = 4\,750$ kg καὶ διευθύνεται πρὸς τὰ κάτω, τείνει δηλαδὴ νὰ κάνη τὴ ράβδο νὰ κοντύνη, ἐνῶ ἡ δύναμη S' ποὺ σηκώνει ἡ ράβδος ΑΓ εἶναι 3 950 kg καὶ διευθύνεται πρὸς τὰ ἐπάνω, τείνει δηλαδὴ νὰ κάνη τὴ ράβδο νὰ μακρύνη.

5) Ὁ τροχὸς τανύσεως Α τοῦ ἱμάντα ΙΚΛΜΝ (σχ. 4·1η), ποὺ στηρίζεται στὸν βραχίονα ΟΑ, πρέπει νὰ τεντώνη τὸν ἱμάντα μὲ δύναμη 150 kg.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

α) Νὰ εὑρεθῇ ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων τοῦ ἱμαντα ποὺ ἀσκοῦνται πάνω στὸν τροχὸ τανύσεως.

β) Πόσο πρέπει νὰ εἶναι τὸ ἀναγκαῖο βάρος B, ποὺ πρέπει νὰ κρεμάσωμε ἀπὸ τὸν τροχὸ τανύσεως γιὰ νὰ κρατηθῇ στὴ θέση Α (δηλαδὴ γιὰ νὰ μείνη ὁ βραχίων ΟΑ κατακόρυφος).

Σχ. 4·1 η.

Κλίμαξ δυνάμεων 1cm≙100kg

Σχ. 4·1 θ.

Λύση:

α) Γιὰ ν' ἀπαντήσωμε στὸ πρῶτο ἐρώτημα συνθέτομε (ὅπως στὴν ἄσκηση 4·1 ϐ) τὶς δύο δυνάμεις τανύσεως τοῦ ἱμάντα, ποὺ ἐνεργοῦν κατὰ τὶς διευθύνσεις ΜΛ καὶ ΜΝ (σχ. 4·1 θ). Βρίσκομε ὅτι: $P = 115$ kg.

β) Πάνω στὸ βραχίονα ΟΑ, ὅπου εἶναι στερεωμένος ὁ τροχὸς τανύσεως Α, ἀσκοῦνται δύο δυνάμεις: τὸ βάρος B καὶ ἡ συνισταμένη P τῶν δυνάμεων τοῦ ἱμάντα. Γιὰ νὰ ἰσορροπῇ ὁ βραχίων πρέπει οἱ ροπὲς τῶν δυνάμεων αὐτῶν ὡς πρὸς τὸ σημεῖο O νὰ εἶναι ἴσες καὶ ἀντίθετες:

$$B \cdot 1\,250\,\text{mm} = P \cdot a.$$

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

τῆς ὁλόκληρης πλάκας μὲ μία δύναμη ἴση καὶ ἀντίθετη μὲ τὸ βάρος τοῦ τμήματος ποὺ εἶχε τὴν θέση τῆς τρύπας.

Τὸ βάρος τῆς πλάκας εἶναι ἀνάλογο μὲ τὴν ἐπιφάνεια ὁλόκληρης πλάκας, τὸ δὲ βάρος τοῦ τμήματος, ποὺ ἦταν στὴ θέση τῆς τρύπας, εἶναι ἀνάλογο μὲ τὴν ἐπιφάνεια τῆς τρύπας.

Γι' αὐτὸ σχεδιάζομε στὸ σημεῖο K_1 μία δύναμη ἀνάλογη μὲ τὴν ἐπιφάνεια τῆς ὁλόκληρης πλάκας καὶ στὸ K_2 μία δύναμη ἀνάλογη μὲ τὴν ἐπιφάνεια τῆς τρύπας, καὶ μὲ διεύθυνση ἀντίθετη τῆς πρώτης (σχ. 4·1λ). Τὸ κέντρο K τῶν δύο αὐτῶν δυνάμεων εἶναι τὸ κέντρο βάρους τῆς πλάκας μὲ τὴν τρύπα.

Γιὰ νὰ μὴ μπερδευθοῦν οἱ γραμμὲς στὸ σχῆμα 4·1λ ξεχωρίσαμε τὰ σημεῖα K, K_1 καὶ K_2 καὶ τὰ ξανασχεδιάσαμε λίγο δεξιότερα.

Ἡ ἐπιφάνεια ὁλόκληρης τῆς πλάκας εἶναι $80 \times 40 = 3\,200$ mm².

Γι' αὐτὸ σχεδιάζομε στὸ K_1 ἕνα βέλος μήκους 32 mm.

Ἡ ἐπιφάνεια τῆς τρύπας εἶναι: $\dfrac{3{,}14 \times 35^2}{4} = 960\,\text{mm}^2$.

Ἑπομένως τὸ βέλος ποὺ σχεδιάζομε στὸ σημεῖο K_2 μὲ διεύθυνση ἀντίθετη ἀπὸ τὸ πρῶτο θὰ ἔχη μῆκος 9,6 mm.

Σχ. 4·1μ.

Συνθέτομε τὰ δύο αὐτὰ βέλη (σχ. 4·1λ). Τὸ σημεῖο ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης K εἶναι τὸ κέντρο βάρους τῆς πλάκας μὲ τὴν τρύπα, τὸ ὁποῖο ζητοῦμε.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

9) Ὁ δεκαπλασιαστικὸς ζυγός.

Στὸ σχῆμα 4·1 ν [α] εἰκονίζεται σχηματικὰ ἕνας δεκαπλασιαστικὸς ζυγὸς (κοινῶς πλάστιγγα).

Ὁ ζυγὸς αὐτὸς λέγεται ἔτσι διότι τὰ ζύγια, ποὺ βάζομε στὸ δίσκο, ἔχουν τὸ 1/10 τοῦ βάρος ποὺ ζυγίζομε. Ἔτσι μὲ ζύγι ἑνὸς κιλοῦ ζυγίζομε 10 kg βάρους. Ὁ ζυγὸς αὐτὸς λειτουργεῖ ὡς ἑξῆς: Τὰ μήκη τῶν διαφόρων μοχλῶν (βραχίονες) ἔχουν τὶς ἑξῆς σχέσεις μεταξύ τους:

$$(\text{ΟΓ}) = 5(\text{ΟΑ}) \qquad (\text{ΕΖ}) = 10(\text{ΕΗ}) = 2(\text{ΕΔ}).$$

Σχ. 4·1 ν.

Τὸ βάρος B ποὺ βάζομε στὸ δάπεδο τῆς ζυγαριᾶς μοιράζεται στὰ δύο στηρίγματα Α καὶ Ι (σχ. 4·1 ν [β]), στὰ τμήματα B_1 καὶ B_2.

Γιὰ νὰ ἰσορροπηθῆ τὸ τμῆμα B_1 χρειάζεται μία δύναμη P

στὸ σημεῖο Γ, ποὺ νὰ εἶναι τὸ ἕνα πέμπτο τῆς B_1 (σχ. 4·9 ν [γ]).

$$P = 1/5\, B_1$$

Αὐτὸ συμβαίνει γιατὶ ὁ μοχλοβραχίονας (ΟΓ) τῆς P εἶναι 5 φορὲς μεγαλύτερος ἀπὸ τῆς B_1 (Ο Α), ὅπως εἴπαμε.

Ἡ δύναμη P μεταφέρεται μὲ τὴν ράβδο ΓΔ στὸ σημεῖο Δ. (Δὲν πρέπει νὰ παραξενευθῆ κανεὶς ποὺ σημειώνομε τὴ δύναμη P στὸ σημεῖο Γ νὰ διευθύνεται πρὸς τὰ πάνω, ἐνῶ τὴν P' στὸ σημεῖο Δ νὰ διευθύνεται πρὸς τὰ κάτω. Οἱ δυνάμεις αὐτὲς εἶναι οἱ δυνάμεις ποὺ ἀσκεῖ ἡ ράβδος ΓΔ πάνω στὶς ΟΓ καὶ ΔΖ. Ἂν δὲν τραβοῦσε ἡ ΓΔ τὴν ΟΓ πρὸς τὰ πάνω καὶ τὴν ΔΖ πρὸς τὰ κάτω, τότε ἡ ΟΓ θὰ ἔπεφτε ἡ δὲ ΔΖ θὰ σηκωνόταν).

Γιὰ νὰ ἐξουδετερωθῆ ἡ δύναμη P' τοῦ σημείου Δ πρέπει νὰ βάλωμε στὸ Ζ ἕνα βάρος β_1, ἴσο μὲ τὸ μισὸ τῆς P':

$$\beta_1 = \frac{1}{2} P'$$

καὶ τοῦτο διότι, ὅπως εἴπαμε, ὁ βραχίονας ΕΖ τοῦ β_1 εἶναι ὁ διπλὸς ἀπὸ τὸν μοχλοβραχίονα ΕΖ τῆς P'.

$$(\mathrm{EZ}) = 2\,(\mathrm{E\Delta})$$

ἀφοῦ ὅμως

$$P' = P = \frac{1}{5} B_1$$

ἔχομε:

$$\beta_1 = \frac{1}{2} P' = \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} B_1 = \frac{1}{10} B_1.$$

Κατὰ παρόμοιο τρόπο (σᾶς ἀφήνομε νὰ τὸ σκεφθῆτε μόνοι σας) προκύπτει ὅτι καὶ τὸ τμῆμα B_2 τοῦ βάρους ποὺ ζυγίζομε χρειάζεται γιὰ νὰ ἰσορροπηθῆ ζύγια τοῦ 1/10 τοῦ βάρους B.

$$\beta_2 = \frac{1}{10} B_2.$$

Ἑπομένως ὅλο τὸ βάρος B τὸ ζυγίζομε μὲ ζύγια $\beta = \beta_1 + \beta_2$ (σχ. 4 · 1 ν [α]) ποὺ ζυγίζουν τὸ 1/10 τοῦ B.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

4·2 Ἀσκήσεις πρὸς λύση.

1) Συνθέστε τὶς δυνάμεις (σχ. 4·2α):

Σχ. 4·2α.

2) Συνθέστε τὶς δυνάμεις (σχ. 4·2β):

Σχ. 4·2β.

3) Νὰ ἀποδείξετε ὅτι τρεῖς ἴσες δυνάμεις ποὺ ἐνεργοῦν στὸ ἴδιο σημεῖο καὶ σχηματίζουν μεταξύ τους ἴσες γωνίες ἰσορροποῦν (δηλαδὴ ὅτι ἔχουν συνισταμένη μηδέν).

4) Σὲ ἕναν τηλεγραφικὸ στύλο, ὅπου φθάνουν 16 ὁριζόντια

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

σύρματα, διακλαδίζονται τὰ 6 πρὸς τὰ ἀριστερά, σχηματίζοντας ὁριζόντια γωνία 60° καὶ τὰ 10 πρὸς τὰ δεξιὰ σχηματίζοντας ὁριζόντια γωνία 50° (σχ. 4·2γ). Ἂν κάθε σύρμα ἀσκῆ πάνω στὸν στύλο δύναμη ὁριζόντια 20 kg, νὰ βρῆτε:

α) Πόση εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων ποὺ ἀσκοῦν τὰ σύρματα πάνω στὸν στύλο;

β) Τί διεύθυνση (γωνία α) πρέπει νὰ ἔχη μία ὁριζόντια ἀντηρίδα ποὺ νὰ συνδέη τὸ στύλο μὲ τὸν τοῖχο, ὥστε νὰ ἐξουδετερώνη τὴν συνισταμένη τῶν δυνάμεων τῶν συρμάτων;

Σχ. 4·2γ.

5) Ἕνα τελλάρο ΑΒ χυτηρίου εἶναι κρεμασμένο μὲ μία ἁλυσίδα ὅπως φαίνεται στὸ σχῆμα 4·2δ. Τὸ τελλάρο μαζὶ μὲ τὸ περιεχόμενό του ζυγίζει 1700 kg τὸ δὲ κέντρο βάρους του εἶναι στὸ σημεῖο *Κ*. Νὰ βρεθῆ ἡ δύναμη ποὺ σηκώνει ὁ κάθε ἕνας ἀπὸ τοὺς κλάδους ΑΓ καὶ ΒΓ τῆς ἁλυσίδας.

6) Ἕνας γερανὸς τοίχου ΑΒΓ (σχ. 4·2ε) σηκώνει στὴν ἄκρη του Α ἕνα βάρος 700 kg. Πόση δύναμη σηκώνουν οἱ ράβδοι ΑΒ καὶ ΑΓ;

7) Τὸ πιεστήριο ποὺ βλέπομε στὸ σχῆμα 4·2ζ λειτουργεῖ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

καθὼς γυρίζομε τὸν κοχλία Γ μὲ τὴν μανιβέλα Δ. Μὲ τὸ γύρισμα τοῦ κοχλία, σύρεται τὸ σημεῖο *A* πρὸς τὰ δεξιὰ καὶ ἑπομένως τὸ σημεῖο *B* (ἔμβολο) πιέζεται πρὸς τὰ κάτω.

Σχ. 4·2 δ.

Σχ. 4·2 ε.

Σχ. 4·2 ζ.

α) Πόση εἶναι ἡ δύναμη ποὺ ὑφίσταται κάθε μία ἀπὸ τὶς ῥάβδους S;

β) Πόση εἶναι ἡ δύναμη (*Q*) ποὺ ἀσκεῖται πάνω στὸ σῶμα Σ ποὺ συμπιέζομε καὶ πόση εἶναι ἡ δύναμη *N* μὲ τὴν ὁποία τὸ ἔμβολο B πιέζει τὸν ὁδηγό;

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Ἡ δύναμη ποὺ ἀσκοῦμε μὲ τὸν κοχλία στὸ σημεῖο A εἶναι 150 kg ὁριζόντια.

8) Ἡ ροπὴ ποὺ δίνει ὁ κινητήρας ἑνὸς μικροῦ τρυπανιοῦ (σχ. 4·2η) εἶναι 0,1 mkg. Ὑπολογίστε τὶς δυνάμεις P ποὺ ἀσκοῦνται στὴν περιφέρεια τοῦ ἐργαλείου διαμέτρου 10 mm.

Σχ. 4·2η.

9) Συνθέστε τὶς δυνάμεις (σχ. 4·2θ):

Σχ. 4·2θ.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

10) Ὁ σφόνδυλος C μιᾶς μηχανῆς (σχ. 4·2ι) εἶναι στερεωμένος πάνω σὲ ἕναν ἄξονα AB, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα. Ἀναλύστε τὸ βάρος τοῦ σφονδύλου $P = 2t$ σὲ δύο συνιστῶσες ποὺ δροῦν στὰ σημεῖα A καὶ B. Συμπεράνετε πόσες εἶναι οἱ ἀντιδράσεις τῶν ἐδράνων A καὶ B.

Σχ. 4·2ι.

11) Τὸ σχῆμα 4·2κ δίνει τὴν κάτοψη ἑνὸς σκαμνιοῦ (β) μὲ τρία πόδια. M, N καὶ Ξ εἶναι τὰ σημεῖα ὅπου τὸ κάθισμα στηρίζεται στὰ πόδια. Στὸ σημεῖο Π εἶναι ἀκουμπισμένο ἕνα βάρος 10 kg. Τί βάρος σηκώνει τὸ κάθε πόδι;

Σχ. 4·2κ.

(Ἀναλύσατε τὸ βάρος τῶν 10 kg σὲ δύο συνιστῶσες στὰ σημεῖα N καὶ P. Ἔπειτα ἀναλύστε τὴν συνιστώσα τοῦ σημείου P σὲ δύο συνιστῶσες ποὺ ἐνεργοῦν στὰ σημεῖα M καὶ Ξ).

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

12) Βρῆτε τὸ κέντρο βάρους τῆς πλάκας τοῦ σχήματος 4· 2λ (διαστάσεις σὲ mm).

Σχ. 4·2λ.

13) Βρῆτε τὸ κέντρο βάρους τῆς πλάκας τοῦ σχήματος 4· 2μ (διαστάσεις σὲ mm).

Σχ. 4·2μ.

14) Βρῆτε τὸ κέντρο βάρους τῆς σιδηροτροχιᾶς τοῦ σχήματος 4·2ν (διαστάσεις σὲ mm).

Σχ. 4·2ν.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

15) Πόση δύναμη χρειάζεται γιὰ νὰ ἀνεβάσωμε τὸ κιβώτιο τοῦ παρακάτω σχήματος 4·2 ξ κατὰ μῆκος τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου; Τὸ κιβώτιο ζυγίζει 200 kg καὶ ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι: $\eta = 0,2$.

Σχ. 4·2 ξ.

16) Ἕνας γρύλλος (Γ) κινεῖται πάνω στοὺς ὁδηγοὺς A καθὼς γυρίζομε τὸν κοχλία K (σχ. 4·2 ο). Τί ἀντίσταση συναντᾶ στὴν κίνησή του ἂν σηκώνη βάρος 4 t καὶ ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι $\eta = 0,15$;

Σχ. 4·2 ο.

17) Πάνω στὴν λαβὴ τῆς πέδης (φρένου) τοῦ σχήματος 4·2 π ἀσκοῦμε μία δύναμη 2 kg πρὸς τὰ κάτω. Πόση εἶναι ἡ δύναμη πεδήσεως στὴν περιφέρεια τοῦ τροχοῦ, ἂν ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι $\eta = 0,3$;

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

18) Τὸ σχῆμα 4·2 ρ δείχνει τὴν τομὴ ἑνὸς ὁδηγοῦ τῆς τραπέζης μιᾶς πλάνης. Τὸ βάρος ποὺ στηρίζεται πάνω στὸν ὁδηγὸ εἶναι 2 600 kg. α) Πόση δύναμη N ὑφίσταται κάθε μία ἀπὸ τὶς λοξὲς πλευρὲς τοῦ ὁδηγοῦ; β) Πόση εἶναι ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως πάνω στὸν ὁδηγό, ἂν ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι 0,06; γ) Ἂν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὁδηγοῦ ἦταν ὁριζόντια ἀντὶ νὰ ἔχῃ τὸ σχῆμα V, ἡ τριβὴ θὰ ἦταν μεγαλύτερη ἢ μικρότερη καὶ γιατί;

Σχ. 4·2 π.

Σχ. 4·2 ρ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΚΙΝΗΤΙΚΗ

5·1 Τί εἶναι κίνηση καὶ τροχιά.

Λέμε ὅτι ἕνα σῶμα κινεῖται, ὅταν ἀλλάζῃ θέση σχετικὰ μὲ τὰ γύρω του ἀντικείμενα. Ἔτσι λέμε ὅτι ἕνα αὐτοκίνητο πάνω

Σχ. 5·1 α.

Σχ. 5·1 β.

Λέμε ὅτι τὸ αὐτοκίνητο αὐτὸ κινεῖται, διότι ὅσο περνᾶ ἡ ὥρα μεταβάλλονται οἱ ἀποστάσεις του ἀπὸ τὰ δένδρα, τὰ βουνὰ κλπ. Ἀντίθετα οἱ ἀποστάσεις τῶν δένδρων, τῶν σπιτιῶν καὶ τῶν βουνῶν μεταξύ τους δὲν ἀλλάζουν καὶ γι' αὐτὸ λέμε ὅτι δὲν κινοῦνται.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

σὲ ἕνα δρόμο κινεῖται, διότι ὅσο περνᾶ ἡ ὥρα τὸ βλέπομε νὰ ἀλλάζη θέση σχετικὰ μὲ τὰ δένδρα, τὰ βουνὰ καὶ τὰ σπίτια (σχ. 5·1 α καὶ 5·1 β). Δηλαδὴ ὅσο περνᾶ ἡ ὥρα οἱ ἀποστάσεις του ἀπὸ τὰ σπίτια, τὰ δένδρα κλπ. δὲν μένουν οἱ ἴδιες, ἀλλὰ ἀλλάζουν. Ἀντίθετα λέμε ὅτι τὰ σπίτια, τὰ δένδρα κλπ. δὲν κινοῦνται, διότι οἱ ἀποστάσεις μεταξύ τους μένουν πάντα οἱ ἴδιες.

Σχ. 5·1 γ.
Ὁ δρόμος εἶναι ἡ τροχιὰ τοῦ αὐτοκινήτου.

Ἂν δοῦμε τὸ αὐτοκίνητο αὐτό, ποὺ τρέχει πάνω στὸ δρόμο, ἀπὸ ἕνα ψηλὸ βουνὸ ἢ ἀπὸ ἕνα ἀεροπλάνο θὰ μᾶς φανῆ σὰν ἕνα σημεῖο ποὺ μετακινεῖται πάνω σὲ μία γραμμή. Τὴν γραμμὴ αὐτὴ (στὴν περίπτωση τοῦ αὐτοκινήτου τὸ δρόμο ποὺ ἀκολουθεῖ) τὴ λέμε *τροχιὰ* τοῦ αὐτοκινήτου (σχ. 5·1 γ).

Ὅταν χαράζωμε μιὰ γραμμὴ πάνω σὲ ἕνα φύλλο χαρτί μὲ ἕνα μολύβι, ἡ γραμμὴ αὐτὴ εἶναι ἡ τροχιὰ τῆς μύτης τοῦ μολυβιοῦ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

(σχ. 5·1 δ). Τὰ πυραυλοκίνητα ἀεροπλάνα σὲ μεγάλο ὕψος ἀφήνουν πίσω τους στὸν οὐρανὸ μιὰ χονδρὴ γραμμή, ποὺ σχηματίζουν τὰ ἀέρια τῆς καύσεως τοῦ κινητήρα τους καθὼς ψύχονται στὸν ψυχρὸ ἀέρα. Ἡ γραμμὴ αὐτὴ εἶναι ἡ τροχιὰ τοῦ ἀεροπλάνου.

Σχ. 5·1 δ.
Ἡ γραμμὴ *AB* τὴν ὁποία γράφει τὸ μολύβι εἶναι ἡ τροχιὰ τῆς μύτης τοῦ μολυβιοῦ.

Τροχιὰ ἑνὸς σημείου λοιπὸν ὀνομάζομε τὴν γραμμὴ τὴν ὁποία ἀκολουθεῖ αὐτὸ ὅταν κινῆται.

Τὴν τροχιὰ μποροῦμε νὰ τὴν μετρήσωμε μὲ μιὰ μονάδα μήκους, ὅπως:

— μέτρα (m)
— χιλιόμετρα (km)
— ἑκατοστόμετρα (cm)
— ἴντσες (in.) κλπ.

Τὸ μῆκος τῆς τροχιᾶς μᾶς δείχνει πόση ἀπόσταση διάνυσε τὸ κινητὸ ἀπὸ ἐκεῖ ποὺ ξεκίνησε ἕως ἐκεῖ ποὺ ἔφθασε. Αὐτὸ εἶναι τὸ *διάστημα*.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Ἡ τροχιὰ εἶναι ἕνα χαρακτηριστικὸ γνώρισμα τῆς κινήσεως, γιατί μᾶς δείχνει ποιό δρόμο ἀκολούθησε τὸ κινητό, ἀπὸ ποῦ ξεκίνησε καὶ ποῦ ἔφθασε. Ἀνάλογα μὲ τὸ εἶδος τῆς τροχιᾶς δια-

Σχ. 5·1 ε.

Σχ. 5·1 ζ.

Ἡ τροχιὰ τῶν σωμάτων ποὺ ἀφήνονται νὰ πέσουν ἐλεύθερα εἶναι εὐθεία.

κρίνομε τὴν κίνησή σὲ *εὐθύγραμμο*, ὅταν ἡ τροχιὰ εἶναι εὐθεία, καὶ σὲ *καμπυλόγραμμο*, ὅταν ἡ τροχιὰ εἶναι καμπύλη (σχ. 5·1 δ). Στὴν εἰδικὴ περίπτωση, ποὺ ἡ τροχιὰ εἶναι κύκλος, λέμε ὅτι ἡ κίνησή εἶναι *κυκλική* (σχ. 5·1 ε). Ἡ κίνησή μιᾶς πέτρας ποὺ πέ-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

φτει ἐλεύθερα, χωρὶς νὰ τῆς δώσωμε ἐμεῖς καμμιὰ φόρα, εἶναι εὐθύγραμμος, διότι ἡ τροχιά της εἶναι εὐθεία: ἡ πέτρα πέφτει κατ' εὐθεῖαν πρὸς τὰ κάτω (σχ. 5·1 ζ). Ἀντίθετα ἡ κίνησή τοῦ αὐτοκινήτου πάνω στὸ δρόμο (σχ. 5·1 γ) εἶναι καμπυλόγραμμος, διότι ὁ δρόμος δὲν εἶναι ἴσιος. Ἡ κυκλικὴ κίνησή εἶναι μία περίπτωση καμπυλογράμμου κινήσεως, ποὺ ἔχει ἰδιαίτερο ἐνδιαφέρον, διότι ὅλοι οἱ τροχοί, τὰ γρανάζια τῶν μηχανῶν ἔχουν σχῆμα κυκλικὸ καὶ ἡ κίνησή τους καθὼς γυρίζουν εἶναι κυκλική.

5·2 Ταχύτητα.

Στὴν προηγούμενη παράγραφο μιλήσαμε γιὰ τὴν τροχιὰ ἑνὸς σώματος ποὺ κινεῖται. Ἡ τροχιὰ μᾶς δείχνει ποῦ πῆγε τὸ σῶμα καὶ ἀπὸ ποῦ πέρασε. Ἐμᾶς ὅμως δὲν μᾶς ἐνδιαφέρει μόνο ποῦ πῆγε τὸ σῶμα, ἀλλὰ καὶ πόση ὥρα ἔκανε. Ἂς ὑποθέσωμε ὅτι τὸ αὐτοκίνητο πήγαινε ἀπὸ τὴν Ἀθήνα στὴ Θεσσαλονίκη.

Ἡ ἀπόσταση (τὸ διάστημα) Ἀθηνῶν-Θεσσαλονίκης εἶναι περίπου 600 km καὶ ἂς ποῦμε ὅτι ἔκανε 12 ὧρες νὰ πάη. Τότε λέμε ὅτι ἡ *μέση ταχύτητα* τοῦ αὐτοκινήτου εἶναι (πενῆντα χιλιόμετρα τὴν ὥρα) $\frac{600\ \text{km}}{12\ \text{h}} = 50\ \text{km/h}$. Μὲ αὐτὸ ἐννοοῦμε ὅτι *κατὰ μέσον ὅρο* τὸ αὐτοκίνητο κατὰ τὴν διαδρομή του διένυε πενῆντα χιλιόμετρα τὴν ὥρα. Αὐτὸ δὲν σημαίνει βέβαια ὅτι ὁ δείκτης τοῦ ρολογιοῦ του (τοῦ δείκτη ταχύτητας) ἔδειχνε πάντα σταθερὰ τὰ 50 km/h. Προφανῶς διασχίζοντας τὸν Θεσσαλικό κάμπο, ὅπου ὁ δρόμος εἶναι ἴσιος, θὰ ἔδειχνε περισσότερο, ἐνῶ στὰ μέρη ὅπου ὁ δρόμος ἔχει ἀνηφόρους καὶ πολλὲς στροφές, π.χ. ὅταν ἀνέβαινε τὸ Καλλίδρομο ἢ τὴν Ὄρθρυ, τὸ αὐτοκίνητο θὰ ἔτρεχε πιὸ σιγά. Πιθανότατα δὲ τὸ αὐτοκίνητο θὰ στάθηκε καὶ μερικὲς φορὲς γιὰ νὰ ξεκουρασθῆ ὁ ὁδηγός.

Ἡ στιγμιαία ταχύτητα τοῦ αὐτοκινήτου (αὐτὸ ποὺ δείχνει δηλαδὴ ὁ δείκτης τῆς ταχύτητας τοῦ ταχυμέτρου του) μεταβαλ-

λόταν ἀπὸ 0 km/h ἕως (ἄς ποῦμε) 80 km/h. Ὑπῆρχαν στιγμὲς ὅπου ὁ δείκτης ἔδειχνε 70 km/h, ἄλλες ποὺ ἔδειχνε 30 km/h καὶ ἄλλες ὅπου ἔδειχνε 45 km/h κλπ., σὲ ὅλη τὴν περιοχὴ ἀπὸ 0 ἕως 80 km/h. Τὰ 50 km/h εἶναι ἡ *μέση ταχύτητα* τοῦ αὐτοκινήτου. Ἂν δηλαδὴ ἦταν δυνατὸν τὸ αὐτοκίνητο νὰ τρέχῃ ὅλη τὴν ὥρα μὲ αὐτὴν τὴν ἴδια διαρκῶς ταχύτητα θὰ ἔφθανε στὴν Θεσσαλονίκη στὸ ἴδιο ἀκριβῶς χρονικὸ διάστημα τῶν 12 h.

5·3 Τὸ διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου (v - t).

Ἂς ποῦμε ὅτι εἴμαστε μέσα σὲ ἕνα αὐτοκίνητο καὶ ὅτι σημειώνομε κάθε δέκα δευτερόλεπτα τὴν ταχύτητα ποὺ δείχνει ὁ δείκτης ταχύτητας τοῦ αὐτοκινήτου. Σχηματίζομε ἔτσι τὸν ἀκόλουθο πίνακα:

Χρόνος t			Ταχύτητα v
h	min	sec	km/h
9	25	00	10
9	25	10	12
9	25	20	16
9	25	30	21
9	25	40	25
9	25	50	27
9	26	60	28
9	26	10	28
9	26	20	29
9	26	30	32
9	26	40	35
9	26	50	35
9	27	00	33
9	27	10	28

Τοὺς ἀριθμοὺς αὐτοῦ τοῦ πίνακα μποροῦμε νὰ τοὺς σημει-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ώσωμε καὶ σὲ ἕνα διάγραμμα, ὅπως στὸ σχῆμα 5.3 α. Τὸ διάγραμμα αὐτὸ λέγεται διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου. Τὸ λέμε ἀκόμα καὶ διάγραμμα κινήσεως. Στὸν ὁριζόντιο ἄξονα τοῦ διαγράμματος σημειώνομε τοὺς χρόνους καὶ στὸν κατακόρυφο τὶς ταχύτητες τοῦ αὐτοκινήτου. Γιὰ νὰ παραστήσωμε τοὺς χρόνους καὶ τὶς ταχύτητες στοὺς δύο ἄξονες διαλέγομε ὁρισμένες κλίμακες. Π.χ. οἱ κλίμακες τοῦ σχήματος 5 · 3 α εἶναι:

κλίμαξ ἄξονος χρόνου 1 cm = 15 min
» » ταχυτήτων 1 cm = 7,5 km/h

Σχ. 5·3 α.
Ἡ ταχύτητα ἑνὸς αὐτοκινήτου κάθε 20 sec, ὅπως παριστάνεται πάνω σὲ διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου (βλέπε πίνακα σελ. 106).

Κάθε σειρὰ τοῦ πίνακα παριστάνεται στὸ διάγραμμα ἀπὸ ἕνα σημεῖο. Ἂν ἀπὸ αὐτὸ τὸ σημεῖο φέρωμε καθέτους πάνω στοὺς δύο ἄξονες, βρίσκομε τὴν ταχύτητα ποὺ εἶχε τὸ αὐτοκίνητο στὶς διάφορες στιγμές. Ἔτσι π.χ. ἂν φέρωμε ἀπὸ τὸ σημεῖο *K* τὶς καθέτους *KΛ* πάνω στὸν ἄξονα τοῦ χρόνου καὶ *KM* πάνω στὸν ἄξονα τῶν ταχυτήτων βρίσκομε ὅτι στὶς 9. 25. 40 (ἐννέα καὶ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

εἴκοσι πέντε λεπτὰ καὶ σαράντα δευτερόλεπτα) τὸ αὐτοκίνητο ἔτρεχε μὲ ταχύτητα 25 km/h.

Μποροῦμε τώρα νὰ ἑνώσωμε τὰ διάφορα σημεῖα τοῦ διαγράμματος μὲ μία ὁμαλὴ καμπύλη ὅπως στὸ σχῆμα 5·3 β. Ἡ καμπύλη αὐτὴ μᾶς βοηθᾶ νὰ βρίσκωμε τὴν ταχύτητα τοῦ αὐτοκινήτου σὲ ὁποιαδήποτε στιγμή. Ἔτσι, ἂν θέλωμε νὰ βροῦμε τί ταχύτητα εἶχε τὸ αὐτοκίνητο στὶς 9. 26. 25, παίρνομε τὸ σημεῖο P, ποὺ ἀντιστοιχεῖ στὴν στιγμὴ 9. 26. 25 καὶ ὑψώνομε κάθετο πάνω

Σχ. 5·3 β.

Τὸ διάγραμμα τῆς ταχύτητας - χρόνου τοῦ αὐτοκινήτου τοῦ σχήματος 5·3 α (βλέπε καὶ πίνακα σελ. 106).

στὸν ἄξονα τῶν χρόνων ὡς τὸ σημεῖο T, ὅπου τέμνει τὴν καμπύλη. Ἀπὸ τὸ T φέρομε τὴν ὁριζόντια TY, κάθετο πάνω στὸν ἄξονα τῶν ταχυτήτων καὶ διαβάζομε πάνω σ' αὐτὸν τὴν ταχύτητα 30 km/h. Κατὰ τὸν ἴδιο τρόπο (παρακολουθήστε τὶς διακεκομμένες γραμμὲς) βρίσκομε ὅτι στὶς 9. 27. 03 ἡ ταχύτητα τοῦ αὐτοκινήτου ἦταν περίπου 33 km/h κ.ο.κ.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Τὸ διάγραμμα αὐτὸ δίνει ἀπάντηση καὶ στὴν ἑξῆς ἐρώτηση: «Πότε εἶχε τὸ αὐτοκίνητο ταχύτητα 15 km/h;». Ἡ ἐρώτηση αὐτὴ εἶναι ἡ ἀντίστροφη τῆς προηγούμενης. Γιὰ νὰ ἀπαντήσωμε σ'αὐτὴ θὰ φέρωμε ἀπὸ τὸ σημεῖο *Ν* (ποὺ ἀντιστοιχεῖ στὰ 15 km/h στὸν ἄξονα τῶν ταχυτήτων) κάθετο πάνω στὸν ἄξονα τῶν ταχυτήτων μέχρις ὅτου αὐτὴ τμήση τὴν καμπύλη στὸ *Ξ*. Ἀπὸ τὸ *Ξ* φέρνομε τὴν κάθετο *ΞΠ* πάνω στὸν ἄξονα τῶν χρόνων, ὅπου διαβάζομε 9. 25. 18. Δηλαδὴ τὸ αὐτοκίνητο εἶχε ταχύτητα 15 km/h στὶς 9. 25. 18. Παρόμοια βρίσκομε ὅτι τὸ αὐτοκίνητο εἶχε ταχύτητα 30 km/h στὶς 9. 26. 25 καὶ στὶς 9. 27. 07.

Τὸ διάγραμμα ὅμως αὐτὸ δὲν μᾶς βοηθεῖ μόνο στὸ νὰ βρίσκωμε τὴν ταχύτητα τοῦ αὐτοκινήτου σὲ κάθε στιγμή· μᾶς δίνει καὶ μὲ μιὰ μόνο ματιὰ μία γενικὴ σωστὴ εἰκόνα τοῦ πῶς κινήθηκε τὸ αὐτοκίνητο.

Ἔτσι βλέπομε ὅτι ἀπὸ τὴν στιγμὴ ποὺ ἀρχίσαμε νὰ σημειώνωμε τὴν ταχύτητα ἕως τὶς 9. 26. 00 ἡ ταχύτητα τοῦ αὐτοκινήτου μεγάλωνε. Ἔπειτα ἔμεινε ἐπὶ δώδεκα περίπου δευτερόλεπτα (δηλαδὴ ὡς τὶς 9. 26. 12) σταθερὴ στὰ 26 km/h καὶ ἔπειτα μεγάλωνε ἀκόμη ἕως τὶς 9. 26. 45 ὁπότε ἦταν περίπου 36 km/h. Ἀπὸ τὶς 9. 26. 45 καὶ πέρα ὅμως ἄρχισε πάλι νὰ λιγοστεύη.

Βλέπομε λοιπὸν ὅτι τὸ διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου μᾶς λέει πολλὰ πράγματα γιὰ ἕνα σῶμα ποὺ κινεῖται. Στὶς ἑπόμενες παραγράφους θὰ δοῦμε ὅτι ἀπὸ τὸ διάγραμμα αὐτὸ μποροῦμε νὰ βροῦμε ἀκόμη περισσότερα χρήσιμα στοιχεῖα.

Ἀπὸ τὰ παραδείγματα ποὺ εἴδαμε, βλέπομε ὅτι γιὰ νὰ προσδιορίσωμε καθαρότερα ἕνα εἶδος κινήσεως, δὲν φθάνει μόνο νὰ ποῦμε τί μορφὴ ἔχει ἡ τροχιά της (εὐθεία, καμπύλη κλπ.), πρέπει νὰ εἰσάγωμε καὶ τὸ ἄλλο χαρακτηριστικὸ τῆς κινήσεως: τὴν *ταχύτητα*. Λέμε μία κίνηση ὅτι εἶναι ἰσοταχὴς ὅταν ἡ ταχύτητα τοῦ κινητοῦ εἶναι σταθερή. Ἔτσι π.χ. ὅταν ἕνα αὐτοκίνητο κινῆται πάνω σὲ ἕναν ἴσιο δρόμο χωρὶς μεγάλη κυκλοφορία ἢ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ἀνήφορους καὶ κατήφορους, παρατηροῦμε ὅτι ὁ δείκτης τῆς ταχύτητας μένει σταθερὸς στὴν ἴδια θέση: ἡ κίνησή τοῦ αὐτοκινήτου εἶναι *ἰσοταχής*. Ἀντίθετα, ὅταν ἡ κίνησή του δὲν εἶναι σταθερή, τότε λέμε ὅτι ἡ κίνησή εἶναι *ἀνισοταχής*. Π.χ. ἡ κίνησή ἑνὸς αὐτοκινήτου σὲ ἕνα δρόμο μὲ ἀνήφορους, κατήφορους ἢ καμπύλες ἢ μὲ μεγάλη κυκλοφορία εἶναι ἀνισοταχής.

Σχ. 5·3γ.

Τὸ σχῆμα αὐτὸ εἶναι μία σειρὰ φωτογραφιῶν μιᾶς σφαίρας ποὺ πέφτει. Ἡ φωτογραφικὴ μηχανὴ ἔμεινε ἀκίνητη καὶ ἔπαιρνε φωτογραφίες κάθε 1/30 τοῦ δευτερολέπτου πάντα πάνω στὴν ἴδια πλάκα. Βλέπομε ὅτι τὸ διάστημα ποὺ διανύει ἡ σφαίρα καθὼς πέφτει ἀπὸ τὴ μιὰ λήψη στὴν ἄλλη αὐξάνει. Ἀφοῦ λοιπὸν οἱ λήψεις γίνονται σὲ ἴσα χρονικὰ διαστήματα καὶ τὰ διαστήματα ποὺ διανύει ἡ σφαίρα αὐξάνουν, σημαίνει ὅτι ὅσο πέφτει ἡ σφαίρα ἡ ταχύτητά της αὐξάνει. Ἡ κίνηση τῆς σφαίρας εἶναι ἐπιταχυνομένη.

Ὅταν ἡ ταχύτητα τοῦ κινητοῦ αὐξάνη, τότε λέμε τὴν κίνηση *ἐπιταχυνομένη*· ἄν, ἀντίθετα, ἡ ταχύτητα τοῦ κινητοῦ ἐλαττώνεται, τότε τὴν λέμε *ἐπιβραδυνομένη*. Ἔτσι π.χ. ἡ κίνησή μιᾶς

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

σφαίρας ποὺ πέφτει εἶναι ἐπιταχυνομένη, διότι ὅσο πέφτει ἡ σφαίρα τόσο ἡ ταχύτητά της αὐξάνει (σχ. 5·3 γ). Ἀντίθετα, ἂν πετάξωμε τὴ σφαίρα κατ' εὐθεῖαν πρὸς τὰ πάνω, τότε ἡ ταχύτητά της ὅλο καὶ θὰ ἐλαττώνεται, ἑπομένως ἡ κίνησή της θὰ εἶναι ἐπιβραδυνομένη.

Σχ. 5·3 δ.
Εἴδη τῆς κινήσεως σὲ διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου.
Διάγραμμα ποὺ ἀνεβαίνει = κίνηση ἐπιταχυνομένη
» ὁριζόντιο = » ἰσοταχής
» ποὺ κατεβαίνει = » ἐπιβραδυνομένη

Τὸ σχῆμα 5 · 3 δ δείχνει τὴν ἴδια κίνηση τοῦ διαγράμματος τοῦ αὐτοκινήτου ποὺ περιγράψαμε στὰ σχήματα 5 · 3 α καὶ 5 · 3 β. Ἀλλὰ ἐδῶ εἶναι σημειωμένο τί εἴδους εἶναι ἡ κίνηση στὶς διάφορες χρονικὲς περιόδους. Βλέπομε λοιπὸν ὅτι τὸ διάγραμμα αὐτὸ μᾶς δείχνει, κοντὰ στὰ ἄλλα ποὺ εἴδαμε, καὶ πῶς μεταβάλλεται ἡ ταχύτητα τοῦ κινητοῦ, δηλαδὴ ἂν ἡ κίνηση εἶναι ἰσοταχής, ἐπιταχυνομένη ἢ ἐπιβραδυνομένη.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Πρέπει νὰ ξεκαθαρίσωμε ἐδῶ ὅτι τὸ διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου τῆς κινήσεως δὲν ἔχει καμμία σχέση μὲ τὴν τροχιὰ τῆς κινήσεως. Π.χ. τὸ ὅτι στὴν ἀρχὴ ἡ καμπύλη τοῦ διαγράμματος διευθύνεται πρὸς τὰ ἐπάνω σημαίνει ὅτι ἡ ταχύτητα τοῦ κινητοῦ στὴν ἀντίστοιχη χρονικὴ περίοδο αὐξάνει· δὲν σημαίνει βέβαια καθόλου ὅτι τὸ αὐτοκίνητο τὴν ὥρα ἐκείνη πηγαίνει τὸν ἀνήφορο ἢ κάτι παρόμοιο.

5.4 Ἰσοταχὴς κίνηση.

Ἡ ἰσοταχὴς κίνηση εἶναι ἡ ἁπλούστερη κίνηση ποὺ μποροῦμε νὰ συναντήσωμε. Ὅπως εἴπαμε, ἡ ταχύτητα κατὰ τὴν διάρκεια τῆς ἰσοταχοῦς κινήσεως εἶναι σταθερή, δηλαδὴ πάντα ἡ ἴδια.

Ἂς ποῦμε ὅτι ἕνα αὐτοκίνητο κινεῖται μὲ σταθερὴ ταχύτητα 45 km/h. Αὐτὸ σημαίνει (ἀφοῦ ἡ ταχύτητα μένει ἡ ἴδια) ὅτι μέσα σὲ μία ὥρα διανύει διάστημα 45 km. Σὲ δύο ὧρες τὸ διάστημα ποὺ διανύει εἶναι τὸ διπλάσιο:

$$45 \times 2 = 90 \text{ km}.$$

Σὲ τρεῖς ὧρες, τὸ τριπλάσιο:

$$45 \times 3 = 135 \text{ km} \quad \text{κ.ο.κ.}$$

Γενικὰ ἂν καλέσωμε v τὴν ταχύτητα τοῦ αὐτοκινήτου καὶ t τὸν χρόνο ποὺ κινεῖται, τότε τὸ διάστημα s ποὺ διανύει εἶναι:

$$s = v \cdot t$$

Αὐτὸς εἶναι ὁ τύπος (ἡ ἐξίσωση) τῆς ἰσοταχοῦς κινήσεως. Ἂν τὸν ἐφαρμόσωμε στὴν περίπτωση ἑνὸς ἀεροπλάνου ποὺ κινεῖται μὲ ταχύτητα $v = 900$ km/h ἐπὶ χρόνο $t = 1/2$ h (μισὴ ὥρα), τὸ διάστημα ποὺ διανύει τὸ ἀεροπλάνο εἶναι:

$$s = v \cdot t = 900 \times \frac{1}{2} = 450 \text{ km}.$$

Μὲ τὸν τύπο $s = v \cdot t$ μποροῦμε νὰ λύσωμε κάθε πρόβλημα

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ἰσοταχοῦς κινήσεως. Ἂν π.χ. ζητοῦμε πόσο χρόνο θὰ κάνη ἕνα τραῖνο ποὺ τρέχει μὲ ταχύτητα $v = 80$ km/h νὰ διανύση διάστημα 120 km, ἐφαρμόζομε τὴν ἐξίσωση καὶ ἔχομε:

$$s = v \cdot t \quad \text{ἢ} \quad 120 = 80\,t$$

$$\text{ἄρα} \qquad t = \frac{120}{80} = 1{,}5 \text{ h} \quad (\text{μιάμιση ὥρα}).$$

Ἂν πάλι ζητοῦμε νὰ μάθωμε μὲ τί ταχύτητα πρέπει τὸ τραῖνο αὐτὸ νὰ τρέχη ὥστε νὰ φθάση στὸν προορισμό του σὲ μία ὥρα καὶ ἕνα τέταρτο (1,25 h) ἐφαρμόζομε πάλι τὴν ἐξίσωση:

$$s = v \cdot t \quad \text{ἢ} \quad 120 = v \cdot 1{,}25$$

$$\text{ἄρα} \qquad v = \frac{120}{1{,}25} = 96 \text{ km/h}.$$

Στὰ παραδείγματα ποὺ ἀναφέραμε ὡς τώρα μετρούσαμε τὸ διάστημα σὲ χιλιόμετρα (km), τὸν χρόνο σὲ ὧρες (h) καὶ ἑπομένως τὴν ταχύτητα σὲ χιλιόμετρα τὴν ὥρα (km/h). Θὰ μπορούσαμε ὅμως νὰ χρησιμοποιήσωμε καὶ ἄλλες μονάδες. Π.χ. θὰ μπορούσαμε νὰ μετροῦμε τὸ διάστημα σὲ μέτρα (m) καὶ τὸν χρόνο σὲ λεπτὰ (min), ὁπότε θὰ μετρούσαμε τὴν ταχύτητα σὲ μέτρα ἀνὰ λεπτὸ (m/min). Αὐτὲς μάλιστα τὶς μονάδες θὰ χρησιμοποιήσωμε περισσότερο μέσα στὸ βιβλίο, διότι χρησιμοποιοῦνται συνήθως στὶς ἐργαλειομηχανές. Ἔτσι π.χ. λέμε ὅτι ἡ ταχύτητα μιᾶς πλάνης εἶναι 4,8 m/min, ὅταν κόβη καὶ 36 m/min ὅταν ἐπιστρέφη. Ἢ ὅτι ἡ κατάλληλη ταχύτητα κοπῆς ἑνὸς ὁρισμένου ἐργαλείου στὸν τόρνο εἶναι 25 m/min. Γενικότερα, ἂν πάρωμε μία μονάδα μήκους καὶ μία μονάδα χρόνου, μποροῦμε νὰ φτειάξωμε μία μονάδα ταχύτητας:

Μῆκος	Χρόνος	Ταχύτητα
μέτρο (m)	δευτερόλεπτο (sec)	μέτρο ἀνὰ δευτερόλ. (m/sec)
χιλιόμετρο (km)	λεπτὸ (min)	χιλιόμ. ἀνὰ λεπτὸ (km/min)
ἴντσα (in.)	δευτερόλεπτο (sec)	ἴντσα ἀνὰ δευτερόλ. (in./sec)

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Στὴν ἰσοταχὴ κίνηση τὸ διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου εἶναι μία εὐθεία κάθετη πρὸς τὸν ἄξονα τῆς ταχύτητας. Πράγματι στὸ σχῆμα 5·4α, π.χ., βλέπομε ὅτι σὲ κάθε σημεῖο αὐτῆς τῆς εὐθείας ἀντιστοιχεῖ πάντα ἡ ἴδια ταχύτητα 45 km/h.

Σχ. 5·4α.
Κίνηση ἰσοταχής.

Στὸ διάγραμμα αὐτὸ ἔχομε σημειώσει τοὺς χρόνους, ὄχι ὅπως μᾶς τοὺς δίνει ἕνα κοινὸ ρολόι, ἀλλὰ σὰν νὰ τοὺς ἔχωμε πάρει μὲ ἕνα χρονόμετρο, δηλαδὴ ἕνα ρολόι ποὺ βάζομε ἐμπρὸς τὴ στιγμὴ ποὺ ἀρχίζομε νὰ μετροῦμε τὸ χρόνο.

5·5 Τὸ διάστημα στὸ διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου.

Τὸ σχῆμα 5·5α δείχνει τὸ διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου γιὰ ἕνα αὐτοκίνητο. Βλέπομε ὅτι τὸ πρῶτο τέταρτο τῆς ὥρας τὸ αὐτοκίνητο ἐκινεῖτο μὲ ταχύτητα 30 km/h, ἀλλὰ ἔπειτα, ἴσως ἐπειδὴ ὁ δρόμος ἦταν καλύτερος, ἄρχισε νὰ κινῆται μὲ ταχύτητα 50 km/h καὶ διατήρησε τὴν ταχύτητα αὐτὴ ἐπὶ τρία τέταρτα τῆς ὥρας. Ἔπειτα ἡ ταχύτητά του ἔπεσε στὰ 25 km/h γιὰ ἕνα

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

τέταρτο, ξαναμεγάλωσε, κ.ο.κ. Ἡ κίνηση περιγράφεται καὶ στὸν ἑξῆς πίνακα :

Χρονικὴ περίοδος	Ταχύτητα km/h	Διάρκεια h	Διάστημα km
Α	30	1/4	7,50
Β	50	3/4	22,50
Γ	25	1/4	7,25
Δ	60	1	60,00
Ε	25	1/4	7,25

Σχ. 5·5 α.
Τὸ διαγραμμισμένο ἐμβαδὸν παριστάνει τὸ διάστημα ποὺ διανύθηκε κατὰ τὴν περίοδο Α τῆς κινήσεως.

Ὅπως ἀναπτύξαμε στὴν παράγραφο 5 · 3, ἀπὸ τὸ διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου βλέπομε ἀμέσως τὴν ταχύτητα τοῦ αὐτοκινήτου σὲ κάθε χρονικὴ περίοδο καὶ τὸν χρόνο ποὺ διάρκεσε ἡ ταχύτητα αὐτή. Ἐπίσης βλέπομε ὅτι ἡ ταχύτητα τῆς κινήσεως ἦ-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ταν μεγαλύτερη κατὰ τὴν περίοδο Δ, διότι ἡ γραμμὴ ποὺ παριστάνει τὴν κίνηση κατὰ τὴν περίοδο αὐτὴ εἶναι ψηλότερα ἀπὸ κάθε ἄλλη.

Ἐκτὸς ὅμως ἀπὸ αὐτὰ τὸ διάγραμμα αὐτὸ μᾶς ὁδηγεῖ νὰ βροῦμε καὶ τὸ διάστημα ποὺ διάνυσε τὸ αὐτοκίνητο σὲ κάθε περίοδο: Ἂς πάρωμε τὴν πρώτη: διάρκεσε 1/4 h (ἕνα τέταρτο τῆς ὥρας) καὶ ἡ ταχύτητα κατὰ τὴν διάρκειά της ἦταν 30 km/h. Ἑπομένως τὸ διάστημα ἦταν:

$$s = v \cdot t = 30 \times \frac{1}{4} = 7{,}5 \text{ km.}$$

Γυρίζοντας τώρα στὸ διάγραμμα βλέπομε ὅτι τὸ διάγραμμισμένο ὀρθογώνιο ἔχει βάση στὸν ἄξονα τοῦ χρόνου 1/4 h καὶ ὕψος κατὰ μῆκος τοῦ ἄξονα τῆς ταχύτητας 30 km/h.
Ἑπομένως τὸ ἐμβαδόν του εἶναι

$$\text{βάση} \cdot \text{ὕψος} = 1/4 \text{ h} \times 30 \text{ km/h} = 7{,}5 \text{ km.}$$

Δηλαδὴ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ὀρθογωνίου αὐτοῦ δὲν εἶναι ἄλλο παρὰ τὸ διάστημα ποὺ διάνυσε τὸ κινητὸ κατὰ τὴν περίοδο Α. Κατὰ τὸν ἴδιο τρόπο τὰ ἐμβαδὰ τῶν ὀρθογωνίων, ποὺ εἶναι κάτω ἀπὸ τὰ τμήματα τοῦ διαγράμματος, παριστάνουν τὰ ἄλλα διαστήματα ποὺ διανύθηκαν κατὰ τὰ ἄλλα τμήματα τῆς κινήσεως.

Ἐδῶ πρέπει νὰ παρατηρήσωμε κάτι ποὺ ἐκ πρώτης ὄψεως μᾶς φαίνεται περίεργο: Μετροῦμε ἐμβαδὰ καὶ αὐτὰ εἶναι χιλιόμετρα (ἢ ὁποιαδήποτε ἄλλη μονάδα μήκους) καὶ ὄχι τετραγωνικὰ μέτρα ἢ τετραγωνικὰ ἑκατοστόμετρα, ὅπως ὅταν μετροῦμε ὁποιοδήποτε συνηθισμένο ἐμβαδόν. Αὐτὸ ἐξηγεῖται, ὅταν σκεφθοῦμε ὅτι ἀπὸ τὶς πλευρὲς τῶν ὀρθογωνίων ποὺ μετροῦμε οἱ ὁριζόντιες ἔχουν διαστάσεις χρόνου (ὧρες στὴν περίπτωσή μας) ἐνῶ οἱ κατακόρυφες ἔχουν διαστάσεις ταχύτητας (χιλιόμετρα τὴν ὥρα στὴν περίπτωσή μας), καὶ ὅτι:

$$(\text{ὧρες}) \times (\text{χιλιόμετρα τὴν ὥρα}) = (\text{χιλιόμετρα})$$
$$\text{h} \times \text{km/h} = \text{km.}$$

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Τὸ διάγραμμα ποὺ εἴδαμε ἀποτελεῖτο ἀπὸ τμήματα ἰσοταχοῦς κινήσεως (σχ. 5·5α). Συνήθως ὅμως ἡ ταχύτητα ἑνὸς σώματος ποὺ κινεῖται δὲν μεταβάλλεται ἀπότομα ἀλλὰ συνεχῶς, ὅπως στὸ παράδειγμα τῶν σχημάτων 5·3α, 5·3β καὶ 5·3δ. Αὐτὸ ποὺ εἴπαμε ὅμως, δηλαδὴ ὅτι τὸ ἐμβαδὸν κάτω ἀπὸ τὴν γραμμὴ ποὺ παριστάνει τὴν κίνηση, ἀντιστοιχεῖ μὲ τὸ διάστημα ποὺ διάνυσε τὸ κινητό, ἰσχύει πάντα.

Σχ. 5·5β.

Τὸ διαγραμμισμένο ἐμβαδὸν παριστάνει τὸ διάστημα ποὺ διανύεται κατὰ τὴν πρώτη μισὴ ὥρα τῆς κινήσεως (χρόνος = 0,5 h).

Ἔτσι π.χ. στὸ σχῆμα 5·5β τὸ διαγραμμισμένο ἐμβαδὸν παριστάνει τὸ διάστημα ποὺ διάνυσε τὸ αὐτοκίνητο, κατὰ τὴν πρώτη μισὴ ὥρα τῆς κινήσεως.

Αὐτὸ τὸ ἐπιβεβαιώνομε ἂν σκεφθοῦμε ὅτι τὸ πραγματικὸ διάγραμμα μπορεῖ πολὺ εὔκολα νὰ ἀναλυθῆ σὲ πολλὰ κλιμακωτὰ τμήματα, ὅπως φαίνεται στὸ σχῆμα. 5·5γ· εἴδαμε ὅμως ὅτι τὸ ἐμβαδὸν ποὺ εἶναι κάτω ἀπὸ τὸ κλιμακωτὸ διάγραμμα παριστάνει τὸ διάστημα τῆς κινήσεως.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Ἂς ἐφαρμόσωμε τώρα αὐτὰ ποὺ εἴπαμε ὑπολογίζοντας τὸ διάστημα τῆς κινήσεως ποὺ παριστάνει τὸ διάγραμμα 5·5 δ. Κατὰ τὸ πρῶτο λεπτὸ τῆς ὥρας ἡ κίνηση, ὅπως βλέπομε, εἶναι ἐπιταχυνομένη, ἐνῶ κατὰ τὸ δεύτερο λεπτὸ εἶναι ἰσοταχής. Τὸ

Σχ. 5·5 γ.

Τὸ κλιμακωτὸ διάγραμμα διαφέρει πολὺ λίγο ἀπὸ τὸ πραγματικὸ (καμπύλη *ΚΛ*).

διάστημα ποὺ ἀντιστοιχεῖ στὸ πρῶτο τμῆμα τῆς κινήσεως παριστάνεται ἀπὸ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου *ΟΚΚ′*, τὸ ὁποῖον εἶναι:

$$s_1 = \frac{1}{2} \times \text{βάση} \times \text{ὕψος} = \frac{1}{2} \times 1\ \text{min} \times 40\ \text{m/min} = 20\ \text{m},$$

ἐνῶ τὸ διάστημα ποὺ ἀντιστοιχεῖ στὸ δεύτερο μέρος τῆς κινήσεως (στὸ δεύτερο λεπτὸ) παριστάνεται ἀπὸ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ὀρθογωνίου *ΚΛΛ′Κ′* (σχ. 5·5 δ):

$$s_2 = \text{βάση} \times \text{ὕψος} = 1\ \text{min} \times 40\ \text{m min} = 40\ \text{m}.$$

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Ὁλόκληρο λοιπὸν τὸ διάστημα τῆς κινήσεως εἶναι:

$$s = s_1 + s_2 = 20 + 40 = 60 \text{ m}.$$

Ἐδῶ πρέπει νὰ παρατηρήσωμε καὶ τὸ ἑξῆς: Οἱ μονάδες χρόνου ποὺ ἐμφανίζονται στοὺς δύο ἄξονες πρέπει νὰ εἶναι οἱ ἴδιες, γιὰ νὰ ἰσχύουν αὐτὰ ποὺ εἴπαμε γιὰ τὸ διάστημα.

Σχ. 5·5δ.

Ἔτσι βλέπομε ὅτι στὰ δύο παραδείγματα (σχ. 5·5α καὶ 5·5β) χρησιμοποιήσαμε γιὰ μονάδα χρόνου τὴν ὥρα (h) καὶ γιὰ μονάδα ταχύτητας τὸ χιλιόμετρο τὴν ὥρα (km/h), ἐνῶ στὸ δεύτερο (σχ. 5·5δ) χρησιμοποιήσαμε γιὰ μονάδα χρόνου τὸ λεπτὸ (min) ἐνῶ γιὰ μονάδα ταχύτητας τὸ μέτρο ἀνὰ λεπτὸ (m/min). Ἂν χρησιμοποιούσαμε δευτερόλεπτα (sec) γιὰ τὸ χρόνο θὰ ἔπρεπε νὰ μεταχειρισθοῦμε ὡς μονάδα ταχύτητας π.χ. τὸ μέτρο ἢ τὸ χιλιόμετρο ἀνὰ δευτερόλεπτο (min/sec ἢ km/sec).

5·6 Ἐπιτάχυνση καὶ ἐπιβράδυνση.

Στὸ σχῆμα 5·6α βλέπομε τὰ διαγράμματα ταχύτητας-χρόνου τῆς κινήσεως δύο σιδηροδρομικῶν συρμῶν. Βλέπομε ὅτι καὶ οἱ δύο κινήσεις εἶναι ἐπιταχυνόμενες. Βλέπομε ἐπίσης ὅτι

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ἡ ταχύτητα τοῦ πρώτου συρμοῦ (1) αὐξάνει μέσα στὸ πρῶτο λεπτὸ τῆς κινήσεώς του ἀπὸ 20 km/h σὲ 40 km/h, ἐνῶ τοῦ δευτέρου (2) ἡ ταχύτητα αὐξάνει πάλι μέσα στὸ πρῶτο λεπτὸ τῆς κινήσεώς του ἀπὸ 10 km/h σὲ 50 km/h. Ἡ ταχύτητα δηλα-

Σχ. 5·6 α.
Ἡ ἐπιτάχυνση τῆς κινήσεως (2) εἶναι μεγαλύτερη ἀπὸ τὴν ἐπιτάχυνση τῆς κινήσεως (1). Ἡ εὐθεία (2) ἔχει μεγαλύτερη κλίση ἀπὸ τὴν εὐθεία (1).

δὴ τοῦ συρμοῦ (2) αὐξάνει πιὸ γρήγορα παρὰ τοῦ συρμοῦ (1), ἀφοῦ ἡ αὔξησή της μέσα στὸ πρῶτο λεπτὸ τῆς κινήσεως εἶναι 40 km/h, ἐνῶ τοῦ συρμοῦ (1) εἶναι μόνο 20 km/h μέσα στὸν ἴδιο χρόνο.

Τὴν αὔξηση αὐτὴ τῆς ταχύτητας στὴν μονάδα τοῦ χρόνου (ἐδῶ πήραμε τὸ λεπτὸ ὡς μονάδα) τὴν ὀνομάζομε *ἐπιτάχυνση*.

Λέμε λοιπὸν ὅτι ἡ ἐπιτάχυνση τοῦ συρμοῦ (1) εἶναι

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

20 km/h · min (εἴκοσι χιλιόμετρα τὴν ὥρα ἀνὰ λεπτό), ἐνῶ ἡ ἐπιτάχυνση τοῦ συρμοῦ (2) εἶναι 40 km/h · min (σαράντα χιλιόμετρα τὴν ὥρα ἀνὰ λεπτό).

Βλέπομε στὸ σχῆμα 5 · 6 α ὅτι τὴν μεγαλύτερη ἐπιτάχυνση τὴν ἔχει ἡ κίνησή τοῦ συρμοῦ (2) ποὺ ἔχει διάγραμμα πιὸ ἀπότομο ἀπὸ τὸ διάγραμμα τοῦ συρμοῦ (1). Ἔτσι εἶναι πάντα: ὅσο πιὸ ἀπότομο εἶναι τὸ διάγραμμα μιᾶς κινήσεως, τόσο πιὸ μεγάλη εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσή της.

Τὸ σχῆμα 5 · 6 β δείχνει τὸ διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου τῆς κινήσεως μιᾶς πέτρας ποὺ πέφτει. Βλέπομε ὅτι ἡ κίνησή της εἶναι ἐπιταχυνομένη. Δέκα δευτερόλεπτα ἀπὸ τὴ στιγμὴ ποὺ ἀρχίζει ἡ πτώση της ἡ ταχύτητά της εἶναι 98 m/sec. Ἀφοῦ λοιπὸν σὲ δέκα δευτερόλεπτα ἡ ταχύτητα τῆς κινήσεως αὐξήθηκε κατὰ 98 m/sec, σὲ ἕνα δευτερόλεπτο ἡ ταχύτητα αὐξάνει κατά:

$$\frac{98}{10} = 9{,}8 \text{ m/sec.}$$

Ὥστε ἡ ἐπιτάχυνση τῆς κινήσεως εἶναι 9,8 μέτρα ἀνὰ δευτερόλεπτο, τὸ ὁποῖο γράφομε 9,8 m/sec · sec ἢ 9,8 m/sec² καὶ τὸ διαβάζομε «9,8 μέτρα ἀνὰ δευτερόλεπτο εἰς τὸ τετράγωνο». Αὐτὴ ἡ μονάδα (m/sec²) εἶναι ἡ πιὸ συνηθισμένη καὶ ὄχι ἐκείνη ποὺ ἀναφέραμε στὸ παράδειγμα τοῦ σχήματος 5 · 6 α, ἐπειδὴ εἶναι πιὸ ἁπλή.

Τὴν ἐπιτάχυνση αὐτὴ τῶν 9,8 m/sec² τὴν λέμε *ἐπιτάχυνση τῆς βαρύτητας*, γιατὶ ὀφείλεται στὴ βαρύτητα - δηλαδὴ στὸ βάρος ποὺ ἀποκτοῦν τὰ σώματα λόγω τῆς ἕλξεως ποὺ ἀσκεῖ ἐπάνω τους ἡ γῆ. Ὅλα τὰ σώματα ὅταν πέφτουν, πέφτουν μὲ τὴν ἐπιτάχυνση τῆς βαρύτητας.

Στὴν ἐπιβραδυνομένη κίνηση ἡ ταχύτητα ἐλαττώνεται· ἀντὶ γιὰ ἐπιτάχυνση ἔχομε *ἐπιβράδυνση*. Ἡ ἐπιβράδυνση μᾶς λέει πόσο γρήγορα ἐλαττώνεται ἡ ταχύτητα μιᾶς ἐπιβραδυνομένης

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

κινήσεως. Στὸ σχῆμα 5·6 γ βλέπομε τὸ διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου τῆς κινήσεως ἑνὸς τραίνου ποὺ φρενάρει καθὼς πλησιάζει σὲ ἕνα σταθμό. Παρατηροῦμε ὅτι ἡ ταχύτητα τοῦ τραίνου ὅλο καὶ ἐλαττώνεται, ἑπομένως ἡ κίνησή του εἶναι ἐπιβραδυνομένη.

Σχ. 5·6 β.

Διάγραμμα τῆς κινήσεως μιᾶς πέτρας ποὺ πέφτει (ἐπιταχυνομένη κίνηση).

Ἡ ταχύτητα τοῦ συρμοῦ στὴν ἀρχὴ εἶναι 25 m/sec καὶ ὅταν σταματήση, μετὰ 100 sec, εἶναι μηδέν· ἑπομένως μέσα σὲ 100 δευτερόλεπτα ἡ ταχύτητα ἐλαττώθηκε κατὰ 25 m/sec. Δηλαδὴ ἡ ταχύτητα ἐλαττώνεται κατὰ $\frac{25}{100} = 0{,}25$ m/sec κάθε δευτε-

ρόλεπτο. Λέμε στὴν περίπτωση αὐτὴ ὅτι ἡ ἐπιβράδυνση τῆς κινήσεως ἦταν 0,25 m/sec². Ἡ ἐπιβράδυνση λοιπὸν μετρεῖται ὅπως ἡ ἐπιτάχυνση. Εἶναι ὅμως τὸ ἀντίθετο ἀπὸ τὴν ἐπιτάχυνση, ἀφοῦ στὴν ἐπιτάχυνση πρόκειται γιὰ αὔξηση τῆς ταχύτητας ἐνῶ στὴν ἐπιβράδυνση γιὰ ἐλάττωση τῆς ταχύτητας.

Σχ. 5·6 γ.

Διάγραμμα τῆς κινήσεως ἑνὸς τραίνου ποὺ φρενάρει (ἐπιβραδυνομένη κίνηση).

Ἀνακεφαλαιώνοντας λοιπὸν τονίζομε ὅτι ἡ ἐπιτάχυνση ἢ ἡ ἐπιβράδυνση δείχνουν πόσο γρήγορα αὐξάνει ἢ ἐλαττώνεται ἡ ταχύτητα μιᾶς κινήσεως.

5·7 Ὁμαλῶς καὶ μὴ ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη κίνηση.

Στὸ σχῆμα 5·7 α βλέπομε τὰ διαγράμματα ταχύτητας-χρόνου δύο ἐπιταχυνομένων κινήσεων (1) καὶ (2). Οἱ κινήσεις αὐτὲς στὴν ἀρχὴ ἔχουν καὶ οἱ δύο ταχύτητα 10 m/sec καὶ μετὰ 5 sec ἔχουν καὶ οἱ δύο ταχύτητα 30 m/sec. Ἑπομένως ἡ ἐπιτάχυνση κατὰ τὰ 5 πρῶτα δευτερόλεπτα τῆς κινήσεως ἦταν κατὰ μέσο ὅρο καὶ γιὰ τὶς δύο κινήσεις:

$$\frac{30 - 10}{5} = \frac{20}{5} = 4 \text{ m/sec}^2.$$

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Ἂν παρατηρήσωμε ὅμως τὰ διαγράμματα προσεκτικὰ θὰ δοῦμε ὅτι ἡ ταχύτητα τῆς κινήσεως (1) αὐξάνει σὲ κάθε δευτερόλεπτο κατὰ 4 m/sec. Γιὰ τὸν λόγο αὐτό, δηλαδὴ ἐπειδὴ ἡ ταχύτητα αὐξάνει κατὰ τὸ ἴδιο ποσό, δηλαδὴ σταθερὰ σὲ κάθε δευτερόλεπτο, λέμε τὴν κίνηση (1) *ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη*.

Σχ. 5·7 α.

Ὁμαλῶς καὶ μὴ ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη κίνηση.

Ἀντίθετα στὴν κίνηση (2) ἡ ταχύτητα αὐξάνει στὸ πρῶτο δευτερόλεπτο κατὰ 7,8 m/sec, στὸ δεύτερο κατὰ 4,4 m/sec, στὸ τρίτο κατὰ 3,6 m/sec, στὸ τέταρτο κατὰ 2,2 m/sec καὶ στὸ πέμπτο κατὰ 2 m/sec. Γιὰ τὸν λόγο αὐτό, ἐπειδὴ δηλαδὴ ἡ ταχύτητα δὲν αὐξάνει κατὰ τὸ ἴδιο ποσὸ σὲ κάθε δευτερόλεπτο, λέμε τὴν κίνηση (2) *μὴ ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη*.

Ὅπως βλέπομε στὸ σχῆμα 5·7 α τὸ διάγραμμα ταχύτητας-χρόνος μιᾶς ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως εἶναι μία εὐθεία, ἐνῶ μιᾶς μὴ ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως εἶναι μία καμπύλη. Στὸ ἴδιο σχῆμα βλέπομε πάλι αὐτὸ ποὺ εἴδαμε στὴν προηγούμενη παράγραφο (5·6): Ὅτι, δηλαδή, ὅσο πιὸ ἀπότομα ἀνεβαίνει τὸ διάγραμμα μιᾶς κινήσεως

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

τόσο μεγαλύτερη εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσή της: Πράγματι στὴν ἀρχὴ ἡ καμπύλη τῆς κινήσεως (2) εἶναι πιὸ ἀπότομη ἀπὸ τὴν εὐθεία τῆς κινήσεως (1), ἑπομένως καὶ ἡ ἐπιτάχυνσή της εἶναι μεγαλύτερη. Ἐνῶ στὸ τέλος ἡ εὐθεία τῆς κινήσεως (1) εἶναι πιὸ ἀπότομη ἀπὸ τὴν καμπύλη τῆς κινήσεως (2), ἑπομένως καὶ ἡ ἐπιτάχυνση τῆς κινήσεως (1) εἶναι μεγαλύτερη.

5·8 Κυκλικὴ κίνηση.

Στὸ σχῆμα 5·8 α εἰκονίζεται μιὰ τροχαλία ποὺ ἔχει διάμετρο 200 mm καὶ γυρίζει μὲ 500 στρ/min (πεντακόσιες στρο-

Σχ. 5·8 α.

φὲς στὸ λεπτό). Θέλομε νὰ βροῦμε τὴν ταχύτητα τοῦ σημείου A τῆς περιφερείας τῆς τροχαλίας. Τὸ σημεῖο A μέσα σὲ ἕνα λεπτὸ κάνει πεντακόσιες στροφὲς γύρω ἀπὸ τὸν ἄξονα τῆς τροχαλίας· μέσα σὲ ἕνα λεπτὸ δηλαδὴ διανύει τὴν περιφέρεια τῆς τροχαλίας πεντακόσιες φορές. Ἡ περιφέρεια ὅμως τῆς τροχαλίας, ἔχει μῆκος:

$$200 \times 3{,}14 = 628 \text{ mm} = 0{,}628 \text{ m}.$$

Ἑπομένως σὲ ἕνα λεπτὸ τὸ σημεῖο A διανύει διάστημα:

$$500 \times 0{,}628 = 314 \text{ m}.$$

Ἡ ταχύτητα λοιπὸν τοῦ σημείου A εἶναι 314 m/min.

Τὴν ταχύτητα αὐτὴ τοῦ σημείου A ποὺ βρήκαμε, τὴν λέμε *περιφερειακή*, ἐπειδὴ τὸ A κινεῖται πάνω σὲ μία περιφέρεια κύκλου. Ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ τροχοῦ, ποὺ βρίσκονται πάνω σ' αὐτὴν τὴν περιφέρεια, καὶ γενικότερα ὅλα τὰ σημεῖα ποὺ ἀπέχουν τὸ ἴδιο ἀπὸ τὸν ἄξονά του ἔχουν τὴν ἴδια περιφερειακὴ ταχύτητα.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Γενικά, γιὰ νὰ βροῦμε σ' ἕναν τροχό, ποὺ γυρίζει μὲ n στροφὲς τὸ λεπτό, τὴν περιφερειακὴ ταχύτητα ἑνὸς σημείου του, ποὺ κινεῖται πάνω σὲ μία περιφέρεια μὲ διάμετρο d, σκεπτόμαστε ὡς ἑξῆς: ἡ περιφέρεια πάνω στὴν ὁποία κινεῖται τὸ σημεῖο αὐτὸ ἔχει μῆκος $\pi \cdot d$. Ἀφοῦ λοιπὸν ὁ τροχὸς γυρίζει μὲ n στροφὲς στὸ λεπτό, αὐτὸ σημαίνει ὅτι τὸ σημεῖο ποὺ ἐξετάζομε τὴν διανύει μέσα σὲ ἕνα λεπτὸ n φορές, διανύει δηλαδὴ μέσα σὲ ἕνα λεπτὸ διάστημα: $\pi \cdot d \cdot n$.

Ἑπομένως ἡ περιφερειακὴ ταχύτητά του εἶναι:

$$v = \pi \cdot d \cdot n.$$

Ἀπὸ ὅλα αὐτὰ ποὺ εἴπαμε, ἀλλὰ καὶ ἀπὸ τὴν καθημερινὴ πεῖρα, βλέπομε ὅτι ὅσο μακρύτερα βρίσκεται ἕνα σημεῖο ἑνὸς τροχοῦ ἀπὸ τὸν ἄξονα τοῦ τροχοῦ, τόσο μεγαλύτερη εἶναι ἡ ταχύτητά του· ἐνῶ ἀντίθετα, ὅσο κοντύτερα πρὸς τὸ κέντρο τοῦ τροχοῦ βρίσκεται, τόσο μικρότερη ταχύτητα ἔχει.

Γιὰ παράδειγμα ἂς ἐφαρμόσομε τὸν τύπο ποὺ βρήκαμε πιὸ πάνω γιὰ τὸ σημεῖο B τῆς τροχαλίας τοῦ σχήματος 5·8α. Τὸ σημεῖο αὐτὸ ἀπέχει ἀπὸ τὸν ἄξονα τῆς τροχαλίας 50 mm, ἑπομένως ἡ διάμετρος τῆς περιφερείας, τὴν ὁποία γράφει ὅταν κινῆται, εἶναι 100 mm, δηλαδὴ 0,10 m. Ἡ περιφερειακή του ταχύτητα λοιπὸν εἶναι:

$$U = \pi \cdot d \cdot n = 3{,}14 \times 0{,}10 \times 500 = 157 \text{ m/min}.$$

Βλέπομε ὅτι εἶναι ἀκριβῶς ἡ μισὴ ἀπὸ τὴν περιφερειακὴ ταχύτητα τοῦ σημείου A ποὺ ἀπέχει ἀπὸ τὸν ἄξονα τῆς τροχαλίας τὸ διπλάσιο.

5·9 Ὀδοντωτοὶ τροχοὶ καὶ ἱμάντες.

Στὸ σχῆμα 5·9α βλέπομε δυὸ ὀδοντωτοὺς τροχοὺς A καὶ B. Ὅταν γυρίζῃ ὁ μικρὸς τροχὸς παρασύρει καὶ τὸν μεγάλο, καὶ ἀντίστροφα, ὅταν γυρίζῃ ὁ μεγάλος παρασύρει στὴν κίνησή του

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

καὶ τὸν μικρό. Ὅταν ὁ ἕνας τροχὸς γυρίζῃ πρὸς τὰ δεξιά, τότε ὁ ἄλλος γυρίζει πρὸς τ' ἀριστερά. Ὅλοι ἔχομε ἀσφαλῶς παρατηρήσει ὅτι ὅταν ἕνας ὀδοντωτὸς τροχὸς κινῇ ἕναν ἄλλο, τότε πιὸ γρήγορα γυρίζει ὁ μικρὸς τροχὸς παρὰ ὁ μεγάλος. Ἡ ἐξήγησή εἶναι εὔκολη:

Σχ. 5·9 α.

Ἀπὸ τὸ σημεῖο *M* περνοῦν διαδοχικὰ μιὰ ἕνα δόντι τοῦ ἑνὸς τροχοῦ μιὰ ἕνα δόντι τοῦ ἄλλου τροχοῦ, ἔπειτα πάλι ἕνα τοῦ πρώτου κ.ο.κ. Ἑπομένως, σὲ κάθε λεπτὸ περνοῦν ἀπὸ τὸ *M* τόσα δόντια τοῦ ἑνὸς τροχοῦ ὅσα καὶ τοῦ ἄλλου. Ἡ περιφερειακὴ ταχύτητα καὶ τῶν δύο τροχῶν εἶναι λοιπὸν ἡ ἴδια. Ὁ μικρὸς τροχὸς ὅμως ἔχει λιγότερα δόντια ἀπὸ τὸν μεγαλύτερο. Ἑπομένως πρέπει νὰ γυρίζῃ πιὸ γρήγορα ἀπὸ τὸν μεγάλο γιὰ νὰ μποροῦν νὰ περνοῦν ἀπὸ τὸ σημεῖο *A* τόσα δόντια του ὅσα καὶ τοῦ μεγάλου. Ὁ ἀριθμὸς στροφῶν τῶν τροχῶν ἀνὰ λεπτὸ εἶναι λοιπὸν ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ ἀριθμοῦ τῶν δοντιῶν τῶν τροχῶν.

Ἂν π.χ. ὁ μικρὸς τροχὸς τοῦ σχήματος 5·9 α ἔχῃ 20 δόντια ($z_A = 20$) καὶ γυρίζει μὲ $n_A = 180$ στρ/min καὶ ὁ μεγάλος

ἔχει 45 δόντια ($z_B = 45$), τότε γιὰ νὰ βροῦμε τὶς στροφὲς τοῦ μεγάλου θὰ ἐφαρμόσουμε τὴν μέθοδο τῶν τριῶν, ὅπως φαίνεται παρὰ κάτω:

		στροφὲς min	
ἀριθμὸς δοντιῶν			
μικρὸς τροχὸς	20	180	Ποσὰ ἀντιστρόφως ἀνάλογα
μεγάλος τροχὸς	45	$n_B = ;$	

$$n_B = 180 \times \frac{20}{45} = 80 \text{ στρ/min.}$$

Ἂς ξαναλύσουμε τὸ πρόβλημα μὲ σύμβολα, ὥστε νὰ βροῦμε ἕναν τύπο ποὺ νὰ μποροῦμε πάντα νὰ ἐφαρμόζουμε.

Ἂν ἕνας τροχὸς ἔχει z_A δόντια καὶ γυρίζει μὲ n_A στρ/min καὶ ὁ δεύτερος ἔχει z_B δόντια, τότε γιὰ νὰ βροῦμε τὶς στροφὲς n_B τοῦ δευτέρου τροχοῦ, καταστρώνομε πάλι τὴν μέθοδο τῶν τριῶν ὅπως καὶ στὸ ἀριθμητικὸ παράδειγμα:

		στροφὲς min	
ἀριθμὸς δοντιῶν			
τροχὸς A	z_A	n_A	Ποσὰ ἀντιστρόφως ἀνάλογα
τροχὸς B	z_B	$n_B = ;$	

$$n_B = n_A \frac{z_A}{z_B}$$

Τὴν σχέση αὐτὴ μποροῦμε νὰ τὴν γράψωμε καὶ ὡς ἑξῆς:

$$n_B \cdot z_B = n_A \cdot z_A.$$

Ὅσο μεγαλύτερη διάμετρο ἔχει ὁ ὀδοντωτὸς τροχὸς τόσο περισσότερα δόντια ἔχει, ἑπομένως, στὴν σχέση αὐτὴ ἀντὶ γιὰ τοὺς ἀριθμοὺς τῶν δοντιῶν μποροῦμε νὰ βάλωμε τὶς διαμέτρους d_A καὶ d_B τῶν τροχῶν (σχ. 5·9α) καὶ ἡ σχέση γίνεται:

$$n_B \cdot d_B = n_A \cdot d_A$$

Αὐτὰ ποὺ εἴπαμε γιὰ δύο ὀδοντωτοὺς τροχοὺς ἰσχύουν καὶ γιὰ δύο τροχαλίες ποὺ κινοῦν ἡ μία τὴν ἄλλη μὲ ἕναν ἱμάντα.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Ἐπειδὴ δηλαδὴ ὁ ἱμὰς δὲν γλυστρᾶ πάνω στὶς τροχαλίες, πρέπει ἡ μικρότερη τροχαλία νὰ γυρίζη πιὸ γρήγορα ἀπὸ τὴν μεγαλύτερη. Ἑπομένως ἡ περιφερειακὴ ταχύτητα καὶ τῶν δύο τροχαλιῶν εἶναι ἡ ἴδια καὶ οἱ στροφές τους εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογες τῶν διαμέτρων τους. Ἰσχύει ἑπομένως καὶ γι' αὐτὲς ἡ σχέση:

$$n_B \cdot d_B = n_A \cdot d_A$$

ὅπου n_A, n_B οἱ στρ/min τῶν δύο τροχαλιῶν καὶ d_A, d_B οἱ διάμετροί τους.

Μὲ τὴν σχέση αὐτὴ μποροῦμε νὰ λύσωμε κάθε πρόβλημα ποὺ ἀφορᾶ δύο τροχοὺς ποὺ ἐμπλέκονται, εἴτε αὐτοὶ εἶναι ὀδοντωτοὶ τροχοὶ εἴτε εἶναι τροχαλίες. Τὸ μόνο ποὺ πρέπει νὰ προσέχωμε εἶναι ὅτι, ὅταν πρόκειται γιὰ ὀδοντωτοὺς τροχούς, τότε ἡ κίνηση τοῦ ἑνὸς εἶναι ἀντίθετη πρὸς τὴν κίνηση τοῦ ἄλλου, ἐνῶ ὅταν πρόκειται γιὰ τροχαλίες ἡ κίνηση καὶ τῶν δύο γίνεται κατὰ τὴν ἴδια φορά.

Ἂς ἐφαρμόσωμε τὴ σχέση αὐτὴ γιὰ νὰ λύσωμε τὸ ἑξῆς πρόβλημα: Πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ διάμετρος d_B τῆς μεγάλης τροχαλίας τοῦ σχήματος 5·9 β, ὥστε νὰ γυρίζη μὲ $n_B = 120$ στρ/min ἂν ἡ μικρὴ τροχαλία ἔχη διάμετρο $d_A = 250$ mm καὶ γυρίζει μὲ $n_A = 180$ στρ/min.

Θὰ ἔχωμε:

$$n_A \cdot d_A = n_B \cdot d_B.$$

Ἀντικαθιστοῦμε τὰ γνωστὰ μὲ τοὺς ἀριθμούς:

$$180 \times 250 = 120\, d_B, \quad d_B = \frac{180 \times 250}{120} = 375 \text{ mm}.$$

Ἂς λύσωμε τώρα ἕνα πρόβλημα πιὸ περίπλοκο. Στὸ σχῆμα 5·9 γ βλέπομε μία μετάδοση κινήσεως ποὺ γίνεται ἀπὸ τὴν τροχαλία A μὲ ἕνα λουρὶ πρὸς τὴν τροχαλία B. Ἡ τροχαλία B εἶναι σφηνωμένη πάνω στὸν ἴδιο ἄξονα μὲ τὴν τροχαλία Γ, ἡ ὁποία μὲ τὴ σειρά της κινεῖ μὲ ἕνα λουρὶ τὴν τροχαλία Δ. Οἱ στροφὲς

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

τῆς τροχαλίας A εἶναι $n_A = 1\,350$ στρ/min. Ζητεῖται ἡ διάμετρος τῆς τροχαλίας Γ, ὥστε ἡ τροχαλία Δ νὰ γυρίζῃ μὲ $n_\Delta = 70$ στρ/min, ἂν οἱ διάμετροι τῶν ἄλλων τροχαλιῶν εἶναι ὅπως σημειώνονται στὸ σχῆμα (σὲ mm).

Σχ. 5·9 β.

Σχ. 5·9 γ.

Γιὰ τὶς τροχαλίες A καὶ B ἔχομε τὴν σχέση:

$$n_A \cdot d_A = n_B \cdot d_B.$$

Ἢ βάζοντας τοὺς ἀριθμούς: $1\,350 \times 120 = n_B \times 750$,

$$n_B = \frac{1\,350 \times 120}{750} = 216 \text{ στρ/min}.$$

Δηλαδὴ οἱ τροχαλίες B καὶ Γ (ποὺ εἶναι σφηνωμένες στὸν

ἴδιο ἄξονα καὶ συνεπῶς ἔχουν τὸν ἴδιο ἀριθμὸ στροφῶν) γυρίζουν μὲ $n_B = n_\Gamma = 130$ στρ/min.

Γιὰ τὶς τροχαλίες Γ καὶ Δ ἔχομε πάλι τὴν σχέση:

$$n_\Gamma \cdot d_\Gamma = n_\Delta \cdot d_\Delta \quad \text{ἢ} \quad n_\Delta \cdot d_\Gamma = n_\Delta \cdot d_\Delta$$

Δηλαδή: $216 \times d_\Gamma = 70 \times 540$,

$$d_\Gamma = \frac{70 \times 540}{216} = 175 \text{ mm}.$$

Ἑπομένως ἡ διάμετρος τῆς τροχαλίας Γ πρέπει νὰ εἶναι 175 mm.

5·10 Σύνθετες κινήσεις.

Στὸ σχῆμα 5·10 α βλέπομε ἕνα ἀεροπλάνο ποὺ πετᾶ ἐνῶ φυσᾶ ἄνεμος. Ἂν δὲν φυσοῦσε ὁ ἄνεμος, τὸ ἀεροπλάνο θὰ ἐκινῆτο κατὰ μῆκος τῆς εὐθείας Ox μὲ τὴν ταχύτητα τῶν 500 km/h ποὺ τοῦ δίνουν οἱ μηχανές του. Ἐπειδὴ ὅμως φυσᾶ καὶ ὁ ἄνεμος μὲ ταχύτητα 80 km/h κατὰ τὴν διεύθυνση Oy, τὸ ἀεροπλάνο παρασύρεται μὲ τὴν ταχύτητα τοῦ ἀνέμου καὶ κατὰ τὴν διεύθυνση Oy καὶ ἔτσι τελικὰ κινεῖται πάνω στὴν εὐθεία Oz.

Ἡ κίνηση δηλαδὴ τοῦ ἀεροπλάνου (συνισταμένη κίνηση) εἶναι σύνθετη καὶ ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο συνιστῶσες κινήσεις: Μία κατὰ τὴν διεύθυνση Ox μὲ τὴν ταχύτητα τῶν 500 km/h ποὺ τοῦ δίνουν οἱ μηχανές του, καὶ ἄλλη μία κατὰ τὴν διεύθυνση Oy μὲ τὴν ταχύτητα τῶν 80 km/h, μὲ τὴν ὁποία τὸ παρασύρει ὁ ἄνεμος. Οἱ δύο αὐτὲς κινήσεις γίνονται συγχρόνως, ἀλλὰ ἡ μία δὲν ἐπηρεάζει καθόλου τὴν ἄλλη. Ὑπάρχει δηλαδὴ ἀνεξαρτησία μεταξὺ τῶν δύο κινήσεων.

Τὴν ἀνεξαρτησία αὐτὴ τῶν δύο κινήσεων τὴν βλέπομε καλύτερα στὸ παράδειγμα τοῦ σχήματος 5·10 β. Τὸ σχῆμα αὐτὸ εἶναι μία σειρὰ φωτογραφίες δύο σφαιρῶν ποὺ ἄρχισαν νὰ πέφτουν συγχρόνως· ἡ μία ἔπεφτε ἐλεύθερα ἐνῶ τῆς ἄλλης τῆς ἔδω-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

σαν, τὴν στιγμὴ ποὺ ξεκινοῦσε, μία μικρὴ ὤθηση πρὸς τὰ δεξιά. Οἱ φωτογραφίες εἶναι παρμένες πάνω στὴν ἴδια πλάκα κατὰ χρονικὰ διαστήματα ἑνὸς τριακοστοῦ (1/30) τοῦ δευτερολέπτου. Πα-

Σχ. 5·10 α.

Κίνηση ἑνὸς ἀεροπλάνου στὸν ἀέρα.

Σχ. 5·10 β.

ρατηροῦμε ὅτι ἡ δεξιὰ σφαίρα κάνει δύο κινήσεις: Μία κατακόρυφη, ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη, ὅπως ὅλα τὰ σώματα ποὺ πέφτουν, καὶ μία ὁριζόντια ἰσοταχή, ποὺ τῆς ἔδωσε τὸ σπρώξιμο στὴν

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ἀρχὴ τῆς κινήσεώς της. Βλέπομε ὅτι ἡ ὁριζόντια κίνησή της δὲν ἐπηρέασε καθόλου τὴν κατακόρυφη, ἀφοῦ σὲ κάθε στιγμὴ βρίσκεται ἀκριβῶς στὸ ἴδιο ὕψος μὲ τὴν ἄλλη σφαίρα, ποὺ πέφτει ἐλεύθερα.

Σύνθετες κινήσεις παρουσιάζονται πολὺ συχνά. Θὰ μπορούσαμε μάλιστα νὰ ποῦμε ὅτι, κατὰ κάποιο τρόπο, ὅλες οἱ κινήσεις εἶναι σύνθετες. Ὅταν π.χ. ἕνας ἄνθρωπος περπατᾶ μέσα σ' ἕνα λεωφορεῖο ποὺ κινεῖται στὸ δρόμο εἶναι φανερὸ ὅτι ἡ κίνησή του εἶναι σύνθετη, γιατὶ ἐκτὸς ἀπὸ τὸ περπάτημά του, ὁ ἄνθρωπος

5·10 γ.
Κοπὴ σπειρώματος στὸν τόρνο.

κινεῖται καὶ μαζὶ μὲ τὸ αὐτοκίνητο. Καὶ τοῦ αὐτοκινήτου ὅμως ἡ κίνηση δὲν εἶναι ἁπλή, γιατὶ καὶ αὐτό, ἐκτὸς ἀπὸ τὸ ὅτι τρέχει πάνω στὸ δρόμο, κινεῖται μαζὶ μὲ τὸ δρόμο καὶ ὅλο τὸ γύρω τοπεῖο γύρω ἀπὸ τὸν ἄξονα τῆς Γῆς, καθὼς αὐτὴ γυρίζει.

Μιὰ ἐνδιαφέρουσα σύνθετη κίνηση, ποὺ παρουσιάζεται πολὺ συχνὰ στὴν πράξη, εἶναι ἡ *ἑλικοειδής*. Ἑλικοειδὴς εἶναι ἡ κίνηση μιᾶς βίδας ποὺ βιδώνεται μέσα στὸ παξιμάδι της. Ἡ κίνηση αὐτὴ εἶναι σύνθετη, γιατὶ ἀποτελεῖται ἀπὸ τὶς ἑξῆς δύο κινήσεις: Μία κυκλικὴ κίνηση γύρω ἀπὸ τὸν ἄξονα τῆς βίδας καὶ μία εὐθύγραμμο κατὰ τὴ διεύθυνση τοῦ ἄξονα τῆς βίδας. Αὐτὸ τὸ ἀντιλαμβανόμαστε καλύτερα ὅταν προσέξωμε πῶς φτειάχνεται μία βίδα στὸν τόρνο. Ἐκεῖ τὸ κομμάτι, ποὺ κόβομε, γυρίζει γύρω ἀπὸ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

τὸν ἄξονά του μὲ κίνησή κυκλική, ἐνῶ τὸ ἐργαλεῖο τοῦ τόρνου κινεῖται παράλληλα πρὸς τὸ σπείρωμα (σχ. 5·10γ).

5·11 Περιοδικὴ κίνηση.

Ὅπως μαθαίνομε καὶ ἀπὸ τὴ Φυσική, *περιοδική* λέμε κάθε κίνησή ποὺ ἐπαναλαμβάνεται ἀκριβῶς ἡ ἴδια ἀνὰ ἴσα χρονικὰ διαστήματα. Ἔτσι π.χ. ἡ κίνησή τοῦ ἐκκρεμοῦς ἑνὸς ρολογιοῦ τοῦ τοίχου (σχ. 5·11α) εἶναι περιοδική, γιατὶ κάθε ἕνα ἢ δύο δευτερόλεπτα τὸ ἐκκρεμὲς περνὰ ἀκριβῶς ἀπὸ τὴν ἴδια θέση. Περιοδική εἶναι ἐπίσης καὶ ἡ ἰσοταχὴς κυκλική κίνησή ποὺ γνωρίσαμε. Ἡ κίνηση δηλαδὴ τοῦ σφονδύλου μιᾶς μηχανῆς, ὅταν ἡ μηχανὴ δουλεύη κανονικά, εἶναι περιοδική, γιατὶ ὅλες οἱ διαδοχικὲς περιστροφὲς τοῦ σφονδύλου εἶναι ἴδιες μεταξύ τους καὶ διαρκοῦν τὸ ἴδιο χρονικὸ διάστημα. Στὸ ξεκίνημα καὶ τὸ σταμάτημα, ὅμως, ἡ κίνησή τοῦ σφονδύλου τῆς μηχανῆς δὲν εἶναι περιοδική, γιατὶ ὅσο πάει ἡ μηχανὴ κινεῖται καὶ πιὸ γρήγορα ἢ πιὸ σιγὰ καὶ ἔτσι κάθε περιστροφὴ δὲν διαρκεῖ τὸν ἴδιο χρόνο μὲ τὶς ἄλλες.

Ἡ πιὸ συνηθισμένη περιοδικὴ κίνηση, ποὺ τὴν συναντοῦμε σὲ κάθε μας βῆμα, εἶναι ἡ κίνησή τοῦ ἐμβόλου μιᾶς μηχανῆς (σχ. 5·11β). Τὸ διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου τῆς κινήσεως αὐτῆς εἶναι σὰν αὐτὸ τοῦ σχήματος 5·11γ. Τὸ διάγραμμα αὐτὸ μᾶς δείχνει τὴν ταχύτητα τοῦ ἐμβόλου μιᾶς μικρῆς βενζινομηχανῆς ποὺ γυρίζει μὲ 6 000 στρ/min καὶ ἔχει διαδρομὴ ἐμβόλου 50 mm. Βλέπομε ὅτι, ὅταν τὸ ἔμβολο ξεκινὰ ἀπὸ τὸ κάτω νεκρὸ σημεῖο (*Κ.Ν.Σ.*) ἔχει ταχύτητα μηδενική. Ἔπειτα ὅμως ἡ ταχύτητά του αὐξάνει, καὶ μετὰ 0,03 sec περίπου φθάνει σὲ ἕνα μέγιστο σημεῖο περίπου 3,5 m/sec καὶ ἔπειτα ἐλαττώνεται ὥσπου, ὅταν φθάσή τὸ ἔμβολο στὸ ἄνω νεκρὸ σημεῖο (*Α.Ν.Σ.*), ἡ ταχύτητά του εἶναι πάλι μηδέν. Ἔπειτα ἡ ταχύτητα πάλι αὐξάνει· ἐπειδὴ ὅμως ἡ κίνησή γίνεται τώρα ἀπὸ πάνω πρὸς τὰ κάτω σημειώνομε τὶς ταχύτητες ἀπὸ τὴν κάτω μεριὰ τοῦ ἄξονα. Βλέπομε ὅτι ἡ τα-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

χύτητα τοῦ ἐμβόλου πάλι αὐξάνει, φθάνει στὸ ἴδιο μέγιστο καὶ πάλι ἐλαττώνεται μέχρις ὅτου, ὅταν τὸ ἔμβολο ξαναφθάση στὸ κάτω νεκρὸ σημεῖο, γίνη πάλι μηδενική.

Σχ. 5·11 α.

Ἡ κίνηση τοῦ ἐκκρεμοῦς ἑνὸς ρολογιοῦ εἶναι περιοδική. Οἱ αἰωρήσεις τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι ὅλες ἴδιες καὶ διαρκοῦν τὸ ἴδιο χρονικὸ διάστημα.

Σχ. 5·11 β.

Μηχανισμὸς ἐμβόλου - διωστήρα - στροφάλου. Τὸ ἔμβολο πιέζεται ἀπὸ τὰ ἀέρια τοῦ κυλίνδρου τῆς μηχανῆς πρὸς τὰ κάτω καὶ διὰ μέσου τοῦ διωστήρα κάνει τὸν στρόφαλο νὰ γυρίζη γύρω - γύρω.

Ἀξίζει ἐπίσης νὰ παρατηρήσωμε ὅτι ἡ ταχύτητα τοῦ ἐμβόλου αὐξάνει πιὸ γρήγορα, ὅταν τὸ ἔμβολο πηγαίνη ἀπὸ τὸ ἄνω νεκρὸ σημεῖο πρὸς τὸ κάτω, παρὰ ὅταν πηγαίνη ἀντίστροφα, ἀπὸ τὸ κάτω δηλαδὴ νεκρὸ σημεῖο πρὸς τὸ ἄνω. Αὐτὸ τὸ βλέπομε διότι τὸ διάγραμμα εἶναι πιὸ ἀπότομο γύρω ἀπὸ τὸ ἄνω νεκρὸ σημεῖο παρὰ γύρω ἀπὸ τὸ κάτω νεκρὸ σημεῖο.

Μιὰ περιοδικὴ κίνηση, ποὺ ἔχει ἐπίσης ἐνδιαφέρον στὴν τεχνική,

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

εἶναι ἡ *ἁρμονικὴ κίνηση*. Μποροῦμε νὰ ἐπιτύχωμε μία ἁρμονικὴ κίνησι ἂν κρατώντας τὴ μιὰ ἄκρη ἑνὸς λάστιχου κρεμάσωμε στὴν ἄλλη ἕνα μικρὸ βάρος καὶ τραβήξωμε τὸ βάρος αὐτὸ πρὸς τὰ κάτω καὶ ἔπειτα τὸ ἀφήσωμε. Θὰ παρατηρήσωμε τότε ὅτι τὸ βάρος δὲν ξαναγυρίζει ἀμέσως στὴν προηγουμένη θέση του ἀλλὰ ταλαντεύεται πάνω - κάτω γύρω ἀπ' αὐτήν. Ἡ κίνησι αὐτὴ τοῦ βάρους εἶναι κατὰ προσέγγισι ἁρμονική.

Σχ. 5·11 γ.

Διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου τῆς κινήσεως τοῦ ἐμβόλου μιᾶς μηχανῆς ποὺ παίρνει 600 στρ min καὶ ἔχει διαδρομὴ ἐμβόλου 50.

Λέμε δὲ κατὰ προσέγγισι, γιατὶ τὸ βάρος κινεῖται ὅλο καὶ λιγότερο καὶ στὸ τέλος σταματᾶ, ἐνῶ στὴν πραγματικὴ ἁρμονικὴ κίνησι δὲν σταματᾶ.

Τὸ διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου μιᾶς ἁρμονικῆς κινήσεως φαίνεται στὸ σχῆμα 5 · 11 δ. Βλέπομε ὅτι ἡ ταχύτητα στὴν ἀρχὴ αὐξάνει γρήγορα, ἔπειτα ὅμως αὐξάνει ὅσο πάει καὶ λιγότερο, μέχρις ὅτου τὸ βάρος φθάσι στὸ σημεῖο ὅπου ἰσορροπεῖ· ἐκεῖ ἡ ταχύτητα γίνεται μεγίστη. Ἔπειτα πάλι καθὼς τὸ βάρος ἀπομακρύνεται ἀπὸ τὸ σημεῖο ἰσορροπίας, ἡ ταχύτητά του ὅσο πάει καὶ μικραίνει καὶ τέλος, ὅταν τὸ βάρος φθάσι στὸ πιὸ ψηλὸ σημεῖο τῆς διαδρομῆς του, ἡ ταχύτητα γίνεται πάλι μηδέν. Ἔπειτα τὸ βάρος ἀρχίζει πάλι νὰ κατεβαίνει καὶ ἡ ταχύτητά του αὐξάνει, στὴν ἀρχὴ γρήγορα κατόπιν σιγότερα μέχρις ὅτου γίνει μεγίστη τὴν στιγμὴ ποὺ περνᾶ ἀπὸ τὸ σημεῖο ἰσορροπίας. Ἀπὸ τὴ στιγμὴ αὐτὴ καὶ πέρα, ἡ ταχύτητα μικραίνει, στὴν ἀρχὴ σιγά,

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ἔπειτα γρηγορώτερα, μέχρις ὅτου γίνῃ πάλι μηδὲν τὴ στιγμὴ ποὺ τὸ βάρος θὰ ξαναφθάσῃ στὸ χαμηλότερο σημεῖο τῆς διαδρομῆς του.

Ὅπως εἴπαμε τὴν ἁρμονικὴ κίνησῃ τὴν συναντοῦμε συχνὰ στὴν τεχνική. Ἔτσι π.χ. οἱ κραδασμοὶ τῶν μηχανῶν εἶναι μικρὲς ἁρμονικὲς κινήσεις ποὺ γίνονται πολὺ γρήγορα. Ἡ κίνησῃ ἐπίσῃς τοῦ ἁμαξώματος ἑνὸς αὐτοκινήτου πάνω στὶς σοῦστες του, σὲ ἕναν ἀνώμαλο δρόμο, εἶναι κατὰ προσέγγισῃ μία ἁρμονικὴ κίνησῃ καί, ὅπως μαθαίνομε στὴ Φυσική, ὁ ἦχος προέρχεται ἀπὸ ἁρμονικὲς κινήσεις τῶν μορίων τῶν σωμάτων.

Σχ. 5·11 δ.

Τί καινούργιο μάθαμε:

1. Τροχιὰ ἑνὸς σώματος λέμε τὴν γραμμὴ ποὺ διαγράφει ὅταν κινῆται.

2. Κατὰ τὴν τροχιά, διακρίνομε εὐθύγραμμες καὶ καμπυλόγραμμες κινήσεις.

3. Διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου. Δείχνει τὴν ταχύτητα σὲ κάθε στιγμὴ τῆς κινήσεως καθὼς καὶ τὴν μεταβολή της.

4. Ἀνάλογα μὲ τὸ πῶς μεταβάλλεται ἡ ταχύτητα μιᾶς κινήσεως, λέμε ὅτι ἡ κίνησῃ εἶναι ἰσοταχής, ἐπιταχυνομένη ἢ ἐπιβραδυνομένη.

5. Ὁ τύπος τῆς ἰσοταχοῦς κινήσεως.

6. Τὸ διάστημα μιᾶς κινήσεως παριστάνεται στὸ διάγραμ-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

μα ταχύτητας-χρόνου μὲ τὸ ἐμβαδὸν κάτω ἀπὸ τὴν καμπύλη τῆς κινήσεως.

7. Ἡ ἐπιτάχυνση καὶ ἡ ἐπιβράδυνση. Μᾶς δείχνουν πόσο γρήγορα αὐξάνεται ἢ ἐλαττώνεται ἡ ταχύτητα μιᾶς κινήσεως. Ἐπιτάχυνση τῆς βαρύτητας.

8. Κυκλικὴ κίνηση. Πῶς ὑπολογίζομε τὴν περιφερειακὴ ταχύτητα.

9. Μεταδόσεις κινήσεως—ὀδοντωτοὶ τροχοί, τροχαλίες. Οἱ στροφὲς τῶν τροχῶν εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογες πρὸς τὶς διαμέτρους.

10. Σύνθετες κινήσεις. Ἕνα σῶμα μπορεῖ νὰ κάνη συγχρόνως δύο ἢ περισσότερες κινήσεις, ἡ μιὰ ὅμως δὲν ἐπηρεάζει τὴν ἄλλη.

11. Περιοδικὴ κίνηση. Κίνηση τοῦ ἐμβόλου μιᾶς μηχανῆς.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΔΥΝΑΜΙΚΗ

6·1 Ἀδράνεια.

Ὅταν στὴν ἀρχὴ τοῦ βιβλίου (παράγρ. 0·4) ἐξηγήσαμε τί εἶναι δύναμη, εἴχαμε πῆ ὅτι δύναμη εἶναι αὐτὸ ποὺ ἀλλάζει τὴν κινητικὴ κατάσταση τῶν σωμάτων (ἢ ποὺ τὰ παραμορφώνει). Δηλαδὴ εἴχαμε παρατηρήσει ὅτι γιὰ νὰ κινήσωμε ἕνα σῶμα, γιὰ νὰ τὸ σταματήσωμε, γιὰ νὰ τὸ κάνωμε νὰ κινηθῆ πιὸ γρήγορα ἢ πιὸ ἀργά, ἢ γιὰ νὰ ἀλλάξωμε τὴ διεύθυνση τῆς κινήσεώς του πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμε ἐπάνω του μία δύναμη· εἴχαμε μάλιστα ἀναφέρει καὶ διάφορα παραδείγματα στὴν παράγραφο 0·4.

Ἀπὸ τὶς παρατηρήσεις αὐτὲς τῆς παραγράφου 0·4 μποροῦμε νὰ διατυπώσωμε ἕνα βασικὸ νόμο τῆς Μηχανικῆς: *Γιὰ νὰ μεταβάλλωμε τὴν κινητικὴ κατάσταση ἑνὸς σώματος, πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμε πάνω στὸ σῶμα αὐτὸ μία δύναμη.* Τὸν νόμο αὐτὸ τὸν ὀνομάζομε *ἀρχὴ τῆς ἀδρανείας.*

Σύμφωνα μὲ τὴν ἀρχὴ τῆς ἀδρανείας, ὅλα τὰ σώματα παρουσιάζουν μιὰν ἀδράνεια (τεμπελιὰ) στὸ νὰ ἀλλάζουν τὴν κινητική τους κατάσταση· δὲν μποροῦν νὰ τὴν ἀλλάζουν ἀπὸ μόνα τους, ἀλλὰ πρέπει νὰ ἐνεργήση ἐπάνω τους μιὰ ἐξωτερικὴ δύναμη. Ἕνα σῶμα δηλαδὴ δὲν μπορεῖ νὰ κινηθῆ ἢ νὰ σταματήση μόνο του, οὔτε μπορεῖ νὰ κινηθῆ πιὸ γρήγορα ἢ νὰ ἀλλάξη τὴν διεύθυνση τῆς κινήσεώς του, ἂν δὲν ἐνεργήση ἐπάνω του μιὰ ἐξωτερικὴ δύναμη. Ἂν, ἑπομένως, ἐπάνω σὲ ἕνα σῶμα δὲν ἐνεργῆ καμμία δύναμη, τότε τὸ σῶμα αὐτὸ θὰ διατηρῆ συνεχῶς τὴν ἴδια κινητικὴ κατάσταση· δηλαδὴ ἂν τὸ σῶμα ἦταν ἀκίνητο θὰ ἐξακολουθῆ νὰ μένη ἀκίνητο, ἐνῶ ἂν ἐκινῆτο, θὰ ἐξακολουθήση νὰ κινῆται μὲ τὴν ἴδια ταχύτητα καὶ κατὰ τὴν ἴδια διεύθυνση ὅπως πρίν.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Ἡ πρώτη περίπτωση — ὅτι δηλαδὴ ἂν δὲν ἐνεργήση καμμία δύναμη ἐπάνω σὲ ἕνα ἀκίνητο σῶμα, αὐτὸ θὰ μείνη γιὰ πάντα ἀκίνητο — εἶναι προφανὴς στὸ μυαλό μας· κανεὶς δὲν ἀμφιβάλλει γι' αὐτό. Ἡ δεύτερη ὅμως περίπτωση — ὅτι δηλαδὴ ἂν ἕνα σῶμα κινῆται καὶ δὲν ἐνεργῆ ἐπάνω του καμμία δύναμη, τὸ σῶμα αὐτὸ θὰ ἐξακολουθῆ νὰ κινῆται μὲ τὴν ἴδια ἀκριβῶς ταχύτητα καὶ διεύθυνση ἐπ' ἄπειρον — μπορεῖ ἴσως νὰ παραξενέψη. Πραγματικά, ἀπὸ τὴν καθημερινὴ πείρα παρατηροῦμε τὸ ἀντίθετο: ὅταν ἕνα σῶμα κινῆται χωρὶς τίποτα νὰ τὸ σπρώχνη ἢ νὰ τὸ τραβᾶ, τότε τὸ σῶμα αὐτὸ ἀργὰ ἢ γρήγορα θὰ σταματήση.

Τὸ σῶμα ὅμως σταματᾶ διότι στὴν κίνησή του ἀντιστέκονται οἱ τριβές. Ἂν π.χ. πάνω σὲ ἕνα ὁριζόντιο ξύλινο δάπεδο ρίξωμε ἕνα βῶλο, αὐτὸς θὰ κυλίση ἀκόμη μερικὰ μέτρα, ἀλλὰ σιγὰ-σιγὰ θὰ χάνη ταχύτητα καὶ θὰ σταματήση, γιατὶ μιὰ δύναμη (ἡ τριβὴ κυλίσεως) ἀντιστέκεται στὴν κίνησή του. Ἂν ξανακυλίσωμε τὸ βῶλο πάνω σὲ μωσαϊκὸ καλὰ γυαλισμένο, δηλαδὴ σὲ δάπεδο πιὸ λεῖο ἀπὸ πρίν, τότε θὰ κυλίση μακρύτερα, γιατὶ ἡ τριβὴ ποὺ ἀντιστέκεται στὴν κίνησή του εἶναι μικρότερη. Ἂν τέλος, ξανακάνωμε τὸ πείραμα πάνω σὲ ἕνα πάτωμα ἀκόμα πιὸ λεῖο, π.χ. ἀπὸ ἐντελῶς ὁριζόντιο γυαλί, τότε ὁ βῶλος θὰ κυλίση ἀκόμα μακρύτερα ἀπὸ τὶς δύο προηγούμενες περιπτώσεις, γιατὶ ἡ τριβὴ θὰ εἶναι ἀκόμη μικρότερη. Μποροῦμε λοιπὸν νὰ συμπεράνωμε ὅτι, ὅσο μικρότερη εἶναι ἡ δύναμη ποὺ ἀντιστέκεται στὴν κίνηση τοῦ βώλου, τόσο μεγαλύτερη εἶναι ἡ ἀπόσταση ποὺ διανύει μέχρις ὅτου σταματήση. Ἑπομένως, ἂν δὲν ὑπῆρχε καθόλου τριβὴ καμμία δύναμη δὲν θὰ ἀντιστεκόταν στὴν κίνηση· ὁ βῶλος θὰ κυλοῦσε ἐπ' ἄπειρον.

Ὑπάρχουν ὅμως καὶ ἄλλοι τρόποι γιὰ νὰ ἐπιβεβαιωθῆ ἡ ἀρχὴ τῆς ἀδρανείας. Ἕνας εἶναι αὐτὸς ποὺ δείχνει τὸ σχῆμα 6·1α. Στὸ σχῆμα αὐτὸ βλέπομε ἕναν ἄνθρωπο ποὺ γυρίζει μιὰ πέτρα γύρω-γύρω μὲ μία σφενδόνα. Ἂν σὲ μία στιγμὴ ὁ ἄνθρω-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

πος μὲ ἕνα κερὶ κάψῃ ἀπότομα τὸ σπάγγο τῆς σφενδόνας, τότε ἡ πέτρα θὰ ξεφύγῃ κατὰ τὴν διεύθυνσῃ τῆς ταχύτητας υ, ποὺ εἶναι ἐφαπτομένῃ τῆς τροχιᾶς τοῦ κύκλου. Δηλαδὴ μόλις κάνῃκε ὁ σπάγγος, ἔπαυσε νὰ ἐνεργῇ πάνω στὴν πέτρα ἡ δύναμῃ ποὺ ἀσκοῦσε ἐπάνω τῃς ὁ ἄνθρωπος καὶ ποὺ τὴν ἀνάγκαζε νὰ ἀκολουθῇ τὴν κυκλικήῃ τῃς τροχιά· ἔτσι ἡ πέτρα ἔπαυσε νὰ ἀκολουθῇ τὴν κυκλικήῃ τῃς τροχιὰ καὶ ἄρχισε νὰ κινῆται μὲ τὴν ταχύτητα καὶ

Σχ. 6·1 α.

διεύθυνσῃ ποὺ εἶχε τὴ στιγμὴ ποὺ κάνῃκε ὁ σπάγγος, δηλαδὴ κατὰ τὴν ἐφαπτομένῃ υ τῆς τροχιᾶς της. Σύμφωνα λοιπὸν μὲ τὴν ἀρχὴ τῆς ἀδρανείας, ἡ πέτρα κρατᾶ τὴν κίνησῃ ποὺ εἶχε ὅταν ἔπαψε νὰ ἐνεργῇ ἐπάνω τῃς ἡ δύναμῃ P_κ τοῦ σπάγγου.

Ἄλλῃ μία περίπτωσῃ, πολὺ συνῃθισμένῃ, ὅπου ἐκδῃλώνεται ἡ ἀδράνεια τῶν σωμάτων, εἶναι αὐτὴ ποὺ εἰκονίζεται στὸ σχῆμα 6·1 β. Τὸ σχῆμα αὐτὸ δείχνει ἕνα διαμέρισμα μέσα σὲ ἕνα τραῖνο ποὺ κινεῖται πρὸς τὰ ἀριστερὰ τῆς εἰκόνας (βέλος). Οἱ ἀποσκευὲς ποὺ εἶναι στιβαγμένες ψῃλὰ στὸ ράφι ἔχουν τὴν ἴδια κίνησῃ μὲ τὸ τραῖνο. Ὅταν τὸ τραῖνο σταματήσῃ ἀπότομα, πέφτουν πρὸς τὰ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ἐμπρὸς (ἀριστερά). Αὐτὸ συμβαίνει γιατὶ ἡ τριβή τους ἐπάνω στὸ ράφι δὲν εἶναι ἀρκετὴ γιὰ νὰ τὶς συγκρατήση καὶ ἔτσι πέφτουν. Πάλι ἐδῶ τὸ σῶμα (οἱ ἀποσκευὲς) τείνει λόγω τῆς ἀδρανείας του νὰ διατηρήση τὴν κινητική του κατάσταση, δηλαδὴ τὴν ἀρχικὴ κίνηση τοῦ τραίνου ποὺ τώρα σταμάτησε.

Σχ. 6·1 β.

6·2 Ὁ βασικὸς νόμος τῆς Δυναμικῆς (τοῦ Νεύτωνος).

Στὴν προηγουμένη παράγραφο εἴδαμε ὅτι σύμφωνα μὲ τὴν ἀρχὴ τῆς ἀδρανείας, ὅταν ἐπάνω σὲ ἕνα σῶμα δὲν ἐνεργῆ καμμία δύναμη, τότε τὸ σῶμα αὐτὸ ἢ θὰ μένη ἀκίνητο ἢ θὰ ἐξακολούθῆ νὰ κινῆται μὲ τὴν ἴδια ταχύτητα καὶ διεύθυνση ἐπ' ἄπειρον. Ἑπομένως, ὅταν ἡ ταχύτητα ἑνὸς σώματος αὐξάνη ἢ ἐλαττώνεται ὁλοένα, ὅταν δηλαδὴ ἡ κίνησή του εἶναι ἐπιταχυνομένη ἢ ἐπιβραδυνομένη, συμπεραίνομε ὅτι κάποια δύναμη προκαλεῖ τὴν ἐπιτάχυνση ἢ τὴν ἐπιβράδυνση αὐτή.

Μᾶς ἐνδιαφέρει νὰ δοῦμε πόση εἶναι ἡ δύναμη σχετικὰ μὲ τὴν ἐπιτάχυνση ποὺ προκαλεῖ.

Γιὰ νὰ ἐξετάσωμε αὐτὸ τὸ πρόβλημα ἂς πάρωμε σὰν πρῶτο παράδειγμα τὴν κίνηση τῶν σωμάτων ποὺ πέφτουν, ποὺ ὅπως εἴδαμε εἶναι ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη (σχ. 5·3 γ). Ὅλα τὰ σώματα πέφτουν μὲ τὴν ἴδια σταθερὴ ἐπιτάχυνση (σχ. 6·2 α): περίπου 10 m/sec² (γιὰ τὴν ἀκρίβεια 9,8 m/sec²). Δηλαδὴ ἡ τα-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

χύτητα κάθε δευτερόλεπτο αὐξάνει κατὰ 10 m/sec· ἂν λ.χ. ἀφήσωμε τὸ σῶμα νὰ πέφτη ἐλεύθερα, στὸ τέλος τοῦ πρώτου δευτερολέπτου θὰ ἔχη ταχύτητα 10 m/sec, στὸ τέλος τοῦ δευτέρου 20 m/sec στὸ τέλος τοῦ τρίτου 30 m/sec καὶ οὕτω καθεξῆς. Πάνω ὅμως σὲ ἕνα σῶμα ποὺ πέφτει ἐλεύθερα, ἐνεργεῖ μόνο μία δύναμη: τὸ βάρος τοῦ σώματος. Βλέπομε λοιπὸν στὴν πτώση τῶν σωμάτων ὅτι μία σταθερὴ δύναμη (τὸ βάρος τοῦ σώματος) προκαλεῖ μία ὁρισμένη σταθερὴ ἐπιτάχυνση.

Σχ. 6·2 α.
Ὅλα τὰ σώματα, ὑπὸ τὴν ἐπίδραση τοῦ βάρους τους *B* πέφτουν μὲ τὴν ἐπιτάχυνση τῆς βαρύτητας $g \simeq 10$ m/sec².

Ἐδῶ πρέπει νὰ κάνωμε τὴν ἑξῆς παρατήρηση: Ἂν ἀφήσωμε συγχρόνως νὰ πέσουν ἕνα νόμισμα καὶ ἕνα κομμάτι χαρτί, τότε βλέπομε ὅτι τὸ νόμισμα φθάνει στὸ πάτωμα πολὺ πρὶν ἀπὸ τὸ κομμάτι τὸ χαρτί. Ἡ διαφορὰ αὐτὴ ὀφείλεται στὴν τριβὴ μὲ τὸν ἀέρα. Ἐπειδὴ τὸ κομμάτι τὸ χαρτὶ εἶναι πολὺ ἐλαφρότερο ἀπὸ τὸ νόμισμα, τὸ βάρος του εἶναι πολὺ μικρότερο σχετικὰ μὲ τὴν ἀντίσταση (τριβὴ) τοῦ ἀέρα. Ἂν ἀφήναμε καὶ τὸ κομμάτι τὸ χαρτὶ καὶ τὸ νόμισμα νὰ πέσουν στὸ κενό, δηλαδὴ μέσα σὲ ἕνα χῶρο ἀπὸ τὸν ὁποῖο ἔχομε ἀφαιρέσει τὸν ἀέρα, τότε θὰ βλέ-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

παμε πώς κατά τήν πτώση καί τών δύο ή κίνηση εἶναι ἡ ἴδια (σχ. 6·2β).

Σχ. 6·2β.

Ὁ γυάλινος σωλήνας εἶναι κενὸς ἀπὸ ἀέρα. Ἔτσι τὸ σκάγι, τὸ φτερὸ καὶ τὸ κομμάτι χαρτί, ποὺ εἶναι μέσα, δὲν συναντοῦν καμμία ἀντίσταση καὶ πέφτουν ταυτόχρονα.

Σχ. 6·2γ.

Τὸ ἀριστερὸ βάρος κινεῖται πρὸς τὰ κάτω μὲ ἐπιτάχυνση ἀνάλογη πρὸς τὴν διαφορὰ τοῦ βάρους (ἀριστερὸ μεῖον δεξιό).

Στὸ σχῆμα 6·2γ βλέπομε μία τροχαλία. Γύρω της εἶναι περασμένος ἕνας σπάγγος, ποὺ στὰ ἄκρα του εἶναι κρεμασμένες σαράντα ἴδιες ροδέλλες. Ἅμα κρεμάσωμε εἴκοσι ροδέλλες ἀπὸ κάθε ἄκρη τοῦ σπάγγου, τότε τὸ σύστημα θὰ ἰσορροπῆ. Ἂν πάρωμε ὅμως μία ροδέλλα ἀπὸ τὴν δεξιὰ μεριὰ καὶ τὴν κρεμάσωμε

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

στὴν ἀριστερή, τότε δεξιὰ μένουν δέκα ἐννέα ροδέλλες, ἐνῶ ἀριστερὰ ἔχομε εἴκοσι μία, δηλαδὴ δύο παραπάνω. Ἡ ἰσορροπία πιὰ χάνεται καὶ ὅλο τὸ σύστημα ἀρχίζει νὰ κινῆται πρὸς τὰ ἀριστερά. Ἡ δύναμη ποὺ κάνει τὸ σύστημα νὰ κινῆται εἶναι ἡ διαφορὰ τοῦ βάρους, δηλαδὴ τὸ βάρος τῶν ροδελλῶν ποὺ εἶναι παραπάνω στὴν ἀριστερὴ ἄκρη τοῦ σπάγγου. Ἂν μετρήσωμε τὶς ταχύτητες, κάθε δευτερόλεπτο, θὰ δοῦμε ὅτι αὐξάνουν σταθερά, ἡ κίνηση δηλαδὴ τοῦ συστήματος εἶναι ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη· ἡ ἐπιτάχυνσή του εἶναι σταθερή.

Ἂν πάλι πάρωμε καὶ ἄλλη μία ροδέλλα ἀπὸ τὰ δεξιὰ καὶ τὴν βάλωμε ἀριστερά, τότε δεξιὰ μένουν 18 ροδέλλες, ἐνῶ ἀριστερὰ ἔχομε 22, δηλαδὴ τέσσερις παραπάνω ἀπὸ ὅ,τι δεξιά. Τώρα ἑπομένως, ἡ δύναμη ποὺ κινεῖ τὸ σύστημα εἶναι διπλάσια ἀπὸ τὴν προηγούμενη — ἀφοῦ ἐδῶ ἔχομε τὸ βάρος τεσσάρων ροδελλῶν νὰ κινῆ τὸ σύστημα, ἐνῶ πρὶν εἴχαμε μόνο δύο. Ἂν μετρήσωμε τὶς ταχύτητες κάθε δευτερόλεπτο, θὰ δοῦμε πάλι ὅτι ἡ κίνηση εἶναι ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη καὶ ὅτι ἡ ἐπιτάχυνσή της εἶναι διπλάσια ἀπὸ τὴν προηγούμενη φορά. Βλέπομε δηλαδὴ ὅτι διπλάσια δύναμη προκαλεῖ διπλάσια ἐπιτάχυνση.

Ἂν ξανακάνωμε τὸ πείραμα περνώντας καὶ μία τρίτη, τετάρτη κ.ο.κ. ροδέλλα ἀπὸ τὴν δεξιὰ στὴν ἀριστερὴ μεριά, θὰ δοῦμε ὅτι ἡ κίνηση εἶναι πάντα ἐπιταχυνομένη καὶ ἡ ἐπιτάχυνσή της εἶναι τριπλάσια, τετραπλάσια κ. ο. κ. ἀπὸ τὴν πρώτη περίπτωση ποὺ εἴχαμε περάσει μόνο μία ροδέλλα.

Παρατηροῦμε δηλαδὴ ὅτι, *ἡ ἐπιτάχυνση ποὺ ἀποκτᾶ ἕνα σῶμα εἶναι ἀνάλογη μὲ τὴν δύναμη ποὺ τὴν προκαλεῖ.* Αὐτὸς εἶναι ὁ βασικὸς (θεμελιώδης) νόμος τῆς Δυναμικῆς. Πρῶτος τὸν ἀνεκάλυψε ὁ Ἄγγλος φυσικὸς Νεύτων (Newton) καὶ γι' αὐτὸ λέγεται καὶ νόμος τοῦ Νεύτωνος.

Ἐφαρμόζοντας τὸ νόμο αὐτὸν μποροῦμε νὰ βροῦμε πόση ἐπιτάχυνση προκαλεῖ μία δύναμη, ὅταν ἐνεργῆ ἐπάνω σὲ ἕνα σῶμα.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Ἂν π. χ. ἐπάνω σὲ ἕνα σῶμα βάρους 12 kg ἐνεργῇ μία δύναμη 3 kg, μποροῦμε νὰ βροῦμε τὴν ἐπιτάχυνση ποὺ θὰ τοῦ δώση ὡς ἑξῆς: Ξέρομε ὅτι ἂν τὸ σῶμα αὐτὸ ἀφεθῇ νὰ πέση ἐλεύθερα, τότε θὰ ἔχῃ περίπου ἐπιτάχυνση 10 m/sec². Τὴν ἐπιτάχυνση αὐτὴ τὴν προκαλοῦν τὰ 12 kg τοῦ βάρους τοῦ σώματος. Ξέρομε ἐπίσης ὅτι ἡ ἐπιτάχυνση ποὺ ἀποκτᾶ ἕνα σῶμα εἶναι ἀνάλογη μὲ τὴν δύναμη ποὺ ἐνεργεῖ ἐπάνω στὸ σῶμα, ἑπομένως σκεπτόμαστε κατὰ τὴν μέθοδο τῶν τριῶν:

12 kg προκαλοῦν ἐπιτάχυνση 10 m/sec²
3 kg » » x;

$$x = 10 \times \frac{3}{12} = 10 \times \frac{1}{4} = 2{,}5 \text{ m/sec}^2.$$

Χρησιμοποιώντας τὸν νόμο τοῦ Νεύτωνος μποροῦμε νὰ λύσωμε καὶ τὸ ἑξῆς πρόβλημα: Τί βάρος πρέπει νὰ ἔχῃ ἕνα σῶμα ὥστε μία δύναμη 15 kg νὰ μπορεῖ νὰ τοῦ δώση ἐπιτάχυνση 2 m/sec².

Ξέρομε ὅτι τὸ βάρος τοῦ σώματος τοῦ δίνει ἐπιτάχυνση 10 m/sec².

Ἑπομένως χρησιμοποιοῦμε πάλι τὴν μέθοδο τῶν τριῶν:

15 kg προκαλοῦν ἐπιτάχυνση 2 m/sec²
x » » 10 m/sec²

$$x = 15 \times \frac{10}{2} = 75 \text{ kg}.$$

Ἑπομένως ἡ ἀπάντηση εἶναι ὅτι μία δύναμη 15 kg μπορεῖ νὰ δώση ἐπιτάχυνση 2 m/sec² σὲ σῶμα βάρους 75 kg.

Ἀπὸ τὸν ἴδιο νόμο βλέπομε ὅτι ὁ λόγος τῆς δυνάμεως, ποὺ ἐνεργεῖ πάνω σὲ ἕνα σῶμα, πρὸς τὴν ἐπιτάχυνση ποὺ προκαλεῖ εἶναι σταθερὸς γιὰ τὸ σῶμα αὐτό. Π.χ. στὸ τελευταῖο παράδειγμα ἔχομε:

$$\frac{15}{2} = \frac{75}{10} = 7{,}5.$$

Στὸ προηγούμενο παράδειγμα εἴχαμε:

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

$$\frac{12}{10}=\frac{3}{2,5}=1,2.$$

Τὸν λόγο αὐτὸ τῆς δυνάμεως πρὸς τὴν ἐπιτάχυνση ποὺ προκαλεῖ τὸν λέμε *μάζα* τοῦ σώματος. Ἡ μάζα ἑνὸς σώματος ἐξαρτᾶται μόνο ἀπὸ τὸ ἴδιο τὸ σῶμα καὶ ὄχι ἀπὸ τὶς γύρω συνθῆκες.

Ἀντίθετα, τὸ βάρος ἑνὸς σώματος εἶναι τὸ ἴδιο μόνο στὸν ἴδιο τόπο. Ἂν ἀνεβοῦμε σὲ ἕνα πολὺ ψηλὸ βουνὸ εἶναι ἀλήθεια, ὅτι ἐλαφραίνομε· παρὰ πολὺ λίγο βέβαια, ἀλλὰ ὑπάρχουν ζυγαριὲς ποὺ μποροῦν νὰ μετρήσουν τὴν διαφορά. Οἱ ἐπιβάτες τῶν τεχνητῶν δορυφόρων νοιώσανε τὸ βάρος τους νὰ μεταβάλλεται καταπληκτικὰ κατὰ τὴν διάρκεια τοῦ ταξειδιοῦ τους. Ἐνῶ ὅμως τὸ βάρος τῶν σωμάτων μεταβάλλεται, ἡ μάζα τους εἶναι πάντα ἡ ἴδια καὶ εἶναι χαρακτηριστικὸ γνώρισμα τοῦ κάθε σώματος.

6·3. Φυγόκεντρος δύναμη.

Στὸ παράδειγμα τοῦ σχήματος 6·1 α εἴδαμε ὅτι, γιὰ νὰ κρατηθῆ ἡ πέτρα στὴν κυκλικὴ τροχιά της, πρέπει νὰ ἀσκήσωμε πάνω της μὲ τὸ σπάγγο μία δύναμη $P_\varkappa$ πρὸς τὸ κέντρο τῆς τροχιᾶς. Τὴν δύναμη αὐτὴ ποὺ ἀσκοῦμε τὴν λέμε *κεντρομόλο*, ἐπειδὴ ἀκριβῶς διευθύνεται πρὸς τὸ κέντρο τῆς τροχιᾶς της. Ὅταν ὅμως γυρίζωμε τὴν πέτρα γύρω-γύρω αἰσθανόμαστε ὅτι καὶ ἐκείνη τραβᾶ τὴν ἄκρη τοῦ σκοινιοῦ. Τὴν δύναμη αὐτὴ (P_φ), μὲ τὴν ὁποία τείνει ἡ πέτρα νὰ ξεφύγη, τὴν λέμε *φυγόκεντρο*, ἐπειδὴ τραβᾶ τὴν πέτρα μακρυὰ ἀπὸ τὸ κέντρο τῆς τροχιᾶς της.

Βλέπομε πάλι ἐδῶ μία ἐφαρμογὴ τῆς ἀρχῆς δράσεως καὶ ἀντιδρασεως, ποὺ εἴδαμε στὴν παράγραφο 2 τοῦ Κεφαλαίου 1. Ἡ δράση τοῦ σπάγγου πάνω στὴν πέτρα προκαλεῖ μία ἀντίθετη δύναμη τῆς πέτρας πρὸς τὸ σχοινί.

Σύμφωνα δηλαδὴ μὲ τὴν ἀρχὴ τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως, ἡ κεντρομόλος καὶ ἡ φυγόκεντρος δύναμη εἶναι ἴσες καὶ ἀντίθετες:

$$P_\varkappa = P_\varphi.$$

Ἡ φυγόκεντρος δύναμη, ὅπως ἐξηγήσαμε καὶ στὸ παρά-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

δείγμα τοῦ σχήματος 6 · 1 α, ὀφείλεται στὴν ἀδράνεια τῶν σωμάτων. Τὴν φυγόκεντρο δύναμη τὴν βλέπομε πολὺ συχνὰ στὴν καθημερινὴ ζωή. Π.χ. κάθε φορὰ ποὺ ἕνα αὐτοκίνητο παίρνει μία στροφὴ μὲ κάποια ταχύτητα, πρέπει νὰ κρατηθοῦμε γιὰ νὰ μὴν πέσωμε πρὸς τὸ ἔξω μέρος τῆς στροφῆς.

Ἀπὸ πειράματα καὶ ὑπολογισμοὺς προέκυψε ὁ τύπος τῆς φυγοκέντρου δυνάμεως:

$$P_\varphi = \frac{BRn^2}{900}, \text{ ὅπου}$$

P_φ ἡ φυγόκεντρος δύναμη σὲ **kg**.
B τὸ βάρος τοῦ σώματος ποὺ γυρίζει σὲ **kg**.
R ἡ ἀκτίνα τοῦ κύκλου ποὺ διαγράφει τὸ σῶμα, σὲ **m**.
n ὁ ἀριθμὸς τῶν στροφῶν τοῦ σώματος στὸ λεπτό.

Τὴν φυγόκεντρο δύναμη τὴν χρησιμοποιοῦμε σὲ διάφορες τεχνικὲς ἐφαρμογὲς: Στὶς φυγοκεντρικὲς ἀντλίες, στοὺς φυγοκεντρικοὺς διαχωριστὲς καθώς καὶ σὲ πολλῶν εἰδῶν ρυθμιστές. Ἐδῶ θὰ περιγράψωμε τὸν ρυθμιστὴ τοῦ Βάττ, ἕνα πολὺ ἁπλὸ φυγοκεντρικὸ ρυθμιστή, ποὺ δείχνει ὅμως καλὰ τὴν ἀρχὴ ἐπάνω στὴν ὁποία βασίζονται ὅλοι.

Ὁ ρυθμιστὴς τοῦ Βάττ, ποὺ ἔχει σκοπὸ νὰ κρατᾶ σταθερὲς τὶς στροφὲς τῆς μηχανῆς (σχ. 6 · 3 α), λέγεται ἔτσι πρὸς τιμὴν τοῦ Ἄγγλου ἐφευρέτη τῆς ἀτμομηχανῆς Ἰακώβου Βάττ (**James Watt**). Ἀποτελεῖται ἀπὸ ἕνα κατακόρυφο στέλεχος Σ, ποὺ παίρνει κίνηση ἀπὸ τὸν ἄξονα τῆς μηχανῆς μὲ ἕνα κατάλληλο σύστημα ὀδοντωτῶν τροχῶν Τ. Μαζὶ μὲ τὸ στέλεχος αὐτὸ γυρίζουν καὶ δύο μετάλλινες σφαῖρες Α καὶ Α′, ποὺ συνδέονται μὲ τὰ ἄνω καὶ κάτω ἄκρα τοῦ στελέχους, μὲ τὶς ἀρθρώσεις α καὶ κ, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα. Ὅσο πιὸ γρήγορα γυρίζει ἡ μηχανή, ἑπομένως καὶ τὸ στέλεχος, τόσο πιὸ ἀνοικτὰ στέκουν οἱ δύο σφαῖρες, ἐνῶ ὅσο πιὸ σιγὰ γυρίζει, τόσο πιὸ κοντὰ μένουν στὸ στέλεχος. Οἱ δύο σφαῖρες καθὼς ἀνοιγοκλείνουν παρασύρουν πάνω-κάτω

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

τὸ δακτυλίδι Δ, ποὺ μὲ τὴ σειρά του, μέσω ἑνὸς μοχλοῦ, ἀνοιγοκλείνει τὴν βαλβίδα τοῦ ἀτμοῦ *B*.

Ἂν λοιπὸν ἐλαττωθῇ τὸ φορτίο τῆς ἀτμομηχανῆς ἡ μηχανὴ θὰ πάρῃ περισσότερες στροφές, οἱ σφαῖρες θὰ ἀνοίξουν λίγο, τὸ Δ θὰ ἀνέβῃ, ἡ βαλβίδα τοῦ ἀτμοῦ θὰ κλείσῃ καὶ ἔτσι οἱ στροφὲς τῆς μηχανῆς θὰ ξαναπέσουν στὸν ἀρχικό τους ἀριθμό. Ἂν ἀντίθετα αὐξήσῃ τὸ φορτίο τῆς ἀτμομηχανῆς, οἱ στροφὲς τῆς μηχανῆς θὰ πέσουν, καθὼς καὶ οἱ σφαῖρες καὶ τὸ Δ θὰ κατέβῃ. Ἔτσι θὰ ἀνοίξουν τὴν βαλβίδα τοῦ ἀτμοῦ, ὁπότε οἱ στροφὲς τῆς μηχανῆς αὐξάνουν πάλι στὸν ἀρχικό τους ἀριθμό.

Σχ. 6·3 α.
Ὁ ρυθμιστὴς τοῦ Βάττ.

6·4. Ἔργο.

Φανταστῆτε πὼς σέρνετε μέσα στὸ ἐργοστάσιο ἕνα χειραμαξάκι φορτωμένο. Τραβώντας τὸ χειραμαξάκι ἀσκεῖτε ἐπάνω του μία δύναμη καὶ τὸ κάνετε νὰ προχωρῇ· ἐπιτυγχάνετε ἔτσι ἕνα χρήσιμο ἀποτέλεσμα: Παράγετε ἔργο. Ἂν πάλι στερεώσετε τὸ χειραμαξάκι, ὥστε νὰ μὴ μπορεῖ νὰ κινηθῇ, μπορεῖ νὰ τραβᾶτε

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

καὶ νὰ κουράζεστε ἄδικα· τὸ χειραμαξάκι δὲν θὰ κινηθῇ. Ὅταν τὸ χειραμαξάκι μένῃ ἀκίνητο, ὁ κόπος σας πάει χαμένος, δὲν παράγετε κανένα χρήσιμο ἀποτέλεσμα, δὲν παράγετε καθόλου ἔργο.

Δύο λοιπὸν εἶναι τὰ χαρακτηριστικὰ τοῦ ἔργου: ἡ δύναμη καὶ ἡ μετακίνησή.

Ἂν δύο ἐργάτες σηκώνουν ἀπὸ τὸ ἰσόγειο στὸ πρῶτο πάτωμα ἑνὸς σπιτιοῦ ὁ ἕνας ἕνα σακκὶ βάρους 40 kg καὶ ὁ ἄλλος ἕνα σακκὶ 20 kg (σχ. 6·4 α), λέμε ὅτι ὁ πρῶτος παρήγαγε τὸ διπλὸ

Σχ. 6·4 α.

Ὁ ἐργάτης Α παράγει τὸ διπλὸ ἔργο ἀπὸ τὸν Β.

ἔργο ἀπὸ τὸν δεύτερο, διότι μετακίνησε στὴν ἴδια ἀπόσταση μὲ τὸν δεύτερο τὸ διπλὸ βάρος. Ἂν πάλι μετακινοῦν καὶ οἱ δυὸ ἐργάτες ἀπὸ ἕνα σακκὶ βάρους 40 kg, ἀλλὰ ὁ πρῶτος τὸ ἀνεβάσῃ ὡς τὸ πρῶτο πάτωμα ἐνῶ ὁ δεύτερος ὡς τὸ δεύτερο, τότε λέμε

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ὅτι ὁ δεύτερος ἐργάτης ἔκανε διπλὸ ἔργο ἀπὸ τὸν πρῶτο, διότι μετακίνησε τὸ ἴδιο μὲ αὐτὸν βάρος ἀλλὰ σὲ διπλάσιο ὕψος. Ἂν τέλος ὁ πρῶτος ἐργάτης σηκώνη ἕνα σακκὶ βάρους 40 kg ἀπὸ τὸ ἰσόγειο στὸ πρῶτο πάτωμα, ἐνῶ ὁ δεύτερος ἕνα σακκὶ βάρους 20 kg ἀπὸ τὸ ἰσόγειο στὸ δεύτερο πάτωμα, τότε λέμε ὅτι καὶ οἱ δύο ἐργάτες παράγουν τὸ ἴδιο ἔργο, διότι ναὶ μὲν ὁ δεύτερος βάζει τὴν μισὴ δύναμη ἀπὸ τὸν πρῶτο, ἀλλὰ μετακινεῖ τὸ φορτίο του κατὰ τὴν διπλὴ ἀπόσταση.

Ἔργο, λοιπόν, ὀνομάζομε τὸ γινόμενο τῆς δυνάμεως, ποὺ κινεῖ ἕνα σῶμα κατὰ τὴν διεύθυνσή της, ἐπὶ τὴν ἀπόσταση κατὰ τὴν ὁποία τὸ μετακινεῖ.

Ἔτσι ὁ ἐργάτης ποὺ σηκώνει τὸ σακκὶ τῶν 40 kg ἀπὸ τὸ ἰσόγειο στὸ πρῶτο πάτωμα (ποὺ ἔχει ὕψος 3 m) παράγει ἔργο:

$A = 40\,\text{kg} \times 3\,\text{m} = 120\,\text{kgm}$ (ἑκατὸν εἴκοσι χιλιογραμμόμετρα),

ἐνῶ ἐκεῖνος ποὺ σηκώνει μόνο 20 χιλιόγραμμα παράγει ἔργο:

$A' = 20\,\text{kg} \times 3\,\text{m} = 60\,\text{kgm}$, δηλαδὴ τὸ μισὸ ἀπὸ τὸν πρῶτο.

Ὅταν ἐκεῖνος ποὺ σηκώνει τὰ 20 kg, τὰ σηκώνη ἕως τὸ δεύτερο πάτωμα (ποὺ ἔχει κι' αὐτὸ ἄλλα 3 m ὕψος), παράγει ἔργο:

$A'' = 20\,\text{kg} \times 6\,\text{m} = 120\,\text{kgm}$.

Βλέπομε λοιπόν ὅτι τὸ ἔργο ποὺ παράγει εἶναι τὸ ἴδιο μὲ τὸ ἔργο τοῦ ἄλλου, ποὺ σηκώνει ἕνα σακκὶ 40 kg κατὰ ἕνα μόνο πάτωμα, ὅπως ἄλλωστε τὸ εἴχαμε πῆ καὶ πιὸ πάνω.

Ὅπως εἴδαμε, τὸ ἔργο τὸ μετροῦμε σὲ χιλιογραμμόμετρα. Ἕνα χιλιογραμμόμετρο (1 kgm) εἶναι τὸ ἔργο μιᾶς δυνάμεως ἑνὸς χιλιογράμμου (1 kg) ποὺ μετακινεῖ τὸ σημεῖο ἐφαρμογῆς της κατὰ ἕνα μέτρο (1 m) (σχ. 6·4 β). Παρατηροῦμε ὅτι ἡ μονάδα αὐτὴ θυμίζει λίγο τὴ μονάδα τῆς ροπῆς (τὸ μετροχιλιόγραμμο mkg)· δὲν πρέπει ὅμως νὰ μπερδευώμαστε. Τὸ ἔργο εἶναι κάτι τὸ ἐντελῶς διαφορετικὸ ἀπὸ τὴ ροπή.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Ἡ ροπὴ ἂς ποῦμε μᾶς δείχνει τὴν εὐκολία μὲ τὴν ὁποία μπορεῖ μία δύναμη νὰ περιστρέψῃ ἕνα σῶμα, ἐνῶ τὸ ἔργο μᾶς δείχνει τὸ ἀποτέλεσμα μιᾶς δυνάμεως ποὺ μετακινεῖ ἕνα σῶμα.

Σχ. 6·4 β.
1 χιλιογραμμόμετρο = 1 χιλιόγραμμο × 1 μέτρο
1 kgm = 1 kg × 1 m.

Στὸ σχῆμα 6·4 γ βλέπομε ἕναν ἄνθρωπο ποὺ σέρνει ἕνα κασόνι. Ὁ ἄνθρωπος αὐτὸς καταβάλλει δύναμη 40 kg καὶ τὸ

Σχ. 6·4 γ.
Ὅλο τὸ ἔργο τῆς δυνάμεως P παράγεται ἀπὸ τὴν συνιστώσα της P_1. Ἡ P_2 δὲν παράγει καθόλου ἔργο, γιατί δὲν μετακινεῖ τὸ σημεῖο ἐφαρμογῆς της κατὰ τὴν διεύθυνσή της.

μετακινεῖ κατὰ ἕνα μέτρο. Τὸ ἔργο ὅμως, ποὺ παράγει ὁ ἄνθρωπος στὴν περίπτωση αὐτὴ δὲν εἶναι 40 kg × 1 m = 40 kgm,

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

διότι ἡ δύναμη τῶν 40 kg δὲν μετακινεῖ τὸ σημεῖο ἐφαρμογῆς της κατὰ τὴν διεύθυνσή της ἀλλὰ λοξά. Πραγματικά, ἂν ἀναλύσωμε τὴν δύναμη ποὺ ἀσκεῖ ὁ ἄνθρωπος σὲ δύο συνιστῶσες, τὴ μία ὁριζόντια καὶ τὴν ἄλλη κατακόρυφη, τότε βλέπομε ἀμέσως ὅτι ὅλο τὸ ἔργο τὸ κάνει ἡ ὁριζόντια. Ἡ κατακόρυφη δὲν μετακινεῖ καθόλου τὸ σημεῖο ἐφαρμογῆς της κατὰ τὴν διεύθυνσή της: Τὸ κασόνι κινεῖται μόνο ὁριζόντια καὶ ὄχι κατακόρυφα. Ἡ ὁριζόντια συνιστώσα εἶναι 38,5 kg, ἑπομένως τὸ ἔργο ποὺ παράγει ὁ ἄνθρωπος εἶναι:

$$38{,}5\ \mathrm{kg} \times 1\ \mathrm{m} = 38{,}5\ \mathrm{kgm}.$$

Γενικὰ μποροῦμε νὰ ποῦμε ὅτι τὸ ἔργο μιᾶς δυνάμεως, ποὺ μετακινεῖ τὸ σημεῖο ἐφαρμογῆς της λοξὰ πρὸς τὴν διεύθυνσή της, εἶναι τὸ ἔργο τῆς συνιστώσας τῆς δυνάμεως αὐτῆς κατὰ τὴν διεύθυνση τῆς κινήσεως.

Ὅταν π.χ. ἕνας ἄνθρωπος περπατᾶ σὲ ἕνα ὁριζόντιο πάτωμα, δὲν παράγει ἔργο, γιατὶ τὸ βάρος του, ἡ δύναμη δηλαδὴ ποὺ ἐνεργεῖ ἐπάνω του, εἶναι κάθετη πρὸς τὴν διεύθυνση τῆς κινήσεως.

6·5 Ἐνέργεια.

Στὸ σχῆμα 6·5 α βλέπομε ἕνα σακκὶ *Γ* τσιμέντο 50 kg στὸ πρῶτο πάτωμα μιᾶς οἰκοδομῆς. Ἂν ἀφήσωμε τὸ σακκὶ αὐτὸ νὰ πέσῃ, τὸ βάρος τοῦ σακκιοῦ μετακινεῖται κατὰ τρία μέτρα· ἑπομένως παράγει ἔργο:

$$A = 50\ \mathrm{kg} \times 3\ \mathrm{m} = 150\ \mathrm{kgm}.$$

Στὸ ἴδιο αὐτὸ σχῆμα βλέπομε καὶ ἕνα σακκὶ *Δ* στὸ ἰσόγειο τῆς οἰκοδομῆς αὐτῆς. Τὸ δεύτερο αὐτὸ σακκὶ δὲν μπορεῖ νὰ πέσῃ πιὸ χαμηλὰ καὶ ἔτσι δὲν μπορεῖ τὸ βάρος του νὰ παράγῃ ἔργο. Εἶναι φανερὸ ὅτι τὸ σακκὶ *Γ*, ποὺ εἶναι στὸ πρῶτο πάτωμα, ἔχει κάτι περισσότερο ἀπὸ τὸ σακκὶ *Δ*, ποὺ εἶναι στὸ ἰσόγειο. Λέμε ὅτι τὸ σακκὶ ποὺ εἶναι στὸ πρῶτο πάτωμα ἔχει *ἐνέργεια* ἑκατὸ πενήντα χιλιογραμμομέτρων (150 kgm), ἐπειδὴ ἂν τὸ ἀφή-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

σωμε νὰ πέση μπορεῖ νὰ παράγη ἔργο 150 kgm. Γενικότερα λέμε ὅτι ἕνα σῶμα ἔχει ἐνέργεια ὅταν μπορεῖ νὰ παράγη ἔργο.

Ὅταν ἕνα σῶμα κινῆται, πάλι λέμε ὅτι ἔχει ἐνέργεια, διότι πάλι μπορεῖ νὰ παράγη ἔργο σταματώντας. Ἂν π.χ. (σχ.

Σχ. 6·5 α.

Τὸ σακκὶ Γ ποὺ εἶναι στὸ πρῶτο πάτωμα τῆς οἰκοδομῆς ἔχει ἐνέργεια ἴση μὲ τὸ ἔργο ποὺ μπορεῖ νὰ παράγη πέφτοντας: 50 kg × 3 m = 150 kgm.

Σχ. 6·5 β.

Ὁ βῶλος ἔχει κινητικὴ ἐνέργεια, διότι μπορεῖ μὲ τὴν φόρα ποὺ ἔχει ν' ἀνέβη σὲ ὕψος 0,80 m παράγοντας ἔτσι ἔργο.

6·5 β) κυλᾶ ἕνας βῶλος μὲ ταχύτητα 4 m/sec, τότε μὲ τὴ φόρα αὐτὴ ποὺ ἔχει μπορεῖ νὰ ἀνέβη ὡς ἕνα ὕψος 0,80 m. Ἂν ὁ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

βῶλος ἔχῃ βάρος 50 gr, γιὰ νὰ ἀνεβῇ σὲ ὕψος 0,80 m θὰ παράγῃ ἔργο:

$$A = B \cdot h = 0{,}050 \text{ kg} \times 0{,}80 \text{ m} = 0{,}04 \text{ kgm}.$$

Λέμε λοιπὸν ὅτι ὁ βῶλος ποὺ κυλοῦσε εἶχε ἐνέργεια 0,04 kgm ἀφοῦ μπορεῖ νὰ παράγῃ ἔργο 0,04 kgm.

Γενικὰ μπορεῖ νὰ ἀποδείξωμε ὅτι ὅταν ἕνα σῶμα κινῆται ἔχει ἐνέργεια, τὴν ὁποία μπορεῖ νὰ ὑπολογίσωμε ἀπὸ τὸν ἑξῆς τύπο:

$$E_\kappa = \frac{Bv^2}{2g}$$

ὅπου E_κ εἶναι ἡ ἐνέργεια ποὺ ἔχει σὲ kgm, v ἡ ταχύτητά του, σὲ m/sec, B τὸ βάρος του σὲ kg καὶ g ἡ ἐπιτάχυνση τῆς βαρύτητας ($g = 9{,}81$ m/sec²).

Ὡς τώρα ἀναφέραμε δύο εἴδη ἐνεργείας: Τὸ πρῶτο εἶδος εἶναι τὸ εἶδος ἐνεργείας ποὺ ἔχει ἕνα σῶμα ὅταν εἶναι ψηλὰ καὶ μπορεῖ νὰ μᾶς δώσῃ ἔργο πέφτοντας. Τὸ εἶδος αὐτὸ τῆς ἐνεργείας τὸ λέμε *δυναμικὴ* ἐνέργεια (E_δ). Τὸ ἄλλο εἶναι ἡ ἐνέργεια ποὺ ἔχει ἕνα σῶμα ποὺ κινεῖται καὶ μπορεῖ νὰ μᾶς δώσῃ ἔργο σταματώντας· τὸ εἶδος αὐτὸ τῆς ἐνεργείας τὸ λέμε *κινητικὴ* ἐνέργεια (E_κ).

Ἂς ξαναγυρίσωμε στὸ παράδειγμα τοῦ βώλου ποὺ κυλᾶ· ὥσπου νὰ σταματήσῃ ὁ βῶλος αὐτὸς ἔφθασε σὲ ὕψος 0,80 m ἀπὸ τὸ ἔδαφος. Στὸ ὕψος ὅμως αὐτὸ ὁ βῶλος δὲν ἔχει πιὰ κινητικὴ ἐνέργεια, γιατὶ ἔχει χάσει τὴν ταχύτητά του καὶ ἔχει σταματήσει· ἔχει ὅμως πλέον δυναμικὴ ἐνέργεια, διότι βρίσκεται 0,80 m ψηλότερα ἀπὸ τὸ ἔδαφος. Ἡ δυναμική του ἐνέργεια εἶναι τόση, ὅσο τὸ ἔργο ποὺ μπορεῖ νὰ μᾶς δώσῃ πέφτοντας:

$$E_\delta = 0{,}50 \text{ kg} \times 0{,}80 \text{ m} = 0{,}04 \text{ kgm}.$$

Βλέπομε δηλαδὴ ὅτι ὁ βῶλος ἔχει τόση δυναμικὴ ἐνέργεια E_δ ὅση ἦταν ἡ κινητικὴ ἐνέργεια E_κ ποὺ εἶχε ὅταν κυλοῦσε. Ὁ βῶλος, λοιπόν, ἔχασε μὲν τὴν κινητική του ἐνέργεια, ἀλλὰ ἀπέκτησε ἴση δυναμικὴ ἐνέργεια. Δηλαδή, ὅσο ἀνέβαινε στὸ κεκλιμένο

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ἐπίπεδο ἔχανε σὲ κινητικὴ ἐνέργεια, γιατὶ ἐλαττωνόταν ἡ ταχύτητά του, ἀλλὰ κέρδιζε σὲ δυναμικὴ ἐνέργεια, γιατὶ κέρδιζε σὲ ὕψος.

Στὸ παράδειγμα αὐτὸ βλέπομε ἕνα ἀπὸ τὰ πολλὰ παραδείγματα, ὅπου ἡ κινητικὴ ἐνέργεια γίνεται δυναμική. Τὸ ἴδιο

Σχ. 6·5 γ.

γίνεται καὶ ὅταν ρίχνωμε μιὰ πέτρα ἴσια πρὸς τὰ ἐπάνω (σχ. 6·5 γ). Τὴ στιγμὴ ποὺ τὴν ρίχνομε, ἡ πέτρα ἔχει μόνο κινητικὴ ἐνέργεια. Καθὼς ἀνεβαίνει, ἡ ταχύτητά της ἐλαττώνεται καὶ χάνει ἔτσι κινητικὴ ἐνέργεια, ἀντίστοιχα ὅμως αὐξάνεται ἡ δυναμική της ἐνέργεια, διότι κερδίζει ὕψος, ὥσπου στὸ ψηλότερο ση-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

μεῖο τῆς διαδρομῆς της, ὅπου ἡ ταχύτητά της εἶναι μηδὲν ἡ πέτρα ἔχει πιὰ μόνο δυναμικὴ ἐνέργεια. Ἀπὸ τὴ στιγμὴ ὅμως ποὺ ἀρχίζει νὰ πέφτη, γίνεται τὸ ἀντίθετο: Ὅσο ἡ πέτρα πέφτει, τόσο αὐξάνεται ἡ ταχύτητά της καὶ ἑπομένως καὶ ἡ κινητική της ἐνέργεια, ἐνῶ ἡ δυναμική της ἐνέργεια ἐλαττώνεται, διότι χάνει ὕψος.

6·6 Ἄλλα εἴδη ἐνεργείας.

Στὴν προηγούμενη παράγραφο γνωρίσαμε δύο εἴδη ἐνεργείας: τὴν δυναμικὴ καὶ τὴν κινητική. Τὰ δύο αὐτὰ εἴδη ἐνεργείας τὰ λέμε μηχανικὴ ἐνέργεια, διότι αὐτὰ σχηματίζονται μὲ τὴν κίνηση τῶν σωμάτων καὶ αὐτὰ κυρίως συναντοῦμε στὴ Μηχανική. Ὑπάρχουν ὅμως καὶ πολλὰ ἄλλα εἴδη ἐνεργείας.

Ὅπως εἴπαμε, ἕνα σῶμα ἔχει ἐνέργεια ὅταν μπορεῖ νὰ παράγη ἔργο. Ἔτσι, λοιπόν, λέμε ὅτι καὶ ὁ ἀτμὸς μέσα στὸ καζάνι ἔχει ἐνέργεια, γιατὶ μπορεῖ νὰ μᾶς δώση ἔργο κινώντας τὸ ἔμβολο μιᾶς ἐμβολοφόρου ἀτμομηχανῆς ἢ τὰ πτερύγια ἑνὸς ἀτμοστροβίλου. Τὴν ἐνέργεια αὐτὴ τοῦ ἀτμοῦ τὴν λέμε *θερμικὴ ἐνέργεια*, διότι ὁ ἀτμὸς ἔχει ἐνέργεια (δηλαδὴ μπορεῖ μὲ τὴν μεταβολὴ τοῦ ὄγκου του νὰ κινήση τὸ ἔμβολο ποὺ θὰ παράγη τὸ ἔργο) ἐπειδὴ ἔχει θερμότητα, ἐπειδὴ εἶναι ζεστός. Ἐπίσης λέμε ὅτι τὸ ἠλεκτρικὸ ρεῦμα ἔχει ἐνέργεια, διότι περνώντας ἀπὸ ἕναν κινητήρα μᾶς δίνει ἔργο· τὴν ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρικοῦ ρεύματος τὴν λέμε *ἠλεκτρικὴ ἐνέργεια*. Ἐνέργεια ἐπίσης ἔχει καὶ ἡ βενζίνη ποὺ καίομε μέσα στὴ μηχανὴ ἑνὸς αὐτοκινήτου· Ἡ ἐνέργεια ποὺ ἔχει ἡ βενζίνη εἶναι χημικὴ ἐνέργεια· μετατρέπεται σὲ θερμότητα, δηλαδὴ σὲ θερμικὴ ἐνέργεια, καθὼς ἡ βενζίνη καίεται καὶ ἔπειτα ἡ θερμότητα αὐτὴ μετατρέπεται σὲ μηχανικὴ ἐνέργεια, καθὼς κινεῖ τὰ ἔμβολα τῆς μηχανῆς.

Ὑπάρχουν πολλὰ εἴδη ἀκόμα ἐνεργείας ἀλλὰ δὲν θὰ ἀσχοληθοῦμε στὸ βιβλίο αὐτὸ μ' αὐτά· περισσότερα γιὰ τὴν ἐνέργεια

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

μαθαίνομε στὸ βιβλίο τῆς Φυσικῆς. Παρατηροῦμε μόνον, ὅτι, ὅπως εἴδαμε, τὰ διάφορα εἴδη ἐνεργείας μποροῦν νὰ μετατραποῦν σὲ ἄλλα εἴδη ἐνεργείας. Εἴδαμε π.χ. στὴν προηγουμένη παράγραφο πῶς ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια μπορεῖ νὰ μετατραπῆ σὲ κινητική. Παρόμοια ἡ ἠλεκτρικὴ ἐνέργεια μπορεῖ νὰ γίνη θερμικὴ ἐνέργεια μέσα σὲ μία ἠλεκτρικὴ σόμπα ἢ μηχανικὴ ἐνέργεια μέσα σὲ ἕναν

Σχ. 6·6 α.

Μετατροπὲς ἐνεργείας. Τὸ νερὸ στὴ λίμνη ἔχει δυναμικὴ ἐνέργεια. Μέσα στὸν σωλήνα μετατρέπεται σὲ κινητικὴ καὶ ἔτσι γυρίζει τὸν στρόβιλο ποὺ γυρίζει τὴν γεννήτρια. Στὴν γεννήτρια ἡ ἐνέργεια τοῦ νεροῦ μετατρέπεται σὲ ἠλεκτρικὴ ἐνέργεια, ποὺ μεταφέρεται μὲ τὰ σύρματα τοῦ ἠλεκτρικοῦ δικτύου πρὸς τὰ σπίτια καὶ τὰ ἐργοστάσια, ὅπου θὰ πάρη πάλι ἄλλες μορφὲς (κίνηση, θέρμανση, φῶς κλπ.).

κινητήρα, ἢ ἡ χημικὴ ἐνέργεια τῆς βενζίνης μπορεῖ νὰ μετατραπῆ σὲ θερμικὴ καὶ ἔπειτα σὲ μηχανικὴ σὲ μιὰ βενζινομηχανή.

Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ νεροῦ ποὺ πέφτει, μετατρέπεται

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

σὲ ἠλεκτρικὴ ἐνέργεια καθὼς τὸ νερὸ τρέχει μέσα ἀπὸ ἕναν ὑδροστρόβιλο καὶ γυρίζει μία γεννήτρια (σχ. 6·6 α). Ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια ἐπίσης μπορεῖ νὰ μετατραπῇ σὲ θερμότητα (σχ. 6·6 β). Αὐτὸ τὸ βλέπομε ἐπίσης ἂν τρίψωμε ἕνα θερμόμετρο δυνατὰ μὲ ἕνα πανί· θὰ δοῦμε ὅτι τὸ θερμόμετρο ἀνεβαίνει. Τὸ φαινόμενο αὐτὸ τὸ χρησιμοποιοῦσαν καὶ οἱ πρωτόγονοι ἄνθρωποι γιὰ νὰ ἀνάβουν φωτιὰ (σχ. 6·6 β).

Σχ. 6·6 β.
Μὲ τὴν τριβὴ μετατρέπομε τὴν κινητικὴ ἐνέργεια σὲ θερμότητα.

Στὴν προηγούμενη παράγραφο εἴδαμε ὅτι ὅλη ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ποὺ εἶχε ὁ βῶλος ἔγινε δυναμικὴ καὶ ἔτσι ὅταν σταμάτησε εἶχε ἄλλο εἶδος ἐνεργείας, ἀπὸ ἐκεῖνο ποὺ εἶχε καὶ ὅταν ἐκινῆτο, ἀλλὰ τὸ ποσὸ τῆς ἐνεργείας δὲν ἄλλαξε, ἦταν τὸ ἴδιο. Αὐτὸ εἶναι μία γενικότερη ἀρχή: Ἡ ἐνέργεια μπορεῖ νὰ μετατρέπεται ἀπὸ ἕνα εἶδος σὲ ἕνα ἄλλο, μπορεῖ νὰ μεταφέρεται ἀπὸ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

σῶμα σὲ σῶμα, ἀλλὰ δὲν χάνεται. Αὐτὴ τὴν ἀρχὴ τὴν λέμε *ἀρχὴ διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας*. Ἡ ἀρχὴ διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας εἶναι ἀπὸ τοὺς πιὸ βασικοὺς φυσικοὺς νόμους ποὺ κυβερνοῦν τὸν φυσικὸ κόσμο. Στὸ βιβλίο ὅμως αὐτὸ δὲν θὰ ἐπιμείνωμε περισσότερο σ' αὐτὸ τὸ σημεῖο.

6·7. Ἰσχύς.

Οἱ μηχανὲς ποὺ χρησιμοποιοῦμε μᾶς εἶναι χρήσιμες γιατὶ παράγουν ἔργο. Ἔτσι ἕνας ἠλεκτροκινητήρας εἶναι χρήσιμος, γιατὶ μποροῦμε π.χ. μ' αὐτὸν νὰ κινήσωμε μία ἀντλία καὶ νὰ βγάλωμε νερὸ ἀπο ἕνα πηγάδι (σχ. 6·7 α) ἢ μποροῦμε νὰ ση-

Σχ. 6·7 α.

κώσωμε βάρη· καὶ στὰ δύο αὐτὰ παραδείγματα ὁ κινητήρας μᾶς χρησιμεύει γιατὶ μπορεῖ νὰ παράγη ἔργο.

Ὅταν λοιπὸν πρόκειται νὰ ἀγοράσωμε ἕναν κινητήρα, θὰ ρωτήσωμε τὸν ἔμπορο πρῶτα - πρῶτα πόσο ἔργο μπορεῖ νὰ δώση ὁ κινητήρας αὐτός. Ἂς ποῦμε λοιπὸν ὅτι ὁ ἔμπορος μᾶς λέει ὅτι ὁ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

κινητήρας αὐτὸς μπορεῖ νὰ παράγη 100 000 kgm ἔργο. Ὁ ἀριθμὸς ἔμως αὐτὸς δὲν μᾶς λέει οὐσιαστικὰ τίποτα γιὰ τὸν κινητήρα, γιατὶ δὲν μᾶς λέει σὲ *πόση ὥρα* μπορεῖ ὁ κινητήρας αὐτὸς νὰ μᾶς δώση τὸ ἔργο τῶν 100 000 kgm .

Ἂν ἔμως μᾶς πῆ ὁ ἔμπορος ὅτι ὁ κινητήρας του μπορεῖ νὰ παράγη ἔργο ἑκατὸν πενήντα χιλιογραμμομέτρων μέσα σὲ ἕνα δευτερόλεπτο (150 kgm/sec), τότε ἀμέσως καταλαβαίνομε τί μπορεῖ νὰ κάνη ὁ κινητήρας αὐτός: Μπορεῖ π.χ. νὰ σηκώση βάρος 150 kg σὲ ὕψος ἑνὸς μέτρου μέσα σὲ ἕνα δευτερόλεπτο, ἢ μπορεῖ νὰ σηκώση βάρος 15 kg σὲ ὕψος 10 m μέσα σὲ ἕνα δευτερόλεπτο. Τὰ ἑκατὸν πενήντα χιλιογραμμόμετρα τὸ δευτερόλεπτο εἶναι ἡ *ἰσχὺς* τοῦ κινητήρα. *Ἰσχύ*, λοιπόν, *ἑνὸς κινητήρα λέμε τὸ ἔργο ποὺ μπορεῖ νὰ μᾶς δώση ὁ κινητήρας μέσα σὲ ἕνα δευτερόλεπτο.*

Ὅπως εἴδαμε στὸ παράδειγμα αὐτὸ τοῦ κινητήρα, τὴν ἰσχὺ τὴν μετρήσαμε σὲ χιλιογραμμόμετρα ἀνὰ δευτερόλεπτο (kgm/sec). Συνηθέστερα χρησιμοποιοῦμε ὅμως γιὰ μονάδα ἰσχύος τὸν *ἵππο*. Ἕνας ἵππος εἶναι 75 χιλιογραμμόμετρα ἀνὰ δευτερόλεπτο:

1 ἵππος = 75 kgm/sec.

Ἔτσι π.χ. ὁ κινητήρας ποὺ λέγαμε πρὶν πὼς εἶχε ἰσχὺ 150 kgm/sec, ἦταν ἰσχύος δύο ἵππων.

Στὶς χῶρες, ὅπου μιλοῦν ἀγγλικά, χρησιμοποιοῦν τὸν ἀγγλικὸ ἵππο:

1 ἀγγλικὸς ἵππος = 1,0139 ἵπποι.

Ὁ ἀγγλικὸς ἵππος εἶναι δηλαδὴ λίγο πιὸ μεγάλος ἀπὸ τὸν δικό μας.

Ἐπάνω σὲ ξένες μηχανὲς θὰ δοῦμε τὸν ἵππο νὰ συμβολίζεται συνήθως μὲ PS ἢ CV, ἐνῶ ὁ ἀγγλικὸς ἵππος συμβολίζεται μὲ HP ἢ HP. Ἔτσι π.χ. 250 PS ἢ 250 CV σημαίνει 250 ἵππους, ἐνῶ 500 HP ἢ 500 HP σημαίνει 500 ἀγγλικοὺς ἵππους.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Ἐκτὸς ἀπὸ τὸν ἵππο χρησιμοποιοῦμε γιὰ μονάδα ἰσχύος καὶ τὸ κιλοβάτ (kW).

$$1\ \text{kW} = 1{,}36\ \text{ἵπποι} \quad \text{ἢ} \quad 1\ \text{ἵππος} = 0{,}735\ \text{kW}.$$

Σὰν ἐφαρμογή, ἂς ὑπολογίσωμε τί ἰσχὺ πρέπει νὰ ἔχη ἕνας κινητήρας γιὰ νὰ μποροῦμε μὲ αὐτὸν νὰ βγάζωμε 0,6 m^3 νερὸ τὸ λεπτὸ ἀπὸ ἕνα πηγάδι ποὺ ἔχει βάθος 10 m (σχ. 6·7 α).

Ἕνα κυβικὸ μέτρο νερὸ ζυγίζει ἕναν τόννο, δηλαδὴ 1 000 kg. Ἑπομένως 0,6 m^3 ζυγίζουν 600 kg. Γιὰ νὰ τὰ ἀντλήσωμε λοιπὸν ἀπὸ τὸ πηγάδι ποὺ ἔχει βάθος 10 m χρειαζόμαστε ἔργο:

$$A = 600\ \text{kg} \times 10\ \text{m} = 6\,000\ \text{kgm}.$$

Πρέπει ὅμως νὰ βγάζωμε αὐτὰ τὰ 0,6 m^3 μέσα σὲ ἕνα λεπτό, ἑπομένως μέσα σὲ ἕνα λεπτὸ πρέπει νὰ δίνωμε ἔργο 6 000 kgm δηλαδὴ σὲ ἕνα δευτερόλεπτο $\frac{6\,000}{60} = 100$ kgm/sec, ποὺ σὲ ἵππους μᾶς κάνει:

$$\frac{100}{75} = 1{,}33\ \text{ἵππ.}$$

καὶ σὲ κιλοβάττ

$$1{,}33 \times 0{,}735 = 0{,}98\ \text{kW}.$$

Ὥστε ὁ κινητήρας μας πρέπει νὰ ἔχη ἰσχὺ 1,33 ἵππ. ἢ 0,98 kW.

Θὰ ἰδοῦμε ὅμως στὴν ἑπόμενη παράγραφο πῶς ἡ ἰσχὺς αὐτὴ πρέπει νὰ αὐξηθῆ.

6·8. Ἀπόδοση.

Στὸ Κεφάλαιο 3 εἴχαμε μιλήσει γιὰ τὶς τριβές. Εἴχαμε ἐξηγήσει ὅτι οἱ τριβὲς κάνουν ἕνα μεγάλο μέρος ἀπὸ τὸν κόπο μας νὰ πηγαίνη χαμένος. Ὅταν τραβοῦμε π.χ. ἕνα κασόνι πάνω σὲ ἕνα ὁριζόντιο πάτωμα, ὅλος ὁ κόπος ποὺ καταβάλλομε χρησιμεύει γιὰ νὰ ὑπερνικήσωμε τὴν τριβὴ ὀλισθήσεως τοῦ κασονιοῦ πάνω στὸ πάτωμα. Ἡ ἐνέργεια, ποὺ καταναλίσκομε, ξοδεύεται καὶ γίνεται θερμότητα, ποὺ δὲν μποροῦμε νὰ τὴν χρησιμοποιήσω-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

με σὲ τίποτα. Λέμε στὴν περίπτωση αὐτὴ ὅτι ἔχομε *ἀπώλειες* ἐνεργείας.

Αὐτὸ συμβαίνει πάντα ὅταν μετατρέπεται μία μορφὴ ἐνεργείας σὲ μία ἄλλη. Σὲ μία μηχανὴ πρέπει πάντα νὰ δίνωμε περισσότερη ἐνέργεια ἀπὸ τὴν χρήσιμη ἐνέργεια ποὺ θέλομε νὰ πάρωμε ἀπὸ αὐτήν. Ἡ ἐνέργεια βέβαια, σύμφωνα μὲ τὴν ἀρχὴ διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας, δὲν χάνεται, μετατρέπεται ὅμως καὶ σὲ ἄλλες μορφὲς ἐνεργείας ποὺ δὲν μᾶς εἶναι χρήσιμες - συνήθως σὲ θερμότητα (6 · 8 α), ἡ ὁποία γιὰ μᾶς εἶναι χαμένη.

Σχ. 6·8 α.

Βαθμὸς ἀποδόσεως = $\frac{\text{ἐνέργεια ποὺ παίρνομε}}{\text{ἐνέργεια ποὺ δίνομε}}$. Ἡ ἐνέργεια ποὺ παίρνομε ἀπὸ μιὰ μηχανὴ εἶναι πάντα λιγότερη ἀπὸ αὐτὴν ποὺ δίνομε. Ἑπομένως ὁ βαθμὸς ἀποδόσεως εἶναι πάντα μικρότερος ἀπὸ τὴν μονάδα.

Στὸ παράδειγμα π.χ. τοῦ κινητήρα τῆς προηγούμενης παραγράφου, ὅπου μία ἀντλία βγάζει νερὸ ἀπὸ τὸ πηγάδι (σχ. 6 · 7 α), τὰ 6 000 kgm εἶναι ἡ χρήσιμη ἐνέργεια ποὺ πρέπει νὰ μᾶς δίνη ἡ ἀντλία γιὰ νὰ βγάλωμε 0,6 m^3 νεροῦ. Γιὰ νὰ μπορέσωμε νὰ πάρωμε τὴν ἐνέργεια αὐτή, πρέπει ἐμεῖς νὰ δώσωμε στὸν κινητήρα περισσότερη ἐνέργεια, κάπου 10 000 kgm, γιὰ νὰ καλύψωμε τὶς ἀπώλειες ἐνεργείας. Ἀπὸ τὰ 10 000 kgm ποὺ δίνομε γιὰ νὰ ἀντλήσωμε 0,6 m^3 νερό, μόνο τὰ 6 000 kgm χρειάζονται πραγματικὰ γιὰ νὰ ἀντλήσωμε τὸ νερό. Τὰ ὑπόλοιπα 4 000 kgm εἶναι ἡ ἐνέργεια ποὺ ξοδεύεται σὲ τριβὲς τῶν ἐδράνων τοῦ κινητήρα, τῶν ἐδράνων τῆς ἀντλίας ἢ τοῦ νεροῦ ποὺ ἀνεβαίνει μέσα

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

στὸ σωλήνα ἢ κινεῖται μέσα στὴν ἀντλία, καθὼς καὶ σὲ ἠλεκτρικὲς ἀπώλειες ἐνεργείας μέσα στὸν κινητήρα.

Ἀφοῦ λοιπὸν δίνομε στὸν κινητήρα 10 000 kgm καὶ παίρνομε μόνο 6 000 kgm, λέμε ὅτι ἡ ἀπόδοση τοῦ συγκροτήματος τῆς ἀντλίας καὶ τοῦ κινητήρα εἶναι:

$$\frac{6\,000}{10\,000} = 0{,}6 = 60\,\%.$$

Ἀπόδοση, δηλαδή, μιᾶς μηχανῆς λέμε τὸν λόγο τῆς ἐνεργείας ποὺ παίρνομε ἀπὸ τὴν μηχανή, πρὸς τὴν ἐνέργεια ποὺ τῆς δίνομε. Ἡ ἀπόδοση εἶναι ἕνα βασικὸ γνώρισμα μιᾶς μηχανῆς. Ἂν π.χ. θέλωμε νὰ ἀγοράσωμε μία ἀντλία γιὰ νὰ βγάζωμε νερὸ ἀπὸ ἕνα πηγάδι καὶ μᾶς προτείνουν δύο ποὺ ἔχουν τὴν ἴδια ἰσχύ, τὴν ἴδια ποιότητα καὶ ποὺ κοστίζουν τὰ ἴδια λεπτά, ἀλλὰ ἡ μία ἔχει βαθμὸ ἀποδόσεως 70 % ἐνῶ ἡ ἄλλη ἔχει βαθμὸ ἀποδόσεως 75 %, τότε χωρὶς συζήτηση πρέπει νὰ προτιμήσωμε ἐκείνην ποὺ ἔχει βαθμὸ ἀποδόσεως 75 %, διότι μὲ αὐτὴν θὰ πηγαίνη λιγότερη ἐνέργεια χαμένη σὲ τριβές.

6·9 Ἀρχὴ διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς.

Ὅλοι θὰ ἔχετε βρεθῆ μέσα σὲ μιὰ βάρκα τὴ στιγμὴ ποὺ πηδᾶ κάποιος γιὰ νὰ βουτήξη στὴ θάλασσα. Θὰ εἴδατε ὅτι τὴ στιγμὴ ποὺ αὐτὸς πηδᾶ τινάζεται καὶ ἡ βάρκα πρὸς τὴν ἀντίθετη κατεύθυνση. Ἴσως μάλιστα νὰ ἔχετε προσέξει ὅτι ὅσο πιὸ βαρὺς εἶναι αὐτὸς ποὺ πηδᾶ, τόσο περισσότερο φεύγει καὶ ἡ βάρκα.

Ἂν κάνωμε πειράματα, δηλαδὴ ἂν μετρήσωμε τὴν ταχύτητα τοῦ ἀνθρώπου τὴν στιγμὴ ποὺ πηδᾶ ἀπὸ τὴν βάρκα καὶ τὴν ταχύτητα τῆς βάρκας τὴν ἴδια πάλι στιγμή, θὰ δοῦμε ὅτι τὸ γινόμενο τῆς ταχύτητας τοῦ ἀνθρώπου ἐπὶ τὸ βάρος του εἶναι ἴσο μὲ τὸ γινόμενο τοῦ βάρους τῆς βάρκας ἐπὶ τὴν ταχύτητά της. Π. χ.

	Βάρος kg	Ταχύτητα m/sec	βάρος × ταχύτητα kg × m/sec
ἀνθρώπου	60	1,5	90
βάρκας	180	0,5	90

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Παρατηροῦμε ὅτι τὸ γινόμενο βάρους ἐπὶ ταχύτητα
τοῦ ἀνθρώπου εἶναι : $60 \times 1,5 = 90$
καὶ τῆς βάρκας εἶναι : $180 \times 0,5 = 90$ πάλι.

Τὸ γινόμενο τοῦ βάρους ἑνὸς σώματος ἐπὶ τὴν ταχύτητά του τὸ ὀνομάζομε *ὁρμή*. Ἀκριβέστερα :

Ὁρμὴ ὀνομάζομε τὸ γινόμενο τῆς μάζας ἑνὸς σώματος ἐπὶ τὴν ταχύτητά του. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπο ἡ ὁρμὴ ἑνὸς σώματος, ὅπως καὶ ἡ μάζα του, δὲν ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὶς γύρω συνθῆκες (ὅπως τὸ βάρος). Στὸ βιβλίο ὅμως αὐτὸ ὀνομάσαμε ἁπλούστερα, ὁρμή, τὸ γινόμενο τοῦ βάρους τοῦ σώματος ἐπὶ τὴν ταχύτητά του.

Στὸ παράδειγμα τοῦ ἀνθρώπου ποὺ πηδᾶ ἀπὸ τὴν βάρκα, εἴδαμε ἕνα σημαντικὸ φυσικὸ νόμο : τὴν ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς. Σύμφωνα μὲ αὐτήν, ὅταν ἐπάνω σὲ ἕνα σύστημα δύο ἢ καὶ περισσοτέρων σωμάτων δὲν ἐνεργῇ καμμία ἐξωτερικὴ δύναμη, ἡ ὁρμὴ τοῦ συστήματος δὲν ἀλλάζει. Πράγματι, στὴν περίπτωση τοῦ ἀνθρώπου καὶ τῆς βάρκας, ἡ ὁρμὴ τοῦ συστήματος ἦταν μηδὲν (ἀφοῦ καὶ τὰ δύο εἶναι ἀκίνητα). Ὅταν πήδηξε ὁ ἄνθρωπος, ἡ ὁρμὴ τοῦ ἀνθρώπου ἦταν 90 καὶ τῆς βάρκας πάλι 90, κατὰ τὴν ἀντίθετη ὅμως διεύθυνση, ἑπομένως ἡ ὁρμὴ τοῦ συστήματος ἔμεινε καὶ πάλι μηδέν.

Ἡ ἀρχὴ διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς εἶναι μία ἀκόμη ἐκδήλωση τῆς ἀρχῆς τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως, ποὺ γνωρίσαμε στὴν παράγραφο 1·2. Στὸ παράδειγμα τοῦ ἀνθρώπου ποὺ βουτᾶ ἀπὸ τὴν βάρκα π.χ., ὁ ἄνθρωπος τὴν στιγμὴ ποὺ πηδᾶ σπρώχνει τὴν βάρκα πρὸς τὰ πίσω μὲ τὴν ἴδια δύναμη ποὺ σπρώχνει καὶ τὸν ἑαυτό του πρὸς τὰ ἔμπρός. Ἔτσι φεύγει ἡ βάρκα πρὸς τὰ πίσω, ἀλλὰ μὲ μικρότερη ταχύτητα, γιατὶ εἶναι βαρύτερη ἀπὸ τὸν ἄνθρωπο.

Ἡ ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς ἐφαρμόζεται σὲ πάρα πολλὲς περιπτώσεις. Οἱ πιὸ ἐντυπωσιακὲς ἴσως εἶναι οἱ πύραυλοι καὶ τὰ ἀεριωθούμενα ἀεροπλάνα. Ἡ ἀρχὴ πάνω στὴν ὁποία βασίζεται ὁ πύραυλος εἶναι ἡ ἑξῆς : Μέσα στὸν πύραυλο ὑπάρχει ἕνας χῶρος κλειστὸς ἀπὸ ὅλες τὶς μεριὲς καὶ ἀνοικτὸς μόνο ἀπὸ μία μᾶλλον στενὴ τρύπα πίσω. Μέσα στὸν χῶρο αὐτὸ καίεται τὸ καύσιμο. Τὰ ἀέρια ποὺ δημιουργοῦνται ἀπὸ τὴν καύση πιέζουν ἀπὸ ὅλες τὶς μεριὲς τὰ τοιχώματα τοῦ πυραύλου, ἀλλὰ μόνο ἀπὸ τὴν πίσω τρύπα μποροῦν νὰ ξεφύγουν καὶ ὁρμοῦν μὲ μεγάλη ταχύτητα πρὸς τὰ ἔξω. Σύμφωνα τώρα μὲ τὴν

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς ὁ πύραυλος κινεῖται πρὸς τὴν ἀντίθετη κατεύθυνση ἀπὸ τὴν κατεύθυνση τῶν καυσαερίων μὲ ὁρμὴ ἴση μὲ τῶν καυσαερίων. Τὸ φαινόμενο εἶναι τὸ ἴδιο ὅπως καὶ ὅταν ἀφήσωμε ἕνα φουσκωμένο μπαλλόνι ἄδετο, ὥστε νὰ μπορῆ νὰ ξεφεύγη ἐλεύθερα ὁ ἀέρας. Στὴν ἴδια ἀρχὴ βασίζονται καὶ οἱ ρουκέττες — τὰ πυροτεχνήματα τοῦ Πάσχα.

Μία ἄλλη συνηθισμένη περίπτωση ποὺ βλέπομε νὰ ἐκδηλώνεται ἡ ἀρχὴ διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς εἶναι τὸ «κλώτσημα» τῶν ὅπλων. Ὅταν πυροβολοῦμε μὲ ἕνα ὅπλο, τὸ ὅπλο μᾶς «κλωτσάει» στὸν ὦμο. Αὐτὸ γίνεται διότι, σύμφωνα μὲ τὴν ἀρχὴ διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς, ὅση ὁρμὴ ἔχει ἡ σφαίρα πρὸς τὰ ἐμπρός, τόση ἔχει καὶ τὸ ὅπλο πρὸς τὰ πίσω. Ἐπειδὴ ὅμως τὸ ὅπλο εἶναι πολὺ βαρύτερο ἀπὸ τὴ σφαίρα, ἡ ταχύτητά του εἶναι πολὺ μικρότερη ἀπὸ τὴν ταχύτητα τῆς σφαίρας.

Τί καινούργιο μάθαμε;

1. Τὰ σώματα παρουσιάζουν μιά «τεμπελιά», ὅταν προσπαθοῦμε νὰ ἀλλάξωμε τὴν κινητική τους κατάσταση· γιὰ νὰ ἀλλάξη ἡ κινητική τους κατάσταση πρέπει νὰ ἐνεργήση ἐπάνω τους μία δύναμη. Τὴν ἰδιότητα αὐτὴ τῶν σωμάτων τὴν ὀνομάζομε *ἀδράνεια*.

2. Σύμφωνα μὲ τὴν ἀρχὴ τῆς ἀδρανείας, ἂν πάνω σὲ ἕνα σῶμα δὲν ἐνεργῆ καμμία δύναμη, τὸ σῶμα αὐτὸ ἢ θὰ μείνη ἀκίνητο ἢ θὰ κινῆται μὲ τὴν ἴδια ταχύτητα καὶ κατὰ τὴν ἴδια διεύθυνση ἐπ' ἄπειρον.

3. Ὁ βασικὸς νόμος τῆς Δυναμικῆς (ἢ τοῦ Νεύτωνος). Ἡ ἐπιτάχυνση ποὺ ἀποκτᾶ ἕνα σῶμα εἶναι ἀνάλογη μὲ τὴν δύναμη, ποὺ τὴν προκαλεῖ.

4. Γιὰ νὰ κάνωμε ἕνα σῶμα νὰ γυρίζη γύρω-γύρω πρέπει ν' ἀσκήσωμε ἐπάνω του μία δύναμη - τὴν *κεντρομόλο* - πρὸς τὸ κέντρο τῆς τροχιᾶς του. Τὸ σῶμα πάλι, ἀντιδρᾶ μὲ δύναμη ποὺ τὴν λέμε *φυγόκεντρο*. Ἡ φυγόκεντρος καὶ ἡ κεντρομόλος δύναμη εἶναι ἴσες καὶ ἀντίθετες.

5. *Ἔργο* μιᾶς δυνάμεως λέμε τὸ γινόμενο τῆς δυνάμεως

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

αὐτῆς ἐπὶ τὴν ἀπόστασή, κατὰ τὴν ὁποία μετακινεῖ τὸ σημεῖο ἐφαρμογῆς της.

6. Ἂν ἡ δύναμη ἐνεργῇ λοξὰ πρὸς τὴν κατεύθυνση κατὰ τὴν ὁποία μετακινεῖ τὸ σημεῖο ἐφαρμογῆς της, τὸ ἔργο της εἶναι τὸ ἔργο τῆς συνιστώσας της κατὰ τὴν κατεύθυνσή τῆς κινήσεως.

7. Λέμε ὅτι ἕνα σῶμα ἔχει ἐνέργεια ὅταν μπορῇ νὰ παράγῃ ἔργο.

8. Στὴ Μηχανικὴ συναντοῦμε δύο εἴδη ἐνεργείας: τὴν *δυναμικὴ ἐνέργεια*, ποὺ ἔχουν τὰ σώματα ὅταν βρίσκωνται σὲ κάποιο ὕψος, καὶ τὴν *κινητικὴ ἐνέργεια* ποὺ ἔχουν τὰ σώματα ποὺ κινοῦνται. Ἕνα σῶμα ποὺ εἶναι ψηλά, ἔχει ἐνέργεια ἐπειδὴ μπορεῖ νὰ δώσῃ ἔργο πέφτοντας, ἐνῶ ἕνα σῶμα ποὺ κινεῖται ἔχει ἐνέργεια ἐπειδὴ μπορεῖ νὰ δώσῃ ἔργο σταματώντας.

9. Ὑπάρχουν πολλὰ εἴδη ἐνεργείας (μηχανική, ἠλεκτρική, θερμική κ.ἄ.). Ἐνέργεια ἑνὸς εἴδους μπορεῖ νὰ μετατραπῇ σὲ ἐνέργεια ἄλλου εἴδους· μπορεῖ ἐπίσης νὰ μεταφερθῇ ἐνέργεια ἀπὸ ἕνα σῶμα σὲ ἕνα ἄλλο· ἡ ἐνέργεια ὅμως ποτὲ δὲν χάνεται (ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας).

10. *Ἰσχὺ* μιᾶς μηχανῆς λέμε τὸ ἔργο ποὺ μπορεῖ νὰ μᾶς δώσῃ μέσα σὲ ἕνα δευτερόλεπτο.

11. *Ἀπόδοση* μιᾶς μηχανῆς λέμε τὸν λόγο (πηλίκον) τῆς ἐνεργείας ποὺ παίρνομε ἀπὸ τὴ μηχανὴ πρὸς τὴν ἐνέργεια ποὺ δίνομε.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΑΠΛΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ

7·1 Μηχανές.

Μηχανὴ λέμε κάθε μέσον ποὺ μετατρέπει ἐνέργεια μιᾶς μορφῆς σὲ ἐνέργεια ἄλλης μορφῆς, ποὺ μᾶς εἶναι πιὸ χρήσιμη. Ἔτσι π.χ. ὅλες οἱ παρὰ κάτω συσκευὲς εἶναι μηχανές:

— Ἡ ἠλεκτρογεννήτρια μετατρέπει μηχανικὴ ἐνέργεια σὲ ἠλεκτρική.

— Ὁ κινητήρας Δῆζελ μετατρέπει τὴν χημικὴ ἐνέργεια τοῦ πετρελαίου σὲ θερμικὴ ἐνέργεια πρῶτα καὶ αὐτὴν πάλι σὲ μηχανικὴ ἐνέργεια.

— Ἡ ἁπλὴ τροχαλία μετατρέπει τὴν κινητικὴ ἐνέργεια, ποὺ δίνομε στὴν μία ἄκρη τοῦ σχοινιοῦ, σὲ δυναμικὴ ἐνέργεια τοῦ βάρους ποὺ σηκώνομε ἀπὸ τὴν ἄλλη.

— Ἡ ἠλεκτρικὴ σόμπα μετατρέπει τὴν ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρικοῦ ρεύματος σὲ θερμικὴ ἐνέργεια.

Ὅπως φαίνεται ἀπὸ τὴν πάρα πάνω ἀπαρίθμηση, ἔχομε ἀμέτρητα εἴδη μηχανῶν. Στὸ κεφάλαιο ὅμως αὐτὸ θὰ ἀναλύσωμε μόνο τὶς *ἁπλὲς μηχανές*.

Οἱ ἁπλὲς μηχανὲς εἶναι μηχανὲς ποὺ μετατρέπουν μηχανικὴ ἐνέργεια σὲ μηχανικὴ πάλι ἐνέργεια διαφορετικῆς μορφῆς π.χ. ἡ τροχαλία ποὺ εἴπαμε πιὸ πάνω. Ὅλες οἱ μηχανὲς ποὺ μετατρέπουν μηχανικὴ ἐνέργεια ἑνὸς εἴδους σὲ ἄλλου εἴδους μηχανικὴ ἐνέργεια εἶναι ἁπλῶς συνδυασμοὶ τῶν ἁπλῶν μηχανῶν.

7·2 Μοχλοί.

Μοχλὸ λέμε ἕνα στερεὸ σῶμα, ποὺ ἔχει συνήθως μᾶλλον μακρόστενο σχῆμα (ῥάβδος) καὶ ποὺ μπορεῖ νὰ στραφῇ γύρω ἀπὸ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ἕνα σημεῖο. Τὸ σημεῖο, γύρω ἀπὸ τὸ ὁποῖο στρέφεται ὁ μοχλός, λέγεται *ὑπομόχλιο*.

Στὸ σχῆμα 7·2 α βλέπομε πῶς χρησιμοποιοῦμε ἕνα καδρόνι σὰν μοχλὸ γιὰ νὰ σηκώσωμε ἕνα κασόνι. Τὸ ὑπομόχλιο στὴν περίπτωση αὐτὴ εἶναι τὸ σημεῖο, ὅπου τὸ καδρόνι ἀκουμπᾶ πάνω στὸ τριγωνικὸ ξύλο ποὺ εἶναι ἀπὸ κάτω. (Συχνὰ λέμε καὶ ὁλόκληρο τὸ τριγωνικὸ αὐτὸ ξύλο ὑπομόχλιο).

Σχ. 7·2 α.

Σχ. 7·2 β.

Τοὺς μοχλοὺς τοὺς διακρίνομε σὲ τρία εἴδη:

α) Μοχλοὺς *πρώτου εἴδους* λέμε ἐκείνους, ὅπου τὸ ὑπομόχλιο εἶναι ἀνάμεσα στὴ δύναμη ποὺ ἀσκοῦμε καὶ τὴν ἀντίσταση ποὺ θέλομε νὰ ὑπερνικήσωμε. Τὸ καδρόνι τοῦ σχήματος 7·2 α π.χ. εἶναι μοχλὸς πρώτου εἴδους. Πρώτου εἴδους μοχλὸς ἐπίσης εἶναι καὶ κάθε ἕνα ἀπὸ τὰ σκέλη ἑνὸς ψαλλιδιοῦ (σχ. 7·2 β).

β) Μοχλοὺς *δευτέρου εἴδους* λέμε ἐκείνους ὅπου ἡ ἀντίσταση ἐφαρμόζεται ἀνάμεσα ἀπὸ τὸ ὑπομόχλιο καὶ τὴν δύναμη. Στὸ σχῆμα 7·2 γ βλέπομε πῶς χρησιμοποιοῦμε τὸ καδρόνι τοῦ σχήματος 7·2 α σὰν μοχλὸ δευτέρου εἴδους. Στὸ σχῆμα 7·2 δ βλέπομε ὅτι τὸ κουπὶ τῆς βάρκας εἶναι μοχλὸς δευτέρου εἴδους.

γ) Μοχλοὺς *τρίτου εἴδους* λέμε ἐκείνους ὅπου ἡ δύναμη ἐφαρμόζεται ἀνάμεσα στὸ ὑπομόχλιο καὶ τὴν ἀντίσταση.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Παράδειγμα μοχλῶν τρίτου εἴδους εἶναι οἱ βραχίονες τῶν χεριῶν (σχ. 7·2 ε).

Σχ. 7·2 γ.

Σχ. 7·2 δ.

Σχ. 7·2 ε.

Σχ. 7·2 ζ.

Ἀπὸ τὴν Στατικὴ καὶ ἰδίως τὴν παράγραφο 1·8, ὅπου μιλήσαμε γιὰ τὶς ροπές, εἶναι πολὺ εὔκολο νὰ ὑπολογίσωμε πόση δύναμη χρειαζόμαστε γιὰ νὰ ὑπερνικήσωμε μία ὁρισμένη ἀντίσταση. Ἂς πάρωμε τὸ παράδειγμα:

Τὸ σχῆμα 7·2 ζ εἰκονίζει τὴν βαλβίδα ἀσφαλείας ἑνὸς ἀτμολέβητα. Διακρίνομε ἀμέσως ὅτι ὁ βραχίων τῆς βαλβίδας εἶναι μοχλὸς δευτέρου εἴδους. Πόσο βάρος πρέπει νὰ κρεμάσωμε δεξιὰ ὥστε ἡ βαλβίδα νὰ ἀνοίγη, ὅταν ἡ πίεση μέσα στὸν λέβητα φθάση τὰ 12 kg/m³;

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Γιὰ νὰ ἀνοίξη ἡ βαλβίδα θὰ πρέπει ἡ ροπὴ τῆς πιέσεως τοῦ ἀτμοῦ ὡς πρὸς τὸ ὑπομόχλιο νὰ εἶναι τουλάχιστον ἴση μὲ τὴν ροπὴ τοῦ βάρους. Ἡ δύναμη ποὺ ἀσκεῖ ὁ ἀτμὸς πάνω στὴ βαλβίδα εἶναι:

$$P = 20\,\text{cm}^2 \times 12\,\text{kg/cm}^2 = 240\,\text{kg}.$$

Ὅπως εἴπαμε ἡ ροπή της ὡς πρὸς τὸ O πρέπει νὰ εἶναι ἴση μὲ τὴν ροπὴ τοῦ βάρους B:

$$240\,\text{kg} \times 60\,\text{mm} = B \times 480\,\text{mm}.$$

$$B = \frac{240 \times 60}{480} = 30\,\text{kg}.$$

7·3 Τροχαλίες.

Οἱ τροχαλίες εἶναι δύο εἰδῶν: Ἡ *σταθερὴ ἢ πάγια* τροχαλία καὶ ἡ *κινητὴ ἢ ἐλεύθερη* τροχαλία.

Ὅπως φαίνεται στὸ σχῆμα 7·3 α μὲ τὴν πάγια τροχαλία μποροῦμε ἁπλῶς νὰ ἀλλάξωμε τὴν διεύθυνση τῆς δυνάμεως ποὺ ἐφαρμόζομε. Ἀντὶ νὰ σηκώνωμε ἕνα βάρος μὲ μιὰ δύναμη πρὸς τὰ ἐπάνω, τὸ σηκώνομε ἐφαρμόζοντας μιὰ δύναμη πρὸς τὰ κάτω (π.χ. τραβώντας τὸ σχοινί).

Στὴν τροχαλία αὐτὴ καταβάλλομε τόση ἀκριβῶς δύναμη ὅση εἶναι καὶ ἡ ἀντίσταση, ἂν δὲν λογαριάσωμε τὶς τριβὲς ποὺ ἀναπτύσσονται. Καὶ ὅσο τραβήξωμε τὸ σχοινὶ (σχ. 7·3 α) ἄλλο τόσο θὰ ἀνέβη τὸ βάρος.

Μὲ τὴν ἐλεύθερη τροχαλία, ὅμως, μποροῦμε νὰ ὑπερνικήσωμε δύναμη διπλάσια ἀπὸ ἐκείνη ποὺ διαθέτομε.

Στὴν ἐλεύθερη τροχαλία, ὅπως φαίνεται στὸ σχῆμα 7·3 β, τὸ βάρος B μοιράζεται σὲ δύο κλάδους σχοινιοῦ καὶ ἔτσι μποροῦμε νὰ τὸ σηκώσωμε, ἐφαρμόζοντας στὴν ἐλεύθερη ἄκρη τοῦ σχοινιοῦ δύναμη ἴση μὲ τὸ μισὸ βάρος $B/2$. Στὴν ἐλεύθερη τροχαλία, ὅμως, γιὰ νὰ σηκώσωμε τὸ βάρος κατὰ ἕνα μέτρο, πρέπει νὰ τρα-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ὑψώσομε δύο μέτρα σχοινί. Δηλαδὴ χρειαζόμαστε πάλι τὸ ἴδιο ἔργο γιὰ νὰ ὑψώσομε τὸ βάρος ὅπως πρίν.

Ἂν συνδυάσομε μιὰ ἐλεύθερη καὶ μιὰ πάγια τροχαλία, ὅπως

Σχ. 7·3 α.

Σχ. 7·3 β.

στὸ σχῆμα 7·3 γ, ἔχομε ἕνα σύσπαστο. Μὲ αὐτὸ ἔχομε τὸ ἴδιο ὄφελος σὲ δύναμη, ὅπως καὶ στὴν ἐλεύθερη τροχαλία, δηλαδὴ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

$P = \frac{B}{2}$, ἀλλὰ ἔχομε ἀκόμη καὶ τὸ πλεονέκτημα ὅτι τραβοῦμε τὸ βάρος ἀπὸ ἐπάνω πρὸς τὰ κάτω, πρᾶγμα ποὺ εἶναι πιὸ βολικό.

Σχ. 7·3 γ.

Σχ. 7·3 δ.

Περισσότερα σύσπαστα μαζὶ κάνουν τὰ πολύσπαστα, ποὺ κοινῶς λέγονται μακαράδες. Στὸ σχῆμα 7·3 δ φαίνεται ἡ λειτουργία ἑνὸς πολύσπαστου.

Στὰ πολύσπαστα ἡ ἀντίσταση ποὺ προσπαθοῦμε νὰ ὑπερνικήσωμε μοιράζεται σὲ περισσότερους κλάδους σχοινιοῦ.

Ἔτσι ἡ δύναμη ποὺ πρέπει νὰ ἀσκήσωμε στὴν ἐλεύθερη ἄκρη τοῦ σχοινιοῦ εἶναι πολὺ μικρότερη ἀπὸ τὸ βάρος ποὺ ἀνυψώνομε.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Στὸ πολύσπαστο π.χ. τοῦ σχήματος 7·3 δ, τὸ βάρος τῶν 120 kg ποὺ σηκώνομε μοιράζεται ἐξ ἴσου σὲ 6 κλάδους σχοινιοῦ, ἑπομένως ἡ δύναμη P, ποὺ πρέπει νὰ καταβάλωμε γιὰ νὰ σηκώσωμε τὸ βάρος, εἶναι:

$$P = \frac{B}{6} = \frac{120}{6} = 20 \text{ kg}.$$

Ἅμα ἀρχίσωμε νὰ σηκώνωμε ὅμως τὸ βάρος, θὰ δοῦμε ὅτι γιὰ νὰ τὸ ἀνυψώσωμε 10 cm πρέπει νὰ τραβήξωμε 60 cm σχοινί. Ὅ,τι δηλαδὴ κερδίζομε σὲ δύναμη τὸ χάνομε σὲ ὕψος ἀνυψώσεως, βάζομε δύναμη τὸ 1/6 τοῦ βάρους ποὺ σηκώνομε, ἀλλὰ τραβοῦμε ἑξαπλάσιο σχοινὶ ἀπὸ ὅ,τι σηκώνομε. Δηλαδὴ τὸ ἔργο ποὺ καταναλίσκομε (δίνομε) εἶναι πάντα τὸ ἴδιο. Εἶναι φυσικὸ ἀφοῦ, ὅπως ἡ ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας καθορίζει, ὅσο ἔργο δίνομε τόσο ἔργο παίρνομε.

Πράγματι βλέπομε ὅτι τραβώντας τὸ σχοινὶ 0,60 m δίνομε ἔργο:

$$A = 20 \text{ kg} \times 0{,}60 \text{ m} = 12 \text{ kgm}$$

ἐνῶ συγχρόνως τὸ βάρος B γιὰ νὰ ἀνεβῇ 0,10 m καταναλίσκει τὸ ἴδιο ἔργο: $A' = 120 \text{ kg} \times 0{,}10 \text{ m} = 12 \text{ kg}$.

7·4 Τὸ ἁπλὸ βαροῦλκο.

Τὸ πιὸ συνηθισμένο παράδειγμα ἁπλοῦ βαρούλκου εἶναι ἡ ἀνέμη ἑνὸς πηγαδιοῦ (σχ. 7·4 α). Ἕνα ἁπλὸ βαροῦλκο ἀποτελεῖται ἀπὸ ἕναν κύλινδρο καὶ μία μανιβέλλα στερεωμένη στὸν ἄξονα τοῦ κυλίνδρου.

Γιὰ νὰ σηκώσωμε τὸ βάρος B πρέπει ἡ ροπὴ τῆς δυνάμεως P ποὺ ἀσκοῦμε, ὡς πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ βαρούλκου, νὰ εἶναι τουλάχιστον ἴση μὲ τὴν ροπὴ τοῦ βάρους B. Πρέπει δηλαδή:

$$PR = Br.$$

Τὸ βάρος ποὺ σηκώνομε εἶναι $B = 120$ kg.

Ἂν π.χ. ἡ ἀκτίνα τοῦ κυλίνδρου εἶναι $r = 10$ cm καὶ ἡ ἀπό-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

στασή τῆς λαβῆς τῆς μανιβέλλας ἀπὸ τὸν ἄξονα $R = 40$ cm, θὰ εἶναι:

$$P \cdot 40\,\text{cm} = 120\,\text{kg} \times 10\,\text{cm}$$

ἑπομένως ἡ δύναμη ποὺ χρειαζόμαστε εἶναι:

$$P = \frac{120 \times 10}{40} = 30\,\text{kg}.$$

Σχ. 7·4 α.

Παρατηροῦμε καὶ ἐδῶ ὅτι ὅσο ἔργο παίρνομε, τόσο ἔργο δίνομε: Γιὰ κάθε στροφὴ τῆς μανιβέλλας τὸ βάρος ἀνυψώνεται κατὰ $2 \times 3{,}14 \times 0{,}10 = 0{,}628$ m· ὥστε τὸ ἔργο ποὺ παίρνομε εἶναι:

$$A' = 120\,\text{kg} \times 0{,}628\,\text{m} = 75{,}36\,\text{kgm}.$$

Ἡ λαβὴ τῆς μανιβέλλας σὲ κάθε στροφὴ διανύει διάστημα:

$$2 \times 3{,}14 \times 0{,}40 = 2{,}512\,\text{m},$$

ἑπομένως τὸ ἔργο ποὺ δίνομε εἶναι:

$$A = 30\,\text{kg} \cdot 2{,}512\,\text{m} = 75{,}36\,\text{kgm},$$

δηλαδὴ τὸ ἴδιο μ' ἐκεῖνο ποὺ παίρνομε.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

7·5 Κεκλιμένο ἐπίπεδο.

Σὲ μερικοὺς μπορεῖ νὰ φανῇ περίεργο ὅτι ἕνα κεκλιμένο ἐπίπεδο (μία ῥάμπα δηλαδή), ποὺ οὔτε κἄν κινεῖται, εἶναι μία μηχανή. Καὶ ὅμως, μὲ τὸ κεκλιμένο ἐπίπεδο μποροῦμε νὰ ἀνεβάσωμε βαρειὰ πράγματα χρησιμοποιώντας δύναμη πολὺ μικρότερη ἀπὸ τὸ βάρος τους. Πρέπει λοιπὸν κι' αὐτὸ νὰ τὸ ποῦμε μηχανή.

Σχ. 7·5 α.

Πράγματι, ὅπως βλέπομε στὸ σχῆμα 7·5 α, γιὰ νὰ κυλίσωμε τὸ βαρέλι πάνω στὸ κεκλιμένο ἐπίπεδο χρειαζόμαστε δύναμη 30 kg, ἴση δηλαδὴ μὲ τὴν συνιστώσα τοῦ βάρους τὴν παράλληλη πρὸς τὸ κεκλιμένο ἐπίπεδο. Βλέπομε ὅτι ἀνεβάζομε ἕνα βάρος 150 kg ξοδεύοντας δύναμη μόνο 30 kg.

Στὸ σχῆμα 7·5 β γίνεται φανερὸ ὅτι ὅσο μικρότερη εἶναι ἡ γωνία φ τοῦ ἐπιπέδου μὲ τὴν ὁριζόντια, τόσο μικρότερη δύναμη χρειαζόμαστε γιὰ νὰ ἀνεβάσωμε ἕνα βάρος πάνω σὲ ἕνα κεκλιμένο ἐπίπεδο. Παρατηροῦμε ὅμως ἐπίσης, ὅτι ὅταν ἡ γωνία τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου εἶναι μικρή, ναὶ μὲν ἡ δύναμη ποὺ χρειαζόμαστε γιὰ νὰ κυλίσωμε τὸ βαρέλι εἶναι μικρότερη, ὁ δρόμος ὅμως ποὺ πρέπει νὰ τὸ κυλίσωμε εἶναι περισσότερος. Δηλαδὴ τὸ ἔργο ποὺ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

πρέπει νὰ δώσωμε γιὰ νὰ ἀνεβάσωμε ἕνα ὁρισμένο σῶμα εἶναι πάντα τὸ ἴδιο, ἴσο μὲ τὸ γινόμενο τοῦ βάρους τοῦ σώματος ἐπὶ τὴν διαφορὰ τοῦ ὕψους.

Σχ. 7·5 β.

7·6 Σφῆνες.

Ἡ σφήνα εἶναι ἕνα ἐργαλεῖο ποὺ χρησιμοποιεῖται γιὰ νὰ χωρίσωμε ἕνα σῶμα στὰ δύο π.χ. γιὰ νὰ σχίσωμε ξύλα.

Ἡ ἀρχὴ τῆς λειτουργίας της ἐξηγεῖται εὔκολα ἂν τὴν φαντασθοῦμε σὰν ἕνα διπλὸ κεκλιμένο ἐπίπεδο.

Σχ. 7·6 α.

Καθὼς κτυποῦμε τὴ σφήνα (σχ. 7·6 α), παρατηροῦμε ὅτι εἰσχωρεῖ μέσα στὸ ξύλο καὶ τὸ χωρίζει στὰ δύο. Ἡ ἐξήγηση εἶναι ἡ ἑξῆς: Ἡ δύναμη P ποὺ ἀσκοῦμε μπορεῖ νὰ ἀναλυθῆ σὲ δύο συνιστῶσες P_1 καὶ P_2 κάθετες πρὸς τὶς πλευρὲς τῆς σφήνας. Αὐτὲς οἱ δυνάμεις ἀπομακρύνουν τὸ ἀριστερὸ τμῆμα τοῦ ξύλου ἀπὸ τὸ δεξί.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Μὲ τὸν τρόπο ποὺ λειτουργεῖ ἡ σφήνα, λειτουργοῦν ἕνα σωρὸ ἐργαλεῖα: Τὰ μαχαίρια, τὰ κοπίδια, τὰ καρφιά, τὰ τσεκούρια κ.ο.κ.

Σχ. 7·6 β.

Στὸ σχῆμα 7 · 6 β φαίνεται καθαρὰ γιατὶ μιὰ λεπτὴ σφήνα εἰσχωρεῖ εὐκολώτερα ἀπὸ μία χονδρύτερη. Βλέπομε ὅτι ἡ ἴδια δύναμη στὴν λεπτὴ σφήνα ἀναλύεται σὲ μεγαλύτερες συνιστῶσες παρὰ στὴν χονδρύτερη. Συμβαίνει δηλαδὴ τὸ ἴδιο, ὅπως καὶ στὸ κεκλιμένο ἐπίπεδο.

7·7 Κοχλίας.

Ὁ κοχλίας (βίδα) εἶναι κι' αὐτὸς μία ἁπλὴ μηχανή, ποὺ χρησιμοποιεῖται γιὰ σύνδεση καὶ γιὰ μετάδοση κινήσεως. Εἶναι,

Σχ. 7·7 α.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

μποροῦμε νὰ ποῦμε, ἕνα κεκλιμένο ἐπίπεδο τυλιγμένο γύρω ἀπὸ ἕναν κύλινδρο. Αὐτὸ τὸ βλέπομε παραστατικότερα στὴν περίπτωση ἑνὸς κοχλία μὲ τετραγωνικὸ σπείρωμα (σχ. 7·7 β).

Σχ. 7·7 β.

Τὸ σχῆμα 7·7 α δείχνει πώς, ἂν τυλίξωμε τὸ τρίγωνο *ΑΒΓ* γύρω ἀπὸ ἕναν κύλινδρο, ἔχομε χαραγμένη ἐπάνω στὸν κύλινδρο μία ἕλικα. Οἱ κοχλίες εἶναι ἀκριβῶς κυλινδρικὰ κομμάτια, συνήθως ἀπὸ σίδερο, ποὺ ἔχουν ἐπάνω τους αὐλακώσεις σὲ σχῆμα ἕλικας (σχ. 7·7 γ).

Τὴν γωνία φ τὴν λέμε γωνία τῆς ἕλικας. Ὅπως καὶ στὸ κε-

Σχ. 7·7 γ.

Σχ. 7·7 δ.

κλιμένο ἐπίπεδο, ἔτσι καὶ στὸν κοχλία, ὅσο μικρότερη εἶναι ἡ γωνία φ, τόσο μικρότερη δύναμη χρειαζόμαστε γιὰ νὰ κινήσωμε

τὸν κοχλία. Τὸ μῆκος ποὺ προχωρεῖ ὁ κοχλίας, ἂν τὸν γυρίσωμε κατὰ μία στροφή, τὸ λέμε *βῆμα* ἢ *προχώρηση* τοῦ κοχλία.

Τοὺς κοχλίες τοὺς διακρίνομε σὲ δεξιοὺς (συνηθισμένους) καὶ ἀριστερούς, ἀνάλογα μὲ τὸ ἂν βιδώνουν, ὅταν τοὺς γυρίζωμε ὅπως γυρίζουν οἱ δεῖκτες τοῦ ρολογιοῦ (δεξιόστροφα) ἢ ἀνάποδα.

Οἱ κοχλίες τῶν σχημάτων 7·7β καὶ 7·7γ ἔχουν ὅλοι ἀπὸ ἕνα σπείρωμα. Καθὼς ὅμως τὸ σπείρωμα τοῦ κοχλία τοῦ σχήματος 7·7β εἶναι ἀρκετὰ ἀραιό, μποροῦμε νὰ παρεμβάλωμε ἀνάμεσα σ' αὐτὸ τὸ σπείρωμα ἕνα ἄλλο. Ἔτσι προκύπτει ἕνας κοχλίας μὲ δύο σπειρώματα ἢ μὲ δύο *ἀρχές*, ὅπως λέμε (σχ. 7·7δ).

Ἀνάλογα μπορεῖ νὰ ἔχωμε κοχλίες μὲ τρεῖς ἢ τέσσερις ἀρχές.

7·8 Ὀδοντωτοὶ τροχοὶ - Ἀτέρμων κοχλίας.

Οἱ ὀδοντωτοὶ τροχοὶ εἶναι καὶ αὐτοὶ ἁπλὲς μηχανές. Χρησιμεύουν γιὰ νὰ μεταδίδουν κίνηση ἀπὸ ἕναν ἄξονα στὸν ἄλλο καὶ γιὰ νὰ αὐξάνουν ἢ νὰ ἐλαττώνουν τὶς στροφές. Μιλήσαμε ὅμως ἀρκετὰ γι' αὐτοὺς στὴν Κινητικὴ (Κεφ. 5 παράγρ. 9) καὶ ἔτσι δὲν θὰ ἀσχοληθοῦμε ἄλλο μὲ αὐτοὺς ἐδῶ.

Πολὺ χρήσιμος εἶναι ὁ συνδυασμὸς ἑνὸς κοχλία μὲ ἕνὰν ὀδοντωτὸ τροχὸ (σχ. 7·8α). Ὅταν ὁ κοχλίας κάνη μία στροφή,

Σχ. 7·8α.

ὁ ὀδοντωτὸς τροχὸς προχωρεῖ κατὰ ἕνα δόντι· ἂν δηλαδὴ ἔγη

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

40 δόντια κάνει $^1/_{40}$ τῆς στροφῆς. Ἂν, λοιπόν, ὁ κοχλίας γυρίζῃ μὲ $n_1 = 1\,000$ στρ/min, τότε ὁ τροχὸς θὰ γυρίζῃ μὲ:

$$n_2 = \frac{1}{40} \times 1\,000 = 25 \text{ στρ/min.}$$

Ἂν ὁ κοχλίας εἶχε δύο ἀρχές, τότε σὲ κάθε στροφὴ ὁ τροχὸς θὰ προχωροῦσε κατὰ δύο δόντια καὶ οἱ στροφές του θὰ ἦταν:

$$n_2 = \frac{2}{40} \times 1\,000 = 50 \text{ στρ/min}$$

καὶ ἂν ὁ κοχλίας εἶχε τρεῖς ἀρχές, οἱ στροφὲς τοῦ τροχοῦ θὰ ἦταν:

$$n_2 = \frac{3}{40} \times 1\,000 = 75 \text{ στρ/min}$$

καὶ γενικὰ ἂν:

n_1 εἶναι οἱ στροφὲς τοῦ κοχλία
a οἱ ἀρχὲς τοῦ κοχλία, καὶ
z τὰ δόντια τοῦ τροχοῦ,

τότε οἱ στροφὲς τοῦ τροχοῦ θὰ εἶναι:

$$n_2 = \frac{a}{z} n_1 .$$

Αὐτὸ μποροῦμε νὰ τὸ γράψωμε ὡς ἑξῆς:

$$n_2 \cdot z = a \cdot n_1 .$$

Βλέπομε δηλαδὴ ὅτι ἡ σχέση τῶν στροφῶν εἶναι σὰν νὰ εἴχαμε ἀντὶ γιὰ τὸν κοχλία ἕναν ὀδοντωτὸ τροχὸ μὲ τόσα δόντια ὅσες ἀρχὲς ἔχει ὁ κοχλίας.

Τί καινούργιο μάθαμε:

1. *Μηχανὴ* λέμε κάθε μέσον ποὺ μετατρέπει ἐνέργεια μιᾶς μορφῆς σὲ ἐνέργεια ἄλλης μορφῆς, ποὺ μᾶς εἶναι πιὸ χρήσιμη.

2. Οἱ ἁπλὲς μηχανὲς μετατρέπουν μηχανικὴ ἐνέργεια σὲ μηχανικὴ πάλι ἐνέργεια, ἀλλὰ διαφορετικῆς μορφῆς.

3. *Μοχλοί*. Εἶναι σώματα (συνήθως ράβδοι) ποὺ μποροῦν

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

νὰ στρέφωνται γύρω ἀπὸ ἕνα σημεῖο, τὸ *ὑπομόχλιο*. Ἀνάλογα μὲ τὴ θέση τῆς δυνάμεως καὶ τῆς ἀντιστάσεως ὡς πρὸς τὸ ὑπομόχλιο διακρίνομε τρία εἴδη μοχλῶν.

4. *Τροχαλίες*. Ἔχομε δύο εἰδῶν, τὴν *παγία* καὶ τὴν *ἐλεύθερη*. Μὲ τὴν ἐλεύθερη χρειαζόμαστε τὴν μισὴ δύναμη ἀπὸ ὅ,τι μὲ τὴν παγία· τραβοῦμε ὅμως τὸ διπλὸ μῆκος σχοινί.

5. Τὰ *πολύσπαστα* εἶναι συνδυασμοὶ παγίων καὶ ἐλευθέρων τροχαλιῶν. Τὸ βάρος ποὺ σηκώνομε μοιράζεται σὲ περισσότερα σχοινιὰ καὶ ἔτσι χρειαζόμαστε μικρὴ δύναμη· τραβοῦμε ὅμως ἀνάλογα περισσότερο σχοινί.

6. *Βαροῦλκο*.

7. *Κεκλιμένο ἐπίπεδο*. Ἡ δύναμη ποὺ χρειαζόμαστε εἶναι τόσο μικρότερη ὅσο μικρότερη εἶναι ἡ κλίση τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου.

8. *Σφῆνες*. Οὐσιαστικὰ εἶναι συνδυασμὸς ἀπὸ δύο κεκλιμένα ἐπίπεδα.

9. *Κοχλίες*. Ἡ λειτουργία τους εἶναι σὰν ἑνὸς κεκλιμένου ἐπιπέδου τυλιγμένου γύρω ἀπὸ ἕναν κύλινδρο. *Ἕλικα. Βῆμα κοχλία*. Ἀρχὲς ἑνὸς κοχλία.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΚΑΙ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΔΥΝΑΜΙΚΗ

8·1 Ἐφαρμογές.

1. Μία αὐτοκινητάμαξα ξεκινᾶ μὲ ἐπιτάχυνση $\gamma_1 = 0{,}5\ \mathrm{m/sec^2}$. Ἀφοῦ διανύση 400 m παύει ἡ ἐπιτάχυνση καὶ κινεῖται ἰσοταχῶς ἐπὶ 2 min. Τότε ὁ ὁδηγὸς φρενάρει καὶ ἡ αὐτοκινητάμαξα σταματᾶ σὲ 10 sec (κίνηση ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένη).

α) Χαράξετε τὸ διάγραμμα τῆς κινήσεως.

β) Πόσο διάρκεσε ἡ περίοδος (ὁ χρόνος) τῆς ἐκκινήσεως.

γ) Πόση ἦταν ἡ ταχύτητα τῆς ἰσοταχοῦς κινήσεως.

δ) Πόσο εἶναι τὸ διάστημα τῆς ἰσοταχοῦς κινήσεως.

ε) Πόσο ἦταν τὸ διάστημα τοῦ φρεναρίσματος.

ζ) Πόση ἦταν ἡ ἐπιβράδυνση τοῦ φρεναρίσματος.

α) Τὸ διάγραμμα τῆς κινήσεως ἔχει τὴν μορφὴ τοῦ σχήματος 8·1 α. Ἐπάνω στὸ σχῆμα αὐτὸ ἔχομε σημειώσει ὅλα τὰ δεδομένα τοῦ προβλήματος. Ἡ σχεδίαση εἶναι πρόχειρη, γιατὶ ἀκόμη δὲν ξέρομε ὅλα τὰ στοιχεῖα τῆς κινήσεως.

β) Ξέρομε ὅτι τὸ διάστημα μιᾶς κινήσεως εἶναι ἴσο μὲ τὸ ἐμβαδὸ κάτω ἀπὸ τὴν καμπύλη (ἢ εὐθεία, ἀνάλογα μὲ τὴν περίπτωση) ποὺ παριστάνει τὴν κίνηση στὸ διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου.

Στὴν περίπτωσή μας λοιπὸν εἶναι:

$$s_1 = \frac{1}{2} v t_1,$$

$$\text{ἢ } 400 = \frac{1}{2} v t_1.$$

Ἐπιτάχυνση $\gamma = 0{,}5\ \mathrm{m/sec^2}$ σημαίνει ὅτι ἡ ταχύτητα αὐ-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ξάνεται σὲ κάθε δευτερόλεπτο κατὰ 0,5 μέτρα. Ἄρα ἡ ταχύτητα v στὸ τέλος τῆς περιόδου τῆς ἐκκινήσεως εἶναι:

$$v = \gamma t_1 = 0{,}5 t_1 .$$

Σχ. 8·1 α.

Ἀντικαθιστώντας στὴν σχέση τοῦ s_1, ἔχομε:

$$400 = \frac{1}{2}(0{,}5\, t_1)\, t_1$$

$$\text{ἢ} \quad 400 = 0{,}25\, t_1^2$$

$$\text{ἢ} \quad t_1^2 = \frac{400}{0{,}25} = 1\,600.$$

Ἄρα ἡ περίοδος τῆς ἐκκινήσεως διήρκεσε.

$$t_1 = \sqrt{1\,600} = 40 \text{ sec}.$$

γ) Ἡ ταχύτητα v τῆς ἰσοταχοῦς κινήσεως εἶναι (ὅπως εἴδαμε πιὸ πρίν):

$$v = \gamma t_1 = 0{,}5 \times 40 = 20 \text{ m/sec}.$$

Καὶ μιὰ ποὺ πρόκειται γιὰ ὄχημα (αὐτοκινητάμαξα) καλὸ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

εἶναι νὰ τὴν ἐκφράσωμε καὶ σὲ χιλιόμετρα τὴν ὥρα. Ἀφοῦ 1 h = 3 600 sec καὶ 1 km = 1 000 m μὲ διπλὴ ἐφαρμογὴ τῆς μεθόδδου τῶν τριῶν ἔχομε:

$$1 \text{ m/sec} = \frac{3\,600}{1\,000} = 3{,}6 \text{ km/h},$$

ἑπομένως ἡ ταχύτητα εἶναι:

$$v = 20 \times 3{,}6 = 72 \text{ km/h}.$$

δ) Τὸ διάστημα τῆς ἰσοταχοῦς κινήσεως εἶναι:

$$s_2 = v\,t_2 = 20 \text{ m/sec} \times 2 \text{ min} = 20 \text{ m/sec} \times 120 \text{ sec} = 2\,400 \text{ m}.$$

Χρειάζεται νὰ προσέξωμε νὰ μετατρέψωμε τὰ λεπτὰ σὲ δευτερόλεπτα, ἀλλοιῶς θὰ κάνωμε λάθος.

ε) Τὸ διάστημα τοῦ φρεναρίσματος εἶναι:

$$s_3 = \frac{1}{2} v t_3 = \frac{1}{2} \times 20 \times 10 = 100 \text{ m}.$$

ζ) Ἡ ἐπιβράδυνση τοῦ φρεναρίσματος ἦταν:

$$\gamma_3 = \frac{v}{t_3} = \frac{20}{10} = 2 \text{ m/sec}^2.$$

Ἐφαρμογὴ 2.

Ὁ στρεφόμενος γερανὸς τοῦ σχήματος 8·1 β σηκώνει ἕνα βάρος ἐνῶ συγχρόνως γυρίζει. Περιγράψετε τὴν κίνηση τοῦ φορτίου.

Ἂν ὁ γερανὸς κάνη μία ὁλόκληρη στροφὴ σὲ 12 sec καὶ ἂν σηκώνη τὸ βάρος κατὰ 5 m σὲ 5 sec, πόση εἶναι ἡ ταχύτητα τῆς συνισταμένης κινήσεως;

Ἡ κίνηση τοῦ φορτίου τοῦ γερανοῦ εἶναι ἡ συνισταμένη δύο κινήσεων: (α) μιᾶς κατακορύφου ποὺ προκαλεῖται ἀπὸ τὸ βαροῦλκο τοῦ γερανοῦ καὶ (β) μιᾶς κυκλικῆς, τῆς περιστροφῆς ὁλοκλήρου τοῦ γερανοῦ. Τὸ βάρος καθὼς ἀνυψώνεται, διαγράφει μίαν ἕλικα (σχ. 8·1 γ)· ἡ κίνηση εἶναι ἑπομένως *ἑλικοειδής*, ὅπως καὶ ἡ κίνηση μιᾶς βίδας μέσα στὸ παξιμάδι.

Γιὰ νὰ βροῦμε τὴν ταχύτητα τῆς συνισταμένης κινήσεως,

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

πρέπει νὰ συνθέσωμε τὶς ταχύτητες τῶν δύο συνιστωσῶν κινήσεων.

Ἡ κατακόρυφη ταχύτητα εἶναι 1 m/sec, ἀφοῦ σὲ 5 sec ἀνυψώνεται τὸ φορτίο κατὰ 5 m.

Σχ. 8·1 β.

Σχ. 8·1 γ.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Ἡ περιφερειακὴ ταχύτητα τοῦ φορτίου, ποὺ ὀφείλεται στὴν περιστροφὴ τοῦ γερανοῦ, βρίσκεται ὡς ἑξῆς: Σὲ 12 sec κάνει τὸ φορτίο μία ὁλόκληρη περιφορὰ γύρω ἀπὸ τὸν ἄξονα τοῦ γερανοῦ. Ἡ περιφορὰ αὐτὴ ἔχει μῆκος:

$$2\pi R = 2 \times 3{,}14 \times 6 = 12 \times 3{,}14 \text{ m}.$$

Ἐπομένως ἡ ταχύτητα τῆς περιφερειακῆς κινήσεως τοῦ φορτίου εἶναι:

$$\frac{12 \times 3{,}14}{12 \text{ sec}} = 3{,}14 \text{ m/sec}.$$

Σχ. 8·1 δ.

Ἡ σύνθεση τῶν δύο ταχυτήτων, τῆς περιφερειακῆς καὶ τῆς κατακορύφου κινήσεως, φαίνεται στὸ σχῆμα 8·1 δ, ἀπὸ ὅπου προκύπτει ὅτι ἡ ταχύτητα τῆς συνισταμένης κινήσεως εἶναι 3,3 m/sec.

Ἐφαρμογὴ 3.

Στὸ τρυπάνι τοῦ σχήματος 8·1 ε μποροῦμε νὰ ρυθμίσωμε τὶς στροφὲς τῆς ἀτράκτου ἀνάλογα μὲ τὶς τροχαλίες ἀπὸ τὶς ὁποῖες περνοῦμε τὸν ἱμάντα. Καὶ οἱ τέσσερις συνδυασμοὶ Α - Γ, Α - Δ, Β - Γ καὶ Β - Δ εἶναι δυνατοί. Ποιές εἶναι οἱ διάφορες ταχύτητες τῆς ἀτράκτου (δηλαδὴ οἱ στροφὲς ἀνὰ min) ἂν:
ὁ κινητήρας γυρίζη μὲ 1 500 στρ/min καὶ οἱ διάμετροι τῶν τροχαλιῶν εἶναι:

$$d_A = 130 \text{ mm} \qquad d_\Gamma = 100 \text{ mm}$$
$$d_B = 150 \text{ mm} \qquad d_\Delta = 150 \text{ mm}.$$

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Σὲ ποιές τροχαλίες πρέπει νὰ περάσωμε τὸν ἱμάντα, ὥστε ἀνοίγοντας μία τρύπα διαμέτρου 2,5 mm ἡ ταχύτητα κοπῆς νὰ εἶναι περίπου 15 m/min;

Σχ. 8/1 ε.

Ἂς ποῦμε n_T τὶς στροφὲς τοῦ τρυπάνου καὶ n_K τὶς στροφὲς τοῦ κινητήρα ($n_K = 1\,500$ στρ/min). Οἱ στροφὲς τῶν τροχαλιῶν A καὶ B εἶναι ἐπίσης $n_K = 1\,500$.

Γιὰ τὸν συνδυασμὸ τῶν τροχῶν A - Γ ἔχομε:

$$n_T \cdot d_Γ = n_K \cdot d_A$$

$$\text{ἢ } n_T \times 100 = 1\,500 \times 130$$

$$n_T = \frac{1\,500 \times 130}{100} = 1\,950 \text{ στρ/min.}$$

Γιὰ τὸν συνδυασμὸ A - Δ, ἐπειδὴ $d_Δ = 150$ min ἔχομε,

$$n_T = \frac{1\,500 \times 130}{150} = 1\,300 \text{ στρ/min.}$$

Γιὰ τὸν συνδυασμὸ B - Γ, $n_T = \dfrac{1\,600 \times 150}{100} = 2\,400$ στρ/min.

Γιὰ τὸν συνδυασμὸ B - Δ βλέπομε ὅτι: $d_B = d_Δ = 150$ mm.

Ἄρα $n_T = n_K = 1\,500$ στρ/min.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Τὸ μῆκος ποὺ κόβει τὸ τρυπάνι σὲ μιὰ στροφὴ εἶναι, γιὰ τρύπα διαμέτρου 2,5 mm:

$$3,14 \times 2,5 = 7,85 \text{ mm} = 0,00785 \text{ m}.$$

Ἡ ταχύτητα κοπῆς πρέπει νὰ εἶναι 15 m/min. Μὲ ἁπλὴ μέθοδο τῶν τριῶν ἔχομε:

$$\begin{array}{ll} 1 \text{ στρ.} & 0,00785 \\ x & 15 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Ἄρα } x = \frac{15}{0,00785} = 1\,910 \text{ στρ/min}.$$

Ἑπομένως ὁ κατάλληλος συνδυασμὸς τῶν τροχαλιῶν εἶναι ὁ Α - Γ μὲ τὶς 1 950 στρ/min.

Ἐφαρμογὴ 4.

Τὸ βάρος ἑνὸς ἀνελκυστήρα εἶναι 800 kg. Ὅταν ξεκινᾶ ἔχει ἐπιτάχυνση 3 m/sec². Πότε εἶναι μεγαλύτερη ἡ δύναμη ποὺ ὑφίστανται τὰ συρματόσχοινα ποὺ τὸν σηκώνουν; Ὑπολογίστε την καὶ γιὰ τὶς 5 περιπτώσεις ὅταν:

α) ἀκινητῆ,
β) ξεκινᾶ πρὸς τὰ πάνω,
γ) ξεκινᾶ πρὸς τὰ κάτω,
δ) κινῆται κανονικὰ πρὸς τὰ πάνω,
ε) κινῆται κανονικὰ πρὸς τὰ κάτω.

α) Εἶναι φανερὸ ὅτι ὅταν ὁ ἀνελκυστήρας ἀκινητῆ, ἡ μόνη δύναμη ποὺ ὑφίστανται τὰ συρματόσχοινά του εἶναι τὸ βάρος του, δηλαδὴ 800 kg.

β) Ὅταν ὅμως ὁ ἀνελκυστήρας ξεκινᾶ πρὸς τὰ πάνω, τὰ συρματόσχοινα, ἐκτὸς ἀπὸ τὸ βάρος τοῦ ἀνελκυστήρα ἔχουν νὰ παραλάβουν καὶ μίαν ἄλλη δύναμη, τὴν δύναμη ποὺ χρειάζεται γιὰ νὰ δώση στὸν ἀνελκυστήρα τὴν ἐπιτάχυνση τῶν 3 m/sec². Ἡ δύναμη αὐτὴ βρίσκεται μὲ τὴν μέθοδο τῶν τριῶν.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

800 kg	προκαλοῦν ἐπιτάχυνση	10 m/sec²
(τὸ βάρος τοῦ ἀνελκυστήρα)		(τὴν ἐπιτάχυνση τῆς βαρύτητας)
x	» »	3

$$x = 800 \times \frac{3}{10} = 240 \text{ kg}.$$

Ἑπομένως, ὅταν ὁ ἀνελκυστήρας ξεκινᾶ μὲ κατεύθυνση πρὸς τὰ πάνω, τὰ σχοινιά του ὑφίστανται μεγαλύτερη δύναμη.

$$800 + 240 = 1\,040 \text{ kg}.$$

γ) Ἀντίθετα, ὅταν ὁ ἀνελκυστήρας ξεκινᾶ πρὸς τὰ κάτω, τὰ σχοινιά του ὑφίστανται μικρότερη δύναμη:

$$800 - 240 = 560 \text{ kg}.$$

δ καὶ ε) Ὅταν κινῆται κανονικὰ πρὸς τὰ πάνω ἢ πρὸς τὰ κάτω, ἡ κίνησή του εἶναι ἰσοταχής· ἡ ἐπιτάχυνσή του λοιπὸν εἶναι μηδέν. Ἔτσι, τὰ συρματόσχοινα δὲν σηκώνουν παρὰ τὸ βάρος τῶν 800 kg, δηλαδὴ τὸ βάρος τοῦ ἀνελκυστήρα, ὅπως καὶ ὅταν ἀκινητῇ.

Ἐφαρμογὴ 5.

Ἕνα λεωφορεῖο βάρους 8 t, ποὺ τρέχει μὲ 54 km/h, σταματᾶ ἀπότομα. Τὸ διάστημα ποὺ διανύει ἀπὸ τὴ στιγμὴ ποὺ πατᾶ ὁ ὁδηγὸς τὸ φρένο ὥσπου νὰ σταματήση τὸ λεωφορεῖο εἶναι 22,5 m. Ἂν ὑποθέσωμε ὅτι ἡ κίνηση κατὰ τὴν διάρκεια τοῦ φρεναρίσματος εἶναι ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένη:

α) Τί αἰσθάνονται οἱ ἐπιβάτες;

β) Ὑπολογίσετε τὴν ἐπιβράδυνση τῆς κινήσεως.

γ) Ὑπολογίσετε τὴν δύναμη τοῦ φρεναρίσματος.

α) Οἱ ἐπιβάτες μέσα στὸ λεωφορεῖο αἰσθάνονται σὰν νὰ τοὺς σπρώχνη μία δύναμη πρὸς τὰ ἐμπρὸς καὶ πρέπει νὰ κρατηθοῦν γιὰ νὰ μὴν πέσουν. Τὸ φαινόμενο αὐτὸ ὀφείλεται στὴν ἀδράνεια

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

τοῦ σώματος τῶν ἐπιβατῶν, ποὺ τείνει νὰ ἐξακολουθήση νὰ κινῆται μὲ τὴν ἴδια ταχύτητα ποὺ εἶχε τὸ λεωφορεῖο.

β) Πρῶτα πρέπει νὰ μετατρέψωμε τὴν ταχύτητα τοῦ λεωφορείου σὲ μέτρα ἀνὰ δευτερόλεπτο.

$$v = 54\,\text{km/h} = \frac{54 \times 1\,000}{60 \times 60} = 15\,\text{m/sec.}$$

Ὁ χρόνος τῆς κινήσεως βρίσκεται ὡς ἑξῆς: Τὸ διάστημα τοῦ φρεναρίσματος (ἐμβαδὸ διαγραμμισμένο στὸ σχῆμα 8·1 ζ) εἶναι:

$$s = \frac{1}{3}vt \quad \text{ἢ} \quad 22{,}5\,\text{m} = \frac{1}{2} \times 15 \times t$$

$$\text{ἄρα } t = \frac{2 \times 22{,}5}{15} = 3\,\text{sec.}$$

Ἑπομένως ἡ ἐπιβράδυνση τῆς κινήσεως ἦταν:

$$\gamma = \frac{v}{t} = \frac{15}{3} = 5\,\text{m/sec}^2.$$

Σχ. 8·1 ζ.

Σύμφωνα μὲ τὸν νόμο τοῦ Νεύτωνος ἡ δύναμη καὶ ἡ ἐπιτάχυνση ἑνὸς σώματος εἶναι ἀνάλογες. Ἔτσι καταστρώνομε τὴν μέθοδο τῶν τριῶν:

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

δύναμη	*ἐπιτάχυνση*
8 000 kg (βάρος)	10 m/sec² (ἐπιτάχυνση βαρύτητας)
x	5

Ὥστε ἡ δύναμη τοῦ φρεναρίσματος εἶναι:

$$x = 8\,000 \times \frac{5}{10} = 4\,000 \text{ kg}.$$

Ἐφαρμογὴ 6.

Γιὰ τὴν περίπτωση τῆς προηγουμένης ἐφαρμογῆς ὑπολογίσετε α) τὴν κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ λεωφορείου πρὶν πατήση ὁ ὁδηγὸς τὰ φρένα καὶ β) τὸ ἔργο ποὺ χρειάζεται γιὰ νὰ σταματήση. Συγκρίνατε τὰ δύο αὐτὰ μεγέθη.

Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ λεωφορείου πρὶν πατήση ὁ ὁδηγὸς τὰ φρένα εἶναι:

$$E_\kappa = \frac{Bv^2}{2g} = \frac{8\,000 \times 15^2}{2 \times 10} = \frac{8\,000 \times 225}{20} = 90\,000 \text{ kgm}.$$

Τὸ ἔργο τῶν φρένων εἶναι:

$$E_{\varphi\varrho} = P \cdot s = 4\,000 \times 22{,}5 = 90\,000 \text{ kgm}.$$

Βλέπομε ὅτι ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ λεωφορείου καὶ τὸ ἔργο τῶν φρένων εἶναι ἴσα. Αὐτὸ ἔπρεπε νὰ τὸ περιμένωμε, ἀφοῦ στὸ φρεναρισμα ἀκριβῶς καταναλίσκεται ὅλη ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ἀπὸ τὶς δυνάμεις τῶν φρένων. Ἡ κινητικὴ αὐτὴ ἐνέργεια γίνεται θερμότητα καὶ τὰ φρένα ζεσταίνονται, ὅπως ξέρομε ἄλλωστε.

Ἐφαρμογὴ 7.

Ἡ διαφορὰ στάθμης ἀπὸ τὴν λίμνη ἑνὸς ὑδροηλεκτρικοῦ ἔργου ἕως τοὺς ὑδροστροβίλους εἶναι 240 m. Ἂν περνοῦν 5 m³/sec (5 κυβικὰ μέτρα ἀνὰ δευτερόλεπτο) ἀπὸ τοὺς στροβίλους, ὑπολογίσετε τὴν ἰσχὺ τῆς ἐγκαταστάσεως.

Ἂν ὁ βαθμὸς ἀποδόσεως τῆς ἐγκαταστάσεως εἶναι 75% πόση εἶναι ἡ καθαρὴ ἰσχὺς ποὺ παίρνομε;

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Τὰ $5m^3$ ζυγίζουν, ὅπως ξέρομε, 5 t ἢ 5 000 kg. Καθὼς λοιπὸν οἱ 5 000 kg τὸ νερὸ πέφτουν 240 m, παράγουν ἔργο:

$$A = 5\ 000 \times 240 = 1\ 200\ 000 \text{ kgm}.$$

Τὸ ἔργο αὐτὸ παράγεται σὲ κάθε δευτερόλεπτο, ἑπομένως ἡ ἰσχὺς τοῦ ὑδροηλεκτρικοῦ ἔργου εἶναι:

$$N = 1\ 200\ 000 \text{ kgm/sec}.$$

Ἀπὸ αὐτὰ ὅμως παίρνομε χρήσιμη ἐνέργεια μόνο τὰ 75 %.

$$N_{χρ} = 1\ 200\ 000 \times 0{,}75 = 900\ 000 \text{ kgm/sec}.$$

Τὴν ἐνέργεια αὐτὴ τὴν μετατρέπομε σὲ ἵππους:

$$N_{χρ} = \frac{900\ 000}{75} = 12\ 000 \text{ ἵπποι}.$$

Καὶ ἐπειδὴ πρόκειται γιὰ ἠλεκτρικὸ ἔργο, ἂς τὸ μετατρέψωμε καὶ σὲ κιλοβάττ ὅπως συνηθίζεται:

$$N_{χρ} = 12\ 000 \times 0{,}735 = 8\ 820 \text{ kW}.$$

Ἐφαρμογὴ 8.

Ροπή, ἔργο καὶ ἰσχύς.

Στὸ σχῆμα 8 · 1 η εἰκονίζεται μία μανιβέλλα τὴν ὁποία γυρίζομε ἀσκώντας δύναμη P. Σὲ μία στροφὴ παράγομε ἔργο:

$$A = P \times 2\pi R$$

Σχ. 8·1 η.

ὅπου $2\pi R$ εἶναι τὸ μῆκος τῆς περιφερείας ποὺ διαγράφει ἡ λα-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

βὴ τῆς μανιβέλλας. Ἂν π.χ. ἡ δύναμή μας ἦταν $P = 10\,\mathrm{kg}$ καὶ ἡ ἀκτίνα τῆς μανιβέλλας $R = 0{,}5\,\mathrm{m}$ θὰ εἴχαμε:

$$A = 10 \times 2 \times 3{,}14 \times 0{,}5 = 31{,}4\ \mathrm{kgm}.$$

Παρατηροῦμε ὅμως ὅτι $P \cdot R$ εἶναι ἡ ροπὴ M τῆς δυνάμεως P ὡς πρὸς τὸν ἄξονα τῆς μανιβέλλας.

Ἑπομένως μποροῦμε νὰ γράψωμε τὴν παραπάνω σχέση ὡς ἑξῆς:

$$A = 2\pi M.$$

Ἂν βάλωμε τοὺς ἴδιους ἀριθμούς, θὰ ἔχωμε:

$$\text{Ροπὴ } M = 10\ \mathrm{kg} \times 0{,}5\,\mathrm{m} = 5\,\mathrm{mkg}, \text{ καὶ}$$

$$\text{ἔργο } A = 2 \times 3{,}14 \times 5 = 31{,}4\,\mathrm{kgm}.$$

Γενικὰ δηλαδὴ ἂν πάνω σὲ ἕναν ἄξονα ἐνεργῇ μιὰ ροπὴ M, τὸ ἔργο μιᾶς στροφῆς θὰ εἶναι:

$$A = 2\pi M.$$

Ἂν τώρα αὐτὸς ὁ ἄξονας γυρίζῃ μὲ n στροφὲς στὸ λεπτό, τὸ ἔργο ποὺ παράγεται σὲ ἕνα λεπτὸ εἶναι:

$$A\,(\mathrm{min}) = 2\pi M n\ (\mathrm{kgm}).$$

Ἑπομένως ἡ ἰσχύς, δηλαδὴ τὸ ἔργο ποὺ παράγεται σὲ ἕνα δευτερόλεπτο, εἶναι:

$$N = \frac{2\pi M n}{60}\ (\mathrm{kgm/sec}).$$

Ἂν τὸ κάνωμε σὲ ἵππους, θὰ ἔχωμε:

$$N = \frac{2\pi M n}{60 \times 75}\ (\text{ἵππ.}),\quad (\text{σχέση } 1)$$

ἢ κάνοντας τὶς πράξεις

$$N = 0{,}0014\, M n.$$

Ἂν στὴν περίπτωσή μας, ἑπομένως, ἡ μανιβέλλα γύριζε μὲ 50 στρ/min ἡ ἰσχὺς θὰ ἦταν:

$$N = 0{,}0014 \times 5 \times 50 = 0{,}35 \text{ ἵπποι}.$$

Τὴν σχέση (1) ποὺ βρήκαμε μποροῦμε νὰ τὴν λύσωμε ὡς πρὸς M.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

$$M = 716{,}5\,\frac{N}{n}.$$

Ἔτσι βρίσκομε τὴν ροπὴ ἑνὸς ἄξονα ὅταν ξέρωμε τὶς στροφὲς καὶ τὴν ἰσχύ.

Ἂν π. χ. ἡ ἰσχὺς ἑνὸς κινητήρα εἶναι 10 ἵπποι καὶ οἱ στροφές του εἶναι 1 450 στρ/min, τότε ἡ ροπή του εἶναι:

$$M = 716{,}5 \times \frac{10}{1\,450} = 4{,}95\ \text{mkg}.$$

Χρειάζεται ὅμως προσοχὴ στὶς μονάδες:

$$M\,(\text{mkg}) = 716{,}5\,\frac{N\,(\text{ἵπποι})}{n\,(\text{στρ/min})}.$$

Ἐφαρμογὴ 9.

Ὁ κοχλίας ἑνὸς γρύλλου (σχ. 8·1θ) ἔχει βῆμα 10 mm. Τὸ βάρος ποὺ ἀνυψώνομε εἶναι $B = 10$ t καὶ τὸ μῆκος τοῦ μοχλοῦ, μὲ τὸν ὁποῖο γυρίζομε τὸν κοχλία, εἶναι $L = 800$ mm. Ποιά δύναμη πρέπει νὰ ἀσκήσωμε στὸ ἄκρο τοῦ μοχλοῦ;

Οἱ τριβὲς νὰ μὴ ληφθοῦν ὑπ' ὄψη.

Σχ. 8·1θ.

Ὅταν ὁ μοχλὸς μὲ τὸν ὁποῖο γυρίζομε τὸν κοχλία κάνη μία ὁλόκληρη στροφή, τότε ὁ κοχλίας προχωρεῖ κατὰ ἕνα βῆμα, δηλαδὴ 10 mm. Τὸ ἔργο ποὺ παράγεται εἶναι:

$$A = 10\ \text{t} \times 10\ \text{mm} = 10\,000\ \text{kg} \times 0{,}010\ \text{m} = 100\ \text{kgm}.$$

Τὸ ἔργο αὐτὸ πρέπει νὰ εἶναι ἴσο μὲ τὸ ἔργο ποὺ δίνομε ἐμεῖς κι-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

νώντας τὸν μοχλό. Ἡ περιφέρεια ποὺ διαγράφει ἡ ἄκρη τοῦ μοχλοῦ ἔχει μῆκος:

$$L = 2 \times 3{,}14 \times 800\,\text{mm} = 2 \times 3{,}14 \times 0{,}8\,\text{m} = 5{,}02\,\text{m}.$$

Τὸ ἔργο ποὺ δίνομε ἑπομένως εἶναι:

$$A' = 5{,}02\,\text{m} \times P.$$

Τὸ ἔργο αὐτὸ ὅμως, ὅπως εἴπαμε, εἶναι ἴσο μὲ τὸ ἔργο ποὺ παράγεται κατὰ τὴν ἀνύψωση τοῦ φορτίου:

$$A' = A$$

$$\text{ἄρα}\quad 5{,}02\,P = 100 \quad \text{καὶ}\quad P = \frac{100}{5{,}02} = 19{,}9\ \text{kg}.$$

8·2 Ἀσκήσεις καὶ Προβλήματα.

1. Ἕνα αὐτοκίνητο τρέχει μὲ ταχύτητα 72 km/h. Τί διάστημα διανύει σὲ 32 sec;

2. Ὁ δείκτης ταχύτητας ἑνὸς αὐτοκινήτου δείχνει σταθερὰ 84 km/h. Τί εἴδους εἶναι ἡ κίνησή του (ἐπιταχυνομένη, ἐπιβραδυνομένη, ἰσοταχής); Πόσο διάστημα διανύει σὲ 2 min καὶ 3 sec;

3. Ἕνας ἄνθρωπος ξεκινᾶ πεζὸς νὰ πάῃ σὲ ἕνα χωριὸ ποὺ ἀπέχει 5,6 km. Σὲ πόση ὥρα θὰ φθάσῃ, ἂν ἡ ταχύτητά του εἶναι 4 km/h;

4. Ἕνας ἀνελκυστήρας σηκώνει τὸ φορτίο του σὲ 7 sec σὲ ὕψος 10 m. Ποιά εἶναι ἡ ταχύτητα ἀνυψώσεως τοῦ φορτίου; (Ἡ κίνηση εἶναι ἰσοταχής).

5. Ἀφήνομε ἕνα βῶλο νὰ κυλήσῃ ἐλεύθερα πάνω σὲ ἕνα κεκλιμένο ἐπίπεδο. Σὲ 4 sec ὁ βῶλος ἔχει διανύσει 2,40 m. Πόση εἶναι ἡ ταχύτητά του στὸ τέλος τῶν 4 αὐτῶν δευτερολέπτων; Πόση εἶναι ἡ ἐπιτάχυνση τῆς κινήσεως;

6. Ἕνα ἀγωνιστικὸ αὐτοκίνητο στὸ ξεκίνημά του διανύει 120 m σὲ 10 δευτερόλεπτα. Ὑποθέτομε ὅτι ἡ κίνησή ἦταν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη. Πόση εἶναι ἡ ταχύτητα τοῦ αὐτοκινήτου

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

στὸ τέλος τῶν 10 αὐτῶν δευτερολέπτων καὶ πόση ἡ ἐπιτάχυνση τῆς κινήσεως; Ἡ ταχύτητα νὰ δοθῇ καὶ σὲ km/h καὶ σὲ m/sec.

7. Ἕνα κεκλιμένο ἐπίπεδο ἔχει μῆκος 0,80 m καὶ συνεχίζεται στὸ κάτω του ἄκρο σὲ ἕνα ὁριζόντιο ἐπίπεδο (σχ. 8·2 α.).

Σχ. 8·2 α.

Σχ. 8·2 β.

Ἀφήνομε ἕνα βῶλο νὰ κυλήσῃ ἐλεύθερα ἀπὸ τὸ ἐπάνω ἄκρο τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου. Ἡ ἐπιτάχυνσή τῆς κινήσεως πάνω στὸ κεκλιμένο ἐπίπεδο εἶναι 0,4 m sec². Ὅταν ὁ βῶλος φθάσῃ στὸ κάτω ἄκρο τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου ἡ ἐπιτάχυνσή του φυσικὰ παύει καὶ ἡ κινησή του πάνω στὸ ὁριζόντιο ἐπίπεδο εἶναι ἰσοταχὴς μὲ τὴν ταχύτητα ποὺ εἶχε ἀποκτήσει. Τὸ διάγραμμα τῆς κινήσεως δηλαδὴ ἔχει τὴν μορφὴ τοῦ σχήματος 8·2 β. Νὰ ὑπολογισθοῦν:

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

α) Ὁ χρόνος t ποὺ χρειάσθηκε ὁ βῶλος γιὰ νὰ κυλήσῃ ἀπὸ τὸ ἄνω στὸ κάτω ἄκρο τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου.

β) Ἡ ταχύτητα τῆς ἰσοταχοῦς κινήσεως.

γ) Τὸ διάστημα ποὺ διάνυσε ὁ βῶλος στὰ τρία πρῶτα δευτερόλεπτα τῆς κινήσεώς του.

8. Ἕνα αὐτοκίνητο κινεῖται μὲ ταχύτητα 72 km/h. Ὁ ὁδηγὸς σὲ μιὰ στιγμὴ πατᾶ γκάζι καὶ ἡ ταχύτητα τοῦ αὐτοκινήτου αὐξάνει ὁμαλὰ ἐπὶ 10 sec ἕως τὰ 108 km/h καὶ ἔπειτα μένει σταθερή.

Χαράξετε τὸ διάγραμμα τῆς κινήσεως. Τί εἴδους εἶναι ἡ κίνηση τοῦ αὐτοκινήτου στὶς διάφορες φάσεις της; Πόση εἶναι ἡ ἐπιτάχυνση τῆς κινήσεως σὲ κάθε μία ἀπὸ τὶς φάσεις αὐτές;

9. Ἕνας σιδηροδρομικὸς συρμὸς τρέχει μὲ 72 km/h. Πλησιάζοντας ἕνα σταθμὸ ὁ ὁδηγὸς φρενάρει καὶ τὸ τραῖνο σταματᾶ μέσα σὲ 15 sec. Ἡ κίνηση κατὰ τὴν διάρκεια τοῦ φρεναρίσματος εἶναι ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένη.

α) Χαράξετε τὸ διάγραμμα τῆς κινήσεως.

β) Ὑπολογίσετε τὴν ἐπιβράδυνση τοῦ φρεναρίσματος.

γ) Ὑπολογίσετε τὸ διάστημα ποὺ διάνυσε ὁ συρμὸς ἀπὸ τὴν ἀρχὴ τοῦ φρεναρίσματος ὥσπου σταμάτησε.

10. Τὸ φορεῖο μιᾶς γερανογέφυρας κινεῖται πρὸς τὰ δεξιὰ μὲ ταχύτητα $v_1 = 0{,}4$ m/sec, ἐνῶ συγχρόνως σηκώνει ἕνα βάρος μὲ ταχύτητα $v_2 = 0{,}3$ m/sec (σχ. 8·2γ). Ποιά εἶναι ἡ ταχύτητα τῆς συνισταμένης κινήσεως τοῦ φορείου (Διεύθυνση καὶ μέγεθος).

11. Μία βάρκα ξεκινᾶ ἀπὸ τὴν μία ὄχθη τοῦ ποταμοῦ κατὰ τὴν διεύθυνση $A\psi$ (σχ. 8·2δ). Ἡ ταχύτητα τοῦ κωπηλάτη ὡς πρὸς τὸ ρεῦμα εἶναι 2 m/sec, ἐνῶ τὸ ποτάμι ρέει μὲ ταχύτητα 1 m/sec. Πόση εἶναι ἡ ταχύτητα τῆς συνισταμένης κινήσεως τῆς βάρκας καὶ ποιά ἡ διεύθυνσή της;

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Πόσο κατάντη (δηλ. πρὸς τὰ κάτω τοῦ ποταμοῦ) τῆς εὐθείας $A\psi$ θὰ ἀράξῃ ἡ βάρκα;

Πόση ὥρα θὰ κάνῃ νὰ περάσῃ ἀπέναντι.

Σχ. 8·2 γ.

Σχ. 8·2 δ.

Σχ. 8·2 ε.

12. Ἂν ὁ κωπηλάτης τῆς προηγουμένης ἀσκήσεως θέλῃ νὰ ἀράξῃ ἀκριβῶς ἀπέναντι ἀπὸ τὸ σημεῖο A πῶς πρέπει νὰ γυρίσῃ τὴν πλώρη του; Πόση ὥρα θὰ κάνῃ τότε νὰ περάσῃ τὸ ποτάμι;

13. Κυλοῦμε ἕνα βῶλο πάνω σὲ ἕνα τραπέζι μὲ ταχύτητα $υ$. Ὁ βῶλος πέφτει στὸ σημεῖο $Γ$, τοῦ ὁποίου τὴν θέση βλέπομε στὸ σχῆμα 8·2 ε.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Περιγράψετε τὴν κίνηση τοῦ βώλου ποὺ πέφτει· εἶναι συνισταμένη ποιῶν κινήσεων;

Πόση ἦταν ἡ ταχύτητα v; (Νὰ ληφθῆ $g = 10\,\mathrm{m/sec^2}$.)

14. Ὑπολογίσετε τὶς στροφὲς τῶν τροχαλιῶν Ε καὶ Ζ στὴν μετάδοση τοῦ σχήματος 8·2ζ.

Σχ. 8·2ζ.

Σχ. 8·2η.

15. Οἱ ρόδες ἑνὸς ποδηλάτου ἔχουν διάμετρο 700 mm. Οἱ τροχοὶ τῆς ἁλυσίδας τοῦ ποδηλάτου ἔχουν 46 δόντια ὁ μεγάλος καὶ 14 ὁ μικρός.

α) Πόσο προχωρεῖ τὸ ποδήλατο γιὰ ἕνα ὁλόκληρο γύρω τοῦ πεντάλ;

16. Στὸ σχῆμα 8·2η εἰκονίζεται ἡ διάταξη μεταδόσεως

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

κινήσεως ἑνὸς τρυπανιοῦ. Ὑπολογίσετε τὶς στροφὲς τῆς ἀτράκτου τοῦ τρυπανιοῦ.

17. Τὸ σχῆμα 8·2θ δείχνει μία μετάδοση κινήσεως ἑνὸς τόρνου. Οἱ ἀριθμοὶ τῶν δοντιῶν τῶν διαφόρων τροχῶν εἶναι:

τροχὸς	A	$z_A = 30$
	B	$z_B = 90$
	Γ	$z_Γ = 24$
	Δ	$z_Δ = 80$
	E	$z_E = 20$
	H	$z_H = 118$.

Πόσες εἶναι οἱ στροφὲς τοῦ τροχοῦ H, ἂν οἱ στροφὲς τοῦ τροχοῦ A εἶναι 1 475 στρ/min.

Σχ. 8·2θ.

18. Στὸ κιβώτιο ταχυτήτων μιᾶς πλάνης ἀλλάζομε τὶς ταχύτητες μετακινώντας τὰ κάτω τρία γρανάζια (σχ. 8·2ι). Ἂν ὁ κάτω ἄξονας γυρίζη μὲ 450 στρ/min ὑπολογίσετε τὶς τρεῖς ταχύτητες τοῦ ἄνω ἄξονα. Οἱ ἀριθμοὶ δίνουν τοὺς ἀριθμοὺς δοντιῶν τῶν γραναζιῶν.

19. Στὸ σχῆμα 8·2κ εἰκονίζεται μία πριονοταινία. Ζητοῦν-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ται α) οἱ στροφὲς τῶν τροχαλιῶν γύρω ἀπὸ τὶς ὁποῖες εἶναι περασμένη ἡ ταινία, β) ἡ ταχύτητα τῆς ταινίας.

Σχ. 8·2 ι.

Σχ. 8·2 κ.

20. Μία μηχανὴ αὐτοκινήτου γυρίζει μὲ 4 000 στρ/min. Ἡ διαδρομὴ τῶν ἐμβόλων εἶναι 120 mm. Πόση εἶναι ἡ μέση ταχύτητα τῶν ἐμβόλων;

21. Τὸ τραπέζι μιᾶς πλάνης κάνει 7 διαδρομὲς ὁλόκληρες (πήγαιν' ἔλα) σὲ 2 min. Ἡ ταχύτητα ἐπιστροφῆς εἶναι διπλάσια τῆς ταχύτητας κοπῆς. Τὸ μῆκος τῆς διαδρομῆς εἶναι 0,8 m. Πόση εἶναι ἡ ταχύτητα κοπῆς;

22. Ἕνας ποδηλάτης κατεβαίνει ὁλοταχῶς ἕναν κατήφορο. Κατὰ λάθος πιάνει τὸ μπροστινὸ φρένο. Τί συμβαίνει; Πῶς τὸ ἐξηγεῖτε;

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

23. Οἱ ἐφαρμοστὲς σφηνώνουν τὴ λίμα στὴ λαβή της κτυπώντας την ὄρθια πάνω στὸ τραπέζι (σχ. 8·2λ). Ἐξηγήσετε πῶς γίνεται καὶ στερεώνεται ἡ λίμα ἔτσι.

Σχ. 8·2λ.

24. Τὸ βάρος ἑνὸς αὐτοκινήτου εἶναι 800 kg. Στὸ ξεκίνημα ἡ μηχανὴ τὸ ὠθεῖ μὲ δύναμη 40 kg. Πόση ἐπιτάχυνση ἀποκτᾶ τὸ αὐτοκίνητο;

25. Ἕνα ἐλαφρὺ φορτηγὸ ἔχει βάρος 3 000 kg καὶ τρέχει μὲ 36 km/h καὶ κάποια στιγμὴ ἀναγκάζεται νὰ σταματήση. Πόση ἐνέργεια χάνει μὲ τὸ φρενάρισμα; Τί γίνεται ἡ ἐνέργεια αὐτή;

26. Ἕνα τρακτέρ ρυμουλκεῖ ἀπὸ τὴν ὄχθη μιᾶς διώρυγας μιὰ φορτηγίδα (μαούνα). Ἡ δύναμη μὲ τὴν ὁποία τὴν τραβᾶ εἶναι 60 kg καὶ ἡ γωνία ποὺ σχηματίζει τὸ σχοινὶ μὲ τὴν διώρυγα εἶναι 30° (σχ. 8·2μ).

α) Σχεδιάσετε τὴν κάτοψη τοῦ σχήματος.

β) Πόσο ἔργο χρειάζεται γιὰ νὰ μετακινηθῆ ἡ φορτηγίδα κατὰ 400 m.

27. Ἕνας ἐργάτης ἀσκεῖ δύναμη 10 kg πάνω στὴν λαβὴ τῆς μανιβέλλας ἑνὸς βαρούλκου. Πόσο ἔργο παράγει σὲ 30 στροφὲς τοῦ βαρούλκου; Ἡ ἀπόσταση τῆς λαβῆς ἀπὸ τὸν ἄξονα τοῦ βαρούλκου εἶναι 0,35 m.

28. Ἕνας γερανὸς ἔχει κινητήρα ἰσχύος 10 ἵππων. Μὲ τί

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ταχύτητα μπορεῖ νὰ σηκώση ἕνα βάρος 3 t; Νὰ ληφθῆ ὑπ' ὄψη ὅτι τὰ 30% τῆς ἰσχύος τὰ καταναλίσκουν οἱ διάφορες τριβές.

Σχ. 8·2 μ.

29. Στὸν τόρνο γίνεται μία κατεργασία μὲ τὰ ἑξῆς χαρακτηριστικά:

βάθος κοπῆς		1 mm
βῆμα »	(πάσσο)	5 mm
ταχύτητα »		20 m/min
δύναμη »		100 kg/mm² (100 kg ἀνὰ τετρ· χιλ· διατομῆς).

Ὑπολογίσετε τὴν ἰσχὺ τοῦ κινητήρα τοῦ τόρνου, ἂν ὁ βαθμὸς ἀποδόσεως εἶναι 40%.

30. Μέσα σὲ ἕνα ὁριζόντιο σωλήνα, ποὺ μποροῦμε νὰ περιστρέψωμε γύρω ἀπὸ ἕναν κατακόρυφο ἄξονα βάζομε ἕνα βῶλο (σχ. 8·2 ν). Τί συμβαίνει ὅταν ἀρχίσωμε νὰ περιστρέφωμε τὸ σωλήνα; (Τὸ πείραμα αὐτὸ δείχνει πολὺ παραστατικὰ τὴν ἀρχὴ τῆς λειτουργίας τῶν φυγοκέντρων ἀντλιῶν).

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

31. Γυρίζομε ἕναν κουβὰ νεροῦ γύρω - γύρω (σχ. 8·2ξ). Μὲ πόσες στροφὲς τὸ λεπτὸ πρέπει νὰ τὸν περιστρέφωμε, ὥστε νὰ μὴ χυθῇ τὸ νερὸ ἀπὸ μέσα; Ἡ διάμετρος τοῦ κύκλου εἶναι 3 *m*.

Σχ. 8·2ν.

Σχ. 8·2ξ.

32. Πόση δύναμη πρέπει νὰ ἀσκήσωμε στὸ σημεῖο *Δ* γιὰ νὰ ἀνασηκώσωμε τὸ κιβώτιο τοῦ σχήματος 8·2ο;

34. Τὸ σχῆμα 8·2π εἰκονίζει ἕνα γωνιακὸ μοχλό. Πόση δύναμη πρέπει νὰ ἀσκήσωμε στὸ *A* γιὰ νὰ ὑπερνικήσωμε τὴν ἀντίσταση ποὺ ἐφαρμόζεται στὸ *B*;

Τί δύναμη ὑφίσταται στὴν περίπτωση αὐτὴ τὸ ὑπομόχλιο O;

Σχ. 8·2ο.

Σχ. 8·2π.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

34. Ἀπὸ ποιές ἁπλὲς μηχανὲς ἀποτελεῖται ὁ στρεφόμενος γερανὸς τοῦ σχήματος 8·2ρ;

Σχ. 8·2 ρ.

Σχ. 8·2σ.

35. Στὸ σχῆμα 8·2σ εἰκονίζεται ἕνα «διαφορικὸ βαροῦλκο». Καθὼς γυρίζομε τὴν μανιβέλλα, τὸ σχοινὶ ξετυλίγεται ἀπὸ τὸ μικρὸ τύμπανο καὶ τυλίγεται στὸ μεγάλο καὶ ἔτσι σηκώνεται

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ὁ κουβάς. Ὑπολογίσετε τὴν δύναμη P ποὺ πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμε στὴν μανιβέλλα γιὰ νὰ σηκώσωμε τὸν κουβά.

36. Στὸ σχῆμα 8·2 τ βλέπομε πῶς τραβοῦμε ἕνα βαρέλι πάνω σὲ ἕνα κεκλιμένο ἐπίπεδο. Ἔχομε ἁπλώσει ἕνα σχοινὶ πάνω στὸ κεκλιμένο ἐπίπεδο, τὸ ἔχομε περάσει γύρω ἀπὸ τὸ βαρέλι καὶ τραβοῦμε τὴν ἄλλη του ἄκρη. Πόση δύναμη P χρειάζεται γιὰ νὰ κινήσωμε τὸ βαρέλι;

Σχ. 8·2 τ.

Σχ. 8·2 υ.

37. Πόσο βάρος μποροῦμε νὰ σηκώσωμε μὲ ἕνα γρύλλο παρόμοιο μὲ αὐτὸν τοῦ σχήματος 8·1 θ (σχῆμα ἐφαρμογῆς 9), ἂν ὁ κοχλίας ἔχη βῆμα 8 mm. Ἡ δύναμη ποὺ ἀσκοῦμε εἶναι 10 kg, ὁ μοχλὸς ἔχει μῆκος 0,75 m.

38. Στὸ σχῆμα 8·2 υ εἰκονίζεται μία μέγγενη. Ἀπὸ ποιές ἁπλὲς μηχανὲς ἀποτελεῖται; Ἂν ἡ βίδα της ἔχη βῆμα 8 mm καὶ ἐμεῖς ἀσκοῦμε στὴ λαβὴ τοῦ μοχλοῦ δύναμη 20 kg ὑπολογίσετε πόση ἀντίσταση μπορεῖ νὰ ὑπερνικήση ἀνάμεσα στὶς σιαγόνες της.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9

ΑΝΤΟΧΗ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

9·1 Ἡ παραμόρφωση τῶν σωμάτων.

Στὴν παράγραφο 0·4 εἴχαμε πῆ ὅτι δύναμη εἶναι αὐτὸ ποὺ κάνει τὰ σώματα νὰ μεταβάλλουν τὴν κινητική τους κατάσταση ἢ τὰ παραμορφώνει. Στὸ ἕκτο κεφάλαιο, καὶ ἰδιαίτερα στὴν παράγραφο 6·2, ἐξετάσαμε πῶς μία δύναμη μεταβάλλει τὴν κινητικὴ κατάσταση τῶν σωμάτων. Στὸ κεφάλαιο ποὺ ἀρχίζομε τώρα θὰ ἐξετάσωμε πῶς οἱ δυνάμεις παραμορφώνουν τὰ σώματα, πῶς δηλαδὴ τοὺς ἀλλάζουν τὸ σχῆμα.

Μερικὲς φορὲς οἱ παραμορφώσεις τῶν σωμάτων εἶναι σημαντικὲς καὶ τὶς βλέπομε εὔκολα μὲ τὸ μάτι· βλέπομε π.χ. πόσο λυγίζει ἕνα μπαστούνι, ὅταν στηριζόμαστε μὲ ὅλο μας τὸ βάρος ἐπάνω του, βλέπομε πόσο μακραίνει ἕνα κομμάτι λάστιχο ποὺ τραβοῦμε ἀπὸ τὶς δύο ἄκρες, ἢ πόση κοιλιὰ κάνουν λεπτὲς σανίδες ὅταν πατοῦμε ἐπάνω. Ἄλλες πάλι φορὲς ἡ παραμόρφωση εἶναι τόσο μικρή, ποὺ χρειάζονται ἐξαιρετικὰ εὐαίσθητα ὄργανα γιὰ νὰ τὴν μετρήσωμε. Ἔτσι π.χ. εἶναι σχεδὸν ἀδύνατο νὰ μετρήσωμε πόσο κονταίνει μιὰ πέτρινη κολώνα ἑνὸς σπιτιοῦ κάτω ἀπὸ τὰ βάρος ποὺ σηκώνει. Ἐπειδὴ ὅμως εἶναι δύσκολο νὰ μετρήσωμε τὴν παραμόρφωση ἑνὸς σώματος, δὲν σημαίνει καὶ ὅτι δὲν ὑπάρχει· πάντοτε ὅταν ἐνεργῆ μία δύναμη πάνω σὲ ἕνα σῶμα, τὸ σῶμα παραμορφώνεται.

Τὸ σχῆμα ἑνὸς σώματος ἀλλάζει ἀνάλογα μὲ τὴν διεύθυνση καὶ τὸ μέγεθος τῆς δυνάμεως ποὺ τὴν προκαλεῖ. Ἂν π.χ. τραβήξωμε τὴν γομολάστιχα ἀπὸ τὶς δύο ἄκρες της θὰ μακρύνη, ἐνῶ ἂν σπρώξωμε τὶς δύο ἄκρες της τὴν μία πρὸς τὴν ἄλλη ἡ γομολάστιχα θὰ κοντύνη. Κι' ἂν βάλωμε μεγαλύτερο βάρος σὲ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

μία σανίδα, αὐτὴ θὰ κάνη μεγαλύτερη κοιλιά. Ὑπάρχουν πολλοὶ τρόποι κατὰ τοὺς ὁποίους παραμορφώνονται τὰ σώματα, ἀνάλογα μὲ τὸ πῶς ἐνεργοῦν ἐπάνω τους οἱ δυνάμεις.

Οἱ σπουδαιότεροι εἶναι οἱ ἑξῆς ἕξη:

— *Ἐφελκυσμὸς* (σχ. 9 · 1 α): Ἂν τραβήξωμε μία γομολάστιχα ἀπὸ τὶς δύο της ἄκρες, τότε ἡ γομολάστιχα θὰ μακρύνη. Λέμε στὴν περίπτωση αὐτὴ ὅτι ἡ γομολάστιχα ἐφελκύεται. Γενικότερα ἕνα σῶμα ὑφίσταται ἐφελκυσμὸ ὅταν ἐνεργοῦν ἐπάνω του δυνάμεις ποὺ τείνουν νὰ τὸ μακρύνουν. Τὸ πιὸ συνηθισμένο παράδειγμα σώματος ποὺ ὑφίσταται ἐφελκυσμὸ εἶναι ἕνα σχοινὶ ἀπὸ τὸ ὁποῖο κρέμεται ἕνα βάρος.

Σχ. 9·1 α.
Ὁ ἐφελκυσμὸς τείνει νὰ μακρύνη τὸ σῶμα.

Σχ. 9·1 β.
Ἡ θλίψη ἐπιβραχύνει (κοντύνει) τὴν γομολάστιχα.

— *Θλίψη* (σχ. 9 · 1 β). Ἂν πάνω στὴν γομολάστιχα ποὺ λέγαμε παραπάνω ἀκουμπήσωμε ἕνα βάρος, τότε θὰ δοῦμε ὅτι ἡ γομολάστιχα συμπιέζεται. Στὴν περίπτωση αὐτὴ λέμε ὅτι ἡ γομο-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

λάστιχα ὑφίσταται θλίψη ἢ ὅτι ἡ γομολάστιχα θλίβεται. Γενικότερα, λέμε ὅτι ἕνα σῶμα θλίβεται, ὅταν ἐνεργοῦν ἐπάνω του δυνάμεις ποὺ τείνουν νὰ τὸ κοντύνουν. Μία κολώνα ἑνὸς σπιτιοῦ θλίβεται· τὸ βάρος ποὺ στηρίζεται ἐπάνω της λίγο, ἐλάχιστα, τὴν κονταίνει.

— *Διάτμηση* (σχ. 9 · 1 γ). Ὅταν κόβωμε ἕνα ἔλασμα μὲ ἕνα ψαλλίδι, οἱ δύο λάμες τοῦ ψαλλιδιοῦ ἀναγκάζουν τὰ δύο τμήματα τοῦ ἐλάσματος νὰ γλυστρήσουν ἀναμεταξύ τους κατὰ μῆκος τῆς εὐθείας AB καὶ ἔτσι κόβεται τὸ ἔλασμα. Λέμε ὅτι τὸ ἔλασμα κόπηκε ἐπειδὴ ἀσκήσαμε ἐπάνω του διάτμηση. Ἄλλη συνηθισμένη περίπτωση ἁπλῆς διατμήσεως ἔχομε ὅταν χρησιμοποιοῦμε τὸν ζουμπᾶ. Ἐκεῖ τὸ ἔλασμα ποὺ τρυποῦμε ὑφίσταται διάτμηση κατὰ μῆκος ὅλης τῆς περιφερείας τῆς τρύπας ποὺ ἀνοίγομε (σχ. 9 · 1 δ).

Σχ. 9·1 γ.
Ἡ διάτμηση τείνει νὰ κόψη τὸ σῶμα στὰ δύο.

Σχ. 9·1 δ.
Ὅταν ἀνοίγωμε μία τρύπα μὲ τὸ ζουμπᾶ ἔχομε διάτμηση.

—*Κάμψη* (σχ. 9 · 1 ε). Ἂν στηρίξωμε τὴν γομολάστιχα τῶν δύο πρώτων παραδειγμάτων στὶς δύο ἄκρες της καὶ τὴν πιέσωμε πρὸς τὰ κάτω μὲ τὸ ἄλλο χέρι, ἔχομε ἕνα παράδειγμα κάμψεως. Ἕνα ράφι πάνω στὸ ὁποῖο ἀκουμποῦμε πράγματα ἐπίσης ὑφίσταται κάμψη· τὸ ἴδιο καὶ τὰ δόντια τῶν ὀδοντωτῶν τροχῶν. Στὰ τρία αὐτὰ παραδείγματα ἡ παραμόρφωση εἶναι πολὺ διαφορετική: Ἡ γομολάστιχα κάμπτεται πολύ, τὸ ράφι λιγότερο ἐνῶ τὸ δόντι ἑνὸς ὀδοντωτοῦ τροχοῦ τόσο λίγο, ὥστε δὲν βλέπομε καθόλου τὴν παραμόρφωση. Τὸ εἶδος ὅμως τῆς παραμορφώσεως εἶναι τὸ ἴδιο.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Σχ. 9·1 ε.
Ἡ κάμψη τείνει νὰ κάμψη τὸ σῶμα.

—*Στρέψη* (σχ. 9·1 ζ). Ἂν πάρωμε πάλι τὴ γομολάστιχα καὶ τὴν πιάσωμε μὲ δύο δάκτυλα τοῦ κάθε χεριοῦ ἀπὸ τὴν κάθε ἄκρη καὶ γυρίσωμε τὰ χέρια πρὸς ἀντίθετες κατευθύνσεις, ἡ γομολάστιχα θὰ στρίψη λίγο. Λέμε ὅτι ἡ γομολάστιχα ὑφίσταται στρέψη. Στρέψη ἐπίσης ὑφίσταται καὶ ὁ ἄξονας π. χ. μιᾶς μανιβέλλας, μὲ τὴν ὁποία γυρίζομε τὴν ἀνέμη ἑνὸς πηγαδιοῦ.

—*Λυγισμὸς* (σχ. 9·1 η). Ἂς πάρωμε πάλι τὴ γομολάστιχα καὶ ἂς ἀκουμπήσωμε τὴν μία ἄκρη της στὸ τραπέζι ἐνῶ μὲ τὸ δάκτυλο πιέζομε τὴν ἄλλη ἄκρη πρὸς τὰ κάτω. Βλέπομε ὅτι ἡ γομολάστιχα λυγίζει. Λέμε στὴν περίπτωση αὐτὴ ὅτι ἡ γομολάστιχα ὑφίσταται λυγισμό.

Ὁ λυγισμὸς διαφέρει ἀπὸ τὴν κάμψη κατὰ τοῦτο: Στὴν κάμψη ἡ δύναμη ποὺ προκαλεῖ τὴν παραμόρφωση εἶναι κάθετη πρὸς τὴν γομολάστιχα, ἐνῶ στὸν λυγισμὸ διευθύνεται κατὰ μῆκος της (κατὰ τὸν ἄξονά της). Ὁ λυγισμὸς ἐμφανίζεται συνήθως μαζὶ μὲ τὴ θλίψη. Ὅταν δηλαδὴ προσπαθοῦμε νὰ ἀσκήσωμε θλίψη ἐπάνω σὲ μία λεπτὴ ράβδο, ὑπάρχει κίνδυνος νὰ ἐμφανισθῆ λυγισμός. Στὶς τεχνικὲς κατασκευὲς λαμβάνομε τὰ μέτρα μας, ὥστε

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

νὰ μὴ ἐμφανισθῇ λυγισμός, διότι ὑπάρχει μεγάλος κίνδυνος νὰ

Σχ. 9·1 ζ.
Ἡ στρέψη τείνει νὰ στρέψη, νὰ στρεβλώση τὸ σῶμα.

Σχ. 9·1 η.
Ὁ λυγισμὸς τείνει νὰ λυγίση τὸ σῶμα. Διαφέρει ἀπὸ τὴν κάμψη διότι ἡ δύναμη διευθύνεται *κατὰ μῆκος* τοῦ σώματος.

σπάσῃ τὸ σῶμα. Κανείς μας ἀσφαλῶς δὲν θὰ κατάφερε νὰ σπάσῃ κανένα μπαστούνι μόνο μὲ θλίψη, ἐνῶ εἶναι σχετικὰ εὔκολο μόλις τὸ μπαστούνι πάθῃ λυγισμὸ (σχ. 9·1 θ).

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Τὸ σχῆμα 9·1 θ παριστάνει *ἀριστερά*: ἕνα μπαστούνι στηριγμένο κάπως στὴ θέση του· ἕνας ἄνθρωπος τὸ πιέζει πρὸς τὰ κάτω χωρὶς νὰ παθαίνη λυγισμό. *Δεξιά*: ἕνα μπαστούνι ἀστήρικτο ποὺ παθαίνει λυγισμὸ ὅταν ὁ ἄνθρωπος τὸ πιέζη.

Σχ. 9·1 θ.

Μὲ τὸ στήριγμα (ἀριστερὰ) ἐμποδίζομε τὸ μπαστούνι νὰ πάθη λυγισμὸ καὶ ἔτσι δὲν μποροῦμε νὰ τὸ σπάσωμε. Χωρὶς τὸ στήριγμα (δεξιὰ) παθαίνει λυγισμὸ καὶ σπάει εὔκολα.

9·2 Ἐλαστικὰ καὶ πλαστικὰ σώματα.

Ἂν πάρωμε ἕνα τόπι μποροῦμε μὲ τὰ χέρια νὰ τὸ συμπιέσωμε· τὸ τόπι σχηματίζει μία ἐσοχὴ (λακούβα) ἐκεῖ ποὺ τὸ πιέζομε. Μόλις ὅμως σταματήσωμε τὴν πίεσή μας, τὸ τόπι ξαναπαίρνει τὸ ἀρχικό του σχῆμα. Λέμε ὅτι τὸ τόπι εἶναι *ἐλαστικὸ* σῶμα. Ἂν ἀντίθετα πιάσωμε ἕναν βῶλο ἀπὸ μαλακὸ πηλὸ καὶ τὸν πιέσωμε, ὁ βῶλος παραμορφώνεται, ἀλλὰ ὅταν σταματήσωμε νὰ τὸν πιέζωμε δὲν ξαναπαίρνει τὸ ἀρχικό του σχῆμα, ὅπως τὸ λαστιχένιο τόπι. Λέμε ὅτι ὁ βῶλος ἀπὸ πηλὸ εἶναι *πλαστικὸ* σῶμα.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Ὅλα τὰ σώματα, ὅπως εἴπαμε, ὅταν ἐνεργοῦν ἐπάνω τους δυνάμεις παραμορφώνονται· μποροῦμε ὅμως, νὰ τὰ ξεχωρίσωμε σὲ δύο κατηγορίες: Σὲ *ἐλαστικὰ* καὶ σὲ *πλαστικὰ σώματα*. Τὰ ἐλαστικὰ σώματα ξαναπαίρνουν τὸ ἀρχικό τους σχῆμα, ὅταν παύσῃ νὰ ἐνεργῇ ἐπάνω τους ἡ δύναμη ποὺ τὰ παραμόρφωσε, ἐνῶ τὰ πλαστικὰ σώματα δὲν τὸ ξαναπαίρνουν, ἀλλὰ διατηροῦν τὸ νέο, τὸ παραμορφωμένο σχῆμα.

Ἂν ἐξετάσωμε προσεκτικά, θὰ δοῦμε ὅτι στὴν πραγματικότητα καὶ τὰ ἐλαστικὰ ἀκόμα σώματα δὲν εἶναι ἐντελῶς ἐλαστικά, διότι δὲν ξαναπαίρνουν ποτὲ ἀκριβῶς τὸ ἀρχικό τους σχῆμα, ἀλλὰ διατηροῦν λίγο τὴν παραμόρφωση ποὺ πῆραν. Ἐπίσης τὰ σώματα ποὺ λέμε πλαστικὰ δὲν διατηροῦν ἐντελῶς τὴν παραμόρφωση ποὺ τοὺς δώσαμε, ἀλλὰ μόνο τὸ μεγαλύτερο μέρος της.

Τὰ σώματα δηλαδὴ γενικὰ δὲν εἶναι οὔτε ἐντελῶς πλαστικὰ οὔτε ἐντελῶς ἐλαστικά, ἀλλὰ μόνον κατὰ προσέγγιση. Ἐλαστικὰ σώματα εἶναι τὸ λάστιχο, ὁ χάλυψ, τὸ γυαλί, ἐνῶ πλαστικὰ σώματα εἶναι ὁ πηλός, τὸ μολύβι, ἢ τὸ λευκὸ μέταλλο τῶν ἐδράνων.

9·3 Ὁ νόμος τοῦ Χούκ.

Πολὺ ἐνδιαφέρον εἶναι νὰ μελετήσωμε πῶς καὶ πόσο παραμορφώνεται ἕνα ἐλαστικὸ σῶμα ὅταν τὸ ἐφελκύωμε. Ἂς πάρωμε λοιπὸν ἕνα λεπτὸ χαλύβδινο σύρμα καὶ ἂς ἀρχίσωμε νὰ κρεμοῦμε ἀπὸ αὐτὸ ὅλο καὶ μεγαλύτερα βάρη, ἐνῶ συγχρόνως μετροῦμε καὶ πόσο μακραίνει τὸ σύρμα κάθε φορά. Στὸν παρακάτω πίνακα φαίνονται οἱ ἐπιμηκύνσεις ποὺ μετρήθηκαν σὲ ἕνα σύρμα διαμέτρου 1,1 mm καὶ μήκους 2 m:

δύναμη	*ἐπιμήκυνση*
P (kg)	Δl (mm)
10	1
15	1,5

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

δύναμη	*ἐπιμήκυνση*
P (kg)	Δl (mm)
20	2
25	2,5
30	3

Παρατηροῦμε ὅτι οἱ ἐπιμηκύνσεις τοῦ σύρματος εἶναι ἀνάλογες μὲ τὴν δύναμη ποὺ ἀσκοῦμε. Τὸ σχῆμα 9·3 α δείχνει πάλι τὰ ἀποτελέσματα τῶν ἰδίων μετρήσεων. Βλέπομε πάλι τὴν ἀναλογία αὐτὴ δυνάμεως-ἐπιμηκύνσεως, διότι τὰ σημεῖα ποὺ

Σχ. 9·3 α.

Ἡ ἐπιμήκυνση τοῦ σύρματος εἶναι ἀνάλογη μὲ τὴν δύναμη μὲ τὴν ὁποία τὸ ἐπιμηκύνομε (τὸ βάρος ποὺ κρεμοῦμε).

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ἀντιστοιχοῦν στὶς διάφορες μετρήσεις βρίσκονται ὅλα ἐπάνω σὲ μία εὐθεία.

Τὴν παρατήρηση αὐτή, ὅτι δηλαδὴ οἱ δυνάμεις καὶ οἱ ἐπιμηκύνσεις εἶναι ἀνάλογες, τὴν ἔκαμε πρῶτος ὁ Ἄγγλος φυσικὸς Χοὺκ (Hooke). Γι' αὐτό, ὅταν σὲ ἕνα ὑλικὸ οἱ παραμορφώσεις εἶναι ἀνάλογες μὲ τὶς δυνάμεις ποὺ τὶς προκαλοῦν, λέμε ὅτι τὸ ὑλικὸ αὐτὸ «ἀκολουθεῖ τὸ νόμο τοῦ Χούκ». Αὐτὸ συμβαίνει βέβαια ἐφ' ὅσον ἡ δύναμη δὲν ὑπερβαίνει ὁρισμένα ὅρια γιὰ κάθε ὑλικό.

Ὁ νόμος τοῦ Χοὺκ ἐκφράζεται μὲ τὴν ἑξῆς σχέση:

$$\text{ΕΠΙΜΗΚΥΝΣΗ} = \frac{(\text{ΔΥΝΑΜΗ}) \times (\text{ΜΗΚΟΣ ΣΥΡΜΑΤΟΣ})}{(\text{ΔΙΑΤΟΜΗ ΣΥΡΜΑΤΟΣ}) \times (\text{ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ})}$$

ἢ μὲ σύμβολα $\Delta l = \dfrac{P\,l}{FE}$.

Τὸ μέτρο ἐλαστικότητας (E) εἶναι ἕνα μέγεθος ποὺ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ ὑλικὸ ποὺ ἐξετάζομε. Γιὰ τὸν χάλυβα π. χ. εἶναι:

2 100 000 kg/cm² (ἢ 21 000 kg/mm²)

ἐνῶ γιὰ τὸ ἀλουμίνιο

700 000 kg/cm² (ἢ 7 000 kg/mm²).

Ἀπὸ τὸ μέτρο ἐλαστικότητας καταλαβαίνομε ἂν ἕνα σῶμα παραμορφώνεται εὔκολα ἢ ὄχι: Ἕνα σῶμα μὲ μεγάλο μέτρο ἐλαστικότητας παραμορφώνεται δυσκολώτερα ἀπὸ ἕνα σῶμα μὲ μικρὸ μέτρο ἐλαστικότητας. Ὁ χάλυψ, ὅπως εἴδαμε πιὸ πάνω, ἔχει τὸ τριπλάσιο μέτρο ἐλαστικότητας ἀπὸ τὸ ἀλουμίνιο, ἑπομένως ἡ ἴδια δύναμη προκαλεῖ στὸ ἀλουμίνιο τριπλάσια ἐπιμήκυνση παρὰ στὸν χάλυβα.

Ἂς ἐφαρμόσωμε τὸν τύπο τοῦ νόμου τοῦ Χούκ, γιὰ νὰ βροῦμε μὲ ὑπολογισμοὺς τὶς ἐπιμηκύνσεις τοῦ σύρματος ποὺ ἀναφέρει ὁ πίνακας στὴν ἀρχὴ τῆς παραγράφου αὐτῆς καὶ τὸ διάγραμμα τοῦ σχήματος 9·3α στὴν περίπτωση βάρους 25 kg. Στὴν περίπτωση αὐτὴ ἔχομε:

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Δύναμη $P = 25$ kg.

Μῆκος σύρματος $2\ \text{m} = 2\,000$ mm.

Διατομὴ σύρματος $F = \dfrac{\pi\, d^2}{4} = \dfrac{3{,}14 \times 1{,}10^2}{4} = 0{,}95\ \text{mm}^2$.

Μέτρο ἐλαστικότητος $E = 21\,000\ \text{kg/mm}^2$.

Ἑπομένως ἡ ἐπιμήκυνση τοῦ σύρματος θὰ εἶναι:

$$\Delta l = \frac{25 \times 2\,000}{0{,}95 \times 21\,000} = 2{,}5\ \text{mm}^2.$$

Βρίσκομε δηλαδὴ περίπου τὸ ἴδιο μὲ αὐτὸ ποὺ μετρήσαμε πειραματικά.

9·4 Τὸ πείραμα τοῦ ἐφελκυσμοῦ.

Ὅπως εἴπαμε στὴν προηγουμένη παράγραφο, ἐφ' ὅσον οἱ δυνάμεις ποὺ ἀσκοῦμε ἐπάνω σὲ ἕνα σῶμα δὲν ὑπερβαίνουν ἕνα ὁρισμένο ὅριο, τὰ ἐλαστικὰ σώματα παραμορφώνονται σύμφωνα μὲ τὸν νόμο τοῦ Χούκ. Οἱ παραμορφώσεις δηλαδὴ εἶναι ἀνάλογες μὲ τὶς δυνάμεις. Ἂν λοιπὸν πάρωμε μιὰ σιδερένια ράβδο (π.χ. ἕνα κομμάτι σίδερο μπετὸν) καὶ ἀρχίσωμε νὰ τὴν ἐφελκύωμε μὲ εἰδικὴ μηχανή, σὰν αὐτὲς ποὺ ἔχουν στὰ ἐργαστήρια ἀντοχῆς τῶν ὑλικῶν, θὰ δοῦμε (σχ. 9·4 α) ὅτι στὴν ἀρχὴ τὸ διάγραμμα εἶναι μία εὐθεία OA ποὺ ἀρχίζει στὸ σημεῖο O, ἐκεῖ ὅπου τέμνονται οἱ ἄξονες.

Ἂν αὐξήσωμε τὴ δύναμη ποὺ ἀσκοῦμε καὶ πέρα ἀπὸ αὐτὴν ποὺ ἀντιστοιχεῖ στὸ σημεῖο A, βλέπομε ὅτι τὸ διάγραμμα καμπυλώνεται καὶ οἱ παραμορφώσεις παύουν νὰ εἶναι ἀνάλογες πρὸς τὶς δυνάμεις. Λέμε ὅτι ξεπεράσαμε πιὰ τὸ *ὅριο ἀναλογίας*. Οἱ παραμορφώσεις ὅμως ἐξακολουθοῦν νὰ εἶναι ἐλαστικές, δηλαδὴ ἂν ἀφαιρέσωμε τὴν δύναμη, ἡ ράβδος ξαναπαίρνει τὸ ἀρχικό της μῆκος. Ἂν ὅμως αὐξήσωμε τὴ δύναμη περισσότερο καὶ ἀπὸ αὐτὴν ποὺ ἀντιστοιχεῖ στὸ σημεῖο E, οἱ παραμορφώσεις δὲν εἶναι πιὰ ἐλαστικές, εἶναι πλαστικές. Ἂν δηλαδὴ ἀφαιρέσωμε τὴν δύναμη

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ἡ παραμόρφωση ἐξακολουθεῖ νὰ παραμένη. Λέμε τότε ὅτι περάσαμε τὸ *ὅριο ἐλαστικότητας.*

Αὐξάνοντας ἀκόμη τὴν δύναμη ποὺ ἀσκοῦμε, παρατηροῦμε ὅτι ἀπὸ ἕνα σημεῖο καὶ πέρα, ἡ ράβδος μακραίνει ἀπότομα χωρὶς νὰ αὐξήσωμε σημαντικὰ τὴν δύναμη ποὺ ἀσκοῦμε (τμῆμα *ΛΚ* τῆς καμπύλης τοῦ σχ. 9·4 α). Λέμε τότε ὅτι τὸ ὑλικὸ τῆς ράβδου *διαρρέει.* Τὸ σημεῖο ἀπὸ ὅπου ἀρχίζει ἡ διαρροὴ λέγεται *σημεῖο διαρροῆς* τοῦ ὑλικοῦ (σημεῖο *Δ* στὸ διάγραμμα,σχ. 9·4 α).

Σχ. 9·4 α.

Τὸ πείραμα τοῦ ἐφελκυσμοῦ:
Α = ὅριο ἀναλογίας, *Ε* = ὅριο ἐλαστικότητας, *Δ* = ὅριο διαρροῆς.
Κ = πέρας τῆς διαρροῆς, *Po* = ὅριο θραύσεως.

Ὅταν αὐξήσωμε ἀκόμη τὴν δύναμη πάνω στὴν ράβδο, αὐτὴ παύει νὰ παραμορφώνεται ἔτσι εὔκολα. Εἶναι σὰν νὰ ἀπόκτησε πάλι κάποια ἀντοχή. Ἡ ἀντιστοιχία τῶν δυνάμεων καὶ παραμορφώσεων φαίνεται ἀπὸ τὸ τμῆμα *ΚΘ* τῆς καμπύλης τοῦ σχήματος 9·4 α. Λίγο πρὶν ἡ δύναμη φθάση τὴν τιμὴ ποὺ ἀντιστοιχεῖ στὸ σημεῖο *Θ*, ἡ ράβδος ἀρχίζει νὰ στενεύη σὲ κάποιο μέρος (σχ. 9·4 β), καὶ στενεύει ὅλο καὶ περισσότερο, μέχρις ὅτου ἡ ράβ-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

δος σπάσῃ. Στὸ σημεῖο Θ ἔχομε τὸ μεγαλύτερο φορτίο ποὺ μπορεῖ ν' ἀνθέξῃ ἡ ράβδος. Τὸ φορτίο αὐτὸ τὸ λέμε *φορτίο θραύσεως τῆς ράβδου.*

Σχ. 9·4 β.

9·5 Τάσεις.

Ἂν ἀπὸ ἕνα σύρμα διατομῆς 4 mm² κρεμάσωμε ἕνα βάρος 80 kg, σὲ κάθε τετραγωνικὸ χιλιοστόμετρο τῆς διατομῆς του ἀντιστοιχεῖ δύναμη:

$$\sigma = \frac{80\ \text{kg}}{4\ \text{mm}^2} = 20\ \text{kg/mm}^2.$$

Τὸ μέγεθος αὐτὸ τὸ λέμε *τάση*. Λέμε ὅτι τὸ σύρμα μας καταπονεῖται μὲ τάση 20 kg/mm² (εἴκοσι χιλιογράμμων ἀνὰ τετραγωνικὸ χιλιοστόμετρο).

Τάση, δηλαδή, λέμε τὴν δύναμη ἀνὰ μονάδα ἐπιφανείας ποὺ ὑφίσταται ἡ διατομὴ ἑνὸς σώματος. Ἂν δηλαδὴ ἡ διατομὴ εἶναι F καὶ σηκώνῃ δύναμη P, ἡ τάση εἶναι:

$$\sigma = \frac{P}{F}.$$

Ἂν κάνωμε πάλι τὸ πείραμα τοῦ ἐφελκυσμοῦ ἀλλὰ ἀντὶ νὰ σημειώνωμε στὸν κατακόρυφο ἄξονα τὶς δυνάμεις ποὺ ἐφελκύουν τὴ ράβδο (ὅπως στὸ σχῆμα 9·4 α) σημειώνομε τὶς τάσεις, θὰ προκύψῃ ἕνα διάγραμμα σὰν αὐτὸ τοῦ σχήματος 9·5 α. Τὰ δύο αὐτὰ διαγράμματα περιγράφουν τὸ ἴδιο φαινόμενο καὶ μποροῦμε, ὅταν ξέρωμε τὸ ἕνα, νὰ φτειάξωμε τὸ ἄλλο, ἀφοῦ ἀπὸ τὴν δύναμη μποροῦμε νὰ ὑπολογίσωμε τὴν τάση καὶ ἀντίστροφα.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Τὸ διάγραμμα 9·5 α ἔχει ὅμως τὸ σημαντικὸ προσὸν νὰ εἶναι τὸ ἴδιο γιὰ κάθε ράβδο φτειαγμένη ἀπὸ τὸ ἴδιο ὑλικό. Ἔτσι π.χ. στὴν περίπτωσή μας, κάθε σίδερο τοῦ μπετὸν σπάει ὅταν ἡ τάση γίνεται περίπου 34 kg/mm², ἢ διαρρέει (σημεῖο διαρροῆς) ὅταν ἡ τάση γίνη περίπου 22 kg/mm².

Σχ. 9·5 α.

Τὸ παράδειγμα ποὺ ἀναφέραμε ἰσχύει γιὰ τὸν χάλυβα, εἶναι ὅμως τυπικὸ καὶ γιὰ πολλὰ ἄλλα ὑλικά. Ἀνάλογα ἐπίσης μὲ τὸ ἄν ἀκολουθοῦν τὰ ὑλικὰ τὸ παράδειγμα τοῦ ἐφελκυσμοῦ ποὺ ἀναφέραμε, μποροῦμε πάλι νὰ ξεχωρίσωμε τὰ ὑλικὰ αὐτὰ σὲ δύο κατηγορίες. Τὰ ὑλικὰ ποὺ διαρρέουν, ὅταν ἡ δύναμη ποὺ ἀσκεῖται ἐπάνω τους περάσῃ ἕνα ὁρισμένο ὅριο διαρροῆς καὶ δὲν σπάζουν ἀμέσως, ἀλλὰ ἐξακολουθοῦν νὰ παραμορφώνωνται, τὰ λέμε *ἐλατά*. Μποροῦμε μὲ αὐτὰ νὰ φτειάξωμε ἐλάσματα, ἄν τὰ σφυρηλατήσωμε ἢ ἄν τὰ περάσωμε ἀνάμεσα σὲ δύο κυλίνδρους. Ὁρισμένα ὑλικὰ ὅμως δὲν παρουσιάζουν διαρροή. Χαρακτηριστικὸ παράδειγμα εἶναι ὁ χυτοσίδηρος (μαντέμι). Τὰ ὑλικὰ αὐτὰ τὰ λέμε *ψαθυρά*· ὅλοι ξέρομε ὅτι ἄν ἀρχίσωμε νὰ κτυποῦμε μὲ ἕνα

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

σφυρὶ ἕνα κομμάτι χυτοσίδηρο, δὲν θὰ γίνῃ ποτὲ ἔλασμα γιατὶ θὰ σπάσῃ.

Τὸ ἴδιο φαινόμενο ἐμφανίζεται ἂν ἀντὶ γιὰ ἐφελκυσμὸ ἀσκήσωμε θλίψῃ πάνω σὲ ἕνα τέτοιο σῶμα. Δηλαδὴ καὶ στὴν θλίψῃ ἔχομε πάλι ἕνα ὅριο ἀναλογίας, στὸ ὁποῖο οἱ παραμορφώσεις (ἐπιβραχύνσεις στὴν περίπτωσῃ τῆς θλίψεως) εἶναι ἀνάλογες μὲ τὶς δυνάμεις· ἔχομε ἕνα ὅριο ἐλαστικότητας, ὡς τὸ ὁποῖο οἱ παραμορφώσεις εἶναι ἐλαστικές, δηλαδὴ παροδικὲς καὶ ὅταν πάυσῃ νὰ ἐνεργῇ ἡ δύναμῃ ἐξαφανίζεται καὶ ἡ παραμόρφωσῃ. Ὅταν περάσωμε τὸ ὅριο ἐλαστικότητας οἱ παραμορφώσεις εἶναι πιὰ πλαστικές, δηλαδὴ μόνιμες.

Καὶ στὴ θλίψῃ, ὅπως καὶ στὸν ἐφελκυσμό, σημεῖο διαρροῆς παρουσιάζουν μόνο τὰ ἐλατὰ ὑλικά. Τὰ ψαθυρὰ ὑλικά, ὅταν ἡ δύναμῃ αὐξηθῇ πάρα πολὺ σπάζουν (π.χ. χυτοσίδηρος)· Τὰ ἐλατὰ ὅμως ὑλικά, ὅταν ἀσκοῦμε ἐπάνω τους θλίψῃ δὲν σπάζουν ποτὲ ἀλλὰ ἀντίθετα συμπιέζονται, ὅσο αὐξάνει ἡ δύναμῃ ὥσπου γίνονται λεπτοὶ δίσκοι (π.χ. χαλκός).

9·6 Κάμψη.

Στὴν παράγραφο 9·1 ἀναφέραμε γιὰ παράδειγμα τὴν κάμψῃ μιᾶς γομολάστιχας. Ἡ πρώτῃ παρατήρησῃ ποὺ κάναμε ἦταν ὅτι ἡ γομολάστιχα κάμπτεται, στραβώνει. Ἂν παρατηρήσωμε προσεκτικά, θὰ δοῦμε ὅτι ἡ κάτω της ἐπιφάνεια τεντώνεται ἐνῶ ἡ ἐπάνω συστέλλεται. Στὴν κάτω δηλαδὴ ἐπιφάνεια ἔχομε ἐφελκυσμὸ ἐνῶ στὴν ἐπάνω θλίψῃ. Ἂν παρατηρήσωμε ἀκόμῃ προσεκτικότερα, θὰ δοῦμε ὅτι ὅλο τὸ κάτω μισὸ πάχος τῆς γομολάστιχας ἐφελκύεται, ἐνῶ τὸ ἐπάνω μισὸ θλίβεται (σχ. 9·6 α).

Στὴν μέσῃ τῆς γομολάστιχας, ἐκεῖ ὅπου εἶναι ἡ διακεκομμένῃ γραμμή, δὲν ὑπάρχει οὔτε ἐφελκυσμὸς οὔτε θλίψῃ. Βλέπομε μάλιστα ὅτι ἡ παραμόρφωσῃ τῆς γομολάστιχας (ὁ ἐφελκυσμὸς δηλαδὴ στὸ κάτω μισὸ τμῆμα της ἢ ἡ θλίψῃ στὸ ἐπάνω μισὸ) εἶναι

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

τόσο μεγαλύτερη ὅσο ἡ περιοχὴ ποὺ ἐξετάζομε εἶναι μακρύτερα ἀπὸ τὴν ἄσπρη γραμμή.

Σχ. 9·6 α.
Στὴν κάμψη μία περιοχὴ τοῦ σώματος ἐφελκύεται καὶ μία θλίβεται.

Σχ. 9·6 β.
Ἡ θλίψη καὶ ὁ ἐφελκυσμὸς ποὺ παρουσιάζονται στὴν κάμψη αὐξάνουν ὅσο ἀπομακρυνόμαστε ἀπὸ τὴν μέση τῆς διατομῆς.

Στὸ σχῆμα 9·6 β βλέπομε παραστατικὰ τὴν δύναμη ἀνὰ τετραγωνικὸ χιλιοστόμετρο σὲ διάφορα σημεῖα τῆς διατομῆς AA' τοῦ σχήματος 9·6 α. Μὲ τὰ βέλη ποὺ ἀπομακρύνονται ἀπὸ τὴν διατομὴ παριστάνομε τὶς δυνάμεις ἐφελκυσμοῦ (κάτω τμῆμα), ἐνῶ μὲ τὰ βέλη ποὺ πλησιάζουν τὴν διατομὴ παριστάνομε τὶς δυνάμεις θλίψεως (πάνω τμῆμα).

Ἀπὸ τὸ σχῆμα αὐτὸ βλέπομε ὅτι τὸ τμῆμα κοντὰ στὴν μέση τῆς διατομῆς ὑφίσταται μικρὲς μόνο δυνάμεις, ἐνῶ τὸ τμῆμα κοντὰ στὴν ἐπιφανειά της ὑφίσταται πολὺ μεγαλύτερες. Ἂν τὴν κάμψωμε πάρα πολὺ ἀρχίζει νὰ σπάη, καὶ φυσικὰ στὴν κάτω

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ἐπιφάνειά της πρῶτα, δηλαδὴ ἐκεῖ ποὺ καταπονεῖται περισσότερο.

Ἀπὸ αὐτὴν ἀκριβῶς τὴν παρατήρηση, ἔκαμαν οἱ μηχανικοὶ τὴ σκέψη ὅτι ἀντὶ νὰ ἔχουν ἕνα δοκάρι σὰν αὐτὸ τοῦ σχήματος 9·6 γ, μποροῦν νὰ ἔχουν ἕνα δοκάρι σὰν αὐτὸ τοῦ σχήματος 9·6 δ, ποὺ ἔχει τὴν ἴδια διατομὴ μὲ τὸ ἄλλο (τὸ ἴδιο ὑλικὸ δηλαδὴ) ἀλλὰ εἶναι ἔτσι ἡ διατομή του, ὥστε τὸ περισσότερο ὑλικὸ βρίσκεται ἐκεῖ ὅπου οἱ δυνάμεις ἐφελκυσμοῦ ἢ θλίψεως εἶναι μεγαλύτερες. Ἔτσι τὸ δοκάρι τοῦ σχήματος 9·6 δ κάμπτεται πιὸ δύσκολα ἀπὸ αὐτὸ τοῦ σχήματος 9·6 γ.

Σχ. 9·6 γ.

Σχ. 9·6 δ.

Μιὰ δοκός, ποὺ ἔχει τὴν διατομὴ τοῦ σχήματος 9·6 δ, ἀντέχει πολὺ περισσότερο παρὰ ἡ δοκὸς μὲ τὴν διατομὴ τοῦ σχήματος 9·6 γ, παρ' ὅλο ποὺ τὸ ἐμβαδὸν καὶ τῶν δύο διατομῶν εἶναι ἴδιο.

Ἔτσι πλέον ἐξηγεῖται γιατὶ ἕνας σωλήνας ἀντέχει περισσότερο παρὰ μία συμπαγὴς ράβδος τῆς ἴδιας διατομῆς, δηλαδὴ τοῦ ἴδιου βάρους (ὄχι τῆς ἴδιας διαμέτρου) (σχ. 9·6 ε).

Μὲ αὐτὰ ποὺ εἴπαμε γιὰ τὴν κάμψη, μποροῦμε πιὰ νὰ ἐξηγήσωμε γιατί βάζομε σίδερα μέσα στὸ μπετὸν (σχ. 9·6 ζ). Ἡ κάμψη, ὅπως εἴπαμε, εἶναι συνδυασμὸς ἐφελκυσμοῦ καὶ θλίψεως. Τὸ μπετὸν ὅμως ἀντέχει πολὺ σὲ θλίψη, καθόλου ὅμως σὲ ἐφελκυσμό. Γιὰ τὸν λόγο αὐτὸ τοποθετοῦμε σίδερα στὸ μπετόν, ἐκεῖ ὅπου

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

θὰ παρουσιασθῇ ἐφελκυσμός, δηλαδὴ συνήθως στὴν κάτω μερὶὰ τῆς πλάκας. Ἔτσι τὰ σίδερα παίρνουν τὸν ἐφελκυσμὸ τῆς κάμψεως, ἐνῶ τὸ μπετὸν τὴν θλίψη.

Σχ. 9·6 ε.
Ἕνας σωλήνας, μὲ διάμετρο διπλάσια ἀπ' ὅ,τι μιὰ ράβδος μὲ διατομή, ποὺ ἔχει τὸ ἴδιο ἐμβαδόν, ἀντέχει σὲ πενταπλάσια δύναμη.

Σχ. 9·6 ζ.
Τοποθετοῦμε σίδερα στὸ μπετόν, ὥστε νὰ παραλάβουν τὶς δυνάμεις ἐφελκυσμοῦ ποὺ δημιουργοῦνται μὲ τὴν κάμψη.

9·7 Διάτμηση.

Χαρακτηριστικὸ παράδειγμα διατμήσεως εἶναι αὐτὸ ποὺ ἀναφέραμε κιόλας (σχ. 9·1 δ), ὅταν ἀνοίγωμε δηλαδὴ μία τρύπα μὲ τὸν ζουμπά. Τὸ ἔλασμα τὸ ὁποῖο τρυποῦμε παθαίνει, ὅπως εἴπαμε, διάτμηση κατὰ μῆκος ὅλης τῆς περιφερείας τῆς τρύπας ποὺ ἀνοίγομε. Τὸ ὑλικὸ ποὺ ἦταν στὴ θέση τῆς τρύπας ἀναγκάζεται νὰ γλυστρήσῃ κατὰ μῆκος τῆς ἐσωτερικῆς ἐπιφανείας της καὶ νὰ ξεχωρίσῃ ἀπὸ τὸ ὑπόλοιπο ἔλασμα.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Μία παραστατική εἰκόνα τοῦ πῶς παραμορφώνεται ἕνα σῶμα, ὅταν ὑφίσταται διάτμηση, μποροῦμε ν' ἀποκτήσωμε ὡς ἑξῆς: Τοποθετοῦμε ἕνα χονδρὸ βιβλίο πάνω στὸ τραπέζι καὶ σχεδιάζομε στὴν πλαϊνή του ἐπιφάνεια, ἐκεῖ ὅπου εἶναι τὸ κάτω ἢ τὸ πάνω μέρος τῶν σελίδων τοῦ βιβλίου, ἕνα τετράγωνο (σχ. 9·7 α). Ἂν τώρα σπρώξωμε τὸ ἐπάνω ἐξώφυλλο τοῦ βιβλίου (σχ. 9·7 β), θὰ δοῦμε ὅτι τὸ τετράγωνο ἔγινε παραλληλόγραμμο, διότι ὅλες οἱ σελίδες γλύστρησαν ἡ μία πάνω στὴν ἄλλη. Ὅταν ἕνα σῶμα

Σχ. 9·7 α.

Σχ. 9·7 β.

Παραστατική εἰκόνα τῆς διατμήσεως.

παθαίνη διάτμηση παραμορφώνεται κατὰ τὸν τρόπο ἀκριβῶς ποὺ παραμορφώνεται τὸ τετράγωνο τῶν σχημάτων 9·7 α καὶ 9·7 β.

Τὸ παράδειγμα ποὺ ἀναφέραμε ἦταν παράδειγμα καθαρῆς διατμήσεως. Διάτμηση, ὅμως, παρουσιάζεται πολὺ συχνὰ μαζὶ μὲ τὴν κάμψη. Στὸ σχῆμα 9·7 γ π.χ. βλέπομε ἕνα τέτοιο παράδειγμα. Τὸ δοκάρι τοῦ σχήματος αὐτοῦ ἐκτὸς ἀπὸ τὴν κάμψη ὑφίσταται καὶ διάτμηση. Τὸ σχῆμα 9·7 δ δείχνει ἕνα τμῆμα ἀπὸ τὸ δοκάρι αὐτό, ἀλλὰ ὑπερβάλλει τὴν παραμόρφωση, ὥστε νὰ φανῆ πῶς κάθε διατομὴ ἔχει γλυστρήση λίγο σχετικὰ μὲ τὴν πλαϊνή της, πῶς δηλαδὴ τὸ δοκάρι ἔχει πάθει διάτμηση. Αὐτὸ ὅμως δὲν γίνεται μόνο κατὰ τὴν ἐγκάρσια διεύθυνση (κάθετα δηλαδὴ πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ δοκαριοῦ), ἀλλὰ καὶ κατὰ τὴν διαμήκη (παράλληλα πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ δοκαριοῦ). Αὐτὸ τὸ παρατηροῦμε πολὺ ἁπλὰ ἂν χρησιμοποιήσωμε ἀντὶ γιὰ ἕνα δοκάρι δύο ποὺ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Σχ. 9·7 γ.

Σχ. 9·7 δ.

Διάτμηση στὴν κάμψη.

Σχ. 9·7 ε.

Δύο σανίδες μαζὶ ἀντέχουν λιγότερο ἀπὸ μία μονοκόμματη.

Σχ. 9·7 ζ.

Ἂν συνδέσωμε τὶς δύο σανίδες μὲ σφῆνες ἀντέχουν περισσότερο. Δημιουργοῦνται ὅμως δυνάμεις διατμήσεως πάνω στὴν κοινὴ ἐπιφάνεια, τὶς ὁποῖες παραλαμβάνουν οἱ σφῆνες.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

μαζὶ ἔχουν τὸ ἴδιο πάχος μὲ τὸ ἀρχικὸ (σχ. 9 · 7 ε). Παρατηροῦμε τότε ὅτι τὰ δύο δοκάρια μαζὶ κάμπτονται πολὺ πιὸ εὔκολα ἀπὸ τὸ ἕνα καὶ ὅτι τὸ ἕνα γλυστρᾶ πάνω στὸ ἄλλο. Γιὰ νὰ τὰ κάνωμε νὰ ἔχουν τὴν ἴδια ἀντοχὴ μὲ τὸ ἀτόφιο δοκάρι μποροῦμε νὰ τὰ καρφώσωμε τὸ ἕνα ἐπάνω στὸ ἄλλο ἢ νὰ βάλωμε σφῆνες, μεταξύ τους, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα 9 · 7 ζ. Οἱ σφῆνες αὐτὲς παραλαμβάνουν ἀκριβῶς τὶς διατμητικὲς δυνάμεις ποὺ ὑφίσταται τὸ ἀτόφιο δοκάρι.

9 · 8 Στρέψη.

Ἕνα καλὸ παράδειγμα στρέψεως γνωρίσαμε στὸ σχῆμα 9 · 1 ζ. Καλύτερα ὅμως ἀντιλαμβανόμαστε πῶς παραμορφώνεται ἕνα σῶμα μὲ τὴν στρέψη παρατηρώντας τὸ παράδειγμα τῶν σχημάτων 9 · 8 α καὶ 9 · 8 β. Ἐκεῖ βλέπομε ἕνα κομμάτι λαστιχένιο σωλήνα, πάνω στὸν ὁποῖο ἔχομε χαράξει ὁρισμένες εὐθεῖες. Ἂν πιάσωμε τὸν σωλήνα μὲ τὰ δύο χέρια καὶ στρίψωμε τὴν μιά του

Σχ. 9·8 α.

ἄκρη σχετικὰ μὲ τὴν ἄλλη, θὰ δοῦμε ὅτι οἱ εὐθεῖες ποὺ εἴχαμε χαράξει ἐπάνω, ἔγιναν ἑλικοειδεῖς καμπύλες (σχ. 9 · 8 β).

Βλέπομε ὅτι κάθε διατομὴ τοῦ σωλήνα ἔχει γλυστρήσει πάνω στὴ γειτονική της καὶ ἔχει γυρίσει κατὰ μία μικρὴ γωνία (βλέπε λεπτομερειακὸ σχῆμα 9 · 8 γ). Ἀπὸ τὴν παρατήρηση αὐτὴ μποροῦμε νὰ ποῦμε ὅτι ἡ στρέψη εἶναι ἕνα εἶδος διατμήσεως ποὺ γίνεται κυκλικά.

Μαζὶ μ' αὐτὸ παρατηροῦμε καὶ τὸ ἑξῆς: ὅσο πλησιάζομε τὸν ἄξονα τοῦ σωλήνα, τόσο οἱ παραμορφώσεις καὶ οἱ δυνάμεις

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

εἶναι μικρότερες. Π. χ. τὸ σημεῖο B μετακινήθηκε ἀπὸ τὸ B στὸ B', ἐνῶ τὸ σημεῖο $Γ$ ἀπὸ τὸ $Γ$ στὸ $Γ'$, ποὺ εἶναι πολὺ μικρότερη ἀπόσταση.

Σχ. 9·8 β.

Σχ. 9·8 γ.

Μὲ τὴν στρέψη ἡ δεξιὰ διατομὴ ἔχει γυρίσει λίγο σχετικὰ μὲ τὴν ἀριστερή.

Σχ. 9·8 δ.

Ὁ ἄξονας μὲ τὴν ἀριστερὴ διατομὴ ἀντέχει περισσότερο σὲ στρέψη ἀπ' αὐτὸν μὲ τὴν δεξιά, παρ' ὅλο ποὺ τὰ ἐμβαδὰ τῶν διατομῶν εἶναι ἴσια.

Γι' αὐτὸ ἕνας ἄξονας κούφιος ἀντέχει περισσότερο ἀπὸ ἕνα ἄλλο, ἀτόφιο, ποὺ ἔχει διατομὴ μὲ τὸ ἴδιο ἐμβαδὸ (σχ. 9·8 δ). Ἑπομένως μεγαλύτερη διάμετρο, ἂν καὶ ἔχη φυσικὰ τὸ ἴδιο βάρος.

Συνήθως παρουσιάζεται στρέψη κυρίως σὲ ἄξονες ποὺ με-

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ταφέρουν κίνηση. Π.χ. στὸν ἄξονα ποὺ δίνει κίνηση ἀπὸ τὴν μηχανὴ στοὺς πίσω τροχοὺς τοῦ αὐτοκινήτου, ἢ στὸν ἄξονα τῆς ἕλικας ἑνὸς πλοίου. Ἀντίθετα οἱ ἄξονες τῶν βαγονιῶν τῶν τραίνων δὲν ὑφίστανται στρέψη, διότι ἁπλῶς κρατοῦν τὸ βαγόνι στοὺς τροχοὺς καὶ δὲν μεταδίδουν κίνηση.

9·9 Λυγισμός.

Τὸ πιὸ ἁπλὸ παράδειγμα λυγισμοῦ εἶναι τοῦ μπαστουνιοῦ ποὺ πάνω του στηριζόμαστε μὲ ὅλη μας τὴ δύναμη (σχ. 9·1 η). Ὁ λυγισμὸς παρουσιάζεται ὅταν ἀσκήσωμε θλίψη ἐπάνω σὲ λεπτὰ καὶ μακρυὰ σώματα (ράβδους). Ἂν ἡ δύναμη ποὺ ἀσκοῦμε δὲν εἶναι στὸ κέντρο τῆς διατομῆς ἢ ἂν εἶναι ἐλάχιστα λοξὴ ἢ ἀκόμη καὶ ἂν εἶναι στὸ κέντρο τῆς διατομῆς καὶ ὄχι λοξή, ἀλλὰ γίνη κάποιος ἐλάχιστος κραδασμός, τότε ὑπάρχει κίνδυνος νὰ παρουσιασθῆ λυγισμός. Ὁ κινδυνος τοῦ λυγισμοῦ, ὅπως τὸ βλέπομε καὶ στὴν καθημερινὴ πείρα εἶναι τόσο μεγαλύτερος, ὅσο πιὸ λυγερὴ εἶναι ἡ ράβδος, δηλαδὴ ὅσο ἡ διατομή της, σχετικὰ μὲ τὸ μῆκος της, εἶναι μικρότερη.

Ὁ λυγισμὸς εἶναι πολὺ ἐπικίνδυνη καταπόνηση, διότι, ὅταν παρουσιασθῆ σὲ μία κατασκευή, εἶναι σχεδὸν βέβαιο ὅτι ἡ κατασκευὴ θὰ σπάση. Γιὰ τὸν λόγο αὐτὸ οἱ μηχανικοὶ προσπαθοῦν νὰ ὑπολογίσουν τὶς κατασκευές τους ἔτσι, ὥστε νὰ μὴ παρουσιάζεται λυγισμός.

Αὐτὸς π.χ. εἶναι ὁ λόγος ποὺ φτειάχνουν τοὺς φανοστάτες κούφιους (σχ. 9·9 α). Τὸ βάρος τοῦ φαναριοῦ εἶναι πολὺ μικρό, καὶ μπορεῖ νὰ τὸ σηκώση στύλος μικρῆς διατομῆς. Γιὰ νὰ μὴ ὑπάρχη ὅμως κίνδυνος λυγισμοῦ, κατασκευάζουν τὸν στύλο κούφιο, ὥστε οἱ διαστάσεις τῆς διατομῆς νὰ μεγαλώσουν.

Γιὰ τὸν ἴδιο λόγο κατασκευάζουν καὶ τοὺς διωστῆρες τῶν μηχανῶν σὲ διατομὴ Η (σχ. 9·9 β). Ἡ *ἐπιφάνεια* τῆς διατομῆς δὲν χρειάζεται νὰ εἶναι μεγάλη, τῆς δίνουν ὅμως αὐτὸ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

τὸ σχῆμα, ὥστε οἱ ἐξωτερικὲς διαστάσεις της νὰ εἶναι μεγάλες, γιὰ νὰ μὴν ὑπάρξη ὁ κίνδυνος τοῦ λυγισμοῦ.

Σχ. 9·9 α.

Σχ. 9·9 β.
Διωστήρας μιᾶς ταχύστροφης μηχανῆς.

9·10 Ὑπολογισμοὶ ἀντοχῆς.

Ὑπολογισμοὺς ἀντοχῆς κάνομε ὅταν μελετοῦμε ἐξαρτήματα ἢ στοιχεῖα μηχανημάτων καὶ μάλιστα σὲ δύο περιπτώσεις: Πρῶτον, ὅταν ἔχωμε ἕνα ἐξάρτημα καὶ θέλομε νὰ ὑπολογίσωμε πόση καταπόνηση (φορτίο) μπορεῖ νὰ ἀνθέξη χωρὶς νὰ σπάση, καὶ δεύτερον ὅταν θέλωμε νὰ κατασκευάσωμε ἕνα ἐξάρτημα.

Στὴν πρώτη περίπτωση, ξέρομε τὸ ὑλικὸ ἀπὸ τὸ ὁποῖο εἶναι κατασκευασμένο τὸ ἐξάρτημα καὶ τὶς διαστάσεις του καὶ γι' αὐτὸ ἡ περίπτωση αὐτὴ εἶναι ἁπλούστερη: ἀρκεῖ νὰ ἀναζητήσωμε τὴν πιὸ ἀδύναμη διατομὴ τοῦ ἐξαρτήματος καὶ μετά, νὰ ὑπολογίσωμε σὲ ποιὰ δύναμη μπορεῖ νὰ ἀνθέξη.

Στὴν δεύτερη περίπτωση, θὰ διαλέξωμε πρῶτα τὸ ὑλικὸ ἀπὸ τὸ ὁποῖο θὰ κατασκευασθῆ τὸ ἐξάρτημα, μετὰ θὰ σχεδιάσωμε τὴν μορφή του, καὶ τέλος θὰ ὑπολογίσωμε τὶς διαστάσεις του, ὥστε νὰ ἀντέχη στὶς δυνάμεις ποὺ χρειάζεται. Ἡ περίπτωση αὐτὴ εἶναι πιὸ δύσκολη,

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

γιατὶ δὲν φθάνει νὰ ἀντέχη τὸ ἐξάρτημα, πρέπει νὰ γίνη καὶ ὅσο τὸ δυνατὸν πιὸ φθηνό. Γι' αὐτὸ τὸ λόγο, χρειάζεται συνήθως νὰ ἐπαναλάβωμε τοὺς ὑπολογισμοὺς πολλὲς φορές, δοκιμάζοντας κάθε φορὰ καὶ ἄλλη μορφὴ ἢ ἄλλο ὑλικό.

Γενικά, τὰ προβλήματα τῆς ἀντοχῆς εἶναι δύσκολα καὶ πολύπλοκα. Γιὰ τὴν λύση τους χρειάζονται πολλὲς γνώσεις, ἀλλὰ καὶ πεῖρα ἀκόμη καὶ γιὰ τὰ πιὸ ἁπλὰ προβλήματα. Τὰ προβλήματα αὐτὰ εἶναι, ἄλλωστε, πολὺ σημαντικὰ γιατὶ κάθε σφάλμα στὴν λύση ἑνὸς προβλήματος ἀντοχῆς μπορεῖ νὰ ἔχη ὡς ἀποτέλεσμα τὴν ἀχρήστευση μιᾶς μηχανῆς ἤ, χειρότερα, τὸν τραυματισμὸ ἢ καὶ τὸν θάνατο ἑνὸς ἀνθρώπου.

Γι' αὐτό, στὸ βιβλίο ἐτοῦτο, θὰ περιορισθοῦμε σὲ λίγα, ἁπλούστατα προβλήματα, γιὰ νὰ δείξωμε τὴν μεθοδολογία μόνο τῆς σκέψεως σὲ θέματα ἀντοχῆς. Ἂς δοῦμε πρῶτα τὴν ἑξῆς περίπτωση:

Σὲ ἕνα ἐργοστάσιο εἶναι ἀνάγκη νὰ ἀνεβάσουν ὁρισμένα ὑλικὰ καὶ μηχανήματα στὴν στέγη τοῦ κτιρίου. Γι' αὐτὸν τὸ σκοπό, θὰ χρησιμοποιήσουν ἕνα παλαιὸ βαροῦλκο καὶ ἕνα συρματόσχοινο, ποὺ ὑπῆρχαν στὴν ἀποθήκη τοῦ ἐργοστασίου. Καὶ εἶναι σημαντικό, νὰ ὑπολογισθῆ, πόσο βάρος μπορεῖ νὰ ἀνθέξη μὲ ἀσφάλεια τὸ συρματόσχοινο.

Τὸ συρματόσχοινο ἔχει ἕξι κλώνους καὶ ὁ κάθε κλῶνος του ἀποτελεῖται ἀπὸ 37 συρματίδια διαμέτρου 0,7 mm. Ἀπὸ τὴν καρτέλλα τῆς ἀποθήκης ποὺ ὑπάρχει γιὰ τὸ συρματόσχοινο αὐτό, βλέπομε ὅτι εἶναι κατασκευασμένο ἀπὸ χάλυβα ἀντοχῆς 130 kg/mm².

Γιὰ νὰ ὑπολογίσωμε πόσο φορτίο ἀντέχει τὸ συρματόσχοινο, ἂς ὑπολογίσωμε πρῶτα τὴν διατομή του:

κάθε συρματίδιο ἔχει διατομὴ $\frac{\pi}{4} \cdot 0{,}7^2 = 0{,}385\ \text{mm}^2$

τὸ συρματόσχοινο ἀποτελεῖται ἀπὸ $6 \times 37 = 222$ συρματίδια.

Ἂν πολλαπλασιάσωμε τὴν διατομὴ τοῦ κάθε συρματιδίου ἐπὶ τὴν ἀντοχὴ τοῦ ὑλικοῦ ἀπὸ τὸ ὁποῖο εἶναι κατασκευασμένο τὸ συρματόσχοινο, θὰ βροῦμε τὸ φορτίο θραύσεως ἑνὸς συρματιδίου:

$$0{,}385\ \text{mm}^2 \times 130\ \text{kg/mm}^2 = 50\ \text{kg}$$

καί. ἐπειδὴ τὸ συρματόσχοινο ἔχει 222 συρματίδια, βρίσκομε φορτίο θραύσεως γιὰ τὸ συρματόσχοινο:

$$50\ \text{kg} \times 222 = 11\ 100\ \text{kg}$$

δηλαδὴ λίγο πάνω ἀπὸ ἕνδεκα τόνους.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Τί σημαίνει ὅμως αὐτὸ τὸ φορτίο θραύσεως πού ὑπολογίσαμε; Σημαίνει ὅτι μποροῦμε νὰ κρεμάσωμε, μὲ ἀσφάλεια, ἀπὸ τὸ συρματόσχοινο αὐτὸ ἕνδεκα τόνους; Ὄχι· αὐτὸ θὰ ἦταν ἐπικίνδυνο.

Τὰ 11 100 kg πού βρήκαμε εἶναι τὸ φορτίο θραύσεως διατομῆς 85,4 mm^2 πού ἔχουν ὅλα μαζὶ τὰ 222 συρματίδια τοῦ συρματόσχοινου, πού εἶναι κατασκευασμένα ἀπὸ χάλυβα ἀντοχῆς 130 χιλιογράμμων ἀνὰ τετραγωνικὸ χιλιοστόμετρο. Δηλαδή, ἂν μοιράσωμε ἕνα φορτίο ἀκριβῶς ἐξ ἴσου σὲ ὅλα τὰ 222 συρματίδια, τότε τὰ συρματίδια θὰ σπάσουν, ὅλα μαζί, ὅταν τὸ φορτίο φθάση στὰ 11 100 kg, ὁπόταν κάθε ἕνα θὰ ἔχη φορτισθῆ μὲ δύναμη 50 kg. Στὴν πράξη ὅμως τὸ φορτίο τοῦ συρματόσχοινου δὲν μοιράζεται ἐξ ἴσου σὲ ὅλα τὰ συρματίδια ἀλλὰ διαφορετικά, ἀνάλογα μὲ τὴν θέση τῶν κλώνων τοῦ συρματόσχοινου καὶ τὴ θέση τοῦ κάθε συρματιδίου μέσα στὸν κάθε κλῶνο. Ἂν λοιπὸν κρεμάσωμε βάρος ἕνδεκα τόνων ἀπὸ τὸ συρματόσχοινο, μερικὰ συρματίδια, ἐκεῖνα πού φορτίζονται περισσότερο, θὰ ὑποστοῦν δύναμη μεγαλύτερη ἀπὸ 50 kg καὶ θὰ σπάσουν· τὸ φορτίο θὰ κρέμεται ἀπὸ τὰ ὑπόλοιπα συρματίδια, πού θὰ ὑποστοῦν τότε κι' αὐτὰ δύναμη μεγαλύτερη ἀπὸ 50 kg καὶ θὰ σπάσουν.

Δὲν πρέπει λοιπὸν νὰ φορτίσωμε τὸ συρματόσχοινο μὲ ἕνδεκα τόνους ἀλλὰ μόνο τόσο, ὥστε κανένα συρματίδιο νὰ μὴν ὑφίσταται δύναμη μεγαλύτερη ἀπὸ 50 kg, ἀκόμη καὶ ἐκεῖνο πού καταπονεῖται περισσότερο.

Ἐπὶ πλέον, σὲ κάθε συρματόσχοινο, σπᾶνε μὲ τὴ χρήση μερικὰ συρματίδια. Εἶναι λοιπὸν λογικὸ νὰ φορτίζωμε τὸ συρματόσχοινο μὲ τόσο μόνο βάρος, ὅσο μποροῦν νὰ ἀνθέξουν τὰ γερά του συρματίδια.

Ἂν θυμηθοῦμε ὅμως τὴν ἑνότητα 2 · 4, θὰ ἀναλογισθοῦμε ὅτι ἕνα ὑλικὸ παραμορφώνεται σημαντικὰ καὶ μόνιμα σὲ καταπονήσεις μικρότερες ἀπὸ τὴν ἀντοχὴ θραύσεως. Θὰ φορτίσωμε ἑπομένως τὸ συρματόσχοινο μόνο μὲ φορτίο σημαντικὰ χαμηλότερο ἀπὸ τὸ φορτίο θραύσεως, ὥστε νὰ μὴν καταστραφῆ ἀπὸ παραμορφώσεις.

Τέλος, τὸ συρματόσχοινο δὲν καταπονεῖται μόνο σὲ ἐφελκυσμό, ἀλλὰ καταπονεῖται καὶ σὲ κάμψη ἐκεῖ ὅπου τυλίγεται στὸ τύμπανο, πρᾶγμα πού δημιουργεῖ συνθῆκες πού, γιὰ μερικὰ τουλάχιστον συρματίδια, εἶναι πιὸ δυσμενεῖς.

Ἔχομε λοιπὸν διαφόρους λόγους γιὰ νὰ μὴν ἐξαντλήσωμε τὸ

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

θεωρητικὸ φορτίο θραύσεως τοῦ συρματόσχοινου, ἀλλὰ νὰ τὸ φορτίσωμε μὲ δύναμη σημαντικὰ μικρότερη.

Γενικά, γιὰ νὰ ἔχωμε ἀσφάλεια στὶς κατασκευές, κάνομε τοὺς ὑπολογισμοὺς ἀντοχῆς, ὄχι μὲ βάση τὴν ἀντοχὴ θραύσεως τοῦ ὑλικοῦ ἀλλὰ μὲ βάση τὴν λεγομένη *ἐπιτρεπομένη τάση*. Ἡ ἐπιτρεπομένη τάση εἶναι πολὺ μικρότερη ἀπὸ τὸ φορτίο θραύσεως τοῦ ὑλικοῦ καὶ συνήθως μικρότερη καὶ ἀπὸ τὸ ὅριο ἐλαστικότητος. Πόσες φορὲς μικρότερη θὰ εἶναι ἡ ἐπιτρεπομένη τάση ἀπὸ τὴν ἀντοχὴ θραύσεως, ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ πόσο καλὰ ξέρομε τὸν τρόπο ποὺ καταπονεῖται τὸ ἐξάρτημα (πράγμα ποὺ ἀναλύσαμε γιὰ τὴν περίπτωση τοῦ συρματόσχοινου) ἢ πόσο καλὰ ξέρομε τὸ ὑλικὸ ἀπὸ τὸ ὁποῖο εἶναι κατασκευασμένο τὸ ἐξάρτημα (π.χ. ἐνδεχόμενο γιὰ φυσαλλίδες μέσα σὲ ἕνα χυτό). Αὐτὰ διαφέρουν ἀνάλογα μὲ τὸ εἶδος τοῦ ἐξαρτήματος, τὴν χρήση γιὰ τὴν ὁποία τὸ προορίζομε, καὶ τὸ ὑλικὸ ἀπὸ τὸ ὁποῖο εἶναι κατασκευασμένο.

Γιὰ τὰ συρματόσχοινα, π.χ., σὲ χρήσεις σὰν αὐτὴν τοῦ παραδείγματος, συνιστᾶται νὰ γίνεται ὁ ὑπολογισμὸς μὲ βάση ἐπιτρεπομένη τάση ἴση μὲ τὸ ἕνα ἕκτο τῆς ἀντοχῆς θραύσεως. Ἑπομένως, μποροῦμε νὰ φορτίσωμε τὸ συρματόσχοινο τοῦ παραδείγματος μὲ βάρος, ὄχι 11 100 kg, ἀλλὰ μόνο μὲ βάρος:

$$\frac{11\,100}{6} = 1{,}850 \text{ kg}.$$

Ὅπως φάνηκε ἀπὸ τὸ πολὺ ἁπλὸ αὐτὸ παράδειγμα τοῦ συρματόσχοινου, ὁ ὑπολογισμὸς ἀντοχῆς, ἀκόμη καὶ γιὰ πολὺ ἁπλὰ στοιχεῖα μηχανῶν, ἔχει πολλὲς δυσκολίες. Στὴν γενικὴ περίπτωση, χρειάζεται νὰ βροῦμε πρῶτα τὶς πιὸ ἀδύνατες διατομὲς τοῦ ἐξαρτήματος — ποὺ δὲν εἶναι πάντα οἱ πιὸ μικρές —· δεύτερον, νὰ ὑπολογίσωμε τὶς δυνάμεις ποὺ θὰ ἐνεργοῦν, καὶ μάλιστα τόσο στὴν κανονικὴ λειτουργία ὅσο καὶ σὲ ἐξαιρετικὲς περιστάσεις· καὶ τέλος πρέπει νὰ ἐξετάσωμε:

— ἂν οἱ δυνάμεις θὰ εἶναι σταθερὲς ἢ ὄχι, πόσο θὰ μεταβάλλωνται καὶ πόσο γρήγορα,
— ἂν ἡ καταπόνηση ποὺ προκαλοῦν εἶναι ἐφελκυσμός, θλίψη, διάτμηση κ.λπ.,
— ἂν ἄλλοι ἔκτακτοι παράγοντες, δυσμενεῖς γιὰ τὴν ἀντοχή, εἶναι πιθανὸν νὰ ἐπιδροῦν, π.χ. μεγάλη θερμοκρασία, ἀκαθαρσία κ.λπ.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Μὲ τρία παραδείγματα θὰ δείξωμε πῶς χρησιμοποιοῦμε τὴν ἐπιτρεπόμενη τάση σὲ ὑπολογισμοὺς ἀντοχῆς:

Παράδειγμα 1ον.

Μὲ ποιὰ σταθερὴ δύναμη ἐπιτρέπεται νὰ φορτισθῆ σὲ ἐφελκυσμὸ ὀρθογωνικὴ ράβδος 35×55 mm ἀπὸ συνηθισμένο χάλυβα.

Λύση:

Ἡ ἐπιτρεπομένη τάση $\sigma_{\varepsilon\pi}$ γιὰ συνηθισμένο χάλυβα καὶ γιὰ σταθερὴ φόρτιση, ὅπως μποροῦμε νὰ βροῦμε σὲ ἕνα μνημόνιο, εἶναι 12 kg/mm². Ἡ διατομὴ τῆς ράβδου εἶναι:

$$F = 35 \times 55 = 1925 \text{ mm}^2.$$

Ἀφοῦ κάθε τετραγωνικὸ χιλιοστὸ ἐπιτρέπεται νὰ δεχθῆ δύναμη ἐφελκυσμοῦ 12 kg, ἕπεται ὅτι ἡ ἐπιτρεπομένη δύναμη εἶναι:

$$F = F \cdot \sigma_{\varepsilon\pi} = 1925 \text{ mm}^2 \times 12 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2} = 23\,100 \text{ kg},$$

ὥστε ἡ ράβδος μπορεῖ, μὲ ἀσφάλεια, νὰ δεχθῆ δύναμη ἐφελκυσμοῦ 23 100 kg.

Παράδειγμα 2ον.

Ράβδος κυλινδρικὴ ἀπὸ συνηθισμένο χάλυβα πρέπει νὰ ἀντέξη σὲ δυνάμεις ἐφελκυσμοῦ, ποὺ θὰ μεταβάλλωνται ταχέως ἀπὸ τὸ μηδὲν μέχρι 6 000 kg. Ζητεῖται ποιὰ πρέπει νὰ εἶναι ἡ διάμετρος τῆς ράβδου.

Λύση:

Ἡ ἐπιτρεπομένη τάση στὴν περίπτωση αὐτὴ δὲν πρέπει νὰ ληφθῆ μεγαλύτερη ἀπὸ 5 kg/mm², ὅπως βρίσκομε σὲ σχετικοὺς πίνακες. Ἑπομένως ἀπὸ τὸν τύπο:

$$P = F \cdot \sigma \quad \text{ἢ} \quad F = \frac{P}{\sigma}$$

βλέπομε ὅτι γιὰ $P = 6\,000$ kg καὶ $\sigma_{\varepsilon\pi} = 5$ kg/mm² βρίσκομε:

$$F = \frac{6\,000}{6} = 1\,200 \text{ mm}^2$$

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

Ἀφοῦ λοιπὸν ἡ ἐπιφάνεια τῆς κυκλικῆς διατομῆς εἶναι:

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = 1\,200 \cdot mm^2$$

ἡ διάμετρος τῆς ράβδου πρέπει νὰ εἶναι:

$$d = \sqrt{\frac{4 \times 1\,200}{\pi}} \backsimeq 40 \text{ mm.}$$

Παράδειγμα 3ον.

Κοχλίας ὀνομαστικῆς (ἐξωτερικῆς) διαμέτρου 10 mm πρέπει νὰ ἀντέξη σὲ δύναμη ἐφελκυσμοῦ 500 kg σχεδὸν σταθερή. Νὰ ὑπολογιστῆ, ἐὰν ἡ ἀντίστοιχη τάση εἶναι ἐπιτρεπτή.

Λύση:

Ἡ πιὸ ἀδύνατη διατομὴ εἶναι αὐτὴ ποὺ ἀντιστοιχεῖ στὴν ἐσωτερικὴ διάμετρο τοῦ κοχλία, ποὺ εἶναι 8,05 mm καὶ ἄρα εἶναι:

$$F \text{ (ἐλαχ. διατ.)} = \frac{\pi \cdot 8{,}05^2}{5} = 50{,}9 \text{ mm}$$

Ἀπὸ τὸν τύπο $\sigma = \frac{P}{F}$ ἔχομε, $\sigma = \frac{500}{50{,}9} = 9{,}8 \text{ kg/mm}^2$, ἀπὸ πίνακα δὲ τῶν ἐπιτρεπομένων τάσεων βλέπομε ὅτι γιὰ συνηθισμένο χάλυβα σὲ ἐφελκυσμὸ καὶ μὲ ἤρεμη φόρτιση, ἡ ἐπιτρεπομένη τάση $\sigma_{\varepsilon\pi}$ εἶναι 12 ἕως 15 kg/mm², ἀκόμη δὲ καὶ γιὰ ἐναλλασσόμενη δύναμη ἀπὸ 0 μέχρι τὸ μέγιστό της, ἡ ἐπιτρεπομένη τάση εἶναι 8 ἕως 10 kg/mm². Ἑπομένως, ἀφοῦ ἡ τάση στὴν μικρότερη διατομὴ τοῦ κοχλία δὲν θὰ ὑπερβῆ τὰ 9,8 kg/mm², ὁ κοχλίας εἶναι κατάλληλος.

9·11 Ἀσκήσεις.

1. Μία ράβδος μὲ κυκλικὴ διατομὴ διαμέτρου 28 mm σηκώνει βάρος 6 800 kg. Πόση εἶναι ἡ τάση ποὺ ὑφίσταται;

2. Ἀναγνωρίστε τὶς καταπονήσεις ποὺ ὑφίστανται:

— ὁ ἄξονας τοῦ σχήματος 9·11 α.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

— οἱ κοχλίες τοῦ συνδέσμου τοῦ σχήματος 9·11 β.

Σχ. 9·11 α.

Σχ. 9·11 β.

— ὁ κοχλίας Κ τοῦ σχήματος. 9·11 γ.
— ὁ δακτύλιος Δ τοῦ σχήματος 9·11 γ.

Σχ. 9·11 γ.

— οἱ κοχλίες Β τοῦ κυλίνδρου τοῦ σχήματος 9·11 δ.

Σχ. 9·11 δ.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

— οἱ κρίκοι τῆς ἁλυσίδας τοῦ σχήματος 9·11 ε.

Σχ. 9·11 ε.

— ὁ πεῖρος τοῦ ἐμβόλου τοῦ σχήματος 9·11 ζ.

Σχ. 9·11 ζ.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

— ἡ κυλινδρικὴ δοκὸς τοῦ σχήματος 9 · 11 η.

Σχ. 9·11 η.

— ὁ βραχίων Μ τῆς μανιβέλλας τοῦ σχήματος 9 · 11 θ.

Σχ. 9·11 θ.

— ὁ διωστήρας τῆς ἀτμομηχανῆς τοῦ σχήματος 9 · 11 ι.

Σχ. 9·11 ι.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

— ὁ ἄξων μιᾶς ἕλικας ἀεροπλάνου,
— ὁ ἄξων μιᾶς ἕλικας πλοίου,
— ὁ ἄξων τοῦ ἠλεκτροκινητήρα τοῦ σχήματος 9·11 κ.

Σχ. 9·11 κ.

3. Ἕνας ἱμάντας δερμάτινος ἐφελκύεται μὲ δύναμη 480 kg. Τὸ πάχος του εἶναι 12 mm. Πόσο πρέπει νὰ εἶναι τὸ πλάτος του, ὥστε ἡ τάση πάνω στὴ διατομή του νὰ μὴν ξεπερνᾶ τὰ 0,2 kg/mm²;

4. Πόση δύναμη χρειάζεται γιὰ νὰ ἐπιμηκύνωμε κατὰ 0,5 mm μία ράβδο ἀπὸ κοινὸ χάλυβα διαμέτρου 8 mm καὶ μήκους 1 m; (E = 21 000 kg/mm²).

Τί καινούργιο μάθαμε;

1. Οἱ δυνάμεις παραμορφώνουν τὰ σώματα.

2. *Ἐλαστικὰ καὶ πλαστικὰ σώματα.*

3. *Ἐφελκυσμὸς καὶ θλίψη.* Μέτρο ἐλαστικότητας.

4. *Ὁ νόμος τοῦ Χοὺκ* (παραμορφώσεις ἀνάλογες μὲ τὶς δυνάμεις, προκειμένου γιὰ ἐλαστικὰ σώματα).

5. Τὸ πείραμα τοῦ ἐφελκυσμοῦ. Ὅριο ἀναλογίας καὶ ἐλαστικότητας. Ὅριο διαρροῆς. Ὅριο ἢ φορτίο θραύσεως.

6. *Ἐλατὰ καὶ ψαθυρὰ ὑλικά.*

7. *Κάμψη.* Ἡ μισὴ διατομὴ τοῦ σώματος θλίβεται καὶ ἡ μισὴ ἐφελκύεται.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

8. Οἱ παραμορφώσεις στὴν κάμψη αὐξάνονται ὅσο ἀπομακρυνόμαστε ἀπὸ τὴ μέση τῆς διατομῆς.

9. Σημασία ποὺ ἔχει τὸ σχῆμα τῆς διατομῆς στὴν ἀντοχὴ σὲ κάμψη.

10. *Διάτμηση:* εἶδος γλυστρήματος μιᾶς διατομῆς πάνω στὴν πλαϊνή της.

11. Ἐμφάνιση διατμήσεως στὴν κάμψη - κάθετα πρὸς τὸν ἄξονα καὶ παράλληλα πρὸς αὐτόν.

12. *Στρέψη:* διάτμηση ποὺ γίνεται κυκλικά.

13. *Λυγισμός.* Παρουσιάζεται μὲ τὴν θλίψη σὲ λυγερὰ σώματα (ράβδους). Πρέπει νὰ ἀποφεύγεται. Σημασία τοῦ σχήματος τῆς διατομῆς.

14. Διαφορὰ τοῦ λυγισμοῦ ἀπὸ τὴν κάμψη.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ

(Οἱ ἀριθμοὶ ἀναφέρονται σὲ σελίδες)

Ἀδράνεια 139 - 145
ἀνολογίας, ὅριο 217
ἀνάλυση δυνάμεως 30 - 33
ἀνεξαρτησία τῶν κινήσεων 132
ἀντίδραση 21 - 22
ἀντίροπες δυνάμεις στὸ ἴδιο σημεῖο 17 - 21
ἀντίροπες καὶ παράλληλες δυνάμεις 38 - 42
ἀντοχὴ τῶν ὑλικῶν 208 - 235
ἁπλὲς μηχανὲς 168 - 182
ἀπόδοση 162 - 164
ἁρμονικὴ κίνηση 136
ἀρχὴ διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας 160
ἀρχὴ διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς 164 - 166
ἀρχὴ δράσεως καὶ ἀντιδράσεως 21 - 22
ἀτέρμων κοχλίας 180 - 181

βάρος 7 - 143
βαροῦλκο 174 - 175
βάρους, κέντρο (βλ. κέντρο βάρους)
βαρύτητα, ἐπιτάχυνση τῆς 121 - 142

Δεκαπλασιαστικὸς ζυγὸς 91
διάγραμμα ταχύτητας χρόνου 106 - 119
(ἐμβαδὸν στὸ διάγραμμα αὐτὸ 115 - 119)
διαρροῆς, σημεῖο 218
διαστάσεις ἑνὸς σώματος 2, 3
διάστημα 102
δράση 21, 22
διάτμηση 210, 224 - 227
δυνάμεις δύο ποὺ ἐνεργοῦν στὸ ἴδιο σημεῖο 22 - 28
δυνάμεις ὁμόρροπες καὶ ἀντίροπες 17 - 21
δυνάμεις παράλληλες καὶ ὁμόρροπες 36 - 38
δυνάμεις παράλληλες καὶ ἀντίροπες 38 - 42
δυνάμεις περισσότερες ποὺ ἐνεργοῦν στὸ ἴδιο σημεῖο 28 - 30
δυνάμεις ποὺ δροῦν σὲ διαφορετικὰ σημεῖα 33, 34
δύναμη 5 - 7
δύναμη ἀνάλογη μὲ τὴν ἐπιτάχυνση 145
» κεντρομόλος 144 - 147
» κλίμαξ δυνάμεων 10 - 11
» μονάδες 8, 9
» παραδείγματα 6, 7
» παράσταση στὸ χαρτὶ 8 - 12
» συνισταμένη 24, 25
» συνιστώσα 24
» φυγόκεντρος 144 - 147
δυναμικὴ ἐνέργεια 153, 154
δυναμική, περιεχόμενος τῆς 14
δυναμόμετρο 9
δυναμοπολύγωνο, μέγεθος τοῦ 34 - 36

Ἕδρανο «κόλλημα» 67
εἴδη ἐνεργείας 155 - 160
ἐλαστικὰ καὶ πλαστικὰ σώματα 213, 214
ἐλαστικότητας, ὅριο 218
ἐλατὰ σώματα 220
ἑλικοειδὴς κίνηση 133
ἐμβαδό, στὸ διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου 115 - 119
ἔμβολο, κίνηση τοῦ 134 - 136
ἐνέργεια, δυναμική, κινητικὴ 153 - 157
ἐπιβράδυνση 119 - 123
ἐπιβραδυνομένη κίνηση 110
ἐπίπεδο, κεκλιμένο 176, 177
ἐπιταχυνομένη κίνηση 110, 119 - 123
ἐπιταχυνομένη κίνηση ὁμαλῶς καὶ μὴ ὁμαλῶς 123 - 125
ἐπιτάχυνση 119 - 123
ἐπιτάχυνση ἀνάλογη μὲ τὴ δύναμη 145
ἐπιτάχυνση τῆς βαρύτητας 121 - 142
ἐπιφάνεια, μονάδες 3,4
ἔργο 149 - 153
εὐστάθεια 60
εὐταθὴς ἰσορροπία 60
ἐφελκυσμὸς 209

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ἐφελκυσμός, πείραμα τοῦ 217 - 219

Ζεῦγος δυνάμεων 42
ζυγός δεκαπλασιαστικός 91

Θλίψη 209
θραύσεως φορτίο 219

Ἰσορροπία, δράσεως καὶ ἀντιδράσεως 22
ἰσορροπία δύο δυνάμεων 17, 20
ἰσορροπία, εὐσταθής, ἀσταθὴς 60
ἰσορροπία καὶ κέντρο βάρους 57
ἰσορροπία, ροπὴ ὅταν οἱ δυνάμεις ἰσορροποῦν 48
ἰσορροπία τριῶν δυνάμεων ποὺ ἐνεργοῦν στὸ ἴδιο σημεῖο 27
ἰσορροπούσα δύναμη 27, 30
ἰσοταχὴς κίνηση (βλ. « κίνηση »).
ἰσχὺς 160 - 162
ἰσχύς, μονάδες 161

Κάμψη 210, 221 - 224
κανόνας τοῦ παραλληλογράμμου 23
κεκλιμένο ἐπίπεδο 31, 176
κεκλιμένο ἐπίπεδο, τριβὴ 71
κέντρο βάρους 52, 53
» » ἁπλῶν γεωμετρικῶν σχημάτων 53, 57
» » ἐπιπέδων σωμάτων 52
» » καὶ ἰσορροπία 57
» » πρίσματος 56
» » τριγώνου 55
κέντρο παραλλήλων δυνάμεων 50, 52
κεντρομόλος δύναμη 147 - 149
κίνηση 101
» ἀνισοταχὴς 109, 110
» ἁρμονικὴ 136
» ἑλικοειδὴς 133
» ἐπιβραδυνόμενη 110
» ἐπιταχυνόμενη 110
» εὐθύγραμμος - καμπυλόγραμμος 102
» ἰσοταχὴς 109, 112
» κυκλικὴ 102, 125, 126
» σύνθετη 131 - 134
» τοῦ ἐμβόλου μιᾶς μηχανῆς 134 - 136
κινητικὴ ἐνέργεια 154 - 157
κινητική, περιεχόμενο τῆς 14
κλίμαξ δυνάμεων 10, 11
κοχλίας 178 - 180
κοχλίας ἀτέρμων 180, 181
κυλίσεως τριβή, (βλ. « τριβὴ »)

Λευκὸ μέταλλο 67
λυγισμὸς 211, 229, 230

Μέθοδος τοῦ δυναμοπολυγώνου
μέθοδος τοῦ παραλληλογράμμου
μετάδοση κινήσεως 128 - 131
μῆκος, μονάδες 3
μηχανές, ἁπλὲς 168 - 182
μηχανική, διαίρεση 13
μονάδες δυνάμεως 8, 9
» ἐπιταχύνσεως 123
» ἐπιφανείας 3, 4
» ἔργου ἢ ἐνεργείας 151
» ἰσχύος 161
» μήκους 3
» ὄγκου 4
» ροπῆς 44
» ταχύτητας 113
» χρόνου 5
μοχλοὶ 168 - 171

Νόμος τοῦ Νεύτωνος 145

Ὄγκος, μονάδες 4, 5
ὀδοντωτὸς τροχὸς καὶ ἀτέρμων χλίας 180, 181
ὀδοντωτοὶ τροχοὶ 128
ὀλισθήσεως τριβὴ (βλ. «τριβὴ»)
ὁμόρροπες δυνάμεις ποὺ δροῦν ἴδιο σημεῖο 17 - 21
ὁμόρροπες καὶ παράλληλες δυνάμ 36
ὅριο ἀναλογίας 217
ὅριο ἐλαστικότητας 218
ὁρμή, ἀρχὴ διατηρήσεως τῆς 161 -

Παράλληλες δυνάμεις, κέντρο 50
παράλληλες καὶ ἀντίρροπες δυνάμ 38
παράλληλες καὶ ὁμόρροπες δυνάμ 36
παραμόρφωση τῶν σωμάτων 208
περιοδικὴ κίνηση 134 - 137
περιφερειακὴ ταχύτητα 126
πλαστικὰ καὶ ἐλαστικὰ σώματα

πολύγωνο στηρίξεως 59
πρίσμα, κέντρο βάρους 56
πτώση τῶν σωμάτων 143, 144

Ροπές 42 - 48
» μονάδες 44
» ὁρισμὸς 43

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

ροπὴ ζεύγους δυνάμεων 42
ροπὴ ὅταν οἱ δυνάμεις ἰσορροποῦν 48
ροπή, συνισταμένη 45
ροπὴ τῆς συνισταμένης 46
ροπὴ τῶν συνιστωσῶν 46
ρουλεμὰν 67
ρυθμιστὴς τοῦ βάττ 148, 149

Σημεῖο διαρροῆς 218
στατική, περιεχόμενο τῆς 13
στηρίξεως πολύγωνο 59
στρέψη 227 - 229
σύνθεση δυνάμεων (βλ. «δυνάμεις»)
σύνθετες κινήσεις 131 - 134
συνισταμένη 17, 23
συνισταμένη, μέγεθος τῆς 24, 25
συνισταμένη ροπὴ 45
συνισταμένη ροπὴ τῆς 46
συνιστῶσες, ἀνάλυση δυνάμεων σὲ 2 συνιστῶσες 30 - 33
συνιστῶσες δυνάμεις 24
συνιστῶσες, ροπὴ τῶν 46
συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως 70
σφῆνες 177, 178
σώματα, διαστάσεις 2, 3
σώματα, στερεά, ὑγρά, ἀέρια 1, 2

Τάση 214 - 221
ταχύτητα 105, 108
» μέση 105
» περιφερειακὴ 126
ταχύτητας μονάδες 113
ταχύτητας — χρόνου, διάγραμμα (βλ. «διάγραμμα»)
τριβὲς 64 - 79
» γενικὰ 64 - 67
» κυλίσεως 65, 75 - 78
» » συντελεστὴς 78, 79
» ὀλισθήσεως 65, 68 - 71
» » παραδείγματα 71 - 74
» » συντελεστὴς 70
» ὑγρῶν καὶ ἀερίων 65, 66
τριγώνου, κέντρο βάρους 55
τροχαλίες 129, 171 - 174
τροχιὰ 101, 102

Ὑπομόχλιο 169

Φορτίο θραύσεως 219
φυγόκεντρος 147 - 149

Χούκ, ὁ νόμος τοῦ 214 - 217
χρόνος, μονάδες 5

Ψαθυρὰ σώματα 221

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954

COPYRIGHT ΙΔΡΥΜΑΤΟΣ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ

ΕΚΤΥΠΩΣΙΣ - ΒΙΒΛΙΟΔΕΣΙΑ : ΓΡΑΦΙΚΑΙ ΤΕΧΝΑΙ "ΑΣΠΙΩΤΗ-ΕΛΚΑ" Α. Ε.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ 1954