ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΤΟΥ ΤΕΧΝΙΚΟΥ

ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑ

1954

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ

ΧΡΥΣΟΥΝ ΜΕΤΑΛΛΙΟΝ ΑΚΑΔΗΜΙΑΣ ΑΘΗΝΩΝ

ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΙΔΡΥΜΑΤΟΣ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ

ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΤΟΥ ΤΕΧΝΙΚΟΥ

1.— *Μαθηματικὰ* Α', Β'

2.— *Φυσικὴ*

3.— *Χημεία*

4.— *Μηχανικὴ*

5.— *Μηχανουργικὴ Τεχνολογία* Α', Β'

6.—*'Ηλεκτρολογία* Α', Β', Γ'

7.— *Ραδιοτεχνία* Α', Β'

8.— *Εἰσαγωγὴ στὴν Τεχνικὴ τῆς Τηλεφωνίας*

9.— *Κινητήριοι Μηχαναὶ* Α', Β'

10.— *Στοιχεῖα Μηχανῶν*

11.—*'Υλικὰ*

12.— *Γενικὴ Δομικὴ*

13.— *Οἰκοδομικὴ*

14.—*'Υδραυλικὰ Ἔργα*

15.— *Συγκοινωνιακὰ Ἔργα*

16.— *Τοπογραφία*

17.— *Οἰκοδομικαὶ Σχεδιάσεις*

18.— *Σχεδιάσεις Τεχνικῶν Ἔργων*

19.—*'Οργάνωσις — Διοίκησις Ἔργων*

20.— *Τεχνικὸν Σχέδιον*

Ὁ Εὐγένιος Εὐγενίδης, ἱδρυτὴς καὶ χορηγὸς τοῦ «Ἱδρύματος Εὐγενίδου» προεῖδεν ἐνωρίτατα καὶ ἐσχημάτισεν τὴν βαθεῖαν πεποίθησιν ὅτι ἀναγκαῖον παράγοντα διὰ τὴν πρόοδον τοῦ ἔθνους θὰ ἀπετέλει ἡ ἀρτία κατάρτισις τῶν τεχνικῶν μας ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὴν ἠθικὴν ἀγωγὴν αὐτῶν.

Τὴν πεποίθησίν του αὐτὴν τὴν μετέτρεψεν εἰς γενναιόφρονα πρᾶξιν εὐεργεσίας, ὅταν ἐκληροδότησε σεβαστὸν ποσὸν διὰ τὴν σύστασιν Ἱδρύματος ποὺ θὰ εἶχε σκοπὸν νὰ συμβάλῃ εἰς τὴν τεχνικὴν ἐκπαίδευσιν τῶν νέων τῆς Ἑλλάδος.

Διὰ τοῦ Β. Διατάγματος τῆς 10ης Φεβρουαρίου 1956, συνεστήθη τὸ Ἵδρυμα Εὐγενίδου καὶ κατὰ τὴν ἐπιθυμίαν τοῦ διαθέτου ἐτέθη ὑπὸ τὴν διοίκησιν τῆς ἀδελφῆς του Κυρίας Μαρ. Σίμου. Ἀπὸ τὴν στιγμὴν ἐκείνην ἤρχισαν πραγματοποιούμενοι οἱ σκοποὶ ποὺ ὡραματίσθη ὁ Εὐγένιος Εὐγενίδης καὶ συγχρόνως ἡ πλήρωσις μιᾶς ἀπὸ τὰς βασικωτέρας ἀνάγκας τοῦ ἐθνικοῦ μας βίου.

* * *

Κατὰ τὴν κλιμάκωσιν τῶν σκοπῶν του, τὸ Ἵδρυμα προέταξε τὴν ἔκδοσιν τεχνικῶν βιβλίων τόσον διὰ λόγους θεωρητικοὺς ὅσον καὶ πρακτικούς. Ἐκρίθη, πράγματι, ὅτι ἀπετέλει πρωταρχικὴν ἀνάγκην ὁ ἐφοδιασμὸς τῶν μαθητῶν μὲ σειρὰς βιβλίων, αἱ ὁποῖαι θὰ ἔθετον ὀρθὰ θεμέλια εἰς τὴν παιδείαν των καὶ αἱ ὁποῖαι θὰ ἀπετέλουν συγχρόνως πολύτιμον βιβλιοθήκην διὰ κάθε τεχνικόν.

Τὸ ὅλον ἔργον ἤρχισε μὲ τὴν ὑποστήριξιν τοῦ Ὑπουργείου Βιομηχανίας, τότε ἁρμοδίου διὰ τὴν τεχνικὴν ἐκπαίδευσιν, καὶ συνεχίζεται ἤδη μὲ τὴν ἔγκρισιν καὶ τὴν συνεργασίαν τοῦ Ὑπουργείου Ἐθνικῆς Παιδείας, βάσει τοῦ Νομοθετικοῦ Διατάγματος 3970/1959.

Αἱ ἐκδόσεις τοῦ Ἱδρύματος διηρέθησαν εἰς δύο βασικὰς σειρὰς αἱ ὁποῖαι φέρουν ἀντιστοίχως τοὺς τίτλους:

« Βιβλιοθήκη τοῦ Τεχνίτη » καὶ « Βιβλιοθήκη τοῦ Τεχνικοῦ ».

Καὶ ἡ μὲν πρώτη περιλαμβάνει τὰ βιβλία τῶν Σχολῶν Τεχνι-

τῶν ἡ δὲ δευτέρα τὰ βιβλία τοῦ ἑπομένου κύκλου τῆς Τεχνικῆς Ἐκπαιδεύσεως. Ἀμφότεραι αἱ σειραὶ θὰ ἐμπλουτισθοῦν καὶ μὲ βιβλία εὐρυτέρου τεχνικοῦ ἐνδιαφέροντος χρήσιμα κατὰ τὴν ἄσκησιν τοῦ ἐπαγγέλματος.

* * *

Οἱ συγγραφεῖς καὶ ἡ Ἐπιτροπὴ Ἐκδόσεων τοῦ Ἱδρύματος κατέβαλον κάθε προσπάθειαν ὥστε τὰ βιβλία νὰ εἶναι ἐπιστημονικῶς ἄρτια ἀλλὰ καὶ προσηρμοσμένα εἰς τὰς ἀνάγκας καὶ τὰς δυνατότητας τῶν μαθητῶν. Δι' αὐτὸ καὶ τὰ βιβλία αὐτὰ ἔχουν γραφῆ εἰς ἁπλῆν γλῶσσαν καὶ ἀνάλογον πρὸς τὴν στάθμην τῆς ἐκπαιδεύσεως δι' ἣν προορίζεται ἑκάστη σειρὰ τῶν βιβλίων. Ἡ τιμὴ τῶν βιβλίων ὡρίσθη τόσον χαμηλή, ὥστε νὰ εἶναι προσιτὰ καὶ εἰς τοὺς πλέον ἀπόρους μαθητάς.

Οὕτω προσφέρονται εἰς τὸ εὐρὺ κοινὸν τῶν καθηγητῶν καὶ τῶν μαθητῶν τῆς τεχνικῆς μας παιδείας αἱ ἐκδόσεις τοῦ Ἱδρύματος, τῶν ὁποίων ἡ συμβολὴ εἰς τὴν πραγματοποίησιν τοῦ σκοποῦ τοῦ Εὐγενίου Εὐγενίδου ἐλπίζεται νὰ εἶναι μεγάλη.

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ

ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΤΟΥ ΤΕΧΝΙΚΟΥ

ΠΕΡΙΚΛΕΟΥΣ Γ. ΠΑΠΑΜΑΤΘΑΙΟΥ

ΠΟΛΙΤΙΚΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ

ΕΠΙΜΕΛΗΤΟΥ Ε.Μ.Π.

ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑ

ΑΘΗΝΑΙ

1969

ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑ

Α΄. ΕΚΔΟΣΙΣ

Πρώτη ἐκτύπωσις (1967) ἀντίτυπα 1 — 5 000
Δευτέρα ἐκτόπωσις (1969) ἀντίτυπα 5 001 — 10 000

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Τὸ ἀνὰ χεῖρας βιβλίον « Τοπογραφία » περιέχει τὴν διδακτέαν εἰς τὰς μέσας τεχνικὰς σχολὰς ὕλην τοῦ ἀντιστοίχου μαθήματος, συμφώνως πρὸς τὸ ἀναλυτικὸν πρόγραμμα τοῦ Ὑπουργείου Παιδείας.

Διαιρεῖται εἰς τρία μέρη: Τὴν Ὁριζοντίαν Ἀποτύπωσιν, τὴν Κατακόρυφον Ἀποτύπωσιν ἢ Ὑψομετρίαν καὶ τὴν Μικτὴν Ἀποτύπωσιν ἢ Ταχυμετριαν.

Τὰ κύρια ὄργανα καὶ αἱ βασικαὶ ἔννοιαι, ποὺ ἔχουν σχέσιν καὶ μὲ τὰ τρία αὐτὰ μέρη, ὅπως π.χ. τὸ *νῆμα τῆς στάθμης*, ἡ *ἀεροστάθμη*, ἡ *σήμανσις*, ἡ *ἐπισήμανσις* κλπ., περιγράφονται καὶ ἀναπτύσσονται εἰς τὴν Εἰσαγωγὴν τοῦ βιβλίου. Ἐξ ἄλλου αἱ δύο βασικαὶ ἔννοιαι τῆς Ὁριζοντίας Ἀποτυπώσεως, ἤτοι ἡ *μέτρησις ὁριζοντίων γωνιῶν καὶ ἀποστάσεων*, ποὺ ἔχουν σχέσιν καὶ μὲ τὰ τρία τμήματα, εἰς τὰ ὁποῖα ὑποδιαιρεῖται ἡ Ὁριζοντία Ἀποτύπωσις, δηλαδὴ μὲ τὴν Γηπεδομετρίαν, τὴν Πολυγωνομετρίαν καὶ τὸν Τριγωνισμόν, ἀναπτύσσονται εἰς τὴν ἀρχὴν τοῦ ἀντιστοίχου μέρους, ὑπο τὸν τίτλον *Γενικότητες*.

Ἡ πρόταξις αὐτῶν τῶν βασικῶν ἐννοιῶν εἶχεν ὡς συνέπειαν νὰ λάβουν μεγάλην ἔκτασιν ἀφ' ἑνὸς μὲν ἡ Εἰσαγωγὴ τοῦ βιβλίου, ἀφ' ἑτέρου δὲ αἱ Γενικότητες τῆς Ὁριζοντίας Ἀποτυπώσεως.

Ἐκρίθη σκόπιμον νὰ μὴ προταχθῇ τῶν ἀντιστοίχων μεθόδων ἐργασίας ἡ περιγραφὴ τῶν διαφόρων ὀργάνων, ὅπως γίνεται συνήθως, ἀλλὰ νὰ περιγραφοῦν ὄργανα καὶ μέθοδοι ἐκ παραλλήλου οὕτως, ὥστε νὰ τονίζεται ἡ συσχέτισις τῶν μὲν ὡς πρὸς τὰς δέ, Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἕνα ἀπὸ τὰ κυριώτερα τοπογραφικὰ ὄργανα, ὁ Θεοδόλιχος, περιγράφεται καθ' ὅλας τὰς λεπτομερείας του παραλλήλως πρὸς τὸν τρόπον χειρισμοῦ του.

Ἐκρίθη ἐπίσης σκόπιμον νὰ συμπεριληφθοῦν εἰς τὸ βιβλίον καὶ μερικοὶ ἀπηρχαιωμένοι τύποι ὀργάνων, ὅπως π.χ. οἱ κανόνες διὰ τὴν μέτρησιν ὁριζοντίων ἀποστάσεων καὶ οἱ ἀποσυναρμολογούμενοι χωροβάται εἰς τὴν χωροστάθμησιν, οἱ ὁποῖοι ἔπαυσαν μὲν νὰ χρησιμοποιοῦνται εὑρέως, ἐξακολουθοῦν ὅμως νὰ ὑπάρχουν εἰς ὡρισμένα τεχνικὰ γραφεῖα, τουλάχιστον ἐν Ἑλλάδι. Ἡ περιγραφή των γίνεται εἴτε ἐν συντομίᾳ εἴτε μὲ « ψιλὰ » στοιχεῖα, πρᾶγμα τὸ ὁποῖον σημαίνει ὅτι ἡ διδασκαλία τῶν ἀντιστοίχων παραγράφων δὲν εἶναι ὑποχρεωτική.

Τὸ μάθημα τῆς Τοπογραφίας ἐδίδαξα ἐπὶ πολλὰ ἔτη εἰς διαφόρους τεχνικὰς σχολὰς καὶ εἶχα τὴν εὐκαιρίαν νὰ διαπιστώσω πόσον ἦτο ἀναγκαῖον ἕνα ἁπλοῦν ἀλλὰ διεξοδικὸν βοήθημα. Εὐελπιστῶ ὅτι τὸ βοήθημα αὐτὸ θὰ τὸ εὕρουν οἱ μαθηταὶ τῶν μέσων τεχνικῶν σχολῶν εἰς τὸ παρὸν βιβλίον.

Εὐχαριστῶ τὴν Ἐπιτροπὴν Ἐκδόσεων τοῦ Ἱδρύματος Εὐγενίδου διὰ τὴν ἀνάθεσιν τῆς συγγραφῆς τοῦ βιβλίου ὡς καὶ διὰ τὰς ὑποδείξεις καὶ πο-

λυτίμους συμβουλάς της, αἱ ὁποῖαι συνέβαλον εἰς τὴν ἀρτιότητα τοῦ περιεχομένου καὶ τῆς ἐκδόσεως. Εὐχαριστῶ ἐπίσης καὶ τὸν Τοπογράφον Μηχανικὸν κ. Ἀστέριον Σαμαρᾶν διὰ τὰς πολυτίμους ὑποδείξεις του, χάρις εἰς τὰς ὁποίας ἐβελτιώθη σημαντικῶς τὸ περιεχόμενον τοῦ παρόντος.

Ὁ Συγγραφεύς

ΠΙΝΑΞ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

Εἰσαγωγὴ

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ

ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΑΠΟΤΥΠΩΣΙΣ

ΤΜΗΜΑ Α΄. ΓΕΝΙΚΟΤΗΤΕΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 1

Διαίρεσις Ὁριζοντίας Ἀποτυπώσεως

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 2

Μέτρησις ὁριζοντίων γωνιῶν

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 3

Μέτρησις ὁριζοντίων γωνιῶν διὰ τοῦ θεοδολίχου

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 4

Μέτρησις ὁριζοντίων γωνιῶν διὰ τῆς γωνιομετρικῆς πυξίδος

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 5

Μέτρησις ὁριζοντίων ἀποστάσεων

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 6

Μέτρησις ὁριζοντίων ἀποστάσεων διὰ κανόνων

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 7

Μέτρησις ὁριζοντίων ἀποστάσεων διὰ μετροταινιῶν καὶ μετροσυρμάτων

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 8

Ὀπτικὴ μέτρησις ὁριζοντίων ἀποστάσεων

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 9

Πρόχειρος μέτρησις ὁριζοντίων ἀποστάσεων

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 10

Ἔμμεσος μέτρησις ὁριζοντίων ἀποστάσεων

ΤΜΗΜΑ Β΄. (ΠΡΩΤΟΥ ΜΕΡΟΥΣ). ΓΗΠΕΔΟΜΕΤΡΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 11

Ἀντικείμενον Γηπεδομετρίας

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 12

Ὁριζοντία ἀποτύπωσις κοινῶν σημείων

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 13

Ἀποτύπωσις γηπέδων

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 14

Ἐμβαδομέτρησις γηπέδων

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 15

Διανομὴ γηπέδων

ΤΜΗΜΑ Γ'. (ΠΡΩΤΟΥ ΜΕΡΟΥΣ). ΠΟΛΥΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 16

Πολυγωνικαὶ ὁδεύσεις

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 17

Ὁριζοντία ἀποτύπωσις πολυγωνικῶν ὁδεύσεων

ΤΜΗΜΑ Δ'. (ΠΡΩΤΟΥ ΜΕΡΟΥΣ). ΤΡΙΓΩΝΙΣΜΟΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 18

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟΝ

ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΟΣ ΑΠΟΤΥΠΩΣΙΣ Ἢ ΥΨΟΜΕΤΡΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 19

Ὑψόμετρα - Χωροστάθμησις

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 20

Γεωμετρικὴ χωροστάθμησις

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

0·1 Τί εἶναι Τοπογραφία.

Τοπογραφία εἶναι ἡ ἐπιστήμη, ποὺ μᾶς διδάσκει τὰς μεθόδους καὶ τὰ ὄργανα, μὲ τὰ ὁποῖα ἔχομε τὴν δυνατότητα νὰ ἀπεικονίσωμε μὲ ἀκρίβειαν τὴν ἐπιφάνειαν τῆς γῆς.

Καὶ λέγομε «μὲ ἀκρίβειαν», διότι ἁπλῆν ἀπεικόνισιν τμήματος ἐπιφανείας τῆς γῆς εἶναι δυνατὸν νὰ κάνη καὶ ἡ ζωγραφική. Εἰς ἕνα ζωγραφικὸν πίνακα ὅμως δὲν δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμε πόση ἀκριβῶς εἶναι εἰς τὴν πραγματικότητα ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο σημείων τοῦ πίνακος, λ.χ. μεταξὺ τῆς γωνίας ἑνὸς σπιτιοῦ καὶ τοῦ κορμοῦ ἑνὸς δένδρου. Οὔτε δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμε ἐπίσης ἀκριβῶς πόσον ὑψηλότερα εὑρίσκεται ἕνα σημεῖον ἀπὸ ἕνα ἄλλο, λ.χ. ἡ κορυφὴ ἑνὸς λόφου ἀπὸ τὸν σταυρὸν μιᾶς ἐκκλησίας.

Αὐτὴν τὴν δυνατότητα μᾶς τὴν παρέχει τὸ *τοπογραφικὸν σχέδιον*. Συμπεραίνομε λοιπὸν ὅτι ἡ ἀπεικόνισις τῆς γῆς, ποὺ γίνεται ἀπὸ τὴν Τοπογραφίαν, εἶναι ἐντελῶς διάφορος ἀπὸ ἐκείνην, ποὺ κάνει ἡ ζωγραφική, καὶ αὐτὸ ὀφείλεται εἰς τὴν διαφορὰν τῶν μεθόδων, ποὺ ἀκολουθοῦνται κατὰ τὰς δύο ἀπεικονίσεις.

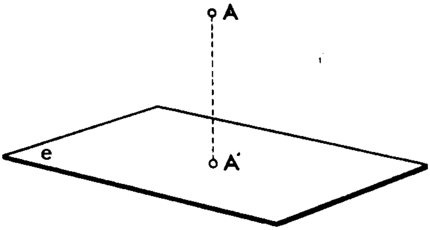
Διὰ νὰ καταλάβωμε πῶς ἀπεικονίζει τὴν ἐπιφάνειαν τῆς γῆς ἡ Τοπογραφία, ἀρκεῖ νὰ ὑποθέσωμε ὅτι εὑρισκόμεθα μέσα εἰς ἕνα ἑλικόπτερον, τὸ ὁποῖον ἀνέρχεται εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν. Ὅσον ὑψηλότερα ἀνερχόμεθα, τόσον περισσότερον σχηματίζομε τὴν ἐντύπωσιν ὅτι αἱ ἀνωμαλίαι τοῦ ἐδάφους ἐξαφανίζονται καὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆς γῆς γίνεται λεία, ὅπως ἡ ἐπιφάνεια μιᾶς σφαίρας. Ἀπὸ τὸ ἕνα μέρος δηλαδὴ χάνομε τὴν αἴσθησιν τῶν ὑψομετρικῶν διαφορῶν, ἐνῶ ἀπὸ τὸ ἄλλο ἀποκτοῦμε ἀκριβεστέραν ἀντίληψιν τῶν ἀποστάσεων μεταξὺ τῶν διαφόρων σημείων τοῦ ἐδάφους καὶ τῶν πραγματικῶν σχημάτων τῶν ποταμῶν, τῶν δρόμων, τῶν χωραφιῶν κλπ.

Ἀνάλογον ἀπεικόνισιν τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς, δηλαδὴ ἐκ *τῶν ἄνω,* κάνει καὶ ἡ Τοπογραφία μὲ τὸ νὰ παριστᾶ ὄχι αὐτὰ καθ' ἑαυτὰ τὰ σημεῖα τοῦ ἐδάφους, ὅπως εἶναι εἰς τὴν πραγματικότητα, ἀλλὰ τὰς *ὀρθὰς προβολὰς τῶν σημείων αὐτῶν ἐπὶ τῆς σφαιροειδοῦς ἐπιφανείας τῆς γῆς*, δηλαδὴ ἐπὶ τοῦ *γεωειδοῦς*.

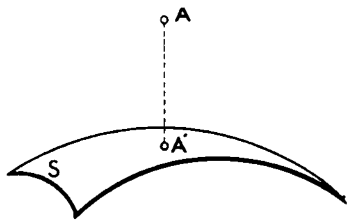
Ἂς ἐξηγήσωμε ὅμως ποία εἶναι ἡ ἀκριβὴς σημασία τῶν ἐννοιῶν *ὀρθὴ προβολὴ σημείου* καὶ *γεωειδές*.

0·2 Ὀρθὴ προβολὴ σημείου.

Ἔστω ὅτι ἔχομε τὸ ἐπίπεδον e (σχ. 0·2α) καὶ ἕνα σημεῖον A, τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται ἐκτὸς αὐτοῦ. Ἂν ἀπὸ τὸ A φέρωμε κάθετον πρὸς τὸ e, τότε τὸ σημεῖον A΄, ὅπου ἡ κάθετος τέμνει τὸ ἐπίπεδον, ὀνομάζεται *ὀρθὴ προβολὴ* τοῦ σημείου A ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου e.



Σχ. 0·2α.

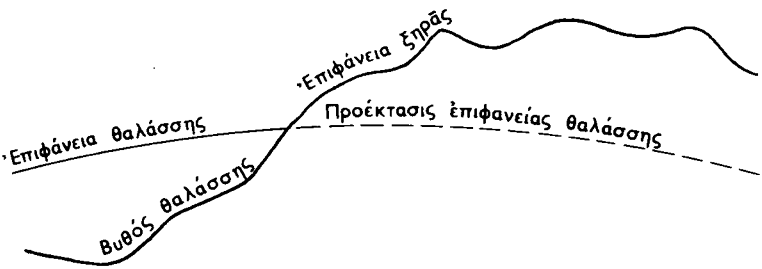


Σχ. 0·2β.

Ἐὰν ἀντὶ τοῦ ἐπιπέδου e θεωρήσωμε τὴν ἐπιφάνειαν s (σχ. 0·2β), τότε ὀρθὴν προβολὴν τοῦ σημείου A ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας s ὀνομάζομε τὸν πόδα τῆς καθέτου A΄, ποὺ ἄγεται ἀπὸ τὸ σημεῖον A πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν.

0·3 Σχῆμα τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς. Γεωειδές.

Ὡς γνωστόν, ἡ ἐπιφάνεια τῆς γῆς καλύπτεται ἐν μέρει ἀπὸ ξηρὰν καὶ ἐν μέρει ἀπὸ θάλασσαν. Ἡ ἐπιφάνεια τῆς θαλάσσης εἶναι ὁμαλὴ καὶ ἔχει κανονικὸν σχῆμα. Τὸ ἀντίθετον συμβαίνει μὲ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς ξηρᾶς. Ἐπειδὴ ὅμως ἡ ξηρὰ καταλαμβάνει μόνον τὸ ἕνα πέμπτον τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς, ἐνῶ ἐκ παραλλήλου αἱ ἀνωμαλίαι της εἶναι πολὺ μικραὶ ἐν σχέσει μὲ τὸν γήϊνον ὄγκον, δυνάμεθα νὰ τὴν ἀγνοήσωμε καὶ ὡς ἐπιφάνειαν τῆς γῆς νὰ θεωρήσωμε τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης καὶ τὴν νοητὴν προέκτασίν της κάτω ἀπὸ τὴν ξηρὰν (σχ. 0·3α). Ἡ ἐπιφάνεια, ποὺ προκύπτει κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον, ὀνομάζεται *γεωειδές*.

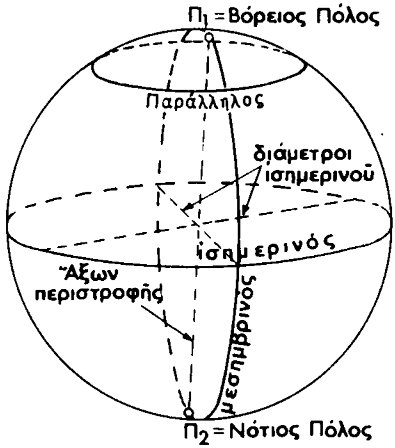


Σχ. 0·3 α.

Τὸ γεωειδὲς δὲν εἶναι μία τελεία σφαιρικὴ ἐπιφάνεια, ὅπως θὰ ἐνόμιζε κανεὶς ἐκ πρώτης ὄψεως. Γνωρίζομε ἀπὸ τὴν Στερεομετρίαν ὅτι ὅλαι αἱ διάμετροι μιᾶς σφαιρικῆς ἐπιφανείας εἶναι ἴσαι μεταξύ των. Αὐτὸ ὅμως δὲν συμβαίνει μὲ τὸ γεωειδές. Ὑπάρχει δηλαδὴ μία διάμετρος τοῦ γεωειδοῦς, ἡ ὁποία εἶναι μικροτέρα ἀπὸ ὅλας τὰς ἄλλας. Αὐτὴ ἡ διάμετρος συμπίπτει μὲ τὸν ἄξονα περιστροφῆς τῆς γῆς, τὰ δὲ ἄκρα της ἀποτελοῦν τοὺς πόλους τῆς γῆς· τὸ μὲν ἕνα τὸν ***βόρειον πόλον*** τὸ δὲ ἄλλο τὸν ***νότιον πόλον*** (σχ. 0·3 β).

Ἐὰν κόψωμε τὸ γεωειδὲς μὲ διάφορα ἐπίπεδα, τὰ ὁποῖα νὰ διέρχωνται ἀπὸ τὸν ἄξονα περιστροφῆς, τότε λαμβάνομε ὡς τομὰς τοὺς *μεσημβρινοὺς* τῆς γῆς. Προφανῶς οἱ μεσημβρινοὶ δὲν εἶναι τέλειοι κύκλοι, ἀφοῦ περιλαμβάνουν ὡς διάμετρον τὸ εὐθύγραμμον τμῆμα $\Pi_1\Pi_2$, δηλαδὴ τὴν μικροτέραν διάμετρον τοῦ γεωειδοῦς.

Ἐὰν ὅμως κόψωμε τὸ γεωειδὲς μὲ ἐπίπεδα κάθετα πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς, τότε λαμβάνομε ὡς τομὰς τελείους κύκλους, ποὺ ὀνομάζονται *παράλληλοι κύκλοι* τῆς γῆς. Ὁ μέγιστος παράλληλος κύκλος, ὁ ὁποῖος προκύπτει, ὅταν τὸ ἐπίπεδον τὸ κάθετον πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς διέρχεται ἀπὸ τὸ κέντρον τῆς γῆς, εἶναι ὁ γνωστὸς *ἰσημερινὸς* (σχ. 0·3β).



Σχ. 0·3β.

Διὰ νὰ ἀντιληφθῇ κανεὶς πόσον ὀλίγον διαφέρει τὸ γεωειδὲς ἀπὸ μίαν τελείαν σφαιρικὴν ἐπιφάνειαν, ἀρκεῖ νὰ ὑπολογίσῃ τὴν διαφοράν, ποὺ παρουσιάζει μία ἀπὸ τὰς μεγαλυτέρας διαμέτρους τοῦ γεωειδοῦς, δηλαδὴ μία ἀπὸ τὰς ἴσας διαμέτρους R_1 τοῦ ἰσημερινοῦ, πρὸς τὴν μικροτέραν διάμετρον R_2 τοῦ γεωειδοῦς, δηλαδὴ πρὸς τὸ εὐθύγραμμον τμῆμα $\Pi_1\Pi_2$ (σχ. 0·3β), καὶ ἔπειτα νὰ διαιρέσῃ τὴν διαφορὰν αὐτὴν μὲ τὴν μεγαλυτέραν διάμετρον R_1.

Ἐπειδὴ $R_1 = 12\,754$ km (χιλιόμετρα) καὶ $R_2 = 12\,712$ km, ἔπεται ὅτι τὸ πηλίκον τῆς διαιρέσεως θὰ εἶναι:

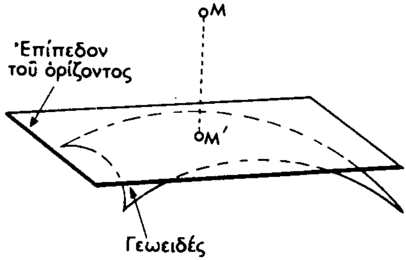
$$\frac{R_1 - R_2}{R_1} = \frac{12\,754 - 12\,712}{12\,754} = 0{,}003\,2.$$

Ἡ πολὺ μικρὰ τιμὴ τοῦ πηλίκου σημαίνει ὅτι καὶ ἡ διαφορὰ τοῦ γεωειδοῦς ἀπὸ μίαν τελείαν σφαιρικὴν ἐπιφάνειαν εἶναι πολὺ μικρά. Τόσον μάλιστα, ὥστε νὰ μὴ βλάπτεται καθόλου ἡ ἀκρίβεια τῶν διαφόρων μετρήσεων καὶ ὑπολογισμῶν, ποὺ κάνομε, ὅταν θέλωμε νὰ ἀπεικονίσωμε τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐδάφους, ἐὰν παραδεχθοῦμε ὅτι τὸ γεωειδὲς εἶναι μία τελεία σφαιρικὴ ἐπιφάνεια. Αὐτὴ ἡ παραδοχὴ μᾶς ὁδηγεῖ εἰς σημαντικὰς ἁπλοποιήσεις κατὰ τὰς μετρήσεις καὶ τοὺς ὑπολογισμούς μας.

0·4 Ἐπίπεδον τοῦ ὁρίζοντος.

Εἴδαμε εἰς τὴν παράγραφον 0·1 ὅτι ἡ Τοπογραφία ἀπεικονίζει μὲ ἀκρίβειαν τὰ διάφορα σημεῖα τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐδάφους καὶ ὅτι παριστάνει ὄχι αὐτὰ καθ' ἑαυτὰ τὰ σημεῖα, ἀλλὰ τὰς ὀρθὰς προβολάς των ἐπὶ τοῦ γεωειδοῦς. Εἶναι δὲ αἱ ὀρθαὶ αὐταὶ προβολαί, ὅπως ἐξηγήσαμε, οἱ πόδες τῶν καθέτων, ποὺ ἄγονται ἀπὸ τὰ σημεῖα πρὸς τὸ γεωειδές. Αὐτὸ συμβαίνει, ὅταν πρόκειται νὰ ἀπεικονίσωμε μεγάλας περιοχὰς τῆς γῆς, ὁπότε δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἀγνοήσωμε τὴν καμπυλότητα τοῦ γεωειδοῦς. Ὅταν ὅμως πρόκειται νὰ ἀπεικονίσωμε μικρὰς περιοχάς, τότε ἡ καμπυλότης αὐτὴ εἶναι ἀνεπαίσθητος. Δυνάμεθα λοιπὸν νὰ τὴν ἀγνοήσωμε καὶ νὰ θεωρήσωμε ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ γεωειδοῦς συμπίπτει μὲ τὸ ἐπίπεδον, ποὺ ἐφάπτεται τοῦ γεωειδοῦς εἰς τὸ κέντρον τῆς περιοχῆς (σχ. 0·4 α). Δηλαδή, ἂν Μ εἶναι τὸ κέντρον αὐτὸ καὶ Μ′ ἡ ὀρθὴ προβολή του, δυνάμεθα νὰ θεωρήσωμε ὅτι διὰ τὴν μικρὰν αὐτὴν περιοχὴν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ γεωειδοῦς συμπίπτει μὲ τὸ ἐπίπεδον, ποὺ ἐφάπτεται τοῦ γεωειδοῦς εἰς τὸ σημεῖον Μ′. Τὸ ἐπίπεδον αὐτὸ ὀνομάζεται *ἐπίπεδον τοῦ ὁρίζοντος* τῆς περιοχῆς (σχ. 0·4 α).

Μὲ τὸ νὰ θεωρήσωμε τὸ ἐπίπεδον τοῦ ὁρίζοντος ἀντὶ τοῦ γεωειδοῦς κατὰ τὴν ἀπεικόνισιν μικρῶν περιοχῶν ἐπιτυγχάνομε νέας ἁπλοποιήσεις τῶν σχετικῶν μετρήσεων καὶ ὑπολογισμῶν. Ἀφ' ἑτέρου δὲν βλάπτεται καὶ πάλιν ἡ ἀκρίβεια, μὲ τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ προσδιορισθοῦν αἱ ὀρθαὶ προβολαὶ τῶν διαφόρων σημείων τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐδάφους, ὑπὸ μίαν ὅμως προϋπόθεσιν: ὅτι τὸ μέγιστον μῆκος τῆς περιοχῆς, ποὺ θέλομε νὰ ἀπεικονίσωμε, δὲν ὑπερβαίνει τὰ 20 km. Διὰ τὴν ἀπεικόνισιν μεγαλυτέρων περιοχῶν λαμβάνομε τὰς ὀρθὰς προβολὰς ἐπὶ τοῦ γεωειδοῦς, τὸ ὁποῖον, ὅπως εἴπαμε ἤδη, θεωρεῖται ὡς τελεία σφαιρικὴ ἐπιφάνεια.



Σχ. 0·4 α.

Εἰς τὸ ἑξῆς τὰς ὀρθὰς προβολὰς τῶν διαφόρων σημείων τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐδάφους, εἴτε ἐπὶ τοῦ γεωειδοῦς εἴτε ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ ὁρίζοντος, θὰ τὰς ὀνομάζωμε χάριν συντομίας *ὁριζοντίας προβολάς*.

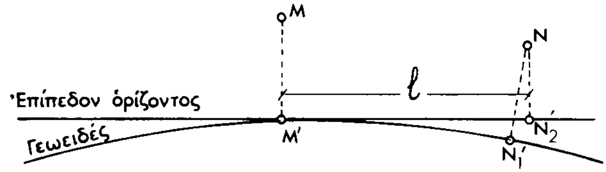
0·5 Ὑψόμετρα.

Ἡ ἀπεικόνισις τοῦ ἐδάφους μόνον μὲ τὰς ὁριζοντίας προβολὰς τῶν διαφόρων σημείων του δὲν εἶναι φυσικὰ πλήρης, ὅπως δὲν εἶναι πλήρης καὶ ἡ εἰκὼν τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς, ὅταν τὴν βλέπωμε ἀπὸ ἕνα ἑλικόπτερον. Καὶ εἰς τὰς δύο περιπτώσεις δὲν δυνάμεθα νὰ διακρίνωμε τὰς ὑψομετρικὰς διαφοράς. Δὲν ἔχομε δηλαδὴ τὴν δυνατότητα νὰ ἐκτιμήσωμε πόσον ὑψηλότερα εὑρίσκεται ἕνα σημεῖον ἐν σχέσει πρὸς ἕνα ἄλλο. Πρὸς τοῦτο εἶναι ἀναγκαῖον νὰ γνωρίζωμε τὰ *ὑψόμετρα* τῶν διαφόρων σημείων.

Ὑψόμετρον ἑνὸς σημείου τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς ὀνομά-

ζομε τὴν ἀπόστασιν τοῦ σημείου αὐτοῦ ἀπὸ τὴν ὀρθὴν προβολήν του ἐπὶ τοῦ γεωειδοῦς. Ὅταν ἐκτὸς ἀπὸ τὰς ὀρθὰς προβολὰς γνωρίζωμε καὶ τὰ ὑψόμετρα τῶν διαφόρων σημείων τοῦ ἐδάφους, τότε ἔχομε σαφῆ ἀντίληψιν τῶν ὑψομετρικῶν διαφορῶν καὶ συνεπῶς δυνάμεθα νὰ ἀπεικονίσωμε πλήρως τὴν ἐπιφάνειαν τῆς γῆς.

Ἐδῶ πρέπει νὰ διευκρινισθῇ ὅτι διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν ὑψομέτρων δὲν ἐπιτρέπεται νὰ ἀγνοῆται ἡ σφαιρικότης τοῦ γεωειδοῦς, ὅπως συμβαίνει μὲ τὸν προσδιορισμὸν τῶν ὁριζοντίων προβολῶν. Δηλαδὴ δὲν ἐπιτρέπεται νὰ μετροῦνται τὰ ὑψόμετρα ἐν σχέσει πρὸς τὸ ἐπίπεδον τοῦ ὁρίζοντος τοῦ κέντρου τῆς περιοχῆς, ποὺ θέλομε νὰ ἀπεικονίσωμε, διότι τότε προκύπτουν μεγάλα λάθη. Ἕνα τέτοιο λάθος ἐκφράζεται ἀπὸ τὴν διαφορὰν $NN_1' - NN_2' = d$ τοῦ σχήματος 0·5 α, ὅπου N_1' εἶναι ἡ ὁριζοντία προβολὴ τοῦ τυ-



Σχ. 0·5 α.

χόντος σημείου N ἐπὶ τοῦ γεωειδοῦς καὶ N_2' εἶναι ἡ ὁριζοντία προβολὴ τοῦ N ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ ὁρίζοντος τοῦ κέντρου τῆς περιοχῆς M.

Ὅσον τὸ N εὑρίσκεται πλησιέστερον πρὸς τὸ M, τόσον ἡ διαφορὰ $NN_1' - NN_2' = d$ καθίσταται μικροτέρα. Τοιουτοτρόπως ἂν ἡ ἀπόστασις l τῶν σημείων M′ καὶ N′ ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ ὁρίζοντος τοῦ σημείου M ἰσοῦται μὲ 350 m (μέτρα), τότε ἡ διαφορὰ d ἰσοῦται μὲ 1 cm (ἑκατοστόμετρον), δηλαδὴ εἶναι ἀνεκτή. Ἂν ὅμως $l = 1\,000$ m, τότε $d = 8$ cm καὶ ἂν $l = 10$ km τότε $d = 7$ m. Βλέπομε δηλαδὴ ὅτι ἡ ἀντικατάστασις τοῦ γεωειδοῦς μὲ τὸ ἐπίπεδον τοῦ ὁρίζοντος τοῦ σημείου M εἶναι παραδεκτὴ διὰ περιοχὰς τοῦ ἐδάφους μὲ μέγιστον μῆκος τὸ πολὺ 700 m, δηλαδὴ τὸ διπλάσιον τοῦ 350. Συνήθως ὅμως ἔχομε νὰ ἀπεικονίσωμε περιοχὰς μὲ ἀσυγκρίτως μεγαλυτέρας διαστάσεις. Ἄρα μία τέτοια ἀντικατάστασις εἶναι πρακτικῶς ἄχρηστος.

0·6 Ἀποτύπωσις. Κατωτέρα καὶ Ἀνωτέρα Γεωδαισία.

Διὰ νὰ ἐπιτύχωμε τὴν ἀκριβῆ ἀπεικόνισιν μιᾶς περιοχῆς τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς, ἀρκεῖ νὰ ἀπεικονίσωμε ἀκριβῶς διάφορα χαρακτηριστικὰ σημεῖα της. Ὅταν δὲ λέγωμε ἀκριβῆ ἀπεικόνισιν ἑνὸς σημείου τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς, ἐννοοῦμε τὸν καθορισμὸν τῆς ὁριζοντίας προβολῆς του καὶ τοῦ ὑψομέτρου του. Ὁ ἀκριβὴς καθορισμὸς αὐτῶν τῶν δύο στοιχείων λέγεται *ἀποτύπωσις*. Ἡ ἀποτύπωσις μικρῶν περιοχῶν τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς, ὅπου τὸ γεωειδὲς ἠμπορεῖ νὰ θεωρηθῇ ὅτι συμπίπτει μὲ τὸ ἐπίπεδον τοῦ ὁρίζοντος, χωρὶς νὰ διαπράττεται ἀξιόλογον σφάλμα κατὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν ὁριζοντίων προβολῶν, ἀποτελεῖ ἀντικείμενον τῆς Τοπογραφίας ἤ, ὅπως λέγεται ἀλλοιῶς, τῆς *Κατωτέρας Γεωδαισίας*. Ἡ ἀποτύπωσις μεγάλων περιοχῶν τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς, ὅπου τὸ γεωειδὲς πρέπει νὰ θεωρηθῇ ὡς σφαιρικὴ ἐπιφάνεια διὰ νὰ προσδιορισθοῦν μὲ ἀκρίβειαν αἱ ὀρθαὶ προβολαί, ἀποτελεῖ ἀντικείμενον τῆς *Ἀνωτέρας Γεωδαισίας*.

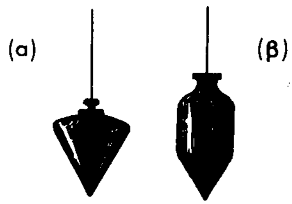
Ἡ Κατωτέρα Γεωδαισία ἢ Τοπογραφία καὶ ἡ Ἀνωτέρα Γεωδαισία ὑπάγονται εἰς τὸν εὐρύτερον κύκλον, ποὺ ὀνομάζεται *Γεωδαισία*.

0·7 Χρησιμότης τῆς Τοπογραφίας.

Ἡ Τοπογραφία ἔχει ἄμεσον καὶ ἔμμεσον χρησιμότητα. Ἄμεσον μέν, ὅταν μᾶς ἐνδιαφέρῃ αὐτὴ καθ' ἑαυτὴν ἡ ἀποτύπωσις ἑνὸς τμήματος τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς, ὅπως π.χ. ἡ ἀποτύπωσις ἑνὸς χωραφιοῦ ἢ ἑνὸς οἰκοπέδου, ἔμμεσον δέ, ὅταν κατασκευάζωμε ἕνα τεχνικὸν ἔργον. Χρειάζεται δηλαδὴ τότε νὰ γνωρίζωμε τὴν ἀκριβῆ μορφὴν τοῦ ἐδάφους οὕτως, ὥστε νὰ τοποθετήσωμε τὸ τεχνικὸν ἔργον ἐπάνω εἰς αὐτό. Ἐπίσης κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς κατασκευῆς πρέπει νὰ ἐλέγχωμε, ἐὰν τὸ τεχνικὸν ἔργον κατασκευάζεται συμφώνως πρὸς τὰ σχέδια. Διὰ νὰ κάνωμε τὸν ἔλεγχον αὐτὸν χρησιμοποιοῦμε μέσα καὶ μεθόδους, ποὺ διδάσκει ἡ Τοπογραφία.

0·8 Κατακόρυφος εὐθεῖα σημείου. Νῆμα τῆς στάθμης.

Ἡ κάθετος, ποὺ ἄγεται ἀπὸ ἕνα σημεῖον Α πρὸς τὸ γεωειδές, δηλαδὴ ἡ εὐθεῖα, ποὺ ἑνώνει τὸ σημεῖον Α μὲ τὴν ὁριζοντίαν προβολήν του Α′ ὀνομάζεται *κατακόρυφος* εὐθεῖα τοῦ σημείου Α.

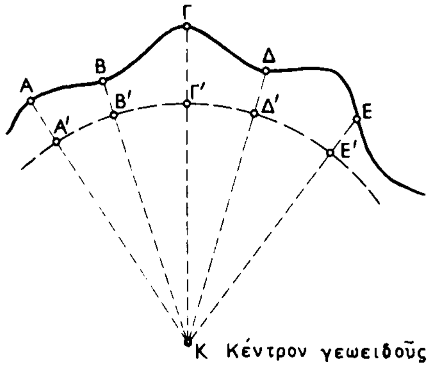


Σχ. 0·8 α.

Κατακόρυφος εἶναι ἡ διεύθυνσις, τὴν ὁποίαν λαμβάνει ἕνα νῆμα, ἐὰν τοῦ προσδέσωμε εἰς τὸ ἕνα ἄκρον ἕνα μεταλλικὸν σῶμα καὶ τὸ ἀναρτήσωμε ἀπὸ τὸ ἄλλο ἄκρον. Ὁ συνδυασμὸς τοῦ νήματος μὲ τὸ μεταλλικὸν σῶμα ὀνομάζεται *νῆμα τῆς στάθμης* (σχ. 0·8 α).

Τὸ νῆμα τῆς στάθμης εἶναι τὸ ἁπλούστερον καὶ μαζὶ μὲ τὴν ἀεροστάθμην τὸ πλέον διαδεδομένον ὄργανον εἰς τὴν Τοπογραφίαν. Χρησιμοποιεῖται εἴτε χωριστὰ εἴτε ἐν συνδυασμῷ μὲ διάφορα ἄλλα πολύπλοκα τοπογραφικὰ ὄργανα διὰ τὴν κατακόρυφωσιν διαφόρων εὐθειῶν.

Τὸ μεταλλικὸν σῶμα, ποὺ προσδένεται εἰς τὸ νῆμα τῆς στάθμης, ἔχει σχῆμα κώνου ἢ κώνου καὶ κυλίνδρου (σχ. 0·8 α). Ὁταν ἀναρτήσωμε τὸ νῆμα τῆς στάθμης καὶ τὸ μεταλλικὸν σῶμα ἠρεμήση, πρέπει ἡ προέκτασις τοῦ νήματος νὰ διέρχεται ἀπὸ τὸ αἰχμηρὸν ἄκρον τοῦ μεταλλικοῦ σώματος. Αὐτὸ ἀποτελεῖ τὴν *συνθήκην ἀκριβείας* τοῦ ὀργάνου.



Σχ. 0·8β.

Αἱ κατακόρυφοι ΑΑ′, ΒΒ′, ΓΓ′, ΔΔ′, κλπ. τῶν διαφόρων σημείων τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐδάφους διέρχονται ὅλαι ἀπὸ τὸ κέντρον τοῦ γεωειδοῦς (σχ. 0·8β). Διὰ πολὺ μικρὰ ὅμως τμήματα τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς ἐπιτρέπεται νὰ θεωρήσωμε τὰς κατακορύφους ὡς παραλλήλους μεταξύ των.

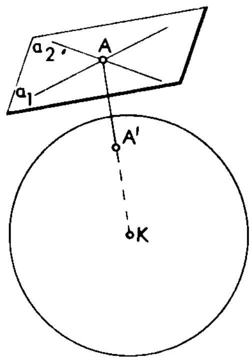
0·9 Ὁριζοντία εὐθεῖα καὶ ὁριζόντιον ἐπίπεδον σημείου. Ἀεροστάθμαι.

1. *Ὁρισμὸς ὁριζοντίας εὐθείας καὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου.*

Ὁριζοντία εὐθεῖα ἑνὸς σημείου Α ὀνομάζεται μία εὐθεῖα, ποὺ διέρχεται ἀπὸ τὸ σημεῖον Α καὶ εἶναι κάθετος πρὸς τὴν ἀντίστοιχον κατακόρυφον ΑΑ′. Ὅλαι αἱ ὁριζόντιαι εὐθεῖαι ἑνὸς σημείου, ὅπως λ.χ. αἱ εὐθεῖαι α_1 καὶ α_2 τοῦ σχήματος 0·9α, σχηματίζουν ἕνα ἐπίπεδον. Τὸ ἐπίπεδον αὐτὸ ὀνομάζεται *ὁριζόντιον ἐπίπεδον* τοῦ σημείου.

2. *Σωληνωτὴ ἀεροστάθμη.*

Ὅπως διὰ τὴν κατακορύφωσιν μιᾶς εὐθείας χρησιμοποιεῖται τὸ νῆμα τῆς στάθμης, ἔτσι καὶ διὰ τὴν ὁριζοντίωσιν μιᾶς εὐθείας χρησιμοποιεῖται ἡ *σωληνωτὴ ἀεροστάθμη.*

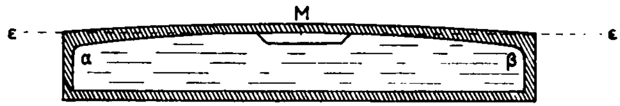


Σχ. 0·9α.

Εἶναι καὶ αὐτὴ ἕνα ὄργανον πολὺ διαδεδομένον εἰς τὴν Τοπογραφίαν, τὸ ὁποῖον συνδυάζεται συνήθως μὲ ἄλλα πολύπλοκα τοπογραφικὰ ὄργανα.

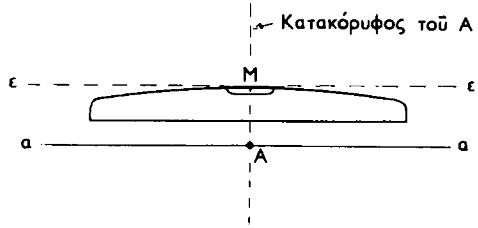
Τὸ κύριον μέρος τῆς σωληνωτῆς ἀεροστάθμης ἀποτελεῖται ἀπὸ ἕνα ὑάλινον σωλῆνα (σχ. 0·9β), ὁ ὁποῖος ἔχει τὴν ἐσωτερικήν του παρειὰν ά — β καμπυλωμένην εἰς σχῆμα κυκλικοῦ τόξου. Ὁ σωλὴν αὐτὸς εἶναι σχεδὸν γεμᾶτος μὲ λευκὸν οἰνόπνευμα ἢ αἰθέρα. Ἔτσι ὁ ἐναπομένων κενὸς χῶρος σχηματίζει μίαν φυσαλίδα. Ὅταν τὸ μέσον τῆς φυσαλίδος συμπίπτῃ μὲ τὸ μέσον Μ τοῦ τόξου α — β, τότε ἡ ἐφαπτομένη ε — ε τοῦ κυκλικοῦ τόξου εἰς τὸ σημεῖον Μ καθίσταται ὁριζοντία. Αὐτὴ ἡ σύμπτωσις ὀνομάζεται *ἰσορροπία τῆς ἀεροστάθμης* καὶ λέγομε τότε ὅτι ἡ ἀεροστάθμη *ἰσορροπεῖ*. Ἐξ ἄλλου τὸ σημεῖον Μ ὀνομάζεται *κανονικὸν σημεῖον* τῆς ἀεροστάθμης καὶ ἡ ἐφαπτομένη ε — ε *ἄξων τῆς ἀεροστάθμης.*

Διὰ νὰ ὁριζοντιώσωμε μίαν εὐθεῖαν α — α εἰς ἕνα σημεῖον της Α, πρέπει νὰ ἐπιτύχωμε τὰ ἑξῆς: α) Νὰ συσχετίσωμε τὴν εὐθεῖαν καὶ τὴν ἀεροστάθμην κατὰ τέτοιον τρόπον, ὥστε τὸ κα-



Σχ. 0·9β.

νονικὸν σημεῖον Μ τῆς ἀεροστάθμης νὰ κεῖται ἐπὶ τῆς κατακορύφου ΑΑ΄ καὶ ὁ ἄξων ε—ε τῆς ἀεροστάθμης νὰ εἶναι παράλληλος πρὸς τὴν εὐθεῖαν α—α (σχ. 0·9γ). β) Νὰ ὁριζοντιώσωμε

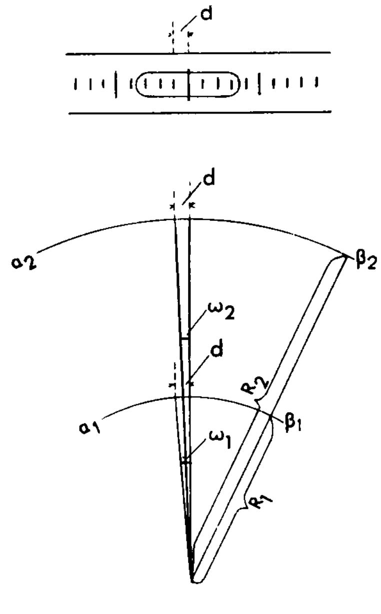


Σχ. 0·9γ.

τὴν ἀεροστάθμην, δηλαδὴ νὰ φέρωμε εἰς σύμπτωσιν τὸ μέσον τῆς φυσαλίδος μὲ τὸ κανονικὸν σημεῖον τῆς ἀεροστάθμης, ὁπότε ὁ ἄξων της ε—ε θὰ καταστῇ ὁριζόντιος ὡς πρὸς τὸ σημεῖον Μ. Συνεπῶς καὶ ἡ εὐθεῖα α—α, ποὺ εἶναι σταθερὰ παράλληλος πρὸς τὸν ἄξονα ε—ε, θὰ καταστῇ ὁριζοντία ὡς πρὸς τὸ σημεῖον Α.

Ἐδῶ πρέπει νὰ κάνωμε μίαν σπουδαίαν παρατήρησιν. ***Μία εὐθεῖα εἶναι ὁριζοντία μόνον ὡς πρὸς ἕνα σημεῖον της***, π.χ. ἡ εὐθεῖα α—α εἶναι ὁριζοντία μόνον ὡς πρὸς τὸ σημεῖον Α. Αὐτὸ σημαίνει ὅτι, ἂν μετὰ τὴν ἰσορροπίαν της εἰς τὸ σημεῖον Α μετακινήσωμε τὴν ἀεροστάθμην εἰς ἕνα ἄλλο σημεῖον τῆς α—α, τὸ A_1, μολονότι ὁ ἄξων ε—ε θὰ ἐξακολουθῇ νὰ εἶναι παράλληλος πρὸς τὴν α—α, ἡ ἀεροστάθμη θὰ παύσῃ νὰ ἰσορροπῇ. Θεωρητικῶς τὸ φαινόμενον παρατηρεῖται διὰ κάθε σημεῖον A_1 τῆς α — α διάφορον τοῦ Α. Εἰς τὴν πρᾶξιν ὅμως πρέπει τὸ A_1 νὰ κεῖται εἰς κάποιαν ἀπόστασιν ἀπὸ τὸ Α. Ἡ ἀπόστασις αὐτὴ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν εὐαισθησίαν τῆς ἀεροστάθμης.

Ἄς ἰδοῦμε τώρα τί καλεῖται *εὐαισθησία* μιᾶς ἀεροστάθμης. Ἐὰν παρατηρήση κανεὶς τὸν σωλῆνα μιᾶς σωληνωτῆς ἀεροστάθμης, θὰ διαπιστώση ὅτι ἀπὸ τὸ ἕνα καὶ τὸ ἄλλο μέρος τοῦ κανονικοῦ σημείου ὑπάρχουν ὡρισμέναι χαραγαὶ (σχ. 0·9δ). Αἱ χα-



Σχ. 0·9δ.

ραγαὶ αὐταὶ ἰσαπέχουν μεταξύ των. Μάλιστα εἰς ὅλας σχεδὸν τὰς ἀεροστάθμας τηρεῖται μεταξὺ τῶν χαραγῶν ἡ ἰδία ἀπόστασις d, ἴση περίπου μὲ 2 mm (χιλιοστόμετρα). Ἡ ἐπίκεντρος γωνία ω τῆς ἀεροστάθμης, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ τόξον d, μετρεῖ τὴν εὐαισθησίαν τῆς ἀεροστάθμης. Ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ γωνία ω, δηλαδὴ ὅσον μικροτέρα στροφὴ τῆς ἀεροστάθμης ἀπαιτεῖται διὰ νὰ μετακινηθῇ τὸ μέσον τῆς φυσαλίδος ἀπὸ τὸ κανονικὸν σημεῖον εἰς τὴν πλησιεστέραν χαραγήν, τόσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ εὐαισθησία τῆς ἀεροστάθμης.

Ἀπὸ τὸ σχῆμα 0·9 δ, τὸ ὁποῖον παριστᾶ δύο ἀεροστάθμας μὲ τὴν ἰδίαν ἀπόστασιν d, ἀλλὰ διαφορετικὰς ἀκτῖνας καμπυλότητος, τὰς R_1 καὶ R_2, προκύπτει ὅτι ἡ γωνία ω εἶναι μικροτέρα εἰς ἐκείνην τὴν ἀεροστάθμην, ἡ ὁποία ἔχει τὴν μεγαλυτέραν ἀκτῖνα καμπυλότητος τοῦ τόξου α — β. Πράγματι $\omega_2 < \omega_1$. Ἑπομένως ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ ἀκτὶς καμπυλότητος R τοῦ τόξου α — β τῆς ἀεροστάθμης, τόσον μεγαλυτέρα εἶναι καὶ ἡ εὐαισθησία της.

Εἰς τὰς ἀεροστάθμας, αἱ ὁποῖαι συνδυάζονται μὲ τὰ διάφορα τοπογραφικὰ ὄργανα, ἡ γωνία ω κυμαίνεται ἀπὸ 20 ἕως 30 δεύτερα λεπτὰ τῆς μοίρας (παράγρ. 2·2 — Μονάδες μετρήσεως γωνιῶν). Ἐξ ἄλλου τὰ μεγέθη ω, R καὶ d συνδέονται μὲ τὴν σχέσιν:

$$d = \frac{\omega \pi R}{180} \quad \text{ἢ} \quad R = \frac{180\, d}{\omega \pi}.$$

Ἐὰν συνεπῶς θέσωμε τὸ d = 2 mm καὶ ἐκφράσωμε τὸ ω εἰς μοίρας, προκύπτει ὅτι τὸ R κυμαίνεται περίπου ἀπὸ 21 ἕως 14 m. Ἀντιλαμβάνεται λοιπὸν κανεὶς πόσας δυσκολίας παρέχει ἡ κατασκευὴ ἀεροσταθμῶν μὲ μεγάλην εὐαισθησίαν.

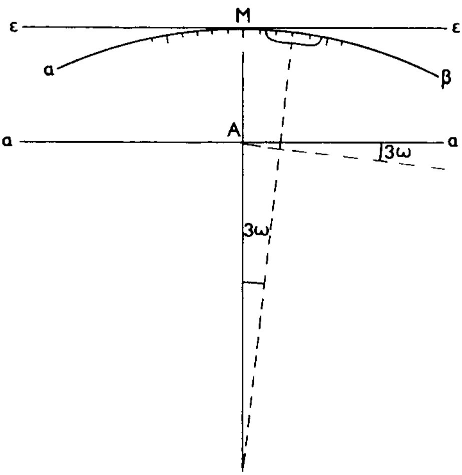
Αἱ χαραγαὶ τοῦ σωλῆνος τῆς ἀεροστάθμης, διὰ τὰς ὁποίας ὡμιλήσαμε προηγουμένως, ἔχουν φυσικὰ κάποιον σκοπόν.

Δηλαδή:

α´) Διευκολύνουν εἰς τὴν ὁριζοντίωσιν τῆς ἀεροστάθμης.

β´) Χρησιμεύουν εἰς τὸν ἔλεγχον καὶ τὴν ἀποκατάστασιν τῆς συνθήκης ἀκριβείας τῆς ἀεροστάθμης. (Τί καλεῖται συνθήκη ἀκριβείας μιᾶς ἀεροστάθμης, πῶς ἐλέγχεται καὶ πῶς ἀποκαθίσταται, θὰ ἐξηγηθῇ κατὰ τὴν περιγραφὴν τοῦ ἀντιστοίχου τοπογραφικοῦ ὀργάνου, μὲ τὸ ὁποῖον συνδυάζεται ἡ ἀεροστάθμη. Ἐδῶ ἀναφέρομε μόνον ὅτι ἡ συνθήκη αὐτὴ ἔχει σχέσιν μὲ τὴν παραλληλίαν τοῦ ἄξονος ε — ε τῆς ἀεροστάθμης καὶ τῆς εὐθείας α — α, ποὺ θέλομε νὰ ὁριζοντιώσωμε).

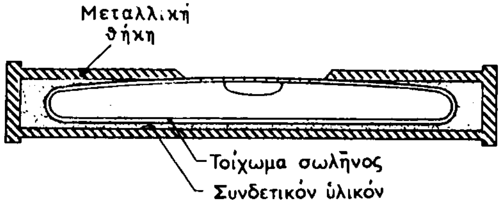
γ΄) Χρησιμεύουν διὰ τὴν μέτρησιν τῆς κλίσεως μιᾶς εὐθείας, ὅταν ἡ κλίσις αὐτὴ εἶναι πολὺ μικρὰ καὶ μάλιστα ὀλίγα μόνον πρῶτα λεπτὰ τῆς μοίρας. Ἔστω ὅτι ἡ εὐθεῖα εἶναι ἡ α — α καὶ ὅτι, ἀφοῦ ἠρεμήσῃ ἡ φυσαλὶς τῆς ἀεροστάθμης, τὸ μέσον της δὲν συμπίπτει μὲ τὸ κανονικὸν σημεῖον, ἀλλὰ συμπίπτει λ.χ. μὲ τὴν τρίτην χαραγὴν πρὸς τὰ δεξιὰ τοῦ κανονικοῦ σημείου (σχ. 0·9 ε). Αὐτὸ σημαίνει ὅτι ἡ α — α δὲν εἶναι ὁριζοντία εἰς τὸ Α, ἀλλὰ

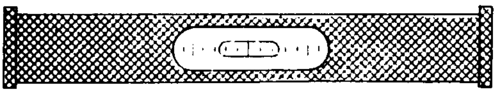


Σχ. 0·9 ε.

ἔχει μίαν κλίσιν ἴσην πρὸς 3ω, ὅπου ω ἡ γνωστή μας ἐπίκεντρος γωνία τῆς ἀεροστάθμης, δηλαδὴ ἡ γωνία ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ τόξον d. Συνήθως ὅμως εἰς τὴν πρᾶξιν δὲν χρησιμοποιοῦμε τὴν ἀεροστάθμην διὰ νὰ μετρήσωμε τὴν κλίσιν μιᾶς εὐθείας.

Ὁ σωλὴν τῆς ἀεροστάθμης δὲν εἶναι ποτὲ γυμνός. Προστατεύεται πάντοτε ἀπὸ μίαν θήκην. Εἰς τὰς σωληνωτὰς ἀεροστάθμας, ποὺ συνδυάζονται μὲ διάφορα τοπογραφικὰ ὄργανα, ἡ θήκη αὐτὴ εἶναι μεταλλικὴ (σχ. 0·9 ζ). Εἰς τὴν ἀεροστάθμην ὅμως τοῦ οἰκοδόμου, τὸ κοινὸν ἀλφάδι, ποὺ ὅλοι ἀσφαλῶς γνωρίζομε, ἡ θήκη τῆς ἀεροστάθμης εἶναι συνήθως ἀπὸ ξύλον. Ἡ σύνδεσις τοῦ σωλῆνος μὲ τὴν θήκην γίνεται μὲ κατάλληλον συνδετικὸν ὑλικὸν (συνήθως γύψον).



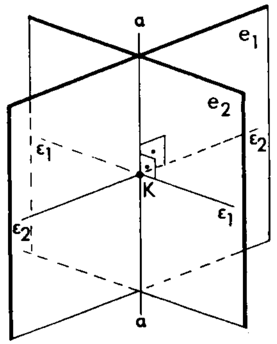


Σχ. 0·9 ζ.

Ἡ σωληνωτὴ ἀεροστάθμη ἔχει διαφόρους ὀνομασίας ἀναλόγως πρὸς τὸν τρόπον, μὲ τὸν ὁποῖον πραγματοποιεῖται ἡ παράλληλος σύνδεσις τοῦ ἄξονός της ε — ε μὲ τὴν εὐθεῖαν α — α, ποὺ θέλομε νὰ ὁριζοντιώσωμε. Ἐὰν ἡ ἀεροστάθμη τοποθετῆται ἐπὶ τῆς α — α, ὀνομάζεται *ἐπιθετή*. Ἐπιθετὴ π.χ. εἶναι ἡ ἀεροστάθμη τοῦ οἰκοδόμου, τὸ κοινὸν ἀλφάδι. Ἐὰν ἡ ἀεροστάθμη ἀναρτᾶται ἀπὸ τὴν α — α, ὀνομάζεται *ἀεροστάθμη ἀναρτήσεως*. Ἐπίσης ἀναλόγως πρὸς τὸν ἰδιαίτερον ρόλον ποὺ παίζει ἡ ἀεροστάθμη εἰς τὸ τοπογραφικὸν ὄργανον, μὲ τὸ ὁποῖον συνδυάζεται, ὀνομάζεται *ἐπιβατική*, *χωροσταθμική*, κλπ. Τὰς ἰδιαιτέρας αὐτὰς ὀνομασίας θὰ τὰς μνημονεύσωμε κατὰ τὴν περιγραφὴν τῶν ἀντιστοίχων τοπογραφικῶν ὀργάνων.

Ἡ σωληνωτὴ ἀεροστάθμη δὲν χρησιμεύει μόνον διὰ νὰ ὁριζοντιώσωμε μίαν εὐθεῖαν α — α, ἀλλὰ καὶ διὰ νὰ τὴν κατακορυφώσωμε. Ἀρκεῖ νὰ συσχετίσωμε τὴν ἀεροστάθμην μὲ τὴν εὐθεῖαν κατὰ τέτοιον τρόπον, ὥστε ὁ ἄξων ε — ε τῆς ἀεροστάθμης νὰ εἶναι κάθετος πρὸς τὴν α — α.

Ἐὰν τώρα ὁριζοντιώσωμε τὴν ἀεροστάθμην εἰς μίαν τυχοῦσαν θέσιν τοῦ ἄξονός της, ἔστω τὴν $\varepsilon_1 - \varepsilon_1$ (σχ. 0·9 η), ἡ $\alpha - \alpha$ θὰ καταστῇ εὐθεῖα τοῦ κατακορύφου ἐπιπέδου e_1, ποὺ διέρχεται ἀπὸ τὸ κανονικὸν σημεῖον K τῆς ἀεροστάθμης καὶ εἶναι κάθετον πρὸς τὴν $\varepsilon_1 - \varepsilon_1$. Ἐὰν κατόπιν στρέψωμε τὴν ἀεροστάθμην γύρω ἀπὸ τὴν εὐθεῖαν $\alpha - \alpha$, ἕως ὅτου ὁ ἄξων της συμπέσῃ μὲ τὸ ἐπίπεδον e_1, καὶ ἔπειτα τὴν ὁριζοντιώσωμε ἐκ νέου, τότε ἡ

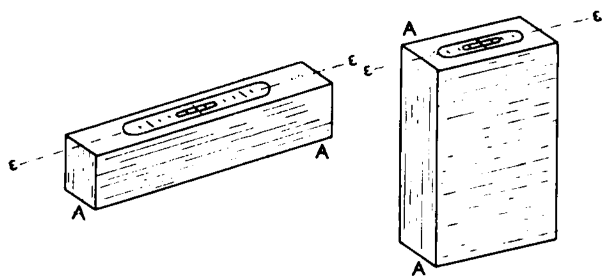


Σχ. 0·9 η

$\alpha - \alpha$, χωρὶς νὰ παύσῃ νὰ ἀνήκῃ εἰς τὸ ἐπίπεδον e_1, θὰ καταστῇ εὐθεῖα καὶ τοῦ ἐπιπέδου e_2, δηλαδὴ τοῦ ἐπιπέδου ποὺ διέρχεται ἀπὸ τὸ σημεῖον K καὶ εἶναι κάθετον πρὸς τὴν νέαν θέσιν $\varepsilon_2 - \varepsilon_2$ τοῦ ἄξονος τῆς ἀεροστάθμης. Κατ' ἀνάγκην λοιπὸν ἡ $\alpha - \alpha$ θὰ συμπέσῃ μὲ τὴν τομὴν τῶν δύο κατακορύφων ἐπιπέδων e_1 καὶ e_2, δηλαδὴ θὰ καταστῇ κατακόρυφος. Ἡ καθετότης τοῦ ἄξονος $\varepsilon - \varepsilon$ τῆς ἀεροστάθμης καὶ τῆς εὐθείας $\alpha - \alpha$ ἀποτελεῖ τὴν συνθήκην ἀκριβείας τοῦ ὀργάνου εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτήν.

Αὐταὶ εἶναι αἱ γενικαὶ ἀρχαί, ποὺ διέπουν ὅλας τὰς σωληνωτὰς ἀεροστάθμας, εἴτε χρησιμοποιοῦνται ὡς ἀνεξάρτητα ὄργανα, εἴτε συνδυάζονται μὲ ἄλλα ὄργανα πολυπλοκώτερα. Διὰ νὰ ἀντιληφθοῦμε καλύτερα τὰς ἀρχὰς αὐτὰς κρίνομε σκόπιμον νὰ περιγράψωμε μὲ ὀλίγα λόγια τὸν κοινότερον τύπον σωληνωτῆς ἀεροστάθμης, δηλαδὴ τὸ ἀλφάδι τοῦ οἰκοδόμου.

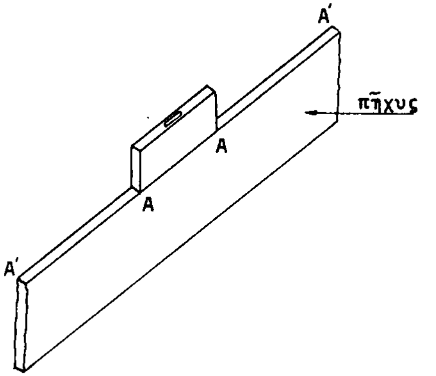
Ὑπάρχουν δύο τύποι τῆς ἀεροστάθμης αὐτῆς. Ὁ πρῶτος χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν ὁριζοντίωσιν καὶ ὁ δεύτερος διὰ τὴν κατακορύφωσιν μιᾶς εὐθείας. Καὶ εἰς τὰς δύο περιπτώσεις ἡ θήκη τῆς ἀεροστάθμης σχηματίζει ἕνα ὀρθογώνιον παραλληλεπίπεδον. Εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν ὅμως ἡ ἐπιμήκης ἕδρα ΑΑ τῆς θήκης εἶναι παράλληλος πρὸς τὸν ἄξονα ε — ε τῆς ἀεροστάθμης, ἐνῷ εἰς τὴν δευτέραν εἶναι κάθετος (σχ. 0·9θ).



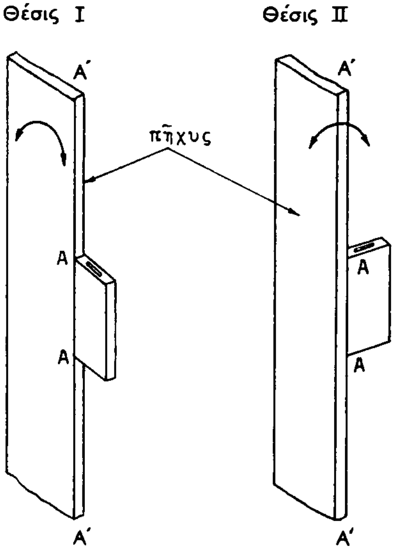
Σχ. 0·9θ.

Ἡ ὁριζοντίωσις μιᾶς εὐθείας εἰς τὴν Οἰκοδομικὴν ἀνάγεται εἰς τὴν ὁριζοντίωσιν ἑνὸς ξυλίνου πήχεως. Ὁ πῆχυς αὐτὸς εἶναι μία σανὶς τελείως εὐθυγραμμισμένη, μήκους 3 ἕως 4 μέτρων, ποὺ ἔχει παντοῦ τὸ ἴδιον πλάτος. Ἡ ἀεροστάθμη τοποθετεῖται ἐπάνω εἰς τὸν πῆχυν —δι' αὐτὸ τὴν εἴπαμε *ἐπιθετὴν*— οὕτως, ὥστε ἡ ἕδρα της ΑΑ νὰ ἐφαρμόζη μὲ τὴν στενὴν ἕδραν Α΄Α΄ τοῦ πήχεως (σχ. 0·9ι). Ὅταν ἡ ἀεροστάθμη ἰσορροπήση, ἡ ἕδρα Α΄Α΄ τοῦ πήχεως καθίσταται ὁριζοντία, ὑπὸ μίαν προϋπόθεσιν: Ὅτι ὁ ἄξων ε — ε εἶναι ἀκριβῶς παράλληλος πρὸς τὴν ἕδραν ΑΑ τῆς ἀεροστάθμης. Αὐτὴ εἶναι ἡ *συνθήκη ἀκριβείας* τοῦ ὀργάνου εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ πρώτου τύπου ἀεροστάθμης τοῦ οἰκοδόμου.

Ἐὰν τώρα μετακινήσωμε τὴν ἀεροστάθμην εἰς ἕνα ἄλλο σημεῖον τοῦ πήχεως, ἡ ἰσορροπία της δὲν θὰ καταστραφῆ λόγω τοῦ μικροῦ μήκους τοῦ πήχεως καὶ τῆς μικρᾶς εὐαισθησίας τῆς ἀεροστάθμης ($\omega = 5$ ἕως 10 πρῶτα λεπτὰ τῆς μοίρας). Μὲ ἄλλους λόγους ὁ πῆχυς δύναται νὰ θεωρηθῇ ὁριζόντιος καθ' ὅλον τὸ μῆκος του καὶ ὄχι μόνον ὡς πρὸς ἕνα σημεῖον του.



Σχ 0·9ι.



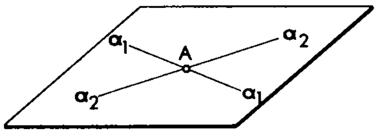
Σχ. 0·9κ.

Ἡ κατακορύφωσις τοῦ πήχεως γίνεται μὲ τὸν δεύτερον τύπον ἀεροστάθμης. Αὐτὴν τὴν φορὰν ἡ ἀεροστάθμη πρέπει νὰ ἰσορροπήσῃ εἰς δύο διαφορετικὰς θέσεις (σχ. 0·9κ). Εἰς τὴν πρώτην θέσιν ἡ ἕδρα της ΑΑ ἐφαρμόζει μὲ τὴν ἕδραν Α'Α' τοῦ πήχεως. Εἰς τὴν δευτέραν θέσιν ὅμως τὰ ἐπίπεδα τῶν δύο ἑδρῶν εἶναι κάθετα μεταξύ των. Τὰ βέλη εἰς τὰς δύο θέσεις δείχνουν πῶς πρέπει νὰ μετακινηθῇ ὁ πῆχυς διὰ νὰ ἐπιτύχωμε τὴν διπλῆν ἰσορροπίαν τῆς ἀεροστάθμης. Ἐννοεῖται ὅτι εἰς τὴν δευτέραν θέσιν παύομε πλέον νὰ μετακινοῦμε τὸν πῆχυν κατὰ τὴν διεύθυνσιν, ποὺ δείχνουν τὰ βέλη τῆς πρώτης θέσεως.

Ἡ συνθήκη ἀκριβείας τοῦ δευτέρου τύπου ἀεροστάθμης εἶναι προφανής. Πρέπει ὁ ἄξων ε — ε νὰ εἶναι ἀκριβῶς κάθετος πρὸς τὴν ἕδραν ΑΑ τῆς ἀεροστάθμης.

3) *Σφαιρικὴ ἀεροστάθμη.*

Μὲ τὴν σωληνωτὴν ἀεροστάθμην ἔχομε τὴν δυνατότητα νὰ ὁριζοντιώσωμε καὶ ἕνα ἐπίπεδον ὡς πρὸς κάποιο σημεῖον του Α, ἀρκεῖ νὰ ὁριζοντιώσωμε τὴν μίαν κατόπιν τῆς ἄλλης δύο εὐθείας τοῦ ἐπιπέδου, ἔστω τὰς $\alpha_1 - \alpha_1$ καὶ $\alpha_2 - \alpha_2$, ποὺ νὰ διέρχωνται ἀπὸ τὸ Α (σχ. 0·9 λ). Ἐννοεῖται ὅτι τὸ ἐπίπεδον παρακολουθεῖ

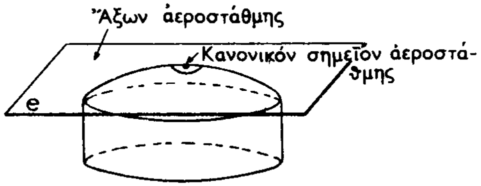


Σχ. 0·9 λ.

τὰς μετακινήσεις τῶν δύο εὐθειῶν, ἕως ὅτου γίνουν ὁριζόντιαι. Ἐπίσης πρέπει νὰ παρατηρήσωμε ὅτι, διὰ νὰ ὁριζοντιώσωμε τὴν δευτέραν εὐθεῖαν, περιστρέφομε τὸ ἐπίπεδον εἴτε γύρω ἀπὸ τὴν πρώτην, εἴτε γύρω ἀπὸ μίαν εὐθεῖαν παράλληλον πρὸς αὐτήν. Αὐτὸ τὸ κάνομε διὰ νὰ μὴ καταστρέψωμε τὴν ὁριζοντιότητα τῆς πρώτης εὐθείας.

Ἕνα ἐπίπεδον ὅμως ἠμπορεῖ νὰ ὁριζοντιωθῇ ὄχι μόνον μὲ τὴν σωληνωτήν, ἀλλὰ καὶ μὲ ἕνα ἄλλο εἶδος ἀεροστάθμης, ποὺ ὀνομάζεται *σφαιρική*. Ἡ σφαιρικὴ ἀεροστάθμη διαφέρει ἀπὸ τὴν σωληνωτὴν κατὰ τὸ ὅτι, ἀντὶ τοῦ ὑαλίνου σωλῆνος φέρει ἕνα ὑάλινον δοχεῖον, τὸ ἄνω μέρος τοῦ ὁποίου εἶναι καμπυλωμένον εἰς σχῆμα σφαιρικῆς ἐπιφανείας (σχ. 0·9 μ). Συνεπῶς, ἐνῶ εἰς τὴν σωληνωτὴν ἀεροστάθμην ἡ φυσαλὶς ἔχει τὴν δυνατότητα νὰ κινῆται μόνον κατὰ μῆκος τοῦ τόξου α — β (σχ. 0·9 β), εἰς τὴν σφαιρικὴν ἔχει ἀπείρους δυνατότητας κινήσεως. Ἐξ ἄλλου, ἐνῶ εἰς τὴν σωληνωτὴν ἀεροστάθμην ἡ φυσαλὶς εἶναι ἐπιμήκης, εἰς τὴν σφαιρικὴν εἶναι κυκλική.

Εἶναι φανερὸν ὅτι τὰ δύο εἴδη ἀεροστάθμης διαφέρουν καὶ ὡς πρὸς τὰ χαρακτηριστικά των στοιχεῖα, δηλαδὴ τὸ κανονικὸν σημεῖον καὶ τὸν ἄξονα τῆς ἀεροστάθμης. *Κανονικὸν σημεῖον τῆς σφαιρικῆς ἀεροστάθμης ὀνομάζεται τὸ κέντρον Κ τῆς σφαιρικῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑαλίνου δοχείου καὶ ἄξων της τὸ ἐπίπεδον e, τὸ ὁποῖον ἐφάπτεται τῆς σφαιρικῆς ἐπιφανείας εἰς τὸ κέντρον Κ.*

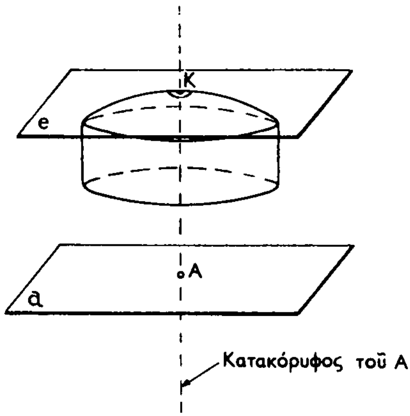


Σχ. 0·9 μ.

Γεννᾶται ὅμως τὸ ἐρώτημα: Πότε μία σφαιρικὴ ἀεροστάθμη ἰσορροπεῖ; Ἰσορροπεῖ, ὅταν τὸ κέντρον τῆς κυκλικῆς φυσαλίδος της συμπίπτη μὲ τὸ κανονικὸν σημεῖον Κ. Τότε ὁ ἄξων τῆς σφαιρικῆς ἀεροστάθμης, δηλαδὴ τὸ ἐπίπεδον e, καθίσταται ὁριζόντιος.

Ἄς ἰδοῦμε τώρα πῶς γίνεται ἡ ὁριζοντίωσις ἑνὸς ἐπιπέδου a ὡς πρὸς ἕνα σημεῖον του Α μὲ τὴν σφαιρικὴν ἀεροστάθμην. Ἐν πρώτοις συσχετίζομε τὸ ἐπίπεδον καὶ τὴν ἀεροστάθμην κατὰ τέτοιον τρόπον, ὥστε τὸ κανονικὸν σημεῖον Κ τῆς ἀεροστάθμης νὰ κεῖται ἐπὶ τῆς κατακορύφου τοῦ Α καὶ ὁ ἄξων e νὰ εἶναι παράλληλος πρὸς τὸ ἐπίπεδον a, ποὺ θέλομε νὰ ὁριζοντιώσωμε (σχ. 0·9 ν). Αὐτὰ πρέπει νὰ συμβαίνουν δι' οἱανδήποτε θέσιν τοῦ ἐπιπέδου a. Κατόπιν προβαίνομε εἰς καταλλήλους μετακινήσεις τοῦ ἐπιπέδου, ἕως ὅτου ἡ ἀεροστάθμη, ποὺ παρακολουθεῖ τὰς μετακινήσεις αὐτάς, ἰσορροπήση. Τότε ὁ ἄξων e θὰ ἔχη γίνει ὁριζόντιος ὡς πρὸς τὸ σημεῖον Κ. Συνεπῶς καὶ τὸ ἐπίπεδον a θὰ ἔχη γίνει ὁριζόντιον ὡς πρὸς τὸ σημεῖον Α.

Ὅπως μία εὐθεῖα εἶναι ὁριζοντία μόνον ὡς πρὸς ἕνα σημεῖον της, ἔτσι καὶ ἕνα ἐπίπεδον εἶναι ὁριζόντιον μόνον ὡς πρὸς ἕνα σημεῖον του. Ἐὰν δηλαδὴ μετακινήσωμε εἴτε τὴν σωληνωτὴν ἀεροστάθμην, εἴτε τὴν σφαιρικὴν ἀπὸ τὸ σημεῖον τῆς ἰσορροπίας της A εἰς ἕνα ἄλλο σημεῖον A_1 τοῦ ἐπιπέδου a, ἡ φυσαλὶς τῆς ἀερο-

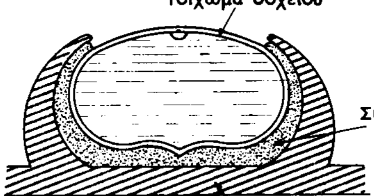


Σχ. 0·9 ν.

στάθμης θὰ ἐκτραπῆ ἀπὸ τὸ κανονικὸν σημεῖον. Εἰς τὴν πρᾶξιν ἡ ἐκτροπὴ αὐτὴ δὲν συμβαίνει παρὰ μόνον, ὅταν ἡ ἀπόστασις τῶν σημείων A καὶ A_1 εἶναι μεγαλυτέρα ἑνὸς ὡρισμένου ὁρίου, τὸ ὁποῖον ἐξαρτᾶται καὶ πάλιν ἀπὸ τὴν εὐαισθησίαν τῆς ἀεροστάθμης.

Ἐδῶ σημειώνομε ὅτι ἡ εὐαισθησία μιᾶς σφαιρικῆς ἀεροστάθμης εἶναι κατ' ἀνάγκην πολὺ μικροτέρα ἀπὸ τὴν εὐαισθησίαν μιᾶς σωληνωτῆς. Ὁ λόγος εἶναι ὁ ἑξῆς: Ἐν πρώτοις μία σωληνωτὴ καὶ μία σφαιρικὴ ἀεροστάθμη ἔχουν τὴν ἰδίαν εὐαισθησίαν, ὅταν τὸ κυκλικὸν τόξον α — β τοῦ ὑαλίνου σωλῆνος τῆς μιᾶς καὶ ἡ σφαιρικὴ ἐπιφάνεια τοῦ ὑαλίνου δοχείου τῆς ἄλλης ἔχουν τὴν ἰδίαν ἀκτῖνα καμπυλότητος. Εὐκόλως ὅμως ἀντιλαμβανόμεθα ὅτι, ὅταν πρόκειται νὰ κατασκευάσωμε μίαν σφαιρικὴν ἐπιφάνειαν καὶ ἕνα κυκλικὸν τόξον μὲ τὴν ἰδίαν ἀκτῖνα καμπυλότητος, ἡ κατασκευὴ τῆς σφαιρικῆς ἐπιφανείας εἶναι πολὺ δυσκολωτέρα ἀπὸ τὴν κατασκευὴν τοῦ κυκλικοῦ τόξου. Ἀπὸ αὐτὴν τὴν δυσκολίαν προκύπτει ἡ μικρὰ εὐαισθησία τῶν σφαιρικῶν ἀεροσταθμῶν ἐν σχέσει πρὸς τὰς σωληνωτάς. Διὰ τοῦτο χρησιμοποιοῦμε τὴν σφαιρικὴν ἀεροστάθμην μόνον διὰ τὴν χονδροειδῆ ὁριζοντίωσιν ἑνὸς ἐπιπέδου. Ἐπακολουθεῖ πάντοτε ἀκριβὴς ὁριζοντίωσις μὲ τὴν βοήθειαν τῆς σωληνωτῆς ἀεροστάθμης.

Ἡ εἰκὼν τῆς σφαιρικῆς ἀεροστάθμης τῶν σχημάτων 0·9μ καὶ 0·9ν εἶναι συμβατική. Πραγματικὴ εἰκὼν δίδεται εἰς τὸ σχῆμα 0·9ξ, ὅπου ἐκτὸς τοῦ δοχείου παρίσταται καὶ ἡ μεταλ-



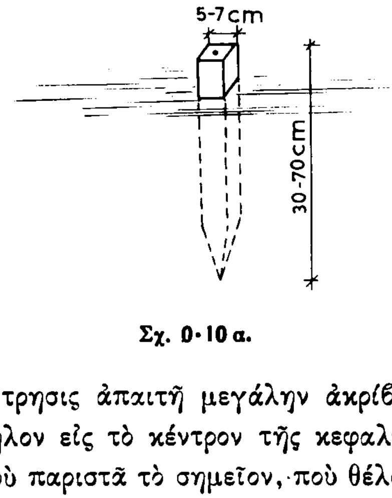
Σχ. 0·9ξ.

λικὴ θήκη τῆς ἀεροστάθμης. Εἰς τὸ σχῆμα αὐτὸ φαίνεται πόσον μεγάλη εἶναι ἡ ἀκτὶς καμπυλότητος τοῦ ἄνω τμήματος τοῦ δοχείου. Εἰς τὴν πραγματικότητα ὅμως εἶναι ἀκόμη μεγαλυτέρα. Τὸ δοχεῖον στερεώνεται εἰς τὸ μεταλλικὸν περίβλημα μὲ κατάλληλον συνδετικὸν ὑλικόν, ὅπως καὶ ὁ σωλὴν τῆς σωληνωτῆς ἀεροστάθμης.

0·10 Σήμανσις.

Εἴπαμε εἰς τὴν προηγουμένην παράγραφον ὅτι, διὰ νὰ ἀπεικονίσωμε ἕνα τμῆμα τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς, προσδιορίζομε τὰς ὁριζοντίας προβολὰς καὶ τὰ ὑψόμετρα διαφόρων χαρακτηριστικῶν σημείων του. Ἐμεῖς γνωρίζομε ὅτι τὰ σημεῖα εἰς τὴν Γεωμετρίαν θεωροῦνται ἄυλα. Εἰς τὴν Τοπογραφίαν ὅμως χρειάζεται νὰ ἀποκτήσουν κάποιαν ὑλικὴν ὑπόστασιν, δηλαδὴ νὰ γίνουν αἰσθητά. Ἡ ἐργασία, ποὺ κάνομε, διὰ νὰ προσδώσωμε ὑλικὴν ὑπόστασιν εἰς τὰ σημεῖα, ποὺ θέλομε νὰ ἀποτυπώσωμε, ὀνομάζεται *σήμανσις*.

Ὅλα τὰ σημεῖα δὲν *σημαίνονται* μὲ τὸν ἴδιον τρόπον. Ὁ τρόπος σημάνσεως ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ χρονικὸν διάστημα, ποὺ θέλομε νὰ διαρκέσῃ ἡ σήμανσις. Ἡ ἁπλουστέρα ἀλλὰ καὶ ἡ πλέον προσωρινὴ σήμανσις γίνεται μὲ ξυλίνους πασσάλους, οἱ ὁποῖοι ἔχουν πάχος 5 ἕως 7 cm. Τὸ μῆκος των ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ βάθος εἰς τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ ἐμπηχθοῦν εἰς τὸ ἔδαφος, ὥστε νὰ εἶναι σχετικῶς δύσκολος ἡ ἐξαγωγή των. Διὰ σκληρὰ ἐδάφη ἀρκεῖ μῆκος 30 ἕως 40 cm. Διὰ χαλαρὰ ἐδάφη ὅμως τὸ μῆκος των πρέπει νὰ εἶναι περίπου διπλάσιον.



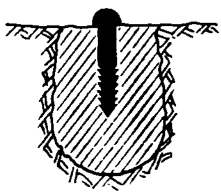
Σχ. 0·10 α.

Ὅταν ἡ μέτρησις ἀπαιτῇ μεγάλην ἀκρίβειαν σημάνσεως, καρφώνομε ἕνα ἧλον εἰς τὸ κέντρον τῆς κεφαλῆς τοῦ πασσάλου (σχ. 0·10 α), ποὺ παριστᾷ τὸ σημεῖον, ποὺ θέλομε νὰ σημάνωμε καὶ ὀνομάζεται *κέντρον σημάνσεως*.

Ἄλλο μέσον προσωρινῆς σημάνσεως εἶναι οἱ πάσσαλοι ἀπὸ σίδηρον. Οἱ πάσσαλοι αὐτοὶ χρησιμοποιοῦνται, ὅταν ἡ σήμανσις γίνεται εἰς πολὺ σκληρὰ ἐδάφη, εἰς τὰ ὁποῖα δὲν δυνάμεθα νὰ χρησιμοποιήσωμε ξυλίνους πασσάλους. Τέλος, ὅταν τὸ ἔδαφος εἶναι βραχῶδες, χαράσσομε εἰς τὸν βράχον ἕνα σταυρὸν καὶ τὸν χρωματίζομε μὲ μίνιον. Τὸ κέντρον τοῦ σταυροῦ ἀποτελεῖ τὸ κέντρον σημάνσεως.

Ἂς ἴδοῦμε τώρα πῶς γίνονται αἱ σημάνσεις μεγάλης διαρκείας.

Ἕνας ἁπλοῦς τρόπος διὰ βραχώδη ἐδάφη εἶναι ὁ ἑξῆς: Ἀνοίγομε εἰς τὸ ἔδαφος μίαν ὀπήν, τὴν γεμίζομε μὲ μπετὸν καὶ βυθίζομε εἰς τὸ νωπὸν μῖγμα ἕνα σιδηροῦν πάσσαλον οὕτως, ὥστε ἡ κεφαλή του νὰ ἐξέχῃ μόλις ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ σκυροδέματος (σχ. 0·10β).



Σχ. 0·10β.

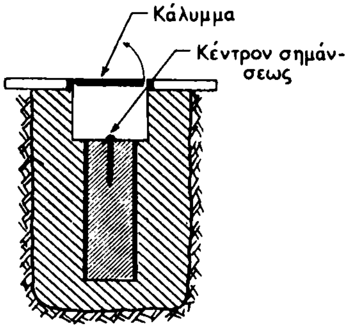
Εἰς τὰ πλευρὰ τοῦ πασσάλου ὑπάρχουν ὀδοντώσεις, αἱ ὁποῖαι σκοπὸν ἔχουν νὰ δημιουργοῦν μεγαλυτέραν συνάφειαν μεταξὺ πασσάλου καὶ μπετὸν καὶ ἑπομένως μεγαλυτέραν σταθερότητα τοῦ πασσάλου.

Εἰς τὰς πόλεις χρησιμοποιοῦμε διαφορετικοὺς τρόπους σημάνσεως ἀπὸ ὅ,τι εἰς τὴν ὕπαιθρον. Μία τέτοια σήμανσις γίνεται π.χ. μὲ πλάκας ἀπὸ μάρμαρον, τὰς ὁποίας τοποθετοῦμε εἰς τὰ πεζοδρόμια κατὰ τὴν πλακόστρωσιν. Εἰς τὸ κέντρον τῆς πλακὸς χαράσσεται ἕνας σταυρός, ὁ ὁποῖος ἀντιπροσωπεύει τὴν ἀκριβῆ θέσιν τοῦ κέντρου σημάνσεως.

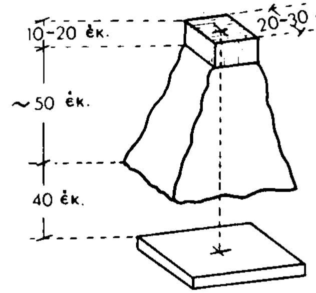
Ἄλλος τρόπος σημάνσεως διὰ τὰς πόλεις εἶναι καὶ ὁ ἑξῆς: Χρησιμοποιοῦμε πηλίνους ἢ χυτοσιδηροῦς σωλῆνας, τοὺς ὁποίους γεμίζομε μὲ μπετὸν καὶ τοὺς στηρίζομε μέσα εἰς τὸ ἔδαφος πάλιν μὲ μπετόν, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα 0·10γ. Ὡς κέντρον σημάνσεως εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν χρησιμεύει ἕνα σιδηροῦν στέλεχος, τὸ ὁποῖον τοποθετοῦμε εἰς τὴν μᾶζαν τοῦ μπετὸν κατὰ τὸν ἄξονα τοῦ σωλῆνος.

Αὐτοῦ τοῦ εἴδους ἡ σήμανσις ὀνομάζεται *ὑπόγειος*.

Ἕνα ἀπὸ τὰ μονιμώτερα μέσα σημάνσεως, ποὺ ἐφαρμόζεται κυρίως εἰς τὴν ὕπαιθρον, παρίσταται εἰς τὸ σχῆμα 0·10δ. Εἶναι



Σχ. 0·10γ.



Σχ. 0·10δ.

ἕνας ἡμιλαξευτὸς λίθος, ὁ ὁποῖος κατὰ τὸ μεγαλύτερον μέρος του τοποθετεῖται μέσα εἰς τὸ ἔδαφος καὶ ἐξέχει μόνον 10 ἕως 20 cm, δηλαδὴ ὅσον χρειάζεται διὰ νὰ διακρίνεται. Εἰς τὸ κέντρον τῆς ἐπάνω τετραγώνου ἕδρας, ποὺ ἐξέχει ἀπὸ τὸ ἔδαφος, χαράσσεται ἕνας σταυρός. Τὸ κέντρον τοῦ σταυροῦ ἀποτελεῖ τὸ κέντρον σημάνσεως.

Κάτω ἀπὸ τὸ ὑπόγειον τμῆμα τοῦ λίθου τοποθετοῦμε καὶ μίαν τετράγωνον πλάκα μὲ ἕνα σταυρὸν εἰς τὸ κέντρον της οὕτως, ὥστε ὁ σταυρὸς τῆς πλακὸς καὶ ὁ σταυρὸς τοῦ ἡμιλαξευτοῦ λίθου νὰ κεῖνται ἐπὶ τῆς ἰδίας κατακορύφου. Ἡ πλὰξ αὐτὴ χρησιμεύει διὰ τὴν ἐξασφάλισιν τοῦ σημείου, ἐὰν διὰ οἱονδήποτε λόγον καταστραφῇ τὸ ὑπέργειον τμῆμα τῆς σημάνσεως.

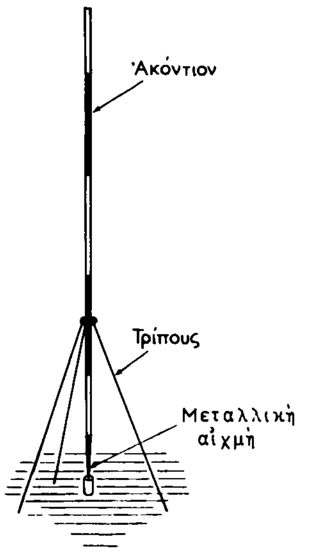
0·11 Ἐπισήμανσις.

Κατὰ τὴν ἐργασίαν ἀποτυπώσεως τῶν διαφόρων σημείων τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐδάφους παρίσταται συνήθως ἡ ἀνάγκη τὰ ἀντίστοιχα κέντρα σημάνσεως νὰ εἶναι ὁρατὰ ἀπὸ μακρυά. Ἀλλὰ τὰ κέντρα σημάνσεως δὲν διακρίνονται ἀπὸ μεγάλας ἀποστάσεις. Ἐξ ἄλλου ἐκεῖνο ποὺ μᾶς ἐνδιαφέρει συνήθως κατὰ τὴν ἀποτύπωσιν δὲν εἶναι ἡ ἀκριβὴς θέσις αὐτοῦ τοῦ ἰδίου κέντρου σημάνσεως, ὅσον τῆς κατακορύφου ποὺ διέρχεται ἀπὸ αὐτό. Ἐὰν συνεπῶς ἐπάνω εἰς τὸ κέντρον σημάνσεως τοποθετήσωμε μίαν εὐθύγραμμον ράβδον, ποὺ νὰ φαίνεται ἀπὸ μακρυὰ καὶ συγχρόνως νὰ εἶναι κατακόρυφος, κατορθώνομε ἐκεῖνο ἀκριβῶς, ποὺ θέλομε. Ἡ τοποθέτησις τῆς ράβδου ἐπάνω εἰς τὸ κέντρον σημάνσεως ὀνομάζεται *ἐπισήμανσις*.

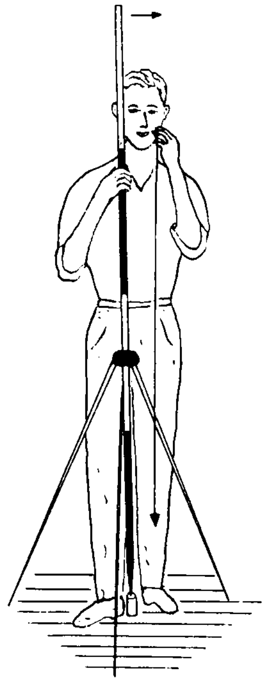
Τὰ κοινότερα μέσα ἐπισημάνσεως εἶναι τὰ *ἀκόντια*, δηλαδὴ ξύλινοι ράβδοι μήκους 2 ἕως 3 m μὲ κυκλικὴν διατομὴν διαμέτρου περίπου 3 cm.

Τὰ ἀκόντια κατασκευάζονται συνήθως ἀπὸ ξύλον ἐλάτης καὶ τὸ ἕνα ἄκρον των εἶναι ἐνισχυμένον μὲ μίαν μεταλλικὴν αἰχμήν. Διὰ νὰ διακρίνωνται ἀπὸ μακρυὰ χρωματίζονται ἐναλλὰξ κάθε 50 cm μὲ λευκὸν καὶ κόκκινον χρῶμα. Συγκρατοῦνται ὄρθια ἐπάνω ἀπὸ τὰ κέντρα σημάνσεως μὲ σιδηροῦς τρίποδας (σχ. 0·11 α).

Κατὰ τὴν ἐπισήμανσιν τοποθετοῦμε τὴν αἰχμὴν τοῦ ἀκοντίου ἀκριβῶς ἐπάνω εἰς τὸ κέντρον σημάνσεως καὶ ἔπειτα κατακορυφώνομε τὸ ἀκόντιον μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ νήματος τῆς στάθμης. Συγκεκριμένως κρατοῦμε τὸ νῆμα τῆς στάθμης πλησίον τοῦ ἀκοντίου καὶ ἕνας βοηθός, ποὺ ἵσταται εἰς ἀπόστασιν 4 ἕως 5 m, ἐλέγχει, ἐὰν τὸ ἀκόντιον καὶ τὸ νῆμα τῆς στάθμης εἶναι παράλληλα μεταξύ των. Εἰς τὴν περίπτωσιν λ.χ. τοῦ σχήματος 0·11 β τὸ ἀκόντιον πρέπει νὰ κλίνῃ ἐλαφρῶς πρὸς τὰ δεξιὰ τοῦ βοηθοῦ, ποὺ κάνει τὸν ἔλεγχον, κατὰ τὴν φοράν, ποὺ δείχνει τὸ βέλος τῆς κορυφῆς καὶ χωρὶς φυσικὰ νὰ μετακινηθῇ ἡ αἰχμὴ τοῦ ἀκοντίου. Μὲ τὸν ἔλεγχον αὐτὸν κατορθώνομε νὰ τοποθετήσωμε τὸ ἀκόντιον ἐπὶ τοῦ κατακορύφου ἐπιπέδου, ποὺ διέρχεται ἀπὸ τὸ κέντρον σημάνσεως καὶ τὴν θέσιν ἐλέγχου I (σχ. 0·11 γ).

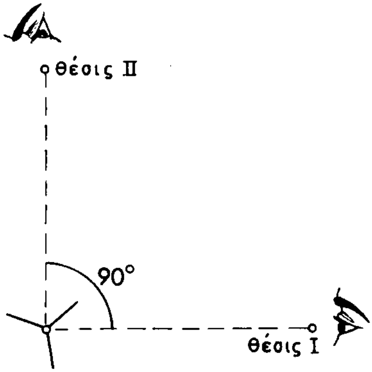


Σχ. 0·11 α.



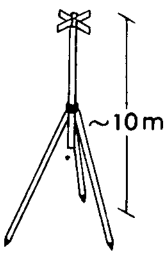
Σχ. 0·11 β.

Κατόπιν κάνομε δεύτερον ἔλεγχον διὰ νὰ διαπιστώσωμε τὴν παραλληλίαν νήματος τῆς στάθμης καὶ ἀκοντίου καὶ ἀπὸ ἄλλην θέσιν τέτοιαν, ὥστε αἱ εὐθεῖαι, ποὺ ἑνώνουν τὰς δύο θέσεις ἐλέγχου μὲ τὸ κέντρον σημάνσεως, νὰ σχηματίζουν περίπου ὀρθὴν γωνίαν (σχ. 0·11 γ). Κατὰ τὸν δεύτερον ἔλεγχον τοποθετοῦμε τὸ ἀκόντιον ἐπὶ τοῦ κατακορύφου ἐπιπέδου, ποὺ διέρχεται ἀπὸ τὸ κέντρον σημάνσεως καὶ τὴν θέσιν ἐλέγχου II. Ἀφοῦ ὅμως τὸ ἀκόντιον κεῖται ἤδη ἐπὶ δύο κατακορύφων ἐπιπέδων, θὰ συμπίπτῃ μὲ τὴν τομὴν τῶν ἐπιπέδων αὐτῶν. Ἀλλὰ ἡ τομὴ δύο κατακορύφων ἐπιπέδων, συμφώνως πρὸς ὅσα γνωρίζομε ἀπὸ τὴν Στερεομετρίαν, εἶναι εὐθεῖα κατακόρυφος. Ἄρα μετὰ τοὺς δύο ἐλέγχους τὸ ἀκόντιον καθίσταται κατακόρυφον.

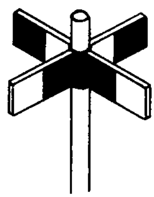


Σχ. 0·11 γ.

Ἡ κατακορύφωσις ἑνὸς ἀκοντίου ἠμπορεῖ νὰ γίνῃ καὶ μὲ τὸν δεύτερον τύπον τῆς ἀεροστάθμης τοῦ οἰκοδόμου, μὲ τὸν ὁποῖον κατακορυφώνεται μία εὐθεῖα. Ἡ κατακορύφωσις τοῦ ἀκοντίου γίνεται, ὅπως ἀκριβῶς καὶ ἡ κατακορύφωσις τοῦ πήχεως, ποὺ περιγράφεται εἰς τὴν παράγραφον 0·9 (σχ. 0·9 κ).



Σχ. 0·11 δ.



Σχ. 0·11 ε.

Ὅταν ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τοῦ σημείου, ποὺ πρόκειται νὰ ἐπισημάνωμε, καὶ τῆς θέσεως, ἀπὸ ὅπου γίνεται ἡ παρατήρησις, εἶναι πολὺ μεγάλη, τότε ὡς μέσα ἐπισημάνσεως χρησιμοποιοῦμε ξύλίνας ράβδους μεγάλου μήκους, αἱ ὁποῖαι στηρίζονται εἰς τὸ ἔδαφος διὰ ξυλίνων ἀντηρίδων (σχ. 0·11 δ). Εἰς τὴν κορυφὴν τῆς ράβδου διασταυρώνονται δύο πτερύγια διαστάσεων περίπου 60 × 15 cm. Τὰ πτερύγια αὐτὰ χρωματίζονται κατὰ τὸ ἥμισυ κόκκινα καὶ κατὰ τὸ ἥμισυ λευκά, ὥστε νὰ διακρίνωνται ἀπὸ μεγάλας ἀποστάσεις (σχ. 0·11 ε).

0·12 Ἐξασφάλισις.

Ἐπειδὴ τὰ μέσα σημάνσεως διατρέχουν κίνδυνον εἴτε ἐκ τυχαίων γεγονότων εἴτε καὶ ἐκ προθέσεως νὰ μετατοπισθοῦν ἢ καὶ νὰ καταστραφοῦν ἀκόμη, δι' αὐτὸ πρέπει νὰ τὰ *ἐξασφαλίζωμε*. Πρὸς τὸ σκοπὸν αὐτὸν μετροῦμε τὴν ἀπόστασιν τοῦ σημείου, ποὺ ἐπισημαίνομε, ἀπὸ τρία τουλάχιστον σταθερὰ σημεῖα τῆς γύρω περιοχῆς. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον, ἐὰν τὸ μέσον σημάνσεως μετατοπισθῇ ἢ καταστραφῇ, εἶναι δυνατὴ ἡ ἐκ νέου ἐγκατάστασίς του εἰς τὴν κανονικήν του θέσιν. Ὡς σταθερὰ σημεῖα ἐκλέγονται τηλεγραφικοὶ στύλοι, δένδρα, γωνίαι σπιτιῶν ἢ ἐν ἀνάγκῃ καὶ τεχνητὰ σημεῖα, ποὺ ἐγκαθιστοῦμε πρὸς τὸν σκοπὸν αὐτὸν εἰς τὴν γύρω περιοχήν.

Ἡ ἐξασφάλισις τῶν μέσων σημάνσεως μᾶς βοηθεῖ ἐπίσης εἰς τὴν εὔκολον ἀνεύρεσίν των, ὅταν, εἴτε λόγῳ τοῦ μικροῦ ὄγκου των, εἴτε λόγῳ διαφόρων ἐπιφανειακῶν ἐμποδίων (θάμνων, χλόης κλπ), δὲν ἠμποροῦμε νὰ τὰ ἀνακαλύψωμε. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ συσχέτισίς των μὲ διάφορα σταθερὰ καὶ μάλιστα ὁρατὰ σημεῖα μᾶς δίδει κατὰ κάποιον τρόπον τὸ « στῖγμα », ὅπως λέγουν οἱ ναυτικοί, τῶν μέσων σημάνσεως.

0·13 Μέτρησις καὶ σφάλματα μετρήσεων.

Κατὰ τὰς τοπογραφικὰς ἀποτυπώσεις χρειάζεται νὰ κάνωμε διαφόρους μετρήσεις ἐπάνω εἰς τὸ ἔδαφος. Αἱ μετρήσεις αὐταὶ ἀφοροῦν κυρίως εἰς μήκη καὶ γωνίας. Μὲ ὅσην ὅμως προσοχὴν καὶ ἂν τὰς πραγματοποιήσωμε καὶ ὅσον ἀκριβῆ ὄργανα μετρήσεως καὶ ἂν χρησιμοποιήσωμε, ποτὲ δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ εὕρωμε τὰς ἀληθεῖς τιμὰς τῶν μετρουμένων μεγεθῶν. Αὐτὸ ὀφείλεται εἰς τὸ ὅτι κατὰ τὰς μετρήσεις γίνονται διάφορα σφάλματα, ἐκ τῶν ὁποίων ἄλλα μὲν ἠμποροῦν νὰ ἀποφευχθοῦν ἄλλα ὅμως εἶναι ἀναπόφευκτα. Τὰ σφάλματα μετρήσεων κατατάσσονται εἰς τρεῖς κατηγορίας: τὰ *χονδροειδῆ*, τὰ *συστηματικὰ* καὶ τὰ *τυχαῖα*. Ἂς ἐξετάσωμε τὴν κάθε μίαν κατηγορίαν χωριστά.

Τὰ *χονδροειδῆ* σφάλματα ὀφείλονται κυρίως εἰς τὴν ἀπειρίαν ἢ τὴν ἀπροσεξίαν τοῦ μετρητοῦ, δηλαδὴ ἐκείνου ποὺ διεξάγει τὴν μέτρησιν. Συνεπῶς ἠμποροῦν νὰ ἀποφευχθοῦν, ἐὰν ὁ μετρητὴς ἀποκτήσῃ τὴν ἀπαιτουμένην πεῖραν ἢ ἐπιδείξῃ τὴν ἀναγκαίαν προσοχήν. Τὰ χονδροειδῆ σφάλματα εἶναι συμπτωματικά, δηλαδὴ δὲν ἐμφανίζονται εἰς ὅλας τὰς μετρήσεις.

Τὰ *συστηματικὰ σφάλματα* ὀφείλονται κυρίως εἰς μικρὰς ἢ μεγάλας ἀτελείας τῶν ὀργάνων μετρήσεως, τὰς ὁποίας ὅμως ἔχομε τὴν δυνατότητα *νὰ διορθώσωμε*. Ὀνομάζονται συστηματικά, διότι, ὅπως εἶναι φανερόν, ἐμφανίζονται εἰς ὅλας τὰς μετρήσεις, ποὺ διεξάγονται μὲ τὸ ἐλαττωματικὸν ὄργανον. Συστηματικά, σφάλματα π.χ. διαπράττονται μὲ μίαν μετροταινίαν, τὸ πραγματικὸν μῆκος τῆς ὁποίας εἶναι κατά τι μεγαλύτερον ἢ μικρότερον ἀπὸ τὸ ὀνομαστικόν. Τὰ συστηματικὰ σφάλματα ἀποφεύγονται, ἐὰν ἐλέγχωμε τακτικὰ τὴν ἀκρίβειαν τῶν ὀργάνων μετρήσεως.

Τέλος τὰ *τυχαῖα σφάλματα* ὀφείλονται εἰς ἕνα πλῆθος παραγόντων, τῶν ὁποίων δὲν ἠμποροῦμε νὰ ἐμποδίσωμε οὔτε νὰ σταθμίσωμε τὴν ἐπιρροήν. Εἰς τοὺς παράγοντας αὐτοὺς συγκαταλέγονται αἱ ἀτμοσφαιρικαὶ συνθῆκαι, καθὼς καὶ αἱ ἀτέλειαι τῶν αἰσθητηρίων ὀργάνων ἢ αἱ ἀτέλειαι τῶν ὀργάνων μετρήσεως, τὰς ὁποίας *δὲν ἠμποροῦμε νὰ διορθώσωμε*.

Εἰς τυχαῖα σφάλματα ὀφείλεται τὸ γεγονὸς ὅτι, ἐὰν μετρήσωμε τὴν ἰδίαν ἀπόστασιν τρεῖς ἢ τέσσαρας φοράς, εὑρίσκομε διαφορετικὸν ἀποτέλεσμα κάθε φοράν, μολονότι ὅλαι αἱ μετρήσεις γίνονται ἀπὸ τὸν ἴδιον μετρητήν, μὲ τὸ ἴδιον ὄργανον μετρήσεως καὶ μὲ τὴν ἰδίαν ἐπιμέλειαν καὶ προσοχήν. Φυσικὰ τὰ ἀποτελέσματα διαφέρουν ἐλάχιστα μεταξύ των, ὁπωσδήποτε ὅμως δὲν συμπίπτουν.

Τὰ τυχαῖα σφάλματα δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἀποφευχθοῦν, δι' αὐτὸ ὀνομάζονται καὶ *ἀναπόφευκτα*. Εἶναι ὅμως δυνατὸν νὰ περιορισθοῦν μὲ ἐπανειλημμένας μετρήσεις. Ἐὰν δηλαδὴ μετρήσωμε ἕνα μέγεθος (λ.χ. ἕνα μῆκος), ποὺ ἔχει πραγματικὴν τιμὴν L, τέσσαρας φορὰς καὶ εὕρωμε τὰς τιμὰς l_1, l_2, l_3, l_4, εἶναι φανερὸν ὅτι μία ἀπὸ τὰς τιμὰς αὐτὰς θὰ πλησιάζῃ περισσότερον πρὸς τὴν πραγματικὴν τιμὴν L καὶ μία ἄλλη ὀλιγώτερον. Ἐπειδὴ ὅμως δὲν γνωρίζομε ποία εἶναι ἡ τιμή, ποὺ πλησιάζει περισσότερον, δι'αὐτὸ ὡς τελικὸν ἀποτέλεσμα τῆς μετρήσεως θεωροῦμε τὸν μέσον ὅρον:

$$l = \frac{l_1 + l_2 + l_3 + l_4}{4}$$

τῶν τιμῶν τῶν ἐπαναληπτικῶν μετρήσεων. Ἐὰν τώρα ἀντὶ τῶν τεσσάρων κάνωμε πέντε ἐπαναληπτικὰς μετρήσεις, ὁ μέσος ὅρος τῶν πέντε ἀποτελεσμάτων θὰ πλησιάζῃ πρὸς τὴν πραγματικὴν τιμὴν L περισσότερον ἀπὸ τὸν μέσον ὅρον τῶν τεσσάρων. Ὅσον δηλαδὴ αὐξάνεται ὁ ἀριθμὸς ν τῶν ἐπαναληπτικῶν μετρήσεων, τόσον μειώνεται ἡ διαφορὰ $L - l$. Ὑποτίθεται φυσικὰ ὅτι ὅλαι αἱ ἐπαναληπτικαὶ μετρήσεις εἶναι ἀπηλλαγμέναι χονδροειδῶν καὶ συστηματικῶν σφαλμάτων.

Ἀποδεικνύεται ὅμως ὅτι, ὅταν τὸ ν ἔχῃ τιμὰς μεγαλυτέρας τοῦ 4 ἢ 5, ἡ μείωσις τῆς διαφορᾶς $L - l$ εἶναι πάρα πολὺ μικρά. Αὐτὸ σημαίνει ὅτι πρακτικῶς δὲν ἔχομε οὐσιαστικὸν κέρδος νὰ ἐπιχειρήσωμε περισσοτέρας τῶν τεσσάρων ἢ πέντε ἐπαναληπτικῶν μετρήσεων. Εἰς ὡρισμένας περιπτώσεις μάλιστα, ὅπου δὲν μᾶς ἐνδιαφέρει ἡ μεγάλη ἀκρίβεια, περιοριζόμεθα εἰς δύο μόνον μετρήσεις. Διὰ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἐπαναληπτικῶν μετρήσεων, ποὺ εἶναι ἀπαραίτητος κάθε φοράν, θὰ γίνῃ λόγος εἰς τὰς σχετικὰς παραγράφους.

0·14 Διαίρεσις τῆς Τοπογραφίας.

Ἡ Τοπογραφία περιλαμβάνει τρία μεγάλα κεφάλαια:

α) Τὴν *Ὁριζοντίαν ἀποτύπωσιν*, ποὺ ἐξετάζει τὰς μεθόδους καὶ τὰ ὄργανα, ποὺ χρησιμοποιοῦμε διὰ τὸν προσδιορισμὸν μόνον τῶν ὁριζοντίων προβολῶν.

β) *Τὴν Ὑψομετρίαν ἢ τὴν Κατακόρυφον Ἀποτύπωσιν*, ποὺ ἐξετάζει μεθόδους καὶ ὄργανα προσδιορισμοῦ μόνον τῶν ὑψομέτρων.

γ) Τὴν *Μικτὴν Ἀποτύπωσιν ἢ Ταχυμετρίαν*, ποὺ ἐξετάζει μεθόδους καὶ ὄργανα προσδιορισμοῦ τόσον τῶν ὁριζοντίων προβολῶν, ὅσον καὶ τῶν ὑψομέτρων τῶν διαφόρων σημείων τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐδάφους.

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ

ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΑΠΟΤΥΠΩΣΙΣ

ΤΜΗΜΑ Α΄

ΓΕΝΙΚΟΤΗΤΕΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 1

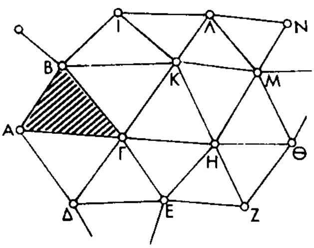
ΔΙΑΙΡΕΣΙΣ ΟΡΙΖΟΝΤΙΑΣ ΑΠΟΤΥΠΩΣΕΩΣ

Ὁριζοντία ἀποτύπωσις εἶναι τὸ σύνολον τῶν τοπογραφικῶν ἐργασιῶν, δηλαδὴ μετρήσεων, ὑπολογισμῶν κλπ., ποὺ ἀπαιτοῦνται διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν ὁριζοντίων προβολῶν τῶν διαφόρων σημείων τοῦ ἐδάφους. Ἡ ἐργασία τῆς ὁριζοντίας ἀποτυπώσεως εἰς γενικὰς γραμμὰς γίνεται ὡς ἑξῆς:

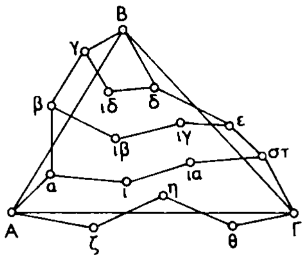
Κατ᾽ ἀρχὴν προσδιορίζομε τὰς ὁριζοντίας προβολὰς διαφόρων χαρακτηριστικῶν σημείων τοῦ τμήματος τῆς γηΐνης ἐπιφανείας, ποὺ θέλομε νὰ ἀποτυπώσωμε. Τὰ σημεῖα αὐτὰ ἐκλέγονται συνήθως εἰς τὰς κορυφὰς λόφων ἢ βουνῶν, ὥστε νὰ εἶναι ὁρατὰ ἀπὸ μακρυά. Ἀφ᾽ ἑτέρου πρέπει νὰ σχηματίζουν μεταξύ των περίπου ἰσόπλευρα τρίγωνα, αἱ πλευραὶ τῶν ὁποίων νὰ κυμαίνωνται μεταξὺ 1 000 ἕως 3 000 m.

Διὰ νὰ καθορίσωμε τὰς ὁριζοντίας προβολὰς τῶν σημείων, ποὺ ἐπελέξαμε, κάνομε διαφόρους μετρήσεις ἐπὶ τοῦ ἐδάφους καὶ ἐν συνεχείᾳ ὑπολογισμοὺς εἰς τὸ γραφεῖον. Ἐπειδὴ κατὰ τοὺς ὑπολογισμοὺς αὐτοὺς ἐφαρμόζεται ἡ Τριγωνομετρία, τὰ σημεῖα ὀνομάζονται *τριγωνομετρικὰ* καὶ ἡ ὅλη διαδικασία διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν ὁριζοντίων προβολῶν τῶν σημείων ὀνομάζεται *τριγωνισμός*.

Τὰ τρίγωνα, ποὺ σχηματίζουν τὰ τριγωνομετρικὰ σημεῖα, ἀποτελοῦν ἕνα εἶδος δικτύου, ποὺ καλύπτει τὸ πρὸς ἀποτύπωσιν τμῆμα τῆς γηίνης ἐπιφανείας (σχ. 1 α). Τὸ δίκτυον αὐτὸ ὅμως εἶναι πολὺ ἀραιόν. Τὸ πυκνώνομε λοιπὸν μὲ διαφόρους τεθλασμένας γραμμάς, ὅπως εἶναι αἱ γραμμαὶ Α — α — β — γ — Β, Β — δ — ε — στ — Γ, Α — ζ — η — θ — Γ, α — ι — ια — στ, β — ιβ — ιγ — ε καὶ γ — ιδ — δ τοῦ σχήματος 1 β. Διευκρινίζομε ὅτι τὸ τρίγωνον ΑΒΓ τοῦ σχήματος 1 β εἶναι τὸ διεγραμμισμένον τρίγωνον τοῦ τριγωνομετρικοῦ δικτύου, ποὺ παριστᾶ τὸ σχῆμα 1 α.



Σχ. 1 α.



Σχ. 1 β.

Μὲ παρομοίας τεθλασμένας γραμμὰς καλύπτεται ἡ ἐπιφάνεια ὅλου τοῦ πρὸς ἀποτύπωσιν τμήματος τοῦ ἐδάφους. Αἱ τεθλασμέναι αὐταὶ γραμμαὶ ὀνομάζονται *πολυγωνικαὶ ὁδεύσεις*, αἱ κορυφαὶ τῶν πολυγωνικῶν ὁδεύσεων *πολυγωνομετρικὰ σημεῖα* καὶ ἡ διαδικασία προσδιορισμοῦ τῶν ὁριζοντίων προβολῶν τῶν πολυγωνομετρικῶν σημείων ὀνομάζεται *πολυγωνομετρία*.

Μὲ βάσιν τὰς πλευρὰς τῶν πολυγωνικῶν ὁδεύσεων εἶναι δυνατὸν νὰ προσδιορίσωμε τὰς ὁριζοντίας προβολὰς *οἱωνδήποτε* σημείων τοῦ πρὸς ἀποτύπωσιν τμήματος. Τὰ σημεῖα αὐτά, ποὺ δὲν εἶναι οὔτε τριγωνομετρικὰ οὔτε πολυγωνομετρικά, δὲν ἔχουν δηλαδὴ κανένα ἰδιαίτερον χαρακτηριστικόν, θὰ τὰ ὀνομάζωμε εἰς τὸ ἑξῆς *κοινὰ σημεῖα*.

Ὁ ὅρος αὐτὸς δὲν εἶναι καθιερωμένος εἰς τὴν Τοπογραφίαν.

Τὸν χρησιμοποιοῦμε ἐδῶ πρὸς διευκόλυνσιν τῶν μαθητῶν, ἐπειδὴ δὲν ὑπάρχει ἀντίστοιχος καθιερωμένος ὅρος. Ἡ διαδικασία προσδιορισμοῦ τῶν ὁριζοντίων προβολῶν τῶν κοινῶν σημείων ὀνομάζεται *γηπεδομετρία*.

Ἀκριβέστερον γηπεδομετρία ὀνομάζεται τὸ μέρος ἐκεῖνο τῆς Τοπογραφίας, ποὺ ἀσχολεῖται μὲ τὴν ὁριζοντίαν ἀποτύπωσιν τμημάτων τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐδάφους τόσον μικρῶν, ὥστε νὰ μὴ χρειάζεται ἡ ἐγκατάστασις οὔτε τριγωνομετρικοῦ οὔτε πολυγωνομετρικοῦ δικτύου. Ἔτσι ἄλλωστε ἐξηγεῖται καὶ ὁ ὅρος *γηπεδομετρία*, δηλαδὴ *μέτρησις γηπέδων*. Ἐπειδὴ ὅμως μὲ τὰ ἴδια ὄργανα καὶ τὰς ἰδίας μεθόδους, ποὺ χρησιμοποιεῖ ἡ γηπεδομετρία, γίνεται καὶ ἡ ὁριζοντία ἀποτύπωσις τῶν κοινῶν σημείων ἑνὸς μεγάλου τμήματος τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς, περιλαμβάνομε καὶ τὴν ἀποτύπωσιν αὐτὴν εἰς τὸ ἀντικείμενον τῆς γηπεδομετρίας.

Ἀντιστοίχως πρὸς τὰς τρεῖς διαφορετικὰς διαδικασίας, ποὺ ἀπαιτοῦνται διὰ τὴν ὁριζοντίαν ἀποτύπωσιν ἑνὸς τμήματος τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς, ἡ Ὁριζοντία Ἀποτύπωσις ὡς μέρος τῆς Τοπογραφίας ὑποδιαιρεῖται εἰς τρία ὁμώνυμα κεφάλαια μὲ τίτλους: *Τριγωνισμός*, *Πολυγωνομετρία* καὶ *Γηπεδομετρία*.

Κατὰ τὴν ἀνάπτυξιν ὅμως τῶν κεφαλαίων αὐτῶν θὰ ἀκολουθήσωμε τὴν ἀντίστροφον σειράν, δηλαδὴ πρῶτον θὰ ἐξετάσωμε τὴν Γηπεδομετρίαν, θὰ ἀκολουθήσῃ ἡ Πολυγωνομετρία καὶ θὰ τελειώσωμε μὲ τὸν Τριγωνισμόν. Αὐτὸ γίνεται, διότι κατὰ τὴν σειρὰν αὐτὴν αἱ μέθοδοι καὶ τὰ ὄργανα ὁριζοντίας ἀποτυπώσεως προχωροῦν ἀπὸ τὰ ἁπλούστερα πρὸς τὰ πολυπλοκώτερα.

Αἱ ἐργασίαι, ποὺ ἀπαιτοῦνται ἐν γένει κατὰ τὴν ὁριζοντίαν ἀποτύπωσιν, ὑποδιαιροῦνται, καθὼς ἀνεφέραμε ἤδη, εἰς *ἐργασίας ἐδάφους* καὶ *ἐργασίας γραφείου*.

Αἱ κατηγορίαι τῆς ὁριζοντίας ἀποτυπώσεως, δηλαδὴ ἡ γηπεδομετρία, ἡ πολυγωνομετρία καὶ ὁ τριγωνισμός, περιλαμβάνουν ὡρισμένας *κοινὰς ἐργασίας ἐδάφους*. Αἱ κοιναὶ αὐταὶ ἐργασίαι εἶναι ἡ μέτρησις ὁριζοντίων γωνιῶν καὶ ἡ μέτρησις ὁριζοντίων ἀποστάσεων. Θὰ ὁμιλήσωμε λοιπὸν κατὰ πρῶτον διὰ τὰς κοινὰς αὐτὰς ἐργασίας καὶ κατόπιν θὰ ἀναπτύξωμε τὸ κάθε ἕνα ἀπὸ τὰ τρία τμήματα τῆς Ὁριζοντίας Ἀποτυπώσεως χωριστά. Ἄς ἀρχίσωμε ἀπὸ τὴν μέτρησιν ὁριζοντίων γωνιῶν.

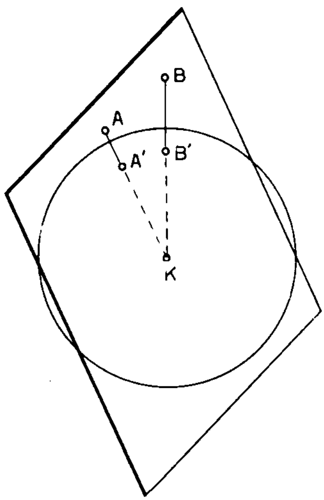
ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 2

ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΟΡΙΖΟΝΤΙΩΝ ΓΩΝΙΩΝ

2·1 Ὁρισμὸς ὁριζοντίας γωνίας.

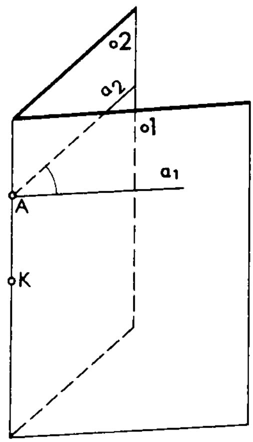
Διὰ νὰ ἀντιληφθοῦμε τί εἶναι *ὁριζοντία γωνία* δύο σημείων τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐδάφους ὡς πρὸς ἕνα τρίτον σημεῖον, σκόπιμον εἶναι νὰ μάθωμε προηγουμένως τί εἶναι κατακόρυφον ἐπίπεδον δύο σημείων.

Κατακόρυφον ἐπίπεδον δύο σημείων, π.χ. τῶν Α καί Β, ὀνομάζεται τὸ ἐπίπεδον, ποὺ διέρχεται ἀπὸ τὰ σημεῖα αὐτὰ καὶ ἀπὸ τὸ κέντρον Κ τοῦ γεωειδοῦς. Προφανῶς τὸ κατακόρυφον ἐπίπεδον θὰ περιέχῃ τὰς κατακορύφους ΑΑ′ καὶ ΒΒ′, ποὺ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰ δύο σημεῖα (σχ. 2·1α).



Σχ. 2·1 α.

Ἔστω τώρα ὅτι ἔχομε τρία σημεῖα, τὰ Α, 1 καὶ 2 (σχ. 2·1β). Τοῦ σημείου Α θεωροῦμε τὰς ὁριζοντίας εὐθείας α_1 καὶ α_2, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ α_1 κεῖται ἐπὶ τοῦ κατακορύφου ἐπιπέδου τῶν Α καὶ 1, ἐνῶ ἡ α_2 κεῖται ἐπὶ τοῦ κατακορύφου ἐπιπέδου τῶν Α καὶ 2. Ἡ γωνία τῶν ὁριζοντίων εὐθειῶν α_1 καὶ α_2 ὀνομάζεται ὁριζοντία γωνία τῶν σημείων 1 καὶ 2 ὡς πρὸς τὸ σημεῖον Α (σχ. 2·1 β). Ὅπως φαίνεται καὶ εἰς τὸ σχῆμα, τὰ δύο κατακόρυφα ἐπίπεδα Α, 1 καὶ Α, 2 τέμνονται κατὰ τὴν κατακόρυφον τοῦ σημείου Α. Ἐπίσης εἶναι φανερὸν ὅτι ἡ ὁριζοντία γωνία τῶν 1 καὶ 2 ὡς πρὸς τὸ Α ἰσοῦται μὲ τὴν τιμὴν τῆς διέδρου γωνίας τῶν κατακορύφων ἐπιπέδων Α, 1 καὶ Α, 2. (Τὸ σημεῖον Κ εἰς τὸ σχῆμα 2·1 β παριστᾶ τὸ κέντρον τοῦ γεωειδοῦς).



Σχ. 2·1 β.

Ἡ μέτρησις μιᾶς ὁριζοντίας γωνίας δύναται νὰ γίνῃ μὲ διάφορα τοπογραφικὰ ὄργανα ὀλιγώτερον ἢ περισσότερον πολύπλοκα. Τὸ κυριώτερον ἀπὸ τὰ ὄργανα αὐτὰ εἶναι ὁ *θεοδόλιχος* καὶ ἡ *γωνιομετρικὴ πυξίς*. Πρὶν ὅμως ὁμιλήσωμε διὰ τὰ ὄργανα αὐτά, θὰ εἰποῦμε μερικὰ πράγματα διὰ τὰς μονάδας μετρήσεως γωνιῶν.

2·2 Μονάδες μετρήσεως γωνιῶν.

Αἱ συνήθεις μονάδες μετρήσεως γωνιῶν εἰς τὴν Τοπογραφίαν εἶναι οἱ βαθμοὶ καὶ αἱ μοῖραι. ***Βαθμός*** (grad) εἶναι ἡ γωνία, ποὺ ἀντιστοιχεῖ πρὸς τὸ ἕνα τετρακοσιοστὸν (1/400) τῆς περιφερείας. *Μοῖρα* εἶναι ἡ γωνία, ποὺ ἀντιστοιχεῖ πρὸς τὸ ἕνα τριακοσιοστὸν ἑξηκοστὸν (1/360) τῆς περιφερείας.

Συνεπῶς ὁ κύκλος ἔχει 400 βαθμοὺς ἢ 360 μοίρας, τὸ ἡμικύκλιον 200 βαθμοὺς ἢ 180 μοίρας καὶ τὸ τεταρτοκύκλιον 100 βαθμοὺς ἢ 90 μοίρας.

Κάθε βαθμὸς ὑποδιαιρεῖται εἰς ἑκατὸν ἑκατοστὰ τοῦ βαθμοῦ καὶ κάθε ἑκατοστὸν τοῦ βαθμοῦ εἰς ἑκατὸν ἑκατοστὰ τοῦ ἑκατοστοῦ. Ὁ βαθμὸς συμβολίζεται μὲ τὸ γράμμα (^{g}), τὸ ἑκατοστὸν τοῦ βαθμοῦ μὲ τὸ γράμμα (^{c}) καὶ τὸ ἑκατοστὸν τοῦ ἑκατοστοῦ μὲ τὸ διπλοῦν γράμμα (^{cc}). Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἡ παράστασις: $352^g\ 15^c\ 35^{cc}$ σημαίνει: τριακόσιοι πεντήκοντα δύο βαθμοί, δεκαπέντε ἑκατοστὰ τοῦ βαθμοῦ καὶ τριάκοντα πέντε ἑκατοστὰ τοῦ ἑκατοστοῦ. Ἡ ἰδία γωνία παρίσταται ἁπλούστερα καὶ ὡς δεκαδικὸς ἀριθμὸς ὡς ἑξῆς: 15^g, 1535.

Ἀφ' ἑτέρου κάθε μοῖρα ὑποδιαιρεῖται εἰς ἑξήκοντα πρῶτα λεπτὰ καὶ κάθε πρῶτον λεπτὸν εἰς ἑξήκοντα δεύτερα. Ἡ μοῖρα συμβολίζεται μὲ τὸ σύμβολον (^{0}), τὸ πρῶτον λεπτὸν τῆς μοίρας μὲ μίαν ὀξεῖαν ($'$) καὶ τὸ δεύτερον λεπτὸν τῆς μοίρας μὲ δύο ὀξείας ($''$). Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἡ παράστασις: $176^0\ 33'\ 24''$ σημαίνει ἑκατὸν ἑβδομήκοντα ἕξ μοίρας, τριάκοντα τρία πρῶτα λεπτὰ καὶ εἰκοσιτέσσαρα δεύτερα λεπτὰ τῆς μοίρας.

Αἱ μοῖραι πρὸς τοὺς βαθμούς, τὰ πρῶτα λεπτὰ τῆς μοίρας πρὸς τὰ ἑκατοστὰ τοῦ βαθμοῦ καὶ τὰ δεύτερα λεπτὰ τῆς μοίρας πρὸς τὰ ἑκατοστὰ τοῦ ἑκατοστοῦ συνδέονται ἀντιστοίχως μὲ τὰς ἀκολούθους σχέσεις:

$$1^0 = \frac{10^g}{9},\quad 1' = 1{,}852^c,\quad 1'' = 3{,}086^{cc}$$

$$1^g = \frac{9^0}{10},\quad 1^c = 0{,}54',\quad 1^{cc} = 0{,}324''.$$

Μὲ βάσιν τὰς σχέσεις αὐτὰς ἔχουν συνταχθῆ πίνακες μετατροπῆς τῶν βαθμῶν εἰς μοίρας καὶ ἀντιστρόφως.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 3

ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΟΡΙΖΟΝΤΙΩΝ ΓΩΝΙΩΝ ΔΙΑ ΤΟΥ ΘΕΟΔΟΛΙΧΟΥ

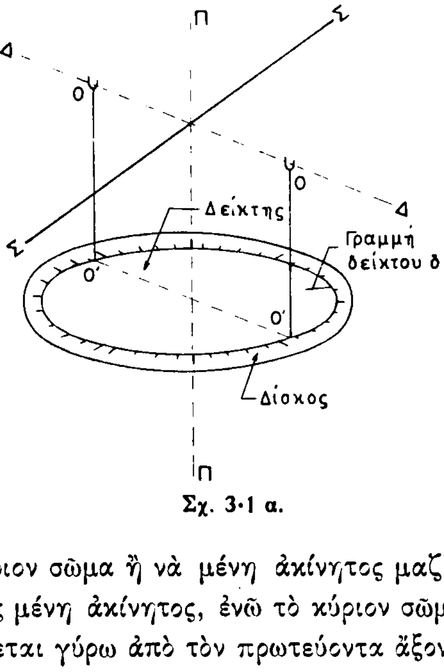
3·1 Θεοδόλιχος. Γενικὴ περιγραφή.

Ὁ θεοδόλιχος, ὅπως ἤδη ἐτονίσαμε, εἶναι τὸ κυριώτερον ὄργανον μετρήσεως ὁριζοντίων γωνιῶν. Ἀποτελεῖται ἀπὸ τὰ ἑξῆς μέρη (σχ. 3·1α):

α) *Τὴν σκοπευτικὴν διάταξιν ΣΣ*. Ἡ διάταξις αὐτὴ εἶναι ἕνα τηλεσκόπιον, χάρις εἰς τὸ ὁποῖον ἠμποροῦμε νὰ διακρίνωμε εὐκρινῶς μακρυνὰ ἀντικείμενα καὶ τὸ ὁποῖον ἔχει τὴν δυνατότητα νὰ περιστρέφεται περὶ ἕνα ἄξονα ΔΔ. Ἐπειδὴ ἐκ κατασκευῆς ΣΣ ⊥ ΔΔ, ἕπεται ὅτι κατὰ τὴν περιστροφήν της αὐτὴν ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ ΣΣ διαγράφει ἕνα ἐπίπεδον. Ὅταν ὁ ἄξων ΔΔ εἶναι ὁριζόντιος, τὸ ἐπίπεδον αὐτὸ εἶναι κατακόρυφον.

β) *Τὸ κύριον σῶμα τοῦ θεοδολίχου* ἀποτελεῖται ἀπὸ τοὺς ὀρθοστάτας ΟΟ′, ποὺ φέρουν τὸν ἄξονα ΔΔ καὶ ἀπὸ ἕνα κύκλον, ποὺ ὀνομάζεται *δείκτης*. Κοντὰ εἰς τὴν περιφέρειαν τοῦ δείκτου εἶναι χαραγμένη ἡ γραμμὴ δ. Ὁ δείκτης μαζὶ μὲ τοὺς ὀρθοστάτας, τὸν ἄξονα ΔΔ καὶ τὴν σκοπευτικὴν διάταξιν ΣΣ περιστρέφονται γύρω ἀπὸ τὸν ἄξονα ΠΠ, δηλαδὴ τὴν εὐθεῖαν, ποὺ ἑνώνει τὸ κέντρον τοῦ δείκτου μὲ τὸ σημεῖον τομῆς τῆς σκοπευτικῆς διατάξεως καὶ τοῦ ἄξονος ΔΔ (σχ. 3·1α). Ὁ ἄξων ΠΠ ὀνομάζεται *πρωτεύων ἄξων* καὶ ὁ ἄξων ΔΔ ὀνομάζεται *δευτερεύων*. Ὁ πρωτεύων ἄξων εἶναι κάθετος πρὸς τὸν δευτερεύοντα καὶ πρὸς τὸ ἐπίπεδον τοῦ δείκτου. Συνεπῶς τὰ διάφορα ἐπίπεδα, ποὺ διαγράφει ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ ΣΣ, ὅταν περιστρέφεται γύρω ἀπὸ τὸν δευτερεύοντα ἄξονα, ἐνῷ ταυτοχρόνως τὸ κύριον σῶμα περιστρέφεται γύρω ἀπὸ τὸν πρωτεύοντα, διέρχονται ἀπὸ τὸν πρωτεύοντα ἄξονα ΠΠ. Ἐπίσης κατὰ τὴν περιστροφὴν τοῦ κυρίου σώματος τὸ ἐπίπεδον τοῦ δείκτου παραμένει διαρκῶς κάθετον πρὸς τὸν ΠΠ.

γ) *Τὸν δίσκον*. Ὁ δίσκος εἶναι ἕνας κυκλικὸς δακτύλιος διηρημένος εἰς 360^0 ἢ 400^g. Ἡ ἐσωτερικὴ περιφέρεια τοῦ δακτυλίου αὐτοῦ συμπίπτει μὲ τὴν περιφέρειαν τοῦ δείκτου. Ὁ δίσκος εἰς ἄλλους μὲν θεοδολίχους, ποὺ καλοῦνται *ἁπλοῖ*, εἶναι σταθερῶς συνδεδεμένος μὲ τὴν βάσιν τοῦ ὀργάνου, εἰς ἄλλους δέ, ποὺ καλοῦνται *ἐπαναληπτικοί*, ἔχει τὴν δυνατότητα ἢ νὰ περιστρέφεται



Σχ. 3·1 α.

μαζὶ μὲ τὸ κύριον σῶμα ἢ νὰ μένῃ ἀκίνητος μαζὶ μὲ τὴν βάσιν. Ὅταν ὁ δίσκος μένῃ ἀκίνητος, ἐνῷ τὸ κύριον σῶμα τοῦ θεοδολίχου περιστρέφεται γύρω ἀπὸ τὸν πρωτεύοντα ἄξονα, ἡ γραμμὴ δ τοῦ δείκτου (σχ. 3·1 α) κινεῖται ἐμπρὸς ἀπὸ τὰς ὑποδιαιρέσεις τοῦ δίσκου. Συνεπῶς, ἐὰν ἀκινητήσωμε τὸ κύριον σῶμα εἰς δύο διαφορετικὰς θέσεις, ἡ διαφορὰ μεταξὺ τῶν ἀντιστοίχων ἀναγνώσεων τοῦ δίσκου, ἐμπρὸς ἀπὸ τὰς ὁποίας θὰ σταματήσῃ ὁ δείκτης, θὰ δίδῃ τὴν τιμὴν τῆς διέδρου γωνίας, ποὺ σχηματίζεται ἀπὸ τὰ ἐπίπεδα περιστροφῆς τῆς σκοπευτικῆς διατάξεως ΣΣ εἰς τὰς θέσεις αὐτὰς τοῦ κυρίου σώματος.

δ) *Τὴν βάσιν τοῦ θεοδολίχου.* Τὸ μέρος αὐτὸ τοῦ ὀργάνου ὑποβαστάζει τὰ τρία ἄλλα. Στηρίζεται εἰς τὸ ἔδαφος μὲ τὴν βοήθειαν ἑνὸς *τρίποδος*. Ὀνομάζεται καὶ *τρικόχλιον*, διότι εἶναι ἐφωδιασμένη μὲ τρεῖς κοχλίας, οἱ ὁποῖοι, ὅπως θὰ ἴδοῦμε, χρησιμεύουν διὰ τὴν ὁριζοντίωσιν τοῦ θεοδολίχου. Ἀναλυτικὴ περιγραφὴ καὶ σχήματα τῆς βάσεως καὶ τοῦ τρίποδος θὰ δοθοῦν εἰς τὰς ἑπομένας σελίδας.

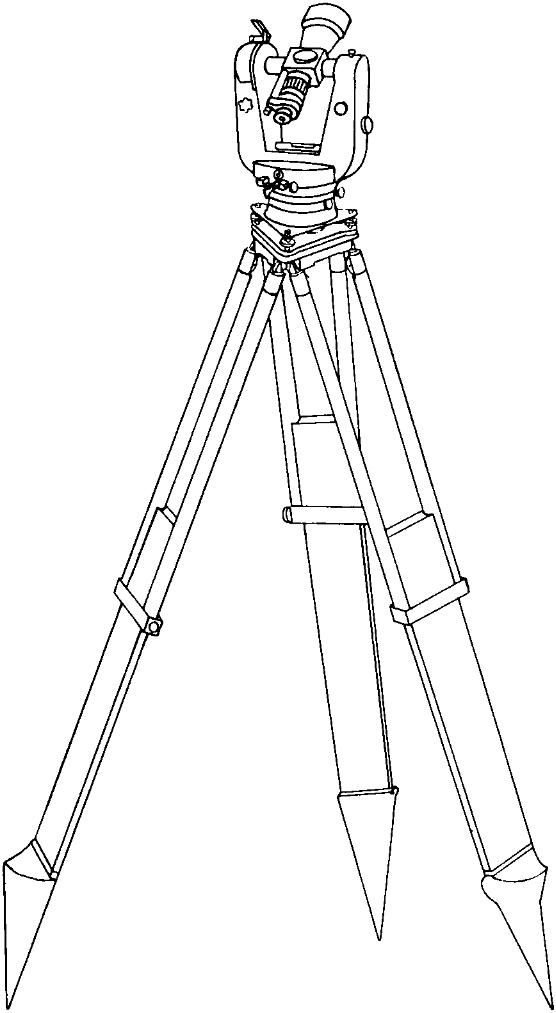
Ἄς ἐπανέλθωμε τώρα εἰς τὴν μέτρησιν τῆς ὁριζοντίας γωνίας τῶν σημείων 1 καὶ 2 ὡς πρὸς τὸ σημεῖον Α (σχ. 2·1β). Προκειμένου νὰ μετρήσωμε τὴν γωνίαν αὐτὴν τοποθετοῦμε τὸν θεοδόλιχον μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ τρίποδος ἐπάνω ἀκριβῶς ἀπὸ τὸ σημεῖον Α οὕτως, ὥστε μετὰ τὴν ὁριζοντίωσιν τῆς βάσεως ὁ πρωτεύων ἄξων ΠΠ νὰ συμπίπτῃ μὲ τὴν κατακόρυφον, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ Α. Αὐτὸ θὰ ἔχῃ τὰ ἀκόλουθα ἀποτελέσματα:

1) Ὁ δίσκος τοῦ θεοδολίχου, ὁ δείκτης καὶ ὁ δευτερεύων ἄξων θὰ καταστοῦν ὁριζόντιοι.

2) Τὰ διάφορα ἐπίπεδα, ποὺ διαγράφει ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ ΣΣ, ὅταν στρέφεται γύρω ἀπὸ τὸν δευτερεύοντα ἄξονα, ἐφ'ὅσον διέρχωνται ἀπὸ τὸν πρωτεύοντα ἄξονα, θὰ καταστοῦν κατακόρυφα.

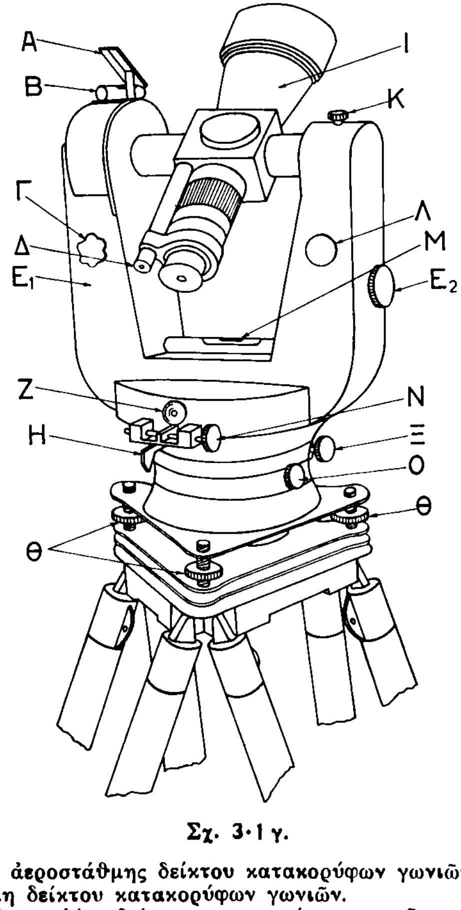
Συνεπῶς, ἐὰν κατευθύνωμε τὴν σκοπευτικὴν γραμμὴν ἀλληλοδιαδόχως πρὸς τὰ σημεῖα 1 καὶ 2 καὶ κάνωμε τὰς ἀντιστοίχους ἀναγνώσεις εἰς τὸν δίσκον, τότε ἡ διαφορὰ μεταξὺ τῶν δύο ἀναγνώσεων θὰ δίδῃ τὴν τιμὴν τῆς διέδρου γωνίας, ποὺ σχηματίζουν τὰ κατακόρυφα ἐπίπεδα Α, 1 καὶ Α, 2, δηλαδὴ τὴν ὁριζοντίαν γωνίαν, ποὺ θέλομε νὰ μετρήσωμε.

Εἴδαμε προηγουμένως ὅτι, ὅταν κατακορυφώσωμε τὸν πρωτεύοντα ἄξονα, ὁ δίσκος καθίσταται ὁριζόντιος. Ὀνομάζομε λοιπὸν τὸν δίσκον, περὶ τοῦ ὁποίου γίνεται λόγος, *ὁριζόντιον δίσκον*, διὰ νὰ τὸν ἀντιδιαστείλωμε ἀπὸ ἕνα ἄλλον δίσκον, μὲ τὸν ὁποῖον εἶναι ἐπίσης ἐφωδιασμένος ὁ θεοδόλιχος. Ὁ δεύτερος αὐτὸς δίσκος, ὅταν κατακορυφωθῇ ὁ πρωτεύων ἄξων, καθίσταται καὶ αὐτὸς κατακόρυφος. Δι' αὐτὸ ὀνομάζεται *κατακόρυφος δίσκος*.



Σχ. 3·1 β.

Ὁ κατακόρυφος δίσκος τοῦ θεοδολίχου χρησιμεύει διὰ τὴν



Σχ. 3·1 γ.

Α : Κάτοπτρον ἀεροστάθμης δείκτου κατακορύφων γωνιῶν.
Β : Ἀεροστάθμη δείκτου κατακορύφων γωνιῶν.
Γ : Διορθωτικὸς κοχλίας δείκτου κατακορύφων γωνιῶν.
Δ : Μικροσκόπιον ἀναγνώσεως ὁριζοντίων καὶ κατακορύφων γωνιῶν.
$Ε_1$: Κοχλίας χειρισμοῦ ὀπτικοῦ μικρομέτρου κατακορύφων γωνιῶν.
$Ε_2$: Κοχλίας χειρισμοῦ ὀπτικοῦ μικρομέτρου ὁριζοντίων γωνιῶν.
Ζ : Προσοφθάλμιον σύστημα ἐλέγχου κεντρώσεως θεοδολίχου.
Η : Ἀνασταλτικὸς κοχλίας περιστροφῆς δείκτου ὁριζοντίων γωνιῶν.
Θ : Ρυθμιστικοὶ κοχλίαι ὁριζοντιώσεως θεοδολίχου.
Ι : Τηλεσκόπιον.
Κ : Ἀνασταλτικὸς κοχλίας περιστροφῆς τηλεσκοπίου.
Λ : Μικροκινητήριος κοχλίας περιστροφῆς τηλεσκοπίου.
Μ : Ἀεροστάθμη ὁριζοντιώσεως ὀργάνου.
Ν : Μικροκινητήριος κοχλίας περιστροφῆς δείκτου ὁριζοντίων γωνιῶν.
Ξ : Μικροκινητήριος κοχλίας περιστροφῆς ὁριζοντίου δίσκου.
Ο : Ἀνασταλτικὸς κοχλίας περιστροφῆς ὁριζοντίου δίσκου.

μέτρησιν κατακορύφων γωνιῶν. Ἀλλὰ τί εἶναι κατακόρυφος γωνία καὶ πῶς γίνεται ἡ μέτρησίς της θὰ τὰ ἐξετάσωμε εἰς ἄλλο κεφάλαιον.

Ἕως ἐδῶ ἐκάναμε μίαν σύντομον περιγραφὴν τῶν διαφόρων μερῶν τοῦ ὀργάνου καὶ ἐδώσαμε μίαν γενικὴν εἰκόνα τοῦ τρόπου λειτουργίας του. Εἰς αὐτὸ μᾶς ἐβοήθησε τὸ σχῆμα 3 · 1 α, τὸ ὁποῖον παριστάνει σχηματικῶς τὰ διάφορα μέρη τοῦ ὀργάνου. Πραγματικὴν εἰκόνα τοῦ θεοδολίχου, βάσει τῆς ὁποίας θὰ γίνη ἡ λεπτομερὴς περιγραφή του, μᾶς δίδουν τὰ σχήματα 3 · 1 β καὶ 3 · 1 γ. Ἀπὸ αὐτὰ τὸ μὲν πρῶτον παριστάνει ἕνα σχετικῶς σύγχρονον τύπον θεοδολίχου, καὶ συγκεκριμένως τὸν ἐπαναληπτικὸν θεοδόλιχον Watts μὲ τὸν τρίποδα, ποὺ τὸν ὑποβαστάζει, τὸ δὲ δεύτερον τὸν ἴδιον τύπον μὲ τὴν κεφαλὴν τοῦ τρίποδος μόνον.

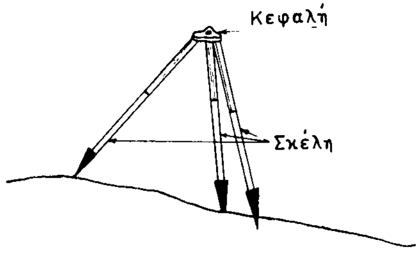
Οἱ συμβολισμοὶ Α,Β,Γ,... ἕως Ο τοῦ σχήματος 3 · 1 γ ἀναφέρονται εἰς τὰ ἐμφανῆ ἐξαρτήματα τοῦ θεοδολίχου. Ἡ σημασία τῶν συμβολισμῶν αὐτῶν θὰ γίνη ἀντιληπτὴ κατὰ τὰ διάφορα στάδια τῆς λεπτομεροῦς περιγραφῆς τοῦ ὀργάνου, ποὺ θὰ ἐπακολουθήση εἰς τὰς ἑπομένας παραγράφους. Εἰδικώτερα διὰ τὰ ἐξαρτήματα Α, Β, Γ καὶ E_1, ποὺ ἀφοροῦν ἀποκλειστικῶς εἰς τὴν μέτρησιν κατακορύφων γωνιῶν, θὰ γίνη λόγος εἰς τὸ ἀντίστοιχον κεφάλαιον. Ἐδῶ ἀναφέρομε μόνον ὅτι καὶ διὰ τὴν μέτρησιν αὐτὴν χρησιμοποιεῖται ὁ θεοδόλιχος.

Κατὰ τὴν λεπτομερῆ περιγραφὴν τοῦ θεοδολίχου θὰ ἀκολουθήσωμε τὴν σειρὰν χειρισμοῦ, δηλαδὴ τὴν φυσικὴν σειρὰν τῶν ἐργασιῶν, ποὺ κάνομε, ὅταν μετροῦμε τὰς ὁριζοντίας γωνίας. Παραλλήλως δὲ πρὸς κάθε μίαν ἀπὸ τὰς ἐργασίας αὐτὰς θὰ περιγράψωμε καὶ τὰ ἀντίστοιχα μέρη καὶ ἐξαρτήματα τοῦ ὀργάνου.

3 · 2 Τοποθέτησις ὀργάνου. Τρίπους.

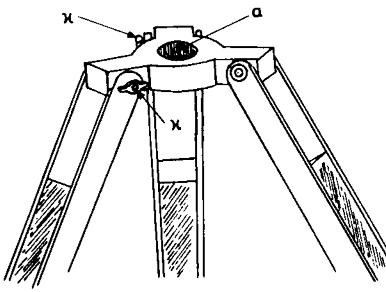
Ὁ θεοδόλιχος φυλάσσεται μέσα εἰς κατάλληλον κιβώτιον καὶ διὰ τὴν ἀποφυγὴν φθορᾶς κατὰ τὴν μεταφορὰν (θραῦσις κλπ.) καὶ διὰ νὰ μὴ εἶναι ἐκτεθειμένος εἰς τὰς καιρικὰς συνθήκας. Ὅταν τὸν χρησιμοποιοῦμε, τὸν βγάζομε ἀπὸ τὸ κιβώτιον καὶ τὸν τοποθετοῦμε ἐπάνω εἰς ἕνα τρίποδα. Ὁ *τρίπους* εἶναι ἀπαραίτητος κυρίως, διότι κατὰ τὴν σκόπευσιν τῶν διαφόρων σημείων τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐδάφους ἡ σκοπευτικὴ διάταξις ΣΣ (σχ. 3·1 α) πρέπει νὰ εὑρίσκεται κοντὰ εἰς τὸν ὀφθαλμὸν τοῦ παρατηρητοῦ (ἔτσι ὀνομάζεται ὁ χειριστὴς τοῦ θεοδολίχου), ὁ ὁποῖος φυσικὰ σκοπεύει ὄρθιος. Δηλαδὴ πρέπει τὸ ὕψος τοῦ θεοδολίχου νὰ ρυθμίζεται ἀναλόγως πρὸς τὸ ὕψος τοῦ ἀνθρώπου.

Ὑπάρχουν διάφοροι τύποι τριπόδων. Εἶναι κατεσκευασμένοι συνήθως ἀπὸ ξύλον καὶ ἀποτελοῦνται ἀπὸ τὴν κεφαλὴν καὶ τὰ σκέλη. Ἡ κεφαλὴ ἔχει σκοπὸν νὰ ὑποβαστάζῃ τὸ ὄργανον, ἐνῶ τὰ σκέλη προορίζονται διὰ νὰ τὸ στηρίζουν εἰς τὸ ἔδαφος. Κεφαλὴ καὶ σκέλη συνδέονται μεταξύ των μὲ ἀρθρώσεις, πρᾶγμα ποὺ ἐπιτρέπει τὴν περιστροφὴν τοῦ κάθε σκέλους ἐν σχέσει πρὸς τὸ σημεῖον συνδέσεως. Αὐτὸ χρησιμεύει ἀφ' ἑνὸς μὲν εἰς τὸ νὰ ἠμποροῦμε νὰ ἐπιφέρωμε μικρὰς μεταβολὰς εἰς τὸ ὕψος τοῦ ὀργάνου, ἀναλόγως πρὸς τὸ ἀνάστημα τοῦ παρατηρητοῦ, ἀφ' ἑτέρου δὲ εἰς τὸ νὰ ἠμποροῦμε νὰ τοποθετήσωμε τὸν τρίποδα μὲ τὴν κεφαλὴν ὁριζοντίαν καὶ ὅταν ἀκόμη τὸ ἔδαφος εἶναι κεκλιμένον (σχ. 3·2 α).

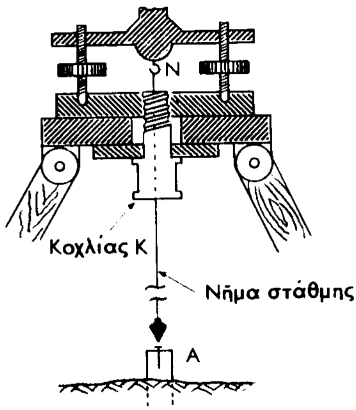


Σχ. 3·2 α.

Εἰς τοὺς παλαιοτέρους τύπους τριπόδων ἡ ἄρθρωσις τῆς συνδέσεως κεφαλῆς καὶ σκέλους ἦτο κοχλιωτὴ (σχ. 3·2 β). Δι' αὐτὸ ἔπρεπε μετὰ τὴν τοποθέτησιν τοῦ ὀργάνου εἰς τὴν κατάλληλον θέσιν νὰ σφίγγωμε τοὺς κοχλίας κ διὰ νὰ στερεωθῇ καλῶς ὁ τρίπους. Εἰς τοὺς νέους ὅμως τύπους τριπόδων (σχ. 3 · 1 β καὶ 3 · 1 γ) οἱ κοχλίαι κ δὲν χρειάζονται, διότι αἱ ἀρθρώσεις συνδέσεως εἶναι τόσον σφιγκταί, ὥστε νὰ ἐπιτρέπουν καὶ τὴν περιστροφὴν τῶν σκελῶν καὶ τὴν ἀσφαλῆ στερέωσιν τοῦ τρίποδος. Ἐξ ἄλλου οἱ νέοι τύποι μᾶς παρέχουν τὴν δυνατότητα νὰ αὐξομειώνωμε τὸ μῆκος τῶν σκελῶν (σχ. 3 · 1 β). Εἰς ὅλους ἀνεξαιρέτως τοὺς τύπους τὰ ἄκρα τῶν σκελῶν εἶναι ἐνισχυμένα μὲ σιδηρᾶς αἰχμὰς διὰ νὰ στερεώνωνται εὐκολώτερον εἰς τὸ ἔδαφος.



Σχ. 3·2 β.



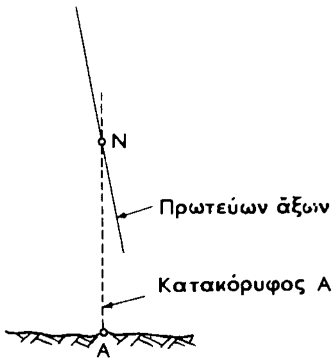
Σχ. 3·2 γ.

Ἡ σύνδεσις τοῦ ὀργάνου μὲ τὴν κεφαλὴν τοῦ τρίποδος γίνεται μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ κοχλίου Κ (σχ. 3 · 2 γ), ὁ ὁποῖος διαπερᾶ τὴν ὀπὴν α τῆς κεφαλῆς καὶ κοχλιώνεται ἐντὸς τῆς βάσεως τοῦ ὀργάνου. Ἡ ὀπὴ α (σχ. 3 · 2 β) εἶναι ἀρκετὰ μεγάλη καὶ ἔχομε τὴν δυνατότητα, ὅταν ἀποκοχλιώσωμε ὀλίγον τὸν κοχλία Κ, νὰ μετακινήσωμε τὸ ὄργανον ὁριζοντίως ἐπάνω εἰς τὴν κεφαλὴν τοῦ τρίποδος, χωρὶς νὰ ὑπάρχῃ κίνδυνος ἀποσυνδέσεως. Αὐτό, ὅπως θὰ ἴδοῦμε, ἔχει μεγάλην σημασίαν διὰ τὴν κέντρωσιν τοῦ ὀργάνου.

3·3 Ἀρχικὴ κέντρωσις τοῦ ὀργάνου.

Κέντρωσις τοῦ ὀργάνου ὀνομάζεται ἡ ἐργασία, ποὺ ἐκτελοῦμε, ὥστε ὁ πρωτεύων ἄξων ΠΠ νὰ συμπέσῃ μὲ τὴν κατακόρυφον, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ σημεῖον Α.

Ἐν πρώτοις ἐπιδιώκομε νὰ ἐπιτύχωμε μίαν *ἀρχικὴν κέντρωσιν* τοῦ ὅλου ὀργάνου κατὰ τὴν τοποθέτησιν τοῦ τρίποδος ἐπάνω ἀπὸ τὸ σημεῖον Α. Ἡ κέντρωσις αὐτὴ ἐπιτυγχάνεται μὲ τὴν βοήθειαν ἑνὸς νήματος τῆς στάθμης, ποὺ τὸ κρεμοῦμε ἀπὸ τὸ σημεῖον Ν τῆς βάσεως τοῦ ὀργάνου (σχ. 3·2γ). Τὸ σημεῖον Ν κεῖται ἐκ κατασκευῆς ἐπὶ τοῦ πρωτεύοντος ἄξονος ΠΠ. Ὁ κοχλίας Κ (σχ. 3·2γ) εἶναι διάτρητος διὰ νὰ μὴ ἐμποδίζῃ τὴν ἀνάρτησιν



Σχ. 3·3α.

τοῦ νήματος τῆς στάθμης. Ἐὰν τώρα τοποθετήσωμε τὸν τρίποδα κατὰ τέτοιον τρόπον, ὥστε ἡ μὲν κεφαλή του νὰ εἶναι περίπου ὁριζοντία, τὸ δὲ νῆμα τῆς στάθμης νὰ ἀντιστοιχῇ ἀκριβῶς εἰς τὸ κέντρον σημάνσεως τοῦ σημείου Α, θὰ ἐπιτύχωμε μίαν ἱκανοποιητικὴν ἀρχικὴν κέντρωσιν, δηλαδὴ μίαν κατὰ προσέγγισιν σύμπτωσιν τοῦ πρωτεύοντος ἄξονος ΠΠ καὶ τῆς κατακορύφου διὰ τοῦ Α. Ἡ σύμπτωσις δὲν εἶναι πλήρης, διότι ἀφορᾷ μόνον εἰς ἕνα σημεῖον τοῦ πρωτεύοντος ἄξονος, δηλαδὴ τὸ σημεῖον ἀναρτήσεως τοῦ νήματος τῆς στάθμης. Τὰ ἄλλα σημεῖα τοῦ ἄξονος ἐνδέχεται νὰ ἀποκλίνουν ἀπὸ τὴν κατακόρυφον (σχ. 3·3α).

Συνεπῶς, διὰ νὰ ἐπιτύχωμε πλήρη κέντρωσιν τοῦ ὀργάνου, δηλαδὴ πλήρη σύμπτωσιν πρωτεύοντος ἄξονος καὶ κατακορύφου διὰ τοῦ Α, πρέπει νὰ προηγηθῇ ἡ κατακορύφωσις τοῦ πρωτεύοντος ἄξονος ἤ, ὅπως ἐπίσης λέγεται, ἡ *ὁριζοντίωσις τοῦ ὀργάνου.*

3·4 Ὁριζοντίωσις τοῦ ὀργάνου. Ἀεροστάθμη.

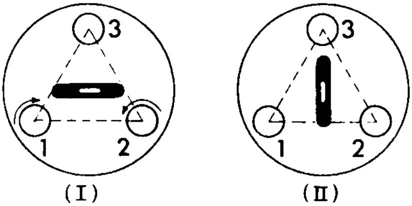
Μίαν πρώτην ὄχι ἀκριβῆ ὁριζοντίωσιν τοῦ ὀργάνου ἐπιδιώκομε εὐθὺς ἀμέσως μὲ τὴν τοποθέτησίν του ἐπάνω εἰς τὸ ἔδαφος, ὁπότε, ὅπως εἴπαμε, προσπαθοῦμε ἡ κεφαλὴ τοῦ τρίποδος νὰ εἶναι κατὰ τὸ δυνατὸν ὁριζοντία.

Ὅσον μεγαλυτέραν ἐπιτυχίαν θὰ σημειώσωμε κατὰ τὴν προσπάθειάν μας αὐτήν, τόσον ὀλιγώτερον θὰ χρονοτριβήσωμε διὰ τὴν ἀκριβῆ ὁριζοντίωσιν τοῦ ὀργάνου.

Ἡ ἀκριβὴς ὁριζοντίωσις ἐπιτυγχάνεται μὲ τὴν σωληνωτὴν ἀεροστάθμην, διὰ τὴν ὁποίαν εἴπαμε ὅτι συνδυάζεται συνήθως μὲ ἄλλα πολυπλοκώτερα τοπογραφικὰ ὄργανα (παράγρ. 0·9). Ἕνα ἀπὸ τὰ ὄργανα αὐτὰ εἶναι καὶ ὁ θεοδόλιχος.

Ἡ σωληνωτὴ ἀεροστάθμη τοῦ θεοδολίχου εἶναι ἐπιθετή. Προσαρμόζεται εἰς τὸ κύριον σῶμα τοῦ ὀργάνου οὕτως, ὥστε νὰ εἶναι κάθετος πρὸς τὸν πρωτεύοντα ἄξονα ΠΠ (βλέπε γράμμα Μ τοῦ σχήματος 3·1γ). Αὐτὴ ὅμως ἡ καθετότης, ἡ ὁποία, ὅπως ἀντιλαμβανόμεθα, ἀποτελεῖ καὶ τὴν συνθήκην ἀκριβείας τῆς σωληνωτῆς ἀεροστάθμης τοῦ θεοδολίχου, δὲν θὰ ἦτο δυνατὸν νὰ ἐξασφαλισθῇ μὲ ἀπόλυτον ἀκρίβειαν, ἐὰν ἡ ἀεροστάθμη ἦτο συμπαγῶς συνδεδεμένη μὲ τὸ κύριον σῶμα τοῦ θεοδολίχου. Θὰ ἦτο ἀρκετὴ ἐνδεχομένως μία ἰσχυρὰ κροῦσις τοῦ ὀργάνου διὰ νὰ καταστραφῇ ἡ συνθήκη ἀκριβείας τῆς ἀεροστάθμης καὶ ἑπομένως νὰ καταστῇ ὁλόκληρος ὁ θεοδόλιχος ἄχρηστος. Προβλέπεται λοιπὸν τέτοια σύνδεσις τῆς ἀεροστάθμης μὲ τὸ κύριον σῶμα τοῦ θεοδολίχου, ὥστε ἡ συνθήκη ἀκριβείας τῆς ἀεροστάθμης, δηλαδὴ ἡ καθετότης τοῦ ἄξονός της μὲ τὸν πρωτεύοντα ἄξονα ΠΠ, νὰ ἀποκαθίσταται μὲ εὐχέρειαν. Προτοῦ ὅμως ἰδοῦμε πῶς γίνεται αὐτό, ἂς ἐξετάσωμε πῶς ἐλέγχεται ἡ ἀκρίβεια τῆς ἀεροστάθμης.

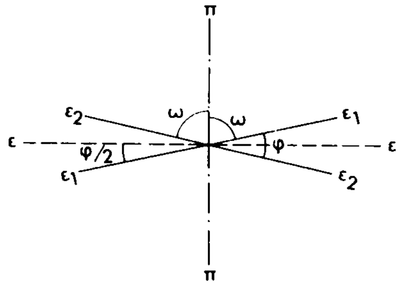
Ἀφοῦ συμπληρώσωμε τὴν πρώτην κέντρωσιν τοῦ ὀργάνου, στρέφομε τὸν θεοδόλιχον γύρω ἀπὸ τὸν πρωτεύοντα ἄξονα ΠΠ, ἕως ὅτου ἡ ἀεροστάθμη, ποὺ τὸν ἀκολουθεῖ εἰς τὴν περιστροφήν του, γίνῃ περίπου παράλληλος πρὸς τὴν νοητὴν εὐθεῖαν, τὴν ὁποίαν σχηματίζουν οἱ ρυθμιστικοὶ κοχλίαι 1 καὶ 2 τῆς βάσεως τοῦ ὀργάνου (σχ. 3 · 4 α - θέσις Ι). Οἱ ρυθμιστικοὶ αὐτοὶ κοχλίαι, καθὼς γνωρίζομε ἤδη, εἶναι τρεῖς καὶ παρίστανται μὲ τὸ γράμμα Θ εἰς τὴν γενικὴν εἰκόνα τοῦ θεοδολίχου (σχ. 3 · 1 γ).



Σχ. 3·4 α.

Στρέφομε τότε τοὺς κοχλίας 1 καὶ 2 κατὰ τὴν φορὰν τοῦ σχήματος 3 · 4 α (θέσις Ι) ἢ τὴν ἀντίθετόν της, ἕως ὅτου ἡ σωληνωτὴ ἀεροστάθμη ἰσορροπήσῃ. Ὁ ἄξων τῆς ἀεροστάθμης θὰ καταστῇ ὁριζόντιος. Κατόπιν στρέφομε τὸ ὄργανον γύρω ἀπὸ τὸν πρωτεύοντα ἄξονα ΠΠ κατὰ 180°. Ἐὰν ἰσχύῃ ἡ συνθήκη ἀκριβείας τῆς ἀεροστάθμης, δηλαδὴ ἐὰν ε — ε ⊥ ΠΠ, θὰ πρέπει ἡ νέα θέσις τοῦ ἄξονος τῆς ἀεροστάθμης νὰ συμπέσῃ μὲ τὴν παλαιὰν καὶ συνεπῶς νὰ διατηρηθῇ ἡ ἰσορροπία της. Ἐὰν ὅμως δὲν ἰσχύῃ ἡ καθετότης ε — ε ⊥ ΠΠ, τότε ὁ ἄξων τῆς ἀεροστάθμης θὰ καταλάβῃ τὴν νέαν θέσιν $\varepsilon_2 - \varepsilon_2$ (σχ. 3 · 4 β), ποὺ θὰ εἶναι διαφορετικὴ ἀπὸ τὴν παλαιὰν $\varepsilon_1 - \varepsilon_1$. Μὲ ἄλλους λόγους ἡ $\varepsilon_2 - \varepsilon_2$ δὲν θὰ εἶναι ὁριζοντία καὶ ἑπομένως ἡ ἰσορροπία τῆς ἀεροστάθμης θὰ καταστραφῆ.

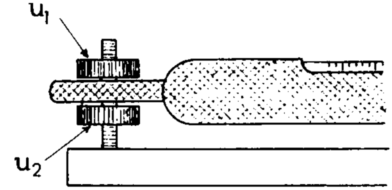
Ἔστω Κ τὸ κανονικὸν σημεῖον τῆς ἀεροστάθμης καὶ Κ΄ τὸ νέον σημεῖον, μὲ τὸ ὁποῖον θὰ συμπέση τὸ μέσον τῆς φυσαλίδος. Εἶναι εὔκολον νὰ ἀντιληφθῆ κανεὶς ὅτι τὸ τόξον ΚΚ΄ ἰσοῦται μὲ τὴν γωνίαν φ, ποὺ σχηματίζουν αἱ $\varepsilon_1 - \varepsilon_1$ καὶ $\varepsilon_2 - \varepsilon_2$ (σχ. 3 · 4 β).



Σχ. 3·4 β.

Ἐπίσης, ἐπειδὴ αἱ $\varepsilon_1 - \varepsilon_1$ καὶ $\varepsilon_2 - \varepsilon_2$ σχηματίζουν ἴσας γωνίας μὲ τὸν πρωτεύοντα ἄξονα ΠΠ (γωνίαι ω εἰς τὸ σχῆμα 3 · 4 β), συμπεραίνομε ὅτι ἡ διχοτόμος τῆς γωνίας φ θὰ εἶναι κάθετος πρὸς τὸν ΠΠ. Ἐὰν λοιπὸν θελήσωμε νὰ ἀποκαταστήσωμε τὴν καθετότητα τοῦ ἄξονος τῆς ἀεροστάθμης καὶ τοῦ πρωτεύοντος ἄξονος τοῦ θεοδολίχου, θὰ πρέπει νὰ στρέψωμε τὴν ἀεροστάθμην κατὰ γωνίαν φ/2, χωρὶς ὅμως νὰ στραφῆ καὶ ὁ πρωτεύων ἄξων. Αὐτὸ θὰ συμβῆ, ἐὰν ἡ φυσαλὶς τῆς ἀεροστάθμης διανύση τὸ ἥμισυ τῆς ἀποστάσεως, ποὺ χωρίζει τὸ σημεῖον Κ΄ ἀπὸ τὸ κανονικὸν σημεῖον Κ. (Τὰ σημεῖα Κ καὶ Κ΄ δὲν σημειοῦνται εἰς τὸ σχῆμα 3 · 4 β).

Πῶς ὅμως θὰ ἐπιτύχωμε νὰ στρέψωμε τὴν ἀεροστάθμην χωρὶς νὰ στραφῆ καὶ ὁ πρωτεύων ἄξων ΠΠ; Αὐτὸ γίνεται μὲ ἕνα κατάλληλον σύστημα ἀπὸ μικροκοχλίας, οἱ ὁποῖοι μᾶς ἐπιτρέπουν νὰ ἐπιφέρωμε μικρομεταθέσεις εἰς τὸν ἄξονα τῆς ἀεροστάθμης ἐν σχέσει πρὸς τὸ κύριον σῶμα τοῦ θεοδολίχου καὶ συνεπῶς ἐν σχέσει πρὸς τὸν πρωτεύοντα ἄξονα. Ἕνα τέτοιο σύστημα βλέπομε εἰς τὸ σχῆμα 3·4 γ, ὅπου, ἐὰν περιστρέψωμε τοὺς κοχλίας κ_1 καὶ κ_2 κατὰ τὴν ἰδίαν φοράν, ἠμποροῦμε νὰ ἐπιτύχωμε ἀφ' ἑνὸς μὲν τὴν ἐπιθυμητὴν θέσιν τοῦ ἄξονος τῆς ἀεροστάθμης, ἀφ' ἑτέρου δὲ τὴν στερεὰν σύνδεσιν ἀεροστάθμης καὶ θεοδολίχου. Τὸ ἴδιον ἀποτέλεσμα δυνάμεθα ἐπίσης νὰ ἐπιτύχωμε καὶ μὲ ἄλλα συστήματα συνδέσεως.



Σχ. 3·4 γ.

Ἀφοῦ εἴδαμε πῶς γίνεται ὁ ἔλεγχος καὶ ἡ ἀποκατάστασις τῆς συνθήκης ἀκριβείας τῆς σωληνωτῆς ἀεροστάθμης, ἂς ἰδοῦμε τώρα πῶς κάνομε τὴν ἀκριβῆ ὁριζοντίωσιν τοῦ θεοδολίχου, δηλαδὴ τὴν ἀκριβῆ κατακορύφωσιν τοῦ πρωτεύοντος ἄξονος ΠΠ.

Μόλις ἡ φυσαλὶς διανύση τὸ ἥμισυ τοῦ τόξου ΚΚ′ καὶ ἑπομένως ἀποκατασταθῆ ἡ συνθήκη ἀκριβείας τῆς ἀεροστάθμης, παύομε νὰ χειριζώμεθα τοὺς μικροκοχλίας κ_1 καὶ κ_2 καὶ ἐπανερχόμεθα εἰς τοὺς ρυθμιστικοὺς κοχλίας 1 καὶ 2 τῆς βάσεως τοῦ θεοδολίχου (σχ. 3·4 α). Μὲ τὴν βοήθειαν τῶν κοχλιῶν αὐτῶν ὁριζοντιώνομε τὴν ἀεροστάθμην, δηλαδὴ ἀναγκάζομε τὴν φυσαλίδα νὰ συμπέση μὲ τὸ κανονικὸν σημεῖον. Ἔπειτα στρέφομε τὸν θεοδόλιχον γύρω ἀπὸ τὸν πρωτεύοντα ἄξονα ΠΠ κατὰ 90^0 καὶ ὁριζοντιώνομε ἐκ νέου τὴν ἀεροστάθμην, ἀλλὰ μόνον μὲ τὸν κοχλίαν 3 (σχ. 3·4 α -θέσις ΙΙ). Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ὁ ἄξων τῆς ἀεροστάθμης καθίσταται ὁριζόντιος εἰς δύο διαφορετικὰς θέσεις τῆς ἀεροστάθμης, ποὺ εἶναι κάθετοι μεταξύ των. Συνεπῶς, σύμφωνα μὲ ὅσα εἴπαμε εἰς τὴν παράγραφον 0 · 9(2) διὰ τὴν κατακορύφωσιν μιᾶς εὐθείας, ὁ ἄξων ΠΠ καθίσταται κατακόρυφος.

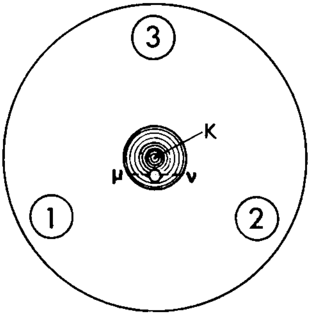
Ὁ ἔλεγχος τῆς καθετότητος ε — ε ⊥ ΠΠ πρέπει νὰ γίνεται κάθε φοράν, ποὺ ὁριζοντιώνομε τὸν θεοδόλιχον. Ἐὰν τὸ ἀποτέλεσμα τοῦ ἐλέγχου εἶναι ἀρνητικόν, τότε προβαίνομε εἰς τὴν ὁριζοντίωσιν τοῦ ὀργάνου συμφώνως πρὸς τὰ ἀνωτέρω. Ἐὰν τὸ ἀποτέλεσμα εἶναι θετικόν, ὁριζοντιώνομε τὴν ἀεροστάθμην εἰς τὰς θέσεις Ι καὶ ΙΙ χωρὶς νὰ μεσολαβήσῃ καμμία διόρθωσις.

Ἐὰν δὲν γίνῃ ὁ ἔλεγχος τῆς καθετότητος ε — ε ⊥ ΠΠ καὶ κατὰ σύμπτωσιν δὲν ἰσχύῃ ἡ καθετότης, θὰ συμβῆ τὸ ἑξῆς: Ὅταν ἰσορροπήσῃ ἡ ἀεροστάθμη εἰς τὴν θέσιν ΙΙ, θὰ καταστραφῆ εἰς τὴν θέσιν Ι. Ἐὰν δηλαδὴ ἐπανέλθωμε εἰς τὴν θέσιν Ι, θὰ διαπιστώσωμε ὅτι ἡ ἀεροστάθμη δὲν ἰσορροπεῖ. Καὶ ἐὰν θελήσωμε νὰ ἀποκαταστήσωμε τὴν ἰσορροπίαν της, θὰ συμβῆ τὸ ἴδιον διὰ τὴν θέσιν ΙΙ. Μὲ ἄλλους λόγους δὲν θὰ κατορθώσωμε ποτὲ νὰ ὁριζοντιώσωμε τὴν ἀεροστάθμην καὶ εἰς τὰς δύο διαδοχικὰς θέσεις.

Καλὸν εἶναι ἔπειτα ἀπὸ τὴν ὁριζοντίωσιν τῆς ἀεροστάθμης εἰς τὴν θέσιν ΙΙ νὰ ἐπανερχώμεθα πάντοτε εἰς τὴν θέσιν Ι καὶ νὰ διαπιστώνωμε, ἐὰν διατηρῆται ἡ ἰσορροπία τῆς ἀεροστάθμης, ἔστω καὶ ἐὰν ἔχωμε κάνει τὸν ἔλεγχον τῆς καθετότητος. Μόνον τότε εἴμεθα ἀπολύτως ἀσφαλεῖς ὅτι ἐπετύχαμε τὴν ὁριζοντίωσιν τοῦ ὀργάνου, δηλαδὴ τὴν κατακορύφωσιν τοῦ πρωτεύοντος ἄξονος ΠΠ.

Μερικοὶ τύποι θεοδολίχων εἶναι ἐφωδιασμένοι ἐκτὸς τῆς σωληνωτῆς καὶ μὲ σφαιρικὴν ἀεροστάθμην. Ἐννοεῖται ὅτι ἡ σφαιρικὴ ἀεροστάθμη δὲν χρησιμοποιεῖται παρὰ μόνον διὰ μίαν πρώτην ὁριζοντίωσιν τοῦ ὀργάνου. Ἐπακολουθεῖ πάντοτε ἀκριβὴς ὁριζοντίωσις μὲ τὴν σωληνωτὴν ἀεροστάθμην.

Ἡ ὁριζοντίωσις τοῦ ὀργάνου μὲ τὴν σφαιρικὴν ἀεροστάθμην γίνεται ὡς ἑξῆς: Χειριζόμεθα πρῶτα τοὺς ρυθμιστικοὺς κοχλίας 1 καὶ 2 τοῦ τρικοχλίου, ἕως ὅτου ἡ φυσαλὶς τῆς σφαιρικῆς ἀεροστάθμης συμπέσῃ μὲ τὸ μέσον τοῦ τόξου μ — ν (σχ. 3 · 4 δ). Ἐπειτα χειριζόμεθα τὸν ρυθμιστικὸν κοχλίαν 3, ἕως ὅτου ἡ φυσαλὶς συμπέση μὲ τὸ κανονικὸν σημεῖον. Ἐὰν ἰσχύη ἡ συνθήκη ἀκριβείας τῆς σφαιρικῆς ἀεροστάθμης, δηλαδὴ ἐὰν ὁ ἄξων ε τῆς ἀεροστάθμης [παράγρ. 0·9(3)] εἶναι κάθετος πρὸς τὸν πρωτεύοντα ἄξονα ΠΠ τοῦ θεοδολίχου, τότε ὁ ἄξων ε θὰ γίνη ὁριζόντιος καὶ συνεπῶς ὁ πρωτεύων ἄξων ΠΠ θὰ κατακορυφωθῆ.



Σχ. 3·4 δ.

Ἡ συνθήκη ἀκριβείας τῆς σφαιρικῆς ἀεροστάθμης ἐλέγχεται καὶ ἀποκαθίσταται ὅπως περίπου καὶ τῆς σωληνωτῆς. Γίνεται δηλαδὴ χρῆσις ὡρισμένων μικροκοχλιῶν, οἱ ὁποῖοι συνδέουν τὴν ἀεροστάθμην μὲ τὸ κύριον σῶμα τοῦ θεοδολίχου. Οἱ μικροκοχλίαι αὐτοὶ ἐπιτρέπουν νὰ μετακινοῦμε ἐλαφρῶς τὸν ἄξονα ε τῆς ἀεροστάθμης, χωρὶς νὰ μετακινοῦμε καθόλου τὸν πρωτεύοντα ἄξονα ΠΠ. Συνήθως ὅμως εἰς τὸν θεοδόλιχον, ὅπου ἡ ἀκριβὴς ὁριζοντίωσις γίνεται μὲ τὴν σωληνωτὴν ἀεροστάθμην, δὲν κάνομε ἔλεγχον τῆς συνθήκης ἀκριβείας τῆς σφαιρικῆς ἀεροστάθμης.

3·5 Τελικὴ κέντρωσις τοῦ ὀργάνου.

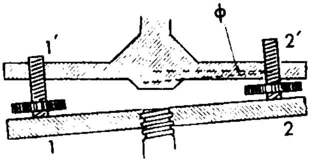
Ἀφοῦ γίνη ἡ ὁριζοντίωσις τοῦ ὀργάνου ἢ ἡ κατακορύφωσις τοῦ πρωτεύοντος ἄξονος ΠΠ, ἐπακολουθεῖ ἡ *τελικὴ κέντρωσις* τοῦ θεοδολίχου. Ἐνδέχεται δηλαδὴ ἢ μᾶλλον εἶναι βέβαιον ὅτι κατὰ τὴν κατακορύφωσιν τοῦ πρωτεύοντος ἄξονος τὸ σημεῖον Ν (σχ. 3·2 γ) θὰ ἐκτραπῇ ἀπὸ τὴν κατακόρυφον τοῦ σημείου Α. Πρακτικὴ ἔνδειξις τοῦ γεγονότος αὐτοῦ θὰ εἶναι ὅτι τὸ νῆμα τῆς στάθμης δὲν θὰ κρέμεται ἀκριβῶς ἐπάνω ἀπὸ τὸ κέντρον σημάνσεως τοῦ σημείου Α. Διὰ νὰ φέρωμε εἰς σύμπτωσιν τὸν πρωτεύοντα ἄξονα μὲ τὴν κατακόρυφον τοῦ Α ξεσφίγγομε ὀλίγον τὸν κοχλίαν Κ (σχ. 3·2 γ) καὶ μετακινοῦμε τὸν θεοδόλιχον ὁριζοντίως ἐπάνω εἰς τὴν κεφαλὴν τοῦ τρίποδος, ἕως ὅτου ἐπαναφέρωμε τὸ νῆμα τῆς στάθμης εἰς τὴν κανονικήν του θέσιν. Ἐλέγχομε καὶ πάλιν τὴν ὁριζοντιότητα τοῦ ὀργάνου μὲ τὴν σωληνωτὴν ἀεροστάθμην καί, ἐὰν ἀπαιτηθῇ νέα ἀποκατάστασις τῆς ὁριζοντιότητος, κάνομε ἐκ νέου τὸν ἔλεγχον τῆς κεντρώσεως, ἕως ὅτου ἐξασφαλίσωμε ταυτόχρονον κέντρωσιν καὶ ὁριζοντιότητα.

Ἐὰν κατὰ τὴν ἀρχικὴν τοποθέτησιν τοῦ ὀργάνου δὲν ἔχωμε ἐπιτύχει ἐπαρκῆ ὁριζοντιότητα τῆς κεφαλῆς τοῦ τρίποδος, τότε ἐνδέχεται ἡ ἀπόκλισις τοῦ νήματος τῆς στάθμης ἀπὸ τὴν κατακόρυφον τοῦ Α, λόγω τῆς κατακορυφώσεως τοῦ πρωτεύοντος ἄξονος, νὰ εἶναι τόσον μεγάλη, ὥστε νὰ ἐξαντλήσωμε ὅλο τὸ περιθώριον ὁριζοντίας κινήσεως τοῦ θεοδολίχου ἐπάνω εἰς τὸν τρίποδα χωρὶς νὰ κατορθώσωμε νὰ ἐπαναφέρωμε τὸ νῆμα τῆς στάθμης εἰς τὴν κανονικήν του θέσιν. Τότε φυσικὰ θὰ χρειασθῇ νὰ μετακινήσωμε τὸν θεοδόλιχον μαζὶ μὲ τὸν τρίποδα καὶ νὰ ἐπαναλάβωμε ἀπὸ τὴν ἀρχὴν ὅλην τὴν διαδικασίαν κεντρώσεως καὶ ὁριζοντιώσεως. Μία ἄλλη συνέπεια τυχὸν ἀνεπαρκοῦς ὁριζοντιώσεως τῆς κεφαλῆς τοῦ τρίποδος κατὰ τὴν ἀρχικὴν τοποθέτησιν τοῦ θεοδολίχου εἶναι καὶ ἡ ἑξῆς:

Ὅταν κάνωμε τὴν κανονικὴν ὁριζοντίωσιν μὲ τοὺς ρυθμιστικοὺς κοχλίας, ἐνδέχεται νὰ ἔλθῃ κάποια στιγμή, ποὺ δὲν θὰ ἠμποροῦμε νὰ τοὺς περιστρέψωμε πλέον. Αὐτὸ θὰ συμβῇ, διότι ἡ γωνία φ (σχ. 3·5 α) θὰ ἔχῃ αὐξηθῇ ὑπερβολικά.

Εἰς τοὺς συγχρόνους τύπους θεοδολίχων ἡ τελικὴ κέντρωσις γίνεται μὲ ἕνα κατάλληλον προσοφθάλμιον σύστημα (γράμμα

Ζ τοῦ σχήματος 3 · 1 γ). Εἰς τὸ ὀπτικὸν πεδίον τοῦ συστήματος αὐτοῦ βλέπομε μὲ τὴν βοήθειαν ἑνὸς κατόπτρου τὸ εἴδωλον τοῦ κέντρου σημάνσεως τοῦ σημείου Α. Διὰ νὰ κάνωμε τὴν κέντρωσιν μετακινοῦμε τὸ ὄργανον ἐπάνω εἰς τὸν τρίποδα, ὁπότε καὶ τὸ εἴδωλον τοῦ κέντρου σημάνσεως μετακινεῖται μέσα εἰς τὸ ὀπτικὸν πεδίον τοῦ προσοφθαλμίου συστήματος. Ὅταν τὸ εἴδωλον τοῦ κέντρου σημάνσεως συμπέσῃ μὲ τὸ κέντρον τοῦ ὀπτικοῦ πεδίου, ἡ κέντρωσις τοῦ ὀργάνου θὰ ἔχῃ ἐπιτευχθῇ. Τὸ εἶδος αὐτὸ τῆς κεντρώσεως ὀνομάζεται *ὀπτικὴ κέντρωσις*.

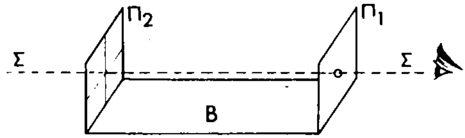


Σχ. 3·5 α.

3 · 6 Σκόπευσις. Διόπτρα. Τηλεσκόπιον.

Μετὰ τὴν κέντρωσιν καὶ ὁριζοντίωσιν τοῦ θεοδολίχου ἀκολουθεῖ ἡ σκόπευσις τῶν σημείων 1 καὶ 2, τῶν ὁποίων θέλομε νὰ μετρήσωμε τὴν ὁριζοντίαν γωνίαν ὡς πρὸς τὸ σημεῖον Α. Ἡ σκόπευσις αὐτὴ συνίσταται εἰς τὸ νὰ ἀναγκάσωμε τὴν σκοπευτικὴν γραμμὴν ΣΣ (σχ. 3 · 1 α) νὰ διέλθῃ ἀπὸ τὰ ἐν λόγῳ σημεῖα. Ἑπομένως ἡ σκόπευσις πρέπει νὰ γίνῃ μὲ ἕνα ὄργανον ἐφωδιασμένον μὲ σκοπευτικὴν γραμμήν.

Τὸ ἁπλούστερον σκοπευτικὸν ὄργανον εἶναι ἡ *διόπτρα* (σχ. 3 · 6 α). Ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο μικρὰς πλάκας $Π_1$ καὶ $Π_2$, ποὺ συνδέονται σταθερῶς μὲ τὴν βάσιν Β. Ἡ πλὰξ $Π_1$ φέρει εἰς τὸ κέντρον της μίαν μικρὰν ὀπήν, διαμέτρου περίπου 1 mm, ἐνῷ ἡ πλὰξ $Π_2$ εἶναι ἐφωδιασμένη μὲ δύο νήματα διασταυρούμενα καθέτως. Προκειμένου νὰ σκοπεύσωμε ἕνα σημεῖον, φέρομε τὴν ὀπὴν τῆς πλακὸς $Π_1$ κοντὰ εἰς τὸν ὀφθαλμόν μας καὶ κατευθύνομε κατὰ τέτοιον τρόπον τὴν διόπτραν, ὥστε νὰ ἴδοῦμε τὸ σημεῖον διασταυρώσεως τῶν δύο νημάτων νὰ συμπίπτῃ μὲ τὸ σημεῖον σκοπεύσεως. Μὲ ἄλλους λόγους ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ ΣΣ ὁρίζεται ἀπὸ τὴν ὀπὴν τῆς πλακὸς Π_1 καὶ τὸ κέντρον τοῦ σταυρονήματος τῆς πλακὸς Π_2. Ἡ διόπτρα ὅμως ἔχει ἕνα σοβαρὸν μειονέκτημα. Δὲν μᾶς ἐπιτρέπει νὰ σκοπεύωμε παρὰ μόνον πολὺ κοντινὰ σημεῖα, τὰ ὁποῖα δυνάμεθα νὰ τὰ παρατηρήσωμε διὰ γυμνοῦ ὀφθαλμοῦ. Ἐάν, ὅπως χρειάζεται εἰς τὴν πρᾶξιν, θελήσωμε νὰ σκοπεύσωμε μακρυνὰ σημεῖα, ἡ σκόπευσις δὲν θὰ εἶναι ἀκριβής.

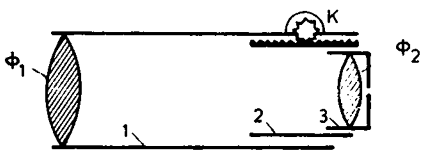


Σχ. 3·6 α.

Καταφεύγομε λοιπὸν εἰς ἕνα ἄλλο ὄργανον, ποὺ ἔχει τὴν δυνατότητα νὰ μεγεθύνῃ τὰ ἀντικείμενα, ὥστε νὰ ἠμποροῦμε νὰ κάνωμε ἀκριβεῖς σκοπεύσεις ἔστω καὶ ἀπὸ μακρυά. Τὸ ὄργανον αὐτὸ εἶναι τὸ *τηλεσκόπιον*.

Τὸ τηλεσκόπιον εἶναι μία σκοπευτικὴ διάταξις, ἡ ὁποία ἐκτὸς ἀπὸ τὸν θεοδόλιχον προσαρμόζεται, ὅπως θὰ ἰδοῦμε, καὶ εἰς ἄλλα τοπογραφικὰ ὄργανα. Ὁ τύπος τοῦ τηλεσκοπίου τῶν τοπογραφικῶν ὀργάνων εἶναι ὁ λεγόμενος ἀστρονομικός. Τὸ *ἀστρονομικὸν τηλεσκόπιον* ἀντιστρέφει τὰ ἀντικείμενα ποὺ μεγεθύνει ἐν ἀντιθέσει πρὸς τὸ *γήινον τηλεσκόπιον*, ποὺ διατηρεῖ τὴν ὀρθήν των στάσιν. Ἀστρονομικὰ τηλεσκόπια χρησιμοποιοῦμε εἰς τὰς περιπτώσεις, ὅπου δὲν μᾶς ἐνοχλεῖ ἡ ἀντιστροφὴ τῶν ἀντικειμένων, ὅπως π.χ. συμβαίνει εἰς τὴν Ἀστρονομίαν καὶ εἰς τὴν Τοπογραφίαν. Γήινα τηλεσκόπια, ποὺ ἀπαιτοῦν πολυπλοκώτερον σύστημα φακῶν διὰ νὰ διατηρήσουν τὴν ὀρθὴν στάσιν τῶν ἀντικειμένων, χρησιμοποιοῦνται εἰς τὴν Ναυσιπλοΐαν, εἰς τὴν Στρατιωτικὴν Τέχνην κλπ.

Ὁ κλασσικὸς τύπος ἀστρονομικοῦ τηλεσκοπίου εἶναι τὸ τηλεσκόπιον Kepler, ποὺ παρίσταται εἰς τὸ σχῆμα 3·6 β. Ὁ τύπος αὐτὸς θεωρεῖται βέβαια σήμερον ὡς ἀπηρχαιωμένος καὶ δὲν χρησιμοποιεῖται πλέον διὰ τὰ τοπογραφικὰ ὄργανα, δίδει ὅμως μίαν σαφῆ εἰκόνα τῆς λειτουργίας τοῦ ἀστρονομικοῦ τηλεσκοπίου. Ἀποτελεῖται ἀπὸ τρεῖς μεταλλικοὺς σωλῆνας, τοὺς 1, 2 καὶ 3, ὁ καθεὶς ἀπὸ τοὺς ὁποίους ἠμπορεῖ νὰ μετακινῆται, ἐν σχέσει πρὸς τοὺς ἄλλους δύο. Ὁ σωλὴν 1, ποὺ ἔχει καὶ τὴν μεγαλυτέραν διάμετρον, εἶναι ἐφωδιασμένος μὲ ἕνα ἀμφίκυρτον φακόν, τὸν $Φ_1$. Ὁ φακὸς αὐτὸς ὀνομάζεται *ἀντικειμενικός*, διότι εἶναι ἐστραμμένος πρὸς τὸ ἀντικείμενον, ποὺ θέλομε νὰ σκοπεύσωμε. Μὲ παρόμοιον φακόν, τὸν $Φ_2$ (σχ. 3·6 β), εἶναι ἐφωδιασμένος καὶ ὁ σωλὴν 3. Ὁ φακὸς αὐτὸς ὀνομάζεται *προσοφθάλμιος*, διότι εὑρίσκεται πλησίον τοῦ ὀφθαλμοῦ τοῦ παρατηρητοῦ.

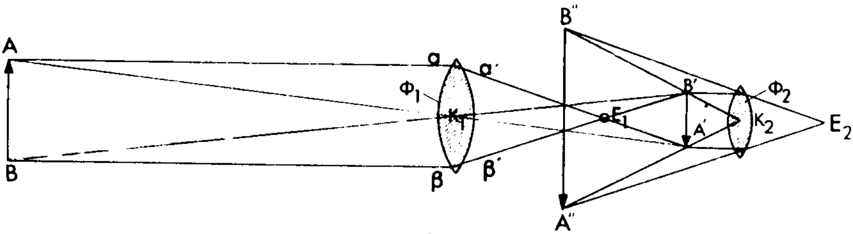


Σχ. 3·6 β.

Ἂς παρακολουθήσωμε τώρα πῶς γίνεται ἡ μεγέθυνσις τοῦ ἀντικειμένου ΑΒ μὲ τὸ σύστημα τῶν δύο φακῶν $Φ_1$ καὶ $Φ_2$ (σχ. 3·6 γ). Αἱ ὀπτικαὶ ἀκτῖνες Αα καὶ Ββ προσπίπτουν ἐπάνω εἰς τὸν ἀντικειμενικὸν φακὸν $Φ_1$ καὶ διαθλῶνται κατὰ τὰς ἀκτῖνας α΄Α΄ καὶ β΄Β΄, ποὺ διέρχονται ἀπὸ τὴν ἑστίαν του E_1.

Ἀφ' ἑτέρου αἱ ὀπτικαὶ ἀκτῖνες AK_1 καὶ BK_1, ποὺ διέρχονται ἀπὸ τὸ κέντρον τοῦ ἰδίου φακοῦ, συμφώνως πρὸς τοὺς νόμους τῆς Ὀπτικῆς δὲν ὑφίστανται καμμίαν ἐκτροπὴν ἐκ διαθλάσεως. Τοιουτοτρόπως αἱ τέσσαρες ὀπτικαὶ ἀκτῖνες ὁρίζουν τὸ εἴδωλον Α΄Β΄ μικρότερον καὶ ἀντίστροφον ὡς πρὸς τὸ ΑΒ.

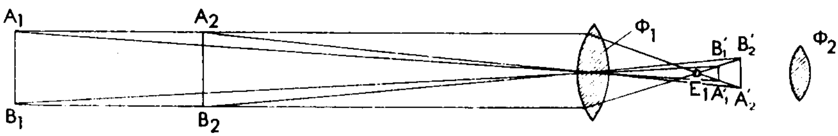
Ἐὰν λοιπὸν τὸ τηλεσκόπιον εἶχε μόνον ἀντικειμενικὸν φακόν, ἀντὶ τῆς μεγεθύνσεως, ποὺ θέλομε νὰ ἐπιτύχωμε, θὰ εἴχαμε σμίκρυνσιν τοῦ ἀντικειμένου. Ἡ χρῆσις τοῦ προσοφθαλμίου φακοῦ ἀποβλέπει εἰς τὴν μεγέθυνσιν τοῦ εἰδώλου Α΄Β΄, ποὺ γίνεται μὲ τοὺς ἰδίους νόμους τῆς Ὀπτικῆς, ἀλλὰ μὲ ἀντίστροφον πορείαν τῶν ὀπτικῶν ἀκτίνων. Τελικῶς προκύπτει τὸ εἴδωλον Α΄΄Β΄΄, ποὺ ἀποτελεῖ ἔμμεσον μεγέθυνσιν τοῦ ἀντικειμένου ΑΒ, διότι δὲν μεγεθύνεται αὐτὸ τοῦτο τὸ ἀντικείμενον, ἀλλὰ τὸ εἴδωλόν του Α΄Β΄. Τὸ τελικὸν εἴδωλον Α΄΄Β΄΄ κεῖται ὁμοίως πρὸς τὸ Α΄Β΄ καὶ συνεπῶς εἶναι ἀντίστροφον τοῦ ΑΒ (σχ. 3 · 6 γ).



Σχ. 3·6 γ.

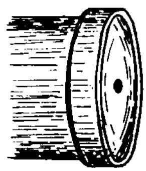
Τὸ εἴδωλον Α΄Β΄ δὲν σχηματίζεται πάντοτε εἰς τὴν ἰδίαν θέσιν μεταξὺ τῶν δύο φακῶν τοῦ τηλεσκοπίου. Ὅσον μακρύτερα ἀπὸ τὸ τηλεσκόπιον εὑρίσκεται τὸ ἀντικείμενον ΑΒ, τόσον πλησιέστερα πρὸς τὴν ἑστίαν E_1 τοῦ ἀντικειμενικοῦ φακοῦ σχηματίζεται τὸ εἴδωλον Α΄Β΄. Ἀντιθέτως, ὅταν τὸ ΑΒ πλησιάζῃ πρὸς τὸ τηλεσκόπιον, τότε τὸ Α΄Β΄ πλησιάζει πρὸς τὸν προσοφθάλμιον φακόν. Αὐτὴ ἡ μετατόπισις τοῦ εἰδώλου Α΄Β΄ ἀντιστοίχως πρὸς τὴν μετατόπισιν τοῦ ἀντικειμένου ΑΒ ἐξηγεῖται θεωρητικῶς εἰς τὸ σχῆμα 3 · 6 δ.

Ἐξ ἄλλου τὸ εἴδωλον Α΄΄Β΄΄ πρέπει νὰ σχηματισθῇ εἰς τὴν ἀπόστασιν τῆς εὐκρινοῦς ὁράσεως τοῦ ὀφθαλμοῦ μας διὰ νὰ τὸ ἴδοῦμε καθαρά. (*Ἀπόστασις εὐκρινοῦς ὁράσεως* ὀνομάζεται ἡ ἀπόστασις, εἰς τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ τοποθετήσωμε ἕνα ἀντικείμενον ἀπὸ τὸν ὀφθαλμόν μας διὰ νὰ τὸ διακρίνωμε εὐκρινῶς. Ἡ ἀπόστασις αὐτὴ ποικίλλει ἀπὸ ἄνθρωπον εἰς ἄνθρωπον). Διὰ νὰ συμβῇ ὅμως αὐτὸ πρέπει ἡ ἀπόστασις τοῦ εἰδώλου Α'Β' ἀπὸ τὸν προσοφθάλμιον φακὸν νὰ εἶναι σταθερά, ἀνεξαρτήτως τῆς θέσεως εἰς τὴν ὁποίαν σχηματίζεται. Ἄρα πρέπει ἀναλόγως πρὸς τὰς μετακινήσεις τοῦ εἰδώλου Α'Β' νὰ μετακινοῦμε καὶ τὸν προσοφθάλμιον φακὸν οὕτως, ὥστε νὰ διατηροῦμε αὐτὴν τὴν σταθερὰν ἀπόστασιν. Αὐτὸ ἐπιτυγχάνεται μὲ τὸν κοχλίαν Κ (σχ. 3 · 6 β), ποὺ ἀναγκάζει τὸ σύστημα τῶν σωλήνων 2 καὶ 3 νὰ μετατοπίζεται ὡς πρὸς τὸν σωλῆνα 1. Εἴδαμε λοιπὸν διατί χρειάζεται ὁ διαχωρισμὸς τοῦ τηλεσκοπίου εἰς δύο σωλῆνας, τὸν σωλῆνα τοῦ ἀντικειμενικοῦ φακοῦ καὶ τὸν σωλῆνα τοῦ προσοφθαλμίου. Θὰ ἐξηγήσωμε τώρα διατί χρειάζεται ἡ ὕπαρξις τοῦ ἐνδιαμέσου σωλῆνος 2.

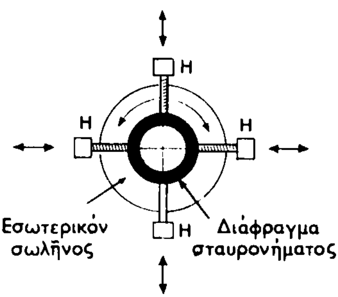


Σχ. 3·6 δ.

Ἐὰν τὸ τηλεσκόπιον, ποὺ περιεγράψαμε, ἦτο ἐφωδιασμένον μόνον μὲ τοὺς δύο φακοὺς Φ_1 καὶ Φ_2, θὰ εἴχαμε τὴν δυνατότητα νὰ βλέπωμε τὰ διάφορα ἀντικείμενα ἐν μεγεθύνσει, δὲν θὰ ἠμπορούσαμε ὅμως νὰ σκοπεύσωμε ὡρισμένα συγκεκριμένα σημεῖα ἑνὸς ἀντικειμένου, διότι δὲν θὰ ὑπῆρχε ἡ σκοπευτικὴ γραμμή. Ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ ἠμπορεῖ νὰ σχηματισθῇ, ὅπως καὶ εἰς τὴν κοινὴν διόπτραν, ἀπὸ μίαν μικρὰν ὀπὴν εἰς τὴν θέσιν προσαρμογῆς τοῦ ὀφθαλμοῦ, ἐμπρὸς ἀπὸ τὸν προσοφθάλμιον φακὸν (σχ. 3 · 6 ε) καὶ ἀπὸ ἕνα *σταυρόνημα*. Τοῦ σταυρονήματος ὅμως θὰ βλέπωμε κατ' ἀνάγκην τὸ εἴδωλον, ἀφοῦ μεσολαβεῖ ὁ προσοφθάλμιος φακὸς Φ_2. Ποῦ πρέπει λοιπὸν νὰ τοποθετήσωμε τὸ σταυρόνημα αὐτὸ μέσα εἰς τὸ τηλεσκόπιον, ὥστε νὰ βλέπωμε τὸ εἴδωλόν του εὐκρινῶς; Προφανῶς εἰς τόσην ἀπόστασιν ἀπὸ τὸν προσοφθάλμιον φακὸν Φ_2, ὥστε τὸ εἴδωλόν του νὰ σχηματίζεται εἰς τὴν ἀπόστασιν εὐκρινοῦς δράσεως τοῦ ὀφθαλμοῦ μας. Ἡ ἀπόστασις ὅμως τῆς εὐκρινοῦς δράσεως εἶναι, ὅπως εἴπαμε ἤδη, διαφορετικὴ ἀπὸ ἄτομον εἰς ἄτομον. Συνεπῶς πρέπει νὰ ὑπάρχῃ ἡ δυνατότης αὐξομειώσεως τῆς ἀποστάσεως σταυρονήματος καὶ προσοφθαλμίου εἰς τὸ ἴδιον τηλεσκόπιον. Δι' αὐτὸ χρειάζεται καὶ ἕνας τρίτος σωλήν, ὁ σωλὴν 2, μέσα εἰς τὸν ὁποῖον τοποθετεῖται τὸ σταυρόνημα. Ἡ μικρὰ μετατόπισις τοῦ σωλῆνος 3 ἐν σχέσει πρὸς τὸν 2 ἐπιτυγχάνεται διὰ κοχλιώσεως, δι' ἁπλῆς ὀλισθήσεως ἢ καὶ μὲ ἄλλους τρόπους.

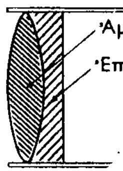


Σχ. 3·6 ε.



Σχ. 3·6 ζ.

Τὸ σταυρόνημα ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο κάθετα νήματα καὶ φέρεται ἀπὸ ἕνα δακτυλιωτὸν διάφραγμα, ποὺ στερεώνεται εἰς τὸν σωλῆνα 2 τοῦ τηλεσκοπίου μὲ τοὺς κοχλίας Η (σχ. 3 · 6 ζ). Ἡ σύνδεσις σταυρονήματος καὶ διαφράγματος εἶναι σταθερά. Τὸ διάφραγμα ὅμως χάρις εἰς τοὺς κοχλίας Η ἠμπορεῖ νὰ μετακινηθῇ ἐν σχέσει πρὸς τὸν σωλῆνα 2 ὁριζοντίως ἢ καθέτως ἢ καὶ νὰ περιστραφῇ ἀκόμη, ὅπως δείχνουν τὰ τόξα τοῦ σχήματος. Αὐτὴ ἡ δυνατότης μικρομετακινήσεων ἀποβλέπει εἰς τὴν διόρθωσιν τῆς θέσεως τοῦ σταυρονήματος μέσα εἰς τὸ τηλεσκόπιον. Τὸ σταυρόνημα εὑρίσκεται εἰς τὴν κανονικήν του θέσιν τότε μόνον, ὅταν τὸ μὲν κέντρον τοῦ σταυρονήματος κεῖται ἐπὶ τοῦ ἄξονος τοῦ τηλεσκοπίου, τὸ δὲ ἕνα ἀπὸ τὰ δύο νήματα εἶναι ὁριζόντιον, φυσικὰ μετὰ τὴν κατακορύφωσιν τοῦ πρωτεύοντος ἄξονος. Εἰς τοὺς παλαιοὺς τύπους τηλεσκοπίων τὸ σταυρόνημα ἀπετελεῖτο ἀπὸ τρίχας ἀλόγου ἢ νήματος ἀράχνης. Εἰς τὰ σημερινὰ τηλεσκόπια ἀποτελεῖται ἀπὸ γραμμὰς χαραγμένας ἐπάνω εἰς ἕνα ὑάλινον δίσκον.

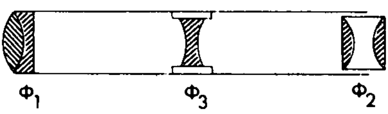


Σχ. 3·6 η.

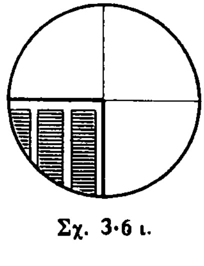
Ἐκτὸς ἀπὸ τὸ σταυρόνημα τὰ σημερινὰ τηλεσκόπια παρουσιάζουν καὶ ἄλλας ἐξελίξεις ἐν σχέσει πρὸς τοὺς παλαιοὺς τύπους. Π.χ. ὁ ἀντικειμενικὸς φακὸς δὲν ἀποτελεῖται πλέον ἀπὸ ἕνα ἀμφίκυρτον φακόν, ὅπως εἰς τὸ τηλεσκόπιον Kepler, ἀλλὰ ἀπὸ ἕνα ζεῦγος φακῶν, ποὺ ὁ ἕνας εἶναι ἀμφίκυρτος καὶ ὁ ἄλλος ἐπιπεδόκοιλος (σχ. 3·6 η). Αὐτὸς ὁ συνδυασμὸς ἐξουδετερώνει τὸν *διασκεδασμὸν* τοῦ φωτός, ποὺ παρατηρεῖται κατὰ τὴν διάθλασιν, δηλαδὴ τὴν ἀποσύνθεσιν τοῦ φωτὸς εἰς τὰ ἑπτὰ χρώματα τῆς ἴριδος. Ἐπίσης ὡς προσοφθάλμιος φακὸς δὲν χρησιμοποιεῖται πλέον ὁ ἁπλοῦς ἀμφίκυρτος φακὸς Φ_2, ἀλλὰ διάφοροι συνδυασμοὶ φακῶν, οἱ ὁποῖοι αὐξάνουν τὴν μεγεθυντικὴν ἱκανότητα τοῦ τηλεσκοπίου. Τοιουτοτρόπως ἔχομε τοὺς προσοφθαλμίους φακοὺς Huyghens, Ramsden, κλπ.

Τέλος πρέπει νὰ ἀναφέρωμε τὴν χαρακτηριστικὴν διαφοράν, ποὺ παρουσιάζει ὁ σύγχρονος τύπος τηλεσκοπίου Wild ἐν σχέσει πρὸς τὸν τύπον Kepler. Τὸ τηλεσκόπιον Wild (σχ. 3 · 6 θ) φέρει τὸν πρόσθετον φακὸν Φ_3, ποὺ ἔχει τὴν δυνατότητα νὰ μετακινῆται μεταξὺ τοῦ προσοφθαλμίου καὶ τοῦ ἀντικειμενικοῦ. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἐπιτυγχάνεται ὁ σχηματισμὸς τοῦ εἰδώλου Α'Β' εἰς τὴν πρέπουσαν ἀπόστασιν ἀπὸ τὸν προσοφθάλμιον *χωρὶς νὰ ἀπαιτῆται ἡ μετακίνησις τοῦ προσοφθαλμίου ὡς πρὸς τὸν ἀντικειμενικόν*. Συνεπῶς ἀντὶ τῶν σωλήνων 1 καὶ 2 περιοριζόμεθα μόνον εἰς τὸν σωλῆνα 1, ἐνῶ ὁ σωλὴν 3 ἐξακολουθεῖ νὰ εἶναι ἀπαραίτητος διὰ τὸν εὐκρινῆ σχηματισμὸν τοῦ εἰδώλου τοῦ σταυρονήματος (σχ. 3 · 6 ζ). Διευκρινίζεται ὅτι τὸ τηλεσκόπιον τοῦ ἐπαναληπτικοῦ θεοδολίχου Watts, ποὺ παριστᾶ τὸ σχῆμα 3 · 1 γ, εἶναι τηλεσκόπιον Wild.

Καὶ τώρα ἂς ἐξετάσωμε πῶς γίνεται ἡ σκόπευσις ἑνὸς ἀντικειμένου μὲ τὸ τηλεσκόπιον. Ἐὰν τὸ ἀντικείμενον εἶναι κάποιο



Σχ. 3·6 θ.



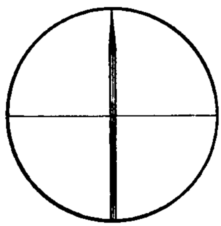
Σχ. 3·6 ι.

σημεῖον, ὅπως π.χ. ἡ γωνία ἑνὸς παραθύρου, τότε πρέπει κατὰ τὴν σκόπευσιν τὸ ἀντικείμενον νὰ συμπίπτῃ μὲ τὸ κέντρον τοῦ σταυρονήματος (σχ. 3 · 6 ι). Συνήθως ὅμως ἡ σκόπευσις γίνεται πρὸς κάποιον κατακόρυφον στόχον, ὅπως εἶναι ἕνα ἀκόντιον ἢ ἕνας διηρημένος πῆχυς. (Ὁ διηρημένος πῆχυς, ποὺ εἶναι γνωστὸς ὡς *στόχος* ἢ *σταδία*, θὰ περιγραφῇ λεπτομερῶς εἰς τὴν παράγραφον 8 · 3).

Εἰς τὰς περιπτώσεις αὐτὰς τότε μόνον ἡ σκόπευσις εἶναι ἀκριβής, ὅταν ὁ ἄξων τοῦ ἀκοντίου ἢ τοῦ διῃρημένου πήχεως συμπίπτῃ μὲ τὸ κατακόρυφον νῆμα τοῦ σταυρονήματος (σχ. 3·6κ).

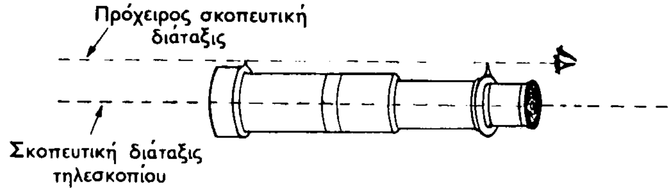
Εἴτε εἰς τὴν μίαν εἴτε εἰς τὴν ἄλλην περίπτωσιν κάνομε κατὰ τὴν σκόπευσιν τοὺς ἑξῆς χειρισμούς:

Κατ' ἀρχὰς πρέπει νὰ φέρωμε τὸν προσοφθάλμιον φακὸν εἰς τὴν κατάλληλον ἀπόστασιν ἀπὸ τὸ σταυρόνημα, ὥστε τὸ εἴδωλον τοῦ σταυρονήματος νὰ σχηματισθῇ εἰς τὴν ἀπόστασιν τῆς εὐκρινοῦς ὁράσεως τοῦ ὀφθαλμοῦ μας. Κατευθύνομε λοιπὸν τὸ τηλεσκόπιον πρὸς ἕνα φωτεινὸν «φόντο», λ.χ. πρὸς τὸν οὐρανόν, καὶ μὲ τὸ ἀντίστοιχον σύστημα μετακινήσεως μετακινοῦμε τὸν σωλῆνα 3, ἕως ὅτου ἀποκτήσωμε τὴν εὐκρινῆ εἰκόνα τοῦ σταυρονήματος.



Σχ. 3·6κ.

Κατόπιν στρέφομε τὸ τηλεσκόπιον πρὸς τὸ ἀντικείμενον, ποὺ θέλομε νὰ σκοπεύσωμε. Αὐτὸ ἐπιτυγχάνεται χάρις εἰς τὴν δυνατότητα ποὺ ἔχει τὸ τηλεσκόπιον νὰ στρέφεται ἀφ' ἑνὸς μὲν ὁριζοντίως μαζὶ μὲ τὸ κύριον σῶμα τοῦ θεοδολίχου γύρω ἀπὸ τὸν πρωτεύοντα ἄξονα ΠΠ, ἀφ' ἑτέρου δὲ κατακορύφως μόνον του γύρω ἀπὸ τὸν δευτερεύοντα ἄξονα ΔΔ. Ἀρχικῶς γίνεται μία σκόπευσις οὕτως, ὥστε τὸ *ὀπτικὸν πεδίον* τοῦ τηλεσκοπίου, δηλαδὴ ὁ χῶρος, ποὺ βλέπομε ὑπὸ μεγέθυνσιν μέσα εἰς τὸ τηλεσκόπιον, νὰ συμπεριλάβῃ τὸ ὑπ' ὄψιν ἀντικείμενον. Ἡ ἐπιτυχία τῆς προχείρου αὐτῆς σκοπεύσεως ἔχει μεγάλην σημασίαν, διότι κερδίζομε σημαντικὸν χρόνον εἰς τὸ σύνολον τῶν ἀπαιτουμένων σκοπεύσεων. Οἱ παλαιότεροι μάλιστα τύποι τηλεσκοπίων ἦσαν ἐφωδιασμένοι καὶ μὲ μίαν εἰδικὴν σκοπευτικὴν διάταξιν, μὲ τὴν ὁποίαν ἐγένετο ἡ πρόχειρος σκόπευσις (σχ. 3 · 6 λ). Ἕνας ὅμως πεπειραμένος παρατηρητὴς δὲν ἔχει ἀνάγκην αὐτῆς τῆς σκοπευτικῆς διατάξεως διὰ νὰ κατευθύνῃ μὲ εὐστοχίαν τὸ τηλεσκόπιόν του πρὸς τὰ διάφορα ἀντικείμενα.



Σχ. 3· 6 λ.

Ὅταν γίνῃ ἡ πρόχειρος σκόπευσις, ἀκινητοποιεῖται τὸ τηλεσκόπιον μὲ τοὺς κοχλίας Η καὶ Κ (σχ. 3 · 1 γ).

Ὁ κοχλίας Η, ποὺ ὀνομάζεται *ἀνασταλτικὸς κοχλίας περιστροφῆς τοῦ δείκτου*, ἀκινητοποιεῖ τὴν ὁριζοντίαν περιστροφήν. Ἀφ' ἑτέρου ὁ κοχλίας Κ, ποὺ ὀνομάζεται *ἀνασταλτικὸς κοχλίας περιστροφῆς τοῦ τηλεσκοπίου*, ἀκινητεῖ τὴν κατακόρυφον περιστροφήν. Ἀφοῦ ἀκινητοποιηθῇ τὸ τηλεσκόπιον, ἀκολουθεῖ ὁ εὐκρινὴς σχηματισμὸς τοῦ εἰδώλου κατὰ τὰ γνωστά, ὁπότε φυσικὰ ἐλέγχεται, ἐὰν τὸ ἀντικείμενον περιλαμβάνεται εἰς τὸ ὀπτικὸν πεδίον τοῦ τηλεσκοπίου. Ἐὰν αὐτὸ δὲν συμβαίνῃ, πρέπει νὰ ἐπαναληφθῇ ἡ πρόχειρος σκόπευσις.

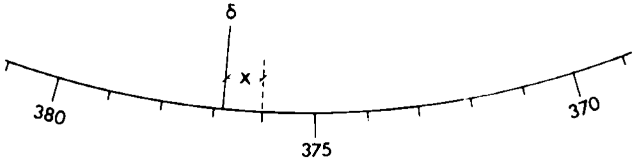
Ὁ ἐντοπισμὸς τοῦ ἀντικειμένου μέσα εἰς τὸ ὀπτικὸν πεδίον δὲν σημαίνει καὶ τὸν τερματισμὸν τῆς σκοπεύσεως. Πρέπει νὰ φέρωμε τὸ ἀντικείμενον εἰς σύμπτωσιν εἴτε μὲ τὸ κέντρον τοῦ σταυρονήματος (περίπτωσις σημείου) εἴτε μὲ τὸ κατακόρυφον νῆμα (περίπτωσις ἀκοντίου ἢ πήχεως). Καὶ εἰς τὴν μίαν καὶ εἰς τὴν ἄλλην περίπτωσιν ἀπαιτεῖται μία μικρομετακίνησις τοῦ τηλεσκοπίου, ποὺ δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ γίνῃ μὲ τὸ χέρι. Χρειάζεται ἕνας μικροκινητήριος μηχανισμός, ποὺ διὰ νὰ λειτουργήσῃ πρέπει προηγουμένως νὰ ἔχῃ ἀκινητοποιηθῆ τὸ τηλεσκόπιον. Ὁ μηχανισμὸς αὐτὸς λειτουργεῖ μὲ τοὺς κοχλίας Ν καὶ Λ (σχ. 3·1γ). Ἐὰν τὸ ἀντικείμενον σκοπεύσεως πρέπῃ νὰ μετακινηθῆ ὁριζοντίως πρὸς τὰ ἀριστερὰ ἢ δεξιὰ μέσα εἰς τὸ ὀπτικὸν πεδίον, στρέφομε κατὰ τὴν μίαν ἢ τὴν ἄλλην ἔννοιαν τὸν μικροκινητήριον κοχλίαν Ν. Ἀφ' ἑτέρου, ἐὰν τὸ ἀντικείμενον σκοπεύσεως πρέπῃ νὰ μετακινηθῆ κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω ἢ κάτω, στρέφομε κατὰ τὴν μίαν ἢ τὴν ἄλλην ἔννοιαν τὸν μικροκινητήριον κοχλίαν Λ.

Ἡ σκόπευσις ὅμως δὲν ἔχει τελειώσει ἀκόμη.

Πρέπει πρὶν προχωρήσωμε εἰς οἱανδήποτε ἄλλην ἐνέργειαν νὰ βεβαιωθοῦμε ὅτι δὲν παρουσιάζεται τὸ φαινόμενον τῆς παραλλάξεως. *Παράλλαξις* εἶναι ἡ μὴ σύμπτωσις τοῦ εἰδώλου Α΄Β΄ μὲ τὸ σταυρόνημα. Ἐλέγχεται, ἐὰν μετακινήσωμε τὸν ὀφθαλμόν μας ὁριζοντίως ἢ καθέτως ἔμπροσθεν τῆς ὀπῆς σκοπεύσεως καὶ ἴδοῦμε τὸ ἀντικείμενον νὰ μετατοπίζεται ἐλαφρῶς ἐν σχέσει πρὸς τὸ σταυρόνημα. Τότε πρέπει νὰ ἐπαναλάβωμε ἀπὸ τὴν ἀρχὴν τοὺς χειρισμοὺς σχηματισμοῦ τῶν εἰδώλων εἰς τὴν ἀπόστασιν εὐκρινοῦς ὁράσεως, καθὼς καὶ τοὺς χειρισμοὺς ἀκριβοῦς σκοπεύσεως, ἕως ὅτου ἡ παράλλαξις ἐξαλειφθῆ τελείως. Ὅταν γίνῃ καὶ αὐτὸ τότε μόνον δυνάμεθα νὰ εἰποῦμε ὅτι ἡ σκόπευσις εἶναι πλήρης. Ἡ ἐργασία, ποὺ ἀκολουθεῖ, συνίσταται εἰς τὸ νὰ διαπιστώσωμε ποία εἶναι ἡ ἀντίστοιχος ἔνδειξις τοῦ δείκτου ἐπάνω εἰς τὸν ὁριζόντιον δίσκον.

3·7 Ἀνάγνωσις ὁριζοντίας γωνίας. Δίσκος. Δείκτης.

Καθὼς γνωρίζομε ἤδη, ὁ δίσκος εἶναι ἕνας δακτύλιος διηρημένος κατὰ τὴν ἐσωτερικήν του περιφέρειαν εἰς 360^0 ἢ 400^g . Αἱ διαιρέσεις αὐξάνουν κατὰ τὴν φορὰν τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου. Ἀναλόγως πρὸς τὴν ἀπόδοσιν, ποὺ θέλομε νὰ ἔχῃ ὁ θεοδόλιχος, αἱ διαιρέσεις αὐταὶ συνεχίζονται καὶ πέρα τῆς μιᾶς μοίρας ἢ τοῦ ἑνὸς βαθμοῦ εἰς καταλλήλους ὑποδιαιρέσεις τοῦ βαθμοῦ ἢ τῆς μοίρας. Ἀλλά, ὅπως εἶναι φανερόν, αὐτὴ ἡ πύκνωσις τῶν ὑποδιαιρέσεων ἔχει καὶ κάποιο ὅριον. Ἀρκεῖ νὰ σκεφθοῦμε ὅτι εἰς ἕνα δίσκον διαμέτρου 10 cm τὸ τόξον, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς ἕνα βαθμόν, ἔχει ἀνάπτυγμα περίπου ἴσον πρὸς 3/4 τοῦ mm (ἀκριβῶς: $\frac{3{,}14\times 100\,\mathrm{mm}}{400}$). Ἀνεξαρτήτως λοιπὸν τῆς πυκνότητος τῶν ὑποδιαιρέσεων τίθεται πάντοτε τὸ ἐρώτημα: Πῶς θὰ ἐκτιμηθῇ τὸ διάστημα x μεταξὺ τῆς γραμμῆς δ τοῦ δείκτου καὶ τῆς ἀμέσως μικροτέρας ὑποδιαιρέσεως τοῦ δίσκου (σχ. 3 · 7 α); Βλέπομε δηλαδὴ

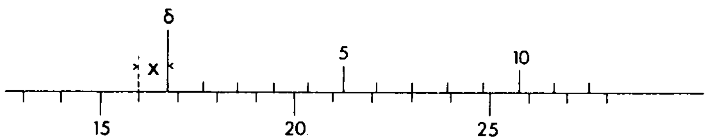


Σχ. 3·7 α.

λαδὴ ὅτι ἡ γραμμὴ δ εὑρίσκεται μεταξὺ τῶν ὑποδιαιρέσεων 376^{g} καὶ 377^{g}. Αὐτὸ σημαίνει ὅτι ἡ ἀντίστοιχος ἀνάγνωσις εἶναι 376^{g} καὶ κάτι. Πόσον ὅμως εἶναι αὐτὸ τὸ κάτι; Ὁ προσδιορισμός του πρέπει νὰ γίνῃ μὲ ἀρκετὴν προσέγγισιν καὶ δι' αὐτὸ χρησιμοποιοῦμε ἕνα ἀπὸ τὰ ἑξῆς βοηθητικὰ ὄργανα: τὸν *βερνιέρον*, τὸ *μικροσκόπιον* καὶ τὸ *ὀπτικὸν μικρόμετρον*. Ὡς πρὸς τὸ διάστημα, ποὺ θέλομε νὰ προσδιορίσωμε, θὰ τὸ ὀνομάζωμε εἰς τὸ ἑξῆς διάστημα x ἢ ἁπλῶς x.

1. *Βερνιέρος*.

Ὁ βερνιέρος δὲν χρησιμοποιεῖται μόνον εἰς τὸν θεοδόλιχον, ἀλλὰ καὶ εἰς πολλὰς ἄλλας περιπτώσεις, ὅπου θέλομε νὰ ἐκτιμήσωμε μὲ ἀκρίβειαν τὸ κλάσμα μιᾶς ὑποδιαιρέσεως. Ἔστω ὅτι ἔχομε μίαν διάταξιν ὑποδιαιρέσεων (σχ. 3 · 7 β) εὐθύγραμμον ἢ κυκλικὴν καὶ θέλομε νὰ ἐκτιμήσωμε τὸ x μὲ προσέγγισιν δεκάτου. Μὲ ἀρχὴν τὴν γραμμὴν δ χαράσσομε μίαν νέαν βοηθητικὴν διάταξιν ἴσων ὑποδιαιρέσεων τέτοιαν, ὥστε δέκα ὑποδιαιρέσεις τῆς βοηθητικῆς νὰ ἔχουν ἴσον εὖρος πρὸς ἐννέα ὑποδιαιρέσεις τῆς κυρίας διατάξεως. Ἀναζητοῦμε τώρα ἐκείνην τὴν γραμμὴν τῆς βοηθητικῆς διατάξεως, ἡ ὁποία συμπίπτει ἢ πλησιάζει περισσότερον πρὸς κάποιαν γραμμὴν τῆς κυρίας. Αὐτό, π.χ. εἰς τὸ σχῆμα 3·7 β, συμβαίνει διὰ τὴν ἑβδόμην γραμμὴν τῆς βοηθητικῆς διατάξεως. Λέγομε λοιπὸν ὅτι τὸ x ἰσοῦται μὲ ἑπτὰ δέκατα καὶ συνεπῶς ἡ ἀντίστοιχος ἀνάγνωσις εἶναι 16,7.



Σχ. 3·7 β.

Ἐὰν θέλωμε νὰ ἐκφράσωμε τὸ x, π.χ. εἰς εἰκοστὰ πέμπτα, τότε ἡ βοηθητικὴ διάταξις πρέπει νὰ ἔχῃ 25 ὑποδιαιρέσεις μὲ συνολικὸν εὖρος ἴσον πρὸς τὸ εὖρος $25 - 1 = 24$ ὑποδιαιρέσεων τῆς κυρίας διατάξεως. Ἂς ὑποθέσωμε τώρα ὅτι ἡ σύμπτωσις παρουσιάζεται εἰς τὴν 14ην γραμμὴν τῆς κυρίας διατάξεως. Λέγομε ὅτι τὸ x ἰσοῦται μὲ $\frac{14}{25}$ τῆς ὑποδιαιρέσεως τῆς κυρίας διατάξεως.

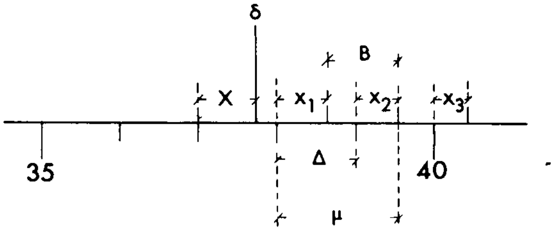
Γενικῶς ἐὰν N εἶναι ὁ παρονομαστὴς τοῦ κλάσματος, μὲ τὸ ὁποῖον θέλομε νὰ ἐκφράσωμε τὸ x, τὸ εὖρος N ὑποδιαιρέσεων τῆς βοηθητικῆς διατάξεως πρέπει νὰ ἰσοῦται μὲ τὸ εὖρος $N - 1$ ὑποδιαιρέσεων τῆς κυρίας διατάξεως. Καὶ ἐὰν ἡ σύμπτωσις παρουσιάζεται εἰς τὴν ν (νιοστὴν) γραμμὴν τῆς βοηθητικῆς κλίμακος, λέγομε ὅτι τὸ x ἰσοῦται μὲ $\frac{\nu}{N}$ τῆς ὑποδιαιρέσεως τῆς κυρίας διατάξεως.

Ἡ ἑκάστοτε βοηθητικὴ διάταξις, ποὺ χαράσσεται δίπλα ἀπὸ τὴν γραμμὴν δ, ὀνομάζεται βερνιέρος, ἀπὸ τὸ ὄνομα τοῦ ἐφευρέτου της, τοῦ Γάλλου Pierre Vernier.

Θὰ ἐξηγήσωμε κατωτέρω, διατί ἡ γραμμὴ συμπτώσεως μᾶς δίδει τὴν τιμὴν τοῦ x.

Ἐὰν καλέσωμε Δ τὸ εὖρος τῆς ὑποδιαιρέσεως τῆς κυρίας διατάξεως, Β τὸ εὖρος τῆς ὑποδιαιρέσεως τοῦ βερνιέρου καὶ x_1, x_2, x_3, κλπ. τὰ διαστήματα μεταξὺ τῶν διαφόρων ὑποδιαιρέσεων τοῦ βερνιέρου ἀπὸ τὰς ἀμέσως μικροτέρας ὑποδιαιρέσεις τῆς κυρίας διατάξεως (σχ. 3·7 γ), ἀποδεικνύεται ὅτι ἡ διαφορὰ δύο διαδοχικῶν x θὰ εἶναι σταθερὰ καὶ ἴση πρὸς Δ — Β.

Ἐὰν ἀποδείξωμε ὅτι αὐτὸ ἰσχύει διὰ μίαν τυχοῦσαν διαφοράν, ἔστω τὴν $x_1 - x_2$, τότε θὰ ἰσχύῃ καὶ δι' ὅλας τὰς ἄλλας. Πράγματι ἀπὸ τὸ σχῆμα 3·7 γ προκύπτει εὐκόλως ἡ διπλῆ ἰσότης $\mu = B + x_1 = \Delta + x_2$.



Σχ. 3·7 γ.

Συνεπῶς $x_1 - x_2 = \Delta - B$. Ἑπομένως γράφομε τὰς σχέσεις:

$$x - x_1 = \Delta - B$$

$$x_1 - x_2 = \Delta - B$$

$$x_2 - x_3 = \Delta - B \text{ κλπ.}$$

$$\text{καὶ } x_\nu - 1 - x_\nu = \Delta - B$$

ὅπου ν ἡ τάξις τῆς γραμμῆς συμπτώσεως τοῦ βερνιέρου. Ἐὰν τώρα προσθέσωμε τὰς σχέσεις αὐτὰς κατὰ μέλη, θὰ λάβωμε:

$$x - x_\nu = \nu\,(\Delta - B)$$

καὶ ἐπειδὴ x_ν ἰσοῦται μὲ 0, ἕπεται ὅτι:

$$x = \nu\,(\Delta - B). \qquad (1)$$

Ἀφ' ἑτέρου συμφώνως πρὸς τὴν βασικὴν ἀρχὴν τοῦ βερνιέρου θὰ ἔχωμε τὴν σχέσιν:

$$(N - 1)\,\Delta = N{\cdot}B$$

$$\text{καὶ } N\Delta - \Delta = N \cdot B$$
$$\text{ἢ } N(\Delta - B) = \Delta$$
$$\text{ἄρα } \Delta - B = \frac{\Delta}{N}. \qquad (2)$$

Ἀπὸ τὰς σχέσεις (1) καὶ (2) προκύπτει ὅτι:

$$x = \frac{\nu}{N}\,\Delta.$$

Διὰ $B = 10$ καὶ $\nu = 7$ ἕπεται ὅτι τὸ x ἰσοῦται μὲ $\frac{7}{10}$ τοῦ Δ.

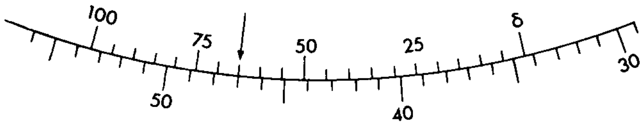
Διὰ $N = 25$ καὶ $\nu = 14$ ἕπεται ὅτι τὸ x ἰσοῦται μὲ $\frac{14}{25}$ τοῦ Δ.

Καὶ γενικῶς τὸ x ἰσοῦται μὲ $\frac{\nu}{N}$ τοῦ Δ.

Ἡ διαφορὰ $\Delta - B$ ὀνομάζεται *ἀπόδοσις* τοῦ βερνιέρου.

Ἀπὸ τὴν σχέσιν (2) προκύπτει ὅτι ὅσον ἐλαττοῦται τὸ Δ, ἐνῶ συγχρόνως αὐξάνει τὸ N, τόσον ἐλαττοῦται ἡ ἀπόδοσις τοῦ βερνιέρου, δηλαδὴ αὐξάνει ἡ ἀκρίβεια ἐκτιμήσεως τοῦ x.

Εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ θεοδολίχου ὁ βερνιέρος χαράσσεται ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ δείκτου καὶ παραπλεύρως τῆς γραμμῆς ἐνδείξεως δ. Διὰ νὰ ἀντιληφθοῦμε πῶς γίνεται ἡ ἀνάγνωσις ὁριζοντίων γωνιῶν μὲ χρῆσιν βερνιέρου θὰ δώσωμε δύο παραδείγματα.

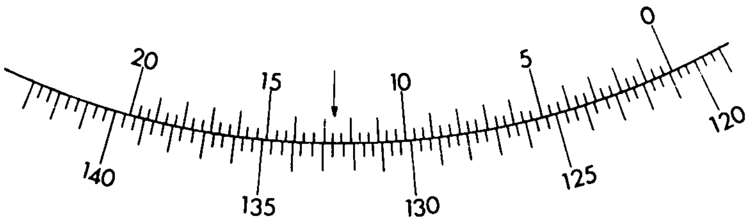


Σχ. 3·7δ.

Εἰς τὸ πρῶτον παράδειγμα (σχ. 3·7δ) τὸ Δ ἰσοῦται πρὸς 100^c καὶ τὸ N πρὸς 20. Ἄρα ἡ ἀπόδοσις τοῦ βερνιέρου εἶναι ἴση πρὸς $\frac{\Delta}{N}$, δηλαδὴ πρὸς $\frac{100}{20} = 5^c$. Ἀφ' ἑτέρου, ἐπειδὴ ἡ σύμπτωσις παρουσιάζεται εἰς τὴν 13ην γραμμὴν ἀριστερὰ τοῦ δ, ἕπεται ὅτι:

$$x = \nu \cdot \frac{\Delta}{N} = 13 \times 5 = 65^c$$

καὶ ἄρα ἡ ἀντίστοιχος ἀνάγνωσις εἶναι 34^g καὶ 65^c. (Προκειμένου νὰ κάνωμε ἄμεσον ἀνάγνωσιν τῆς ὁριζοντίας γωνίας ἡ ἀρίθμησις τοῦ βερνιέρου εἰς τὸ παράδειγμα, ποὺ ἐξετάζομε, ἔχει γίνει κατὰ πεντάδας οὕτως, ὥστε ὁ ἀριθμός, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν γραμμὴν συμπτώσεως, νὰ μᾶς δίδη κατ' εὐθεῖαν τὸ x εἰς πρῶτα λεπτά. Ἐὰν ἡ ἀπόδοσις τοῦ βερνιέρου ἦτο 2^c, τότε ἡ ἀρίθμησις διὰ τὸν ἴδιον λόγον ἔπρεπε νὰ γίνῃ κατὰ δυάδας).



Σχ. 3·7 ε.

Εἰς τὸ δεύτερον παράδειγμα (σχ. 3 · 7 ε) τὸ Δ ἰσοῦται πρὸς 20′ καὶ τὸ N πρὸς 60. Ἄρα ἡ ἀπόδοσις τοῦ βερνιέρου ἰσοῦται πρός:

$$\frac{20'}{60} = \frac{1\,200''}{60} = 20''.$$

Ἀφ' ἑτέρου:

$x = 38 \times 20'' = 760'' = 12'$ καὶ $40''$ καὶ συνεπῶς ἡ ἀντίστοιχος ἀνάγνωσις τῆς ὁριζοντίας γωνίας εἶναι $120^0\ 52'\ 40''$.

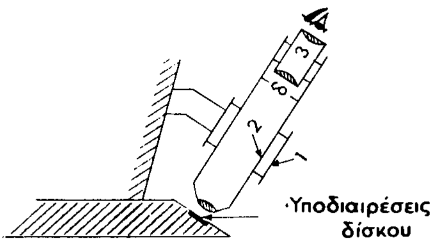
Αἱ ἀναγνώσεις ὁριζοντίων γωνιῶν μὲ χρῆσιν βερνιέρου γίνονται εἴτε διὰ γυμνοῦ ὀφθαλμοῦ, εἴτε — συνηθέστερα — διὰ μεγεθυντικοῦ φακοῦ.

2. *Μικροσκόπιον.*

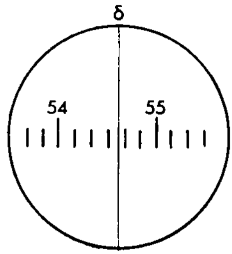
Τὸ μικροσκόπιον εἶναι ἕνα μεγεθυντικὸν ὄργανον, ὅπως καὶ τὸ τηλεσκόπιον, μὲ τὴν διαφορὰν ὅμως ὅτι ἐνῶ τὸ τηλεσκόπιον μεγεθύνει μακρυνὰ ἀντικείμενα, τὸ μικροσκόπιον μεγεθύνει ἀντικείμενα ποὺ εὑρίσκονται πάρα πολὺ κοντά.

Τὰ μικροσκόπια, ποὺ χρησιμοποιοῦνται εἰς τὰ διάφορα τοπογραφικὰ ὄργανα, ἔχουν μεγεθυντικὴν δύναμιν ἀπὸ 20 ἕως 50. Αὐτὸ σημαίνει ὅτι ἠμποροῦν νὰ εἰκοσαπλασιάζουν καὶ νὰ πεντηκονταπλασιάζουν ἀκόμη ἕνα ἀντικείμενον.

Εἰς τοὺς θεοδολίχους χρησιμοποιοῦνται τέσσαρες διαφορετικοὶ τύποι μικροσκοπίων. *Τὸ μικροσκόπιον μὲ γραμμήν, τὸ μικροσκόπιον μὲ κλίμακα, τὸ μικροσκόπιον μὲ βερνιέρον καὶ τὸ μικροσκόπιον μὲ τύμπανον.* Καὶ διὰ τοὺς τέσσαρας αὐτοὺς τύπους ἰσχύουν αἱ ἴδιαι ἀρχαὶ κατασκευῆς. Διαφέρουν μόνον εἰς τὸν τρόπον ἐκτιμήσεως τοῦ διαστήματος x.



Σχ. 3·7 ζ.



Σχ. 3·7 η.

α) *Τὸ μικροσκόπιον μὲ γραμμήν.*

Ἀποτελεῖται ἀπὸ τοὺς σωλῆνας 1, 2 καὶ 3 (σχ. 3 · 7 ζ), ἐκ τῶν ὁποίων ὁ 2 καὶ ὁ 3 ἠμποροῦν νὰ μετακινηθοῦν ἐν σχέσει πρὸς τοὺς ἄλλους. Ὁ σωλὴν 3 εἶναι ἐφωδιασμένος μὲ ἕνα προσοφθάλμιον σύστημα φακῶν, ἐνῶ ὁ σωλὴν 2 φέρει ἀφ᾿ ἑνὸς μὲν ἕνα ἀντίστοιχον ἀντικειμενικὸν σύστημα φακῶν, ἀφ᾿ ἑτέρου δὲ τὴν γραμμὴν δ (σχ. 3 · 7 η), ἀνάλογον πρὸς τὸ σταυρόνημα τοῦ τηλεσκοπίου. Καθὼς τὸ μικροσκόπιον συνδέεται σταθερῶς πρὸς τὸ κύριον σῶμα τοῦ θεοδολίχου καὶ στρέφεται μαζί του γύρω ἀπὸ τὸν πρωτεύοντα ἄξονα, ἡ γραμμὴ δ παίζει τὸν ρόλον δείκτου διὰ τὴν ἀνάγνωσιν τῶν ὁριζοντίων γωνιῶν.

Ἄς ὑποθέσωμε τώρα ὅτι ἐσκοπεύσαμε μὲ τὸ τηλεσκόπιον τοῦ θεοδολίχου κάποιο σημεῖον καὶ θέλομε νὰ κάνωμε τὴν ἀντίστοιχον ἀνάγνωσιν τῆς ὁριζοντίας γωνίας. Μετακινοῦμε τὸν σωλῆνα 3 τοῦ μικροσκοπίου ἐν σχέσει πρὸς τὸν σωλῆνα 2, ἕως ὅτου ἴδοῦμε καθαρὰ τὴν γραμμὴν δ. Ἔπειτα μετακινοῦμε τὸ σύστημα τῶν σωλήνων 2 καὶ 3 ὡς πρὸς τὸν σωλῆνα 1, ἕως ὅτου ἴδοῦμε καθαρὰ τὰς ὑποδιαιρέσεις τοῦ δίσκου. Τέλος στρέφομε τὸ ἴδιον σύστημα μέσα εἰς τὸν σωλῆνα 1, ἕως ὅτου παραλληλίσωμε τὴν γραμμὴν δ μὲ τὰς ὑποδιαιρέσεις τοῦ δίσκου. Μετὰ ἀπὸ τοὺς χειρισμοὺς αὐτοὺς εἴμεθα εἰς θέσιν νὰ κάνωμε τὴν ἀνάγνωσιν. Τὸ διάστημα x ὑπολογίζεται κατ᾽ ἐκτίμησιν εἰς δέκατα τοῦ Δ. Τὸ Δ, δηλαδὴ ἡ ὑποδιαίρεσις τοῦ δίσκου, ἰσοῦται πρὸς 10′, ἄρα τὸ x ὑπολογίζεται μὲ προσέγγισιν 1′. Τοιουτοτρόπως εἰς τὸ σχῆμα 3·7η ἡ ἀνάγνωσις εἶναι $54^0\ 37'$.

β) *Τὸ μικροσκόπιον μὲ κλίμακα.*

Τὸ μικροσκόπιον αὐτὸ ἀντὶ τῆς μονῆς γραμμῆς εἶναι ἐφωδιασμένον μὲ μίαν ὁλόκληρον κλίμακα ἀπὸ 10 ἴσας ὑποδιαιρέσεις μὲ φορὰν ἀντίστροφον πρὸς τὴν φορὰν τῶν ὑποδιαιρέσεων τοῦ δίσκου (σχ. 3·7θ). Τὸ 0 τῆς κλίμακος παίζει τὸν ρόλον τῆς γραμμῆς δ τοῦ δείκτου. Ἀφ᾽ ἑτέρου ἡ κάθε μία ὑποδιαίρεσις τῆς κλίμακος ἰσοῦται πρὸς τὸ $\frac{1}{10}$ τῆς ὑποδιαιρέσεως τοῦ δίσκου.

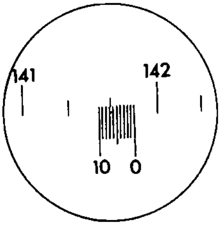
Τοιουτοτρόπως, ἐὰν ἡ ὑποδιαίρεσις τοῦ δίσκου ἰσοῦται πρὸς 20′ (σχ. 3·7θ), ἡ ὑποδιαίρεσις τῆς κλίμακος θὰ ἰσοῦται πρὸς 2′, ὁπότε δυνάμεθα νὰ ἐκτιμήσωμε τὸ x εἰς δέκατα τῶν 2′, δηλαδὴ εἰς δωδεκάδας δευτερολέπτων τῆς μοίρας.

Τοιουτοτρόπως εἰς τὸ σχῆμα 3·7θ τὸ x ἰσοῦται πρός:

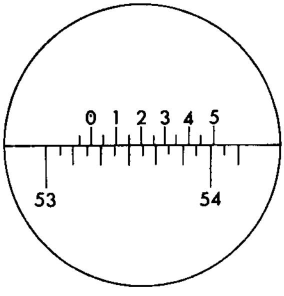
$$6 \times 2' + 6 \times 12'',$$

δηλαδὴ πρὸς 13′ 12″, ὁπότε ἡ ἀντίστοιχος ἀνάγνωσις εἶναι:

$$141^0 \quad 53' \quad 12''$$



Σχ. 3·7 θ.



Σχ. 3·7 ι.

γ) *Τὸ μικροσκόπιον μὲ βερνιέρον.*

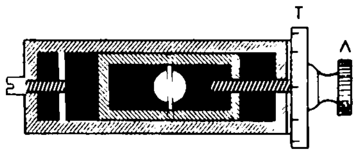
Τοῦτο ἀντὶ τῆς κλίμακος φέρει ἕνα βερνιέρον (σχ. 3·7 ι). Καὶ ἐδῶ τὸ 0 τοῦ βερνιέρου παίζει τὸν ρόλον τῆς γραμμῆς δ τοῦ δείκτου. Ἡ διαφορά, ποὺ παρουσιάζει ὁ βερνιέρος ἑνὸς τέτοιου μικροσκοπίου πρὸς τὸν κοινὸν βερνιέρον τοῦ δείκτου, συνίσταται εἰς τὸ εὖρος. Τὸ εὖρος δηλαδὴ τοῦ πρώτου βερνιέρου πρέπει νὰ εἶναι ἀρκετὰ μικρόν, ὥστε νὰ περιλαμβάνεται μέσα εἰς τὸ ὀπτικὸν πεδίον τοῦ μικροσκοπίου. Κατ᾽ ἀνάγκην λοιπὸν ἔχει μικρὸν ἀριθμὸν ὑποδιαιρέσεων. Τοιουτοτρόπως εἰς τὸ σχῆμα 3·7 ι ὁ βερνιέρος ἔχει 10 ὑποδιαιρέσεις. Τὸ Δ, δηλαδὴ τὸ εὖρος τῶν ὑποδιαιρέσεων τοῦ δίσκου, ἰσοῦται πρὸς 5′ καὶ ἡ ἀπόδοσις τοῦ βερνιέρου πρὸς $\frac{\Delta}{\nu}$, δηλαδὴ πρὸς $\frac{5'}{10} = 30''$. Ἡ σύμπτωσις εἰς τὸ σχῆμα 3·7 ι παρουσιάζεται εἰς τὴν τρίτην γραμμὴν τοῦ βερνιέρου, ἄρα ἡ ἀνάγνωσις εἶναι:

$$53^0\ 15' + 3 \times 30'' = 53^0\ 16'\ 30''.$$

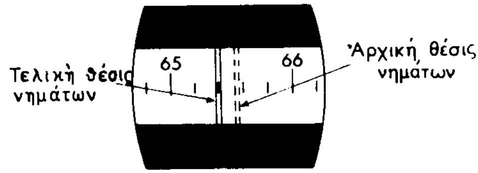
δ) *Τὸ μικροσκόπιον μὲ τύμπανον.*

Εἶναι μία πολύπλοκος συσκευή, ἡ ὁποία μᾶς παρέχει μὲν μεγάλην ἀκρίβειαν ὡς πρὸς τὴν ἀνάγνωσιν τῶν ὁριζοντίων γωνιῶν, ἀπαιτεῖ ὅμως πολὺν χρόνον κατὰ τοὺς χειρισμούς. Δι' αὐτὸ χρησιμοποιεῖται μόνον εἰς μετρήσεις μεγάλης ἀκριβείας.

Εἰς τὴν θέσιν τῆς γραμμῆς δ τοῦ τηλεσκοπίου μὲ γραμμήν, τὸ τηλεσκόπιον μὲ τύμπανον φέρει δύο παράλληλα νήματα (σχ. 3 · 7 κ). Τὰ νήματα αὐτὰ δύνανται νὰ μετακινηθοῦν παραλλήλως πρὸς τὰς ὑποδιαιρέσεις τοῦ δίσκου μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ κοχλίου Λ. Μία πλήρης περιστροφὴ τοῦ κοχλίου προκαλεῖ τὴν μετακίνησιν τῶν νημάτων κατὰ μίαν ὑποδιαίρεσιν τοῦ δίσκου. Προκειμένου τώρα νὰ ἀναγνώσωμε τὴν ὁρι-



Σχ. 3·7 κ.



Σχ. 3·7 λ.

ζοντίαν γωνίαν, στρέφομε τὸν κοχλίαν, ἕως ὅτου τὰ δύο νήματα ἔλθουν ἀπὸ τὴν μίαν καὶ τὴν ἄλλην πλευρὰν τῆς ἀμέσως μικροτέρας ὑποδιαιρέσεως τοῦ δίσκου (σχ. 3 · 7 λ).

Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον τὰ δύο νήματα μετεκινήθησαν τόσον, ὅσον εἶναι τὸ διάστημα x, ποὺ πρέπει νὰ μετρηθῇ. Ἡ μετακίνησις αὐτὴ μετρεῖται ἀπὸ τὸ διηρημένον τύμπανον Τ. Μὲ ἕνα τέτοιο μικροσκόπιον ἠμποροῦμε νὰ ἔχωμε ἀκρίβειαν 10'' δι' ἀμέσου ἀναγνώσεως καὶ 1'' δι' ἐκτιμήσεως.

Ἐὰν ρίψωμε ἕνα βλέμμα εἰς τὰ σχήματα 3 · 7 η, 3 · 7 θ καὶ 3 · 7 ι θὰ διαπιστώσωμε ὅτι ὅλοι οἱ τύποι μικροσκοπίων φέρουν δίσκους μὲ πυκνοτάτην διάταξιν ὑποδιαιρέσεων. Ἐνῷ δηλαδή, ὅταν ἐκτιμοῦμε τὸ x μὲ ἁπλοῦν βερνιέρον, ἡ μικροτέρα τιμὴ τοῦ Δ ἦτο 20' (σχ. 3 · 7 ε), εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ μικροσκοπίου μὲ βερνιέρον τὸ Δ ἰσοῦται πρὸς 5' (σχ. 3 · 7 ι). Αὐτὸ ἐξηγεῖται διότι, ὅταν ἔχωμε ἁπλοῦν βερνιέρον, ἠμποροῦμε νὰ ἐλαττώσωμε τὴν τιμὴν προσεγγίσεως τοῦ x, ἀρκεῖ νὰ αὐξήσωμε τὸν ἀριθμὸν τῶν ὑποδιαιρέσεων τοῦ βερνιέρου. Ἀντιθέτως, ὅταν ἔχωμε μικροσκόπιον μὲ βερνιέρον, ἡ ἰδία ἐλάττωσις ἐπιτυγχάνεται μὲ τὴν ἐλάττωσιν τοῦ Δ, δηλαδὴ μὲ τὴν πύκνωσιν τῶν ὑποδιαιρέσεων τοῦ δίσκου. Ἡ πύκνωσις αὐτὴ δὲν δυσχεραίνει τὰς ἀναγνώσεις χάρις εἰς τὴν μεγεθυντικὴν ἱκανότητα τοῦ μικροσκοπίου.

3. *Ὀπτικὸν μικρόμετρον.*

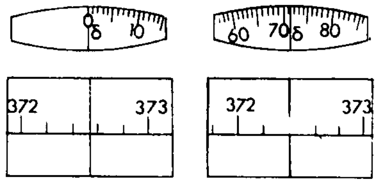
Ἕνα ἀκόμη ὄργανον ἐκτιμήσεως τοῦ διαστήματος x, τὸ ὁποῖον δυνάμεθα νὰ κατατάξωμε εἰς τὴν κατηγορίαν τῶν μικροσκοπίων, εἶναι καὶ τὸ *ὀπτικὸν μικρόμετρον*. Τὸ ὀπτικὸν μικρόμετρον εἶναι ἕνας συνδυασμὸς μικροσκοπίου μὲ γραμμὴν καὶ μιᾶς ὑαλίνης πλακός, ποὺ παρεμβάλλεται μεταξὺ τοῦ μικροσκοπίου καὶ τοῦ ὁριζοντίου δίσκου καὶ ποὺ ἔχει τὴν δυνατότητα νὰ στρέφεται γύρω ἀπὸ ἕνα ἄξονα. Ὅταν ἡ πλὰξ εὑρίσκεται εἰς τὴν κανονικήν της θέσιν, τότε βλέπομε μέσα εἰς τὸ μικροσκόπιον καὶ τὰς ὑποδιαιρέσεις τοῦ δίσκου εἰς τὴν κανονικήν των θέσιν. Ὅταν ὅμως περιστρέψωμε τὴν πλάκα μὲ τὴν βοήθειαν ἑνὸς κοχλίου, τότε βλέπομε τὰς ὑποδιαιρέσεις τοῦ δίσκου νὰ μετακινοῦνται δεξιὰ ἢ ἀριστερὰ ἀναλόγως πρὸς τὴν φορὰν περιστροφῆς τοῦ κοχλίου, χωρὶς εἰς τὴν πραγματικότητα νὰ μετακινῆται ὁ δίσκος. Ἡ περιστροφὴ τοῦ κοχλίου ἐκτὸς τῆς φαινομενικῆς μετακινήσεως τοῦ δίσκου προκαλεῖ καὶ τὴν μετακίνησιν μιᾶς βοηθητικῆς κλίμακος. Ὅσον ἡ πλὰξ καὶ ὁ δίσκος εὑρίσκονται εἰς τὴν κανονικήν των θέσιν, τὸ 0 τῆς βοηθητικῆς κλίμακος συμπίπτει μὲ τὴν γραμμὴν τοῦ μικροσκοπίου. Ὅταν περιστρέψωμε τὴν πλάκα, τότε ἐκτὸς τοῦ ὁριζοντίου δίσκου βλέπομε καὶ τὴν βοηθητικὴν κλίμακα νὰ μετακινῆται μέσα εἰς τὸ μικροσκόπιον. Ἡ βοηθητικὴ κλῖμαξ ὅμως μετακινεῖται τόσον γρήγορα, ὥστε εἰς τὴν μετακίνησιν μιᾶς ὑποδιαιρέσεως τοῦ ὁριζοντίου δίσκου ἀντιστοιχεῖ μετακίνησις ὁλοκλήρου τῆς βοηθητικῆς κλίμακος. Ἐὰν δηλαδὴ ἡ βοηθητικὴ κλῖμαξ ἔχη ἑκατὸν ὑποδιαιρέσεις, εἰς τὴν μετακίνησιν μιᾶς ὑποδιαιρέσεως τοῦ δίσκου ἀντιστοιχεῖ μετακίνησις καὶ τῶν ἑκατὸν ὑποδιαιρέσεων τῆς βοηθητικῆς κλίμακος.

Ὁ ἐπαναληπτικὸς θεοδόλιχος Watts, ποὺ παριστᾷ τὸ σχῆμα 3 · 1 γ, εἶναι ἐφωδιασμένος μὲ ὀπτικὸν μικρόμετρον.

Προκειμένου τώρα νὰ ἐκτιμήσωμε τὸ διάστημα x (σχ.

3·7μ-θέσις I) περιστρέφομε τὴν πλάκα, ἕως ὅτου ἡ ἀμέσως μικροτέρα ὑποδιαίρεσις τοῦ δίσκου συμπέσῃ μὲ τὴν σταθερὰν γραμμὴν τοῦ μικροσκοπίου (σχ. 3·7μ - θέσις II). Εἶναι φανερὸν ὅτι ἡ ἔνδειξις τῆς γραμμῆς τοῦ μικροσκοπίου ἐπάνω εἰς τὴν βοηθητικὴν κλίμακα θὰ μᾶς δώσῃ τὸ x ὡς ἀντίστοιχον κλάσμα τῆς ὑποδιαιρέσεως Δ τοῦ δίσκου. Συνεπῶς ἡ ἀνάγνωσις θὰ εἶναι:

$$372^g + 40^c + \frac{71,4}{100} \times 20^c = 372^g + 40^c + 1\,428^{cc} = 372^g\ 54^c\ 28^{cc}.$$



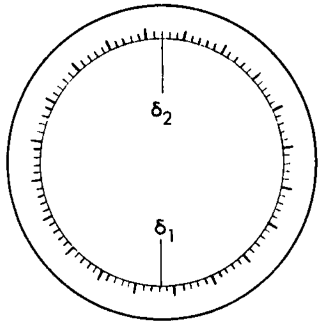
I II

Σχ. 3·7μ.

3·8 Διπλῆ ἀνάγνωσις ὁριζοντίων γωνιῶν.

Προκειμένου νὰ προσδιορίσωμε τὴν ὁριζοντίαν γωνίαν, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς ἕνα σημεῖον σκοπεύσεως, δὲν κάνομε μόνον μίαν ἀνάγνωσιν εἰς τὸν δίσκον τοῦ θεοδολίχου, ἀλλὰ δύο. Αὐτὸ γίνεται διὰ νὰ ἐξουδετερώσωμε τὸ λεγόμενον *σφάλμα ἐκκεντρότητος τοῦ δίσκου.*

Μὲ ἄλλους λόγους εἰς ὅλους τοὺς θεοδολίχους, ἀκόμη καὶ εἰς τοὺς τελειοτέρους, τὸ κέντρον τοῦ δίσκου δὲν συμπίπτει ἀκριβῶς μὲ τὸ κέντρον τοῦ δείκτου, ἀπὸ ὅπου διέρχεται ὁ πρωτεύων ἄξων ΠΠ. Συνεπῶς ἡ κορυφὴ τῆς ὁριζοντίας γωνίας, ποὺ διαβάζομε ἐπάνω εἰς τὸν δίσκον, δὲν κεῖται ἀκριβῶς ἐπὶ τῆς κατακορύφου εἰς τὸ σημεῖον κεντρώσεως τοῦ ὀργάνου. Αὐτὴ ἡ ἀνακρίβεια, δηλαδὴ τὸ σφάλμα ἐκκεντρότητος τοῦ δίσκου, ἐξουδετερώνεται, ὅπως θὰ ἴδοῦμε ἐν συνεχείᾳ, ὅταν θὰ ὁμιλήσωμε διὰ τὰς συνθήκας ἀκριβείας τοῦ θεοδολίχου, ἐὰν ἀντὶ μιᾶς κάνωμε δύο ἀναγνώσεις. Χρησιμοποιοῦμε πρὸς τοῦτο δύο διαμετρικῶς ἀντιθέτους γραμμὰς τοῦ δείκτου (σχ. 3 · 8 α) καὶ λαμβάνομε τὸν μέσον ὅρον τῶν δύο ἀντιστοίχων ἀναγνώσεων. Δηλαδὴ ἐὰν ὀνομάσωμε τὰς δύο ἀναγνώσεις α_1 καὶ α_2, ἡ ὁριζοντία γωνία, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ σημεῖον σκοπεύσεως, θὰ ἰσοῦται πρὸς $\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$.



Σχ. 3·8 α.

3 · 9 Ἀνάγνωσις ὁριζοντίων γωνιῶν εἰς τὸν θεοδόλιχον Wild.

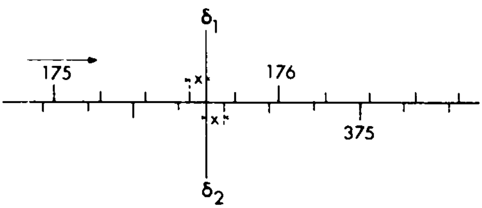
Ἡ ἀνάγνωσις τῶν ἐνδείξεων τοῦ δίσκου εἰς τοὺς παλαιοὺς τύπους θεοδολίχων, καὶ μάλιστα ἡ διπλῆ — ἀντιδιαμετρικὴ ἀνάγνωσις, ἀπαιτεῖ ἀρκετὸν χρόνον, ἐπειδὴ πρέπει νὰ κάνωμε δύο μετακινήσεις ἀπὸ τὴν θέσιν σκοπεύσεως. Μίαν διὰ νὰ διαπιστώσωμε τὴν ἔνδειξιν τῆς γραμμῆς δ_1 καὶ μίαν διὰ νὰ διαπιστώσωμε τὴν ἔνδειξιν τῆς γραμμῆς δ_2 τοῦ δείκτου.

Τὸν χρόνον αὐτὸν ἐκέρδισε σχεδὸν ἐξ ὁλοκλήρου ὁ περίφημος κατασκευαστὴς τοπογραφικῶν ὀργάνων Heinrich Wild μὲ τὴν διάταξίν, ποὺ ἐφήρμοσε εἰς τὸν θεοδόλιχόν του, τὸν γνωστὸν θεοδόλιχον Wild.

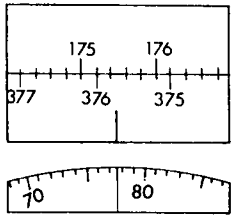
Μὲ τὴν διάταξιν αὐτὴν ἡ ἀνάγνωσις τῶν ὁριζοντίων γωνιῶν γίνεται μέσω τοῦ μικροσκοπίου Δ (σχ. 3 · 1 γ), ποὺ εὑρίσκεται παραπλεύρως τῆς ὀπῆς σκοπεύσεως τοῦ τηλεσκοπίου. Ὅταν δηλαδὴ τελειώσῃ ἡ σκόπευσις, δὲν ἔχομε παρὰ νὰ μετακινήσωμε τὸν ὀφθαλμόν μας 2 ἕως 3 cm πρὸς τὰ πλάγια καὶ νὰ κάνωμε τὴν δι-πλὴν ἀνάγνωσιν μέσα εἰς τὸ ὀπτικὸν πεδίον τοῦ ἰδίου μικροσκοπίου.

Πῶς ἐπιτυγχάνεται αὐτὸ τὸ ἐξηγοῦμε κατωτέρω.

Κατ' ἀρχὴν ὁ Wild ἐχρησιμοποίησε ὡς βοηθητικὸν ὄργανον ἀναγνώσεως τὸ ὀπτικὸν μικρόμετρον καί, ἐπειδὴ ἔπρεπε νὰ γίνωνται δύο ἀναγνώσεις, ἐχρησιμοποίησε φυσικὰ δύο ὑαλίνας πλάκας διὰ τὴν φαινομενικὴν μετακίνησιν τοῦ ὁριζοντίου δίσκου. Τὰς πλάκας ὅμως αὐτὰς τὰς ἐτοποθέτησε μέσα εἰς τὸν θεοδόλιχον εἰς κατάλληλα σημεῖα καὶ τὰς συνεδύασε μὲ διάφορα συστήματα κατόπτρων καὶ πρισμάτων κατὰ τέτοιον τρόπον, ὥστε τὰ μὲν εἴδωλα τῶν διαμετρικῶς ἀντιθέτων ὑποδιαιρέσεων τοῦ ὁριζοντίου δίσκου νὰ ἐμφανίζωνται ταυτοχρόνως μέσα εἰς τὸ ὀπτικὸν πεδίον τοῦ μικροσκοπίου Δ, τὸ ἕνα ὑπεράνω τοῦ ἄλλου, ἡ δὲ γραμμὴ τοῦ μικροσκοπίου νὰ χρησιμεύῃ ὡς κοινὸς δείκτης ἀναγνώσεως καὶ διὰ τὰ δύο εἴδωλα (σχ. 3·9α).



Σχ. 3·9 α.



Σχ. 3·9 β.

Ἐπὶ πλέον ὁ Wild ἐπέτυχε, ὥστε μὲ τὸν ἴδιον κοχλίαν νὰ προκαλῇ ἴσην ἀλλὰ ἀντίθετον περιστροφὴν τῶν δύο ὑαλίνων πλακῶν. Τοιουτοτρόπως τὰ εἴδωλα τῶν διαμετρικῶς ἀντιθέτων ὑποδιαιρέσεων μετακινοῦνται μὲν κατὰ ἴσα διαστήματα, ἀλλὰ κατὰ ἀντιθέτους κατευθύνσεις. Δηλαδὴ κατευθύνονται εἴτε καὶ τὰ δύο πρὸς τὸ κέντρον, εἴτε καὶ τὰ δύο πρὸς τὰ ἄκρα τοῦ ὀπτικοῦ πεδίου τοῦ μικροσκοπίου. Τὰς ἴσας αὐτὰς μετακινήσεις μετροῦμε μὲ βοηθητικὴν κλίμακα, ἀνάλογον πρὸς τὴν βοηθητικὴν κλίμακα τοῦ ἁπλοῦ ὀπτικοῦ μικρομέτρου.

Καὶ τώρα ἂς ἴδοῦμε πῶς γίνεται ἡ διπλῆ ἀνάγνωσις. Ἕνας τρόπος θὰ ἦτο νὰ μετρήσωμε χωριστὰ τὰ x_1 καὶ x_2 τῶν δύο εἰδώλων μέσω τῆς βοηθητικῆς κλίμακος καὶ ἔπειτα νὰ λάβωμε τὸν μέσον ὅρον $\frac{x_1+x_2}{2}$ τῶν δύο μετρήσεων. Παρατηροῦμε ὅμως ὅτι ἡ διαδρομὴ $\frac{x_1+x_2}{2}$ καλύπτεται ἀπὸ τὰ δύο εἴδωλα τοῦ ὁριζοντίου δίσκου, ὅταν φέρωμε εἰς σύμπτωσιν τὴν ὑποδιαίρεσιν $175^g\ 60^c$ τοῦ ἄνω εἰδώλου μὲ τὴν ὑποδιαίρεσιν $375^g\ 60^c$ τοῦ κάτω (σχ. 3 · 9 β). Ἄρα, ὅταν ἐπιτύχωμε τὴν σύμπτωσιν αὐτήν, ἡ βοηθητικὴ κλῖμαξ μᾶς δίδει κατ' εὐθεῖαν τὸ ζητούμενον ἡμιάθροισμα $\frac{x_1+x_2}{2}$, χωρὶς νὰ παρίσταται ἀνάγκη χωριστῆς μετρήσεως τῶν δύο x. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἡ διπλῆ ἀνάγνωσις γίνεται ταυτοχρόνως.

Ἐξ ἄλλου ἡ βοηθητικὴ κλῖμαξ εἶναι ρυθμισμένη οὕτως, ὥστε μία πλήρης μετακίνησίς της νὰ ἀντιστοιχῇ εἰς τὴν μετακίνησιν τῶν δύο εἰδώλων τοῦ ὁριζοντίου δίσκου ἀπὸ τὴν μίαν σύμπτωσιν γραμμῶν εἰς τὴν ἑπομένην. Ἀλλὰ μία τέτοια μετακίνησις ἰσοδυναμεῖ μὲ μετακίνησιν τοῦ κάθε εἰδώλου κατὰ ἡμίσειαν ὑποδιαίρεσιν, δηλαδὴ διὰ τὸ σχῆμα 3 · 9 α κατὰ 10^c. Ἄρα, ἐὰν ἡ βοηθητικὴ κλῖμαξ ἔχῃ ἑκατὸν ὑποδιαιρέσεις, ἡ κάθε μία ὑποδιαίρεσις θὰ ἀντιστοιχῇ εἰς ἕνα ἑκατοστὸν τῶν 10^c, δηλαδὴ εἰς 10^{cc}. Συνεπῶς θὰ μᾶς δίδῃ προσέγγισιν 10^{cc} δι' ἀμέσου ἀναγνώσεως καὶ 1^{cc} δι' ἐκτιμήσεως. Π.χ. εἰς τὸ σχῆμα 3 · 9 β ἡ ἀνάγνωσις εἶναι: $175^g + 60^c + 776^{cc} = 175^g\ 67^c\ 76^{cc}$.

Ὁ ἐπαναληπτικὸς θεοδόλιχος Watts, ποὺ παριστᾶ τὸ σχῆμα 3 · 1 γ, παρέχει τὴν δυνατότητα διπλῆς ἀναγνώσεως. Ὁ χειρισμὸς τοῦ ὀπτικοῦ μικρομέτρου γίνεται μὲ τὸν κοχλίαν E_2.

3 · 10 Συνθῆκαι ἀκριβείας τοῦ θεοδολίχου.

Ἀπὸ ὅσα εἴπαμε ἕως τώρα, προκύπτει ὅτι διὰ νὰ εἶναι ἀκριβὴς ἡ μέτρησις μιᾶς ὁριζοντίας γωνίας ὡς πρὸς τὸ σημεῖον Α πρέπει νὰ πληροῦνται αἱ ἑξῆς συνθῆκαι:

1) Ὁ πρωτεύων ἄξων ΠΠ νὰ εἶναι κατακόρυφος καὶ νὰ διέρχεται ἀπὸ τὸ σημεῖον Α.

2) Ὁ δευτερεύων ἄξων ΔΔ νὰ εἶναι κάθετος πρὸς τὸν πρωτεύοντα.

3) Ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ ΣΣ νὰ εἶναι κάθετος πρὸς τὸν δευτερεύοντα ἄξονα ΔΔ.

4) Τὸ κέντρον τοῦ δίσκου νὰ συμπίπτῃ μὲ τὸ κέντρον τοῦ δείκτου ἤ, ἄλλως, νὰ κεῖται ἐπάνω εἰς τὸν πρωτεύοντα ἄξονα ΠΠ.

Ἐκτὸς ὅμως τῶν τεσσάρων αὐτῶν βασικῶν συνθηκῶν ἀκριβείας, διὰ τὰς ὁποίας ὡμιλήσαμε ἤδη εἰς τὰς προηγουμένας παραγράφους, ὑπάρχει καὶ μία ἀκόμη συνθήκη:

5) Αἱ ὑποδιαιρέσεις τοῦ δίσκου πρέπει νὰ εἶναι ἀκριβῶς ἴσαι μεταξύ των.

Ἡ ἀνάγκη νὰ ἰσχύῃ ἡ συνθήκη αὐτὴ εἶναι προφανής.

Ἔλεγχος καὶ ἀποκατάστασις συνθηκῶν.

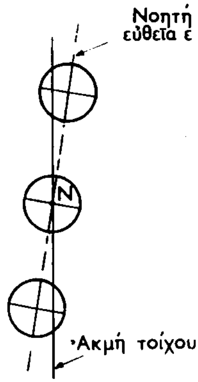
Ὅταν πρόκειται νὰ μετρήσωμε μίαν ὁριζοντίαν γωνίαν, πρέπει νὰ ἔχῃ προηγηθῇ ὁ ἔλεγχος καὶ ἡ ἀποκατάστασις τῶν συνθηκῶν ἀκριβείας, ποὺ ἀνεφέραμε προηγουμένως, διότι διαφορετικὰ ἡ μέτρησις τῆς γωνίας δὲν θὰ εἶναι ἀκριβής. Ἂς ἐξετάσωμε λοιπὸν κάθε μίαν συνθήκην χωριστά:

1η Συνθήκη. (Ὁ πρωτεύων ἄξων ΠΠ νὰ εἶναι κατακόρυφος καὶ νὰ διέρχεται ἀπὸ τὸ σημεῖον Α).

Διὰ τὸν ἔλεγχον καὶ τὴν ἀποκατάστασιν τῆς 1ης συνθήκης ἔχει γίνει ἤδη λόγος εἰς τὰς παραγράφους 3 · 4 καὶ 3 · 5. Ὑπενθυμίζομε μόνον ὅτι ὁ πρωτεύων ἄξων εἶναι δυνατὸν νὰ καταστῇ μὲν κατακόρυφος διὰ τοῦ τρικοχλίου καὶ τῆς ἀεροστάθμης, νὰ διέλθῃ δὲ ἀπὸ τὸ σημεῖον Α διὰ τοῦ νήματος τῆς στάθμης.

2α Συνθήκη. ('Ο δευτερεύων ἄξων ΔΔ νὰ εἶναι κάθετος πρὸς τὸν πρωτεύοντα ΠΠ).

'Εὰν δὲν ἰσχύῃ ἡ συνθήκη αὐτή, ὁ δευτερεύων ἄξων δὲν θὰ εἶναι ὁριζόντιος, ὅταν κατακορυφωθῇ ὁ πρωτεύων, καὶ συνεπῶς τὸ ἐπίπεδον περιστροφῆς τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς δὲν θὰ εἶναι κατακόρυφον, ἀλλὰ πλάγιον. Ἄρα, ἐὰν σκοπεύσωμε τὴν ἀκμὴν ἑνὸς τοίχου εἰς τὸ σημεῖον N μὲ τὸ τηλεσκόπιον ὁριζόντιον καὶ ἔπειτα περιστρέψωμε τὸ τηλεσκόπιον πρὸς τὰ ἄνω καὶ πρὸς τὰ κάτω, τὸ κέντρον τοῦ σταυρονήματος δὲν θὰ ἀκολουθήσῃ τὴν ἀκμὴν τοῦ τοίχου, ἀλλὰ θὰ διαγράψῃ τὴν πλαγίαν εὐθεῖαν ε, ποὺ περνᾶ ἀπὸ τὸ σημεῖον N (σχ. 3·10α).



Σχ. 3·10 α.

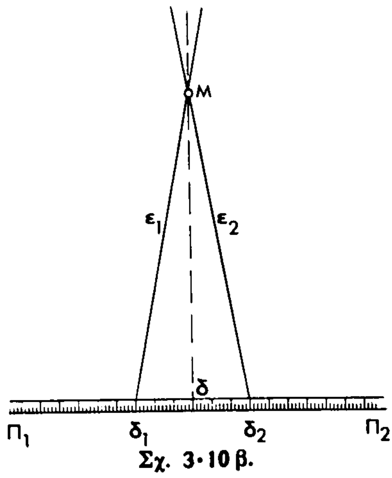
Μὲ αὐτὸν τὸν τρόπον γίνεται ὁ ἔλεγχος τῆς συνθήκης.

Προτοῦ περιγράψωμε πῶς γίνεται ἡ ἀποκατάστασις τῆς συνθήκης, εἶναι σκόπιμον νὰ εἴπουμε τί ὀνομάζεται *ὀρθὴ* καὶ τί *ἀνάστροφος θέσις τοῦ τηλεσκοπίου*. Αἱ ἔννοιαι αὐταὶ μᾶς χρειάζονται διὰ νὰ ἀντιληφθοῦμε τὰ περαιτέρω.

'Ορθὴ ὀνομάζεται ἡ θέσις τοῦ τηλεσκοπίου, ὅταν ὁ κατακόρυφος δίσκος τοῦ θεοδολίχου εὑρίσκεται πρὸς τὰ ἀριστερὰ τῆς ὀπῆς τοῦ τηλεσκοπίου ὡς πρὸς ἐκεῖνον, ποὺ κάνει τὴν σκόπευσιν (βλέπε καὶ σχῆμα 3·1γ). 'Αντιθέτως εἰς τὴν *ἀνάστροφον*

θέσιν ὁ κατακόρυφος δίσκος εὑρίσκεται πρὸς τὰ δεξιὰ τῆς ὀπῆς τοῦ τηλεσκοπίου.

Ἕνα σημεῖον ἠμποροῦμε νὰ τὸ σκοπεύσωμε καὶ ἀπὸ τὴν ἀνάστροφον θέσιν τοῦ τηλεσκοπίου. Πρὸς τοῦτο, ὅταν τελειώσωμε τὴν σκόπευσιν ἀπὸ τὴν ὀρθὴν θέσιν, ἀναστρέφομε τὸ τηλεσκόπιον, δηλαδὴ τὸ στρέφομε γύρω ἀπὸ τὸν δευτερεύοντα ἄξονα, ἕως ὅτου ὁ ἀντικειμενικὸς φακὸς ἔλθῃ πρὸς τὸ μέρος μας. Ἔπειτα περιστρέφομε τὸ κύριον σῶμα τοῦ θεοδολίχου κατὰ 180°. Ἡ σειρὰ αὐτὴ τῶν χειρισμῶν ὀνομάζεται συντόμως *ἀναστροφὴ — περιστροφὴ* τοῦ τηλεσκοπίου.



Σχ. 3·10β.

Ἄς ἔλθωμε τώρα εἰς τὴν ἀποκατάστασιν τῆς 2ας συνθήκης. Εἰς ἔδαφος σχετικῶς ὁμαλὸν καὶ ὁριζόντιον καὶ εἰς ἀπόστασιν 50 ἕως 60 m ἀπὸ τὸν θεοδόλιχον τοποθετοῦμε τὸν διῃρημένον πῆχυν $\Pi_1\Pi_2$ (σχ. 3 · 10β) ὁριζοντίως καὶ μὲ τὴν ὄψιν ἐστραμμένην πρὸς τὸ μέρος τοῦ ὀργάνου. Μὲ τὸ τηλεσκόπιον εἰς τὴν ὀρθήν του θέσιν σκοπεύομε ἕνα σημεῖον Μ, ποὺ νὰ κεῖται ἀρκετὰ ὑψηλὰ ἐν σχέσει πρὸς τὸν διῃρημένον πῆχυν. Χαμηλώνομε τὸ τηλεσκόπιον, χωρὶς νὰ ἀποκοχλιώσωμε τὸν ἀνασταλτικὸν κοχλίαν

Η (σχ. 3 · 1 γ), ἕως ὅτου ἴδοῦμε τὸν πῆχυν $\Pi_1\Pi_2$ μέσα εἰς τὸ ὀπτικὸν πεδίον. Ἔστω ὅτι τὸ κέντρον τοῦ σταυρονήματος συμπίπτει μὲ τὴν ὑποδιαίρεσιν δ_1 τοῦ πήχεως. Κατόπιν ἀναστρέφομε — περιστρέφομε τὸ τηλεσκόπιον καὶ κάνομε τὰς ἰδίας ἐνεργείας, ὅπως προηγουμένως. Δηλαδὴ σκοπεύομε τὸ σημεῖον Μ καὶ χαμηλώνομε τὸ τηλεσκόπιον πρὸς τὸν διηρημένον πῆχυν. Αὐτὴν τὴν φορὰν τὸ κέντρον τοῦ σταυρονήματος θὰ συμπέσῃ μὲ τὴν ὑποδιαίρεσιν δ_2, διαφορετικὴν προφανῶς ἀπὸ τὴν δ_1, ἀφοῦ δὲν πληροῦται ἡ 2α συνθήκη.

Ἔστωσαν ε_1 καὶ ε_2 αἱ εὐθεῖαι, τὰς ὁποίας διαγράφει τὸ κέντρον τοῦ σταυρονήματος, ὅταν χαμηλώσωμε τὸ τηλεσκόπιον, μετὰ ἀπὸ τὰς δύο σκοπεύσεις τοῦ σημείου Μ. Αἱ ε_1 καὶ ε_2 θὰ εἶναι συμμετρικαὶ ὡς πρὸς τὴν κάθετον, ποὺ ἄγεται ἀπὸ τὸ σημεῖον Μ πρὸς τὸν διηρημένον πῆχυν. Ἡ κάθετος αὐτὴ ἀντιστοιχεῖ πρὸς τὴν διαίρεσιν δ τοῦ διηρημένου πήχεως, μὲ τὴν ὁποίαν θὰ συνέπιπτε τὸ κέντρον τοῦ σταυρονήματος καὶ κατὰ τὰς δύο θέσεις τοῦ τηλεσκοπίου, ἂν ἴσχυε ἡ 2α συνθήκη. Ἀλλὰ λόγῳ τῆς συμμετρίας τῶν ε_1 καὶ ε_2 ἡ διαίρεσις δ θὰ ἰσοῦται μὲ τὴν ἡμιδιαφορὰν $\frac{\delta_2 - \delta_1}{2}$. Αὐτοὶ οἱ συλλογισμοὶ μᾶς ὁδηγοῦν εἰς τὸν ἑξῆς τρόπον διορθώσεως τοῦ ὀργάνου:

Ἀπὸ τὴν ὑποδιαίρεσιν δ_2 τοῦ διηρημένου πήχεως περιστρέφομε τὸ κύριον σῶμα τοῦ θεοδολίχου, ἀφοῦ προηγουμένως ἀποκοχλιώσωμε τὸν ἀνασταλτικὸν κοχλίαν Η (σχ. 3 · 1 γ), ἕως ὅτου σκοπεύσωμε τὴν διαίρεσιν $\frac{\delta_2 - \delta_1}{2}$ Ἔπειτα ρυθμίζομε τοὺς κοχλίας τῶν ἑδράνων τοῦ δευτερεύοντος ἄξονος κατὰ τρόπον, ὥστε νὰ ἀναγκάσωμε τὴν σκοπευτικὴν γραμμὴν νὰ διέλθῃ ἀπὸ τὸ σημεῖον Μ, χωρὶς ὅμως νὰ ἀποκοχλιώσωμε ἐκ νέου τὸν κοχλίαν Η. Ἔτσι ἀποκαθίσταται ἡ 2α συνθήκη.

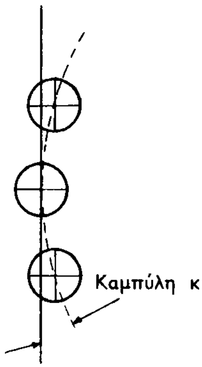
Ἐὰν δὲν θέλωμε νὰ ἀποκαταστήσωμε τὴν καθετότητα πρωτεύοντος ἄξονος πρὸς δευτερεύοντα — ἢ φοβούμεθα ὅτι ἡ ἀποκατάστασις δὲν εἶναι πλήρης — ὑπάρχει τρόπος νὰ κάνωμε τὴν ὀρθὴν ἀνάγνωσιν τοῦ ὁριζοντίου δίσκου, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ σημεῖον Μ, χωρὶς διόρθωσιν τοῦ ὀργάνου. Ὁ τρόπος αὐτὸς εἶναι ὁ ἑξῆς:

Σκοπεύομε τὸ σημεῖον Μ μὲ τὸ τηλεσκόπιον εἰς τὴν ὀρθήν του θέσιν καὶ ἔστω ὅτι κάνομε τὴν ἀνάγνωσιν α_1 ($\alpha_1 < \pi$). Ἀναστρέφομε — περιστρέφομε τὸ τηλεσκόπιον καὶ κάνομε δευτέραν σκόπευσιν τοῦ σημείου Μ. Ἡ νέα ἀνάγνωσις θὰ εἶναι $\pi + \alpha_2$. Ἡ ὀρθὴ ἀνάγνωσις τοῦ ὁριζοντίου δίσκου, δηλαδὴ ἡ ἀνάγνωσις, ποὺ θὰ προέκυπτε, ἂν ἴσχυε ἡ 2α συνθήκη, εἶναι $\alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$. Ἡ μέθοδος αὐτή, μὲ τὴν ὁποίαν προσδιορίζομε τὴν ὀρθὴν ἀνάγνωσιν α, ὀνομάζεται *μέθοδος τῆς διπλῆς σκοπεύσεως*.

3η Συνθήκη. (Ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ ΣΣ νὰ εἶναι κάθετος πρὸς τὸν δευτερεύοντα ἄξονα ΔΔ).

Ἐὰν δὲν ἰσχύῃ ἡ 3η συνθήκη, τότε, ὅταν ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ στρέφεται γύρω ἀπὸ τὸν δευτερεύοντα ἄξονα, ἀντὶ νὰ διαγράφῃ ἕνα ἐπίπεδον, διαγράφει μίαν κωνικὴν ἐπιφάνειαν. Αὐτὸ ἐλέγχεται ὡς ἑξῆς: Σκοπεύομε τὴν ἀκμὴν ἑνὸς τοίχου μὲ τὸ τηλεσκόπιον περίπου ὁριζόντιον καὶ ἔπειτα περιστρέφομε τὸ τηλεσκόπιον πρὸς τὰ ἄνω καὶ πρὸς τὰ κάτω. Ἐὰν τὸ κέντρον τοῦ σταυρονήματος δὲν παρακολουθῇ τὴν ἀκμὴν τοῦ τοίχου καὶ διαγράφῃ τὴν νοητὴν καμπύλην κ (σχ. 3·10γ), ποὺ ἐφάπτεται τῆς ἀκμῆς εἰς τὸ ἀρχικὸν σημεῖον σκοπεύσεως, τότε ἡ συνθήκη δὲν πληροῦται. Ἡ ἀποκατάστασις τῆς συνθήκης αὐτῆς γίνεται μὲ τὸν ἑξῆς τρόπον:

Εἰς ἕνα σχετικῶς ὁριζόντιον καὶ ὁμαλὸν γήπεδον σκοπεύομε μὲ τὸ τηλεσκόπιον εἰς τὴν ὀρθήν του θέσιν, τὸ ἀπομεμακρυσμένον σημεῖον Μ (σχ. 3·10δ — σκόπευσις 1 — 1). Ἀντιστρέφομε τὸ τηλεσκόπιον, ἀλλάζομε θέσιν σκοπεύσεως καὶ κάνομε δευτέραν σκόπευσιν, τὴν 2 — 2, ἀντίθετον τῆς πρώτης. Ἡ σκόπευσις αὐτὴ γίνεται πρὸς τὸν ἠριθμημένον πῆχυν $\Pi_1\Pi_2$, τὸν ὁποῖον αὐτὴν τὴν φορὰν ἔχομε τοποθετήσει πρὸς τὴν ἀντίθετον κατεύθυνσιν τοῦ σημείου Μ. Ὁ πῆχυς $\Pi_1\Pi_2$ εἶναι καὶ πάλιν ὁριζόντιος, ἀπέχει περὶ τὰ 50 ἕως 60 m ἀπὸ τὸν θεοδόλιχον καὶ τοποθετεῖται καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν σκοπεύσεως. Καὶ κατὰ τὰς δύο σκοπεύσεις, δηλαδὴ πρὸς τὸ σημεῖον Μ καὶ πρὸς τὸν διηρημένον πῆχυν, ὁ δευτερεύων ἄξων ΔΔ δὲν ἀλλάζει θέσιν.

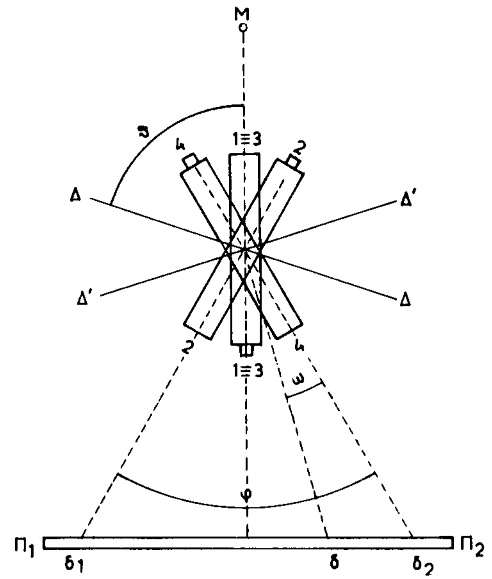


Σχ. 3·10γ.

Ἐν συνεχείᾳ περιστρέφομε τὸ κύριον σῶμα τοῦ θεοδολίχου καὶ σκοπεύομε ἐκ νέου τὸ σημεῖον Μ (σκόπευσις 3 — 3), χωρὶς νὰ ἀναστρέψωμε τὸ τηλεσκόπιον. Αὐτὴν τὴν φορὰν ὁ δευτερεύων ἄξων θὰ καταλάβῃ τὴν θέσιν Δ΄Δ΄, διαφορετικὴν ἀπὸ τὴν ΔΔ. Ἀναστρέφομε διὰ μίαν ἀκόμη φορὰν τὸ τηλεσκόπιον, τὸ ὁποῖον ἐπανέρχεται κατ᾽ αὐτὸν τὸν τρόπον εἰς τὴν ὀρθήν του θέσιν καὶ προβαίνομε εἰς νέαν σκόπευσιν (4—4) πρὸς τὸν ἠριθμημένον πῆχυν. Καὶ πάλιν δὲν ἀλλάζει ἡ θέσις Δ΄Δ΄ τοῦ δευτερεύοντος ἄξονος.

Ἔστω ὅτι δ_1 καὶ δ_2 εἶναι αἱ ὑποδιαιρέσεις τοῦ ἠριθμημένου πήχεως, μὲ τὰς ὁποίας συμπίπτει τὸ κατακόρυφον νῆμα τοῦ σταυρονήματος κατὰ τὰς σκοπεύσεις 2 — 2 καὶ 4 — 4. Ἀπὸ τὸ σχῆμα

3·10δ ἀποδεικνύεται ὅτι ἡ γωνία φ, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὰς ὑποδιαιρέσεις αὐτάς, ἰσοῦται μὲ τὸ τετραπλάσιον τῆς γωνίας ω, ὅπου ω τὸ σφάλμα καθετότητος τοῦ δευτερεύοντος ἄξονος καὶ τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς (ἂν θ εἶναι ἡ πραγματικὴ γωνία, ποὺ σχηματίζουν ὁ δευτερεύων ἄξων καὶ ἡ σκοπευτικὴ γραμμή, εἶναι $\omega = \frac{\pi}{2} - \theta$). Συνεπῶς διὰ νὰ ἀποκαταστήσωμε τὴν 3ην συνθήκην



Σχ. 3·10 δ.

δὲν ἔχομε παρὰ νὰ μετακινήσωμε ὁριζοντίως μὲ τοὺς ἀντιστοίχους κοχλίας τὸ σταυρόνημα τοῦ τηλεσκοπίου, ἕως ὅτου τὸ κατακόρυφον νῆμα μετατοπισθῇ ἀκριβῶς κατὰ τὸ 1/4 τοῦ διαστήματος $\delta_1 - \delta_2$.

Καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς 3ης συνθήκης εἶναι εὔκολον νὰ ἀποφύγωμε τὴν διόρθωσιν τοῦ ὀργάνου, ἀρκεῖ νὰ ἐφαρμόσωμε καὶ πάλιν τὴν μέθοδον τῆς διπλῆς σκοπεύσεως. Σκοπεύομε δηλαδὴ τὸ σημεῖον Μ καὶ εἰς τὰς δύο θέσεις τοῦ τηλεσκοπίου, ὁπότε προκύπτουν αἱ ἀναγνώσεις α_1 καὶ $\pi+\alpha_2$ τοῦ ὁριζοντίου δίσκου. Ἡ ὀρθὴ ἀνάγνωσις α ἰσοῦται πρὸς $\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}$.

4η Συνθήκη. (Τὸ κέντρον τοῦ δίσκου νὰ συμπίπτῃ μὲ τὸ κέντρον τοῦ δείκτου ἢ νὰ κεῖται ἐπάνω εἰς τὸν πρωτεύοντα ἄξονα ΠΠ).

Ἔλεγχος τῆς συνθήκης αὐτῆς δὲν εἶναι ἀπαραίτητος διότι γνωρίζομε ἐκ τῶν προτέρων ὅτι εἰς ὅλους τοὺς θεοδολίχους, ὅσον σύγχρονοι καὶ ἐὰν εἶναι, ὑφίσταται ἔστω καὶ εἰς ἐλάχιστον βαθμὸν τὸ σφάλμα τῆς ἐκκεντρότητος. Ἡ ἐξουδετέρωσις τοῦ σφάλματος αὐτοῦ γίνεται, ὅπως ἔχομε ἤδη ἀναφέρει, μὲ τὴν διπλῆν ἀντιδιαμετρικὴν ἀνάγνωσιν. Ἰδοὺ καὶ ἡ ἀπόδειξις:

Ἔστω Κ τὸ κέντρον τοῦ ὁριζοντίου δίσκου καὶ Δ τὸ κέντρον τοῦ δείκτου (σχ. 3·10ε). Ἡ πραγματικὴ ὁριζοντία γωνία τῶν σημείων 1 καὶ 2 εἶναι ἡ γωνία φ. Ἐξ ἄλλου ἀπὸ τὴν διπλῆν ἀνάγνωσιν τοῦ δίσκου προκύπτει ἡ μὲν γωνία β ὡς διαφορὰ τῶν ἀναγνώσεων α_2 καὶ α_1, ἡ δὲ γωνία β′ ὡς διαφορὰ τῶν ἀναγνώσεων α'_2 καὶ α'_1. Μὲ ἄλλους λόγους:

$$\beta=\alpha_2-\alpha_1 \qquad (1)$$

$$\text{καὶ } \beta'=\alpha'_2-\alpha'_1. \qquad (2)$$

Γνωρίζομε ὅτι ἡ γωνία φ ὡς ἐξωτερικὴ τοῦ τριγώνου 2-1′-Δ θὰ ἐπαληθεύῃ τὴν σχέσιν:

$$\varphi=(2-1'-1)+(1'-2-2').$$

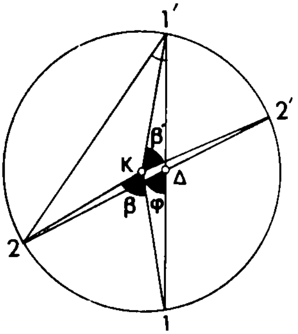
Ἀλλὰ ἡ γωνία $(2-1'-1)$ ἰσοῦται πρὸς τὸ ἥμισυ τῆς ἐπικέντρου β, ὡς ἀντίστοιχος ἐγγεγραμμένη της. Διὰ τὸν ἴδιον λόγον καὶ ἡ $(1'-2-2')$ ἰσοῦται πρὸς τὸ ἥμισυ τῆς β′. Ἄρα:

$$\varphi=\frac{\beta}{2}+\frac{\beta'}{2}=\frac{\beta+\beta'}{2}. \qquad (3)$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (1), (2) καὶ (3) λαμβάνομε:

$$\varphi=\frac{\alpha_2-\alpha_1+\alpha'_2-\alpha'_1}{2}=\frac{\alpha_2+\alpha'_2}{2}-\frac{(\alpha_1+\alpha'_1)}{2}.$$

Βλέπομε δηλαδή ότι ή ζητουμένη όριζοντία γωνία τών σημείων 1 καί 2 προκύπτει, έάν άπό τόν μέσον όρον τών άντιδιαμετρικών άναγνώσεων, πού άντιστοιχούν είς τό σημείον 2, άφαιρέσωμε τόν μέσον όρον τών άντιδιαμετρικών άναγνώσεων, πού άντιστοιχούν είς τό σημείον 1.



Σχ. 3·10 ε.

5η Συνθήκη. (Αί ύποδιαιρέσεις τού δίσκου νά είναι άκριβώς ίσαι μεταξύ των).

Καί τής συνθήκης αύτής ό έλεγχος είναι περιττός, διότι είναι γνωστόν ότι, παρ' όλην τήν έξέλιξιν τής τεχνικής άκόμη καί είς τούς πλέον συγχρόνους τύπους θεοδολίχων, αί ύποδιαιρέσεις τού δίσκου δέν είναι έντελώς ίσαι μεταξύ των. Ύφίστανται δηλαδή έκ κατασκευής τά λεγόμενα σφάλματα διαιρέσεως τού δίσκου, τά όποία ήμπορεί μέν νά είναι πάρα πολύ μικρά, ύπάρχουν όμως καί δέν δυνάμεθα νά άγνοήσωμε τήν ύπαρξίν των.

Ό μόνος τρόπος διά νά έξουδετερώσωμε τά σφάλματα αύτά είναι νά κάνωμε έπανειλημμένας μετρήσεις τής ίδίας γωνίας, άφού πρίν άπό κάθε μέτρησιν άλλάξωμε τήν θέσιν τού όριζοντίου δίσκου. Μία τέτοια άλλαγή έπιτυγχάνεται μόνον είς τούς έπαναληπτικούς θεοδολίχους, όπου, ώς γνωστόν, ό δίσκος έχει τήν δυνατότητα νά παραμένη άκίνητος μαζί μέ τό τρικόχλιον ή νά περιστρέφεται γύρω άπό τόν πρωτεύοντα άξονα μαζί μέ τό κύριον σώμα.

Τελικῶς ἡ τιμὴ τῆς ὁριζοντίας γωνίας, ποὺ θέλομε νὰ προσδιορίσωμε, λαμβάνεται ἴση μὲ τὸν μέσον ὅρον τῶν τιμῶν, ποὺ προκύπτουν ἀπὸ τὰς ἐπαναληπτικὰς μετρήσεις. Πῶς ἀκριβῶς γίνεται αὐτὸ θὰ τὸ περιγράψωμε εἰς τὴν παράγραφον 3·13, ὅταν θὰ ἐξετάσωμε τὰς μεθόδους μετρήσεως ὁριζοντίων γωνιῶν.

3·11 Ἀνακεφαλαίωσις συνθηκῶν ἀκριβείας.

Ἀπὸ τὰς πέντε συνθήκας ἀκριβείας, τὰς ὁποίας ἀνεφέραμε, μόνον αἱ τρεῖς πρῶται ἠμποροῦν νὰ ἀποκατασταθοῦν μὲ καταλλήλους διορθώσεις τοῦ ὀργάνου. Ἡ κατακορύφωσις τοῦ ἄξονος ἐνεργεῖται πάντοτε ἀπὸ τὸν χειριστὴν τοῦ θεοδολίχου. Τὸ σφάλμα καθετότητος τοῦ πρωτεύοντος ἄξονος πρὸς τὸν δευτερεύοντα καὶ τοῦ δευτερεύοντος πρὸς τὴν σκοπευτικὴν γραμμὴν διορθώνεται ἀπὸ τὸν χειριστὴν τοῦ θεοδολίχου ἢ ἀπὸ εἰδικὸν ἐπισκευαστὴν ἀναλόγως τοῦ τύπου τοῦ ὀργάνου. Ἐν πάσῃ περιπτώσει ἡ ἀποκατάστασις τῶν δύο αὐτῶν συνθηκῶν (τῆς 2ας καὶ τῆς 3ης) δὲν εἶναι συνήθως πλήρης. Δι᾽ αὐτὸ εἶναι σκόπιμον νὰ γίνεται πάντοτε ἡ διπλῆ σκόπευσις καὶ νὰ προσδιορίζεται ἡ ὀρθὴ ἀνάγνωσις α ἀπὸ τὸν μέσον ὅρον $\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$.

3·12 Διόρθωσις σταυρονήματος.

Μία ἄλλη διόρθωσις τοῦ θεοδολίχου, τὴν ὁποίαν θὰ περιγράψωμε ἐδῶ, εἶναι ἡ διόρθωσις τοῦ σταυρονήματος. Ὡς γνωστὸν τὸ ἕνα ἀπὸ τὰ δύο νήματα τοῦ σταυρονήματος πρέπει νὰ κεῖται ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου, ποὺ διαγράφει ἡ σκοπευτικὴ γραμμή, ὅταν περιστρέφεται. Αὐτὸ ἐλέγχεται ὡς ἑξῆς: Μετὰ τὴν ὁριζοντίωσιν τοῦ ὀργάνου, σκοπεύομε μίαν κατακόρυφον εὐθεῖαν, ὅπως π.χ. τὴν ἀκμὴν ἑνὸς τοίχου ἢ τὸ νῆμα τῆς στάθμης. Ἐὰν ἡ κατακόρυφος εὐθεῖα συμπίπτῃ μὲ τὸ ἕνα ἀπὸ τὰ δύο νήματα τοῦ σταυρονήματος, ἔχει καλῶς. Ἐὰν ὄχι, περιστρέφομε τὸ σταυρόνημα μὲ τοὺς εἰδικοὺς κοχλίας, ἕως ὅτου ἐπιτύχωμε τὴν ζητουμένην σύμπτωσιν. Ἡ διόρθωσις τοῦ σταυρονήματος δὲν εἶναι ἀπαραίτητος διὰ νὰ γίνῃ μία ἀκριβὴς μέτρησις, ἐφ' ὅσον ἰσχύουν ὅλαι αἱ ἄλλαι συνθῆκαι. Δι' αὐτὸ δὲν περιλαμβάνεται εἰς αὐτάς, ἀλλὰ τὴν ἀναφέρομε χωριστά.

3·13 Μέθοδοι μετρήσεως τῶν ὁριζοντίων γωνιῶν.

Ἕως ἐδῶ περιεγράψαμε κυρίως τὰ διάφορα ἐξαρτήματα καὶ τὸν τρόπον χειρισμοῦ τοῦ θεοδολίχου. Εἴπαμε ἐπίσης ὅτι προκειμένου νὰ μετρήσωμε τὴν ὁριζοντίαν γωνίαν τῶν σημείων 1 καὶ 2 (σχ. 2·1β) δὲν ἔχομε παρὰ νὰ ἀφαιρέσωμε τὴν ἔνδειξιν τοῦ ὁριζοντίου δίσκου, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ σημεῖον 1, ἀπὸ τὴν ἔνδειξιν, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ σημεῖον 2.

Κατόπιν αὐτοῦ γεννᾶται τὸ ἐρώτημα: διατί νὰ γίνεται λόγος περὶ μεθόδων μετρήσεως τῶν ὁριζοντίων γωνιῶν, ἀφοῦ τὸ πρᾶγμα εἶναι τόσον ἁπλοῦν; Ναί, ἀλλὰ δὲν πρέπει νὰ λησμονοῦμε καὶ τὴν ἀποκατάστασιν τῶν διαφόρων συνθηκῶν. Μὲ ἄλλους λόγους ἀκολουθοῦμε κατὰ τὴν μέτρησιν μίαν ὡρισμένην διαδικασίαν, ἡ ὁποία δὲν εἶναι τόσον ἁπλῆ, ὅσον θὰ ἀνέμενε κανείς, διότι πρέπει νὰ ἐξαλείψωμε τὰ διάφορα σφάλματα τοῦ ὀργάνου.

Καὶ αὐτὸ δὲν ἀφορᾷ ἀποκλειστικῶς εἰς τὰ σφάλματα, ποὺ ἐξαλείφονται μόνον διὰ καταλλήλων μεθόδων μετρήσεως, ὅπως π.χ. συμβαίνει μὲ τὸ σφάλμα τῆς διαιρέσεως τοῦ δίσκου, ἀλλὰ καὶ εἰς ἐκεῖνα, τὰ ὁποῖα ἠμποροῦν νὰ ἐξαλειφθοῦν διὰ διορθώσεως τοῦ ὀργάνου. Τοιουτοτρόπως ἐφαρμόζομε πάντοτε τὴν διπλῆν μέτρησιν, δηλαδὴ μὲ τὸ τηλεσκόπιον καὶ εἰς τὴν ὀρθὴν καὶ εἰς τὴν ἀνάστροφον θέσιν (θέσεις I καὶ II) καὶ λαμβάνομε, ὅπως ἀνεφέραμε ἤδη, τὸν μέσον ὅρον τῶν δύο ἀναγνώσεων ἔστω καὶ ἐὰν ἔχῃ προηγηθῇ ἡ διόρθωσις τοῦ ὀργάνου διὰ τὴν ἀποκατάστασιν τῶν συνθηκῶν 2 καὶ 3. Διατί γίνεται αὐτό; Διὰ λόγους ἀσφαλείας. Διὰ νὰ εἴμεθα δηλαδὴ ἑκατὸν τοῖς ἑκατὸν βέβαιοι ὅτι τὰ ἀποτελέσματα τῶν μετρήσεών μας δὲν ἐπηρεάζονται ἀπὸ τυχὸν ὑπαρκτὰ ἢ ἀνύπαρκτα σφάλματα τοῦ ὀργάνου.

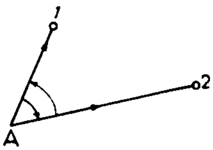
Αἱ διάφοροι μέθοδοι μετρήσεως ὁριζοντίων γωνιῶν ὑπάγονται εἰς δύο κατηγορίας: α) Τὴν *μέτρησιν ἀπ' εὐθείας* καὶ β) τὴν *μέτρησιν κατὰ διευθύνσεις*. Εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν ἔχομε δύο σημεῖα, τὰ 1 καὶ 2, καὶ μᾶς ἐνδιαφέρει νὰ προσδιορίσωμε τὴν ὁριζοντίαν γωνίαν των ὡς πρὸς τὸ σημεῖον Α. Εἰς τὴν δευτέραν περίπτωσιν ἔχομε πολλὰ σημεῖα, τὰ 1, 2, 3, 4,... κλπ., καὶ μᾶς ἐνδιαφέρει νὰ συσχετίσωμε τὰς διευθύνσεις τῶν πλευρῶν Α-1, Α-2, Α-3, Α-4,... κλπ. μεταξύ των. Ἐὰν ἐν συνεχείᾳ θελήσωμε νὰ προσδιορίσωμε τὴν ὁριζοντίαν γωνίαν οἱουδήποτε ζεύγους σημείων ὡς πρὸς τὸ Α, δὲν ἔχομε παρὰ νὰ ἀφαιρέσωμε τὴν ἔνδειξιν τοῦ ὁριζοντίου δίσκου, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ ἕνα ἀπὸ τὰ σημεῖα αὐτά, ἀπὸ τὴν ἔνδειξιν, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ ἄλλο.

1) *Μέτρησις ἀπ' εὐθείας.*

Ἡ μέτρησις ἀπ' εὐθείας ἠμπορεῖ νὰ γίνῃ κατὰ δύο τρόπους. Ὁ πρῶτος τρόπος ὀνομάζεται *ἁπλῆ μέθοδος* μετρήσεως ἀπ' εὐθείας. Ὁ δεύτερος τρόπος ὀνομάζεται *ἐπαναληπτικὴ μέθοδος* μετρήσεως ἀπ' εὐθείας.

Ἡ ἁπλῆ μέθοδος ἠμπορεῖ νὰ ἐφαρμοσθῇ καὶ μὲ ἁπλοῦς καὶ μὲ ἐπαναληπτικοὺς θεοδολίχους. Κατὰ τὴν μέθοδον αὐτὴν σκοπεύομε πρῶτα πρὸς τὸ σημεῖον 1 (σχ. 3·13 α) καὶ ὕστερα καταγράφομε τὴν ἀντίστοιχον διπλῆν ἀνάγνωσιν τοῦ ὁριζοντίου δίσκου. Ἔπειτα στρέφομε τὸ κύριον σῶμα τοῦ θεοδολίχου ἐξ ἀριστερῶν πρὸς τὰ δεξιά, δηλαδὴ κατὰ τὴν φορὰν αὐξήσεως τῶν διαιρέσεων τοῦ δίσκου, καὶ κάνομε τὰ ἴδια διὰ τὸ σημεῖον 2. Ἡ διπλῆ ἀνάγνωσις καὶ διὰ τὰ δύο σημεῖα ἐξουδετερώνει, καθὼς γνωρίζομε, τὸ σφάλμα ἐκκεντρότητος τοῦ δίσκου.

Ἐν συνεχείᾳ ἐπαναλαμβάνομε τὴν μέτρησιν μὲ τὸ τηλεσκόπιον εἰς τὴν ἀνάστροφον θέσιν (θέσις ΙΙ), διὰ νὰ ἐξουδετερώσωμε τυχὸν ὕπαρξιν σφαλμάτων τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς καὶ τοῦ δευτερεύοντος ἄξονος. Αὐτὴν τὴν φορὰν ὅμως ἀρχίζομε ἀπὸ τὸ σημεῖον 2 καὶ καταλήγομε εἰς τὸ σημεῖον 1 διὰ περιστροφῆς τοῦ κυρίου σώματος τοῦ ὀργάνου κατὰ τὴν ἀντίθετον φοράν, δηλαδὴ ἐκ δεξιῶν πρὸς τὰ ἀριστερά. Ἐννοεῖται ὅτι κάνομε καὶ πάλιν



Σχ. 3·13 α.

διπλῆν ἀνάγνωσιν καὶ διὰ τὰ δύο σημεῖα. Ἡ καταγραφὴ τῶν διαφόρων ἀναγνώσεων ἐμφαίνεται εἰς τὸν Πίνακα 1.

ΠΙΝΑΞ 1

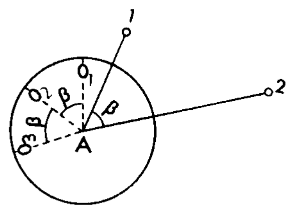
<table>
<tr><th rowspan="2">Σημεῖα</th><th colspan="3">Θέσις τηλεσκοπίου I</th><th rowspan="2">Μέση τιμὴ θέσεων I καὶ II</th><th rowspan="2">Γωνία</th></tr>
<tr><th>Δείκτης δ1</th><th>Δείκτης δ2</th><th>Μέση τιμὴ</th></tr>
<tr><td>1
2</td><td>37° 13′ 20″
132° 47′ 40″</td><td>13′ 20″
47′ 20″</td><td>13′ 20″
47′ 30″</td><td rowspan="3">37° 13′ 15″
132° 47′ 25″</td><td rowspan="3">95° 34′ 10″</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="3">Θέσις τηλεσκοπίου II</td></tr>
<tr><td>1
2</td><td>217° 13′ 00″
312° 47′ 20″</td><td>13′ 20″
47′ 20″</td><td>13′ 10″
47′ 20″</td></tr>
</table>

Ὅταν ἐφαρμόσωμε τὴν ἐπαναληπτικὴν μέθοδον, μετροῦμε τὴν ὁριζοντίαν γωνίαν τῶν σημείων 1 καὶ 2 *πολλὰς φοράς*. Κάθε φορὰν ὅμως μετακινοῦμε τὴν ὑποδιαίρεσιν 0 τοῦ ὁριζοντίου δίσκου οὕτως, ὥστε νὰ προκύψουν διαφορετικαὶ ἀναγνώσεις κατὰ τὴν σκόπευσιν τῶν σημείων 1 καὶ 2. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἐξουδετερώνεται τὸ σφάλμα διαιρέσεων τοῦ δίσκου. Αὐτὴ ἡ μετακίνησις ἐπιτυγχάνεται μόνον εἰς τοὺς ἐπαναληπτικοὺς θεοδολίχους χάρις εἰς τὸν κοχλίαν Ο (σχ. 3·1 γ), ποὺ λέγεται *ἀνασταλτικὸς κοχλίας περιστροφῆς τοῦ ὁριζοντίου δίσκου*. Καὶ ἰδοὺ πῶς:

Ἂς ὑποθέσωμε ὅτι ἔχομε σκοπεύσει κάποιο σημεῖον καὶ ὅτι ἔχομε κοχλιώσει τὸν ἀνασταλτικὸν κοχλίαν περιστροφῆς τοῦ δείκτου Η (σχ. 3·1 γ). Ἀποκοχλιώνομε τὸν κοχλίαν Ο, ὁπότε τὸ ὄργανον ἀποκτᾶ καὶ πάλιν τὴν δυνατότητα νὰ περιστρέφεται. Αὐτὴ τὴν φορὰν ὅμως κατὰ τὴν περιστροφήν του συμπαρασύρει καὶ τὸν ὁριζόντιον δίσκον. Αὐτὸ σημαίνει ὅτι, ὁπουδήποτε καὶ ἐὰν κατευθύνωμε τὸ τηλεσκόπιον, οἱ δεῖκται τοῦ ὁριζοντίου δίσκου μᾶς δίδουν σταθερὰν ἀνάγνωσιν. Τοιουτοτρόπως ἡ ὑποδιαίρεσις Ο μετακινεῖται ἀπὸ τὴν ἀρχικήν της θέσιν εἰς μίαν ἄλλην. Προκειμένου τώρα νὰ κάνωμε μίαν νέαν μέτρησιν μὲ ἀφετηρίαν τὴν νέαν θέσιν τῆς ὑποδιαιρέσεως Ο, δὲν ἔχομε παρὰ νὰ κοχλιώσωμε τὸν κοχλίαν Ο καὶ ἐν συνεχείᾳ νὰ ἀποκοχλιώσωμε τὸν κοχλίαν Η. Κατὰ τὴν νέαν μέτρησιν ὁ ὁριζόντιος δίσκος θὰ εἶναι καὶ πάλιν σταθερῶς συνδεδεμένος μὲ τὴν βάσιν τοῦ ὀργάνου.

Ἂς ἐπανέλθωμε ὅμως εἰς τὴν ἐπαναληπτικὴν μέθοδον μετρήσεως ἀπ' εὐθείας. Ἕνας τρόπος θὰ ἦτο νὰ ἐπαναλάβωμε πολλὰς φορὰς τὴν διαδικασίαν τῆς ἁπλῆς μετρήσεως μετακινοῦντες τὴν ὑποδιαίρεσιν Ο πρὶν ἀπὸ κάθε μέτρησιν καὶ νὰ ὑπολογίζωμε κάθε φορὰν τὸν μέσον ὅρον τῶν ἀντιστοίχων ἀποτελεσμάτων. Αὐτὸ ὅμως θὰ μᾶς ὑπεχρέωνε νὰ καταγράψωμε πολλὰς ἀναγνώσεις καὶ νὰ ἐκτελέσωμε πολλὰς ἀριθμητικὰς πράξεις. Διὰ τοῦτο ἐφαρμόζομε μίαν μέθοδον, κατὰ τὴν ὁποίαν ἀφ' ἑνὸς μὲν ἀπαιτεῖται μόνον ἡ καταγραφὴ δύο ἀναγνώσεων καὶ ἡ ἐκτέλεσις δύο ἀριθμητικῶν πράξεων, δηλαδὴ μιᾶς ἀφαιρέσεως καὶ μιᾶς διαιρέσεως, ἀφ' ἑτέρου δὲ ἐξουδετερώνεται ἡ ἐπιρροὴ τοῦ σφάλματος διαιρέσεων τοῦ δίσκου, λόγω τῶν ἐπανειλημμένων μετακινήσεων τῆς ὑποδιαιρέσεως Ο. Ἡ μέθοδος εἶναι ἡ ἑξῆς:

Κατ' ἀρχὴν σκοπεύομε τὸ σημεῖον 1 καὶ ἔστω ὅτι ἡ ἀντίστοιχος ἀνάγνωσις τοῦ ὁριζοντίου δίσκου εἶναι α_0. Κατόπιν περιστρέφομε τὸ ὄργανον ἐξ ἀριστερῶν πρὸς τὰ δεξιὰ καὶ σκοπεύομε τὸ σημεῖον 2, ὁπότε προκύπτει ἡ ἀνάγνωσις α_1. Ἀποκοχλιώνομε τώρα τὸν κοχλίαν Ο καὶ ἐπανερχόμεθα εἰς τὸ σημεῖον 1 μὲ ἀντίθετον περιστροφὴν τοῦ ὀργάνου, δηλαδὴ ἐκ δεξιῶν πρὸς τὰ ἀριστερά. Διὰ τὴν σκόπευσιν τοῦ σημείου 1 κοχλιώνομε τὸν κο-



Σχ. 3·13β.

χλίαν Ο καὶ χρησιμοποιοῦμε τὸν μικροκινητήριον κοχλίαν Ξ (σχ. 3·1γ), ποὺ ὀνομάζεται *μικροκινητήριος κοχλίας περιστροφῆς τοῦ ὁριζοντίου δίσκου*. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον εἴμεθα βέβαιοι ὅτι ὁ ὁριζόντιος δίσκος θὰ μᾶς δώση καὶ πάλιν τὴν ἀνάγνωσιν α_1. Ἐν τῷ μεταξὺ κατὰ τὴν περιστροφὴν τοῦ ὀργάνου μαζὶ μὲ τὸν ὁριζόντιον δίσκον, ἡ ὑποδιαίρεσις Ο μετεκινήθη ἀπὸ τὴν θέσιν O_1 εἰς τὴν θέσιν O_2 (σχ. 3·13β). Ἡ γωνία μετακινήσεως ἰσοῦται προφανῶς πρὸς τὴν ὁριζοντίαν γωνίαν β τῶν σημείων 1 καὶ 2. Προκειμένου τώρα νὰ κάνωμε τὴν δευτέραν μέτρησιν μὲ ἀφετηρίαν τὴν θέσιν O_2, ἀποκοχλιώνομε τὸν κοχλίαν Η, ὁπότε τὸ μὲν ὄργανον ἀποκτᾶ καὶ πάλιν τὴν δυνατότητα νὰ περιστραφῆ, ἐνῷ ὁ ὁριζόντιος δίσκος παραμένει ἀκίνητος.

Κατὰ τὸν ἴδιον ἀκριβῶς τρόπον ἐπιχειροῦμε δευτέραν, τρίτην καὶ νιοστὴν μέτρησιν τῆς ὁριζοντίας γωνίας, μεταφέροντες κάθε φορὰν τὰς ἀντιστοίχους ἀναγνώσεις α_2, α_3... κλπ., πλὴν τῆς νιοστῆς, ἀπὸ τὸ σημεῖον 2 εἰς τὸ σημεῖον 1 καὶ λαμβάνοντες τὰς νέας θέσεις 0_3, 0_4... καὶ 0_ν τῆς ὑποδιαιρέσεως 0 (σχ. 3 · 13 β). Αἱ διάφοροι τιμαὶ β_1, β_2... β_ν τῆς ὁριζοντίας γωνίας β τῶν σημείων 1 καὶ 2, ποὺ προκύπτουν ἀπὸ τὰς ἀντιστοίχους μετρήσεις, συνδέονται διὰ τῶν σχέσεων:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \alpha_1 - \alpha_0 \\ \beta_2 &= \alpha_2 - \alpha_1 \\ \beta_3 &= \alpha_3 - \alpha_2 \text{ κλπ.} \\ \text{καὶ } \beta_\nu &= \alpha_\nu - \alpha_{\nu-1}. \end{aligned}$$

Καὶ ἐὰν μὲ β_I παραστήσωμε τὸν μέσον ὅρον τῶν διαφόρων τιμῶν β_1, β_2, ... β_ν, ποὺ προκύπτουν κατὰ τὴν ἐπαναληπτικὴν μέτρησιν τῆς ὁριζοντίας γωνίας β μὲ τὸ τηλεσκόπιον εἰς τὴν ὀρθήν του θέσιν (θέσις I), ἕπεται ὅτι:

$$\beta_I = \frac{\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \ldots + \beta_\nu}{\nu} = \frac{\alpha_\nu - \alpha_0}{\nu}.$$

Μὲ ἄλλους λόγους διὰ νὰ ὑπολογίσωμε τὴν μέσην τιμὴν β_I τῆς ὁριζοντίας γωνίας β ἀρκεῖ νὰ καταγράψωμε τὴν νιοστὴν ἀνάγνωσιν τοῦ σημείου 2 καὶ τὴν πρώτην ἀνάγνωσιν τοῦ σημείου 1, νὰ ἀφαιρέσωμε τὴν μίαν ἀνάγνωσιν ἀπὸ τὴν ἄλλην καὶ νὰ διαιρέσωμε τὴν διαφοράν των διὰ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν μετρήσεων.

Μετὰ τὴν ὁλοκλήρωσιν τῆς νιοστῆς μετρήσεως ἀναστρέφομε — περιστρέφομε καὶ ἐπαναλαμβάνομε τὴν ἰδίαν σειρὰν μετρήσεων μὲ τὸ τηλεσκόπιον εἰς τὴν ἀνάστροφον θέσιν (θέσις II). Τὴν φορὰν αὐτὴν μεταφέρομε τὰς ἀναγνώσεις ἀπὸ τὸ σημεῖον 1 πρὸς τὸ σημεῖον 2. Θὰ προκύψῃ τώρα ἡ μέση τιμὴ β_{II}. Ἡ τελικὴ τιμὴ τῆς ὁριζοντίας γωνίας θὰ ἰσοῦται μὲ τὸν μέσον ὅρον τῶν τιμῶν β_I καὶ β_{II} καὶ θὰ εἶναι ἀπηλλαγμένη ἀπὸ τὴν ἐπιρροὴν οἱουδήποτε σφάλματος τοῦ ὀργάνου.

Εἰς τὸν Πίνακα 2 ἐμφαίνεται πῶς καταγράφομε τὰς αναγνώσεις διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς τιμῆς β_{I}. Παρόμοιος Πίναξ συντάσσεται καὶ διὰ τὴν τιμὴν β_{II}.

ΠΙΝΑΞ 2

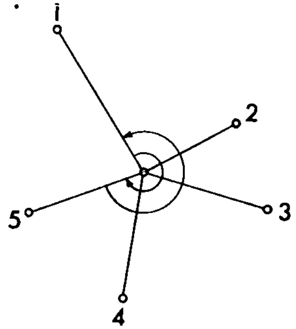
Ἀνα-γνώσεις	Θέσις τηλ/πίου	Δείκτης δ_1	Δείκτης δ_2	Μέση τιμή	ν	Γωνία β
		° ′ ″	′ ″	° ′ ″		° ′ ″
α_4	I	253 8 22	8 24	253 8 23	4	56 32 27
α_0		26 58 34	58 36	— 26 58 35		
				226 9 48		

2. *Μέτρησις κατὰ διευθύνσεις.*

Καὶ εἰς τὴν μέτρησιν κατὰ διευθύνσεις διακρίνομε *ἁπλῆν καὶ ἐπαναληπτικὴν μέθοδον μετρήσεως.*

Κατὰ τὴν ἁπλῆν μέθοδον σκοπεύομε τὰ διάφορα σημεῖα μὲ τὴν σειρὰν 1 → 2 → 3 → 4 → 5 (σχ. 3·13 γ) περιστρέφοντες τὸ ὄργανον κατὰ τὴν θετικὴν φοράν, δηλαδὴ ἐξ ἀριστερῶν πρὸς τὰ δεξιά. Ὅταν φθάσωμε εἰς τὸ τελευταῖον σημεῖον, ἀναστρέφομε — περιστρέφομε καὶ ἐπαναλαμβάνομε τὰς σκοπεύσεις μὲ τὴν ἀντίθετον σειράν, δηλαδὴ 5 → 4 → 3 → 2 → 1 καὶ μὲ τὸ τηλεσκόπιον εἰς τὴν ἀνάστροφον θέσιν (θέσις II). Ὁ ἀντίστοιχος πίναξ καταγραφῆς τῶν ἀναγνώσεων, ποὺ προκύπτουν, συντάσσεται καθ' ὅμοιον ἐντελῶς τρόπον μὲ τὸν Πίνακα 1 πλὴν τῆς τελευταίας στήλης, ἡ ὁποία παραλείπεται.

Ἡ ἐπαναληπτικὴ μέθοδος δὲν εἶναι τίποτε ἄλλο παρὰ μία ἐπανάληψις τῆς ἁπλῆς μεθόδου μὲ ἐνδιαμέσους μετακινήσεις τῆς ὑποδιαιρέσεως 0 τοῦ ὁριζοντίου δίσκου. Αἱ μετακινήσεις αὐταὶ ἀποβλέπουν καὶ πάλιν εἰς τὸ νὰ ἐξουδετερώσουν τὸ σφάλμα διαιρέσεων τοῦ δίσκου καὶ ἐπιτυγχάνονται μόνον εἰς τοὺς ἐπαναληπτικοὺς θεοδολίχους. Συνήθως γίνονται 4 ἕως 5 ἐπαναληπτικαὶ μετρήσεις καὶ ἡ γωνία μετακινήσεως τῆς ὑποδιαιρέσεως 0 ἰσοῦται περίπου πρὸς 45^0.



Σχ. 3·13γ.

Ἡ ἐπαναληπτικὴ μέθοδος μετρήσεως κατὰ διευθύνσεις ὀνομάζεται καὶ *μέθοδος τῶν ἀνεξαρτήτων ἐπαναλήψεων* διὰ νὰ γίνῃ διάκρισις πρὸς τὴν ἐπαναληπτικὴν μέθοδον μετρήσεως ἀπ' εὐθείας, ποὺ ὀνομάζεται καὶ *μέθοδος τῶν συνεχῶν ἐπαναλήψεων*.

Ἐκτὸς ἀπὸ τὰς δύο μεθόδους, ποὺ ἀνεπτύξαμε, ὑπάρχουν καὶ ἄλλαι μέθοδοι μετρήσεως ὁριζοντίων γωνιῶν, ἀλλὰ δὲν θὰ μᾶς ἀπασχολήσουν ἐδῶ, διότι ἀφοροῦν εἰς τοπογραφικὰς ἐργασίας μεγάλης ἀκριβείας (τριγωνισμοὺς ἀνωτέρας τάξεως), αἱ ὁποῖαι δὲν ἐξετάζονται εἰς τὸ βιβλίον αὐτό.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 4

ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΟΡΙΖΟΝΤΙΩΝ ΓΩΝΙΩΝ ΔΙΑ ΤΗΣ ΓΩΝΙΟΜΕΤΡΙΚΗΣ ΠΥΞΙΔΟΣ

4·1 Γωνιομετρικὴ πυξίς. Σύντομος περιγραφή.

Ἕνα ἄλλο ὄργανον μετρήσεως ὁριζοντίων γωνιῶν, μικρᾶς ὅμως ἀκριβείας, εἶναι καὶ ἡ *γωνιομετρικὴ πυξίς*.

Ἡ γωνιομετρικὴ πυξίς, ὅπως καὶ ἡ κοινὴ πυξίς, εἶναι ἐφωδιασμένη μὲ μίαν μαγνητικὴν βελόνην, τὸ σημεῖον στηρίξεως τῆς ὁποίας συμπίπτει μὲ τὸ κέντρον μιᾶς κυκλικῆς πλακός. Ἡ περιφέρεια τῆς πλακὸς ὑποδιαιρεῖται εἰς 360^0 ἢ 400^g ἐνῶ τὸ μῆκος τῆς μαγνητικῆς βελόνης ἰσοῦται πρὸς τὴν διάμετρον τῆς πλακός. Τοιουτοτρόπως, ὅταν ὁριζοντιώσωμε τὴν κυκλικὴν πλάκα καὶ ἡ μαγνητικὴ βελόνη ἀφεθῆ ἐλευθέρα νὰ στραφῆ κατὰ τὴν διεύθυνσιν βορρᾶ-νότου, τὰ ἄκρα τῆς μαγνητικῆς βελόνης καθίστανται αὐτομάτως δεῖκται δύο διαμετρικῶς ἀντιθέτων ὑποδιαιρέσεων τῆς περιφερείας τῆς πλακός.

Ἡ μαγνητικὴ βελόνη στηρίζεται ἐπάνω εἰς ἕνα αἰχμηρὸν στυλίσκον, ποὺ τοποθετεῖται εἰς τὸ κέντρον τῆς διῃρημένης κυκλικῆς πλακός. Ἡ αἰχμὴ τοῦ στυλίσκου εἰσέρχεται εἰς μίαν κατάλληλον κοιλότητα τῆς βελόνης, ἡ ὁποία εὑρίσκεται εἰς τὸ κέντρον βάρους της ἀκριβῶς. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἡ βελόνη ἰσορροπεῖ ἐπάνω εἰς τὸν στυλίσκον, χωρὶς νὰ ἐπηρεάζεται ἀπὸ τίποτε ἄλλο ἐκτὸς ἀπὸ τὸ μαγνητικὸν πεδίον τῆς γῆς.

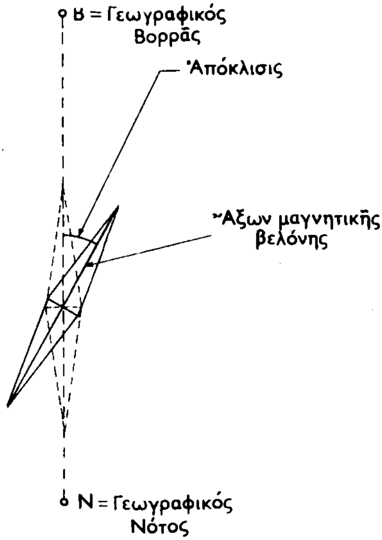
Ἡ γωνιομετρικὴ πυξὶς εἶναι συνήθως ἐφωδιασμένη καὶ μὲ ἕνα κατάλληλον ἐξάρτημα, μὲ τὸ ὁποῖον, ὅταν παύωμε τὰς μετρήσεις, ἠμποροῦμε νὰ ἀκινητοποιήσωμε πλήρως τὴν βελόνην ἐπάνω εἰς τὸν στυλίσκον. Ἀντίθετος χειρισμὸς τοῦ ἐξαρτήματος αὐτοῦ ἐπιτρέπει καὶ πάλιν τὴν ἐλευθέραν περιστροφήν της.

Τόσον ἡ κυκλικὴ πλάξ ὅσον καὶ ἡ μαγνητικὴ βελόνη κλείονται μέσα εἰς κατάλληλον περίβλημα μὲ ὑάλινον κάλυμμα.

Προκειμένου τώρα νὰ γνωρίσωμε τὸν τρόπον μετρήσεως ὁριζοντίων γωνιῶν μὲ τὴν γωνιομετρικὴν πυξίδα, κρίνομε σκόπιμον νὰ ἐξηγήσωμε προηγουμένως ὡρισμένας ἐννοίας.

4·2 Ἀπόκλισις μαγνητικῆς βελόνης.

Ὡς γνωστὸν ἡ μαγνητικὴ βελόνη, ὅταν ἀφεθῆ ἐλευθέρα, ἔχει τὴν ἰδιότητα νὰ στρέφεται κατὰ τὴν διεύθυνσιν βορρᾶ - νότου ἢ ἁπλούστερα νὰ στρέφεται πρὸς τὸν βορρᾶν. Δὲν πρόκειται ὅμως περὶ τοῦ γεωγραφικοῦ βορρᾶ, δηλαδὴ περὶ τοῦ βορείου πόλου τῆς Γῆς, ἀλλὰ περὶ ἑνὸς ἄλλου σημείου, ποὺ κεῖται πολὺ πλησίον

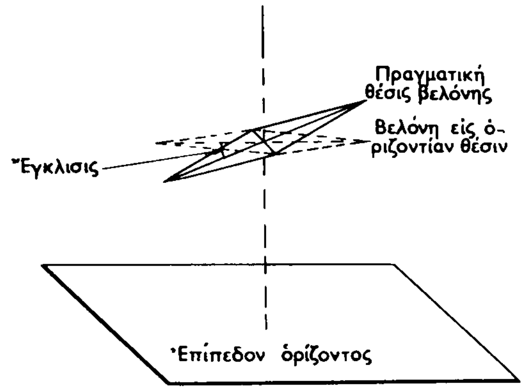


Σχ. 4·2 α.

τοῦ γεωγραφικοῦ βορρᾶ καὶ ποὺ ὀνομάζεται *μαγνητικὸς βορρᾶς*. Ἡ γωνία, ποὺ σχηματίζεται μεταξὺ τῆς πραγματικῆς διευθύνσεως τῆς μαγνητικῆς βελόνης καὶ τῆς διευθύνσεως, ποὺ θὰ εἶχε, ἐὰν ἐστρέφετο πρὸς τὸν γεωγραφικὸν βορρᾶν, ὀνομάζεται *ἀπόκλισις* (σχ. 4·2 α). Ἡ ἀπόκλισις τῆς μαγνητικῆς βελόνης ποικίλλει ὄχι μόνον ἀπὸ τόπου εἰς τόπον, ἀλλὰ καὶ εἰς τὸν ἴδιον ἀκόμη τόπον. Ἠμπορεῖ ὅμως νὰ θεωρηθῇ ὡς σταθερὰ προκειμένου διὰ γειτονικοὺς τόπους καὶ διὰ μικρὰ χρονικὰ διαστήματα μεταξὺ τῶν διαφόρων παρατηρήσεων.

4·3 Ἔγκλισις μαγνητικῆς βελόνης.

Ἡ μαγνητικὴ βελόνη, ὅταν ἀφεθῇ ἐλευθέρα, δὲν εἶναι ἐντελῶς ὁριζοντία. Ἀναλόγως τοῦ ἂν ὁ τόπος παρατηρήσεως εὑρίσκεται εἰς τὸ βόρειον ἢ τὸ νότιον ἡμισφαίριον, κλίνει πρὸς τὸν μαγνητικὸν βορρᾶν ἢ τὸν μαγνητικὸν νότον. Ἡ γωνία, ποὺ σχηματίζει ὁ ἄξων τῆς μαγνητικῆς βελόνης εἰς τὴν πραγματικήν του θέσιν μὲ τὴν θέσιν, ποὺ θὰ εἶχε ὁ ἄξων εἰς τὸν χῶρον, ἂν ἡ μαγνητικὴ βελόνη ἦτο ὁριζοντία, ὀνομάζεται *ἔγκλισις* (σχ. 4·3 α).



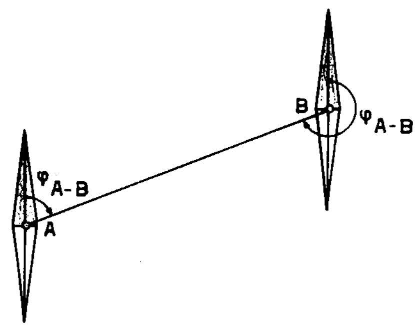
Σχ. 4·3 α.

Ἡ ἔγκλισις ἰσοῦται μὲ τὸ μηδὲν διὰ τὰ σημεῖα τοῦ ἰσημερινοῦ καὶ αὐξάνεται, ὅσον πλησιάζομε πρὸς τοὺς μαγνητικοὺς πόλους.

Ἡ ἔγκλισις ἐπηρεάζει δυσμενῶς τὴν ἐλευθέραν ταλάντωσιν τῆς μαγνητικῆς βελόνης. Δι' αὐτὸ ἡ μαγνητικὴ βελόνη τῶν γωνιομετρικῶν πυξίδων εἶναι συνήθως ἐφωδιασμένη μὲ ἕνα κινητὸν ἀντίβαρον. Μεταθέτοντες καταλλήλως τὸ ἀντίβαρον αὐτὸ μεταθέτομε τὸ κέντρον βάρους τῆς βελόνης οὕτως, ὥστε νὰ μηδενίζωμε τὴν ἔγκλισιν.

4·4 Ἀζιμούθιον διευθύνσεως.

Ἔστω ὅτι ἔχομε δύο σημεῖα τῆς γηΐνης ἐπιφανείας, τὰ σημεῖα Α καὶ Β. Θεωροῦμε τὸ κατακόρυφον ἐπίπεδον, ποὺ διέρχεται διὰ τοῦ ἄξονος τῆς μαγνητικῆς βελόνης, ὅταν τοποθετηθῇ εἰς τὸ Α, καὶ τὸ κατακόρυφον ἐπίπεδον τῶν δύο σημείων. Ἐὰν φαντασθοῦμε ὅτι τὸ πρῶτον ἐπίπεδον στρέφεται περὶ τὴν τομὴν τῶν δύο ἐπιπέδων μὲ τὴν φορὰν τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου, ἡ γωνία, τὴν ὁποίαν θὰ διαγράψῃ, ἕως ὅτου συμπέσῃ μὲ τὸ δεύτερον ἐπίπεδον, ὀνομάζεται *ἀζιμούθιον τῆς διευθύνσεως ΑΒ.*



Σχ. 4·4 α.

Εἰς τὸ σχῆμα 4·4 α ἐμφαίνεται καὶ τὸ ἀζιμούθιον τῆς διευθύνσεως Α—Β (εἶναι ἡ γωνία φ_{A-B}) καὶ τὸ ἀζιμούθιον τῆς ἀντιστρόφου διευθύνσεως Β—Α (εἶναι ἡ γωνία φ_{B-A}). Ἐπειδὴ τὰ σημεῖα Α καὶ Β γειτονεύουν, αἱ ἀντίστοιχοι ἀποκλίσεις τῆς μαγνητικῆς βελόνης εἶναι ἴσαι καὶ συνεπῶς αἱ ἀντίστοιχοι διευθύνσεις τοῦ ἄξονός της παράλληλοι. Ἄρα:

$$\varphi_{B-A} - \varphi_{A-B} = 180^0.$$

Μὲ ἄλλους λόγους τὰ ἀζιμούθια δύο ἀντιστρόφων διευθύνσεων διαφέρουν κατὰ δύο ὀρθάς.

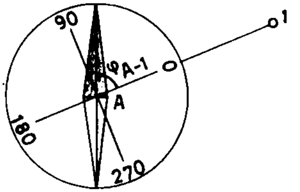
4·5 Μέτρησις ἀζιμουθίου.

Ἡ μέτρησις τοῦ ἀζιμουθίου μιᾶς διευθύνσεως, λ.χ. τῆς διευθύνσεως Α — 1 (σχ. 4·5 α), γίνεται μὲ τὴν γωνιομετρικὴν πυξίδα.

Πρὸς τοῦτο τοποθετοῦμε τὴν γωνιομετρικὴν πυξίδα ἐπάνω ἀπὸ τὸ σημεῖον Α κατὰ τρόπον, ὥστε νὰ πληροῦνται αἱ ἑξῆς προϋποθέσεις:

α) Τὸ κέντρον τῆς κυκλικῆς πλακὸς νὰ κεῖται ἐπὶ τῆς κατακορύφου εἰς τὸ Α.

β) Ἡ κυκλικὴ πλὰξ νὰ εἶναι ὁριζοντία.



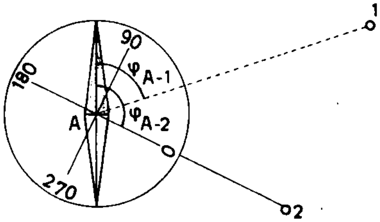
Σχ. 4·5 α.

γ) Τὸ κατακόρυφον ἐπίπεδον, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν διάμετρον τῆς διαιρέσεως 0, νὰ διέρχεται ἀπὸ τὸ σημεῖον 1.

Ἐὰν πράγματι αἱ τρεῖς αὐταὶ προϋποθέσεις ὑφίστανται, τότε ἡ ὑποδιαίρεσις, τὴν ὁποίαν μᾶς δεικνύει ὁ βόρειος πόλος τῆς μαγνητικῆς βελόνης, μᾶς δίδει τὸ ζητούμενον ἀζιμούθιον φ_{A-1}. Ἐννοεῖται ὅτι αἱ ὑποδιαιρέσεις τῆς κυκλικῆς πλακὸς ἀκολουθοῦν φορὰν ἀντίθετον τῆς φορᾶς τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου.

4·6 Ἐκτέλεσις μετρήσεως ὁριζοντίας γωνίας.

Ἐὰν τώρα θέλωμε νὰ μετρήσωμε τὴν ὁριζοντίαν γωνίαν τῶν σημείων 1 καὶ 2 ὡς πρὸς τὸ σημεῖον Α (σχ. 4·6 α), δὲν ἔχομε παρὰ νὰ εὕρωμε τὰ ἀζιμούθια φ_{A-1} καὶ φ_{A-2} τῶν διευθύνσεων Α—1 καὶ Α—2 ἀντιστοίχως καὶ νὰ ἀφαιρέσωμε τὸ ἕνα ἀπὸ τὸ ἄλλο. Πρὸς τοῦτο, ἀφοῦ εὕρωμε τὸ ἀζιμούθιον φ_{A-1} τῆς διευθύνσεως Α—1, περιστρέφομε τὴν γωνιομετρικὴν πυξίδα, ἕως ὅτου τὸ κατακόρυφον ἐπίπεδον, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν διάμετρον τῆς ὑποδιαιρέσεως 0, διέλθῃ ἀπὸ τὸ σημεῖον 2. Ὑποτίθεται ὅτι ἐξακολουθοῦν νὰ ἰσχύουν αἱ προϋποθέσεις (α) καὶ (β). Τὸ νέον ἀζιμούθιον



Σχ. 4·6 α.

φ_{A-2} μᾶς δίδεται καὶ πάλιν ἀπὸ τὴν ἔνδειξιν τοῦ βορείου πόλου τῆς μαγνητικῆς βελόνης ἐπάνω εἰς τὴν ὑποδιῃρημένην πλάκα. Τελικῶς ἡ ὁριζοντία γωνία, ποὺ ζητοῦμε, προκύπτει ἀπὸ τὴν σχέσιν:

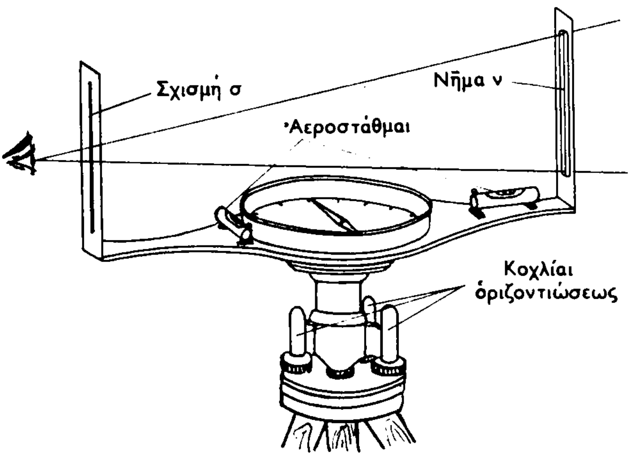
$$\beta = \varphi_{A-2} - \varphi_{A-1}.$$

Ὅπως βλέπομε δηλαδή, ἔχομε τὴν ἑξῆς χαρακτηριστικὴν διαφορὰν μεταξὺ γωνιομετρικῆς πυξίδος καὶ θεοδολίχου: Εἰς τὸν θεοδόλιχον ὁ ὁριζόντιος δίσκος εἶναι σταθερὸς καὶ στρέφονται οἱ δεῖκται. Εἰς τὴν γωνιομετρικὴν πυξίδα περιστρέφεται ἡ διῃρημένη πλάξ, ἐνῶ οἱ δεῖκται, δηλαδὴ τὰ ἄκρα τῆς μαγνητικῆς βελόνης, παραμένουν σταθεροί.

4·7 Σκοπευτικὴ διάταξις. Εἴδη γωνιομετρικῶν πυξίδων.

Διὰ νὰ ἰσχύσῃ ἡ προϋπόθεσις γ (τῆς παραγράφου 4 · 5), δηλαδὴ διὰ νὰ διέλθῃ τὸ κατακόρυφον ἐπίπεδον, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν διάμετρον τῆς ὑποδιαιρέσεως 0, ἀπὸ τὸ σκοπευόμενον σημεῖον, πρέπει ἡ γωνιομετρικὴ πυξὶς νὰ εἶναι ἐφωδιασμένη μὲ κάποιαν σκοπευτικὴν διάταξιν. Ἡ διάταξις αὐτὴ εἶναι ἢ μία ἁπλῆ διάταξις, ὁπότε κάνομε τὴν σκόπευσιν διὰ γυμνοῦ ὀφθαλμοῦ, ἢ ἕνα τηλεσκόπιον.

Εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν ἔχομε δύο τύπους γωνιομετρικῶν πυξίδων. Ὁ πρῶτος τύπος στηρίζεται ἐπὶ τρίποδος, ὅπως καὶ ὁ θεοδόλιχος, καὶ ὁριζοντιώνεται μὲ τὴν βοήθειαν κοχλιῶν καὶ ἀεροσταθμῶν (σχ. 4·7α). Ἡ σκοπευτικὴ διάταξις ἀποτελεῖται

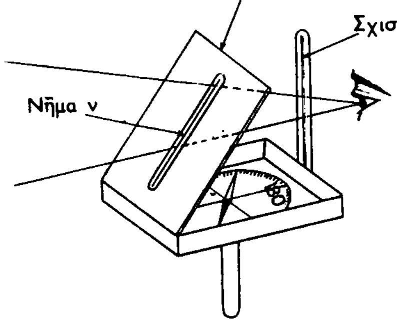


Σχ. 4·7α.

ἀπὸ δύο στελέχη. Τὸ ἕνα φέρει τὴν σχισμὴν σ, ἀπὸ ὅπου γίνεται ἡ σκόπευσις, καὶ τὸ ἄλλο φέρει τὸ νῆμα ν. Τὸ ἐπίπεδον, ποὺ ὁρίζουν ἡ σχισμὴ καὶ τὸ νῆμα, περιέχει τὴν διάμετρον τῆς διηρημένης πλακός, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν διαίρεσιν 0. Τὸ ἐπίπεδον αὐτὸ καθίσταται κατακόρυφον, ὅταν τὸ ὄργανον ὁριζοντιώνεται.

Ἡ σκοπευτικὴ διάταξις ἔχει τὴν δυνατότητα νὰ στρέφεται γύρω ἀπὸ τὸν κατακόρυφον ἄξονα, ποὺ διέρχεται ἀπὸ τὸ κέντρον τῆς διηρημένης πλακός. Τὴν περιστροφὴν αὐτὴν παρακολουθεῖ καὶ ἡ διηρημένη πλάξ. Προκειμένου τώρα νὰ σκοπεύσωμε κάποιο σημεῖον, κατευθύνομε πρὸς αὐτὸ τὴν σκοπευτικὴν διάταξιν, ἕως ὅτου ἴδοῦμε μέσα ἀπὸ τὴν σχισμὴν σ τὸ νῆμα ν νὰ καλύπτῃ τὸ σημεῖον. Αὐτὸ σημαίνει ὅτι τὸ κατακόρυφον ἐπίπεδον, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν διάμετρον τῆς διαιρέσεως 0, διέρχεται ἀπὸ τὸ σημεῖον, ποὺ θέλομε νὰ σκοπεύσωμε. Μὲ ἄλλους λόγους ἰσχύει ἡ προϋπόθεσις (γ) τῆς παραγράφου 4·5. Ἐννοεῖται ὅτι πρὶν ἀπὸ τὴν σκόπευσιν γίνεται κανονικὴ κέντρωσις καὶ ὁριζοντίωσις τοῦ ὀργάνου.

Ὅταν θέλωμε νὰ κάνωμε προχείρους μετρήσεις, χρησιμοποιοῦμε ἕνα ἄλλον τύπον γωνιομετρικῆς πυξίδος. Ὁ τύπος αὐτὸς δὲν στηρίζεται ἐπὶ τρίποδος ἀλλὰ κρατεῖται μὲ τὸ χέρι (σχ. 4·7 β).



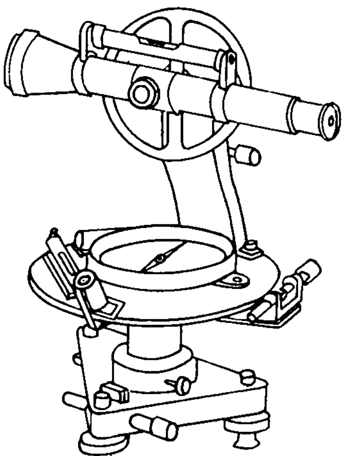
Σχ. 4·7 β.

Καὶ εἰς αὐτὸν ἡ σκοπευτικὴ διάταξις ἀποτελεῖται ἀπὸ παρόμοιον σύστημα σχισμῆς καὶ νήματος. Τὸ νῆμα φέρεται ἀπὸ τὸ κάλυμμα τῆς πυξίδος.

Ἡ ἀνάγνωσις τοῦ ἀζιμουθίου ἐπάνω εἰς τὴν διηρημένην πλάκα ἐπιτυγχάνεται ὡς ἑξῆς: Κατὰ τὰς σκοπεύσεις τὸ κάλυμμα τῆς πυξίδος σχηματίζει γωνίαν 45^0 μὲ τὸ ἐπίπεδον τῆς διηρημένης πλακός. Ἀφ' ἑτέρου ἡ ἐσωτερικὴ ὄψις τοῦ καλύμματος εἶναι κατοπτρική. Τοιουτοτρόπως, ὅταν κάνωμε τὰς σκοπεύσεις, βλέπομε συγχρόνως καὶ τὸ εἴδωλον τῆς διηρημένης πλακός. Ἑπομένως βλέπομε τὴν ἀντίστοιχον ἔνδειξιν τῆς μαγνητικῆς βελόνης.

Ἀκριβεστέρας μετρήσεις μᾶς δίδει ἡ γωνιομετρικὴ πυξίς, ὅταν εἶναι ἐφωδιασμένη μὲ τηλεσκόπιον. Τὸ ἐπίπεδον περιστροφῆς τοῦ τηλεσκοπίου συμπίπτει ἢ εἶναι παράλληλον πρὸς τὸ κατακόρυφον ἐπίπεδον, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν διάμετρον τῆς ὑποδιαιρέσεως 0 τῆς κυκλικῆς πλακός. Τὸ ὄργανον φέρεται ἐπὶ τρίποδος καὶ ὁριζοντιώνεται μὲ τὴν βοήθειαν κοχλιῶν καὶ ἀεροστάθμης.

Αἱ γωνιομετρικαὶ πυξίδες μετὰ τηλεσκοπίου ἢ εἶναι μόνον γωνιομετρικαὶ πυξίδες ἢ ἀποτελοῦν συνδυασμὸν θεοδολίχου καὶ γωνιομετρικῆς πυξίδος. Εἰς τὴν δευτέραν περίπτωσιν δηλαδὴ ὁ θεοδόλιχος εἶναι ἐφωδιασμένος ἐκτὸς τοῦ ὁριζοντίου δίσκου καὶ μὲ γωνιομετρικὴν πυξίδα, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα 4·7γ. Κατ'



Σχ. 4·7γ.

αὐτὸν τὸν τρόπον ἔχομε τὴν δυνατότητα ἐκτὸς τῶν ὁριζοντίων γωνιῶν νὰ μετροῦμε καὶ τὰ ἀζιμούθια τῶν ἀντιστοίχων διευθύνσεων.

Εἰς ὡρισμένους τύπους συγχρόνων θεοδολίχων ἡ μέτρησις τοῦ ἀζιμουθίου γίνεται μὲ τὴν βοήθειαν μιᾶς σωληνωτῆς πυξίδος. Ἡ πυξὶς αὐτὴ ἀποτελεῖται ἀπὸ μίαν μαγνητικὴν βελόνην, ποὺ εὑρίσκεται κλεισμένη μέσα εἰς ἕνα σωλῆνα. Ὁ ἄξων τοῦ σωλῆνος εἶναι παράλληλος πρὸς τὸ ἐπίπεδον περιστροφῆς τοῦ τηλεσκοπίου. Ἀφ' ἑτέρου ὁ σωλὴν εἶναι ἐφωδιασμένος μὲ ἕνα προσοφθάλμιον σύστημα καὶ μὲ κατάλληλα κάτοπτρα οὕτως, ὥστε νὰ βλέπωμε εἰς τὸ ὀπτικὸν πεδίον τοῦ σωλῆνος τὰ δύο ἄκρα τῆς μαγνητικῆς βελόνης ἑκατέρωθεν μιᾶς λεπτῆς διαχωριστικῆς γραμμῆς. Ὅταν ὁ ἄξων τοῦ σωλῆνος καὶ συνεπῶς τὸ ἐπίπεδον περιστροφῆς τοῦ τηλεσκοπίου στρέφεται ἀκριβῶς κατὰ τὴν διεύθυνσιν βορρᾶ - νότου, παρατηροῦμε ὅτι τὰ δύο ἄκρα τῆς μαγνητικῆς βελόνης συμπίπτουν.

Προκειμένου τώρα νὰ μετρήσωμε τὸ ἀζιμούθιον τῆς διευθύνσεως Α—Β σκοπεύομε κατὰ πρῶτον πρὸς τὸ σημεῖον Β καὶ κάνομε τὴν ἀντίστοιχον ἀνάγνωσιν φ_1 ἐπὶ τοῦ ὁριζοντίου δίσκου. Ἔπειτα στρέφομε τὸ ὄργανον γύρω ἀπὸ τὸν κατακόρυφον ἄξονά του καὶ κατευθύνομε τὸ τηλεσκόπιον περίπου πρὸς τὴν διεύθυνσιν τοῦ βορρᾶ. Κατόπιν ἀκινητοῦμε τὸ ὄργανον καὶ περιστρέφομε τὸν μικρομετρικὸν κοχλίαν τοῦ δείκτου, ἕως ὅτου ἰδοῦμε εἰς τὸ ὀπτικὸν πεδίον τοῦ σωλῆνος τὰ ἄκρα τῆς μαγνητικῆς βελόνης νὰ συμπίπτουν. Αὐτὸ σημαίνει ὅτι τὸ ἐπίπεδον περιστροφῆς τοῦ τηλεσκοπίου ἔχει στραφῆ πλέον ἀκριβῶς κατὰ τὴν διεύθυνσιν βορρᾶ - νότου. Κάνομε τότε τὴν ἀντίστοιχον ἀνάγνωσιν φ_2 ἐπάνω εἰς τὸν ὁριζόντιον δίσκον. Τὸ ἀζιμούθιον τῆς διευθύνσεως ΑΒ ἰσοῦται πρὸς τὴν διαφορὰν τῶν δύο ἀναγνώσεων, φ_1 καὶ φ_2. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον τὸ ἀζιμούθιον εὑρίσκεται μὲ πολὺ μεγάλην ἀκρίβειαν.

Ἕνα ἁπλὸ εἶδος γωνιομετρικῆς πυξίδος ἀποτελεῖ ἡ ***πυξὶς ἀναρτήσεως***. Ἡ πυξὶς αὐτὴ χρησιμοποιεῖται κυρίως, ὅταν δὲν εἶναι εὔκολον νὰ μετρηθοῦν τὰ ἀζιμούθια τῶν διαφόρων διευθύνσεων διὰ σκοπεύσεως. Αὐτὸ π.χ. συμβαίνει εἰς τὰς ὑπογείους στοὰς μεταλλείων. Προκειμένου τώρα νὰ προσδιορίσωμε τὸ ἀζιμούθιον τῆς διευθύνσεως, ποὺ ὁρίζουν δύο σημεῖα, προσδένομε εἰς τὰ ση-μετὰ αὐτά, τὰ ἄκρα ἑνὸς νήματος καὶ κρεμοῦμε εἰς τὸ μέσον περίπου τοῦ νήματος τὴν πυξίδα ἀναρτήσεως, ὅπως φαίνεται εἰς τὸ σχῆμα 4 · 7 δ. Ἡ πυξὶς εἶναι ἐφωδιασμένη μὲ κατάλληλον διάταξιν, ποὺ τῆς παρέχει τὴν δυνατότητα νὰ καθίσταται ὁριζοντία ἀκόμη καὶ ἐὰν τὸ νῆμα ἀναρτήσεως εἶναι κεκλιμένον. Ἡ διάτα-

Σχ. 4 · 7 δ.

ξις αὐτὴ ὀνομάζεται *διάταξις ἢ σύστημα Cardan*. Ἐπειδὴ κατὰ τὴν μέτρησιν τὸ νῆμα εὑρίσκεται εἰς τὸ κατακόρυφον ἐπίπεδον, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν διάμετρον τῆς ὑποδιαιρέσεως 0 τῆς πυξίδος, ἕπεται ὅτι ἡ ἔνδειξις τῆς μαγνητικῆς βελόνης μᾶς δίδει ἀπ' εὐθείας τὸ ἀζιμούθιον, ποὺ ζητοῦμε.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 5

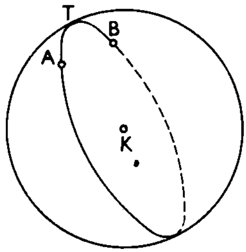
ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΟΡΙΖΟΝΤΙΩΝ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΝ

5·1 Ὁρισμὸς ὁριζοντίας ἀποστάσεως.

Πρὶν ἐξηγήσωμε τί εἶναι ὁριζοντία ἀπόστασις δύο σημείων τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐδάφους, εἶναι σκόπιμον νὰ δώσωμε μερικοὺς ὁρισμούς.

Μέγιστος κύκλος δύο σημείων Α καὶ Β τῆς ἐπιφανείας μιᾶς σφαίρας εἶναι ἡ τομὴ τῆς σφαίρας ἀπὸ τὸ ἐπίπεδον, ποὺ ὁρίζουν τὰ δύο σημεῖα καὶ τὸ κέντρον Κ τῆς σφαίρας (σχ. 5·1 α), δηλαδὴ ἀπὸ τὸ κατακόρυφον ἐπίπεδον τῶν δύο σημείων.

Ἀπόστασις δύο σημείων Α καὶ Β τῆς ἐπιφανείας μιᾶς σφαίρας ὀνομάζεται τὸ ἀνάπτυγμα τοῦ τόξου ΑΤΒ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν δύο σημείων (σχ. 5·1 α). Τὸ τόξον ΑΤΒ ἔχει τὸ μι-

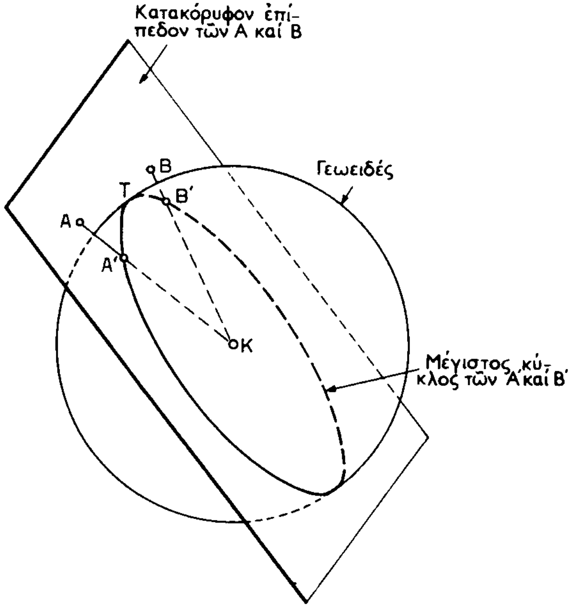


Σχ. 5·1 α.

κρότερον ἀνάπτυγμα ἀπὸ ὅλας τὰς γραμμὰς τῆς σφαιρικῆς ἐπιφανείας ποὺ καταλήγουν εἰς τὰ Α καὶ Β.

Εὐθυγραμμία δύο σημείων τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐδάφους ὀνομάζεται ἡ τομὴ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐδάφους ἀπὸ τὸ κατακόρυφον ἐπίπεδον τῶν σημείων.

Ἂς ἔλθωμε τώρα εἰς τὴν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν. *Ὁριζοντία ἀπόστασις δύο σημείων Α καὶ Β τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐδάφους* *ὀνομάζεται ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τῶν ὀρθῶν προβολῶν Α′ καὶ Β′ τῶν δύο σημείων ἐπὶ τοῦ γεωειδοῦς.* Τὸ γεωειδὲς ὅμως, συμφώνως πρὸς τὴν παραδοχήν μας εἶναι σφαιρικὴ ἐπιφάνεια. Ἐὰν συνεπῶς θεωρήσωμε τὸν μέγιστον κύκλον τοῦ γεωειδοῦς, ποὺ διέρχεται ἀπὸ τὰ σημεῖα Α′ καὶ Β′, προκύπτει ὅτι ἡ ὁριζοντία ἀπόστασις τῶν Α καὶ Β ἰσοῦται μὲ τὸ ἀνάπτυγμα τοῦ τόξου Α′ΤΒ′ τοῦ μεγίστου αὐτοῦ κύκλου (σχ. 5·1 β). Ἂς σημειωθῇ ὅτι ὁ

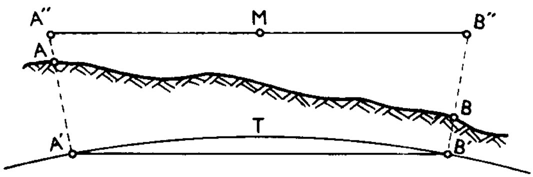


Σχ. 5·1 β.

μέγιστος κύκλος τῶν Α′ καὶ Β′ λαμβάνεται ὡς τομὴ τοῦ γεωειδοῦς ἀπὸ τὸ κατακόρυφον ἐπίπεδον τῶν Α καὶ Β.

Ἂς ἐξετάσωμε τώρα πῶς προσδιορίζεται τὸ ἀνάπτυγμα τοῦ τόξου Α′ΤΒ′.

Ἐὰν τὸ τόξον Α′ΤΒ′ εἶναι πολὺ μικρὸν ἐν σχέσει μὲ τὴν ἀκτῖνα τοῦ γεωειδοῦς, τότε, χωρὶς νὰ διαπράττωμε αἰσθητὸν σφάλμα, εἶναι δυνατὸν νὰ δεχθοῦμε ὅτι τὸ ἀνάπτυγμά του ἰσοῦται μὲ τὴν χορδὴν Α΄Β΄ (σχ. 5 · 1 γ). (Τὸ σχῆμα αὐτὸ παριστᾶ τὴν τομὴν τοῦ κατακορύφου ἐπιπέδου τῶν Α καὶ Β μὲ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐδάφους καὶ μὲ τὸ γεωειδὲς εἰς τὴν περιοχὴν τῶν Α καὶ Β). Ἐπίσης, ἐὰν ἀπὸ ἕνα σημεῖον τῆς κατακορύφου ΑΑ΄, ἔστω τὸ Α΄΄, φέρωμε τὴν εὐθεῖαν Α΄΄Β΄΄ παράλληλον πρὸς τὴν Α΄Β΄, εἶναι δυνατὸν νὰ δεχθοῦμε ὅτι τὸ εὐθύγραμμον τμῆμα Α΄΄Β΄΄ ἰσοῦται πρὸς τὸ Α΄Β΄, ἀρκεῖ τὸ μῆκος τοῦ Α΄Β΄ νὰ μὴ ὑπερβαίνη ἕνα ὡρισμένον ὅριον, περίπου τὰ 200 m, καὶ ἡ ἀπόστασις ΑΑ΄΄ νὰ εἶναι σχετικῶς μικρά. Εἰς τὴν πρᾶξιν τὸ Α΄΄ ἢ συμπίπτει μὲ τὸ Α ἢ ἀπέχει τὸ πολὺ ἕνα ἕως ἑνάμισυ μέτρον ἀπὸ αὐτό, ἀναλόγως τῆς μεθόδου μετρήσεως, ποὺ θὰ ἀκολουθήσωμε.



Σχ. 5 · 1 γ.

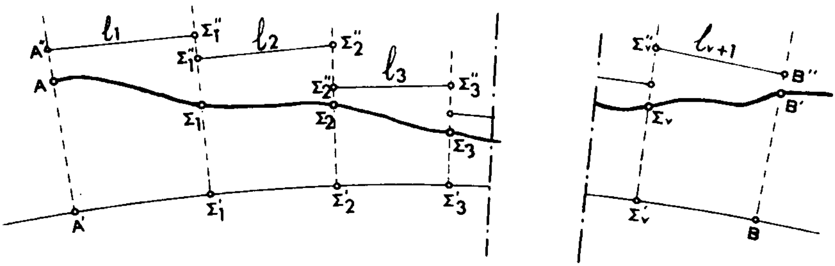
Τελικῶς, ὕστερα ἀπὸ τὰς ὑποθέσεις, τὰς ὁποίας ἐκάναμε, ὁ προσδιορισμὸς τῆς ὁριζοντίας ἀποστάσεως τῶν σημείων Α καὶ Β ἀνάγεται εἰς τὴν μέτρησιν τοῦ εὐθυγράμμου τμήματος Α΄΄Β΄΄.

Παρατηροῦμε τώρα ὅτι, ἐὰν Κ εἶναι τὸ κέντρον τοῦ γεωειδοῦς, τὸ τρίγωνον Α΄΄ΚΒ΄΄ εἶναι ἰσοσκελές. Συνεπῶς ἡ Α΄΄Β΄΄ εἶναι κάθετος πρὸς τὴν κατακόρυφον τοῦ σημείου Μ, ὅπου Μ τὸ μέσον τῆς Α΄΄Β΄΄. Ἄρα ἡ Α΄΄Β΄΄ εἶναι ὁριζοντία τοῦ σημείου Μ. Αὐτὸ σημαίνει ὅτι, ἐὰν ἐπὶ τῆς εὐθείας Α΄΄Β΄΄ καὶ εἰς τὸ σημεῖον της Μ τοποθετήσωμε μίαν σωληνωτὴν ἀεροστάθμην, ἡ ἀεροστάθμη θὰ ἰσορροπήση. Θεωρητικῶς, ὅπως γνωρίζομε, αὐτὴ ἡ ἰσορροπία συμβαίνει μόνον εἰς τὸ σημεῖον Μ. Πρακτικῶς ὅμως συμβαίνει καὶ εἰς κάθε ἄλλο σημεῖον τοῦ εὐθυγράμμου τμήματος

A″B″, λόγω τῆς πολὺ μικρᾶς ἀποστάσεως τῶν A″ καὶ B″ ἀπὸ τὸ M.

Τέλος ἄλλη μία παρατήρησις, ποὺ ἔχει μεγάλην σημασίαν εἰς τὴν ἐφαρμογὴν τῶν διαφόρων μεθόδων μετρήσεως τῆς ὁριζοντίας ἀποστάσεως AB, εἶναι ὅτι αἱ κατακόρυφοι εἰς τὰ A καὶ B δύνανται νὰ θεωρηθοῦν παράλληλοι μεταξύ των. Συνεπῶς ἡ A″B″ δύναται νὰ θεωρηθῇ κάθετος πρὸς αὐτὰς λόγω τῆς πολὺ μικρᾶς ἀποστάσεως μεταξὺ τῶν A′ καὶ B′.

Τί γίνεται ὅμως, ὅταν ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τῶν A′ καὶ B′ εἶναι μεγάλη, λ.χ. 1 500 m; Τότε ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας τῶν A καὶ B, δηλαδὴ ἐπὶ τῆς τομῆς τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐδάφους ἀπὸ τὸ κατακόρυφον ἐπίπεδον τῶν δύο σημείων, παρεμβάλλομε τὰ σημεῖα Σ_1, Σ_2, $\Sigma_3 \ldots \Sigma_\nu$ (σχ. 5·1 δ) οὕτως, ὥστε τὰ εὐθύγραμμα



Σχ. 5·1 δ.

τμήματα $A'\Sigma'_1$, $\Sigma'_1\Sigma'_2$, $\Sigma'_2\Sigma'_3, \ldots \Sigma_\nu B'$ νὰ εἶναι ὅλα μικρότερα τῶν 200 m.

Ἡ ὁριζοντία ἀπόστασις L τῶν σημείων A καὶ B λαμβάνεται τότε ἴση πρὸς τὸ ὁλικὸν μῆκος τῆς τεθλασμένης γραμμῆς $A'\Sigma'_1\Sigma'_2\Sigma'_3\Sigma'_4\Sigma'_5 \ldots \Sigma'_\nu B'$ ἢ πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν εὐθυγράμμων τμημάτων $A''\Sigma_1''$, $\Sigma_1''\Sigma_2''$, $\Sigma_2''\Sigma_3''$, $\Sigma_3''\Sigma_4''$, $\Sigma_4''\Sigma_5''$, $\ldots \Sigma_\nu''B''$. Ἐὰν δηλαδὴ τεθῇ $l_1 = A''\Sigma_1''$, $l_2 = \Sigma_1''\Sigma_2''$, $l_3 = \Sigma_2''\Sigma_3''$, … $l_{\nu+1} = \Sigma_\nu''B''$ θὰ ἔχωμε:

$$L = l_1 + l_2 + l_3 + \ldots l_{\nu+1}.$$

Τὸ μῆκος τῶν ὁριζοντίων ἀποστάσεων l ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν μέθοδον μετρήσεως, ποὺ θὰ ἐφαρμόσωμε. Ὑπάρχουν π.χ. μέθοδοι, εἰς τὰς ὁποίας τὰ σημεῖα Α′ καὶ Σ_1', Σ_ν' καὶ Β′ καθὼς καὶ τὰ ἐνδιάμεσα σημεῖα Σ ἀπέχουν μεταξύ των ὀλίγα μόνον μέτρα.

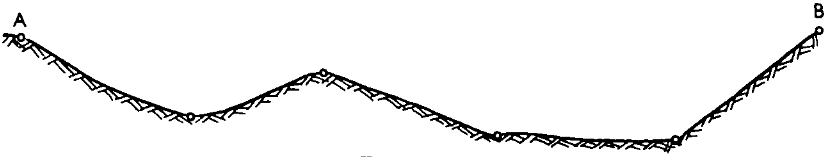
5 · 2 Χάραξις εὐθυγραμμίας.

Ὅπως εἴπαμε ἤδη, εὐθυγραμμία δύο σημείων Α καὶ Β ὀνομάζεται ἡ τομὴ τοῦ κατακορύφου ἐπιπέδου τῶν δύο σημείων μὲ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐδάφους. Ἡ τομὴ αὐτὴ εἶναι μία νοητὴ γραμμή. Κατὰ τὴν μέτρησιν ὅμως τῆς ὁριζοντίας ἀποστάσεως τῶν σημείων, δηλαδὴ κατὰ τὴν μέτρησιν τῶν εὐθυγράμμων τμημάτων $A''\Sigma_1''$, $\Sigma_1''\Sigma_2''$, $\Sigma_2''\Sigma_3''$ κλπ., χρειάζεται νὰ τὴν ὑλοποιήσωμε. Διαφορετικὰ δὲν θὰ εἶναι δυνατὸν νὰ προσδιορίσωμε τὰ σημεῖα Σ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους. Αὐτὴ λοιπὸν ἡ ὑλοποίησις τῆς εὐθυγραμμίας εἶναι ἡ λεγομένη *χάραξις*.

Ἡ καλυτέρα χάραξις μιᾶς εὐθυγραμμίας θὰ ἦτο ὁ προσδιορισμὸς ὅλων τῶν σημείων τῆς νοητῆς τομῆς τοῦ ἐδάφους ἀπὸ τὸ ἀντίστοιχον κατακόρυφον ἐπίπεδον. Αὐτὸ ὅμως καὶ πρακτικῶς εἶναι δύσκολον καὶ δὲν εἶναι ἀπαραίτητον. Περιοριζόμεθα λοιπὸν εἰς τὸ νὰ προσδιορίσωμε μόνον ὡρισμένα σημεῖα τῆς εὐθυγραμμίας καὶ συγκεκριμένως ἐκεῖνα, τὰ ὁποῖα χρειάζονται διὰ νὰ διευκολυνθῇ ἡ ἀντίστοιχος μέτρησις τῆς ὁριζοντίας ἀποστάσεως. Ὁ ἀριθμὸς τῶν σημείων αὐτῶν ἐξαρτᾶται κυρίως ἀπὸ τὴν μέθοδον μετρήσεως, ποὺ θὰ ἀκολουθήσωμε. Πάντως διὰ τὴν ἰδίαν μέθοδον εἶναι μικρότερος ὅταν τὸ ἔδαφος ἔχῃ ὁμοιόμορφον κλίσιν, καὶ μεγαλύτερος, ὅταν ἡ κλίσις τοῦ ἐδάφους κατὰ μῆκος τῆς εὐθυγραμμίας μεταβάλλεται. Εἰς τὴν δευτέραν περίπτωσιν πρέπει νὰ συμπεριλάβωμε μεταξὺ τῶν σημείων τῆς εὐθυγραμμίας, τὰ ὁποῖα θὰ προσδιορίσωμε, καὶ τὰ σημεῖα ἀλλαγῆς τῆς κλίσεως (σχ. 5 · 2 α).

Ἡ χάραξις μιᾶς εὐθυγραμμίας ὀνομάζεται καὶ *πύκνωσις* τῆς εὐθυγραμμίας.

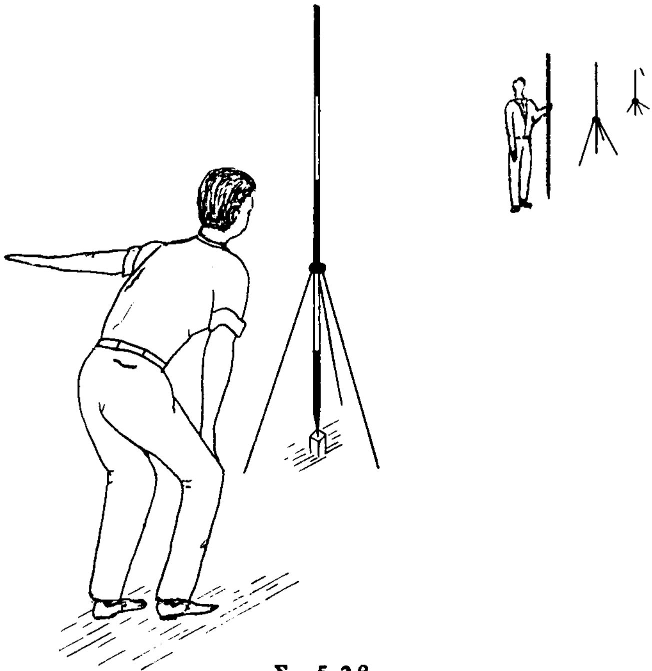
Ὁ προσδιορισμὸς τῶν σημείων μιᾶς εὐθυγραμμίας, δηλαδὴ ἡ σήμανσίς των, γίνεται κυρίως μὲ τὰ ἀκόντια. Τὰ ἀκόντια ἔχουν περιγραφῆ εἰς τὴν παράγραφον 0·11 ὡς ὄργανα ἐπισημάνσεως. Εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν ὅμως παίζουν διπλοῦν ρόλον. Χρησιμοποιοῦνται δηλαδὴ συγχρόνως καὶ διὰ τὴν σήμανσιν καὶ διὰ τὴν ἐπισήμανσιν τῶν σημείων τῆς εὐθυγραμμίας, διότι, ὅπως θὰ μάθωμε, τὰ σημεῖα αὐτὰ πρέπει νὰ εἶναι ὁρατὰ ἀπὸ μακρυά.



Σχ. 5·2 α.

Ἐπισημαίνομε κατ' ἀρχὰς τὰ δύο ἄκρα τῆς εὐθυγραμμίας, δηλαδὴ τοποθετοῦμε ἀνὰ ἕνα ἀκόντιον ἐπάνω ἀκριβῶς εἰς τὰ κέντρα σημάνσεως τῶν σημείων Α καὶ Β. Τὰ δύο ἀκόντια πρέπει νὰ εἶναι τελείως κατακόρυφα. Πῶς κατακορυφώνομε ἕνα ἀκόντιον τὸ ἐμάθαμε εἰς τὴν παράγραφον 0·11.

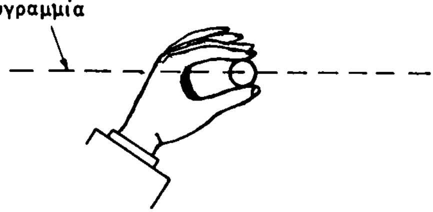
Ἔπειτα στεκόμεθα εἰς ἀπόστασιν 2 ἕως 3 m ἀπὸ τὸ ἀκόντιον Α καὶ σκοπεύομε μὲ γυμνὸν ὀφθαλμὸν πρὸς τὸ ἀκόντιον Β. Κατὰ τὴν σκόπευσιν πρέπει τὸ ἀκόντιον Α νὰ καλύπτη τελείως τὸ Β. Ἀφοῦ κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἐξασφαλίσωμε ὅτι ὁ ὀφθαλμός μας εὑρίσκεται ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας Α - Β, δίδομε σῆμα εἰς τὸν βοηθόν μας νὰ μετακινηθῆ καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς εὐθυγραμμίας προκειμένου νὰ τοποθετήση τὸ πρῶτον ἐνδιάμεσον ἀκόντιον M_1. Ἡ σηματοδότησις γίνεται μὲ τὰ χέρια (σχ. 5·2 β). Ὅταν, ὕστερα ἀπὸ μερικὰς μικρομετακινήσεις τοῦ βοηθοῦ μας, παύωμε νὰ βλέπωμε τὸ ἀκόντιον M_1, διότι θὰ ἔχη καλυφθῆ ἀπὸ τὸ ἀκόντιον Α, ἐνῶ συγχρόνως δὲν θὰ βλέπωμε καὶ τὸ ἀκόντιον Β, συμπεραίνομε ὅτι τὸ M_1 εὑρίσκεται ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας Α—Β. Δίδομε λοιπὸν σῆμα εἰς τὸν βοηθόν μας νὰ ἐμπήξη τὸ ἀκόντιον εἰς τὸ ἔδαφος. Ἐὰν τὸ ἔδαφος εἶναι τόσο σκληρόν, ὥστε νὰ μὴ εἶναι δυνατὴ ἡ ἔμπηξις, ὁ βοηθὸς τοποθετεῖ τὸ ἀκόντιον ὄρθιον



Σχ. 5·2 β.

μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ τρίποδος. Ὁπωσδήποτε μετὰ τὴν τοποθέτησιν τὸ ἀκόντιον πρέπει νὰ εἶναι κατακόρυφον. Ἡ κατακορύφωσίς του ἐλέγχεται συνήθως « μὲ τὸ μάτι », ἐκτὸς ἐὰν θέλωμε νὰ κάνωμε μέτρησιν μεγάλης ἀκριβείας, ὁπότε ἐφαρμόζομε ὅσα ἀναφέρομε εἰς τὴν ἐπισήμανσιν σημείων (παράγρ. 0 · 11). Κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον τοποθετοῦνται καὶ τὰ ἄλλα ἐνδιάμεσα ἀκόντια καὶ ἑπομένως προσδιορίζονται τὰ σημεῖα M_1, M_2, M_3,...M_ν τῆς εὐθυγραμμίας Α — Β.

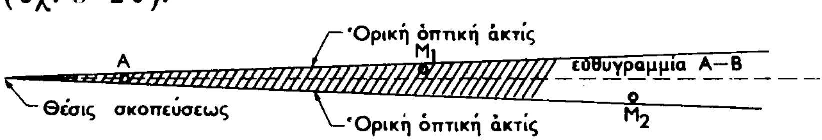
Ἰδιαιτέρα προσοχὴ πρέπει νὰ δοθῇ ἀπὸ τὸν βοηθὸν διὰ τὸν τρόπον, μὲ τὸν ὁποῖον θὰ κρατῇ τὸ ἀκόντιον κατὰ τὰς μικρομετακινήσεις του καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς εὐθυγραμμίας. Πρέπει δηλαδὴ νὰ τὸ κρατῇ μόνον μὲ τὸν ἀντίχειρα καὶ τὸν δείκτην ἀπὸ κάποιαν θέσιν, ποὺ θὰ εὑρίσκεται ὑψηλότερα ἀπὸ τὸ κέντρον βάρους τοῦ ἀκοντίου καὶ ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα 5 · 2 γ. Ἔτσι



Σχ. 5·2 γ.

τὸ ἀκόντιον αἰωρούμενον ἐλαφρῶς τηρεῖται περίπου κατακόρυφον καὶ αὐτὸ διευκολύνει τὴν τελικήν του κατακορύφωσιν.

Ἐπίσης δὲν πρέπει νὰ κάνωμε τὰς σκοπεύσεις ἀπὸ πολὺ μικρὰν ἀπόστασιν, π.χ. 1 m, ἀπὸ τὸ σημεῖον Α, διότι τότε τὰ ἐνδιάμεσα ἀκόντια M_1, M_2, M_3, κλπ. θὰ καλύπτωνται μὲν ἀπὸ τὸ ἀκόντιον Α, δὲν θὰ κεῖνται ὅμως ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας Α — Β (σχ. 5 · 2 δ).

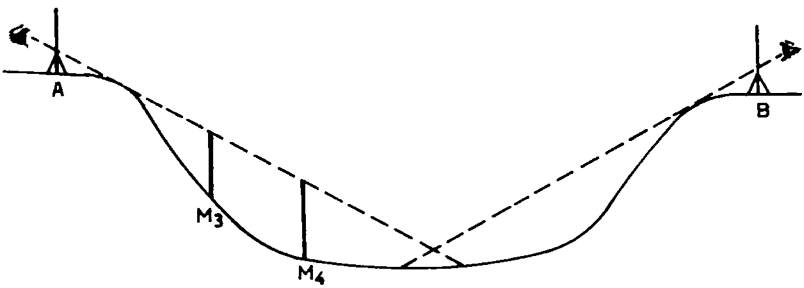


Σχ. 5·2 δ.

Αὐτὸ βεβαίως συμβαίνει καὶ ὅταν σκοπεύωμε ἀπὸ τὴν κανονικὴν ἀπόστασιν (2 ἕως 3 m). Τότε ὅμως αἱ ἀποκλίσεις τῶν σημείων Μ ὡς πρὸς τὴν εὐθυγραμμίαν εἶναι πολὺ μικραὶ καὶ τὰ σφάλματα τῶν μετρήσεων εἶναι ἀνεπαίσθητα. Ἐὰν τέλος λόγω τῆς μορφῆς τοῦ ἐδάφους δὲν εἶναι δυνατὴ ἡ τήρησις τῆς κανονικῆς ἀποστάσεως, τότε κάνομε τὴν σκόπευσιν ἀπὸ τὴν μεγίστην δυνατὴν ἀπόστασιν.

Ἡ χάραξις μιᾶς εὐθυγραμμίας δὲν παρουσιάζει δυσκολίαν, ὅταν τὸ ἔδαφος εἶναι ὁριζόντιον ἢ ἔχῃ ὁμοιόμορφον κλίσιν.

Ὅταν ὅμως μεταξὺ τῶν σημείων Α καὶ Β μεσολαβῇ κοίλωμα, ἐνδέχεται νὰ μὴ εἶναι δυνατὸς ὁ προσδιορισμὸς ὅλων τῶν σημείων τῆς εὐθυγραμμίας μὲ σκόπευσιν μόνον ἀπὸ τὸ ἕνα ἄκρον της. Π.χ. εἰς τὸ σχῆμα 5·2 ε τὰ ἀκόντια, ποὺ πρέπει νὰ τοπο-

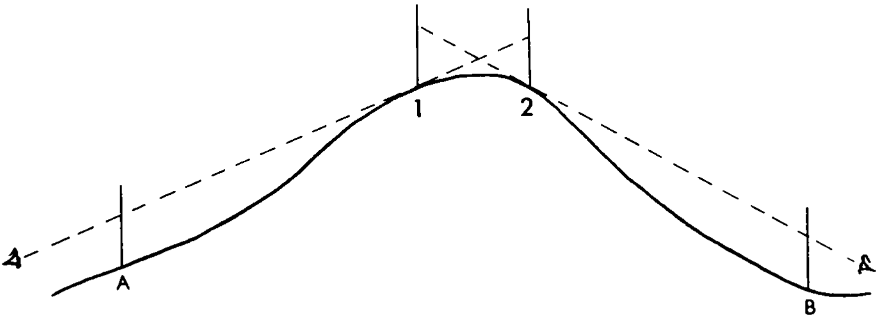


Σχ. 5·2 ε.

θετηθοῦν εἰς τὰς θέσεις M_3 καὶ M_4, δὲν εἶναι ὁρατὰ ἀπὸ τὸ ἄκρον Α. Συνεπῶς ἡ σκόπευσις διὰ τὰ σημεῖα αὐτὰ πρέπει νὰ γίνῃ ἀπὸ τὸ ἄκρον Β. Τὸ ἀντίστροφον ἰσχύει διὰ τὰ ἀντίστοιχα σημεῖα τῆς ἀπέναντι πλαγιᾶς.

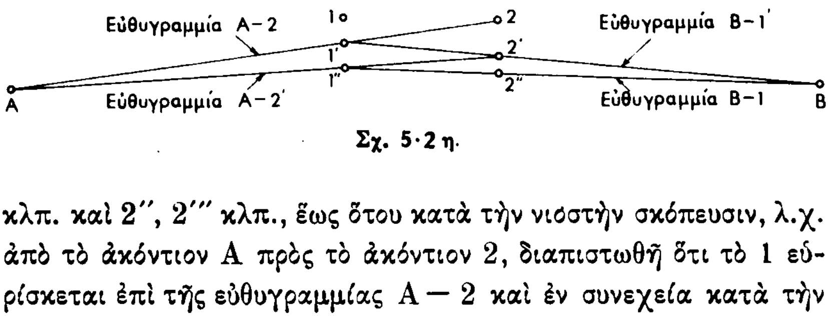
Ἰδιαιτέραν δυσκολίαν παρουσιάζει ἡ περίπτωσις, κατὰ τὴν ὁποίαν μεταξὺ τῶν σημείων Α καὶ Β μεσολαβεῖ κύρτωμα (σχ. 5·2 ζ), διότι τὰ ἄκρα τῆς εὐθυγραμμίας δὲν εἶναι ἀμοιβαίως ὁρατὰ καὶ σύνεπῶς δὲν εἶναι δυνατὴ ἡ σκόπευσις ἀπὸ τὸ ἕνα ἄκρον πρὸς τὸ ἄλλο. Τότε χρησιμοποιοῦμε τὰ βοηθητικὰ ἀκόντια 1 καὶ 2, ποὺ τὰ τοποθετοῦμε περίπου ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας καὶ εἰς τρόπον, ὥστε νὰ φαίνωνται καὶ ἀπὸ τὸ Α καὶ ἀπὸ τὰ Β.

Ἕνας παρατηρητὴς σκοπεύει ἀπὸ τὸ ἀκόντιον Α πρὸς τὸ ἀκόντιον 2 καὶ τοποθετεῖ τὸ ἀκόντιον 1 εἰς τὴν θέσιν 1′ ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας Α — 2 (σχ. 5·2η). Ἕνας δεύτερος παρατηρητὴς σκοπεύει ἀπὸ τὸ ἀκόντιον Β πρὸς τὸ ἀκόντιον 1′ καὶ τοποθετεῖ τὸ ἀκόντιον 2 εἰς τὴν θέσιν 2′ ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας Β — 1. Οἱ δύο



Σχ. 5·2ζ.

παρατηρηταὶ ἐπαναλαμβάνουν τὰς διαδοχικὰς σκοπεύσεις καὶ μικρομετακινήσεις τῶν ἀκοντίων 1 καὶ 2 εἰς τὰς θέσεις 1″, 1‴,

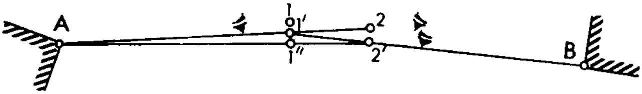


Σχ. 5·2η.

κλπ. καὶ 2″, 2‴ κλπ., ἕως ὅτου κατὰ τὴν νιοστὴν σκόπευσιν, λ.χ. ἀπὸ τὸ ἀκόντιον Α πρὸς τὸ ἀκόντιον 2, διαπιστωθῇ ὅτι τὸ 1 εὑρίσκεται ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας Α — 2 καὶ ἐν συνεχείᾳ κατὰ τὴν σκόπευσιν ἀπὸ τὸ Β πρὸς τὸ 1 διαπιστωθῇ ὁμοίως ὅτι καὶ τὸ 2 εὑρίσκεται ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας Β — 1.

Θεωρητικῶς χρειάζεται ἄπειρος ἀριθμὸς σκοπεύσεων καὶ μικρομετακινήσεων, ἕως ὅτου ἐπιτύχωμε τὴν ταυτόχρονον εὐθυγράμμισιν τῶν ἀκοντίων Α—1—2 καὶ Β—2—1, δηλαδὴ ἕως ὅτου τὰ ἀκόντια 1 καὶ 2 τοποθετηθοῦν ἀκριβῶς ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας Α—Β. Πρακτικῶς ὅμως ὁ ἀριθμὸς τῶν σκοπεύσεων θὰ εἶναι περιωρισμένος, διότι τὰ ἐνδιάμεσα ἀκόντια θὰ ἔχουν καλυφθῆ ἀπὸ τὰ ἀκόντια σκοπεύσεως πολὺ πρὶν τοποθετηθοῦν ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας διὰ τοὺς λόγους, ποὺ ἐξηγήσαμε εἰς τὴν ἀρχὴν τῆς παραγράφου. Ἡ τελικὴ τοποθέτησις τῶν ἀκοντίων 1 καὶ 2 πρέπει νὰ γίνῃ μὲ τὴν βοήθειαν τριπόδων. Τὰ ὑπόλοιπα ἐνδιάμεσα ἀκόντια τοποθετοῦνται εὐχερῶς ἐπὶ τῶν εὐθυγραμμιῶν Α—1 καὶ Β—2.

Ὑπάρχει καὶ ἄλλη περίπτωσις, ὅπου χρειάζεται νὰ χρησιμοποιήσωμε τὰ ἐνδιάμεσα ἀκόντια 1 καὶ 2. Αὐτὴ ἡ περίπτωσις παρουσιάζεται, ὅταν τὰ ἄκρα τῆς εὐθυγραμμίας εἶναι γωνίαι δύο σπιτιῶν (σχ. 5 · 2 θ), ὁπότε εἶναι ἀδύνατος ἡ σκόπευσις ἀπὸ τὸ ἕνα ἄκρον τῆς εὐθυγραμμίας πρὸς τὸ ἄλλο.



Σχ. 5·2 θ.

Τότε τοποθετοῦμε καὶ πάλιν τὰ ἀκόντια 1 καὶ 2 πλησίον τοῦ μέσου τῆς ἀποστάσεως καὶ περίπου ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας Α—Β, ἀλλὰ αὐτὴν τὴν φορὰν ἐνεργοῦμε ἀντιστρόφως, δηλαδὴ σκοπεύομε ἀπὸ τὸ σημεῖον 1 πρὸς τὸ Β καὶ ἀπὸ τὸ 2 πρὸς τὸ Α. Αἱ σκοπεύσεις καὶ αἱ μικρομετακινήσεις τῶν σημείων 1 καὶ 2 διαδέχονται ἡ μία τὴν ἄλλην, ὅπως εἰς τὴν προηγουμένην περίπτωσιν, ἕως ὅτου τὰ ἀκόντια 1 καὶ 2 τοποθετηθοῦν ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας Α—Β. Τὰ ὑπόλοιπα ἐνδιάμεσα ἀκόντια τοποθετοῦνται ἐπὶ τῶν εὐθυγραμμιῶν 1—Β καὶ 2—Α.

Αὐταὶ εἶναι αἱ κυριώτεραι περιπτώσεις χαράξεως μιᾶς εὐθυγραμμίας.

Ἡ χάραξις ὅμως μιᾶς εὐθυγραμμίας δὲν ἀποβλέπει μόνον εἰς τὴν μέτρησιν τῆς ὁριζοντίας ἀποστάσεως δύο σημείων ἢ ἐν γένει εἰς τὴν μέτρησιν μηκῶν. Εἰς πολλὰς περιπτώσεις, ὅπως π.χ. ὅταν θέλωμε νὰ χαράξωμε ἐπὶ τοῦ ἐδάφους τὸν ἄξονα ἑνὸς δρόμου ἢ τὰς θέσεις τῶν τοίχων ἢ στύλων ἑνὸς κτηρίου, ἀποτελεῖ τὸν ἀπώτερον σκοπόν μας. Ὅπως καὶ κατὰ τὴν μέτρησιν τῆς ὁριζοντίας ἀποστάσεως ἔτσι καὶ ἐδῶ ἡ εὐθυγραμμία ὁρίζεται ἀπὸ δύο σημεῖα, τὰ Α καὶ Β. Ἐκτὸς ὅμως τοῦ καθορισμοῦ τῶν ἐνδιαμέσων σημείων Μ ἐνδέχεται νὰ χρειασθῇ καὶ ὁ καθορισμὸς σημείων Ν, ποὺ νὰ κεῖνται πρὶν ἀπὸ τὸ Α καὶ μετὰ τὸ Β, δηλαδὴ ἐπὶ τῶν προεκτάσεων τῆς εὐθείας ΑΒ. Ὁ καθορισμὸς τῶν σημείων Ν ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ὀνομάζεται *ἐπέκτασις* τῆς εὐθυγραμμίας.

Εἰς τὰς περιπτώσεις, ποὺ ἀναφέρομε τώρα, ἡ ἀκριβὴς τοποθέτησις τῶν ἀκοντίων ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας Α—Β παίζει σπουδαῖον ρόλον. Ἐὰν δὲν προσδιορίσωμε μὲ ἀκρίβειαν τὰ ἐνδιάμεσα σημεῖα τῆς εὐθυγραμμίας, εἰς τὴν περίπτωσιν π.χ. τῶν τοίχων ἑνὸς κτηρίου, τὸ κτήριον θὰ εἶναι στραβό, καὶ συνεπῶς κακότεχνον. Κάνομε λοιπὸν τὴν χάραξιν μὲ κάποιο κατάλληλον ὄργανον, ποὺ νὰ διαθέτῃ σκοπευτικὴν διάταξιν ἀκριβείας. Ἕνα τέτοιο ὄργανον εἶναι ὁ θεοδόλιχος.

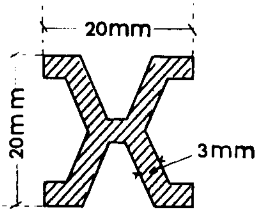
Ἡ χάραξις τῆς εὐθυγραμμίας μὲ τὸν θεοδόλιχον γίνεται ὡς ἑξῆς: Κεντρώνομε τὸν θεοδόλιχον ἐπάνω ἀπὸ τὸ ἕνα ἄκρον τῆς εὐθυγραμμίας, ἔστω τὸ Α καὶ ἔπειτα τὸν ὁριζοντιώνομε. Κατόπιν σκοπεύομε πρὸς τὸ ἀκόντιον τοῦ ἄκρου Β. Πρέπει κατὰ τὴν σκόπευσιν νὰ φέρωμε εἰς σύμπτωσιν τὸ κάθετον νῆμα τοῦ σταυρονήματος μὲ τὸν ἄξονα τοῦ ἀκοντίου Β. Τὴν ἰδίαν σύμπτωσιν ἐπιδιώκομε κατὰ τὴν σκόπευσιν πρὸς τὰ ἐνδιάμεσα ἀκόντια. Ὁ βοηθός μας δηλαδὴ μετακινεῖ κάθε ἀκόντιον, ἕως ὅτου ἰδοῦμε τὸν ἄξονά του νὰ συμπίπτῃ μὲ τὸ κάθετον νῆμα τοῦ σταυρονήματος. Ἐννοεῖται ὅτι κατὰ τὰς σκοπεύσεις πρὸς τὰ ἐνδιάμεσα ἀκόντια καὶ μετὰ τὴν σκόπευσιν πρὸς τὸ ἀκόντιον Β στρέφομε τὸ τηλεσκόπιον, ἐφ' ὅσον χρειασθῇ μόνον γύρω ἀπὸ τὸν δευτερεύοντα ἄξονα ΔΔ.

5 · 3 Μονάδες μετρήσεως μηκῶν.

Μετὰ τὴν χάραξιν τῆς εὐθυγραμμίας Α—Β ἀκολουθεῖ ἡ μέτρησις τῆς ὁριζοντίας ἀποστάσεως μεταξὺ τῶν σημείων Α καὶ Β. Ἡ ὁριζοντία ἀπόστασις ἐκφράζεται εἰς μονάδας μήκους. Προτοῦ λοιπὸν περιγράψωμε τὰς μεθόδους μετρήσεως, ποὺ ἐφαρμόζομε, θὰ ἀσχοληθοῦμε ἐπ' ὀλίγον μὲ τὰς μονάδας μετρήσεως μηκῶν.

Τὰ περισσότερα κράτη τοῦ κόσμου καὶ μεταξὺ αὐτῶν καὶ ἡ Ἑλλὰς χρησιμοποιοῦν ὡς σύστημα μετρήσεως τὸ *δεκαδικὸν σύστημα.*

Θεμελιώδης μονὰς τοῦ δεκαδικοῦ συστήματος εἶναι τὸ *μέτρον*. Τὸ μῆκος ἑνὸς μέτρου ἰσοῦται μὲ τὸ $\frac{1}{40\,000\,000}$ τοῦ ἀναπτύγματος τοῦ γηίνου μεσημβρινοῦ, ποὺ διέρχεται διὰ τῆς πόλεως τῶν Παρισίων. Τὸ ἀκριβὲς μῆκος ἑνὸς μέτρου δίδεται ἀπὸ τὰ *πρότυπα μέτρα*. Τὰ πρότυπα μέτρα εἶναι ράβδοι κατεσκευασμέναι ἀπὸ κατάλληλον ὑλικὸν (ἰριδοῦχον λευκόχρυσον), ὥστε νὰ μὴ παρουσιάζουν τὴν παραμικρὰν συστολὴν ἢ διαστολὴν λόγω τῶν ἀλλαγῶν τῆς θερμοκρασίας, καὶ ἔχουν ἐπίσης κατάλληλον



Σχ. 5·3 α.

διατομὴν (σχ. 5 · 3 α), ὥστε νὰ μὴ παραμορφώνωνται. Τὰ πρότυπα μέτρα φυλάσσονται εἰς εἰδικοὺς χώρους, ὥστε νὰ προστατεύωνται ἀπὸ τὰς ἀτμοσφαιρικὰς συνθήκας.

Τὸ μέτρον ὡς μονὰς μήκους ὑποδιαιρεῖται εἰς *δέκατα, ἑκατοστὰ* καὶ *χιλιοστὰ* τοῦ μέτρου. Κάθε μία ἀπὸ τὰς μονάδας αὐτὰς εἶναι δεκαπλασία τῆς ἄλλης καὶ δι' αὐτὸ τὸ σύστημα μετρήσεως ὀνομάζεται *δεκαδικόν*. Πρακτικῆς χρήσεως πολλαπλάσιον τοῦ μέτρου εἶναι τὸ *χιλιόμετρον*.

Αἱ διάφοροι μονάδες μήκους συμβολίζονται μὲ ἀντιστοίχους συντομογραφίας. Εἰς τὰ ἑλληνικὰ δὲν ὑπάρχουν αὐστηρῶς καθωρισμέναι συντομογραφίαι. Δι' αὐτό, καὶ διὰ νὰ ἀποφύγωμε τὴν σύγχυσιν, χρησιμοποιοῦμε ἐδῶ τὰς συντομογραφίας, ποὺ ἀκολουθοῦνται διεθνῶς μὲ βάσιν τὸ λατινικὸν ἀλφάβητον:

mm = χιλιοστὸν τοῦ μέτρου
cm = ἑκατοστὸν τοῦ μέτρου
m = μέτρον
km = χιλιόμετρον.

Ἄλλο γνωστὸν σύστημα μετρήσεως μηκῶν εἶναι τὸ *ἀγγλοσαξωνικὸν σύστημα*. Τὸ σύστημα αὐτὸ χρησιμοποιεῖται μόνον εἰς τὰς ἀγγλοσαξωνικὰς χώρας, δηλαδὴ τὴν Μεγάλην Βρεταννίαν, τὰ κράτη τῆς Κοινοπολιτείας καὶ τὰς Ἡνωμένας Πολιτείας. Μονάδες μετρήσεως τοῦ συστήματος αὐτοῦ εἶναι ἡ *γυάρδα* ἴση πρὸς 0,914 m, ὁ *ποῦς* ἴσος πρὸς τὸ 1/3 τῆς γυάρδας (0,304 8 m) καὶ ὁ *δάκτυλος* ἢ *ἴντσα* ἴσος πρὸς τὸ 1/12 τοῦ ποδὸς (0,025 4 m). Πρακτικῆς χρήσεως πολλαπλάσια τῆς γυάρδας εἶναι τὸ *κοινὸν μίλι* ἴσον πρὸς 5 280 πόδας καὶ τὸ *ναυτικὸν μίλι* ἴσον πρὸς 6 080 πόδας.

Αἱ κυριώτεραι συντομογραφίαι τῶν μονάδων τοῦ ἀγγλοσαξωνικοῦ συστήματος εἶναι αἱ ἑξῆς:

yd = γυάρδα
′ ἢ ft = ποῦς
″ ἢ in = δάκτυλος ἢ ἴντσα.

Ἐὰν συγκρίνωμε τὰ δύο συστήματα, ἀντιλαμβανόμεθα ἀμέσως ὅτι τὸ πλέον εὔχρηστον εἶναι τὸ δεκαδικόν, λόγω τῆς δεκαδικῆς σχέσεως, ποὺ συνδέει τὰς διαφόρους μονάδας του. Δι' αὐτὸ τὰ τελευταῖα χρόνια γίνεται σοβαρὰ σκέψις ἀπὸ τοὺς ἁρμοδίους τῶν ἀγγλοσαξωνικῶν χωρῶν νὰ εἰσαχθῇ καὶ ἐκεῖ τὸ δεκαδικὸν σύστημα. Αὐτὸ βεβαίως θὰ εἶναι χρήσιμον δι' ὅλον τὸν κόσμον ἀφ' ἑνὸς μὲν διότι θὰ κερδηθῆ ὁ χρόνος μετατροπῆς τῶν μονάδων ἀπὸ τὸ ἕνα σύστημα εἰς τὸ ἄλλο, ἀφ' ἑτέρου δέ, διότι οἱ ἄνθρωποι θὰ συνεννοοῦνται μεταξύ των καλύτερα εἰς τὸν τεχνικὸν τομέα.

5·4 Μέθοδοι μετρήσεως ὁριζοντίων ἀποστάσεων. Ἄμεσος καὶ ἔμμεσος μέτρησις.

Ἡ ὁριζοντία ἀπόστασις δύο σημείων δύναται νὰ μετρηθῆ ἀμέσως ἢ ἐμμέσως ἀναλόγως τῶν συνθηκῶν τοῦ ἐδάφους. *Ἄμεσος* λέγεται ἡ μέτρησις, κατὰ τὴν ὁποίαν μετροῦμε αὐτὴν καθ' ἑαυτὴν τὴν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν, ποὺ θέλομε νὰ προσδιορίσωμε. Ἡ ἄμεσος μέτρησις ὅμως δὲν εἶναι πάντοτε ἐφικτή. Εἰς ὡρισμένας περιπτώσεις δυσχεραίνεται ἢ παρεμποδίζεται τελείως ἀπὸ τὰς συνθήκας τοῦ ἐδάφους. Τότε συσχετίζομε τὴν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν L, ποὺ θέλομε νὰ προσδιορίσωμε, μὲ διάφορα ἄλλα μεγέθη, μετροῦμε τὰ μεγέθη αὐτὰ καὶ εὑρίσκομε τὸ L κατόπιν ὑπολογισμοῦ. Ἡ συσχέτισις γίνεται μὲ καταλλήλους γεωμετρικὰς ἢ τριγωνομετρικὰς σχέσεις. Ἐξ ἄλλου τὰ μεγέθη, μὲ τὰ ὁποῖα συσχετίζεται τὸ L, εἶναι εἴτε μόνον ὁριζόντιαι ἀποστάσεις εἰς τὴν περίπτωσιν γεωμετρικῶν σχέσεων, εἴτε ὁριζόντιαι ἀποστάσεις καὶ ὁριζόντιαι γωνίαι εἰς τὴν περίπτωσιν τριγωνομετρικῶν. Ἐννοεῖται ὅτι αἱ ἐν λόγῳ ὁριζόντιαι ἀποστάσεις παρέχουν τὴν δυνατότητα νὰ μετρηθοῦν ἀμέσως. Αὐτοῦ τοῦ εἴδους ἡ μέτρησις ὀνομάζεται *ἔμμεσος*, διότι μεσολαβεῖ ἡ ἄμεσος μέτρησις ἄλλων μεγεθῶν.

Ἂς ἐξετάσωμε κατ' ἀρχὰς τὸ πρῶτον εἶδος μετρήσεως. Τρεῖς εἶναι οἱ κύριοι τρόποι, μὲ τοὺς ὁποίους γίνεται μία ἄμεσος μέτρησις :

α) *Ἡ μέτρησις διὰ κανόνων*, β) *ἡ μέτρησις διὰ μετροταινιῶν καὶ μετροσυρμάτων* καὶ γ) *ἡ ὀπτικὴ μέτρησις*.

Ὁ πρῶτος τρόπος εἶχε κατὰ τὸ παρελθὸν πολὺ μεγαλυτέραν έφαρμογήν άπό ὅ,τι ἔχει σήμερον. Ἐφηρμόζετο εἰς τὰς περιπτώσεις, ὅπου ἐχρειάζετο μεγάλη ἀκρίβεια μετρήσεως. Μὲ τὴν πρόοδον τῆς τεχνικῆς ὅμως κατέστη δυνατὸν νὰ κάνωμε ἐξ ἴσου ἀκριβεῖς μετρήσεις, ἂν ὄχι καὶ ἀκριβεστέρας, καὶ μὲ τοὺς ἄλλους δύο τρόπους. Καὶ ἐπειδή, ὅταν ἀκολουθοῦμε τοὺς τρόπους αὐτούς, ἰδίως μάλιστα τὸν τρίτον, αἱ μετρήσεις γίνονται πολὺ ταχύτερον καὶ μὲ ὀλιγώτερον κόπον, ὁ πρῶτος τρόπος, δηλαδὴ ἡ μέτρησις διὰ κανόνων, ἔχει σχεδὸν ἐγκαταλειφθῆ. Σήμερον χρησιμοποιεῖται μόνον εἰς τοπογραφικὰς ἐργασίας δευτερευούσης σημασίας, ὅταν θέλωμε μὲν νὰ κάνωμε ἀκριβεῖς μετρήσεις, *δὲν διαθέτωμε ὅμως τὰ κατάλληλα τοπογραφικὰ ὄργανα*, ποὺ ἀπαιτοῦν οἱ ἄλλοι δύο τρόποι. Ἂς σημειωθῆ ὅτι τὰ ὄργανα αὐτὰ κοστίζουν πολὺ καὶ συνήθως δὲν διατίθενται ἀπὸ τὰ διάφορα τοπογραφικὰ συνεργεῖα. Σκόπιμον λοιπὸν εἶναι νὰ περιγράψωμε καὶ τὴν μέτρησιν διὰ κανόνων, ἔστω καὶ ἂν ἔχη περιορισθῆ ἡ χρῆσις της.

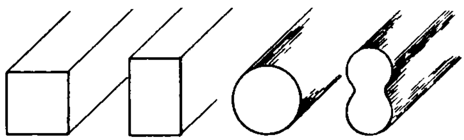
Ἐκτὸς ἀπὸ τοὺς τρεῖς τρόπους, ποὺ ἀνεφέραμε ἀνωτέρω, ὑπάρχουν καὶ ἄλλοι τρόποι ἀμέσου μετρήσεως, μὲ τοὺς ὁποίους μετροῦμε προχείρως μίαν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν. Οἱ τρόποι αὐτοὶ ἐξετάζονται εἰς τὸ κεφάλαιον 9.

Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο Ν 6

ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΟΡΙΖΟΝΤΙΩΝ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΝ ΔΙΑ ΚΑΝΟΝΩΝ

6·1 Ὄργανα μετρήσεως.

Κύρια ὄργανα τῆς μετρήσεως αὐτῆς εἶναι οἱ *κανόνες*, δηλαδὴ ξύλινοι πήχεις μήκους 2, 3, 4 ἢ 5 m διαφόρων διατομῶν, ὅπως τετραγωνικῆς (α), ὀρθογωνικῆς (β), κυκλικῆς (γ), ὀκτωειδοῦς (δ) (σχ. 6·1 α).



(α) (β) (γ) (δ)

Σχ. 6·1 α.

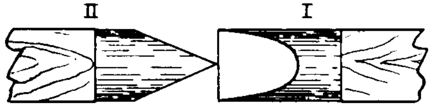
Οἱ κανόνες κατασκευάζονται ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον ἀπὸ ξύλον ἐλάτης καὶ χρωματίζονται ἀνὰ μέτρον, ἐναλλάξ, μὲ λευκὸν καὶ μαῦρον ἢ μὲ λευκὸν καὶ κόκκινον χρῶμα. Ὁ χρωματισμὸς ἔχει σκοπὸν νὰ προφυλάξη τὸ ξύλον ἀπὸ τὴν ὑγρασίαν, ἐνῶ ἡ ἐναλλαγὴ τῶν χρωμάτων ἀποβλέπει εἰς τὸ νὰ καταστήση εὐδιάκριτα τὰ ἀκέραια πολλαπλάσια τοῦ μέτρου.

Οἱ κανόνες ὑποδιαιροῦνται εἰς δέκατα τοῦ μέτρου μὲ χαλκίνους ἥλους.

Τὰ ἄκρα τῶν κανόνων προστατεύονται ἀπὸ τὴν φθορὰν μὲ εἰδικὰς ἀπολήξεις ἀπὸ σίδηρον ἢ χαλκόν. Αἱ ἀπολήξεις αὐταὶ εἶναι συνήθως σφηνοειδεῖς, ὥστε νὰ ἐπιτυγχάνεται τελειοτέρα ἐπαφὴ μεταξὺ τῶν κανόνων, ὅταν κατὰ τὴν μέτρησιν τοὺς τοποθετοῦμε τὸν ἕνα κατόπιν τοῦ ἄλλου (σχ. 6·1 β).

Λόγω τῶν ἀλλαγῶν τῶν ἀτμοσφαιρικῶν συνθηκῶν τὸ μῆκος τῶν κανόνων δὲν παραμένει ἐντελῶς σταθερόν. Διὰ τοῦτο πρέπει νὰ τὸ ἐλέγχωμε πρὶν ἀπὸ κάθε μέτρησιν. Κατὰ τὸν ἔλεγχον αὐτὸν προσδιορίζομε τὸ ἀληθὲς μῆκος τῶν κανόνων μὲ ἀκρίβειαν δεκάτου τοῦ mm. Μικροτέρα ἀκρίβεια θὰ εἶχε ὡς ἀποτέλεσμα νὰ διαπράξωμε σοβαρὰ λάθη κατὰ τὴν μέτρησιν.

Ἂς ἐξετάσωμε τώρα πῶς γίνεται ἡ μέτρησις μὲ τοὺς κανόνας. Ἔστω ὅτι θέλομε νὰ προσδιορίσωμε τὴν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν μεταξὺ τῶν σημείων Α καὶ Β. Ἐννοεῖται ὅτι θὰ ἔχῃ προηγηθῆ ἡ χάραξις τῆς εὐθυγραμμίας τῶν δύο σημείων. Κατὰ τὴν χάραξιν αὐτὴν ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο διαδοχικῶν ἀκοντίων τῆς εὐθυγραμμίας λαμβάνεται ἴση μὲ τέσσαρας ἕως πέντε φορὰς τὸ μῆκος τῶν κανόνων.



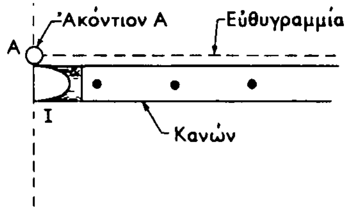
Σχ. 6·1 β.

Ὑπάρχουν δύο βασικαὶ περιπτώσεις μετρήσεων: α) Ἡ μέτρησις ἐπὶ ὁριζοντίου ἐδάφους καὶ β) ἡ μέτρησις ἐπὶ κεκλιμένου ἐδάφους. Καὶ εἰς τὰς δύο περιπτώσεις χρησιμοποιοῦμε ἕνα ζεῦγος κανόνων μὲ τὸ ἴδιον ὀνομαστικὸν μῆκος.

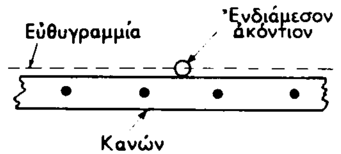
6·2 Μέτρησις ἐπὶ ὁριζοντίου ἐδάφους.

Τοποθετοῦμε ἐπὶ τοῦ ἐδάφους τὸν πρῶτον κανόνα εἰς τρόπον, ὥστε τὸ ἄκρον του I νὰ εὑρίσκεται παραπλεύρως τῆς αἰχμῆς τοῦ ἀκοντίου Α, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα 6·2α, καὶ ὅλος ὁ κανὼν νὰ εἶναι παράλληλος πρὸς τὴν εὐθυγραμμίαν. Αὐτὴ ἡ παραλληλία ἔχει σκοπόν, ὥστε τὰ ἐνδιάμεσα ἀκόντια τῆς εὐθυγραμμίας νὰ μὴ ἐμποδίζουν τὴν τοποθέτησιν τῶν κανόνων.

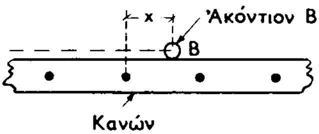
Κατόπιν τοποθετοῦμε τὸν δεύτερον κανόνα, ἀφοῦ φέρωμε εἰς ἐπαφὴν τὸ ἄκρον του I μὲ τὸ ἄκρον II τοῦ πρώτου (σχ. 6·1β). Ἂς σημειωθῆ ὅτι ὁ δεύτερος κανὼν παρουσιάζει διαφορετικὴν διαδοχὴν χρωμάτων ἐν σχέσει πρὸς τὸν πρῶτον. Ἐὰν δηλαδὴ τὰ ἄκρα τοῦ πρώτου κανόνος εἶναι κόκκινα, τοῦ δευτέρου θὰ εἶναι λευκά. Αὐτὴ ἡ διαφορὰ μᾶς διευκολύνει εἰς τὸ νὰ ὑπολογίζωμε μὲ πόσα μήκη κανόνος ἰσοῦται μία ἀπόστασις χωρὶς νὰ διαπράττωμε χονδροειδῆ σφάλματα. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον διανύομε ὁλόκληρον τὴν εὐθυγραμμίαν ἐναλλάσσοντες τοὺς δύο κανόνας καὶ διερχόμενοι παραπλεύρως ἀπὸ τὰς αἰχμὰς τῶν ἐνδιαμέσων ἀκοντίων, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα 6 · 2 β.



Σχ. 6 · 2 α.



Σχ. 6 · 2 β.



Σχ. 6 · 2 γ.

Ὅταν φθάσωμε εἰς τὸ τέλος Β, μετροῦμε τὴν ἀπόστασιν x μεταξὺ τῆς πλησιεστέρας ὑποδιαιρέσεως τοῦ κανόνος καὶ τοῦ σημείου Β (σχ. 6 · 2 γ) μὲ ἕνα βοηθητικὸν πῆχυν διηρημένον εἰς mm. Ἕνας τέτοιος πῆχυς εἶναι τὸ κοινὸν δίμετρον, τὸ ὁποῖον χρησιμοποιοῦν διὰ τὰς μετρήσεις μηκῶν οἱ διάφοροι τεχνῖται, ὅπως οἱ ξυλουργοί, οἱ κτίσται κλπ. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ὁλοκληρώνεται ἡ μέτρησις ἐπὶ ὁριζοντίου ἐδάφους.

Προκειμένου τώρα νὰ προσδιορίσωμε τὴν συνολικὴν ἀπόστασιν L τῶν δύο σημείων Α καὶ Β, λαμβάνομε ὑπ' ὄψιν τὰ πραγματικὰ μήκη μ_1 καὶ μ_2 τῶν δύο κανόνων, ὅπως καθωρίσθησαν κατὰ τὸν ἔλεγχόν των, τὸ μῆκος μ^*, ποὺ ἐμετρήθη ἐπὶ τοῦ τελευταίου κανόνος, καθὼς καὶ πόσας φορὰς ἐχρησιμοποιήθη καθ' ὅλον τὸ μῆκος του ὁ κάθε κανὼν (ἔστω ν_1 ὁ πρῶτος καὶ ν_2 ὁ δεύτερος), ὁπότε εὑρίσκομε:

$$L = \nu_1 \cdot \mu_1 + \nu_2 \cdot \mu_2 + \mu^*.$$

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα.

Ἔστωσαν:

$$\mu_1 = 5{,}001\,8\,\mathrm{m} \quad \nu_1 = 8 \quad \mu^* \doteq 3{,}229\,\mathrm{m}$$
$$\mu_2 = 5{,}000\,9\,\mathrm{m} \quad \nu_2 = 9.$$

Ἐὰν ἐφαρμόσωμε τὴν προηγουμένην σχέσιν θὰ ἔχωμε:

$$L = 8 \times 5{,}001\,8 + 9 \times 5{,}000\,9 + 3{,}229.$$

Διὰ νὰ διευκολυνθοῦμε εἰς τὰς πράξεις γράφομε τὴν ἰσότητα ὑπὸ τὴν μορφήν:

$$L = 17 \times 5{,}00 + 8 \times 0{,}001\,8 + 9 \times 0{,}000\,9 + 3{,}229$$

καὶ ἄρα: $L = 85{,}00 + 0{,}014\,4 + 0{,}0081 + 3{,}229 = 88{,}241\,5\,\mathrm{m}.$

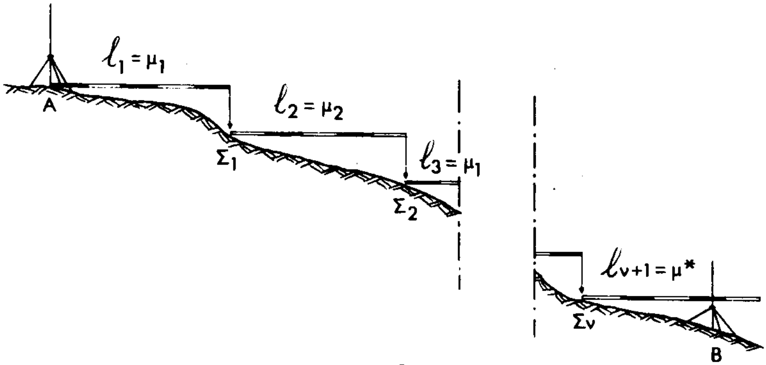
6·3 Μέτρησις ἐπὶ κεκλιμένου ἐδάφους.

Ὑπάρχουν τρεῖς διαφορετικαὶ μέθοδοι, μὲ τὰς ὁποίας δύναται νὰ γίνῃ μία μέτρησις διὰ κανόνων ἐπὶ κεκλιμένου ἐδάφους. *Ἡ μέθοδος κλιμακηδόν, ἡ μέθοδος δι' ἐπιθέσεως καὶ ἡ μέθοδος διακένου.* Θὰ τὰς ἐξετάσωμε τὴν κάθε μίαν χωριστά.

1. *Μέθοδος κλιμακηδόν.*

Τοποθετοῦμε ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας τὸν πρῶτον κανόνα, ὅπως εἰς τὴν περίπτωσιν ὁριζοντίου ἐδάφους, μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι δὲν τὸν ἀποθέτομε εἰς τὸ ἔδαφος, ἀλλὰ τὸν κρατοῦμε ὁριζόντιον. Ἡ ὁριζοντιότης τοῦ κανόνος ἐλέγχεται μὲ τὴν ἀεροστάθμην. Μετὰ τὴν ὁριζοντίωσιν κρεμοῦμε τὸ νῆμα τῆς στάθμης ἀπὸ τὴν ἀκμὴν τοῦ ἄκρου II τοῦ κανόνος καὶ ἐκεῖ, ὅπου ἡ αἰχμὴ τοῦ μεταλλικοῦ σώματος θὰ ἐγγίσῃ τὸ ἔδαφος, ὁρίζομε τὸ σημεῖον Σ_1 τῆς εὐθυγραμμίας (σχ. 6 · 3 α).

Ἐπαναλαμβάνομε τὴν ἰδίαν ἐργασίαν μὲ τὸν δεύτερον κανόνα, ἀφοῦ φέρωμε εἰς ἐπαφὴν τὸ ἄκρον Ι τοῦ κανόνος μὲ τὸ σημεῖον Σ_1. Αὐτὴν τὴν φορὰν ἡ αἰχμὴ τοῦ μεταλλικοῦ σώματος τοῦ νήματος τῆς στάθμης θὰ μᾶς ὁρίσῃ τὸ σημεῖον Σ_2 τῆς εὐθυγραμμίας. Κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον δι' ἐναλλαγῆς τῶν δύο κανόνων ὁρίζομε καὶ τὰ ὑπόλοιπα σημεῖα Σ τῆς εὐθυγραμμίας μέχρι καὶ τοῦ σημείου Σ_ν.



Σχ. 6·3 α.

Ἐὰν συγκρίνωμε τὰ σχήματα 5 · 1 δ καὶ 6 · 3 α, θὰ διαπιστώσωμε ὅτι τὰ σημεῖα Σ ἔχουν τὴν ἰδίαν σημασίαν καὶ εἰς τὰ δύο σχήματα. Αἱ ὁριζόντιαι ἀποστάσεις l_1, l_3, l_5, κλπ, δηλαδὴ τὰ l μὲ περιττὸν δείκτην, ἰσοῦνται μὲ τὸ μῆκος τοῦ πρώτου κανόνος, ἐνῶ αἱ ὁριζόντιαι ἀποστάσεις l_2, l_4, l_6, κλπ., δηλαδὴ τὰ l μὲ ἄρτιον δείκτην, ἰσοῦνται μὲ τὸ μῆκος τοῦ δευτέρου κανόνος. Τέλος ἡ ὁριζοντία ἀπόστασις $l_{\nu+1}$ μεταξὺ τοῦ τελευταίου σημείου Σ_ν καὶ τοῦ ἄκρου Β τῆς εὐθυγραμμίας μετρεῖται ἐπὶ τοῦ τελευταίου κανόνος, ὅπως εἰς τὴν περίπτωσιν ὁριζοντίου ἐδάφους, καὶ ἰσοῦται μὲ μ^*.

Ἡ συνολικὴ ἀπόστασις L, δηλαδὴ ἡ ὁριζοντία ἀπόστασις τῶν δύο ἄκρων Α καὶ Β τῆς εὐθυγραμμίας, θὰ δίδεται καὶ πάλιν ἀπὸ τὸν τύπον:

$$L = \nu_1 \cdot \mu_1 + \nu_2 \cdot \mu_2 + \mu^*,$$

ὅπου μ_1 καὶ μ_2 εἶναι τὰ μήκη τῶν δύο κανόνων ἀντιστοίχως, ἐνῶ τὰ ν_1 καὶ ν_2 σημαίνουν πόσας φορὰς ἐχρησιμοποιήθη ὁ κάθε κανὼν καθ' ὅλον τὸ μῆκος του.

Σχετικῶς μὲ τὴν ὁριζοντίωσιν τῶν κανόνων ἀναφέρομε ὅτι κανονικῶς ἡ ἀεροστάθμη θὰ πρέπει νὰ τοποθετῆται εἰς τὸ μέσον των. Ἐπειδὴ ὅμως τὸ μῆκος τῶν κανόνων εἶναι μικρὸν ἡ τοποθέτησις δύναται νὰ γίνεται καὶ εἰς οἱονδήποτε ἄλλο σημεῖον των.

2. *Μέθοδος δι' ἐπιθέσεως.*

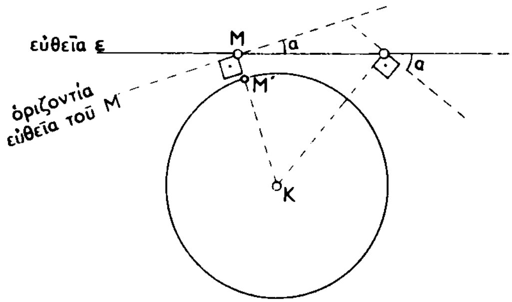
Προτοῦ περιγράψωμε τὴν μέθοδον αὐτήν, θὰ δώσωμε δύο ὁρισμούς:

Κατακόρυφον ἐπίπεδον μιᾶς εὐθείας ὀνομάζεται τὸ ἐπίπεδον, ποὺ σχηματίζουν ἡ εὐθεῖα καὶ τὸ κέντρον τοῦ γεωειδοῦς.

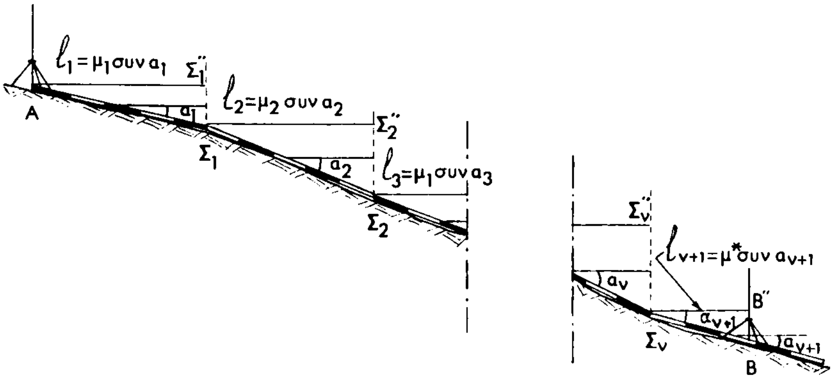
Γωνία κλίσεως α μιᾶς εὐθείας ε εἰς ἕνα σημεῖον της Μ ὀνομάζεται ἡ γωνία, ποὺ σχηματίζει ἡ εὐθεῖα ε καὶ ἡ ὁριζοντία εὐθεῖα τοῦ σημείου Μ, ποὺ κεῖται εἰς τὸ κατακόρυφον ἐπίπεδον τῆς ε. Τὸ σχῆμα 6·3β παριστᾶ τὸν μέγιστον κύκλον, κατὰ τὸν ὁποῖον τὸ κατακόρυφον ἐπίπεδον τῆς ε τέμνει τὸ γεωειδές. Ἀπὸ τὸ σχῆμα αὐτὸ εἶναι φανερὸν ὅτι ἡ γωνία κλίσεως α τῆς ε μεταβάλλεται εἰς τὰ διάφορα σημεῖα της.

Ἂς ἔλθωμε τώρα εἰς τὴν μέθοδον δι' ἐπιθέσεως. Ὅταν μεταχειριζώμεθα τὴν μέθοδον αὐτήν, ἀποθέτομε τοὺς κανόνας ἐπάνω εἰς τὸ ἔδαφος τὸν ἕνα μετὰ τὸν ἄλλον, ὅπως εἰς τὴν περίπτωσιν ὁριζοντίου ἐδάφους, ὁπότε τὰ σημεῖα Σ εἶναι τὰ ἄκρα τῶν κανόνων (σχ. 6·3γ).

Θεωροῦμε τὰς ὁριζοντίας εὐθείας τῶν μέσων τῶν κανόνων, ποὺ κεῖνται εἰς τὸ κατακόρυφον ἐπίπεδον τῶν σημείων Α καὶ Β, καθὼς καὶ τὰς εὐθείας $A\Sigma_1''$, $\Sigma_1\Sigma_2''$, $\Sigma_2\Sigma_3''$, $\Sigma_\nu B''$, ποὺ ἄγονται παραλλήλως πρὸς αὐτάς. Ἐπίσης θεωροῦμε τὰς κατακορύφους εἰς τὰ σημεῖα Σ_1, Σ_2, Σ_3, ..., B. Εἶναι φανερὸν ὅτι τὰ εὐθύγραμμα τμήματα $A\Sigma_1''$, $\Sigma_1\,\Sigma_2''$, $\Sigma_2\,\Sigma_3''$..., $\Sigma_\nu\,B''$ θὰ ἰσοῦνται μὲ τὰς ὁριζοντίας ἀποστάσεις l. Ἀφ' ἑτέρου λόγω τῶν μικρῶν ἀποστά-



Σχ. 6·3β.



Σχ. 6·3 γ.

σεων τῶν σημείων τῆς εὐθυγραμμίας ἠμποροῦμε νὰ δεχθοῦμε ὅτι τὰ τρίγωνα $A\Sigma_1''\Sigma_1$, $\Sigma_1\Sigma_2''\Sigma_2$, $\Sigma_2\Sigma_3''\Sigma_3$, ..., $\Sigma_\nu B''B$ εἶναι ὀρθογώνια. Συνεπῶς θὰ ἰσχύουν αἱ σχέσεις

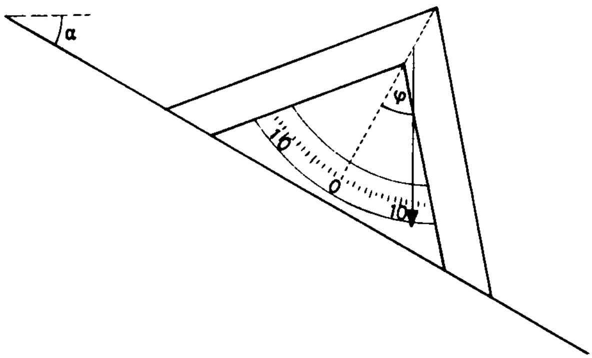
$$\begin{aligned} l_1 &= \mu_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha_1 \\ l_2 &= \mu_2 \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha_2 \\ l_3 &= \mu_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha_3 \\ l_4 &= \mu_2 \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha_4 \ \text{κλπ.} \\ \text{καὶ } l_{\nu+1} &= \mu^* \ \sigma\upsilon\nu\alpha_{\nu+1}\,, \end{aligned}$$

ὅπου α εἶναι αἱ γωνίαι κλίσεως τῶν κανόνων εἰς τὰ μέσα αὐτῶν.

Ἐὰν προσθέσωμε κατὰ μέλη τὰς σχέσεις αὐτάς, θὰ προκύψῃ ἡ ὁλικὴ ὁριζοντία ἀπόστασις τῶν σημείων Α καὶ Β:

$$L = \mu_1 \left(\text{συν}\alpha_1 + \text{συν}\alpha_3 + \text{συν}\alpha_5 + \ldots \right) + \mu_2 \left(\text{συν}\alpha_2 + \text{συν}\alpha_4 + \text{συν}\alpha_6 + \ldots \right) + \mu^* \, \text{συν}\alpha_{\nu+1} . \quad (1)$$

Ἡ μέτρησις τῶν γωνιῶν α γίνεται μὲ τὸ λεγόμενον *κλισίμετρον κανόνος*. Τὸ ὄργανον αὐτὸ εἶναι ἕνα ἰσοσκελὲς ξύλινον τρίγωνον, ποὺ φέρει μεταξὺ τῶν δύο ἴσων σκελῶν του ἕνα τόξον ὑποδιῃρημένον εἰς μοίρας καὶ ἕνα νῆμα τῆς στάθμης. Τὸ ὕψος τοῦ ἰσοσκελοῦς τριγώνου συμπίπτει μὲ τὴν ἀκτῖνα, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ μέσον τοῦ τόξου, ἐνῶ τὸ κέντρον τοῦ τόξου συμπίπτει μὲ τὸ σημεῖον ἀναρτήσεως τοῦ νήματος (σχ. 6·3δ).



Σχ. 6·3δ.

Ὅταν τὸ κλισίμετρον τοποθετηθῇ ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου κανόνος, ἡ γωνία φ, ποὺ θὰ σχηματίζῃ τὸ νῆμα τῆς στάθμης μὲ τὴν ἀκτῖνα τοῦ μέσου τοῦ τόξου, θὰ εἶναι ἴση πρὸς τὴν γωνίαν α, δεδομένου ὅτι αἱ δύο γωνίαι ἔχουν τὰς πλευρὰς των καθέτους. Ἐξ ἄλλου, ἐπειδὴ τὸ μέσον τοῦ βαθμολογημένου τόξου συμπίπτει μὲ τὸ μηδὲν τῆς βαθμολογίας, ἔπεται ὅτι ἡ τιμὴ τῆς γωνίας φ δίδεται ἀπὸ τὴν ὑποδιαίρεσιν τοῦ τόξου, ἔμπροσθεν τῆς ὁποίας ἀκινητεῖ τὸ νῆμα. Ἄρα ἡ ἰδία ὑποδιαίρεσις μᾶς δίδει καὶ τὴν τιμὴν τῆς γωνίας α.

Κανονικῶς τὸ κλισίμετρον πρέπει νὰ τοποθετῆται εἰς τὸ μέσον τοῦ κανόνος, ὥστε νὰ μᾶς δίδῃ τὴν πραγματικὴν τιμὴν τῆς γωνίας α. Λόγω ὅμως τοῦ μικροῦ μήκους τοῦ κανόνος ἡ γωνία α δὲν μεταβάλλεται, εἰς οἱονδήποτε σημεῖον τοῦ κανόνος καὶ ἐὰν τοποθετηθῇ τὸ κλισίμετρον.

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα.

Εἰς μέτρησιν δι' ἐπιθέσεως ἐπὶ κεκλιμένου ἐδάφους ἐχρησιμοποιήθησαν 6 φορὰς ὁ πρῶτος κανὼν καὶ 5 ὁ δεύτερος. Δηλαδὴ $\nu_1 = 6$ καὶ $\nu_2 = 5$. Ἀφ' ἑτέρου προέκυψαν ἀπὸ τοὺς ἐλέγχους καὶ τὰς μετρήσεις:

$\mu_1 = 5{,}000\,8$ m	$\alpha_1 = 18^0\ 10'$	$\alpha_7 = 32^0\ 10'$
$\mu_2 = 5{,}001\,4$ m	$\alpha_2 = 27^0\ 50'$	$\alpha_8 = 28^0\ 40'$
$\mu^* = 2{,}816$ m	$\alpha_3 = 22^0\ 20'$	$\alpha_9 = 25^0\ 20'$
	$\alpha_4 = 16^0\ 10'$	$\alpha_{10} = 21^0\ 50'$
	$\alpha_5 = 24^0\ 40'$	$\alpha_{11} = 17^0\ 20'$
	$\alpha_6 = 19^0\ 30'$	$\alpha_{12} = 30^0\ 10'$.

Εὑρίσκομε πρῶτον τὰ συνημίτονα τῶν γωνιῶν α ἀπὸ τοὺς πίνακας τῶν Φυσικῶν Τριγωνομετρικῶν Ἀριθμῶν. Ἔπειτα ἀναγράφομε χωριστὰ τὰ συνημίτονα τῶν γωνιῶν μὲ περιττὸν δείκτην ἀπὸ τὰ συνημίτονα τῶν γωνιῶν μὲ ἄρτιον δείκτην.

Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἔχομε:

$$\begin{aligned}
\text{συν}\alpha_1 &= 0{,}950\\
\text{συν}\alpha_3 &= 0{,}925\\
\text{συν}\alpha_5 &= 0{,}909\\
\text{συν}\alpha_7 &= 0{,}845\\
\text{συν}\alpha_9 &= 0{,}904\\
\text{συν}\alpha_{11} &= 0{,}955
\end{aligned}$$

$$\text{Ἄρα}\quad \text{συν}\alpha_1 + \text{συν}\alpha_3 + \ldots + \text{συν}\alpha_{11} = 5{,}488$$

Ὁμοίως ἔχομε:

$$\begin{aligned} \sigma\upsilon\nu\alpha_2 &= 0{,}884 \\ \sigma\upsilon\nu\alpha_4 &= 0{,}960 \\ \sigma\upsilon\nu\alpha_6 &= 0{,}043 \\ \sigma\upsilon\nu\alpha_8 &= 0{,}877 \\ \sigma\upsilon\nu\alpha_{10} &= 0{,}928 \end{aligned}$$

Καὶ συνεπῶς $\sigma\upsilon\nu\alpha_2 + \sigma\upsilon\nu\alpha_4 + \ldots + \sigma\upsilon\nu\alpha_{10} = 4{,}592$

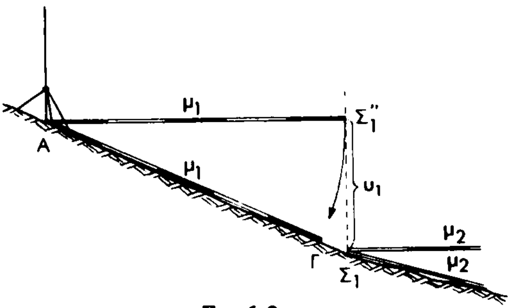
Ἐξ ἄλλου: $\sigma\upsilon\nu\alpha_{12} = 0{,}865$.

Ἑπομένως, ἐὰν ἐφαρμόσωμε τὴν σχέσιν (1) προκύπτει:

$$L = 5{,}000\,8 \times 5{,}488 + 5{,}001\,4 \times 4{,}592 + 2{,}816 \times 0{,}865 =$$
$$27{,}444 + 22{,}967 + 2{,}336 = 52{,}747 \text{ m}.$$

3. Μέθοδος διακένου.

Ἡ μέθοδος διακένου ὁμοιάζει εἰς τὰς γενικὰς γραμμὰς πρὸς τὴν μέθοδον κλιμακηδόν. Διαφέρει μόνον κατὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν ἐνδιαμέσων σημείων Σ. Ὅταν ἐφαρμόσωμε τὴν μέθοδον αὐτήν, τοποθετοῦμε τὸν πρῶτον κανόνα ὁριζόντιον, ὅπως εἰς τὴν μέθοδον κλιμακηδόν, καὶ μετροῦμε τὸ ὕψος υ_1 τοῦ ἄκρου II τοῦ



Σχ. 6·3 ε.

κανόνος ἀπὸ τὸ ἔδαφος (σχ. 6 · 3 ε). Ἡ μέτρησις τοῦ ὕψους ἀρκεῖ νὰ γίνῃ μὲ προσέγγισιν δεκάτου τοῦ μέτρου. Ἔπειτα χαμηλώνομε τὸν κανόνα καὶ τὸν ἀποθέτομε εἰς τὸ ἔδαφος, ὅπως κάνομε εἰς τὴν μέθοδον δι' ἐπιθέσεως. Ἔστω Γ ἡ νέα θέσις τοῦ ἄκρου II τοῦ κανόνος. Ἀποδεικνύεται ὅτι ἡ ἀπόστασις $x_1 = \Gamma\Sigma_1$ τοῦ ἄκρου II τοῦ κανόνος ἀπὸ τὸ σημεῖον Σ_1, ποὺ θέλομε νὰ προσδιορίσωμε, ἐκφράζεται εἰς mm μὲ τὸ τετράγωνον τοῦ υ_1, ὅταν τὸ υ_1 ἐκφράζεται εἰς δέκατα τοῦ m καὶ τὸ μῆκος τοῦ κανόνος εἶναι 5 m.

Ἡ ἀπόδειξις γίνεται ὡς ἑξῆς: Ἀπὸ τὸ ὀρθογώνιον τρίγωνον $A\Sigma_1''\Sigma_2$ προκύπτει: $\mu_1^2+\upsilon_1^2=(\mu_1+x_1)^2$. Ἐκτελοῦμε τὰς πράξεις εἰς τὸ δεύτερον μέλος τῆς ἰσότητος καὶ ἔχομε:

$$\mu_1^2+\upsilon_1^2=\mu_1^2+x_1^2+2\mu_1 x_1.$$

Κάνομε ἀναγωγὴν ὁμοίων ὅρων καὶ καταλήγομε εἰς τὴν σχέσιν:

$$\upsilon_1^2=x_1^2+2\mu_1\cdot x_1.$$

Παραλείπομε τὸ x_1^2 ὡς ἀμελητέαν ποσότητα καὶ θέτομε ὅπου μ_1 τὸ 5, ὁπότε λαμβάνομε $x_1=\frac{\upsilon_1^2}{10}$. Ἡ σχέσις αὐτὴ μᾶς δίδει τὸ x_1 εἰς μέτρα, ὅταν καὶ τὸ υ_1 δίδεται εἰς μέτρα. Ἡ σχέσις ὅμως γράφεται καὶ ὡς ἑξῆς: $1\,000 x_1=(10\upsilon_1)^2$. Ἄρα τὸ x_1 εἰς mm ἰσοῦται μὲ τὸ υ_1^2, ὅταν τὸ υ_1 ἐκφρασθῇ εἰς δέκατα τοῦ m.

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα.

Ἔστω $\upsilon_1=93$ cm, ἤτοι 9 δέκατα τοῦ μέτρου.

Ἄρα $x_1=9^2=81$ mm. Αὐτὸ σημαίνει ὅτι τὸ σημεῖον Σ_1 θὰ ὁρισθῇ ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας AB καὶ εἰς ἀπόστασιν 81 mm ἀπὸ τὸ ἄκρον II τοῦ κανόνος μετὰ τὴν ἀπόθεσίν του.

Διὰ νὰ προσδιορίσωμε τὸ σημεῖον Σ_2 κάνομε τὴν ἰδίαν ἐργασίαν μὲ τὸν δεύτερον κανόνα κ.ο.κ. Τελικῶς ἡ ὁλικὴ ὁριζοντία ἀπόστασις L προκύπτει ἀπὸ τὸν τύπον:

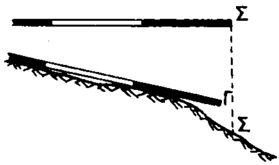
$$L=\nu_1\cdot\mu_1+\nu_2\cdot\mu_2+\mu^*,$$

ὅπου τὰ μ_1, μ_2, μ^*, ν_1 καὶ ν_2 ἔχουν τὴν ἰδίαν σημασίαν, ὅπως εἰς τὴν μέθοδον κλιμακηδόν.

4. *Σύγκρισις τῶν τριῶν μεθόδων.*

Γενικῶς ἡ μέθοδος δι' ἐπιθέσεως παρέχει μικροτέραν ἀκρίβειαν μετρήσεως ἀπὸ τὰς ἄλλας μεθόδους, διότι αἱ γωνίαι α μετροῦνται μὲ σχετικὴν προσέγγισιν καὶ συνεπῶς αἱ ὁριζόντιαι ἀποστάσεις l (σχ. 6·3 γ) δὲν ὑπολογίζονται ἀκριβῶς. Τὴν ἐφαρμόζομε ὅμως κατ' ἀνάγκην, ὅταν ἡ κλίσις τῆς εὐθυγραμμίας εἶναι μεγάλη, ὁπότε οὔτε τὸ νῆμα τῆς στάθμης ἀπὸ τὸ ἄκρον τοῦ κανόνος (μέθοδος κλιμακηδὸν) ἠμποροῦμε νὰ ἀναρτήσωμε, οὔτε τὰ ὕψη υ τοῦ ἄκρου τοῦ κανόνος ἀπὸ τὸ ἔδαφος (μέθοδος διακένου) ἠμποροῦμε νὰ μετρήσωμε.

Συγκρίνομε τώρα τὰς ἄλλας δύο μεθόδους μεταξύ των. Γενικῶς ἡ μέθοδος κλιμακηδὸν εἶναι προτιμοτέρα ἀπὸ τὴν μέθοδον διακένου διὰ τοὺς ἑξῆς λόγους: α) Ἀπαιτεῖ μίαν μόνον εὐθυγράμμισιν τοῦ κάθε κανόνος, ἐνῶ ἡ μέθοδος διακένου ἀπαιτεῖ δύο. β) Μικρὸν σφάλμα ὁριζοντιώσεως τῶν κανόνων κατὰ τὴν μέθοδον κλιμακηδὸν ἔχει ὡς συνέπειαν ἀσήμαντον σφάλμα εἰς τὸν προσδιορισμὸν τῶν σημείων Σ. Ἀντιθέτως μικρὸν σφάλμα ὁριζοντιώσεως τῶν κανόνων κατὰ τὴν μέθοδον διακένου ἐνδέχεται νὰ ἔχῃ ὡς συνέπειαν σημαντικὸν σφάλμα εἰς τὸν προσδιορισμὸν τῶν σημείων Σ. γ) Ὅταν τὸ ἔδαφος παρουσιάζῃ τὴν ἀνωμαλίαν τοῦ σχήματος 6·3 ζ, ἡ ἀπόστασις x δὲν λαμβάνεται ἐπὶ τῆς προεκτάσεως τοῦ κανόνος εἰς τὴν κεκλιμένην θέσιν, ὅπως ἀπαιτεῖται, καὶ



Σχ. 6·3 ζ.

συνεπῶς τὸ ἀντίστοιχον σημεῖον Σ δὲν προσδιορίζεται ἀκριβῶς. Ἡ μέθοδος διακένου ὅμως ἐφαρμόζεται, ὅταν δὲν εἶναι δυνατὴ ἡ ἀκριβὴς ἐφαρμογὴ τῆς μεθόδου κλιμακηδόν. Αὐτὸ π.χ. συμβαίνει, ὅταν φυσᾶ δυνατὸς ἄνεμος καὶ δὲν ἠρεμῇ ἐντελῶς τὸ νῆμα τῆς στάθμης ποὺ κρεμοῦμε ἀπὸ τὸ ἄκρον τοῦ κανόνος.

6 · 4 Ἀκρίβεια μετρήσεως.

Διὰ νὰ γίνῃ μία μέτρησις διὰ κανόνων μὲ τὴν δέουσαν ἀκρίβειαν πρέπει νὰ ὑπάρχουν αἱ ἑξῆς προϋποθέσεις·

α) Τὰ ἀκόντια, μὲ τὰ ὁποῖα ὁρίζεται ἡ εὐθυγραμμία, νὰ εὑρίσκωνται ἀκριβῶς ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας καὶ νὰ εἶναι κατακόρυφα.

β) Νὰ γνωρίζωμε τὸ ἀκριβὲς μῆκος τῶν κανόνων.

γ) Τὰ βοηθητικὰ ὄργανα μετρήσεως, δηλαδὴ τὸ νῆμα τῆς στάθμης, ἀεροστάθμη, κλπ. νὰ πληροῦν τὰς ἀπαιτουμένας συνθήκας ἀκριβείας.

δ) Ἡ μέτρησις νὰ διεξάγεται ὑπὸ καλὰς καιρικὰς συνθήκας.

Ὑπὸ τὰς προϋποθέσεις αὐτὰς καὶ ἐφ' ὅσον φυσικὰ τὸ προσωπικόν, ποὺ διεξάγει τὴν μέτρησιν, καταβάλλῃ τὴν δέουσαν προσοχὴν καὶ εἶναι ὅσον χρειάζεται ἐξησκημένον, ἐπιτυγχάνεται ἀκρίβεια μετρήσεως μέχρι 2 cm ἀνὰ 100 m. Αὐτὸ σημαίνει ὅτι διὰ μίαν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν 100 m τὸ λάθος μετρήσεως δύναται νὰ περιορισθῇ μέχρι 2 cm.

Ἡ μέτρησις μιᾶς ὁριζοντίας ἀποστάσεως δὲν γίνεται μίαν μόνον φοράν. Ἀναλόγως τῆς σημασίας τῆς μετρήσεως καὶ τῆς ἀκριβείας, ποὺ θέλομε νὰ ἐπιτύχωμε, ἐπαναλαμβάνεται δύο ἕως πέντε καὶ ἓξ φοράς.

Τελικῶς λαμβάνεται ὁ μέσος ὅρος τῶν διαδοχικῶν μετρήσεων. Ἡ κάθε νέα μέτρησις γίνεται μὲ τὴν ἀντίθετον κατεύθυνσιν τῆς προηγουμένης.

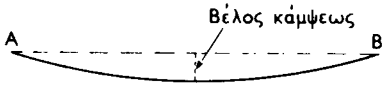
ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 7

ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΟΡΙΖΟΝΤΙΩΝ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΝ ΔΙΑ ΜΕΤΡΟΤΑΙΝΙΩΝ ΚΑΙ ΜΕΤΡΟΣΥΡΜΑΤΩΝ

7·1 Βέλος κάμψεως. Συντελεστὴς διαστολῆς.

Ὁ τρόπος μετρήσεως αὐτὸς στηρίζεται εἰς τὰς ἑξῆς παρατηρήσεις καὶ σκέψεις:

Ἐὰν τεντώσωμε μίαν μεταλλικὴν ταινίαν ἢ ἕνα μεταλλικὸν σύρμα μήκους μ, ἡ κατ' εὐθεῖαν ἀπόστασις μεταξὺ τῶν ἄκρων Α καὶ Β τῆς ταινίας ἢ τοῦ σύρματος, δηλαδὴ τὸ μῆκος λ τῆς χορδῆς ΑΒ, θὰ εἶναι πάντοτε μικρότερον ἀπὸ τὸ μ. Αὐτὸ συμβαίνει, διότι τὸ σύρμα ἢ ἡ ταινία ἔχουν κάποιο βάρος καὶ συνεπῶς, μὲ ὅσην δύναμιν καὶ ἂν τεντωθοῦν, θὰ ἐμφανίσουν κάποιο «βέλος κάμψεως» (σχ. 7·1 α). Ὅσον μικρότερον εἶναι αὐτὸ τὸ βέλος,



Σχ. 7·1 α.

δηλαδὴ ὅσον ἰσχυρότερον εἶναι τὸ τέντωμα, τόσον μικροτέρα θὰ εἶναι ἡ διαφορὰ μ — λ.

Ἂς ὑποθέσωμε τώρα ὅτι τεντώνομε πολλὰς φορὰς μίαν ταινίαν ἢ ἕνα σύρμα μὲ τὴν ἰδίαν δύναμιν Δ. Ἀφοῦ τὸ μῆκος μ παραμένει σταθερόν, ἕπεται ὅτι θὰ προκύπτη πάντοτε τὸ ἴδιο λ. Αὐτὸ ὅμως δὲν συμβαίνει ἀπολύτως. Τὸ μ μεταβάλλεται ἀναλόγως πρὸς τὴν μεταβολὴν τῆς θερμοκρασίας τοῦ περιβάλλοντος. Ὅσον δηλαδὴ αὐξάνεται ἡ θερμοκρασία τοῦ περιβάλλοντος, τόσον αὐξάνεται καὶ τὸ μ λόγω τοῦ φαινομένου τῆς διαστολῆς. Ἀντιθέτως, ὅσον ἡ θερμοκρασία ἐλαττοῦται, τόσον ἐλαττοῦται καὶ τὸ μ λόγω τοῦ φαινομένου τῆς συστολῆς.

Τὰς μεταβολὰς τοῦ μήκους μ ἐν σχέσει πρὸς τὰς μεταβολὰς τῆς θερμοκρασίας τοῦ περιβάλλοντος εἶναι δυνατὸν νὰ τὰς γνωρίζωμε ἐκ τῶν προτέρων, ἀρκεῖ νὰ γνωρίζωμε τὸν λεγόμενον *συντελεστὴν διαστολῆς* τοῦ ὑλικοῦ, ἀπὸ τὸν ὁποῖον εἶναι κατεσκευασμένη ἡ ταινία ἢ τὸ σύρμα. Συντελεστὴς διαστολῆς ἑνὸς ὑλικοῦ σημαίνει κατὰ πόσον ἐπιμηκύνεται ἢ ἐπιβραχύνεται μία ράβδος ἀπὸ τὸ ὑλικὸν αὐτὸ μήκους ἑνὸς μέτρου, ἐὰν ἡ θερμοκρασία του περιβάλλοντος αὐξηθῇ ἢ ἐλαττωθῇ κατὰ ἕνα βαθμόν. Μὲ ἄλλα λόγια ἐὰν κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμήν, ποὺ τεντώνομε τὴν ταινίαν ἢ τὸ σύρμα, μετρήσωμε μὲ ἕνα θερμόμετρον τὴν θερμοκρασίαν τοῦ περιβάλλοντος, εἶναι δυνατὸν νὰ προσδιορίσωμε τὸ ἀκριβὲς μῆκος μ. Ἀφ' ἑτέρου, ἐὰν γνωρίζωμε τὴν ἔντασιν τῆς δυνάμεως Δ, μὲ τὴν ὁποίαν γίνεται τὸ τέντωμα, εἶναι δυνατὸν νὰ προσδιορίσωμε τὸ ἀντίστοιχον λ.

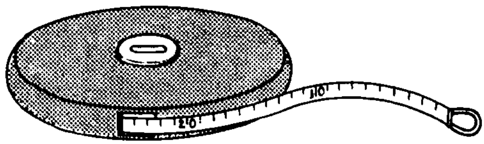
Μὲ βάσιν τὰς ἀνωτέρω παρατηρήσεις καὶ σκέψεις ἐφαρμόζομε δύο διαφορετικοὺς τρόπους μετρήσεως μὲ μετροταινίας καὶ μετροσύρματα. Ὁ πρῶτος ἐφαρμόζεται, ὅταν κάνωμε μέτρησιν μικρᾶς ἢ μέσης ἀκριβείας. Ὁ δεύτερος ἐφαρμόζεται, ὅταν κάνωμε μέτρησιν μεγάλης ἀκριβείας. Προηγουμένως πρέπει νὰ διευκρινίσωμε ὅτι εἰς ὅλας τὰς περιπτώσεις χρησιμοποιοῦμε κυρίως τὰς μετροταινίας. Τὰ μετροσύρματα ἔχουν πολὺ περιωρισμένην χρῆσιν καὶ μάλιστα μόνον εἰς τὰς μετρήσεις μεγάλης ἀκριβείας.

7·2 Μετρήσεις μικρᾶς καὶ μέσης ἀκριβείας. Ὄργανα μετρήσεως.

Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν προσπαθοῦμε νὰ τεντώσωμε τὴν μετροταινίαν ὅσον τὸ δυνατὸν περισσότερον, ὥστε τὸ μῆκος λ τῆς χορδῆς ΑΒ (σχ. 7·1 α) νὰ ἰσοῦται μὲ μεγάλην προσέγγισιν μὲ τὸ μῆκος μ τῆς ταινίας. Φυσικὰ ἡ διαφορὰ μ — λ δὲν θὰ μηδενισθῇ ποτέ, ἀλλὰ αὐτὸ δὲν εἶναι σημαντικὸν διὰ τὴν ἀκρίβειαν, ποὺ ἐπιδιώκομε. Ἐξ ἄλλου κατὰ τὸ τέντωμα παρατηρεῖται μία μικρὰ ἐπιμήκυνσις τῆς ταινίας, ποὺ ἐξουδετερώνει ἕνα μέρος τῆς διαφορᾶς $\mu - \lambda$.

Αἱ μετροταινίαι, μὲ τὰς ὁποίας γίνεται μία τέτοια μέτρησις, εἶναι δύο εἰδῶν: Πάνιναι καὶ χαλύβδιναι. Αἱ πάνιναι ἔχουν πολὺ περιωρισμένην χρῆσιν εἰς τὴν Τοπογραφίαν, διότι καὶ φθείρονται εὐκόλως καὶ παραμορφώνονται ἀπὸ τὰ πολλὰ τεντώματα. Ἀντιθέτως αἱ χαλύβδιναι παρουσιάζουν μεγάλην ἀντοχὴν καὶ εἰς τὴν φθορὰν καὶ εἰς τὴν παραμόρφωσιν.

Αἱ μετροταινίαι τῆς κατηγορίας αὐτῆς ἔχουν ὁλικὸν μῆκος ἀπὸ 10 ἕως 30 m, πολλαπλάσιον τοῦ 5, καὶ φέρουν χαραγμένας εἰς τὰς δύο ὄψεις των διαιρέσεις τοῦ 1 cm. Τὰ ἀκέραια μέτρα καὶ τὰ δέκατα τοῦ μέτρου εἶναι ἐπισημασμένα μὲ ἀριθμούς. Περιτυλίσσονται συνήθως μέσα εἰς μίαν θήκην (σχ. 7·2α) μὲ τὴν βοή-



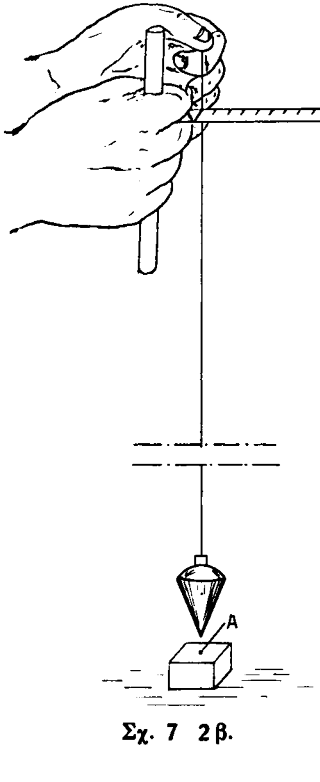
Σχ. 7·2α.

θειαν μιᾶς περιστροφικῆς λαβῆς. Τὸ ξετύλιγμα γίνεται, ἐὰν τραβήξωμε τὸ ἐλεύθερον ἄκρον τῆς ταινίας πρὸς τὰ ἔξω. Ἔχομε ὅμως τὴν δυνατότητα νὰ σταματήσωμε τὸ ξετύλιγμα τῆς ταινίας, ἔστω καὶ ἐὰν ἐξακολουθοῦμε νὰ τὴν τραβοῦμε πρὸς τὰ ἔξω, χάρις εἰς ἕνα εἰδικὸν μηχανισμόν. Αὐτὸ διευκολύνει τὸ τέντωμα τῆς ταινίας, ὅταν κατὰ τὰς μετρήσεις χρειάζεται, ὅπως θὰ ἴδοῦμε, νὰ μεταβάλλωμε τὸ μῆκος της.

Τὸ ἐλεύθερον ἄκρον τῆς ταινίας καταλήγει εἰς ἕνα κρίκον, πού χρησιμεύει καὶ πάλιν εἰς τὸ νὰ διευκολύνη τὸ τέντωμα. Περνοῦμε δηλαδὴ μέσα ἀπὸ τὸν κρίκον μίαν μικρὰν ράβδον ἀπὸ ξύλον ἢ σίδηρον καὶ τὴν χρησιμοποιοῦμε ὡς λαβήν.

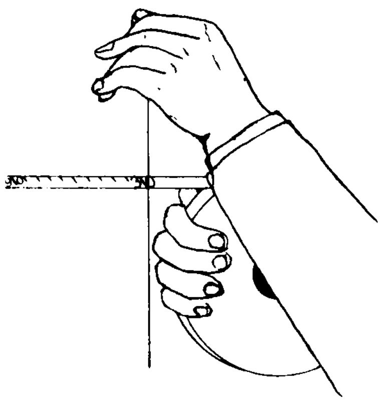
Ἂς ἴδοῦμε τώρα πῶς γίνεται ἡ μέτρησις τῆς ὁριζοντίας ἀποστάσεως δύο σημείων, ἔστω τῶν Α καὶ Β. Ἂς ὑποθέσωμε ὅτι ἡ ἀπόστασις αὐτὴ εἶναι κατὰ πολὺ μεγαλυτέρα ἀπὸ τὸ μῆκος μ τῆς ταινίας.

Ἡ μέτρησις γίνεται ἀπὸ δύο μετρητάς, ποὺ ὁ καθείς των εἶναι ἐφωδιασμένος μὲ ἕνα νῆμα τῆς στάθμης. Ὁ πρῶτος κρατεῖ τὸ ἐλεύθερον ἄκρον τῆς ταινίας καὶ συγκεκριμένως τὴν ράβδον, ποὺ χρησιμεύει ὡς λαβή, καὶ τοποθετεῖται ἐπάνω ἀπὸ τὸ σημεῖον Α.



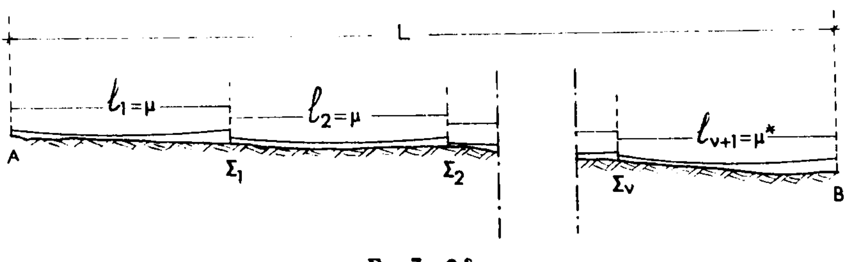
Σχ. 7 2β.

Ὁ δεύτερος κρατεῖ τὴν ταινίαν ἀπὸ τὴν θήκην της καὶ κινεῖται ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας. Ὅταν ἐκτυλιχθῇ ὅλον τὸ μῆκος τῆς ταινίας, ἀκολουθεῖ τὸ τέντωμα, κατὰ τὸ ὁποῖον οἱ μετρηταὶ ἐπιδιώκουν ὁ μὲν πρῶτος νὰ κρατῇ τὸ νῆμα τῆς στάθμης ἐν ἐπαφῇ μὲ τὴν ἀρχὴ τῶν διαιρέσεων καὶ ἐπάνω ἀκριβῶς ἀπὸ τὸ σημεῖον Α (σχ. 7·2β), ὁ δὲ δεύτερος νὰ κρατῇ τὸ νῆμα τῆς στάθμης ἐν ἐπαφῇ μὲ τὸ τέλος τῶν διαιρέσεων καὶ νὰ εὑρίσκεται ἀκριβῶς ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας (σχ. 7·2γ). Καὶ οἱ δύο μετρηταὶ ἐπιδιώκουν *νὰ κρατοῦν τὴν ταινίαν ὁριζοντίαν*.



Σχ. 7·2γ.

Ὅταν τὸ τέντωμα φθάσῃ εἰς τὸ κατακόρυφον, ὁ δεύτερος μετρητὴς ἀφήνει τὸ μεταλλικὸν σῶμα τοῦ νήματος νὰ ἐγγίσῃ τὸ ἔδαφος καὶ προσδιορίζει ἔτσι τὸ πρῶτον ἐνδιάμεσον σημεῖον Σ, δηλαδὴ τὸ Σ_1 (σχ. 7·2δ).



Σχ. 7·2δ.

Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τοῦ Σ_2 ἀρκεῖ ὁ πρῶτος μετρητὴς νὰ μετακινηθῇ εἰς τὸ σημεῖον Σ_1 καὶ νὰ ἐπαναληφθῇ ἡ ἰδία ἐργασία. Ὁμοίως προσδιορίζονται καὶ τὰ ἄλλα ἐνδιάμεσα σημεῖα μέχρι καὶ τοῦ τελευταίου, δηλαδὴ τοῦ Σ_ν. Ἡ ὁριζοντία ἀπόστασις $l_{\nu+1}$ μεταξὺ τοῦ Σ_ν καὶ τοῦ ἄκρου B τῆς εὐθυγραμμίας θὰ εἶναι προφανῶς μικροτέρα τοῦ μήκους μ τῆς ταινίας. Πῶς ὅμως θὰ μετρηθῇ;

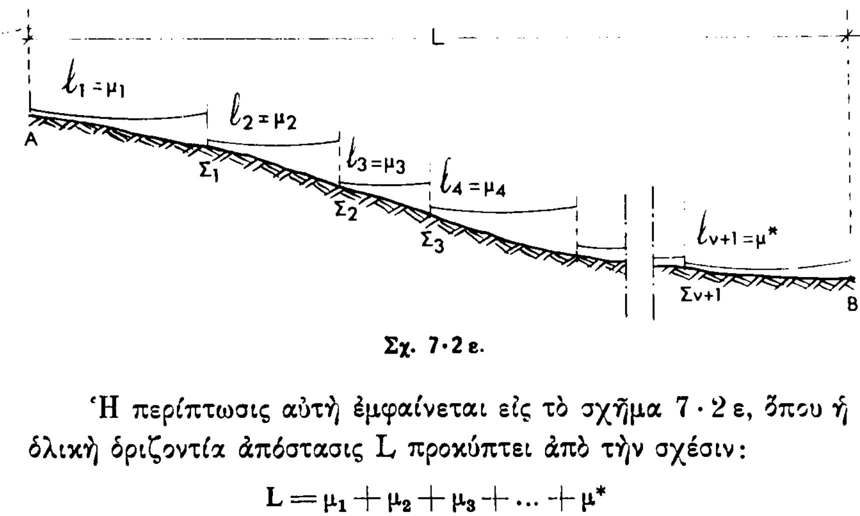
Αὐτὴν τὴν φορὰν ὁ δεύτερος μετρητὴς τοποθετεῖται εἰς τὴν προέκτασιν τῆς εὐθυγραμμίας, δηλαδὴ πέραν τοῦ σημείου B, καὶ περιτυλίσσει τὴν ταινίαν, ἕως ὅτου φθάσῃ εἰς τὸ B. Ὁ πρῶτος μετρητὴς ἔχει τοποθετηθῇ ἐν τῷ μεταξὺ ἐπάνω ἀπὸ τὸ σημεῖον Σ_ν. Κατὰ τὸ τέντωμα ὁ δεύτερος μετρητὴς ἐπιδιώκει νὰ κρατῇ τὸ νῆμα τῆς στάθμης ἐπάνω ἀπὸ τὸ κέντρον σημάνσεως τοῦ σημείου B. Ἡ διαίρεσις τῆς ταινίας, μὲ τὴν ὁποίαν θὰ συμπέσῃ τὸ ἄκρον τοῦ νήματος, θὰ μᾶς δώσῃ τὴν τελευταίαν τμηματικὴν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν $l_{\nu+1}$.

Ἡ ὁλικὴ ὁριζοντία ἀπόστασις L μεταξὺ τῶν σημείων A καὶ B θὰ προκύψῃ ἀπὸ τὴν σχέσιν:

$$L = \nu \cdot \mu + \mu^*,$$

ὅπου μ τὸ μῆκος τῆς ταινίας, μ^* ἡ διαίρεσις τῆς ταινίας, μὲ τὴν ὁποίαν συνέπεσε τὸ νῆμα τῆς στάθμης ἐπάνω ἀπὸ τὸ B, καὶ ν σημαίνει πόσας φορὰς ἐχρησιμοποιήθη ἡ ταινία καθ' ὅλον τὸ μῆκος της. Ἐννοεῖται ὅτι διὰ νὰ ὑπολογίσωμε τὸ L πρέπει νὰ γνωρίζωμε τὸ ἀκριβὲς μῆκος τῆς ταινίας, ποὺ τὸ ἐλέγχομε πρὶν ἀπὸ τὴν διεξαγωγὴν τῶν μετρήσεων μὲ κατάλληλα ὄργανα.

Ἀντιλαμβάνεται κανεὶς ὅτι ἡ ἀνωτέρω μέθοδος μετρήσεως, κατὰ τὴν ὁποίαν ἐκτυλίσσεται ὅλον τὸ μῆκος τῆς ταινίας, δύναται νὰ ἐφαρμοσθῇ, ὅταν τὸ ἔδαφος εἶναι σχεδὸν ὁριζόντιον ἢ ἔχῃ πολὺ μικρὰν κλίσιν, διότι τότε μόνον εἶναι δυνατὸν νὰ κρατοῦμε τὴν ταινίαν ὁριζοντίαν. Ἐὰν μάλιστα τὸ ἔδαφος εἶναι καὶ ὁριζόντιον καὶ ὁμαλόν, ἀποθέτομε κατὰ τὴν μέτρησιν τὴν ταινίαν ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, ὁπότε ἐξουδετερώνομε τὸ βέλος κάμψεως. Εἰς ὀρεινὰ ἐδάφη ὅμως, ὅπου ἡ κλίσις κατὰ μῆκος τῆς εὐθυγραμμίας εἶναι καὶ μεγάλη καὶ ποικίλη, ἀναγκαζόμεθα νὰ μετροῦμε μὲ μειωμένον μῆκος ταινίας. Ὅσον μάλιστα αὐξάνη ἡ κλίσις τῆς εὐθυγραμμίας μεταξὺ τῶν διαδοχικῶν σημείων Σ, τόσον ἐλαττοῦται τὸ μῆκος μ. Αὐτὸ ἔχει τὸ μειονέκτημα νὰ χρονοτριβοῦμε κατὰ τὴν μέτρησιν, ἔχει ὅμως καὶ τὸ πλεονέκτημα ὅτι λόγῳ τοῦ μειωμένου μήκους τῆς ταινίας τὸ τέντωμα εἶναι ἀποτελεσματικώτερον καὶ συνεπῶς ἡ μέτρησις γίνεται μὲ μεγαλυτέραν ἀκρίβειαν.



Σχ. 7·2 ε.

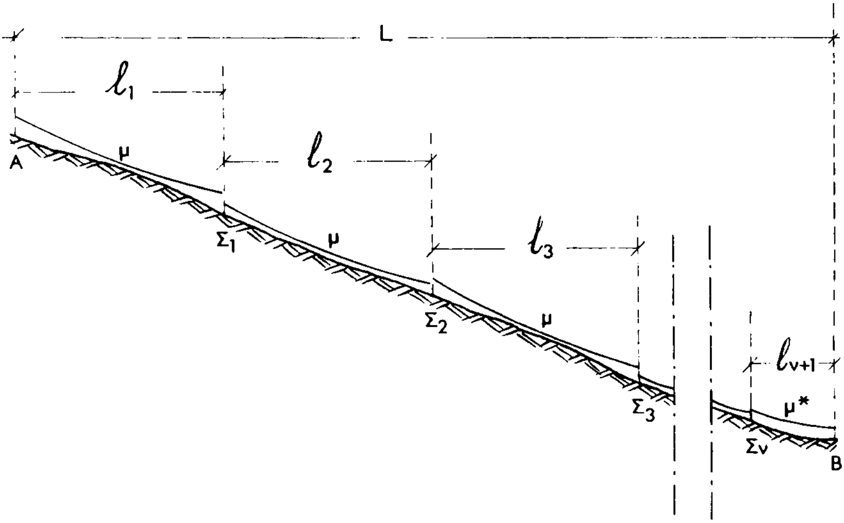
Ἡ περίπτωσις αὐτὴ ἐμφαίνεται εἰς τὸ σχῆμα 7 · 2 ε, ὅπου ἡ ὁλικὴ ὁριζοντία ἀπόστασις L προκύπτει ἀπὸ τὴν σχέσιν:

$$L = \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \ldots + \mu^*$$

Τὰ διάφορα μ εἶναι πάντοτε πολλαπλάσια τοῦ μέτρου. Ὡρισμένα μ ἐνδέχεται νὰ εἶναι ἴσα μεταξύ των.

Διὰ πολὺ μεγάλας κλίσεις τῆς εὐθυγραμμίας Α — Β εἶναι δυνατὸν νὰ ἐφαρμοσθῇ καὶ μία ἄλλη μέθοδος μετρήσεως.

Ἀντὶ νὰ κρατοῦμε τὴν ταινίαν ὁριζοντίαν, τὴν κρατοῦμε παράλληλον πρὸς τὴν κλίσιν τῆς εὐθυγραμμίας. Αὐτὸ ἐπιτυγχάνεται, ἐὰν κατὰ τὸ τέντωμα τὰ ἄκρα τῆς ταινίας ἀπέχουν ἐξ ἴσου ἀπὸ τὸ ἔδαφος (σχ. 7 · 2 ζ). Κατὰ τὰ ἄλλα ὁ προσδιορισμὸς τῶν ἐνδιαμέσων σημείων Σ γίνεται ὅπως εἰς τὴν περίπτωσιν πεδινοῦ ἐδάφους. Γεννᾶται ὅμως τὸ ἐρώτημα: Πῶς προσδιορίζονται αἱ ὁριζόντιαι ἀποστάσεις l, ἀφοῦ δὲν μετροῦνται ἀπ' εὐθείας;



Σχ. 7·2ζ.

Ἂς ἴδοῦμε πῶς γίνεται ὁ προσδιορισμὸς τῆς πρώτης τμηματικῆς ἀποστάσεως l_1, ὁπότε ἀνάλογα θὰ ἰσχύσουν καὶ διὰ τὰς ἄλλας.

Ἐὰν θεωρήσωμε τὴν ὁριζοντίαν εὐθεῖαν $A''\Sigma_1''$, ὅπου A'' συμπίπτει μὲ τὸ ἄκρον I τῆς μετροταινίας, καὶ τὴν κατακόρυφον τοῦ Σ_1, σχηματίζεται τὸ ὀρθογώνιον τρίγωνον $A''\Sigma_1''$II, ὅπου II τὸ ἄλλο ἄκρον τῆς μετροταινίας (σχ. 7·2η).

Εἰς τὸ τρίγωνον αὐτὸ γνωρίζομε τὴν ὑποτείνουσαν A''II, διότι ἰσοῦται (κατὰ προσέγγισιν φυσικὰ) μὲ τὸ μῆκος μ τῆς μετροταινίας.

Ἀφ' ἑτέρου ἡ κάθετος πλευρὰ Σ_1''II ἐκφράζει τὴν διαφορὰν τῶν ὑψομέτρων τῶν ἄκρων I καὶ II τῆς μετροταινίας ($\Sigma_1''\mathrm{II} = A''A' - \mathrm{II}\Sigma_1'$). Τὰ ἄκρα ὅμως I καὶ II ἔχουν τὴν ἰδίαν διαφορὰν ὑψομέτρων μὲ τὰ σημεῖα A καὶ Σ_1, λόγω τῆς ἰσότητος $A''A =$

$\Pi - \Sigma_1$. Ἄρα, ἂν δ_1 ἡ διαφορὰ ὑψομέτρου τῶν Α καὶ Σ_1, θὰ εἶναι:

$$\Sigma_1'' - \Pi = \delta_1 .$$

Καί, ἂν ἐφαρμόσωμε τὸ Πυθαγόρειον θεώρημα εἰς τὸ ὀρθογώνιον τρίγωνον $A''\Sigma_1''\Pi$, προκύπτει:

$$l_1 = \sqrt{\mu^2 - \delta_1^2} .$$

Ὁμοίως εὑρίσκομε:

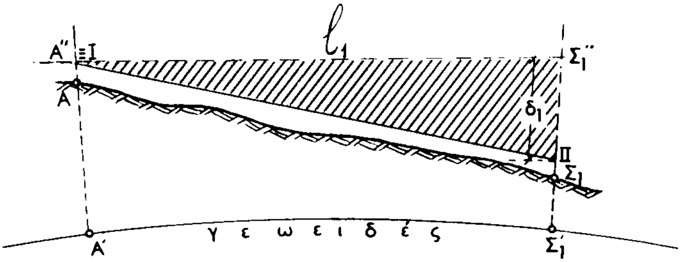
$$l_2 = \sqrt{\mu^2 - \delta_2^2}$$

$$l_3 = \sqrt{\mu^2 - \delta_3^2}$$

$$l_4 = \sqrt{(\mu^*)^2 - \delta_{\nu+1}^2} .$$

Ἑπομένως ἡ ὁλικὴ ὁριζοντία ἀπόστασις L θὰ δίδεται ἀπὸ τὸν τύπον:

$$L = \sqrt{\mu^2 - \delta_1^2} + \sqrt{\mu^2 - \delta_2^2} + \sqrt{\mu^2 - \delta_3^2} \dots + \sqrt{(\mu^*)^2 - \delta_{\nu+1}^2} ,$$

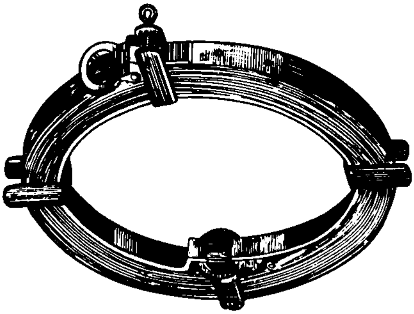


Σχ. 7·2 η.

ὅπου μ τὸ ὁλικὸν μῆκος τῆς ταινίας, μ^* τὸ μῆκος, ποὺ ἐμετρήθη εἰς τὸ ἄκρον Β καὶ $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots \delta_{\nu+1}$ αἱ διαφοραὶ ὑψομέτρων μεταξὺ τῶν σημείων Α καὶ Σ_1, Σ_1 καὶ Σ_2, Σ_2 καὶ $\Sigma_3, \dots, \Sigma_\nu$ καὶ Β ἀντιστοίχως.

Ὁ τρόπος, μὲ τὸν ὁποῖον προσδιορίζονται αἱ διαφοραὶ ὑψομέτρων δ, δὲν θὰ περιγραφῇ ἐδῶ. Ἐπειδὴ εἶναι θέμα, ποὺ ἀφορᾶ εἰς τὴν κατακόρυφον ἀποτύπωσιν, θὰ ἐξετασθῇ εἰς τὸ δεύτερον μέρος τοῦ βιβλίου (Κατακόρυφος Ἀποτύπωσις ἢ Ὑψομετρία).

Ἐκτὸς ἀπὸ τὸν τύπον μετροταινίας, ποὺ περιεγράψαμε, ὑπάρχει καὶ ἄλλος τύπος. Εἰς αὐτὸν ἡ ταινία τυλίσσεται γύρω ἀπὸ μίαν ἀνοικτὴν ἄτρακτον καὶ φέρει κρίκους ἢ λαβὰς τανύσεως καὶ εἰς τὰ δύο της ἄκρα (σχ. 7·2θ). Αἱ διαιρέσεις γίνονται μὲ ὀπὰς ἀνὰ δέκατα τοῦ μέτρου καὶ ἐπισημαίνονται μὲ ἀριθμοὺς μόνον τὰ ἀκέραια μέτρα. Ὁ τύπος αὐτὸς χρησιμοποιεῖται διὰ μετρήσεις κυρίως εἰς πεδινὰ ἐδάφη.

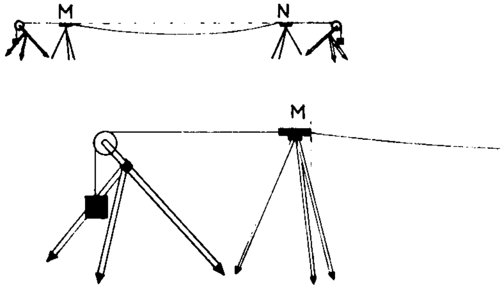


Σχ. 7·2θ.

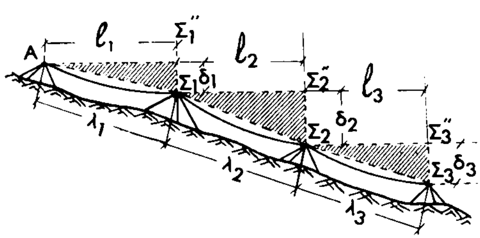
7·3 Μετρήσεις μεγάλης ἀκριβείας. Ὄργανα μετρήσεως.

Εἰς τὰς μετρήσεις μεγάλης ἀκριβείας δὲν θεωροῦμε ὅτι τὸ λ ἰσοῦται μὲ τὸ μ, δηλαδὴ ὅτι τὸ μῆκος τῆς χορδῆς ΑΒ (σχ. 7·1α) ἰσοῦται μὲ τὸ ἀνάπτυγμα τοῦ ἀντιστοίχου τόξου, παρὰ προσπαθοῦμε νὰ προσδιορίσωμε τὸ ἴδιον τὸ λ. Διὰ νὰ τὸ ἐπιτύχωμε ἀρκεῖ νὰ γνωρίζωμε μὲ πόσην ἀκριβῶς δύναμιν τεντώνεται ἡ μετροταινία κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς μετρήσεως. Ὅπως ἀνεφέραμε ἤδη, δι᾽ ὡρισμένην μετροταινίαν, ὡρισμένον μῆκος μ καὶ ὡρισμένην δύναμιν τεντώματος Δ προκύπτει πάντοτε τὸ ἴδιον λ. Μάλιστα δὲν παίζει ρόλον, ἂν ἡ μετροταινία εἶναι ὁριζοντία ἢ κεκλιμένη. Ἐὰν συνεπῶς κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς μετρήσεως γνωρίζωμε τὸ ἀκριβὲς μῆκος τῆς ταινίας καὶ τὴν δύναμιν τεντώματος Δ, εἴμεθα εἰς θέσιν νὰ γνωρίζωμε καὶ τὸ λ ἀπὸ εἰδικοὺς πίνακας, ποὺ συνοδεύουν τὴν ταινίαν. Φυσικὰ χρειάζεται ἕνα εἰδικὸν σύστημα τεντώματος, ποὺ νὰ μᾶς ἐπιτρέπῃ τὸν προσδιορισμὸν τῆς δυνάμεως Δ. Ἕνα τέτοιο σύστημα μὲ ἀντίβαρα ἐμφανίζεται κάπως ἁπλοποιημένον εἰς τὸ σχῆμα 7 · 3 α. Εἰς ἄλλα συστήματα ἡ δύναμις Δ μετρεῖται μὲ δυναμόμετρον.

Ἐὰν ἡ μέτρησις γίνεται εἰς ὁριζόντιον ἔδαφος, τότε τὸ λ δίδει τὴν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν μεταξὺ τῶν σημείων Μ καὶ Ν (σχ. 7 · 3 α). Ἐὰν τὸ ἔδαφος κατὰ μῆκος τῆς εὐθυγραμμίας παρουσιά-



Σχ. 7·3 α.



Σχ. 7·3 β.

ζη σχετικῶς ἔντονον κλίσιν, τότε μετροῦμε τὰς κεκλιμένας ἀποστάσεις μεταξὺ τῶν σημείων Α καὶ Σ_1, Σ_1 καὶ Σ_2, Σ_2 καὶ Σ_3, κλπ. (σχ. 7 · 3 β) καὶ προσδιορίζομε τὰς ὁριζοντίας ἀποστάσεις *l*, ἀφοῦ ἐφαρμόσωμε τὸ Πυθαγόρειον θεώρημα εἰς τὰ διεγραμμισμένα τρίγωνα τοῦ σχήματος. Ἐννοεῖται ὅτι αἱ ὑψομετρικαὶ διαφοραὶ δ προσδιορίζονται καὶ πάλιν μὲ χωροστάθμισιν, καὶ μάλιστα μὲ χωροστάθμισιν μεγάλης ἀκριβείας.

Μία ἄλλη λεπτομέρεια, ποὺ πρέπει νὰ ἀναφέρωμε, εἶναι ὅτι κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς μετρήσεως μετροῦμε καὶ τὴν θερμοκρασίαν τοῦ περιβάλλοντος. Αὐτὸ τὸ κάνομε διὰ νὰ προσδιορίσωμε τὴν ἐπιμήκυνσιν ἢ ἐπιβράχυνσιν, ποὺ ὑφίσταται ἡ ταινία, λόγω διαστολῆς ἢ συστολῆς. Μόνον ἔτσι εἴμεθα εἰς θέσιν νὰ γνωρίζωμε τὸ ἀκριβὲς μῆκος μ τῆς ταινίας κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς μετρήσεως καὶ ἑπομένως τὸ ἀντίστοιχον λ. Ἡ μέτρησις τῆς θερμοκρασίας ἀποφεύγεται, ἐὰν ἡ ταινία εἶναι κατεσκευασμένη ἀπὸ τὸ εἰδικὸν κρᾶμα Invar. Ἡ διαστολὴ ἢ συστολή, ποὺ παρουσιάζει μία τέτοια ταινία ἀκόμη καὶ διὰ μεγάλας μεταβολὰς τῆς θερμοκρασίας, εἶναι ἀνεπαίσθητος καὶ ἑπομένως δύναται νὰ μὴ ληφθῆ ὑπ' ὄψιν.

7·4 Ἀκρίβεια μετρήσεως.

Καὶ κατὰ τὴν μέτρησιν διὰ μετροταινίας πρέπει νὰ ἰσχύουν ἀνάλογοι προϋποθέσεις, ὅπως καὶ κατὰ τὴν μέτρησιν διὰ κανόνων, διὰ νὰ ἐξασφαλισθῆ ἡ δέουσα ἀκρίβεια. Ἐκεῖνο, ποὺ πρέπει νὰ τονίσωμε διὰ τὰς μετρήσεις μικρᾶς ἢ μέσης ἀκριβείας, εἶναι ἡ ἀνάγκη νὰ τεντώνεται ἡ μετροταινία ὅσον τὸ δυνατὸν περισσότερον. Αὐτὸ δὲν εἶναι καὶ τόσον εὔκολον, ὅσον φαίνεται ἐκ πρώτης ὄψεως, ἰδίως μάλιστα ὅταν φυσᾶ δυνατὸς ἄνεμος. Ἕνας ἄλλος σοβαρὸς συντελεστὴς τῆς ἀκριβείας τῆς μετρήσεως εἶναι ἡ ὁριζοντιότης τῆς μετροταινίας. Ἐπειδὴ συνήθως ἡ ὁριζοντιότης αὐτὴ ἐλέγχεται μὲ τὸ «μάτι», οἱ μετρηταὶ πρέπει νὰ εἶναι ἀρκετὰ ἐξησκημένοι, ὥστε νὰ μὴ διαπράττουν σοβαρὰ σφάλματα κατὰ τὴν μέτρησιν.

Εἰς τὰς συνήθεις μετρήσεις διὰ μετροταινίας ἡ ἀκρίβεια μετρήσεως κυμαίνεται ἀπὸ 5 ἕως 3 cm ἀνὰ 100 m. Εἰς τὰς μετρήσεις μεγάλης ἀκριβείας δύναται νὰ φθάση τὸ 1 cm ἀνὰ 100 m. Ὡς πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν ἐπανειλημμένων μετρήσεων ἰσχύουν, ὅσα ἀναφέρονται εἰς τὴν μέτρησιν διὰ κανόνων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 8

ΟΠΤΙΚΗ ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΟΡΙΖΟΝΤΙΩΝ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΝ

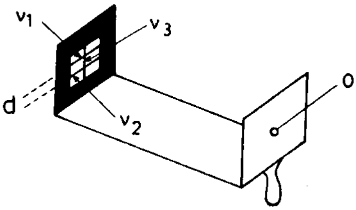
8·1 Ἐξήγησις ἐννοίας. Ἁπλῆ σταδιομετρικὴ διάταξις.

Τόσον ἡ μέθοδος διὰ κανόνων, ὅσον καὶ ἡ μέθοδος διὰ μετροταινιῶν καὶ μετροσυρμάτων παρουσιάζουν τὸ ἑξῆς μειονέκτημα: Οἱ μετρηταὶ πρέπει νὰ διανύουν τὴν εὐθυγραμμίαν ἀπὸ τὸ ἕνα ἄκρον της εἰς τὸ ἄλλο καὶ συνεπῶς νὰ χάνουν χρόνον κατὰ τὴν διεξαγωγὴν τῆς μετρήσεως, ἰδίως μάλιστα, ὅταν τὸ ἔδαφος εἶναι δύσβατον ἢ παρουσιάζῃ διάφορα ἐμπόδια. Ἡ ἀνάγκη μειώσεως τοῦ χρόνου αὐτοῦ ὡδήγησε εἰς τὴν ἐφαρμογὴν τῆς *ὀπτικῆς μετρήσεως* τῶν ὁριζοντίων ἀποστάσεων ἤ, ὅπως λέγεται ἀλλοιῶς, τῆς *σταδιομετρίας*.

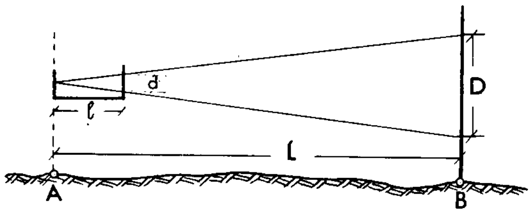
Παλαιότερα ἡ ὀπτικὴ μέτρησις ἐφηρμόζετο μόνον εἰς τὰς περιπτώσεις, ὅπου δὲν ἐχρειάζετο μεγάλη ἀκρίβεια μετρήσεως, ὅπως π.χ. εἰς τὴν ταχυμετρίαν. Αὐτὸ συνέβαινε, διότι τὰ ἀντίστοιχα τοπογραφικὰ ὄργανα δὲν ἦσαν καὶ τόσον ἀκριβῆ. Σήμερον ὅμως ὑπάρχουν τελειότατα ὄργανα, ποὺ παρέχουν μεγίστην ἀκρίβειαν μετρήσεως. Συνεπῶς ἡ ὀπτικὴ μέτρησις ἠμπορεῖ νὰ ἐφαρμοσθῇ εἰς ὅλας τὰς περιπτώσεις ἀνεξαρτήτως τοῦ βαθμοῦ ἀκριβείας, ποὺ πρέπει νὰ ἐπιτύχωμε. Ἀρκεῖ φυσικὰ νὰ διαθέτωμε εἰς τὴν κάθε περίπτωσιν τὰ κατάλληλα ὄργανα ὀπτικῆς μετρήσεως.

Ἄς ἰδοῦμε τώρα ποῖα εἶναι τὰ ὄργανα αὐτά. Θὰ ἀρχίσωμε ἀπὸ τὰ ἁπλούστερα, ἐκεῖνα δηλαδή, ποὺ μᾶς δίδουν τὴν μικροτέραν ἀκρίβειαν, καὶ θὰ καταλήξωμε εἰς τὰ πολυπλοκώτερα, ποὺ εἶναι καὶ τὰ ἀκριβέστερα.

Ἡ ἁπλουστέρα σταδιομετρικὴ διάταξις φαίνεται εἰς τὸ σχῆμα 8·1 α. Ἀποτελεῖται ἀπὸ τὴν ὀπὴν Ο, τὰ ὁριζόντια νήματα ν_1 καὶ ν_2 καὶ τὸ κατακόρυφον νῆμα ν_3. Τὸ ἐπίπεδον τῆς ὀπῆς Ο καὶ τοῦ νήματος ν_3 εἶναι κάθετον πρὸς τὸ ἐπίπεδον τῶν νημάτων ν_1 καὶ ν_2. Ἀφ' ἑτέρου τὸ τρίγωνον, ποὺ σχηματίζεται ἀπὸ τὴν ὀπὴν Ο καὶ τὰ σημεῖα τομῆς τῶν νημάτων μεταξύ των, εἶναι ἰσοσκελές.



Σχ. 8·1 α.



Σχ. 8·1 β.

Ἄς ὑποθέσωμε τώρα ὅτι θέλομε νὰ μετρήσωμε τὴν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν δύο σημείων, ἔστω τῶν Α καὶ Β. Ἄς ὑποθέσωμε ἐπίσης ὅτι τὸ ἔδαφος, ὅπου γίνεται ἡ μέτρησις, εἶναι ὁριζόντιον. Τοποθετοῦμε εἰς τὸ σημεῖον Β μίαν ράβδον, ποὺ θὰ τὴν ἀποκαλοῦμε εἰς τὸ ἑξῆς *στόχον*. Ὁ στόχος φέρει ὑποδιαιρέσεις εἰς cm καὶ τοποθετεῖται κατακορύφως. Κατόπιν μὲ τὴν σταδιομετρικὴν διάταξιν ὁριζοντίαν σκοπεύομε ἀπὸ τὸ σημεῖον Α τὸν στόχον εἰς τὸ Β (σχ. 8·1 β). Ἐὰν D εἶναι τὸ τμῆμα τοῦ στόχου, ποὺ βλέπομε νὰ περιλαμβάνεται μεταξὺ τῶν νημάτων ν_1 καὶ ν_2, d ἡ πραγματικὴ ἀπόστασις τῶν δύο νημάτων καὶ l τὸ μῆκος τῆς σταδιομετρικῆς διατάξεως, τότε ἡ ὁριζοντία ἀπόστασις L τῶν δύο σημείων θὰ δίδεται ἀπὸ τὴν σχέσιν:

$$\frac{L}{l}=\frac{D}{d},$$

ἐκ τῆς ὁποίας $L=\frac{l}{d}D.$

Ὁ λόγος $\frac{l}{d}$ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὰς κατασκευαστικὰς συνθήκας καὶ ὀνομάζεται *σταθερὰ τοῦ ὀργάνου*. Εἶναι φανερὸν ὅτι ὁ προσδιορισμὸς τοῦ L διευκολύνεται, ὅταν ἡ σταθερὰ $\frac{l}{d}$ ἰσοῦται πρὸς κάποιον στρογγυλὸν ἀριθμόν, λ.χ. πρὸς 10.

8·2 Σταδιομετρικὰ τηλεσκόπια. Ταχύμετρα.

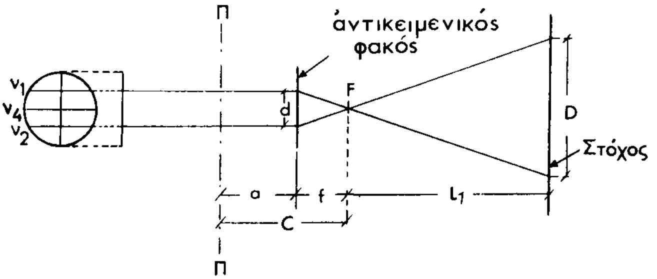
Μὲ τὴν σταδιομετρικὴν διάταξιν, ποὺ ἀνεφέραμε, δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ μετρήσωμε μεγάλας ἀποστάσεις, διότι δὲν ἠμποροῦμε νὰ ἐκτιμήσωμε μὲ γυμνὸν ὀφθαλμὸν τὸ τμῆμα D τοῦ στόχου. Πρέπει συνεπῶς νὰ συνδυάσωμε τὴν σταδιομετρικὴν μὲ μίαν μεγεθυντικὴν διάταξιν. Ὁ συνδυασμὸς αὐτὸς ἐπιτυγχάνεται μὲ εἰδικὰ τηλεσκόπια, τὰ ὁποῖα ὀνομάζονται *σταδιομετρικά*.

Βεβαίως ἕνα σταδιομετρικὸν τηλεσκόπιον δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ χρησιμοποιηθῇ μόνον του. Πρέπει νὰ φέρεται ἀπὸ κάποιο ἄλλο τοπογραφικὸν ὄργανον. Τὸ ὄργανον αὐτὸ ὀνομάζεται *ταχύμετρον*, διότι παλαιότερα ἡ ὀπτικὴ μέτρησις ἐφηρμόζετο μόνον εἰς τὴν ταχυμετρίαν. Τὸ ταχύμετρον ὁμοιάζει σχεδὸν ἀπολύτως μὲ τὸν θεοδόλιχον, ἀπὸ τὸν ὁποῖον δὲν διαφέρει παρὰ μόνον ὡς πρὸς τὴν ἀκρίβειαν μετρήσεως τῶν ὁριζοντίων καὶ κατακορύφων γωνιῶν. Ὁ θεοδόλιχος δηλαδὴ παρέχει μεγαλυτέραν ἀκρίβειαν ἀπὸ τὸ ταχύμετρον. Πάντως ἕνας θεοδόλιχος ἐφωδιασμένος μὲ σταδιομετρικὸν τηλεσκόπιον ἠμπορεῖ νὰ θεωρηθῇ κάλλιστα καὶ ὡς ταχύμετρον.

Ὑπάρχουν δύο τύποι σταδιομετρικοῦ τηλεσκοπίου. Τὸ *ἁπλοῦν σταδιομετρικὸν* καὶ τὸ *ἀνάλλακτον*.

1. Ἁπλοῦν σταδιομετρικὸν τηλεσκόπιον.

Διαφέρει ἀπὸ τὸ κοινὸν τηλεσκόπιον τοῦ θεοδολίχου μόνον κατὰ τὰ νήματα ν_1 καὶ ν_2, ποὺ προσαρμόζονται εἰς ἴσας ἀποστάσεις ἑκατέρωθεν τοῦ ὁριζοντίου νήματος ν_4 τοῦ σταυρονήματος (σχ. 8·2α). Ὁ προσδιορισμὸς τῆς ἀποστάσεως L μεταξὺ



Σχ. 8·2α.

τῶν σημείων A καὶ B δὲν ἀκολουθεῖ τὸ ἁπλοῦν γεωμετρικὸν σχῆμα 8·1α, ἀλλὰ τὸ ἀνάλογον 8·2α. Ἀπὸ τὸ σχῆμα αὐτὸ προκύπτει ἡ σχέσις:

$$\frac{L_1}{f} = \frac{D}{d} \,. \qquad (1)$$

ὅπου f ἡ ἑστιακὴ ἀπόστασις τοῦ ἀντικειμενικοῦ φακοῦ τοῦ τηλεσκοπίου. Ἀπὸ τὴν σχέσιν (1) ἔχομε: $L_1 = \frac{f}{d} \cdot D$ καί, ἐὰν θέσωμε $\frac{f}{d} = K$, καταλήγομε εἰς τὸν τύπον:

$$L_1 = K \cdot D. \qquad (2)$$

Ὅπως βλέπομε ὅμως ἡ ἀπόστασις L_1 δὲν εἶναι ἡ ἀπόστασις L τῶν σημείων A καὶ B, δηλαδὴ ἡ ἀπόστασις τοῦ πρωτεύοντος ἄξονος ΙΙΙΙ τοῦ ταχυμέτρου ἀπὸ τὸν στόχον σκοπεύσεως. Τὰ δύο μεγέθη L καὶ L_1 συνδέονται μὲ τὴν σχέσιν:

$$L = C + L_1, \qquad (3)$$

ὅπου C ἡ ἀπόστασις τῆς ἑστίας F τοῦ ἀντικειμενικοῦ φακοῦ ἀπὸ τὸν πρωτεύοντα ἄξονα ΠΠ. Ἂν συνδυάσωμε τὰς σχέσεις (2) καὶ (3) προκύπτει:

$$L = C + K \cdot D.$$

Τὰ σταδιομετρικὰ τηλεσκόπια ἔχουν συνήθως τὴν σταθερὰν K ἴσην πρὸς 100. Ἀφ' ἑτέρου ἡ σταθερὰ C ἰσοῦται περίπου πρὸς 50 cm. Ἐὰν συνεπῶς διὰ μίαν ὡρισμένην σκόπευσιν προκύπτῃ $D = 68$ cm, ἔπεται ὅτι τὸ ἀντίστοιχον L_1 θὰ ἰσοῦται μὲ 68 m καὶ ἄρα τὸ L θὰ ἰσοῦται μὲ $C + L_1$, δηλαδὴ μὲ 68,50 m. Τὸ γινόμενον $K \cdot D$ τίθεται ἴσον πρὸς g καὶ ὀνομάζεται *γεννήτωρ ἀριθμός*.

2. *Ἀνάλλακτον τηλεσκόπιον.*

Τὰ σταδιομετρικὰ τηλεσκόπια προκύπτουν ἀπὸ τὰ τηλεσκόπια τύπων Huyghens καὶ Ramsden διὰ προσθήκης τῶν ὁριζοντίων νημάτων v_1 καὶ v_2 εἰς τὸ σταυρόνημα. Ἔχουν τὸ μειονέκτημα ὅτι δὲν μᾶς δίδουν κατ' εὐθεῖαν τὴν ἀπόστασιν L, ἀλλὰ τὴν L_1, εἰς τὴν ὁποίαν, ὅπως εἴδαμε, πρέπει νὰ προστεθῇ ἡ σταθερὰ C τοῦ ὀργάνου. Οἱ κατασκευασταὶ προσεπάθησαν νὰ ἐπινοήσουν καταλλήλους διατάξεις, ὥστε τὸ γινόμενον $K \cdot D$ νὰ δίδῃ τὴν ἀπόστασιν L καὶ ὄχι τὴν L_1.

Πρὸς τοῦτο εἰς μὲν τὸ τηλεσκόπιον μὲ κινητὸν σταυρόνημα (τριῶν σωλήνων) προστίθεται ἕνας σταθερὸς φακὸς μεταξὺ τοῦ ἀντικειμενικοῦ καὶ τοῦ σταυρονήματος (διάταξις Porro), εἰς δὲ τὰ τηλεσκόπια μὲ ρυθμιστικὸν φακὸν (δύο σωλήνων), δηλαδὴ εἰς τὰ τηλεσκόπια τύπου Wild, ὁ ἴδιος ὁ ρυθμιστικὸς φακὸς ἐπιτυγχάνει αὐτὸ τὸ ἀποτέλεσμα. Φυσικὰ λόγω τῆς μετακινήσεώς του κατὰ μῆκος τοῦ τηλεσκοπίου προκύπτει ἕνα σφάλμα 2 ἕως 3 cm εἰς τὴν μέτρησιν τῆς ἀποστάσεως L, ἀλλὰ τὸ σφάλμα αὐτὸ δὲν παίζει σπουδαῖον ρόλον εἰς τὰς μετρήσεις μικρᾶς ἀκριβείας, ὅπου χρησιμοποιοῦνται τὰ σταδιομετρικὰ τηλεσκόπια.

Τὸ τηλεσκόπιον, ποὺ μᾶς δίδει τὸ γινόμενον $K \cdot D$ ἴσον πρὸς

L, ὀνομάζεται *ἀνάλλακτον τηλεσκόπιον*. Καὶ εἰς τὰ ἀνάλλακτα τηλεσκόπια ἡ σταθερὰ K ἰσοῦται συνήθως πρὸς 100. Κατ᾽ αὐτὸν τὸν τρόπον τὸ D εἰς cm μᾶς δίδει συγχρόνως καὶ τὸ L εἰς m.

8 · 3 Στόχος (ἢ Σταδία).

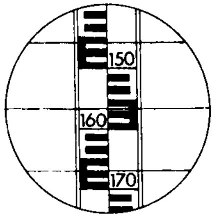
Εἴπαμε ἤδη ὅτι ὁ στόχος εἶναι μία διῃρημένη ράβδος, ἐπὶ τῆς ὁποίας γίνεται ἡ ἀνάγνωσις τοῦ μεγέθους D. Ἡ ἀνάγνωσις αὐτὴ διευκολύνεται ἀφ᾽ ἑνὸς μὲν ἀπὸ τὴν μεγεθυντικὴν ἱκανότητα τοῦ τηλεσκοπίου, ἀφ᾽ ἑτέρου δὲ ἀπὸ τὴν εἰδικὴν κατασκευὴν τοῦ στόχου.

Ὁ στόχος, μὲ τὸν ὁποῖον διεξάγεται ἡ ὀπτικὴ μέτρησις, χρησιμοποιεῖται, ὅπως θὰ ἰδοῦμε, καὶ εἰς τὴν γεωμετρικὴν χωροστάθμισιν. Δι᾽ αὐτὸ ἡ περιγραφή του ἰσχύει καὶ διὰ τὰς δύο ἐργασίας.

Ὑπάρχουν πολλὰ εἴδη στόχων. Οἱ συνήθεις στόχοι, δηλαδὴ ἐκεῖνοι, ποὺ συνδυάζονται μὲ συνήθη ταχύμετρα, ἔχουν μῆκος 3, 4 καὶ 5 m, εἶναι ὀρθογωνικῆς διατομῆς μὲ διαστάσεις 3 × 5 cm περίπου καὶ κατασκευάζονται ἀπὸ ξύλον ἐλάτης. Ὁ στόχος τῶν 3 m εἶναι συνήθως μονοκόμματος. Ἀντιθέτως οἱ στόχοι τῶν 4 καὶ 5 m ἀποτελοῦνται ἀπὸ δύο ἢ περισσότερα τεμάχια, ποὺ συνδέονται μεταξύ των μὲ ἀρθρώσεις ἢ μὲ ἄλλον τρόπον, ὥστε νὰ διευκολύνεται ἡ μεταφορά των.

Ὁλόκληρος ὁ στόχος χρωματίζεται μὲ ἐλαιόχρωμα, διὰ νὰ προστατεύεται ἀπὸ τὰς καιρικὰς συνθήκας. Ἐπάνω εἰς τὴν μίαν ὄψιν του φέρει διαιρέσεις εἰς ἑκατοστὰ τοῦ μέτρου, ἐνῶ ἡ ἀρίθμησις τῶν διαιρέσεων γίνεται ἀνὰ δέκατα τοῦ μέτρου. Ἐπειδὴ ὅμως, καθὼς γνωρίζομε, εἰς τὸ τηλεσκόπιον βλέπομε τὰ ἀντικείμενα ἀνεστραμμένα, δι᾽ αὐτὸ καὶ οἱ ἀριθμοὶ τοῦ στόχου γράφονται ἀνάποδα, ὥστε κατὰ τὴν σκόπευσιν νὰ διαβάζωνται κανονικὰ (σχ.8·3α).

Ἐὰν τώρα σκοπεύσωμε τὸν στόχον μὲ ἕνα ταχύμετρον καὶ ἰδοῦμε τὴν εἰκόνα τοῦ σχήματος 8 · 3 α, συμπεραίνομε ὅτι ἡ ἀντίστοιχος ἀνάγνωσις D = 167 − 146 = 21 cm.



Σχ. 8·3 α.

8·4 Μέτρησις ὁριζοντίας ἀποστάσεως ἐπὶ κεκλιμένου ἐδάφους. Κατακόρυφος γωνία.

Διὰ νὰ προκύψῃ ἡ σχέσις $L = C + K \cdot D$ διὰ τὰ ἁπλᾶ σταδιομετρικὰ τηλεσκόπια καὶ $L = K \cdot D$ διὰ τὰ ἀνάλλακτα, ὅπου L ἡ ὁριζοντία ἀπόστασις, ποὺ θέλομε νὰ μετρήσωμε, καὶ D ἡ ἀνάγνωσις ἐπάνω εἰς τὸν στόχον, πρέπει, ὅπως εἴδαμε, ἡ σκόπευσις νὰ εἶναι ὁριζοντία. Ἀντιστοίχως ὁ στόχος πρέπει νὰ εἶναι κάθετος πρὸς τὴν σκοπευτικὴν γραμμὴν τοῦ τηλεσκοπίου καὶ συνεπῶς κατακόρυφος.

Τί θὰ συμβῇ ὅμως, ἐὰν ἡ σκόπευσις δὲν εἶναι ὁριζοντία, δηλαδὴ ἐὰν τὰ σημεῖα Α καὶ Β, τῶν ὁποίων θέλομε νὰ προσδιορίσωμε τὴν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν, εὑρίσκωνται ἐπὶ κεκλιμένου ἐδάφους (σχ. 8·4α); Τότε ἡ παράστασις $C + K{\cdot}D$ (διὰ τὰ ἁπλᾶ σταδιομετρικὰ τηλεσκόπια) καὶ $K \cdot D$ (διὰ τὰ ἀνάλλακτα) θὰ παριστᾷ τὴν κεκλιμένην ἀπόστασιν L_κ μεταξὺ τῶν δύο σημείων, ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν φυσικὰ ὅτι ὁ στόχος θὰ εἶναι καὶ πάλιν κάθετος πρὸς τὴν σκοπευτικὴν γραμμήν. Ἐὰν δηλαδὴ καλέσωμε α τὴν γωνίαν κλίσεως τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς εἰς τὸ σημεῖον τομῆς της μὲ τὸν πρωτεύοντα καὶ τὸν δευτερεύοντα ἄξονα τοῦ ὀργάνου (βλέπε ὁρισμὸν γωνίας κλίσεως εἰς τὸ 2ον ἐδάφιον τῆς παραγράφου 6·3), θὰ εἶναι ἐπίσης α καὶ ἡ τιμὴ τῆς γωνίας, ποὺ θὰ σχηματίζῃ ὁ στόχος μὲ τὴν κατακόρυφον τοῦ σημείου Β (σχ. 8·4α).

Ἀπὸ τὸ σχῆμα 8·4 α προκύπτει :

$$L = L\kappa \text{ συν } \alpha.$$

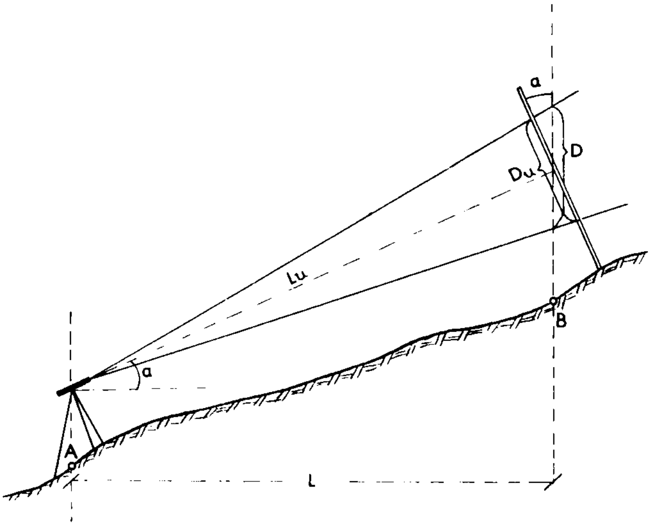
Ἄρα:

$$L = (C + K \cdot D\kappa) \text{ συν } \alpha \qquad (1)$$

διὰ τὰ ἁπλᾶ σταδιομετρικὰ τηλεσκόπια καὶ

$$L = K \cdot D\kappa \text{ συν } \alpha \qquad (2)$$

διὰ τὰ ἀνάλλακτα, ὅπου Dκ ἡ ἀνάγνωσις ἐπάνω εἰς τὸν κεκλιμένον στόχον.



Σχ. 8·4 α.

Πρακτικῶς ὅμως εἶναι ἀδύνατον νὰ κρατοῦμε τὸν στόχον κεκλιμένον καὶ μάλιστα ὑπὸ ὡρισμένην γωνίαν. Σκεπτόμεθα λοιπὸν μήπως εἶναι δυνατὸν νὰ τὸν κρατοῦμε κατακόρυφον καὶ νὰ εὕρωμε κάποιαν ἄλλην σχέσιν, ποὺ νὰ συνδέῃ τὴν ἀντίστοιχον ἀνάγνωσιν D μὲ τὸ ζητούμενον L. Πράγματι ἀπὸ τὸ σχῆμα 8·4 α προκύπτει μὲ μεγάλην προσέγγισιν:

$$D\kappa = D \text{ συν} \alpha. \qquad (3)$$

Καὶ ἐὰν λάβωμε ὑπ' ὄψιν τὰς σχέσεις (1), (2) καὶ (3), θὰ ἔχωμε ἀντιστοίχως:

$$L = C\,\text{συν}\,\alpha + K\cdot D\,\text{συν}^2\alpha \qquad (4)$$

διὰ τὰ ἁπλᾶ σταδιομετρικὰ τηλεσκόπια καὶ

$$L = K\cdot D\,\text{συν}^2\alpha \qquad (5)$$

διὰ τὰ ἀνάλλακτα.

Μὲ ἄλλους λόγους εἶναι δυνατὸν νὰ κάνωμε τὴν σκόπευσιν μὲ τὸν στόχον κατακόρυφον, πρέπει ὅμως νὰ γνωρίζωμε τὴν γωνίαν κλίσεως α τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς τοῦ τηλεσκοπίου. Ὁ προσδιορισμὸς τῆς α γίνεται μὲ τὸ ἴδιον ὄργανον, μὲ τὸ ὁποῖον γίνεται καὶ ἡ ὀπτικὴ μέτρησις. Τὸ ταχύμετρον δηλαδὴ εἶναι ἐφωδιασμένον μὲ ἕνα διηρημένον δίσκον καὶ ἕνα δείκτην,ποὺ μᾶς δίδει τὴν γωνίαν α. Μὲ παρόμοιον δίσκον καὶ παρόμοιον δείκτην εἶναι ἐφωδιασμένος καὶ ὁ θεοδόλιχος. Τὰ ὅσα λοιπὸν θὰ εἰποῦμε ἐν συνεχείᾳ διὰ τὴν μέτρησιν τῆς γωνίας α ἰσχύουν καὶ διὰ τὸ ταχύμετρον καὶ διὰ τὸν θεοδόλιχον.

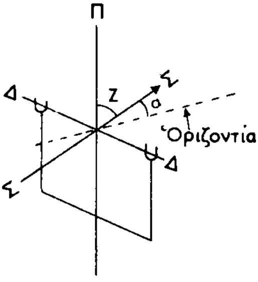
Προηγουμένως ὅμως πρέπει νὰ κάνωμε μίαν διευκρίνισιν. Ἡ ἔννοια *γωνία κλίσεως* μιᾶς εὐθείας ὑπάγεται εἰς τὴν γενικωτέραν ἔννοιαν *κατακόρυφος γωνία* μιᾶς εὐθείας.

Κατακόρυφος γωνία μιᾶς εὐθείας ε εἰς ἕνα σημεῖον της Μ λέγεται ἡ γωνία τῆς εὐθείας ε εἴτε μὲ τὴν ὁριζοντίαν εὐθεῖαν τοῦ Μ, ποὺ κεῖται εἰς τὸ κατακόρυφον ἐπίπεδον τῆς ε, εἴτε μὲ τὴν κατακόρυφον εὐθεῖαν, ποὺ διέρχεται ἀπὸ τὸ σημεῖον Μ. Εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν ἡ κατακόρυφος γωνία ὀνομάζεται, ὅπως γνωρίζομε ἤδη, *γωνία κλίσεως*. Εἰς τὴν δευτέραν περίπτωσιν ὀνομάζεται *ζενιθία γωνία* ἢ *ζενιθία ἀπόστασις*.

Συνεπῶς γωνία κλίσεως α τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς ΣΣ τοῦ ταχυμέτρου ἢ τοῦ θεοδολίχου εἶναι ἡ γωνία τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς μὲ τὴν ὁριζοντίαν εὐθεῖαν, ποὺ διέρχεται ἀπὸ τὸ κοινὸν σημεῖον τομῆς τῶν ΣΣ, ΠΠ καὶ ΔΔ (σχ. 8·4β), καὶ κεῖται εἰς τὸ κατακόρυφον ἐπίπεδον τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς. Ἀφ' ἑτέρου ζενιθία γωνία ἢ ζενιθία ἀπόστασις z τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς

ΣΣ εἶναι ἡ γωνία τῆς ΣΣ μὲ τὸν πρωτεύοντα ἄξονα ΠΠ. Αἱ α καὶ z εἶναι συμπληρωματικαὶ γωνίαι.

Ἐκάναμε τὴν διευκρίνισιν αὐτήν, διότι εἰς ἄλλα ὄργανα (ταχύμετρα ἢ θεοδολίχους) ὁ κατακόρυφος δίσκος μᾶς δίδει τὴν γωνίαν κλίσεως α καὶ εἰς ἄλλα τὴν ζενιθίαν γωνίαν z τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς.



Σχ. 8·4 β.

8·5 Μέτρησις κατακορύφων γωνιῶν.

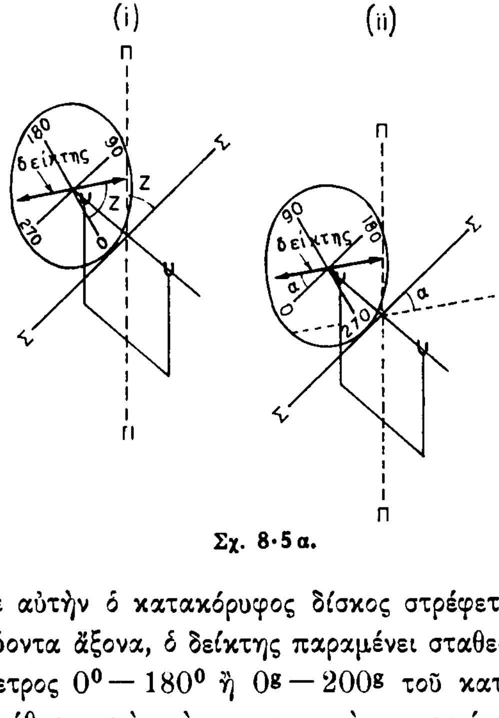
Εἴπαμε ἤδη ὅτι τόσον τὸ ταχύμετρον, ὅσον καὶ ὁ θεοδόλιχος εἶναι ἐφωδιασμένα μὲ ἕνα δίσκον καὶ ἕνα δείκτην μετρήσεως τῶν κατακορύφων γωνιῶν.

Ὁ δίσκος εἶναι παράλληλος πρὸς τὸ ἐπίπεδον τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς ΣΣ καὶ τοῦ πρωτεύοντος ἄξονος ΠΠ καὶ συνεπῶς, ὅταν ὁριζοντιώσωμε τὸ ὄργανον, δηλαδὴ κατακορυφώσωμε τὸν ΠΠ, καθίσταται καὶ αὐτὸς κατακόρυφος (σχ. 8·5α).

Εἰς τὸ ἑξῆς λοιπὸν θὰ τὸν ὀνομάζωμε *κατακόρυφον δίσκον*, διὰ νὰ τὸν ξεχωρίζωμε ἀπὸ τὸν δίσκον μετρήσεως τῶν ὁριζοντίων γωνιῶν, μὲ τὸν ὁποῖον ἐπίσης εἶναι ἐφωδιασμένον τὸ ταχύμετρον, ὅπως καὶ ὁ θεοδόλιχος, καὶ τὸν ὁποῖον θὰ ὀνομάζωμε *ὁριζόντιον δίσκον*.

Τὸ κέντρον τοῦ κατακορύφου δίσκου κεῖται εἰς τὴν προέκτασιν τοῦ δευτερεύοντος ἄξονος ΔΔ καί, ὅταν ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ στρέφεται γύρω ἀπὸ τὸν ΔΔ, παρασύρει εἰς τὴν περιστροφήν της καὶ τὸν κατακόρυφον δίσκον.

Ἄς ἔλθωμε τώρα εἰς τὸν δείκτην. Τὸ μέσον τοῦ δείκτου κεῖται εἰς τὴν προέκτασιν τοῦ δευτερεύοντος ἄξονος ΔΔ, ὅπως καὶ τὸ κέντρον τοῦ δίσκου. Ὅταν ὁριζοντιώσωμε τὸ ὄργανον, ὁριζοντιώνεται καὶ ὁ δείκτης. Ἀφ᾽ ἑτέρου, ὅταν ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ



Σχ. 8·5 α.

καὶ μαζὶ μὲ αὐτὴν ὁ κατακόρυφος δίσκος στρέφεται γύρω ἀπὸ τὸν δευτερεύοντα ἄξονα, ὁ δείκτης παραμένει σταθερός. Συνεπῶς, ἐὰν ἡ διάμετρος $0^0 - 180^0$ ἢ $0^g - 200^g$ τοῦ κατακορύφου δίσκου εἶναι κάθετος πρὸς τὴν σκοπευτικὴν γραμμήν, ὁ δείκτης θὰ μᾶς δίδῃ τὴν ζενιθίαν γωνίαν z [σχ. 8·5 α (ι)]. Ἐὰν ὅμως ἡ διάμετρος $0^0 - 180^0$ ἢ $0^g - 200^g$ εἶναι παράλληλος πρὸς τὴν σκοπευτικὴν γραμμήν, ὁ δείκτης θὰ μᾶς δίδῃ τὴν γωνίαν κλίσεως α [σχ. 8·5 α (ιι)].

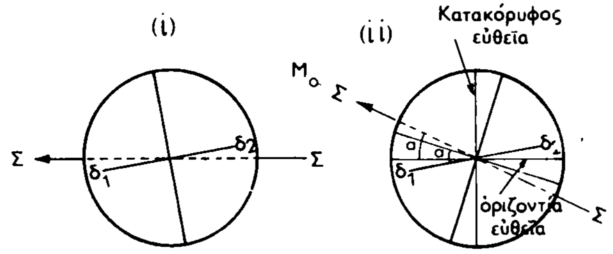
Ἀπὸ ὅσα εἴπαμε ἕως τώρα, βλέπομε ὅτι ὑπάρχει μία βασικὴ διαφορὰ μεταξὺ ὁριζοντίου καὶ κατακορύφου δίσκου. Ἐνῶ δηλαδὴ κατὰ τὴν μέτρησιν τῶν ὁριζοντίων γωνιῶν ὁ ὁριζόντιος δίσκος παραμένει σταθερὸς καὶ κινεῖται ὁ δείκτης του, κατὰ τὴν μέτρησιν τῶν κατακορύφων γωνιῶν συμβαίνει τὸ ἀντίθετον. Κινεῖται ὁ κατακόρυφος δίσκος καὶ ὁ δείκτης του παραμένει σταθερός. Κατὰ τὰ ἄλλα οἱ δύο δίσκοι εἶναι ἐντελῶς ὅμοιοι, διῃρημένοι εἰς βαθμοὺς ἢ μοίρας καὶ ἐφωδιασμένοι μὲ τὸ ἴδιον σύστημα ἀναγνώσεως τῶν ἀντιστοίχων γωνιῶν, δηλαδὴ βερνιέρον ἢ μικροσκόπιον ἢ ὀπτικὸν μικρότερον (βλέπε σχετικὰ ἐδάφια τῆς παραγρ. 3 · 1, καθὼς καὶ συμβολισμοὺς Δ καὶ E_1 εἰς τὸ σχῆμα 3 · 1 γ).

Ἐπὶ πλέον εἰς τὸν δείκτην τοῦ κατακορύφου δίσκου προσαρμόζεται μία σωληνωτὴ ἀεροστάθμη, μὲ τὴν ὁποίαν ἐλέγχεται ἡ *ὁριζοντιότης τοῦ δείκτου*. Ὁ ἔλεγχος αὐτὸς πρέπει νὰ γίνεται πρὶν ἀπὸ κάθε σκόπευσιν, διότι τότε εἴμεθα βέβαιοι ὅτι ἡ ἀνάγνωσις τῆς κατακορύφου γωνίας, ποὺ θὰ κάνωμε, θὰ εἶναι ἀπολύτως ἀκριβής, ἔστω καὶ ἐὰν ὁ πρωτεύων ἄξων ΠΠ τοῦ ὀργάνου δὲν εἶναι ἀπολύτως κατακόρυφος. Πρὸς τοῦτο ἡ ἀεροστάθμη εἶναι ἐφωδιασμένη μὲ ἕνα κάτοπτρον οὕτως, ὥστε νὰ ἐλέγχωμε τὴν θέσιν τῆς φυσαλίδος της ἀπὸ τὴν θέσιν σκοπεύσεως. Φυσικὰ ὁ ἄξων τῆς ἀεροστάθμης εἶναι παράλληλος πρὸς τὴν σταθερὰν διεύθυνσιν τοῦ δείκτου.

Ἡ σωληνωτὴ ἀεροστάθμη καὶ τὸ κάτοπτρον ἐλέγχου τῆς φυσαλίδος παρίστανται μὲ τὰ γράμματα Β καὶ Α ἀντιστοίχως εἰς τὸ σχῆμα 3 · 1 γ τῆς γενικῆς διατάξεως τοῦ θεοδολίχου.

8 · 6 Πρόσθετος συνθήκη ἀκριβείας ταχυμέτρου καὶ θεοδολίχου.

Ἐκτὸς ἀπὸ τὰς γνωστὰς συνθήκας ἀκριβείας τοῦ θεοδολίχου, ποὺ ἰσχύουν καὶ διὰ τὸ ταχύμετρον, πρέπει νὰ πληροῦται καὶ ἡ ἑξῆς συνθήκη, ποὺ ἔχει σχέσιν μὲ τὴν μέτρησιν τῶν κατακορύφων γωνιῶν. *Ἡ διάμετρος $0^0 - 180^0$ (ἢ $90^0 - 270^0$) τοῦ κατακορύφου δίσκου πρέπει νὰ συμπίπτῃ μὲ τὸν ἀντίστοιχον* *δείκτην, ὅταν ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ ΣΣ τοῦ τηλεσκοπίου καταστῇ ὁριζοντία.* Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον, καὶ ἐὰν ἀκόμη ὁ δείκτης δὲν εἶναι ἀπολύτως ὁριζόντιος [σχ. 8 · 6 α (ι)], ἡ ἔνδειξις τοῦ δείκτου ἐπὶ τοῦ κατακορύφου δίσκου θὰ ἰσοῦται πρὸς τὴν γωνίαν, ποὺ σχηματίζει ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ ΣΣ μὲ τὴν ὁριζοντίαν (ἢ τὴν κατακόρυφον) εὐθεῖαν, δηλαδὴ πρὸς τὴν γωνίαν α (ἢ z) [σχ. 8 · 6 α (ιι)].



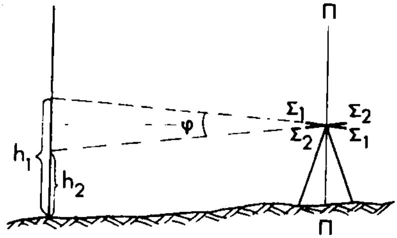
ΣΣ ὁριζοντία ΣΣ πρὸς σημεῖον Μ

Σχ. 8·6 α.

Ὁ ἔλεγχος καὶ ἡ ἀποκατάστασις τῆς ἐν λόγῳ συνθήκης γίνεται ὡς ἑξῆς:

Ὁριζοντιώνομε τὸ ὄργανον, δηλαδὴ κατακορυφώνομε τὸν πρωτεύοντα ἄξονα ΠΠ (ὁπότε ὁριζοντιώνεται καὶ ἡ ἀεροστάθμη τοῦ δείκτου τῶν κατακορύφων γωνιῶν) καὶ σκοπεύομε μὲ τὸ τηλεσκόπιον περίπου ὁριζόντιον πρὸς τὸν γνωστόν μας στόχον.

Ἔστω h_1 ἡ ἀντίστοιχος ἔνδειξις τοῦ στόχου, δηλαδὴ ἡ διαίρεσις, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ μεσαῖον ὁριζόντιον νῆμα τοῦ σταυρονήματος. Ἔπειτα στρέφομε κατὰ 180^0 ἀφ' ἑνὸς μὲν τὸ τηλεσκόπιον γύρω ἀπὸ τὸν δευτερεύοντα ἄξονα ΔΔ, ἀφ' ἑτέρου δὲ τὸ ὄργανον γύρω ἀπὸ τὸν πρωτεύοντα ἄξονα ΠΠ καὶ προβαίνομε εἰς δευτέραν σκόπευσιν. Ἐὰν h_2 εἶναι ἡ δευτέρα ἔνδειξις τοῦ στόχου, ἡ διχοτόμος τῆς γωνίας φ, ποὺ σχηματίζουν αἱ δύο θέσεις $\Sigma_1\Sigma_1$ καὶ $\Sigma_2\Sigma_2$ τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς ΣΣ, θὰ εἶναι ὁριζοντία (σχ. 8 · 6 β). Ἀρκεῖ λοιπὸν νὰ φέρωμε τὴν σκοπευτικὴν γραμμὴν εἰς τὴν ἔνδειξιν $\frac{h_1 + h_2}{2}$ τοῦ στόχου, ὁπότε γίνεται αὐτομάτως ὁριζοντία.



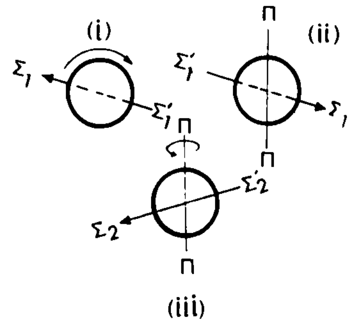
Σχ. 8·6 β.

Ἐὰν μετὰ τὴν ὁριζοντίωσιν τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς ὁ δείκτης τοῦ κατακορύφου δίσκου συμπίπτῃ μὲ τὴν ὑποδιαίρεσιν $0^0 - 180^0$ ἢ $90^0 - 270^0$, ἡ συνθήκη ἀκριβείας πληροῦται. Ἐὰν ὄχι, μετακινοῦμε τὸν δείκτην μὲ ἕνα διορθωτικὸν κοχλίαν (γράμμα Γ εἰς τὸ σχῆμα 3·1 γ), ἕως ὅτου τὸν φέρωμε εἰς σύμπτωσιν μὲ τὴν ἀντίστοιχον διάμετρον τοῦ κατακορύφου δίσκου. Ἡ μετακίνησις αὐτὴ φυσικὸν εἶναι νὰ καταστρέψῃ τὴν ὁριζοντιότητα τῆς ἀεροστάθμης τοῦ δείκτου καὶ δι᾽ αὐτὸ ἀκολουθεῖ ἀμέσως ἡ διόρθωσις τῆς ἀεροστάθμης μὲ τοὺς εἰδικοὺς κοχλίας της.

Παρατήρησις:

Ἡ περιστροφὴ τοῦ τηλεσκοπίου γύρω ἀπὸ τὸν δευτερεύοντα ἄξονα καὶ τοῦ ὀργάνου γύρω ἀπὸ τὸν πρωτεύοντα κατὰ 180^0 γίνεται ὡς ἑξῆς: Ἔστω ὅτι ἡ ἔνδειξις τοῦ κατακορύφου δίσκου κατὰ τὴν πρώτην σκόπευσιν [σχ. 8·6 γ(ι)] ἦτο $9^0\ 3'$. Ἀποκοχλιώνομε τὸ τηλεσκόπιον καὶ τὸ στρέφομε γύρω ἀπὸ τὸν δευτερεύοντα ἄξονα περίπου κατὰ 180^0 [σχ. 8·6 γ(ιι)]. Ἀκινητοῦμε τὸ τηλεσκόπιον μὲ τὸν ἀνασταλτικὸν κοχλίαν Κ (σχ. 3·1 γ) καὶ χειριζόμεθα τὸν ἀντίστοιχον μικροκινητήριον κοχλίαν Λ, ἕως ὅτου ἀναγνώσωμε εἰς τὸν κατακόρυφον δίσκον τὴν ἔνδειξιν $189^0\ 3'$.

Ἔπειτα στρέφομε τὸ ὄργανον γύρω ἀπὸ τὸν πρωτεύοντα ἄξονα περίπου κατὰ 180^0 [σχ. 6·8 γ(ιιι)]. Μὲ καταλλήλους χειρισμοὺς τῶν κοχλιῶν τῆς ὁριζοντίας κινήσεως ἐπιτυγχάνομε, ὥστε τὸ κατακόρυφον νῆμα τοῦ σταυρονήματος νὰ συμπέσῃ μὲ τὴν διαχωριστικὴν γραμμὴν τῶν διαιρέσεων τοῦ στόχου (σχ. 8·3 α).



Σχ. 8·6 γ.

8·7 Ὑπολογισμὸς ὁριζοντίας ἀποστάσεως L.

Ἂν λάβωμε ὑπ' ὄψιν καὶ τὴν ζενιθίαν γωνίαν, τότε αἱ σχέσεις (4) καὶ (5) τῆς παραγράφου 8·4 συμπληρώνονται ὡς ἑξῆς:

$$\left.\begin{aligned} & \mathrm{L} = \mathrm{C}\,\text{συν}\,\alpha + \mathrm{K}\cdot\mathrm{D}\,\text{συν}^2\alpha \\ \text{ἢ}\ & \mathrm{L} = \mathrm{C}\,\text{ημ}\,\mathrm{z} + \mathrm{K}\cdot\mathrm{D}\,\text{ημ}^2\mathrm{z} \end{aligned}\right\}$$ διὰ τὰ ἁπλᾶ σταδιομετρικὰ τηλεσκόπια καὶ

$$\left.\begin{aligned} & \mathrm{L} = \mathrm{K}\cdot\mathrm{D}\,\text{συν}^2\alpha \\ \text{ἢ}\ & \mathrm{L} = \mathrm{K}\cdot\mathrm{D}\,\text{ημ}^2\mathrm{z} \end{aligned}\right\}$$ διὰ τὰ ἀνάλλακτα τηλεσκόπια,

ὅπου D τὸ τμῆμα τοῦ κατακορύφου στόχου, ποὺ περιορίζεται μεταξὺ τῶν ἀκραίων νημάτων ν_1 καὶ ν_2 τοῦ σταυρονήματος. Τὸ τμῆμα ὅμως αὐτὸ προσδιορίζεται κατ' ἀνάγκην μὲ πολὺ μικρὰν ἀκρίβειαν. Ἡ ἀκρίβεια αὐτὴ διὰ μικρὰς ἀποστάσεις (κάτω τῶν 20 m) δὲν εἶναι μεγαλυτέρα τῶν 10 cm, ἀπὸ 20 ἕως 50 m κυμαίνεται μεταξὺ 20 καὶ 30 cm καὶ δι' ἀποστάσεις μεγαλυτέρας τῶν 100 m φθάνει τὰ 50 cm ἢ ἀκόμη καὶ τὸ 1 m. Αὐτοί, ἐννοεῖται, οἱ ἀριθμοὶ ἰσχύουν διὰ συνήθη μεγεθυντικὴν ἱκανότητα τῶν τηλεσκοπίων.

Βλέπομε λοιπὸν ὅτι δὲν χρειάζεται μεγάλη ἀκρίβεια εἰς τὸν προσδιορισμὸν τῆς κατακορύφου γωνίας α ἢ z, διότι τέτοια ἀκρίβεια θὰ ἦτο περιττή. Δι᾽ αὐτό, ἀφ᾽ ἑνὸς μὲν οἱ κατακόρυφοι δίσκοι, μὲ τοὺς ὁποίους εἶναι ἐφωδιασμένα τὰ ταχύμετρα, δὲν παρέχουν μεγάλην ἀκρίβειαν μετρήσεως, ἀφ᾽ ἑτέρου δὲ οἱ μετρηταὶ περιορίζονται εἰς τὸ νὰ κάνουν μίαν μόνον ἀνάγνωσιν τῆς κατακορύφου γωνίας.

Ἂς ἔλθωμε τώρα εἰς τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ L. Ἐπειδὴ ἡ ὀπτικὴ μέτρησις μὲ σταδιομετρικὰ τηλεσκόπια ἐφαρμόζεται μόνον εἰς τὴν ταχυμετρίαν καὶ ἐπειδή, ὅπως θὰ ἴδοῦμε εἰς τὸ κεφάλαιον αὐτό, χρειάζεται νὰ ὑπολογίζωμε τὰς ὁριζοντίας ἀποστάσεις ἑκατοντάδων σημείων τὴν ἡμέραν, δι᾽ αὐτὸ ὑπάρχουν εἰδικοὶ πίνακες, οἱ ὁποῖοι μᾶς δίδουν κατ᾽ εὐθεῖαν τὸ γινόμενον $g\sigma\upsilon\nu^2\alpha$ ἢ $g\eta\mu^2\alpha$, ὅπου $g = K \cdot D$ (γεννήτωρ ἀριθμός). Οἱ πίνακες αὐτοὶ ὀνομάζονται *ταχυμετρικοί*.

Εἰς τὴν ἑπομένην σελίδα παρατίθεται ἀπόσπασμα τοιούτων ταχυμετρικῶν πινάκων διὰ τὴν ἐκτέλεσιν τῆς ἑξῆς ἀριθμητικῆς ἐφαρμογῆς: Ἔστω ὅτι ἐσκοπεύσαμε πρὸς τὸν στόχον ὑπὸ γωνίαν $z = 107^g\ 70^c$ καὶ διεπιστώσαμε ὅτι μεταξὺ τῶν δύο νημάτων ν_1 καὶ ν_2 περιλαμβάνεται τμῆμα τοῦ στόχου ἴσον πρὸς 64 cm. Ἐὰν $K = 100$, ἕπεται ὅτι $g = 64$. Ἀναζητοῦμε ἀπέναντι ἀπὸ τὴν τιμὴν $g = 64$ καὶ δεξιὰ ἀπὸ τὴν στήλην τῶν 70^c τὸ ἀντίστοιχον L. Εἶναι ὁ ὑπογραμμισμένος ἀριθμὸς 63,1. Δηλαδὴ ἡ ἀντίστοιχος ὁριζοντία ἀπόστασις ἰσοῦται πρὸς 63,10 m. Κατ᾽ αὐτὸν τὸν τρόπον χρησιμοποιοῦνται οἱ Ταχυμετρικοὶ Πίνακες, ὅσον ἀφορᾷ εἰς τὴν ὀπτικὴν μέτρησιν μηκῶν. Ὅπως θὰ ἴδοῦμε εἰς τὸ μέρος τῆς Ταχυμετρίας, οἱ ταχυμετρικοὶ πίνακες χρησιμεύουν διὰ τὴν ταχεῖαν ἐκτέλεσιν καὶ ἄλλων ὑπολογισμῶν.

g	0′	10′	L	20′	30′	L	40′	50′	L	60′	70′	L	80′	90	L
50	5.45	5.53	49.4	5.61	5.68	49.3	5.76	5.84	49.3	5.91	5.99	49.3	6.07	6.14	49.2
1	56	64	50.4	72	80	50.3	87	95	50.3	6.03	6.11	50.2	19	26	50.2
2	67	75	51.3	83	91	51.3	99	6.07	51.3	15	23	51.2	31	39	51.2
3	78	86	52.3	94	6.02	52.3	6.11	19	52.3	27	35	52.2	43	51	52.2
4	89	97	53.3	6.06	14	53.3	22	30	53.2	39	47	53.2	55	63	53.2
5	6.00	6.08	54.3	6.17	6.25	54.3	6.34	6.42	54.2	6.50	6.59	54.2	6.67	6.76	54.1
6	11	19	55.3	28	37	55.3	45	54	55.2	62	71	55.2	79	88	55.1
7	22	30	56.3	39	48	56.2	57	65	56.2	74	83	56.2	91	7.00	56.1
8	33	41	57.3	50	59	57.2	68	77	57.2	86	95	57.1	7.04	12	57.1
9	44	53	58.3	62	71	58.2	80	89	58.2	98	7.07	58.1	16	25	58.1
60	6.54	6.64	59.2	6.73	6.82	59.2	6.91	7.00	59.2	7.10	7.19	59.1	7.28	7.37	59.1
1	65	75	60.2	84	93	60.2	7.03	12	60.1	21	31	60.1	40	49	60.1
2	76	86	61.2	95	7.05	61.2	14	24	61.1	33	43	61.1	52	61	61.0
3	87	97	62.2	7.06	16	62.2	26	35	62.1	45	55	62.1	64	74	62.0
4	98	7.08	63.2	18	27	63.2	37	47	63.1	57	66	63.1	76	86	63.0
5	7.09	7.19	64.2	7.29	7.39	64.1	7.49	7.59	64.1	7.69	7.78	64.0	7.88	7.98	64.0
6	20	30	65.2	40	50	65.1	60	70	65.1	80	90	65.0	8.01	8.11	65.0
7	31	41	66.2	51	62	66.1	72	82	66.1	92	8.02	66.0	13	23	66.0
8	42	52	67.1	63	73	67.1	84	94	67.1	8.04	14	67.0	25	35	66.9
9	53	63	68.1	74	84	68.1	95	8.05	68.0	16	26	68.0	37	47	67.9
70	7.63	7.74	69.1	7.85	7.96	69.1	8.06	8.17	69.0	8.28	8.38	69.0	8.49	8.60	68.9
1	74	85	70.1	96	8.07	70.1	18	29	70.0	40	50	70.0	61	72	69.9
2	85	96	71.1	8.07	18	71.0	29	40	71.0	51	62	70.9	73	84	70.9
3	96	8.07	72.1	19	30	72.0	41	52	72.0	63	74	71.9	85	97	71.9
4	8.07	18	73.1	30	41	73.0	52	64	73.0	75	86	72.9	98	9.09	72.9
5	8.18	8.30	74.1	8.41	9.53	74.0	8.64	8.75	74.0	8.87	8.98	73.9	9.10	9.21	73.8
6	29	41	75.1	52	64	75.0	75	87	74.9	99	9.10	74.9	22	33	74.8
7	40	52	76.0	63	75	76.0	87	99	75.9	9.11	22	75.9	34	46	75.8
8	51	63	77.0	75	87	77.0	98	9.10	76.9	22	34	76.9	46	58	76.8
9	62	74	78.0	86	98	78.0	9.10	22	77.9	34	46	77.8	58	70	77.8
80	8.73	8.85	79.0	8.97	9.09	78.9	9.22	9.34	78.9	9.46	9.58	78.8	9.70	9.83	78.8
1	83	96	80.0	9.08	21	79.9	33	45	79.9	58	70	79.8	83	95	79.8
2	94	9.07	81.0	20	32	80.9	45	57	80.9	70	82	80.8	95	10.07	80.7
3	9.05	18	82.0	31	43	81.9	56	69	81.8	81	94	81.8	10.07	19	81.7
4	16	29	83.0	42	55	82.9	68	80	82.8	93	10.06	82.8	19	32	82.7
5	9.27	9.40	83.9	9.53	9.66	83.9	9.79	9.92	83.8	10.05	10.18	83.8	10.31	10.44	83.7
6	38	51	84.9	65	78	84.9	91	10.04	84.8	17	30	84.7	43	56	84.7
7	49	62	85.9	76	89	85.9	10.02	15	85.8	29	42	85.7	55	69	85.7
8	60	73	86.9	87	10.00	86.8	14	27	86.8	41	54	86.7	67	81	86.6
9	71	84	87.9	98	12	87.8	25	39	87.8	52	66	87.7	80	93	87.6
90	9.82	9.95	88.9	10.09	10.23	88.8	10.37	10.50	88.7	10.64	10.78	88.7	10.92	11.05	88.6
1	93	10.06	89.9	20	34	89.8	48	62	89.7	76	90	89.7	11.04	18	89.6
2	10.03	18	90.9	32	46	90.8	60	74	90.7	88	11.02	90.7	16	30	90.6
3	14	29	91.8	43	57	91.8	71	85	91.7	11.00	14	91.6	28	42	91.6
4	25	40	92.8	54	68	92.8	83	97	92.7	12	26	92.6	40	55	92.6
5	10.36	10.51	93.8	10.65	10.80	93.8	10.94	11.09	93.7	11.23	11.38	93.6	11.52	11.67	93.5
6	47	62	94.8	77	91	94.7	11.06	21	94.7	35	50	94.6	64	79	94.5
7	58	73	95.8	88	11.03	95.7	17	32	95.7	47	62	95.6	77	91	95.5
8	69	84	96.8	99	14	96.7	29	44	96.6	59	74	96.6	89	12.04	96.5
9	80	95	97.8	11.10	25	97.7	40	56	97.6	71	86	97.6	12.01	16	97.5
100	10.91	11.06	98.8	11.21	11.37	98.7	11.52	11.67	98.6	11.83	11.98	98.5	12.13	12.28	98.5

8·8 Αὐταναγωγὰ ταχύμετρα.

Τὰ ταχύμετρα, ποὺ εἶναι ἐφωδιασμένα μὲ σταδιομετρικὸν τηλεσκόπιον καὶ συνεπῶς μὲ κατακόρυφον δίσκον, θὰ ἠμπορούσαμε νὰ τὰ ἀποκαλέσωμε *κοινά*, διότι χρησιμοποιοῦνται εὐρύτατα εἰς τὴν Τοπογραφίαν. Ἐκτὸς ὅμως ἀπὸ τὰ κοινὰ ταχύμετρα ὑπάρχει καὶ μία ἄλλη κατηγορία ταχυμέτρων, ποὺ ὀνομάζονται *αὐταναγωγά*.

Τὰ αὐταναγωγὰ ταχύμετρα ἔχουν τὴν ἰδιότητα νὰ δίδουν τὴν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν L *ἀπ' εὐθείας*, χωρὶς δηλαδὴ νὰ χρειάζεται νὰ προσδιορίζωμε προηγουμένως τὴν κατακόρυφον γωνίαν τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς. Πῶς γίνεται αὐτὸ θὰ τὸ ἐξηγήσωμε ἐν συνεχεία.

Τρία εἶναι τὰ κυριώτερα εἴδη αὐταναγωγῶν ταχυμέτρων: Τὰ *αὐταναγωγὰ ταχύμετρα διπλῆς σκοπεύσεως*, τὰ *αὐταναγωγὰ ταχύμετρα κατακορύφου στόχου* καὶ τὰ *αὐταναγωγὰ ταχύμετρα ὁριζοντίου στόχου*. Τὰ δύο πρῶτα εἴδη, καὶ ἰδίως τὸ δεύτερον, χρησιμοποιοῦνται κυρίως εἰς τὴν ταχυμετρίαν διὰ νὰ κερδίζεται ὁ χρόνος, ποὺ ἀπαιτοῦν ἡ μέτρησις τῆς κατακορύφου γωνίας κατὰ τὴν ἐργασίαν ὑπαίθρου καὶ ὁ ὑπολογισμὸς τῆς ὁριζοντίας ἀποστάσεως L κατὰ τὴν ἐργασίαν γραφείου. Τὸ τρίτον εἶδος αὐταναγωγῶν ταχυμέτρων, δηλαδὴ τὰ αὐταναγωγὰ ταχύμετρα ὁριζοντίου στόχου, χρησιμοποιοῦνται ἀποκλειστικῶς καὶ μόνον διὰ μετρήσεις μεγάλης ἀκριβείας. Θὰ ἐξετάσωμε τώρα τὸ καθένα εἶδος χωριστά.

1. *Αὐταναγωγὰ ταχύμετρα διπλῆς σκοπεύσεως.*

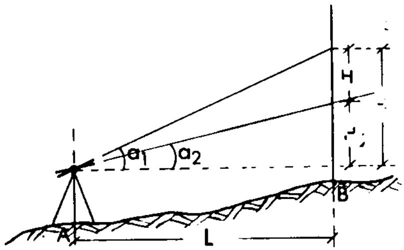
Τὰ ταχύμετρα αὐτὰ βασίζονται εἰς τὴν ἑξῆς ἀρχήν: Ἐὰν ἀπὸ τὸ σημεῖον Α κάνωμε δύο σκοπεύσεις πρὸς τὸν στόχον, ποὺ ἔχομε τοποθετήσει εἰς τὸ σημεῖον Β (σχ. 8·8 α), προκύπτουν αἱ σχέσεις:

$$H_1 = L\varepsilon\varphi\alpha_1 \quad \text{καὶ} \quad H_2 = L\varepsilon\varphi\alpha_2$$

καὶ συνεπῶς $L = \dfrac{H_1 - H_2}{\varepsilon\varphi\alpha_1 - \varepsilon\varphi\alpha_2} = \dfrac{H}{\varepsilon\varphi\alpha_1 - \varepsilon\varphi\alpha_2}$

Ἐὰν ἡ διαφορὰ $\varepsilon\varphi\alpha_1 - \varepsilon\varphi\alpha_2 = q$ εἶναι σταθερὰ καὶ ἴση πρὸς ἕνα κατάλληλον ἀριθμόν, π.χ. 0,01, τότε ἡ διαφορὰ τῶν δύο ἀναγνώσεων ἐπὶ τοῦ στόχου, ἂν ἐκφρασθῇ εἰς cm, θὰ μᾶς δίδῃ τὴν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν L εἰς m.

Τὰ αὐταναγωγὰ ταχύμετρα διπλῆς σκοπεύσεως παρέχουν ἀκριβῶς αὐτὴν τὴν δυνατότητα. Τῆς ἐκτελέσεως δηλαδὴ δύο διαδοχικῶν σκοπεύσεων μὲ διαφορὰν κλίσεων τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς ἴσην πρὸς q. Τὸ μέγεθος q ὀνομάζεται *σταδιομετρικὴ* διαφορά.



Σχ. 8·8 α.

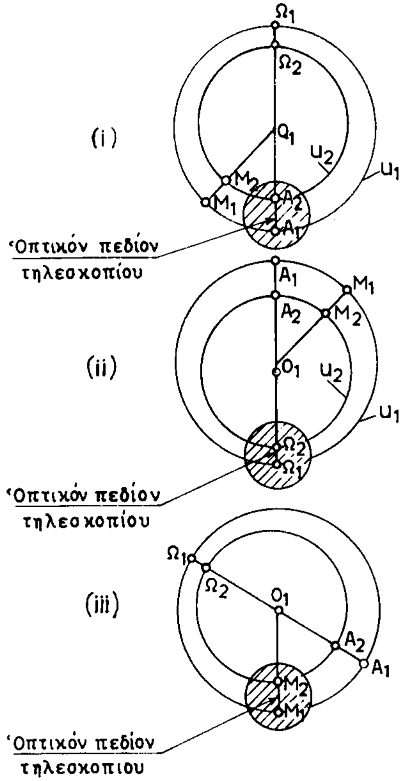
2. *Αὐταναγωγὰ ταχύμετρα κατακορύφου στόχου.*

Θὰ περιγράψωμε τὸν ἀντιπροσωπευτικὸν τύπον *Wild R.D.S.* Τὸ ταχύμετρον αὐτὸ ἀντὶ τῶν παραλλήλων νημάτων ν_1 καὶ ν_2 φέρει χαραγμένας ἐπάνω εἰς ἕνα ὑάλινον δίσκον τὰς κλειστὰς καμπύλας $\varkappa_1$ καὶ $\varkappa_2$ (σχ. 8·8 β). Ὁ ὑάλινος δίσκος στρέφεται γύρω ἀπὸ τὸ σημεῖον O_1 ἀναλόγως πρὸς τὴν περιστροφὴν τοῦ τηλεσκοπίου γύρω ἀπὸ τὸν δευτερεύοντα ἄξονα εἰς τρόπον, ὥστε:

α) Ὅταν ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ εἶναι ὁριζοντία, αἱ καμπύλαι $\varkappa_1$ καὶ $\varkappa_2$ νὰ εὑρίσκωνται εἰς τὴν θέσιν, ποὺ δείχνει τὸ σχῆμα 8·8 β(ι).

β) Ὅταν ἡ γωνία κλίσεως τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς ἰσοῦται πρὸς 45^0, ὁ δίσκος νὰ εὑρίσκεται εἰς τὴν ἀντίστροφον θέσιν [σχ. 8·8β(ιι)].

γ) Διὰ μίαν ἐνδιάμεσον τιμὴν α τῆς γωνίας κλίσεως τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς ὁ δίσκος νὰ εὑρίσκεται εἰς τὴν θέσιν τοῦ σχήματος 8·8β (ιιι).



Σχ. 8·8β.

Εἰς τὸ ὀπτικὸν πεδίον τοῦ τηλεσκοπίου δὲν φαίνονται ὁλόκληροι αἱ καμπύλαι $\varkappa_1$ καὶ $\varkappa_2$, ἀλλὰ μόνον ἕνα μέρος των (σχ. 8·8γ).

Ἂς ἐξετάσωμε τώρα πῶς χαράσσονται αἱ καμπύλαι $\varkappa_1$ καὶ

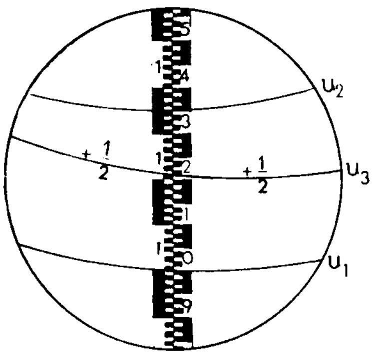
κ_2. Ἡ ἐξωτερικὴ καμπύλη κ_1 εἶναι περιφέρεια μὲ κέντρον τὸ σημεῖον O_1, δηλαδὴ τὸ σημεῖον περιστροφῆς τοῦ ὑαλίνου δίσκου. Ὅσον ἀφορᾶ εἰς τὴν χάραξιν τῆς ἐσωτερικῆς καμπύλης κ_2, λαμβάνομε κατ' ἀρχὴν τὰ διαμετρικῶς ἀντίθετα τμήματα A_1A_2 καὶ $\Omega_1\Omega_2$ οὕτως, ὥστε:

$$A_1A_2 = d \text{ καὶ } \Omega_1\Omega_2 = \frac{d}{2},$$

ὅπου d ἡ ἀπόστασις τῶν νημάτων ν_1 καὶ ν_2 τῶν συνήθων ταχυμέτρων. Τὰ ἐνδιάμεσα σημεῖα M_2 ὁρίζονται οὕτως, ὥστε:

$$M_1M_2 = d \cdot \text{συν}^2\alpha,$$

ὅπου α ἡ ἀντίστοιχος γωνία κλίσεως τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς.



Σχ. 8·8 γ.

Ὅταν σκοπεύσωμε πρὸς τὸν στόχον μὲ τὴν σκοπευτικὴν γραμμὴν ὁριζοντίαν, τὸ ἀντίστοιχον τμῆμα τοῦ στόχου, ποὺ περιλαμβάνεται μεταξὺ τῶν δύο καμπυλῶν κ_1 καὶ κ_2, θὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ τμῆμα D, ποὺ θὰ προέκυπτε, ἐὰν ἡ σκόπευσις ἐγίνετο μὲ κοινὸν ταχύμετρον. Συνεπῶς εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν τὸ D ἐκφράζει τὴν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν.

Ὅταν σκοπεύσωμε πρὸς τὸν στόχον ὑπὸ γωνίαν α, τὸ ἀντίστοιχον τμῆμα τοῦ στόχου, ποὺ περιέχεται μεταξὺ τῶν δύο καμπυλῶν κ_1 καί κ_2, δηλαδὴ μεταξὺ τῶν σημείων M_1 καὶ M_2, θὰ ἰσοῦται πρὸς D·συν²α. Ἀλλὰ ἡ ὁριζοντία ἀπόστασις L δίδεται ἀπὸ τὴν σχέσιν:

$$L = K \cdot D \cdot συν^2α \text{ (σχέσις 5, παραγρ. 8·4).}$$

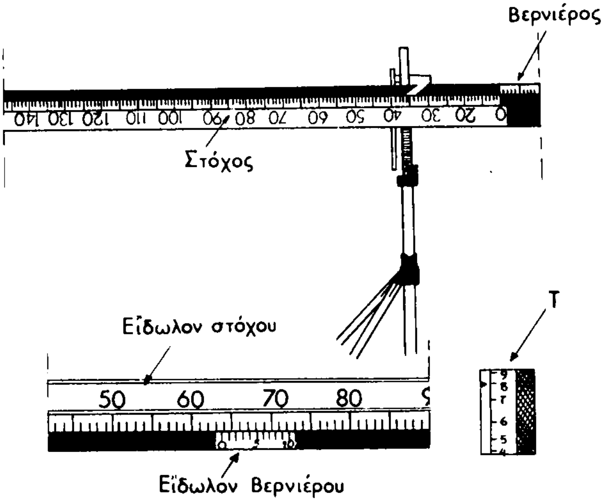
Συνεπῶς, ἐὰν K = 100, τὸ ἀντίστοιχον τμῆμα τοῦ στόχου εἰς cm θὰ μᾶς δίδη τὴν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν εἰς m.

Εἰς τὸ παράδειγμα τοῦ σχήματος 8·8γ τὸ τμῆμα, ποὺ περιλαμβάνεται μεταξὺ τῶν καμπυλῶν $κ_1$ καὶ $κ_2$, ἰσοῦται πρὸς 35,5 cm. Ἄρα ἡ ὁριζοντία ἀπόστασις L ἰσοῦται πρὸς 35,5 m. Τὸ μεσαῖον τόξον, ὅπως θὰ ἴδοῦμε ἐν συνεχείᾳ εἰς τὴν Ταχυμετρικὴν Ἀποτύπωσιν, χρησιμεύει διὰ τὴν ἄμεσον ἀνάγνωσιν τῶν ὑψομετρικῶν διαφορῶν. Ἂς σημειωθῇ ὅτι τὸ τηλεσκόπιον τοῦ ταχυμέτρου, ποὺ περιγράφομε, δὲν ἀντιστρέφει τὸ εἴδωλον τοῦ στόχου. Συνεπῶς οἱ ἀριθμοὶ τοῦ στόχου εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν πρέπει νὰ εἶναι γραμμένοι κανονικά.

3. *Αὐταναγωγὰ ταχύμετρα ὁριζοντίου στόχου.*

Τὰ αὐταναγωγὰ ταχύμετρα διπλῆς σκοπεύσεως καὶ κατακορύφου στόχου παρέχουν μικρὰν ἀκρίβειαν μετρήσεως, περίπου 10 cm ἀνὰ 100 m. Ἀντιθέτως μεγάλην ἀκρίβειαν παρέχουν τὰ αὐταναγωγὰ ταχύμετρα ὁριζοντίου στόχου. Εἰς τὰ ταχύμετρα αὐτοῦ τοῦ εἴδους ὁ στόχος δὲν τοποθετεῖται κατακορύφως, ἀλλὰ ὁριζοντίως καὶ μάλιστα καθέτως πρὸς τὴν σκοπευτικὴν γραμμήν. Ἀφ' ἑτέρου ὁ στόχος εἶναι ἐφωδιασμένος μὲ ἕνα σταθερὸν βερνιέρον, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα 8·8δ.

Χάρις εἰς μίαν διάταξιν πρισμάτων τοῦ τηλεσκοπίου τὸ εἴδωλον τοῦ βερνιέρου δὲν σχηματίζεται εἰς τὴν πραγματικήν του θέσιν ἐν σχέσει πρὸς τὸ εἴδωλον τοῦ στόχου, ἀλλὰ εἰς μίαν ἄλλην, ὥστε ὁ δείκτης O τοῦ βερνιέρου νὰ μᾶς δείχνῃ ἐπὶ τοῦ στόχου τὴν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν, ποὺ θέλομε νὰ προσδιορίσωμε. (Εἰς τὸ σχῆμα 8·8δ π.χ. ἡ ὁριζοντία ἀπόστασις L εἶναι 63 m καὶ κάτι). Θὰ ἐξηγήσωμε ἀμέσως πῶς συμβαίνει αὐτό. Ἡ ἐξήγησις ἀναφέρεται εἰς τὸν ἀντιπροσωπευτικὸν τύπον αὐταναγωγοῦ ταχυμέτρου ὁριζοντίου στόχου: Wild R.D.H.



Σχ. 8·8 δ.

Ἡ ἐκτροπὴ ε_1 τοῦ εἰδώλου τοῦ βερνιέρου ὀφείλεται εἰς τὸ ὅτι αἱ ὀπτικαὶ ἀκτῖνες, ποὺ τὸ σχηματίζουν, ἐκτρέπονται μέσα εἰς τὸ τηλεσκόπιον κατὰ τὴν ὁριζοντίαν ἔννοιαν καὶ ὑπὸ γωνίαν ω (σχ. 8·8 ε). Ἡ γωνία ω εἶναι σταθερὰ διὰ δεδομένην κλίσιν τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς. Μεταβάλλεται ὅμως ἀντιστρόφως πρὸς τὴν γωνίαν κλίσεως α τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς καὶ εἰς τρόπον, ὥστε ὁ λόγος $\frac{\text{εφω}}{\text{συνα}}$ νὰ εἶναι σταθερός. Ἔχομε δηλαδή:

$$\frac{\text{εφω}}{\text{συνα}} = \frac{1}{K} \qquad (1)$$

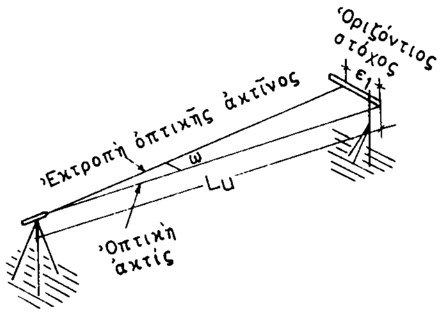
Ἀφ' ἑτέρου, ἐὰν μὲ L παραστήσωμε τὴν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν, ποὺ θέλομε νὰ προσδιορίσωμε, καὶ μὲ Lκ τὴν ἀντίστοιχον κεκλιμένην, θὰ ἰσχύουν αἱ σχέσεις:

$$L\kappa = \frac{L}{\text{συνα}} \quad (2) \quad \text{καὶ} \quad \varepsilon_1 = L\kappa \cdot \text{εφω} \quad (3).$$

Ἀπὸ τὰς σχέσεις (1), (2) καὶ (3) προκύπτει τελικῶς:

$$\varepsilon_1 = \frac{L}{\sigma\upsilon\nu\alpha} \cdot \varepsilon\varphi\omega = L \cdot \frac{\varepsilon\varphi\omega}{\sigma\upsilon\nu\alpha} = \frac{L}{K}.$$

Ἀπὸ τὴν σχέσιν αὐτὴν καὶ ὅταν $K = 100$, ἔπεται ὅτι ἡ ἐκτροπὴ τοῦ εἰδώλου ε_1 εἰς ἑκατοστὰ ἰσοῦται πρὸς τὴν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν εἰς μέτρα.



Σχ. 8·8 ε.

Ἂς ἐπανέλθωμε τώρα εἰς τὴν ἀνάγνωσιν τῆς ὁριζοντίας ἀποστάσεως ἐπὶ τοῦ στόχου. Ἐὰν κάποια ἀπὸ τὰς ὑποδιαιρέσεις τοῦ βερνιέρου συμπίπτῃ ἀκριβῶς μὲ μίαν ὑποδιαίρεσιν τοῦ στόχου, τότε δὲν κάνομε καμμίαν ἄλλην ἐνέργειαν καὶ λέγομε ὅτι ἡ ὁριζοντία ἀπόστασις ἰσοῦται μὲ τόσα μέτρα καὶ τόσα δέκατα τοῦ μέτρου, ὅση εἶναι ἡ τάξις τῆς ὑποδιαιρέσεως τοῦ βερνιέρου, ὅπου παρουσιάζεται ἡ σύμπτωσις. Ἐὰν ὅμως καμμία ἀπὸ τὰς ὑποδιαιρέσεις τοῦ βερνιέρου δὲν συμπίπτῃ μὲ κάποιαν ὑποδιαίρεσιν τοῦ κυρίως στόχου (ὅπως συμβαίνει μὲ τὸ σχῆμα 8 · 8 δ), τότε περιστρέφομε τὸν εἰδικὸν κοχλίαν Τ, ποὺ μετακινεῖ τὸ εἴδωλον τοῦ βερνιέρου, ἕως ὅτου ἐπιτύχωμε αὐτὴν τὴν σύμπτωσιν.

Ἡ πρόσθετος μετακίνησις τοῦ εἰδώλου τοῦ βερνιέρου μετρεῖται ἐπάνω εἰς τὴν περιφέρειαν τοῦ κοχλίου Τ (σχ. 8 · 8 δ). Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον προσδιορίζομε τὴν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν μὲ προσέγγισιν cm. Εἰς τὸ παράδειγμά μας ἡ ὁριζοντία ἀπόστασις εἶναι τελικῶς 63,58 m.

Μὲ τὰ αὐταναγωγὰ ταχύμετρα ὁριζοντίου στόχου ἐπιτυγχάνομε ἀκρίβειαν 1 ἕως 2 cm ἀνὰ 100 m. Βλέπομε δηλαδὴ ὅτι τὸ εἶδος αὐτὸ τῶν ταχυμέτρων μᾶς ἐξασφαλίζει τὸν ὕψιστον βαθμὸν ἀκριβείας, ὅπως καὶ αἱ ἀκριβέστεραι μέθοδοι μετρήσεως. Ἐὰν τώρα λάβωμε ὑπ' ὄψιν μας καὶ τὰ πλεονεκτήματα τῆς ὀπτικῆς μετρήσεως, συμπεραίνομε ὅτι ἡ ὀπτικὴ μέτρησις μὲ αὐταναγωγὰ ταχύμετρα ὁριζοντίου στόχου εἶναι ἡ πλέον ἐνδεδειγμένη μέθοδος διὰ μετρήσεις μεγάλης ἀκριβείας. Δι' αὐτὸ τὰ τελευταῖα χρόνια ἔχει εὑρεῖαν ἐφαρμογὴν εἰς σοβαρὰς τοπογραφικὰς ἐργασίας, ὅπως εἶναι ὁ τριγωνισμὸς καὶ ἄλλαι.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 9

ΠΡΟΧΕΙΡΟΣ ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΟΡΙΖΟΝΤΙΩΝ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΝ

9·1 Μέθοδοι μετρήσεως.

Αἱ τρεῖς βασικαὶ μέθοδοι ἀμέσου μετρήσεως μηκῶν, δηλαδὴ ἡ διὰ κανόνων, ἡ διὰ μετροταινιῶν καὶ μετροσυρμάτων καὶ ἡ ὀπτικὴ μέθοδος, ἐφαρμόζονται, ὅταν θέλωμε νὰ προσδιορίσωμε μίαν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν μὲ μεγάλην ἢ σχετικῶς μεγάλην ἀκρίβειαν. Αὐτὸ συμβαίνει, ὅταν θέλωμε νὰ ἐκτελέσωμε μίαν ἀκριβῆ ἀποτύπωσιν τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐδάφους. Ὅταν ὅμως μᾶς ἀρκῇ μία πρόχειρος καὶ χονδροειδὴς ἀποτύπωσις, προσδιορίζομε τὰς ὁριζοντίας ἀποστάσεις μὲ ἄλλας μεθόδους καὶ ἄλλα ὄργανα μετρήσεως.

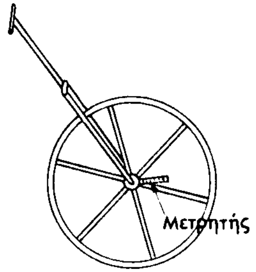
Αἱ μέθοδοι αὐταὶ μᾶς δίδουν μὲν μικρὰν ἀκρίβειαν, ἔχουν ὅμως τὸ πλεονέκτημα ὅτι ἡ ἐργασία διεξάγεται ταχύτατα.

Εἰς ὅλας τὰς μεθόδους, ποὺ χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν πρόχειρον μέτρησιν, ἡ χάραξις τῆς εὐθυγραμμίας γίνεται μὲ πρόχειρα μέσα, λίθους, πασσάλους κλπ., χωρὶς δηλαδὴ τὴν γνωστὴν διαδικασίαν τῆς τοποθετήσεως τῶν ἀκοντίων. Ἐξ ἄλλου εἰς ὅλας αὐτὰς τὰς μεθόδους μετροῦμε κατ' εὐθεῖαν τὸ ἀνάπτυγμα τῆς εὐθυγραμμίας καὶ ἀπὸ τὸ ἀποτέλεσμα τῆς μετρήσεως αὐτῆς καταλήγομε, ὅπως θὰ ἴδοῦμε, εἰς τὴν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν.

Κατωτέρω ἐξετάζομε τὰς συνηθεστέρας μεθόδους προχείρου, ἀλλὰ ταχείας μετρήσεως ὁριζοντίων ἀποστάσεων.

9·2 Μέθοδος τοῦ μετρητικοῦ τροχοῦ.

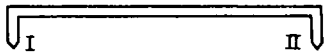
Ὁ *μετρητικὸς τροχὸς* εἶναι ἕνας κοινὸς τροχὸς ἐφωδιασμένος μὲ ἕνα μετρητὴν (σχ. 9·2α). Ὁ μετρητὴς αὐτὸς μετρεῖ τὸν ἀριθμὸν τῶν στροφῶν, ποὺ κάνει ὁ τροχός, ὅταν τὸν κυλίσωμε ἐπάνω εἰς τὴν εὐθυγραμμίαν. Ἐὰν λ εἶναι ὁ ἀριθμὸς αὐτὸς καὶ μ ἡ περίμετρος τοῦ τροχοῦ, τότε τὸ γινόμενον μ · λ θὰ ἰσοῦται προφανῶς πρὸς τὸ ἀνάπτυγμα τῆς εὐθυγραμμίας.



Σχ. 9·2 α.

9·3 Μέθοδος τοῦ διαβήτου ἐδάφους.

῾Ο *διαβήτης ἐδάφους* (τὸν ὀνομάζομε ἔτσι διὰ νὰ τὸν διακρίνωμε ἀπὸ τὸν διαβήτην σχεδιάσεως) εἶναι μία ράβδος μὲ τὰ ἄκρα της κεκαμμένα εἰς σχῆμα ὀρθῆς γωνίας (σχ. 9 · 3 α). Διὰ νὰ με-



Σχ. 9 · 3 α.

τρήσωμε μίαν ἀπόστασιν τοποθετοῦμε τὸν διαβήτην ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας εἰς τρόπον, ὥστε τὸ ἄκρον του I νὰ συμπέσῃ μὲ τὴν ἀρχὴν τῆς εὐθυγραμμίας. ῎Επειτα κρατοῦμε τὸ ἄκρον II σταθερὸν καὶ περιστρέφομε τὸν διαβήτην κατὰ 180°. Τὸ ἄκρον I θὰ λάβῃ μίαν νέαν θέσιν ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας. Κατόπιν στρέφομε τὸν διαβήτην γύρω ἀπὸ τὸ ἄκρον I, ἕως ὅτου τὸ II λάβῃ νέαν θέσιν ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας, κ.ο.κ. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον μετροῦμε τὸ ἀνάπτυγμα τῆς εὐθυγραμμίας εἰς μήκη διαβήτου. ᾿Εὰν ν εἶναι ὁ ἀντίστοιχος ἀριθμὸς καὶ λ τὸ μῆκος τοῦ διαβήτου, τὸ γινόμενον ν · λ θὰ μᾶς δίδῃ τὸ ἀνάπτυγμα τῆς εὐθυγραμμίας.

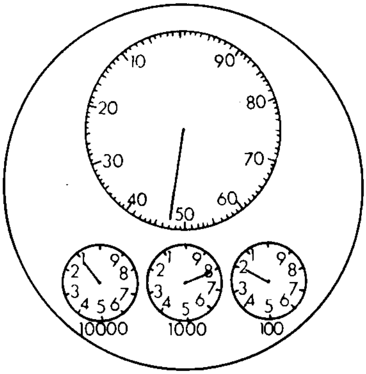
9·4 Μέθοδος τοῦ βηματισμοῦ.

῾Η μέτρησις μὲ τὴν μέθοδον αὐτὴν ὁμοιάζει πρὸς τὴν προηγουμένην μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι ἀντὶ τοῦ ἀνοίγματος τοῦ διαβήτου χρησιμοποιοῦμε τὸ βῆμα μας.

Τὸ βῆμα ὅμως κάθε ἀνθρώπου δὲν ἔχει σταθερὸν ἄνοιγμα εἰς τὰ ὁριζόντια καὶ τὰ κεκλιμένα τμήματα τοῦ ἐδάφους. Εἶναι γνωστὸν π.χ. ὅτι, ὅσον αὐξάνη ἡ κλίσις τοῦ ἐδάφους, ἐλαττοῦται τὸ ἄνοιγμα τοῦ βήματός μας. Θὰ ἔχωμε ἐπίσης παρατηρήσει ὅτι διὰ τὴν ἰδίαν κλίσιν τὸ βῆμα μας εἶναι μεγαλύτερον, ὅταν ἀνερχώμεθα παρὰ ὅταν κατερχώμεθα. Εἶναι εὔκολον διὰ τὸν μετρητὴν νὰ συντάξη ἕνα πίνακα, ὅπου νὰ ἀναγράφη τὰ διάφορα ἀνοίγματα τοῦ βήματός του ἀνὰ δέκα μοίρας κλίσεως ἐπὶ ἀνωφερείας ἢ κατωφερείας. Μὲ βάσιν τὸν ἀτομικὸν αὐτὸν πίνακα ὁρίζει τὸ ἀνάπτυγμα μιᾶς εὐθυγραμμίας πολλαπλασιάζων τὸν ἀριθμὸν τῶν βημάτων, τὰ ὁποῖα χρειάζονται διὰ νὰ διανυθοῦν τὰ διάφορα τμήματα τῆς εὐθυγραμμίας, ποὺ ἔχουν ἑνιαίαν κλίσιν, ἐπὶ τὸ ἀντίστοιχον μῆκος βήματος. Προϋποτίθεται ὅτι τὸ βῆμα τοῦ μετρητοῦ εἶναι κανονικόν, δηλαδὴ ὅτι βηματίζει ἐλεύθερα καὶ μὲ κανονικὸν ρυθμόν.

Ἕνα ἄλλο ζήτημα, ποὺ παρουσιάζεται κατὰ τὴν μέτρησιν μὲ τὴν μέθοδον τοῦ βηματισμοῦ, εἶναι καὶ ἡ ἀρίθμησις τῶν βημάτων. Ὅταν ἔχωμε μικρὰς ἀποστάσεις, ἡ ἀρίθμησις γίνεται νοερῶς ἀπὸ τὸν μετρητήν. Ὅταν ὅμως αἱ ἀποστάσεις εἶναι μεγάλαι, τότε διατρέχομε τὸν κίνδυνον νὰ γίνη κάποιο λάθος. Ἐὰν ἐπιχειρήσωμε νὰ ἐπαναλάβωμε τὴν διαδρομὴν ἀπὸ τὴν ἀρχήν, θὰ χάσωμε πολύτιμον χρόνον. Διὰ νὰ ἀποφύγωμε τὴν ἐπιπλοκὴν χρησιμοποιοῦμε ἕνα μηχανικὸν ἀριθμητήν, τὸ λεγόμενον *βηματόμετρον*.

Τὸ βηματόμετρον εἶναι ἕνα ὄργανον, ποὺ ὁμοιάζει μὲ ὡρολόγιον (σχ. 9·4α). Ἔχει ἕνα μεγάλον δείκτην καὶ τρεῖς ἕως τέσσαρας μικρούς, οἱ ὁποῖοι χάρις εἰς ἕνα εὐπαθῆ μηχανισμὸν τίθενται εἰς λειτουργίαν μὲ τὴν παραμικρὰν κίνησιν πρὸς τὰ κάτω καὶ ὕστερα πρὸς τὰ ἄνω. Ὁ κάθε δείκτης κεῖται ἐπὶ μιᾶς ἰδιαιτέρας ἠριθμημένης πλακός. Ἡ ἀρίθμησις τῆς μεγάλης πλακὸς παριστᾶ δεκάδας, τῆς πρώτης ἐκ δεξιῶν μικρᾶς πλακὸς ἑκατοντάδας, τῆς δευτέρας χιλιάδας καὶ τῆς τρίτης δεκάδας χιλιάδων. Εἶναι ἀρκετὸν λοιπὸν νὰ φέρωμε τὸ βηματόμετρον μαζί μας, ὅταν βηματίζωμε, διὰ νὰ τεθῇ εἰς λειτουργίαν. Ἡ καταγραφὴ τῶν βημάτων γίνεται ὡς ἑξῆς: Διὰ κάθε βῆμα, ποὺ κάνομε, ὁ μεγάλος δείκτης προχωρεῖ κατὰ μίαν ὑποδιαίρεσιν. Ὅταν ὁ μεγάλος δείκτης δια-



Σχ. 9·4 α.

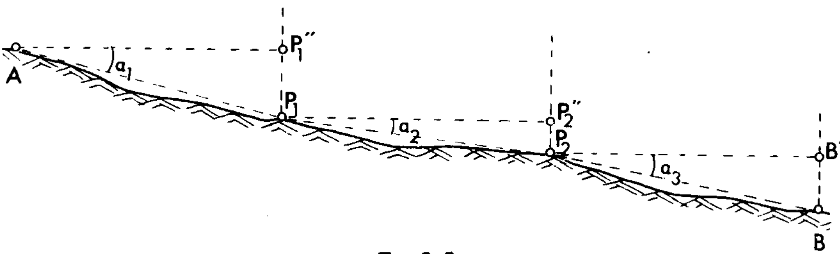
γράφῃ ἕνα πλήρη κύκλον, δηλαδὴ προχωρήσῃ κατὰ ἑκατὸν ὑποδιαιρέσεις, ὁ μικρὸς δείκτης δεξιὰ προχωρεῖ κατὰ μίαν. Ἐπομένως, ὅταν ὁ μεγάλος δείκτης διαγράφῃ δέκα πλήρεις κύκλους, ὁ μικρὸς δείκτης δεξιὰ θὰ διαγράφῃ ἕνα πλήρη κύκλον καὶ ὁ μέσος δείκτης θὰ προχωρήσῃ κατὰ μίαν ὑποδιαίρεσιν κ.ο.κ. Μετὰ τὰς ἐξηγήσεις αὐτὰς εἶναι εὔκολον νὰ καθορισθῇ ὁ ἀριθμὸς τῶν βημάτων, ποὺ κατέγραψε τὸ βηματόμετρον τοῦ σχήματος 9·4 α. Ὁ ἀριθμὸς αὐτὸς εἶναι 18 247.

9·5 Ἀναγωγὴ εἰς τὴν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν.

Ἂς ἐξετάσωμε τώρα πῶς ἀπὸ τὸ ἀνάπτυγμα τῆς εὐθυγραμμίας, ποὺ ὑπελογίσαμε μὲ μίαν ἀπὸ τὰς τρεῖς γνωστάς μας ἤδη μεθόδους, εὑρίσκομε τὴν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν.

Ὅταν τὸ ἔδαφος εἶναι ἐπίπεδον καὶ σχεδὸν ὁριζόντιον, τότε ἡ ὁριζοντία ἀπόστασις ἠμπορεῖ νὰ θεωρηθῇ ἴση πρὸς τὸ ἀνάπτυγμα τῆς εὐθυγραμμίας.

Ὅταν τὸ ἔδαφος εἶναι μὲν ἐπίπεδον, ἀλλὰ κεκλιμένον καὶ ἡ κλίσις εἶναι σχεδὸν σταθερὰ καθ' ὅλον τὸ μῆκος τῆς εὐθυγραμμίας, ἡ ὁριζοντία ἀπόστασις ὁρίζεται, ἐὰν πολλαπλασιάσωμε τὸ ἀνάπτυγμα τῆς εὐθυγραμμίας ἐπὶ τὸ συνημίτονον τῆς γωνίας κλίσεως. Ἐὰν ὅμως ἡ κλίσις τοῦ ἐδάφους διαφέρῃ κατὰ μῆκος τῆς εὐθυγραμμίας (σχ. 9·5α), τότε ὑποδιαιροῦμε τὴν εὐθυγραμμίαν εἰς μικρότερα τμήματα μὲ τὴν αὐτὴν ὅμως κλίσιν.



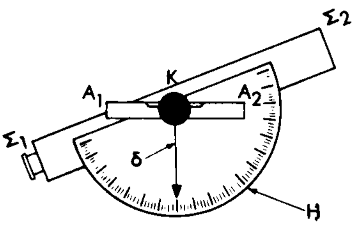
Σχ. 9·5 α.

Τὸ συνολικὸν μῆκος τῆς ὁριζοντίας ἀποστάσεως τῶν σημείων Α καὶ Β εὑρίσκεται πλέον διὰ τῆς προσθέσεως τῶν μερικῶν μηκῶν AP_1'',P_1P_2'' κλπ. Εἰδικῶς εἰς τὴν περίπτωσιν μετρήσεως διὰ βηματισμοῦ πρέπει νὰ εἴμεθα περισσότερον προσεκτικοὶ καὶ νὰ ὑπολογίζωμε διαφορετικὸν μῆκος βήματος διὰ κάθε τμῆμα τῆς εὐθυγραμμίας, συμφώνως πρὸς ὅσα εἴπαμε ἤδη.

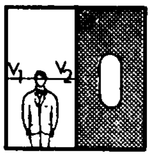
Ἡ κλίσις τοῦ ἐδάφους μετρεῖται μὲ τὸ *κλισίμετρον ἐδάφους*. Τὸ ὀνομάζομε ἔτσι διὰ νὰ τὸ διακρίνωμε ἀπὸ τὸ κλισίμετρον κανόνος, περὶ τοῦ ὁποίου ἔγινε ἤδη λόγος.

Ὑπάρχουν διάφοροι τύποι κλισιμέτρων ἐδάφους. Ὁ τύπος, ποὺ περιγράφομε, ἀποτελεῖται ἀπὸ ἕνα σκοπευτικὸν σωλῆνα $\Sigma_1 - \Sigma_2$, τὸ κατακόρυφον μὲ ὑποδιαιρέσεις ἡμικύκλιον Η καὶ τὴν ἀεροστάθμην $A_1 - A_2$ (σχ. 9·5β).

Τὸ ἡμικύκλιον Η εἶναι στερεὰ προσηρμοσμένον εἰς τὸν σκοπευτικὸν σωλῆνα $\Sigma_1 - \Sigma_2$, ἐνῶ ἡ ἀεροστάθμη ἠμπορεῖ νὰ περιστρέφεται μὲ τὴν βοήθειαν ἑνὸς κοχλίου Κ. Τὴν περιστροφὴν τῆς ἀεροστάθμης ἀκολουθεῖ καὶ ὁ δείκτης δ, ποὺ εἶναι κάθετος πρὸς τὴν διεύθυνσίν της. Ἐπειδὴ ἡ ὑποδιαίρεσις 0 τοῦ διῃρημένου ἡμικυκλίου εὑρίσκεται εἰς τὸ μέσον τῆς ἀντιστοίχου ἡμιπεριφερείας, ἕπεται ὅτι ἡ ὑποδιαίρεσις, ποὺ μᾶς δίδει ὁ δείκτης δ, μετρεῖ τὴν γωνίαν μεταξὺ ἀεροστάθμης καὶ σκοπευτικοῦ σωλῆνος.

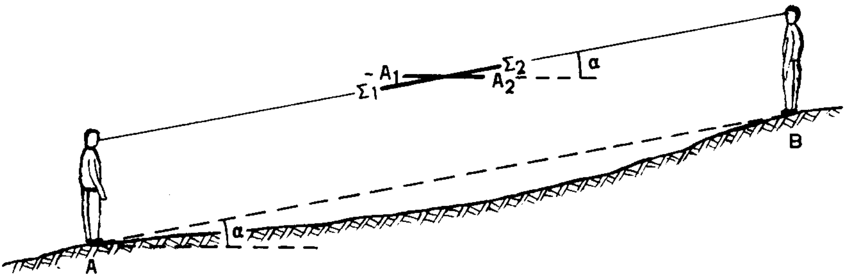


Σχ. 9·5 β.



Σχ. 9·5 γ.

Διὰ νὰ προσδιορίσωμε τὴν κλίσιν τοῦ ἐδάφους μεταξὺ τῶν σημείων Α καὶ Β σκοπεύομε ἀπὸ τὸ Α τὸν βοηθόν μας, ποὺ στέκεται εἰς τὸ Β, οὕτως, ὥστε νὰ βλέπωμε τὸ νῆμα $\nu_1 - \nu_2$ τοῦ σκοπευτικοῦ σωλῆνος περίπου εἰς τὸ ὕψος τῶν ὀφθαλμῶν τοῦ βοηθοῦ μας (σχ. 9·5γ). Συγχρόνως περιστρέφομε τὸν κοχλίαν Κ, ἕως ὅτου ὁριζοντιώσωμε τὴν ἀεροστάθμην $A_1 - A_2$. Ἡ ὁριζοντίωσις αὐτὴ ἐλέγχεται μὲ τὴν βοήθειαν ἑνὸς κατόπτρου, ποὺ μᾶς παρουσιάζει τὸ εἴδωλον τῆς φυσαλίδος τῆς ἀεροστάθμης ἀπέναντι ἀκριβῶς ἀπὸ τὸ νῆμα $\nu_1 - \nu_2$. Ἀπὸ τὸ σχῆμα 9·5δ γίνεται ἀντιληπτὸν ὅτι ἡ γωνία μεταξὺ τοῦ σκοπευτικοῦ σωλῆνος καὶ τῆς ὁριζοντιωμένης ἀεροστάθμης, δηλαδὴ ἡ γωνία α, ποὺ μᾶς δείχνει ὁ



Σχ. 9·5 δ.

δείκτης δ, ἰσοῦται πρὸς τὴν κλίσιν τοῦ ἐδάφους μεταξὺ τῶν σημείων Α καὶ Β.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 10

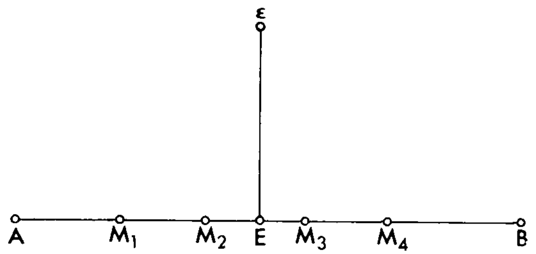
ΕΜΜΕΣΟΣ ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΟΡΙΖΟΝΤΙΩΝ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΝ

10·1 Γενικότητες.

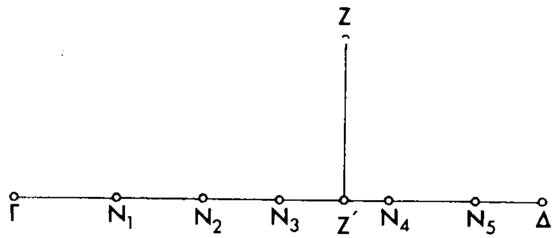
Εἴπαμε ἤδη ὅτι ἡ ἔμμεσος μέτρησις μιᾶς ὁριζοντίας ἀποστάσεως ἐφαρμόζεται, ὅταν τὸ ἔδαφος παρουσιάζῃ διάφορα ἐμπόδια, ποὺ δὲν μᾶς ἐπιτρέπουν νὰ κάνωμε ἄμεσον μέτρησιν τῆς ἀποστάσεως αὐτῆς. Εἴπαμε ἐπίσης ὅτι κατὰ τὴν ἔμμεσον μέτρησιν φροντίζομε νὰ συσχετίζωμε τὴν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν L, ποὺ θέλομε νὰ μετρήσωμε, μὲ διάφορα ἄλλα μεγέθη τέτοια, ὥστε νὰ ἠμποροῦν νὰ μετρηθοῦν ἀμέσως, μετροῦμε τὰ μεγέθη αὐτὰ καὶ εὑρίσκομε τὸ L κατόπιν ὑπολογισμοῦ. Τὰ μεγέθη μὲ τὰ ὁποῖα συσχετίζεται τὸ L εἶναι εἴτε μόνον ὁριζόντιαι ἀποστάσεις, ὁπότε ἡ συσχέτισις γίνεται γεωμετρικῶς, εἴτε ὁριζόντιαι ἀποστάσεις καὶ ὁριζόντιαι γωνίαι, ὁπότε ἡ συσχέτισις γίνεται τριγωνομετρικῶς. Εἰς τὴν δευτέραν περίπτωσιν δὲν παρουσιάζεται καμμία ἰδιαιτέρα δυσκολία, διότι ἐκεῖνο, ποὺ χρειάζεται νὰ γνωρίζωμε, εἶναι νὰ μετροῦμε ὁριζοντίας ἀποστάσεις καὶ ὁριζοντίας γωνίας. Εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν ὅμως χρειάζεται νὰ γνωρίζωμε νὰ *κάνωμε χαράξεις καθέτων* ἐπὶ τοῦ ἐδάφους. Πρέπει λοιπὸν προτοῦ ἐξετάσωμε τὰς διαφόρους περιπτώσεις, νὰ περιγράψωμε πῶς γίνεται ἡ ἐργασία αὐτή. Ἂς σημειωθῇ ὅτι ἡ χάραξις καθέτων ἐφαρμόζεται συχνὰ εἰς τὴν τοπογραφίαν καὶ μάλιστα εἰς τὴν γηπεδομετρίαν.

10·2 Χάραξις καθέτων εὐθειῶν ἢ ὀρθῶν γωνιῶν.

Ὑπάρχουν δύο περιπτώσεις, κατὰ τὰς ὁποίας ἀπαιτεῖται νὰ χαράξωμε καθέτους: Εἰς τὴν πρώτην ἔχομε μίαν εὐθυγραμμίαν, π.χ. τὴν Α — Β, καὶ εἰς ἕνα σημεῖον της Ε θέλομε νὰ ὑψώσωμε τὴν εὐθεῖαν Εε κάθετον πρὸς τὴν Α — Β (σχ. 10 · 2 α). (Τὰ σημεῖα M_1, M_2, M_3 κλπ. τοῦ σχήματος παριστοῦν τὰς θέσεις τῶν ἐνδιαμέσων ἀκοντίων τῆς εὐθυγραμμίας Α — Β). Εἰς τὴν δευτέραν περίπτωσιν ἔχομε καὶ πάλιν μίαν εὐθυγραμμίαν, π.χ. τὴν Γ — Δ, καὶ ἀπὸ ἕνα σημεῖον Ζ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐδάφους, τὸ ὁποῖον κεῖται ἐκτὸς τῆς εὐθυγραμμίας, θέλομε νὰ φέρωμε τὴν κάθετον



Σχ. 10·2 α.



Σχ. 10·2 β.

ΖΖ′ πρὸς τὴν Γ — Δ (σχ. 10 · 2 β). (Τὰ σημεῖα N_1, N_2, N_3 κλπ. τοῦ σχήματος παριστοῦν τὰς θέσεις τῶν ἐνδιαμέσων ἀκοντίων τῆς εὐθυγραμμίας Γ — Δ).

Εἰς τὰς ἑπομένας παραγράφους, ὅπου γίνεται λόγος διὰ τὴν πρώτην περίπτωσιν, θὰ χρησιμοποιοῦνται οἱ συμβολισμοὶ Α, Β, Μ καὶ Ε. Ὅπου γίνεται λόγος διὰ τὴν δευτέραν περίπτωσιν, θὰ χρησιμοποιοῦνται οἱ συμβολισμοὶ Γ, Δ, Ν καὶ Ζ.

Θὰ περιγράψωμε τρεῖς μεθόδους χαράξεως καθέτων: Τὴν *μέθοδον τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου*, τὴν *μέθοδον τοῦ ἰσοσκελοῦς τριγώνου* καὶ τὴν *χάραξιν καθέτων μὲ ὀρθόγωνα*. Ἀπὸ τὰς τρεῖς αὐτὰς μεθόδους αἱ δύο πρῶται χρησιμοποιοῦνται εἰς τὴν οἰκοδομικήν. Εἰς τὴν τοπογραφίαν χρησιμοποιεῖται κυρίως ἡ τρίτη μέθοδος.

1. *Μέθοδος τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου.*

Ἡ μέθοδος αὐτὴ στηρίζεται εἰς τὴν ἑξῆς παρατήρησιν: Ἐὰν αἱ κάθετοι πλευραὶ ὀρθογωνίου τριγώνου εἶναι 3 m καὶ 4 m ἀντιστοίχως, ἡ ὑποτείνουσα τοῦ τριγώνου λόγῳ τοῦ Πυθαγορείου θεωρήματος θὰ ἰσοῦται μὲ 5 m ($5^2 = 3^2 + 4^2$). Ἀπὸ τὴν παρατήρησιν αὐτὴν προκύπτει ἡ ἀκόλουθος μέθοδος χαράξεως ὀρθῶν γωνιῶν.

Ἔστω ὅτι θέλομε νὰ ὑψώσωμε κάθετον εἰς τὸ σημεῖον Ε τῆς εὐθυγραμμίας Α — Β. Ὁρίζομε τὸ σημεῖον Η τῆς εὐθυγραμμίας εἰς ἀπόστασιν 3 m ἀπὸ τὸ Ε (σχ. 10 · 2 γ), ὅπου θέλομε νὰ ὑψώσωμε τὴν κάθετον. Ἔπειτα στερεώνομε τὰ ἄκρα ἑνὸς ράμματος (σχοινιοῦ) μήκους 9 m εἰς τὰ σημεῖα Ε καὶ Η, τεντώνομε τὸ ράμμα μὲ ἕνα ἧλον καὶ μετακινοῦμε τὸν ἧλον εἰς τρόπον, ὥστε κατὰ τὴν μετακίνησίν του τὰ δύο σκέλη, ποὺ σχηματίζει τὸ ράμμα, νὰ εἶναι διαρκῶς τεταμένα (σχ. 10 · 2 γ). Ὅταν ὁ ἧλος φθάσῃ εἰς τὴν θέσιν Θ, ὥστε νὰ ἀπέχῃ ἀπὸ μὲν τὸ Ε 4 m ἀπὸ δὲ τὸ Η $9 - 4 = 5$ m, τότε τὸ τρίγωνον ΘΕΗ θὰ εἶναι ὀρθογώνιον εἰς τὸ Ε καὶ ἄρα ΘΕ ⊥ Α — Β.

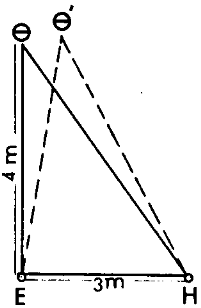
Μὲ μεγαλυτέραν ἀκρίβειαν χαράσσεται ἡ κάθετος ΘΕ, ἐὰν τὸ σημεῖον Η ἀπέχῃ ἀπὸ τὸ Ε 6 m καὶ τὸ μῆκος τοῦ ράμματος εἶναι 18 m, δηλαδὴ ἐὰν αἱ πλευραὶ τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου ΘΕΗ εἶναι 8, 6 καὶ 10 m ($10^2 = 8^2 + 6^2$).

Εἶναι φανερὸν ὅτι ἡ μέθοδος τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου ἐφαρμόζεται μόνον κατὰ τὴν πρώτην περίπτωσιν χαράξεως ὀρθῶν γωνιῶν, δηλαδὴ ὅταν θέλωμε νὰ ὑψώσωμε κάθετον εἰς ἕνα σημεῖον μιᾶς εὐθυγραμμίας.

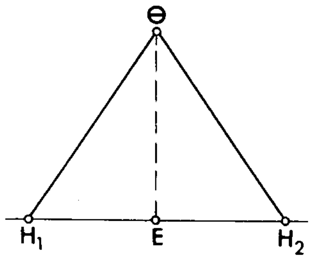
2. *Μέθοδος τοῦ ἰσοσκελοῦς τριγώνου.*

Ἡ μέθοδος αὐτὴ στηρίζεται εἰς τὰς ἰδιότητας τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων.

Ἔστω ὅτι ἔχομε τὴν πρώτην περίπτωσιν χαράξεως ὀρθῶν γωνιῶν, ὅτι θέλομε δηλαδὴ νὰ ὑψώσωμε κάθετον εἰς τὸ σημεῖον Ε τῆς εὐθυγραμμίας Α — Β. Ὁρίζομε τὰ σημεῖα H_1 καὶ H_2 τῆς εὐθυγραμμίας Α — Β οὕτως, ὥστε $H_1E = EH_2$ (σχ. 10·2δ). Κατόπιν στερεώνομε τὰ ἄκρα ἑνὸς ράμματος εἰς τὰ σημεῖα H_1 καὶ H_2, κρατοῦμε τὸ ράμμα ἀπὸ τὸ μέσον του Θ καὶ τὸ τεντώνομε.



Σχ. 10·2γ.



Σχ. 10·2δ.

Εἶναι φανερὸν ὅτι μετὰ τὸ τέντωμα τὰ δύο σκέλη τοῦ ράμματος $H_1\Theta$ καὶ ΘH_2 θὰ εἶναι ἴσα. Λόγῳ ὅμως τῆς ἰσότητος αὐτῆς ἕπεται ὅτι ἡ διάμεσος ΘΕ θὰ εἶναι συγχρόνως καὶ ὕψος τοῦ ἰσοσκελοῦς τριγώνου $\Theta H_1 H_2$. Ἄρα $\Theta E \perp A - B$ (σχ. 10·2δ).

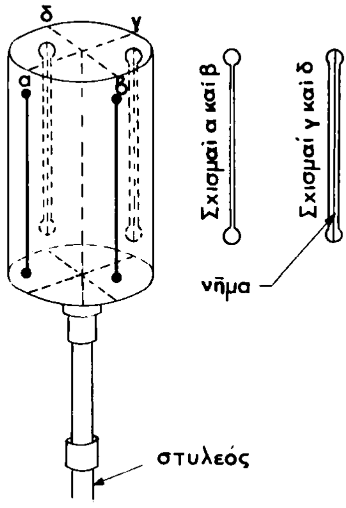
Κατ' ἀντίστοιχον τρόπον χρησιμοποιοῦμε τὴν μέθοδον τοῦ ἰσοσκελοῦς τριγώνου διὰ τὴν δευτέραν περίπτωσιν χαράξεως καθέτου, ὅταν δηλαδὴ θέλωμε νὰ φέρωμε κάθετον πρὸς μίαν εὐθυγραμμίαν ἀπὸ ἕνα σημεῖον, ποὺ κεῖται ἐκτὸς τῆς εὐθυγραμμίας.

3. *Χάραξις καθέτων εὐθειῶν μὲ ὀρθόγωνα.*

Τὸ *ὀρθόγωνον* εἶναι ὄργανον, μὲ τὸ ὁποῖον χαράσσονται ὀρθαὶ γωνίαι. Τὰ ὀρθόγωνα εἶναι τριῶν εἰδῶν: *Τὰ διοπτρικά, τὰ* *κατοπτρικὰ* (ἢ ἀνακλαστικὰ) καὶ τὰ *πρισματικὰ* (ἢ διαθλαστικά). Ἀπὸ τοὺς τρεῖς αὐτοὺς τύπους χρησιμοποιεῖται σήμερον σχεδὸν ἀποκλειστικῶς μόνον ὁ τρίτος. Ὁ πρῶτος οὔτε κατασκευάζεται, οὔτε χρησιμοποιεῖται πλέον καὶ διὰ τοῦτο ἐλάχιστα θὰ μᾶς ἀπασχολήσῃ. Ὅσον ἀφορᾶ εἰς τὸν δεύτερον, ἔπαυσε μὲν νὰ κατασκευάζεται, ἐξακολουθεῖ ὅμως νὰ κυκλοφορῇ εἰς τὴν «τεχνικὴν ἀγοράν». Ἐπειδὴ δὲ ἐνδέχεται νὰ εἶναι τὸ μόνον διαθέσιμον ὀρθόγωνον εἰς ὡρισμένας περιπτώσεις, διὰ τοῦτο θὰ δώσωμε τὴν πλήρη περιγραφήν του καὶ τὸν τρόπον χρήσεώς του, ὅπως φυσικὰ καὶ τοῦ τρίτου τύπου.

10·3 Χάραξις καθέτων εὐθειῶν μὲ διοπτρικὰ ὀρθόγωνα.

Ὁ κλασσικὸς τύπος διοπτρικοῦ ὀρθογώνου ἀποτελεῖται ἀπὸ ἕνα



Σχ. 10·3α.

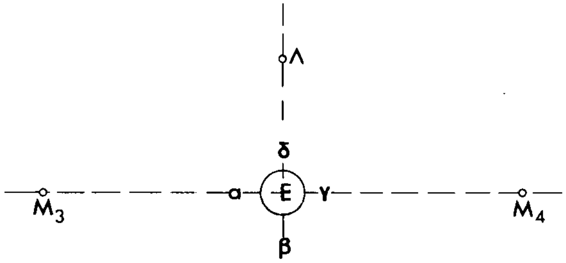
μεταλλικὸν κύλινδρον, ποὺ φέρει τέσσαρας σχισμὰς κατὰ μῆκος τῶν γενετειρῶν του α, β, γ καὶ δ (σχ. 10·3α).

Αἱ σχισμαὶ αὐταὶ εἶναι κατὰ τέτοιον τρόπον διατεταγμέναι, ὥστε τὰ ἐπίπεδα τῶν ἀπέναντι γενετειρῶν α, γ καὶ β, δ νὰ διέρχωνται ἀπὸ τὸν ἄξονα τοῦ κυλίνδρου καὶ νὰ εἶναι κάθετα μεταξύ των.

Ἐπίσης αἱ σχισμαὶ α καὶ β εἶναι λεπτότεραι ἀπὸ τὰς σχισμὰς γ καὶ δ, αἱ ὁποῖαι φέρουν ἕνα λεπτὸν νῆμα ἀκριβῶς κατὰ μῆκος τοῦ ἄξονός των (σχ. 10 · 3 α).

Ὁ κύλινδρος τοῦ ὀρθογώνου ἔχει τὴν δυνατότητα νὰ προσαρμοσθῇ εἰς ἕνα στυλεόν, δηλαδὴ εἰς τὸ ἄκρον μιᾶς μεταλλικῆς ράβδου, κατὰ τέτοιον τρόπον, ὥστε ὁ ἄξων τοῦ κυλίνδρου νὰ κεῖται ἐπὶ τῆς προεκτάσεως τῆς ράβδου. Συνεπῶς, ὅταν ὁ στυλεὸς εἶναι κατακόρυφος, καὶ ὁ ἄξων τοῦ κυλίνδρου θὰ εἶναι κατακόρυφος.

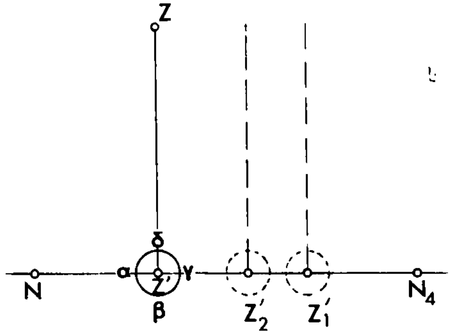
Προκειμένου νὰ ὑψώσωμε κάθετον εἰς ἕνα σημεῖον Ε τῆς εὐθυγραμμίας Α — Β, ἐργαζόμεθα ὡς ἑξῆς: Κατὰ πρῶτον ἐμπήγομε εἰς τὸ σημεῖον αὐτὸ τὸν στυλεὸν τοῦ ὀρθογώνου καὶ τὸν κατακορυφώνομε. Ἔπειτα στρέφομε τὸ ὀρθόγωνον γύρω ἀπὸ τὸν ἄξονά του, ἕως ὅτου σκοπεύοντες διὰ τῆς σχισμῆς α, ἴδοῦμε τὸ νῆμα τῆς σχισμῆς γ νὰ συμπίπτῃ μὲ τὸ πλησιέστερον ἀκόντιον M_4 τῆς εὐθυγραμμίας. Κατόπιν σκοπεύομε διὰ τῆς σχισμῆς β πρὸς τὸ νῆμα τῆς σχισμῆς δ καὶ τοποθετοῦμε ἐπὶ τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς β — δ τὸ ἀκόντιον Λ. Ἡ εὐθεῖα ΕΛ εἶναι ἡ ζητουμένη κάθετος (σχ. 10 · 3 β).



Σχ. 10·3 β.

Ἂν θέλωμε τώρα νὰ φέρωμε κάθετον ἀπὸ ἕνα σημεῖον Ζ πρὸς τὴν εὐθυγραμμίαν Γ — Δ, ἐμπήγομε πάλιν τὸν στυλεὸν τοῦ ὀρθογώνου διαδοχικῶς εἰς τὰς θέσεις Z_1', Z_2', κλπ. (σχ. 10 · 3 γ), ἕως ὅτου διὰ κάποιαν θέσιν, ἔστω Ζ', ἐπιτύχωμε, ὥστε ἡ μὲν σκοπευτικὴ γραμμὴ α — γ νὰ συμπίπτῃ μὲ τὴν εὐθυγραμμίαν Γ — Δ, ἡ δὲ σκοπευτικὴ γραμμὴ β — δ νὰ καλύπτῃ τὸ ἀκόντιον, ποὺ ἔχει τοποθετηθῆ εἰς τὸ Ζ. Τὸ σημεῖον Ζ' εἶναι ὁ ζητούμενος ποῦς τῆς καθέτου.

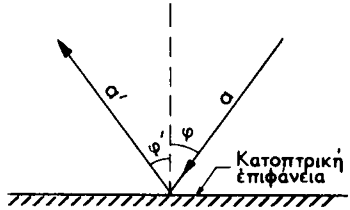
Σοβαρὸν μειονέκτημα τῶν διοπτρικῶν ὀρθογώνων εἶναι ὅτι χρονοτριβοῦμε πολὺ (ἰδίως εἰς τὴν δευτέραν περίπτωσιν χαράξεως καθέτου) τόσον κατὰ τὰς διαδοχικὰς ἐμπήξεις τοῦ στυλεοῦ, ὅσον καὶ κατὰ τὰς διαδοχικὰς σκοπεύσεις. Αὐτὸς εἶναι ὁ λόγος, διὰ τὸν ὁποῖον δὲν χρησιμοποιοῦνται πλέον.



Σχ. 10 · 3 γ.

10 · 4 Χάραξις καθέτων εὐθειῶν μὲ κατοπτρικὰ ὀρθόγωνα.

Γνωρίζομε ἀπὸ τὴν Φυσικὴν ὅτι, ὅταν μία ἀκτὶς α προσπέση ἐπάνω εἰς μίαν κατοπτρικὴν ἐπιφάνειαν, τότε ἀνακλᾶται κατὰ τὴν διεύθυνσιν α΄ ἔτσι, ὥστε ἡ κάθετος πρὸς τὴν κατοπτρικὴν ἐπιφάνειαν εἰς τὸ σημεῖον προσπτώσεως τῆς ἀκτῖνος α νὰ διχοτομῇ τὴν γωνίαν, ποὺ σχηματίζουν αἱ α καὶ α΄ (σχ. 10 · 4 α).



Σχ. 10 · 4 α.

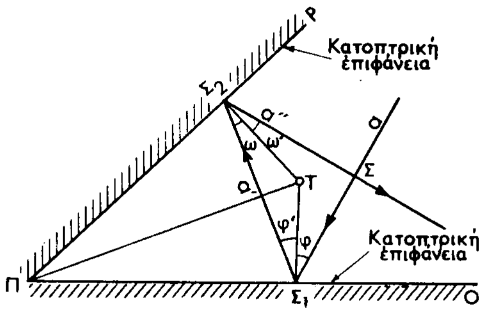
Ἡ γωνία φ μεταξὺ α καὶ καθέτου ὀνομάζεται *γωνία προσπτώσεως*, ἐνῶ ἡ γωνία φ΄ μεταξὺ α΄ καὶ καθέτου ὀνομάζεται *γωνία ἀνακλάσεως*.

Συμφώνως πρὸς τὸν νόμον τῆς ἀνακλάσεως $\varphi = \varphi'$.

Τὰ κατοπτρικὰ ὀρθόγωνα στηρίζονται εἰς τὸν νόμον αὐτόν, δηλαδὴ εἰς τὴν ἰσότητα τῶν γωνιῶν φ καὶ φ' καὶ ἀποτελοῦνται ἀπὸ δύο εἴδη: Τὸ *ἁπλοῦν κατοπτρικὸν ὀρθόγωνον* καὶ τὸ *διπλοῦν*.

1. *Ἁπλοῦν κατοπτρικὸν ὀρθόγωνον.*

Ἔστω τὸ σύστημα κατόπτρων ΟΠΡ, ποὺ ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο ἐπιπέδους κατοπτρικὰς ἐπιφανείας ΠΟ καὶ ΠΡ (σχ. 10 · 4β).



Σχ. 10 · 4β.

Ἡ ἀκτὶς προσπτώσεως α θὰ ἀνακλασθῇ δύο φοράς. Τὴν πρώτην φορὰν ἐπάνω εἰς τὴν ἐπιφάνειαν ΠΟ καὶ τὴν δευτέραν ἐπάνω εἰς τὴν ΠΡ. Ἡ ἀκτὶς ἀνακλάσεως α΄ θὰ εἶναι ἀκτὶς προσπτώσεως διὰ τὴν ἐπιφάνειαν ΠΡ, ἐνῶ ὡς τελικὴ ἀκτὶς ἀνακλάσεως θὰ θεωρηθῇ ἡ α″. Εὐκόλως παρατηροῦμε ὅτι, ὅπως $\varphi = \varphi'$, ὁμοίως καὶ $\omega' = \omega$. Ἀφ' ἑτέρου τὸ ἄθροισμα τῶν ἐσωτερικῶν γωνιῶν τοῦ τετραπλεύρου $Τ\Sigma_1 Π \Sigma_2$ ἰσοῦται μὲ 4 ὀρθάς. Ἐπειδὴ ὅμως αἱ γωνίαι εἰς τὰ Σ_1 καὶ Σ_2 εἶναι ὀρθαί, ἕπεται ὅτι

$$\Sigma_1 \widehat{\Pi} \Sigma_2 + \Sigma_1 \widehat{T} \Sigma_2 = 2 \text{ ὀρθαί.}$$

Ἐπίσης καὶ $\varphi' + \omega' + \Sigma_1 \widehat{T} \Sigma_2 = 2$ ὀρθαὶ (ἀπὸ τὸ τρίγωνον $\Sigma_1 Τ \Sigma_2$).

Ἄρα $\quad \varphi' + \omega' = \Sigma_1 \widehat{\Pi} \Sigma_2$

καὶ τελικῶς :

$$\Sigma\widehat{\Sigma_1}\Sigma_2 + \Sigma_1\widehat{\Sigma_2}\Sigma = 2(\varphi' + \omega') = 2(\widehat{\mathrm{O\Pi P}}). \qquad (1)$$

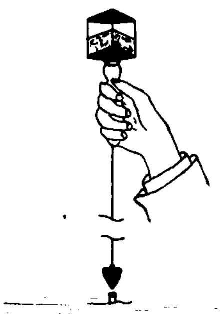
Ἐὰν τώρα ἡ γωνία ΟΠΡ, δηλαδὴ ἡ γωνία ποὺ σχηματίζεται ἀπὸ τὰς δύο ἐπιπέδους κατοπτρικὰς ἐπιφανείας, εἶναι ἴση πρὸς 45^0, τότε ἀπὸ τὴν σχέσιν (1) προκύπτει:

$$\Sigma\widehat{\Sigma_1}\Sigma_2 + \Sigma_1\widehat{\Sigma_2}\Sigma = 2 \times 45^0 = 90^0,$$

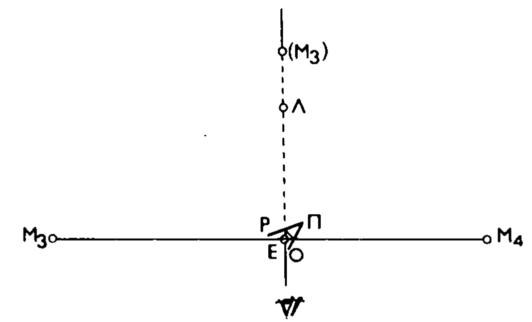
δηλαδὴ ἡ ἀρχικὴ ἀκτὶς προσπτώσεως α εἶναι κάθετος πρὸς τὴν τελικὴν ἀκτῖνα ἀνακλάσεως α″.

Τὸ ἁπλοῦν κατοπτρικὸν ὀρθόγωνον ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο τέτοια ἐπίπεδα κάτοπτρα, ποὺ τέμνονται ὑπὸ γωνίαν 45^0. Ἂς ἰδοῦμε τώρα πῶς γίνεται ἡ χάραξις καθέτων μὲ τὸ ὄργανον αὐτό.

Διὰ τὴν πρώτην περίπτωσιν χαράξεως, δηλαδὴ διὰ τὴν ὕψωσιν καθέτου εἰς τὸ σημεῖον Ε τῆς εὐθυγραμμίας Α—Β, κρατοῦμε τὸ ὀρθόγωνον ἐπάνω ἀκριβῶς ἀπὸ τὸ σημεῖον. Πρὸς τοῦτο κρεμοῦμε τὸ νῆμα τῆς στάθμης ἀπὸ τὸ ἄκρον τῆς χειρολαβῆς τοῦ ὀρθο-



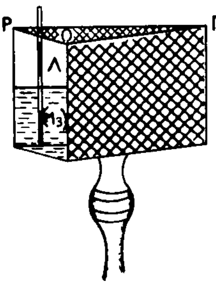
Σχ. 10·4 γ.



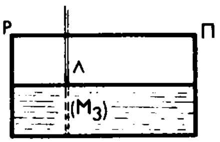
Σχ. 10·4 δ.

γώνου, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα 10·4γ. Στρέφομε τὴν ἐσωτερικὴν γωνίαν τοῦ ὀρθογώνου πρὸς τὸ πλησιέστερον ἀκόντιον $\mathrm{M_3}$ τῆς εὐθυγραμμίας Α—Β καὶ βλέπομε μέσα εἰς τὸ κάτοπτρον ΠΡ τὸ εἴδωλον ($\mathrm{M_3}$) τοῦ ἀκοντίου (σχ. 10·4δ). Συγχρόνως καθοδηγοῦμε τὸν βοηθόν μας νὰ τοποθετήσῃ τὸ ἀκόντιον Λ εἰς μίαν τέτοιαν θέσιν, ὥστε νὰ συμπίπτῃ μὲ τὸ εἴδωλον ($\mathrm{M_3}$). Λόγῳ τῆς ἰδιότητος τοῦ ἁπλοῦ κατοπτρικοῦ ὀρθογώνου νὰ ἀνακλᾶ τὴν ὀπτικὴν ἀκτῖνα M_3 E ὑπὸ γωνίαν 90^0, ἕπεται ὅτι ἡ γωνία M_3 E (M_3) εἶναι ὀρθή. Ἄρα καὶ ἡ γωνία M_3 ΕΛ εἶναι ὀρθὴ καὶ συνεπῶς ἡ ΕΛ εἶναι κάθετος πρὸς τὴν εὐθυγραμμίαν Α—Β.

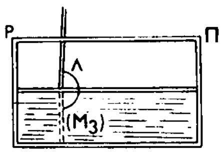
Ἡ σύμπτωσις τοῦ εἰδώλου (M_3) καὶ τοῦ ἀκοντίου Λ ἐλέγχεται ἀπὸ μίαν θυρίδα, ποὺ ὑπάρχει εἰς τὸ ἐπάνω μέρος τοῦ ὀρθογώνου (σχ. 10 · 4 ε). Ἐὰν κρατοῦμε τὸ ὀρθόγωνον μὲ τὸ στέλεχος κατακόρυφον, ὅπως πρέπει νὰ τὸ κρατοῦμε, τότε θὰ βλέπωμε τὸ εἴδωλον τοῦ ἀκοντίου (M_3) ἀκριβῶς εἰς τὴν προέκτασιν τοῦ ἀκοντίου Λ (σχ. 10 · 4 ζ). Ἐὰν ὄχι, τότε τὸ Λ καὶ τὸ (M_3) θὰ σχηματίζουν μίαν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ὅπως εἰς τὸ σχῆμα 10 · 4 η. Βάσει τῆς παρατηρήσεως αὐτῆς εἶναι εὔκολον νὰ διορθώσωμε τὴν στάσιν τοῦ ὀρθογώνου.



Σχ. 10·4 ε.

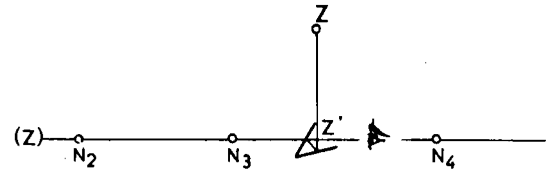


Σχ. 10·4 ζ.



Σχ. 10·4 η.

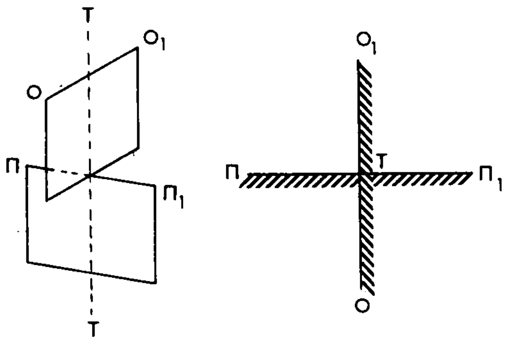
Διὰ τὴν δευτέραν περίπτωσιν χαράξεως καθέτου ἐφαρμόζομε τὴν μέθοδον τῶν ἀναζητήσεων, ὅπως εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν διοπτρικῶν ὀρθογώνων. Κινούμεθα δηλαδὴ ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας Γ—Δ μὲ τὴν ἐσωτερικὴν γωνίαν τοῦ ὀρθογώνου πρὸς τὸ μέρος τοῦ σημείου Ζ, ἀπὸ ὅπου θέλομε νὰ φέρωμε τὴν κάθετον. Ἐκεῖ, ὅπου θὰ ἴδοῦμε τὸ εἴδωλον τοῦ ἀκοντίου Ζ νὰ συμπίπτῃ μὲ τὸ ἀκόντιον N_3 τῆς εὐθυγραμμίας, ἀφήνομε τὸ μεταλλικὸν σῶμα τοῦ νήματος τῆς στάθμης νὰ πέσῃ καὶ ὁρίζομε ἔτσι τὸν πόδα Ζ′ τῆς ζητουμένης καθέτου (σχ. 10 · 4 θ). Ἐννοεῖται ὅτι κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς συμπτώσεως ἐλέγχομε, ἐὰν τὸ ἀκόντιον N_3 καλύπτῃ τὰ ὑπόλοιπα ἐνδιάμεσα ἀκόντια τῆς εὐθυγραμμίας μέχρι τῆς ἀρχῆς Γ. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον εἴμεθα βέβαιοι ὅτι τὸ ὀρθόγωνον καὶ συνεπῶς τὸ σημεῖον Ζ' κεῖται μὲ μεγάλην προσέγγισιν ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας.



Σχ. 10 · 4 θ.

2. *Διπλοῦν κατοπτρικὸν ὀρθόγωνον.*

Τὸ εἶδος αὐτὸ τοῦ κατοπτρικοῦ ὀρθογώνου δὲν προορίζεται διὰ τὴν χάραξιν καθέτων, ἀλλὰ διὰ τὸν προσδιορισμὸν διαφόρων σημείων μιᾶς εὐθυγραμμίας. Ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο κατοπτρικὰ ἐπίπεδα, τὸ ἕνα ἀπὸ τὰ ὁποῖα ὑπέρκειται τοῦ ἄλλου ἔτσι, ὥστε νὰ σχηματίζουν ὀρθὴν γωνίαν (σχ. 10 · 4 ι).



Σχ. 10 · 4 ι.

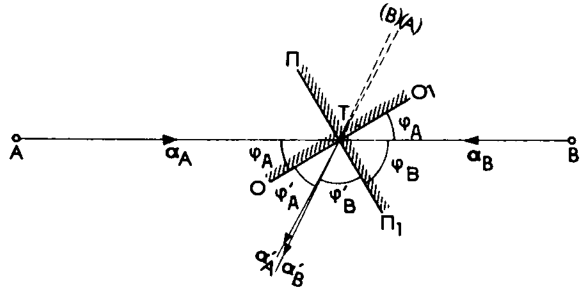
Τοποθετοῦμε τώρα τὸ διπλοῦν ὀρθόγωνον ἐπάνω ἀπὸ οἱονδήποτε σημεῖον τῆς εὐθυγραμμίας Α—Β (σχ. 10 · 4 κ). Μεταξὺ τῶν γωνιῶν προσπτώσεως καὶ ἀνακλάσεως ἐν σχέσει πρὸς τὰ δύο κάτοπτρα τοῦ ὀρθογώνου ἰσχύουν αἱ σχέσεις:

$$\varphi_A = \varphi'_A$$
$$\varphi_B = \varphi'_B .$$

Ἀφ' ἑτέρου, ἐπειδὴ τὸ κέντρον Τ τοῦ διπλοῦ ὀρθογώνου κεῖται ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας ΑΒ, σχηματίζονται αἱ κατακορυφὴν γωνίαι:

$$\widehat{ATO} = \widehat{BTO_1} = \varphi_A .$$

Ἀλλὰ ἡ γωνία $O_1 T \Pi_1$ εἶναι ὀρθή. Συνεπῶς $\varphi_A + \varphi_B = \varphi'_A + \varphi'_B = 90^0$.

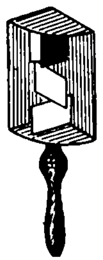


Σχ. 10·4 κ.

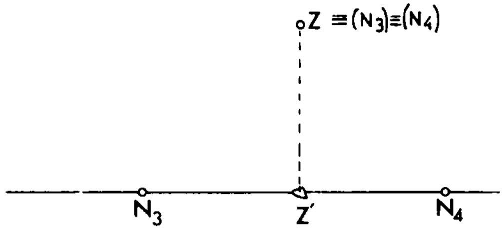
Μὲ ἄλλα λόγια αἱ ἀκτῖνες ἀνακλάσεως α'_A καὶ α'_B καὶ ἑπομένως καὶ τὰ εἴδωλα (Α) καὶ (Β) τῶν ἀκοντίων Α καὶ Β πρέπει νὰ συμπίπτουν. Αὐτὴ ἡ σύμπτωσις ὀφείλεται εἰς τὴν καθετότητα τῶν δύο κατοπτρικῶν ἐπιπέδων καὶ συμβαίνει δι' οἱονδήποτε προσανατολισμὸν τοῦ ὀρθογώνου ὡς πρὸς τὴν εὐθυγραμμίαν.

Ἐὰν λοιπὸν θέλωμε νὰ προσδιορίσωμε ἕνα σημεῖον τῆς εὐθυγραμμίας, ἀρκεῖ νὰ μετακινηθοῦμε καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσίν της, ἕως ὅτου ἐπιτύχωμε τὴν σύμπτωσιν τῶν εἰδώλων (Α) καὶ (Β). Ἀφήνομε τότε τὸ νῆμα τῆς στάθμης νὰ ἐγγίσῃ τὸ ἔδαφος. Τὸ ἀντίστοιχον σημεῖον εἶναι σημεῖον τῆς εὐθυγραμμίας.

Τὸ διπλοῦν ὀρθόγωνον δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ καὶ εἰς τὴν δευτέραν περίπτωσιν χαράξεως καθέτου, ἐὰν συνδυασθῇ εἰς τὴν ἰδίαν συσκευὴν μὲ τὸ ἁπλοῦν ὀρθόγωνον (σχ. 10·4λ). Ἐνῶ δηλαδὴ μὲ τὸ ἁπλοῦν ὀρθόγωνον τῆς συσκευῆς φέρομε εἰς σύμπτωσιν τὸ εἴδωλον (N_3) μὲ τὸ ἀκόντιον Ζ, μὲ τὸ διπλοῦν ὀρθόγωνον ἐλέγχομε, ἂν τὰ εἴδωλα τῶν ἀκοντίων N_3 καὶ N_4 συμπίπτουν (σχ. 10·4μ). Ἔτσι εἴμεθα βέβαιοι ὅτι τὸ σημεῖον, ἐπάνω ἀπὸ



Σχ. 10·4λ.



Σχ. 10·4μ.

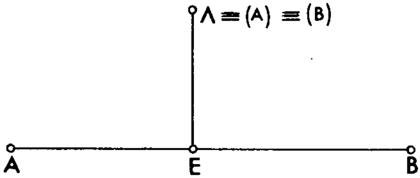
τὸ ὁποῖον κρέμεται τὸ νῆμα τῆς στάθμης, κεῖται ἀφ᾽ ἑνὸς μὲν ἐπὶ τῆς καθέτου ἐκ τοῦ Ζ, ἀφ᾽ ἑτέρου δὲ ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας Γ — Δ. Ὁ καθορισμὸς τοῦ ποδὸς Ζ′ τῆς ζητουμένης καθέτου μὲ τὸν συνδυασμὸν ἁπλοῦ καὶ διπλοῦ ὀρθογώνου γίνεται μὲ μεγαλυτέραν ἀκρίβειαν ἀπὸ ὅ,τι μόνον μὲ τὸ ἁπλοῦν ὀρθόγωνον.

3. *Συνθῆκαι ἀκριβείας καὶ ἔλεγχος.*

Εἰς ἕνα ἁπλοῦν κατοπτρικὸν ὀρθόγωνον πρέπει τὰ δύο κατοπτρικὰ ἐπίπεδα νὰ τέμνωνται ὑπὸ γωνίαν 45^0 ἀκριβῶς. Ὁ ἔλεγχος τῆς συνθήκης αὐτῆς γίνεται ὡς ἑξῆς: Κρατοῦμε τὸ ὀρθόγωνον ἐπάνω ἀπὸ οἱονδήποτε σημεῖον μιᾶς εὐθυγραμμίας Α—Β, μὲ τὴν ἐσωτερικὴν γωνίαν τοῦ ὀρθογώνου πρὸς τὸ ἄκρον Α τῆς εὐθυγραμμίας καὶ τοποθετοῦμε τὸ ἀκόντιον Λ οὕτως, ὥστε νὰ συμπίπτῃ μὲ τὸ εἴδωλον (Α) (σχ. 10·4ν). Ἔπειτα στρέφομε τὸ ὀρθόγωνον πρὸς τὸ ἄκρον Β τῆς εὐθυγραμμίας. Ἐὰν τὸ Λ συμπίπτῃ καὶ μὲ τὸ εἴδωλον (Β), τότε ὑφίσταται διὰ τὸ ὀρθόγωνον ἡ ἀπαιτουμένη συνθήκη ἀκριβείας.

Εἰς ἕνα διπλοῦν κατοπτρικὸν ὀρθόγωνον πρέπει τὰ δύο κατοπτρικὰ ἐπίπεδα νὰ σχηματίζουν ἀκριβῶς ὀρθὴν γωνίαν μεταξύ των. Ἡ ὕπαρξις τῆς συνθήκης ἐλέγχεται, ἂν κρατήσωμε τὸ ὀρθόγωνον ἐπάνω ἀπὸ οἱονδήποτε σημεῖον μιᾶς εὐθυγραμμίας. Ἂν ἴδοῦμε τὰ εἴδωλα τῶν ἄκρων τῆς εὐθυγραμμίας νὰ συμπίπτουν, τότε ὑφίσταται καὶ ἡ συνθήκη ἀκριβείας.

Τὰ κατοπτρικὰ ὀρθόγωνα παρουσιάζουν τὸ ἑξῆς μειονέκτημα: Δὲν διατηροῦν ἐπὶ πολὺ τὰς συνθήκας ἀκριβείας, διότι εὐκόλως μεταβάλλονται αἱ γωνίαι τῶν κατοπτρικῶν ἐπιπέδων των. Αὐτὸ τὸ μειονέκτημα ἐξαλείφεται εἰς τὰ πρισματικὰ ὀρθόγωνα.

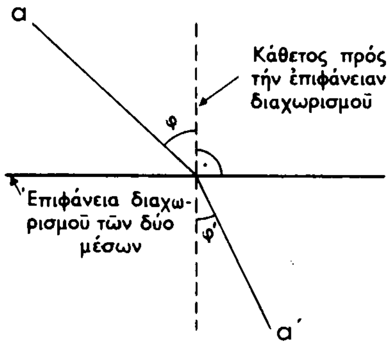


Σχ. 10·4 ν.

10 · 5 Χάραξις καθέτων εὐθειῶν μὲ πρισματικὰ ὀρθόγωνα.

Τὰ πρισματικὰ ὀρθόγωνα στηρίζονται εἰς τὸν νόμον τῆς διαθλάσεως, συμφώνως πρὸς τὸν ὁποῖον, ὅταν μία ἀκτὶς α εἰσέλθῃ ἀπὸ ἕνα διαφανὲς μέσον (λ.χ. τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα) εἰς ἕνα ἄλλο, (λ.χ. τὴν ὕαλον), δὲν ἀκολουθεῖ τὴν ἀρχικὴν διεύθυνσιν α, ἀλλὰ τὴν α′, ἡ ὁποία εἶναι τέτοια, ὥστε ὁ λόγος $\frac{\eta\mu\varphi}{\eta\mu\varphi'}$ νὰ παραμένῃ σταθερὸς διὰ κάθε τιμὴν τῆς φ (σχ. 10 · 5 α). Ἡ γωνία φ ὀνομάζεται *γωνία προσπτώσεως*, ἡ φ′ *γωνία διαθλάσεως* καὶ ὁ σταθερὸς λόγος $\frac{\eta\mu\varphi}{\eta\mu\varphi'} = \nu$ *δείκτης διαθλάσεως* τοῦ δευτέρου μέσου ὡς πρὸς τὸ πρῶτον (τῆς ὑάλου ὡς πρὸς τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα διὰ τὸ παράδειγμά μας).

Ὁ δείκτης διαθλάσεως ν δὲν εἶναι τίποτε ἄλλο παρὰ ὁ λόγος τῆς πυκνότητος τοῦ δευτέρου μέσου πρὸς τὴν πυκνότητα τοῦ πρώτου. Συνεπῶς, ἐὰν τὸ πρῶτον μέσον εἶναι ἀραιότερον ἀπὸ ὅ,τι τὸ δεύτερον, τότε $\nu > 1$ καὶ $\varphi > \varphi'$. Ἐὰν ἀντιστρόφως εἶναι πυκνότερον, τότε $\nu < 1$ καὶ $\varphi < \varphi'$.



Σχ. 10·5 α.

Ἐὰν τώρα ἡ πορεία τῆς ἀκτῖνος ἀντιστραφῇ, δηλαδὴ ἐὰν ἡ ἀκτὶς κινηθῇ ἀπὸ τὸ δεύτερον μέσον πρὸς τὸ πρῶτον (ἀπὸ τὴν ὕαλον πρὸς τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα), τότε εἰς τὴν γωνίαν προσπτώσεως φ' ἀντιστοιχεῖ γωνία διαθλάσεως φ καὶ ἰσχύει ἡ σχέσις $\frac{\eta\mu\varphi'}{\eta\mu\varphi} = \nu'$, ὅπου ν' ὁ δείκτης διαθλάσεως τοῦ πρώτου μέσου ὡς πρὸς τὸ δεύτερον. Εἶναι φανερὸν ὅτι ἰσχύει ἡ σχέσις $\nu' = \frac{1}{\nu}$.

Ἄς ἔλθωμε τώρα εἰς τὴν συγκεκριμένην περίπτωσιν τῶν πρισμάτων, ὅπου τὸ πρῶτον διαφανὲς μέσον εἶναι ὁ ἀτμοσφαιρικὸς ἀὴρ καὶ τὸ δεύτερον ἡ ὕαλος. Ὁ δείκτης διαθλάσεως ν τῆς ὑάλου πρὸς τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα, δηλαδὴ ὁ λόγος τῆς πυκνότητος τῆς ὑάλου πρὸς τὴν πυκνότητα τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος, ἰσοῦται μὲ $\frac{3}{2}$. Ἀφ' ἑτέρου, ἀπὸ τὴν σχέσιν $\frac{\eta\mu\varphi}{\eta\mu\varphi'} = \nu$ προκύπτει ὅτι διὰ $\varphi = 90^0$ ἢ $\eta\mu\varphi = 1$ ἔχομε $\frac{1}{\eta\mu\varphi'} = \frac{3}{2}$ καὶ συνεπῶς $\eta\mu\varphi' = \frac{2}{3}$ ἢ $\varphi' = 42^0$.

Ἡ τιμὴ αὐτὴ τῆς φ΄ ὀνομάζεται γωνία *ὁλικῆς ἀνακλάσεως*. Αὐτὸ σημαίνει ὅτι, ἐὰν μία ἀκτὶς κινηθῇ ἀπὸ τὴν ὕαλον πρὸς τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα ὑπὸ γωνίαν προσπτώσεως μεγαλυτέραν τῶν 42^0 δὲν θὰ διαθλασθῇ, δηλαδὴ δὲν θὰ ἐξέλθῃ εἰς τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα, ἀλλὰ θὰ ἀνακλασθῇ ἐξ ὁλοκλήρου μέσα εἰς τὴν μᾶζαν τῆς ὑάλου.

Τὰ πρισματικὰ ἢ διαθλαστικὰ ὀρθόγωνα στηρίζονται εἰς τὸν νόμον τῆς διαθλάσεως, δηλαδὴ εἰς τὴν σχέσιν $\frac{\eta\mu\varphi}{\eta\mu\varphi'} = \nu$, καὶ ἀποτελοῦνται ἀπὸ τέσσαρα εἴδη. *Τὸ ἁπλοῦν πρισματικὸν ὀρθόγωνον, τὸ διπλοῦν πρισματικὸν ὀρθόγωνον*, τὸ *ἁπλοῦν πεντάπρισμα καὶ τὸ διπλοῦν πεντάπρισμα*.

1. *Ἁπλοῦν πρισματικὸν ὀρθόγωνον.*

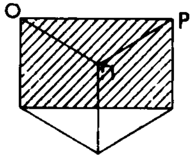
Τὸ ἁπλοῦν πρισματικὸν ὀρθόγωνον ἀποτελεῖται ἀπὸ ἕνα πρῖσμα μὲ διατομὴν τὸ ὀρθογώνιον — ἰσοσκελὲς τρίγωνον ΟΠΡ (σχ. 10 · 5 β). Ἡ ἕδρα ΟΡ τοῦ πρίσματος εἶναι κατοπτρικὴ (πρὸς τὸ μέρος τοῦ πρίσματος). Θὰ παρακολουθήσωμε τώρα τὴν διαδρομήν, ποὺ κάνει ἡ ἀκτὶς προσπτώσεως α μέσα εἰς τὴν μᾶζαν ἑνὸς τέτοιου πρίσματος.

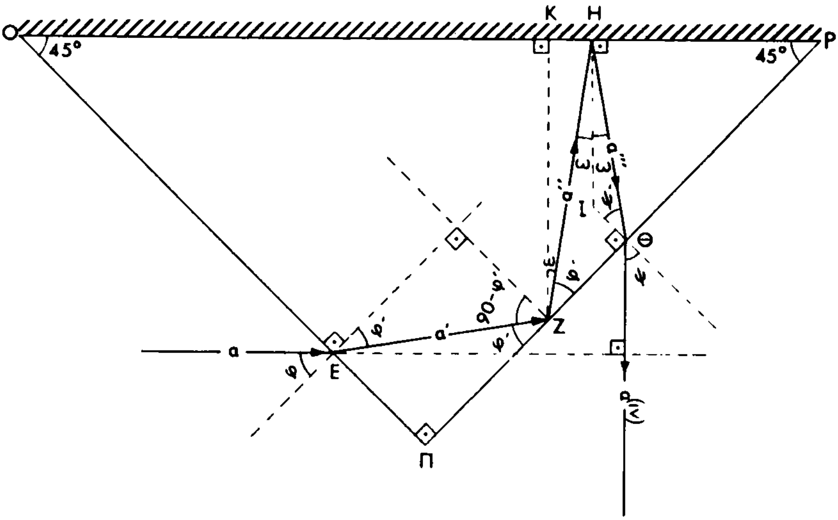
Κατ' ἀρχὴν ἡ α μόλις προσπέσῃ εἰς τὴν ΟΠ, διαθλᾶται κατὰ τὴν α΄. Ἡ α΄ προσπίπτει ἐπάνω εἰς τὴν ἕδραν ΠΡ, ἀλλὰ δὲν ἐξέρχεται εἰς τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα, διότι ἡ γωνία 90—φ΄ εἶναι μεγαλυτέρα τῶν 42^0. Ὑφίσταται λοιπὸν ὁλικὴν ἀνάκλασιν κατὰ τὴν διεύθυνσιν α΄΄. Ἡ α΄΄ ἀνακλᾶται κανονικὰ ἐπάνω εἰς τὴν κατοπτρικὴν ἕδραν ΟΡ κατὰ τὴν α΄΄΄. Τέλος ἡ α΄΄΄ προσπίπτει ἐπάνω εἰς τὴν ἕδραν ΠΡ καὶ ἐπειδὴ ἡ γωνία προσπτώσεως ψ΄ εἶναι μικροτέρα τῶν 42^0 διαθλᾶται πρὸς τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα κατὰ τὴν $\alpha^{(\iota\nu)}$. Θὰ ἀποδείξωμε ὅτι ἡ $\alpha^{(\iota\nu)}$ εἶναι κάθετος πρὸς τὴν α.

Ἐὰν εἰς τὸ σχῆμα 10 · 5 β φέρωμε τὴν ΖΚ κάθετον πρὸς τὴν

ΟΡ, εἶναι φανερὸν ὅτι ἡ γωνία ΚΖΡ ἰσοῦται πρὸς 45^0. Δηλαδὴ $\omega + \varphi' = 45^0$, καὶ

$$\varphi' = 45^0 - \omega. \qquad (1)$$





Σχ. 10·5 β.

Ἀφ' ἑτέρου ἀπὸ τὸ τετράπλευρον ΗΡΘΙ προκύπτει εὐκόλως ὅτι ἡ $\widehat{\text{ΗΙΘ}}$ ἰσοῦται πρὸς $180 - 45 = 135^0$. Ἀλλὰ ἐκ τοῦ τριγώνου ΗΘΙ ἔχομε:

$$\widehat{\text{ΗΙΘ}} + \omega + \psi' = 180^0. \text{ Ἄρα } \omega + \psi' = 180^0 - \widehat{\text{ΗΙΘ}} = 45^0 \text{ καὶ}$$

$$\psi' = 45^0 - \omega. \qquad (2)$$

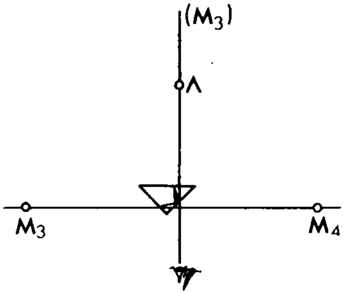
Ἐκ τῶν σχέσεων (1) καὶ (2) προκύπτει ὅτι

$$\varphi' = \psi' \text{ καὶ ἄρα } \varphi = \psi.$$

Ἤτοι ἡ ἀρχικὴ γωνία προσπτώσεως ἰσοῦται πρὸς τὴν τελικὴν γωνίαν διαθλάσεως. Αἱ ἴσαι ὅμως αὐταὶ γωνίαι ἔχουν δύο πλευρὰς καθέτους. Ἄρα συμφώνως πρὸς τὴν Γεωμετρίαν καὶ αἱ ἄλλαι δύο πλευραί των, δηλαδὴ ἡ α καὶ ἡ α$^{(\text{ιν})}$ θὰ εἶναι κάθετοι μεταξύ των.

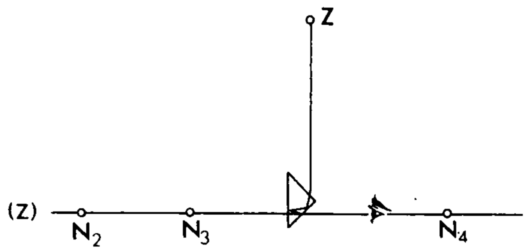
Παρατήρησις.

Διὰ νὰ εἶναι ἡ ἀκτὶς ἐξόδου α$^{(\text{ιν})}$ κάθετος πρὸς τὴν ἀκτῖνα εἰσόδου α, πρέπει ἡ τελευταία νὰ ἀκολουθήσῃ τὴν διαδρομήν, ποὺ περιεγράψαμε, δηλαδὴ τὴν διαδρομήν, ποὺ δείχνει τὸ σχῆμα 10 · 5 β. Διὰ νὰ συμβῇ ὅμως αὐτὸ πρέπει ἡ α νὰ εἶναι περίπου παράλληλος πρὸς τὴν κατοπτρικὴν ἕδραν ΟΡ.



Σχ. 10·5 γ.

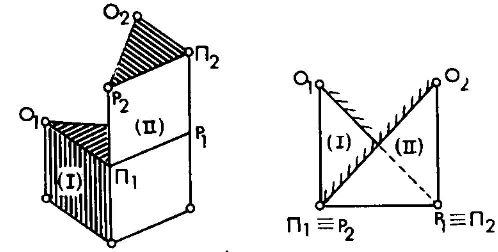
Ἂς ἔλθωμε τώρα εἰς τὴν χάραξιν καθέτων μὲ τὰ πρισματικὰ ὀρθόγωνα. Διὰ τὴν πρώτην περίπτωσιν χαράξεως κρατοῦμε τὸ πρισματικὸν ὀρθόγωνον ἐπάνω ἀπὸ τὸ σημεῖον Ε μὲ τὴν ὑποτείνουσαν ΟΡ τοῦ ὀρθογώνου περίπου παράλληλον πρὸς τὴν εὐθυγραμμίαν Α — Β καὶ τοποθετοῦμε τὸ ἀκόντιον Λ ἔτσι, ὥστε Λ ≡ (M_3) (σχ. 10 · 5 γ). Διὰ τὴν δευτέραν περίπτωσιν χαράξεως καθέτου κινούμεθα ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας Γ — Δ κρατοῦντες τὸ ὀρθόγωνον μὲ τὴν ὑποτείνουσαν ΟΡ περίπου κάθετον ἐπὶ τὴν εὐθυγραμμίαν, ἕως ὅτου ἴδοῦμε τὸ εἴδωλον τοῦ ἀκοντίου N_3 νὰ συμπίπτῃ μὲ τὸ ἀκόντιον Ζ (σχ. 10 · 5 δ).



Σχ. 10·5 δ.

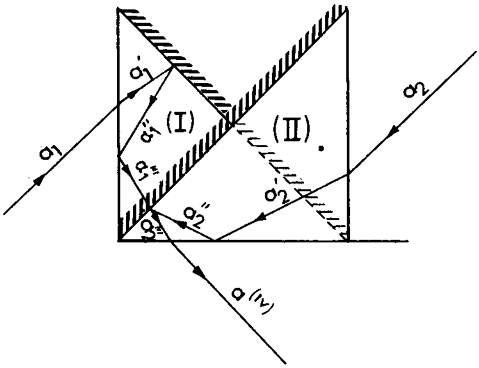
2. *Διπλοῦν πρισματικὸν ὀρθόγωνον.*

Τὸ διπλοῦν πρισματικὸν ὀρθόγωνον χρησιμεύει τόσον διὰ τὸν προσδιορισμὸν σημείων τῶν διαφόρων εὐθυγραμμιῶν (χωρὶς τὴν ἀνάγκην βοηθοῦ), ὅσον καὶ διὰ τὴν δευτέραν περίπτωσιν χαράξεως καθέτων. Ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο ἁπλᾶ πρισματικὰ ὀρθόγωνα, ἐκ τῶν ὁποίων τὸ ἕνα εὑρίσκεται ὑπεράνω τοῦ ἄλλου, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα 10·5 ε.



Σχ. 10·5 ε.

Ἐὰν ἀκολουθήσωμε τὴν πορείαν δύο παραλλήλων ἀκτίνων, ποὺ προσπίπτουν ἡ μὲν α_1 περίπου καθέτως πρὸς τὴν ὑποτείνουσαν τοῦ ἁπλοῦ πρισματικοῦ ὀρθογώνου (I), ἡ δὲ α_2 περίπου παραλλήλως πρὸς τὴν ὑποτείνουσαν τοῦ ὀρθογώνου (II), θὰ διαπιστώσωμε ὅτι ἐξέρχονται εἰς τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα κατὰ τὴν κοινὴν διεύθυνσιν $\alpha^{(\text{iv})}$ (σχ. 10·5 ζ). Ἐὰν συνεπῶς κρατήσωμε τὸ διπλοῦν πρισματικὸν ὀρθόγωνον ἐπάνω ἀπὸ οἱονδήποτε σημεῖον τῆς εὐθυγραμμίας Α — Β ἔτσι, ὥστε ἡ ὑποτείνουσα τοῦ ἑνὸς πρίσματος νὰ εἶναι περίπου παράλληλος πρὸς τὴν εὐθυγραμμίαν καὶ ἡ ὑποτείνουσα τοῦ ἄλλου περίπου κάθετος, θὰ ἴδοῦμε τὰ εἴδωλα τῶν ἑκατέρωθεν ἀκοντίων M_3 καὶ M_4 νὰ συμπίπτουν. Ἡ σύμπτωσις αὐτὴ σημαίνει ὅτι τὸ διπλοῦν πρισματικὸν ὀρθόγωνον εὑρίσκεται ἀκριβῶς ἐπάνω εἰς τὴν εὐθυγραμμίαν. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ὁρίζομε σημεῖα τῆς εὐθυγραμμίας. Ὅταν πάλιν θέλωμε νὰ χα-



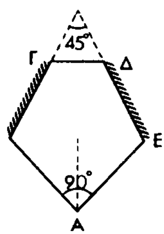
Σχ. 10·5 ζ.

ράξωμε κάθετον ἀπὸ τὸ σημεῖον Ζ πρὸς τὴν εὐθυγραμμίαν Γ — Δ, κινούμεθα ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας κρατοῦντες κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον τὸ διπλοῦν πρισματικὸν ὀρθόγωνον, ἕως ὅτου ἐπιτύχωμε κοινὴν σύμπτωσιν τῶν εἰδώλων (N_3) καὶ (N_4) μὲ τὸ ἀκόντιον Ζ. Ἔτσι ὁρίζομε τὸν πόδα Ζ' τῆς καθέτου ἀπὸ τὸ Ζ μὲ μεγαλυτέραν ἀκρίβειαν παρ' ὅ,τι μὲ τὸ ἁπλοῦν πρισματικὸν ὀρθόγωνον.

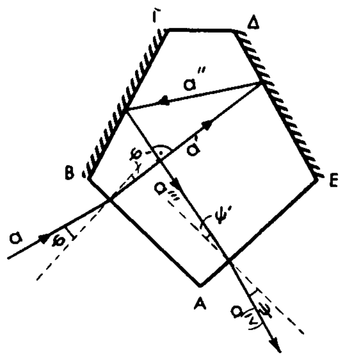
3. *Ἁπλοῦν πεντάπρισμα.*

Τὸ ἁπλοῦν πεντάπρισμα εἶναι καὶ αὐτὸ ἕνα πρισματικὸν ὀρθόγωνον μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι ἡ διατομὴ τοῦ πρίσματος δὲν εἶναι ὀρθογώνιον - ἰσοσκελὲς τρίγωνον, ὅπως τὸ ἁπλοῦν πρισματικὸν ὀρθόγωνον, ἀλλὰ πεντάγωνον (σχ. 10 · 5 η). Τὸ πεντάγωνον αὐτὸ ἔχει τὰ ἑξῆς χαρακτηριστικά: Πλευραὶ ΑΒ καὶ ΑΕ ἴσαι. Γωνία κορυφῆς $Α = 90^0$. Γωνία πλευρῶν ΒΓ καὶ ΔΕ προεκτεινομένων $= 45^0$. Τέλος αἱ πλευραὶ ΒΓ καὶ ΔΕ εἶναι κατοπτρικαὶ πρὸς τὸ μέρος τοῦ πρίσματος.

Ἂς παρακολουθήσωμε τώρα τὴν πορείαν τῆς ἀκτῖνος προσπτώσεως α μέσα εἰς τὴν μᾶζαν ἑνὸς τέτοιου πρίσματος. Ἡ α διαθλᾶται κατὰ τὴν α΄, ἡ α΄ ἀνακλᾶται δύο φορὰς ἐπάνω εἰς τὰς κα-



Σχ. 10·5 η.



Σχ. 10·5 θ.

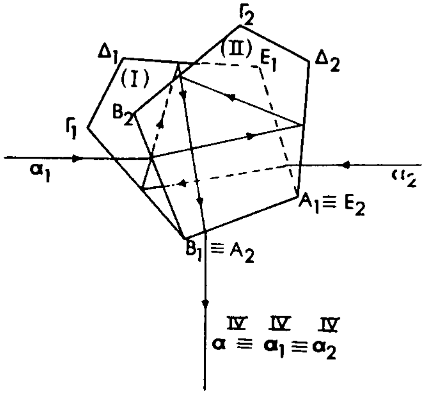
τοπτρικὰς ἕδρας ΔΕ καὶ ΒΓ καὶ τέλος ἡ α''' ἐξέρχεται εἰς τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα κατὰ τὴν διεύθυνσιν $α^{(ιν)}$. Θὰ ἀποδείξωμε ὅτι ἡ ἀρχικὴ ἀκτὶς εἰσόδου α εἶναι κάθετος πρὸς τὴν τελικὴν ἀκτῖνα ἐξόδου $α^{(ιν)}$ (σχ. 10·5 θ).

Ἀπὸ τὴν θεωρίαν τοῦ ἁπλοῦ κατοπτρικοῦ ὀρθογώνου (ἐδάφιον 1, παράγρ. 10·4) γνωρίζομε ὅτι $α' \perp α'''$. Ἄρα αἱ γωνίαι φ΄ καὶ ψ΄ εἶναι ἴσαι, ἀφοῦ ἔχουν τὰς πλευρὰς καθέτους. Ἡ ἰσότης τῶν φ΄ καὶ ψ΄ ἔχει ὡς συνέπειαν τὴν ἰσότητα τῶν φ καὶ ψ, καὶ συνεπῶς $α \perp α^{(ιν)}$

Ἡ καθετότης τῶν ἀκτίνων εἰσόδου καὶ ἐξόδου μᾶς δίδει τὴν δυνατότητα νὰ χρησιμοποιήσωμε τὸ ἁπλοῦν πεντάπρισμα κατὰ τρόπον ἀνάλογον πρὸς τὸν τρόπον χρήσεως τοῦ ἁπλοῦ πρισματικοῦ ὀρθογώνου.

4. *Διπλοῦν πεντάπρισμα.*

Τὸ διπλοῦν πεντάπρισμα ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο ἁπλᾶ, ἐκ τῶν ὁποίων τὸ ἕνα κεῖται ὑπεράνω τοῦ ἄλλου, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα 10 · 5 ι. Ἀπὸ τὸ ἴδιον σχῆμα προκύπτει ὅτι δύο παράλληλοι ἀ-



Σχ. 10 · 5 ι.

κτῖνες, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ $α_1$ προσπίπτει ἐπάνω εἰς τὸ ἁπλοῦν πεντάπρισμα (Ι) καὶ ἡ $α_2$ ἐπάνω εἰς τὸ (ΙΙ), ἐξέρχονται εἰς τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα κατὰ τὴν κοινὴν διεύθυνσιν $α^{(\text{ιν})}$.

Ἡ σύμπτωσις αὐτὴ τῶν ἀκτίνων ἐξόδου μᾶς δίδει τὴν δυνατότητα νὰ χρησιμοποιήσωμε τὸ διπλοῦν πεντάπρισμα, ὅπως τὸ διπλοῦν πρισματικὸν ὀρθόγωνον, δηλαδὴ ἀφ' ἑνὸς μὲν διὰ τὸν προσδιορισμὸν σημείων τῶν εὐθυγραμμιῶν, ἀφ' ἑτέρου δὲ διὰ τὴν δευτέραν περίπτωσιν χαράξεων καθέτων. Ὁ τρόπος χρήσεως εἶναι ἐντελῶς ἀνάλογος πρὸς ἐκεῖνον, ποὺ ἀνεφέραμε διὰ τὸ διπλοῦν πρισματικὸν ὀρθόγωνον (ἐδάφιον 2 ἰδίας παραγράφου).

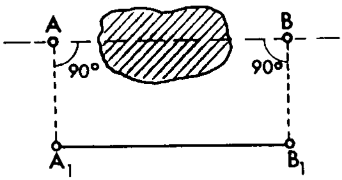
10 · 6 Χαρακτηριστικαὶ περιπτώσεις ἐμμέσου μετρήσεως.

Ἀφοῦ ἐμάθαμε πῶς χαράσσονται κάθετοι εὐθεῖαι, ἔχομε πλέον ὅλα τὰ ἐφόδια νὰ κάνωμε ἐμμέσους μετρήσεις. Ἂς ὑποθέσωμε ὅτι θέλομε νὰ μετρήσωμε τὴν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν δύο σημείων Α καὶ Β. Θὰ ἐξετάσωμε διαφόρους περιπτώσεις, ὅπου εἶναι ἀδύνατον νὰ γίνῃ ἄμεσος μέτρησις τῆς ἀποστάσεως αὐτῆς καὶ θὰ ἴδοῦμε πῶς γίνεται ἡ ἀντίστοιχος ἔμμεσος μέτρησις.

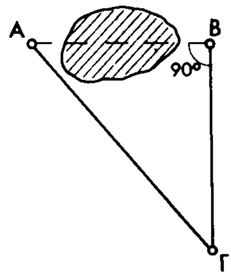
1. *Μεταξὺ τῶν σημείων Α καὶ Β ὑπάρχει ἀμοιβαία ὁρατότης* (δηλαδή, ἂν κάποιος σταθῇ εἰς τὸ ἕνα σημεῖον, ἔχει τὴν δυνατότητα νὰ ἴδῃ τὸ ἄλλο), *ἀλλὰ μεσολαβεῖ ἀδιάβατον ἔδαφος.*

α) *Γεωμετρικὴ ἐπίλυσις* (σχ. 10·6 α).

Εἰς τὰ δύο σημεῖα ὑψώνομε τὰς καθέτους AA_1 καὶ BB_1 ἐπὶ τὴν εὐθυγραμμίαν Α — Β. Ἐπὶ τῶν καθέτων αὐτῶν ὁρίζομε τὰ σημεῖα A_1 καὶ B_1 οὕτως, ὥστε ἀφ' ἑνὸς μὲν νὰ εἶναι δυνατὴ ἡ ἄμεσος μέτρησις τῆς ὁριζοντίας ἀποστάσεως A_1B_1, ἀφ' ἑτέρου δὲ



Σχ 10·6 α.



Σχ. 10·6 β.

αἱ ὁριζόντιαι ἀποστάσεις AA_1 καὶ BB_1 νὰ εἶναι ἴσαι μεταξύ των. Προφανῶς θὰ χρειασθῇ νὰ γίνῃ ἄμεσος μέτρησις μηκῶν ἐπὶ τῶν δύο καθέτων.

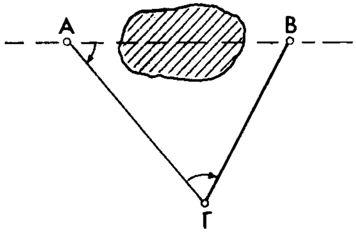
Ἀπὸ τὸ ὀρθογώνιον παραλληλόγραμμον ABB_1A_1 ἔχομε: $AB = A_1B_1$. Ἀντὶ λοιπὸν τῆς ὁριζοντίας ἀποστάσεως τῶν σημείων Α καὶ Β μετροῦμε τὴν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν τῶν σημείων A_1 καὶ B_1.

Ἄλλος τρόπος ἐμμέσου μετρήσεως εἶναι νὰ σχηματίσωμε ἀντὶ τοῦ ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου ABB_1A_1 τὸ ὀρθογώνιον τρίγωνον ΑΒΓ (σχ. 10·6 β), ὁπότε μετροῦμε τὰς ὁριζοντίας ἀποστάσεις ΒΓ καὶ ΑΓ καὶ δι' ἐφαρμογῆς τοῦ Πυθαγορείου θεωρήματος προκύπτει:

$$ΑΒ = \sqrt{ΑΓ^2 - ΒΓ^2}.$$

β) *Τριγωνομετρικὴ ἐπίλυσις* (σχ. 10·6γ).

Ὁρίζομε τὸ σημεῖον Γ οὕτως, ὥστε καὶ νὰ ὑπάρχῃ ἀμοιβαία ὁρατότης μεταξὺ αὐτοῦ καὶ τῶν σημείων Α καὶ Β καὶ νὰ εἶναι



Σχ. 10·6 γ.

δυνατὴ ἡ ἄμεσος μέτρησις μιᾶς ἀπὸ τὰς ὁριζοντίας ἀποστάσεις ΑΓ καὶ ΒΓ, ἔστω τῆς ΒΓ. Κατόπιν μετροῦμε τὴν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν ΒΓ καὶ τὰς ὁριζοντίας γωνίας ΒΑΓ καὶ ΑΓΒ.

Εἰς τὸ τρίγωνον ΑΒΓ ἐφαρμόζομε τὸν νόμον τοῦ ἡμιτόνου καὶ ἔχομε:

$$\frac{ΑΒ}{ημΓ} = \frac{ΒΓ}{ημΑ}.$$

$$\text{Συνεπῶς: } ΑΒ = \frac{ΒΓ\,ημΓ}{ημΑ}. \qquad (1)$$

Ἡ σχέσις (1) ἐπιλύεται εἴτε μὲ τοὺς φυσικοὺς τριγωνομετρικοὺς ἀριθμοὺς ημΑ καὶ ημΓ, τοὺς ὁποίους εὑρίσκομε εἰς τοὺς σχετικοὺς πίνακας, εἴτε μὲ τοὺς λογαρίθμους των, τοὺς ὁποίους εὑρίσκομε εἰς τοὺς Λογαριθμικοὺς Πίνακας. Εἰς τὴν δευτέραν περίπτωσιν ὑπολογίζομε τὸν λογάριθμον τοῦ μήκους ΑΒ ἀπὸ τὴν σχέσιν:

$$λογΑΒ = λογΒΓ + λογ\,ημΓ - λογ\,ημ\,Α.$$

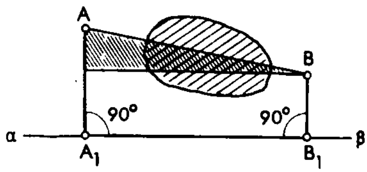
2. *Μεταξὺ τῶν σημείων Α καὶ Β μεσολαβεῖ ἀδιάβατον ἔδαφος, (ὅπως καὶ εἰς τὴν προηγουμένην περίπτωσιν 1), ἀλλὰ δὲν ὑπάρχει ἀμοιβαία ὁρατότης.*

α) *Γεωμετρικὴ ἐπίλυσις* (σχ. 10·6δ).

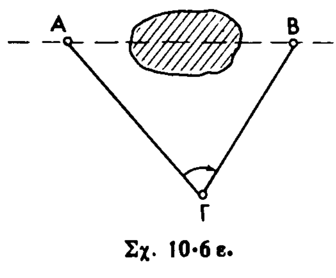
Χαράσσομε ἐπάνω εἰς τὸ ἔδαφος μίαν εὐθυγραμμίαν, ἔστω τὴν α—β. Ἀπὸ τὰ σημεῖα Α καὶ Β φέρομε τὰς καθέτους AA_1 καὶ BB_1 πρὸς τὴν εὐθυγραμμίαν αὐτήν. Τὰ σημεῖα A_1 καὶ B_1 εἶναι ἀντιστοίχως οἱ πόδες τῶν δύο καθέτων.

Ἔπειτα μετροῦμε τὰς ὁριζοντίας ἀποστάσεις AA_1, BB_1 καὶ A_1B_1. Ἀπὸ τὸ διεγραμμισμένον ὀρθογώνιον τρίγωνον τοῦ σχήματος θὰ ἔχωμε:

$$AB = \sqrt{A_1B_1^2 + (AA_1 - BB_1)^2}\,.$$



Σχ. 10·6 δ.



Σχ. 10·6 ε.

β) *Τριγωνομετρικὴ ἐπίλυσις* (σχ. 10·6ε).

Ὁρίζομε τὸ σημεῖον Β οὕτως, ὥστε νὰ βλέπωμε ἀπὸ αὐτὸ καὶ τὰ δύο σημεῖα Α καὶ Β. Κατόπιν μετροῦμε τὴν ὁριζοντίαν γωνίαν ΑΓΒ καὶ τὰς ὁριζοντίας ἀποστάσεις ΑΓ καὶ ΒΓ. Ἀπὸ τὴν γνωστὴν τριγωνομετρικὴν σχέσιν:

$$AB^2 = A\Gamma^2 + B\Gamma^2 - 2A\Gamma \cdot B\Gamma \cdot \text{συν}\Gamma$$

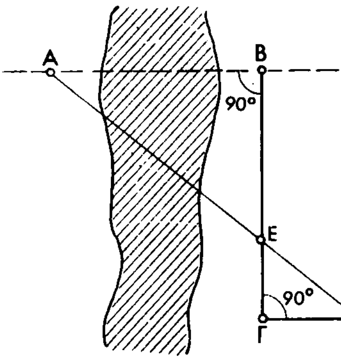
εὑρίσκομε:

$$AB = \sqrt{A\Gamma^2 + B\Gamma^2 - 2A\Gamma \cdot B\Gamma \cdot \text{συν}\Gamma}\,.$$

3. *Μεταξὺ τῶν σημείων Α καὶ Β ὑπάρχει μὲν ἀμοιβαία ὁρατότης, μεσολαβεῖ ὅμως ἔδαφος ἀδιάβατον εἰς τόσον μεγάλην ἔκτασιν, ὥστε δὲν ἠμπορεῖ νὰ ἐφαρμοσθῇ ἡ γεωμετρικὴ ἐπίλυσις τῆς περιπτώσεως 1.*

α) *Γεωμετρικὴ ἐπίλυσις* (σχ. 10 · 6 ζ).

Εἰς τὸ σημεῖον Β ὑψώνομε κάθετον πρὸς τὴν εὐθυγραμμίαν Α — Β καὶ ἐπάνω εἰς τὴν κάθετον αὐτὴν λαμβάνομε τυχὸν σημεῖον Γ. Ἐπίσης εἰς τὸ σημεῖον Γ ὑψώνομε κάθετον πρὸς τὴν



Σχ. 10·6 ζ.

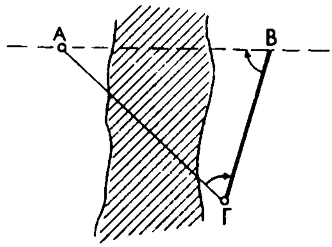
εὐθυγραμμίαν Β — Γ καὶ ἐπάνω εἰς τὴν κάθετον αὐτὴν λαμβάνομε τὸ σημεῖον Δ. Κατόπιν ὁρίζομε τὸ σημεῖον τομῆς τῶν εὐθυγραμμιῶν Α — Δ καὶ Β — Γ, δηλαδὴ τὸ σημεῖον Ε, μὲ σκοπεύσεις ἀπὸ τὸ Γ πρὸς τὸ Β καὶ ἀπὸ τὸ Δ πρὸς τὸ Α. Τέλος κάνομε ἄμεσον μέτρησιν τῶν ὁριζοντίων ἀποστάσεων ΒΕ, ΕΓ καὶ ΓΔ. Ἐπειδὴ τὰ σχηματιζόμενα τρίγωνα ΑΒΕ καὶ ΓΔΕ εἶναι ὅμοια, θὰ ἔχωμε:

$$\frac{AB}{\Gamma\Delta} = \frac{BE}{E\Gamma}.$$

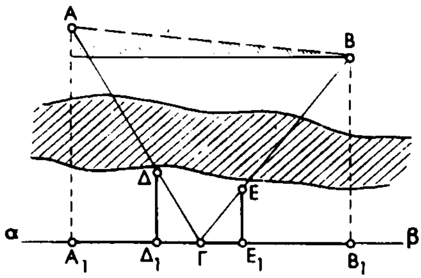
$$\text{Ἄρα } AB = \frac{BE \cdot \Gamma\Delta}{E\Gamma}.$$

β) *Τριγωνομετρικὴ ἐπίλυσις* (σχ. 10·6 η).

Γίνεται ὅπως καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν 1, ἀλλὰ ἀντὶ τῆς ὁριζοντίας γωνίας ΒΑΓ μετροῦμε τὴν γωνίαν ΓΒΑ. (Ὑποτίθεται ὅτι δὲν ἠμποροῦμε νὰ φθάσωμε εἰς τὸ σημεῖον Α.)



Σχ. 10·6 η.



Σχ. 10·6 θ.

4. *Τὰ σημεῖα Α καὶ Β δὲν εἶναι προσιτὰ εἰς αὐτούς, ποὺ διεξάγουν τὴν μέτρησιν (εἶναι ὅμως δεόντως ἐπισημασμένα).*

α) *Γεωμετρικὴ ἐπίλυσις* (σχ. 10·6 θ).

Χαράσσομε ἐπὶ τοῦ ἐδάφους τὴν εὐθυγραμμίαν α — β καὶ φέρομε ἀπὸ τὰ σημεῖα Α καὶ Β τὰς καθέτους AA_1 καὶ BB_1 ἐπὶ τὴν εὐθυγραμμίαν αὐτήν, ὅπως ἀκριβῶς ἐκάναμε καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν 2. Τώρα ὅμως δὲν δυνάμεθα νὰ μετρήσωμε τὰς ὁριζοντίας ἀποστάσεις AA_1 καὶ BB_1. Λαμβάνομε λοιπὸν τὸ σημεῖον Γ ἐπὶ τῆς εὐθυγραμμίας $A_1 - B_1$ καὶ ἔπειτα τὰ σημεῖα Δ καὶ Ε ἐπὶ τῶν εὐθυγραμμιῶν $\Gamma - A$ καὶ $\Gamma - B$ ἀντιστοίχως. Τέλος ἀπὸ τὰ σημεῖα Δ καὶ Ε φέρομε τὰς καθέτους $\Delta\Delta_1$ καὶ EE_1 ἐπὶ τὴν εὐθυγραμμίαν $A_1 - B_1$. Ἀπὸ τὰ ὅμοια τρίγωνα ΓAA_1 καὶ $\Gamma\Delta\Delta_1$ θὰ ἔχωμε:

$$\frac{AA_1}{\Delta\Delta_1} = \frac{A_1\Gamma}{\Delta_1\Gamma}$$

$$\text{καὶ } AA_1 = \frac{\Delta\Delta_1 \cdot A_1\Gamma}{\Delta_1\Gamma}.$$

Συνεπῶς δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμε τὴν AA_1, ἀρκεῖ νὰ μετρήσωμε τὰς ὁριζοντίας ἀποστάσεις $\Delta\Delta_1$, $A_1\Gamma$ καὶ $\Delta_1\Gamma$.

Ἐπίσης ἀπὸ τὰ ὅμοια τρίγωνα ΓBB_1 καὶ ΓEE_1 θὰ ἔχωμε:

$$\frac{BB_1}{EE_1} = \frac{B_1\Gamma}{E_1\Gamma}$$

$$\text{καὶ } BB_1 = \frac{EE_1 \cdot B_1\Gamma}{E_1\Gamma}.$$

Συνεπῶς ὑπολογίζομε καὶ τὴν BB_1, ἀρκεῖ νὰ μετρήσωμε τὰς ὁριζοντίας ἀποστάσεις EE_1, $B_1\Gamma$ καὶ $E_1\Gamma$.

Τελικῶς ἡ AB προκύπτει ἀπὸ τὴν σχέσιν:

$$AB = A_1B_1^{\cdot} + (AA_1 - BB_1)^2,$$

ὅπου ἡ μὲν A_1B_1 ἔχει μετρηθῆ ἀμέσως, αἱ δὲ AA_1 καὶ BB_1 ἔχουν ὑπολογισθῆ.

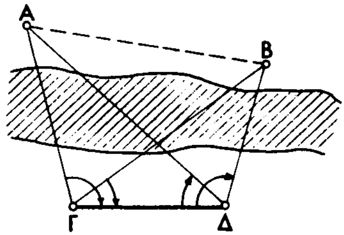
β) *Τριγωνομετρικὴ ἐπίλυσις* (σχ. 10 · 6ι).

Ὁρίζομε δύο σημεῖα, τὰ Γ καὶ Δ καὶ μετροῦμε ἀφ' ἑνὸς μὲν τὰς ὁριζοντίας γωνίας ΑΓΔ, ΒΓΔ, ΓΔΑ, ΓΔΒ, ἀφ' ἑτέρου δὲ τὴν πλευρὰν ΓΔ.

Ἐκ τοῦ τριγώνου ΑΓΔ θὰ ἔχωμε:

$$\frac{\text{ΑΔ}}{\text{ημ}\widehat{\text{ΑΓΔ}}} = \frac{\text{ΓΔ}}{\text{ημ}\,[180^0 - (\widehat{\text{ΑΓΔ}} + \widehat{\text{ΓΔΑ}})]}$$

$$\text{καὶ ΑΔ} = \frac{\text{ΓΔ} \cdot \text{ημ}\widehat{\text{ΑΓΔ}}}{\text{ημ}\,[180^0 - (\widehat{\text{ΑΓΔ}} + \widehat{\text{ΓΔΑ}})]}.$$



Σχ. 10·6 ι.

Ἐπίσης ἐκ τοῦ τριγώνου ΒΓΔ θὰ ἔχωμε:

$$\frac{\text{ΒΔ}}{\text{ημ}\widehat{\text{ΒΓΔ}}} = \frac{\text{ΓΔ}}{\text{ημ}\,[180^0 - (\widehat{\text{ΒΓΔ}} + \widehat{\text{ΓΔΒ}})]}$$

$$\text{καὶ ΒΔ} = \frac{\text{ΓΔ} \cdot \text{ημ}\widehat{\text{ΒΓΔ}}}{\text{ημ}\,[180 - (\widehat{\text{ΒΓΔ}} + \widehat{\text{ΓΔΒ}})]}.$$

Εἰς τὸ τρίγωνον ΑΒΔ γνωρίζομε τὴν γωνίαν ΑΔΒ κατόπιν ἀμέσου μετρήσεως καὶ τὰς πλευρὰς ΑΔ καὶ ΒΔ κατόπιν ὑπολογισμοῦ. Ἄρα εἶναι δυνατὸν νὰ ὑπολογίσωμε καὶ τὴν ζητουμένην πλευρὰν ΑΒ ἐκ τῆς σχέσεως:

$$\text{ΑΒ} = \sqrt{\text{ΑΔ}^2 + \text{ΒΔ}^2 + 2\,\text{ΑΔ} \cdot \text{ΒΔ} \cdot \text{συν}\,\widehat{\text{ΑΔΒ}}}\ .$$

ΤΜΗΜΑ Β'

(ΠΡΩΤΟΥ ΜΕΡΟΥΣ)

ΓΗΠΕΔΟΜΕΤΡΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 11

ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΝ ΓΗΠΕΔΟΜΕΤΡΙΑΣ

Εἰς τὸ κεφάλαιον 1 ὡρίσαμε ὅτι γηπεδομετρία εἶναι τὸ τμῆμα ἐκεῖνο τῆς ὁριζοντίας ἀποτυπώσεως, ποὺ ἀσχολεῖται μὲ τὸν προσδιορισμὸν τῶν ὁριζοντίων προβολῶν τῶν κοινῶν σημείων τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐδάφους ἐν σχέσει πρὸς τὰς πλευρὰς τῶν πολυγωνικῶν ὁδεύσεων. Ἡ γηπεδομετρία ὅμως δὲν ἀσχολεῖται μόνον μὲ τὸν προσδιορισμὸν αὐτόν. Ἀσχολεῖται καὶ μὲ τὴν ὁριζοντίαν ἀποτύπωσιν μικρῶν τμημάτων τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς (γηπέδων), τόσον μικρῶν, ποὺ νὰ μὴ χρειάζεται ἡ ἐγκατάστασις πολυγωνομετρικοῦ ἢ τριγωνομετρικοῦ δικτύου διὰ νὰ ἀποτυπωθοῦν. Ἀπὸ ἐκεῖ ἄλλωστε προῆλθε καὶ ἡ λέξις *γηπεδομετρία*, ποὺ σημαίνει μέτρησις γηπέδων. Τέλος εἰς τὸ ἀντικείμενον τῆς γηπεδομετρίας περιλαμβάνονται καὶ δύο ἄλλαι ἐργασίαι: Ἡ *ἐμβαδομέτρησις καὶ ἡ διανομὴ γηπέδων.*

Ἂς ἐξετάσωμε κατὰ πρῶτον τὴν ὁριζοντίαν ἀποτύπωσιν τῶν κοινῶν σημείων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 12

ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΑΠΟΤΥΠΩΣΙΣ ΚΟΙΝΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ

12·1 Συσχέτισις κοινῶν σημείων πρὸς πολυγωνομετρικά.

Καθὼς ἀνεφέραμε εἰς τὸ κεφάλαιον 1, διὰ νὰ προσδιορίσωμε τὰς ὁριζοντίας προβολὰς τῶν διαφόρων σημείων τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐδάφους, ποὺ περιλαμβάνεται μέσα εἰς τὸ τρίγωνον ΑΒΓ (σχ. 1·β) ἢ τῶν «κοινῶν» σημείων, ὅπως τὰ ἐχαρακτηρίσαμε, πρέπει νὰ ἔχωμε προσδιορίσει προηγουμένως τὰς ὁριζοντίας προβολὰς τῶν κορυφῶν τῶν πολυγωνικῶν ὁδεύσεων Α — α — β — γ — Β, Β — δ — ε — στ — Γ, κλπ. Διὰ τὰς μεθόδους καὶ τὰ ὄργανα ἀποτυπώσεως τῶν κορυφῶν αὐτῶν θὰ γίνη λόγος εἰς τὸ ἑπόμενον τμῆμα τοῦ βιβλίου μὲ τίτλον: Πολυγωνομετρία. Ἤδη δεχόμεθα ὅτι ἡ ἀποτύπωσις αὐτὴ ἔχει γίνει καὶ θὰ ἐξετάσωμε πῶς θὰ προσδιορίσωμε τὰς ὁριζοντίας προβολὰς τῶν κοινῶν σημείων, ποὺ εὑρίσκονται ἑκατέρωθεν μιᾶς ἀπὸ τὰς πολυγωνικὰς ὁδεύσεις, π.χ. τῆς Α — α — β — γ — Β καὶ ἀκόμη εἰδικώτερον, ἑκατέρωθεν τῆς πλευρᾶς α — β τῆς ὁδεύσεως αὐτῆς. Ὅ,τι εἰποῦμε διὰ τὰ σημεῖα αὐτὰ θὰ ἰσχύη καὶ δι' ὅλα τὰ ἄλλα κοινὰ σημεῖα τοῦ τριγώνου ΑΒΓ.

12·2 Κλῖμαξ σχεδιάσεως.

Τὸ νὰ ἀποτυπώσωμε μίαν ὁμάδα σημείων τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐδάφους δὲν σημαίνει τίποτε ἄλλο παρὰ νὰ συντάξωμε ἕνα σχέδιον, ὅπου νὰ ἐμφανίζωνται τὰ σημεῖα αὐτά. Ἡ ἀποτύπωσις εἶναι ἀκριβής, ὅταν ἡ εἰκών, ποὺ παρουσιάζουν τὰ σημεῖα ἐπάνω εἰς τὸ σχέδιον, εἶναι ὁμοία ἐντελῶς μὲ τὴν εἰκόνα, ποὺ παρουσιάζουν αἱ ὁριζόντιαι προβολαί των ἐπάνω εἰς τὸ ἐπίπεδον τοῦ ὁρίζοντος. Τοιουτοτρόπως, ἐὰν πρόκειται νὰ ἀποτυπώσωμε τὰ σημεῖα Α, Β, Γ, Δ, Ε καὶ Ζ τοῦ ἐδάφους, πρέπει τὸ πολύγωνον ΑΒΓΔΕΖ, ποὺ σχηματίζεται εἰς τὸ σχέδιον, νὰ εἶναι ὅμοιον (μὲ τὴν γεωμετρικὴν σημασίαν τῆς λέξεως) πρὸς τὸ πολύγωνον Α΄Β΄Γ΄Δ΄Ε΄Ζ΄, ποὺ σχηματίζεται εἰς τὸ ἐπίπεδον τοῦ ὁρίζοντος. Συνεπῶς θὰ ἔχωμε ἀφ᾽ ἑνὸς μὲν ἰσότητα τῶν γωνιῶν τῶν δύο πολυγώνων, ἀφ᾽ ἑτέρου δὲ ἀναλογίαν πλευρῶν καὶ διαγωνίων. Ἡ ἀναλογία αὐτὴ ἐκφράζεται μὲ τὴν πολλαπλῆν ἰσότητα:

$$\frac{\text{ΑΒ}}{\text{Α΄Β΄}}=\frac{\text{ΒΓ}}{\text{Β΄Γ΄}}=\frac{\text{ΓΔ}}{\text{Γ΄Δ΄}}=\ldots=\frac{\text{ΑΓ}}{\text{Α΄Γ΄}}=\frac{\text{ΑΔ}}{\text{Α΄Δ΄}}=\ldots=\frac{\text{ΒΔ}}{\text{Β΄Δ΄}}=\frac{\text{ΒΕ}}{\text{Β΄Ε΄}}\ldots$$

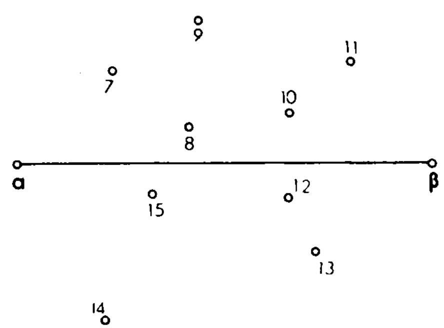
κλπ. Καὶ ἡ πολλαπλῆ αὐτὴ ἰσότης ἠμπορεῖ νὰ διατυπωθῇ ὡς ἑξῆς:

Ἡ ἀπόστασις δύο σημείων ἐπάνω εἰς τὸ χαρτὶ σχεδιάσεως πρὸς τὴν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν τῶν ἀντιστοίχων σημείων τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐδάφους ἔχει σταθερὸν λόγον. Ὁ σταθερὸς λόγος αὐτὸς ὀνομάζεται *κλῖμαξ σχεδιάσεως.*

Ὅταν ὁ σταθερὸς λόγος τῶν δύο ἀποστάσεων ἰσοῦται πρὸς $\frac{1}{1\,000}$, τότε ἡ κλῖμαξ σχεδιάσεως ἐκφράζεται μὲ τὸν συμβολισμὸν 1 : 1 000. Ὁμοίως ἔχομε τὰς κλίμακας 1 : 2 000, 1 : 5 000, 1 : 10 000 κ.ο.κ. ἢ 1 : 500, 1 : 100, 1 : 50 κ.ο.κ. Ὅσον ὁ παρονομαστὴς τοῦ ἀντιστοίχου κλάσματος ἐλαττοῦται, τόσον τὸ κλάσμα, δηλαδὴ ἡ κλῖμαξ αὐξάνει. Καὶ ἀντιστρόφως, ὅσον ὁ παρονομαστὴς αὐξάνει, τόσον ἡ κλῖμαξ ἐλαττοῦται. Μεγάλαι εἶναι αἱ κλίμακες 1 : 50, 1 : 10 κλπ. Μικραὶ εἶναι αἱ κλίμακες 1 : 20 000, 1 : 50 000, 1 : 100 000 κλπ.

12·3 Σύνταξις σχεδίου.

Ἂς ἐπανέλθωμε τώρα εἰς τὴν ὁριζοντίαν ἀποτύπωσιν τῶν σημείων 7, 8, 9, ... 13, 14 καὶ 15, ποὺ εὑρίσκονται ἑκατέρωθεν τῆς πλευρᾶς α — β τῆς πολυγωνομετρικῆς ὁδεύσεως Α—α—β—γ—Β (σχ. 12 · 3 α). Ὅπως εἴπαμε, θὰ ἔχῃ προηγηθῆ ἡ ὁριζοντία ἀποτύπωσις, δηλαδὴ ἡ τοποθέτησις ἐπάνω εἰς τὸ σχέδιον τῶν κορυφῶν α καὶ β, συμφώνως πρὸς ὅσα ἀναγράφονται εἰς τὸ τμῆμα: Πολυγωνομετρία. Ἐὰν ἐπιτύχωμε νὰ συσχετίσωμε τὰ σημεῖα 7, 8, 9 .... 13,14 καὶ 15 πρὸς τὰς κορυφὰς α καὶ β, θὰ ἔχωμε τὴν



Σχ. 12·3 α.

δυνατότητα νὰ τοποθετήσωμε καὶ τὰ σημεῖα αὐτὰ ἐπάνω εἰς τὸ σχέδιον. Ἡ συσχέτισις γίνεται μὲ δύο τρόπους. Μὲ τὰς *ὀρθογωνίους συντεταγμένας* ἢ μὲ τὰς *πολικὰς συντεταγμένας*.

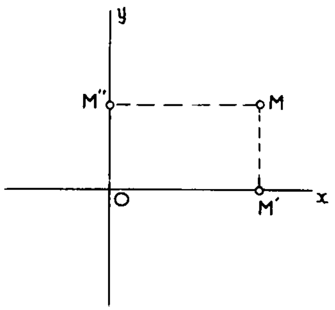
12·4 Συσχέτισις μὲ τὰς ὀρθογωνίους συντεταγμένας.

Διὰ νὰ ἐννοήσωμε τὸν τρόπον αὐτὸν συσχετίσεως πρέπει νὰ γνωρίζωμε τί εἶναι « ὀρθογώνιοι συντεταγμέναι ».

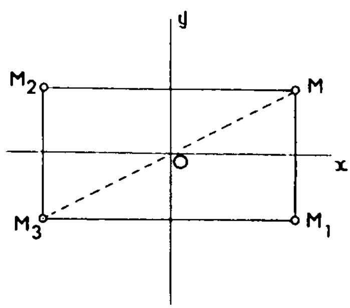
Ἂς ὑποθέσωμε ὅτι δίδονται δύο εὐθεῖαι (ἄξονες), αἱ x καὶ y, ποὺ τέμνονται καθέτως εἰς τὸ σημεῖον Ο, καὶ ἕνα σημεῖον Μ, ποὺ κεῖται ἐπάνω εἰς τὸ ἐπίπεδον τῶν δύο εὐθειῶν (σχ. 12·4 α). Ἀφοῦ ἡ θέσις τοῦ σημείου Μ ἐν σχέσει πρὸς τὰς δύο εὐθείας εἶναι ὡρισμένη, ἔπεται ὅτι ἠμποροῦμε νὰ προσδιορίσωμε τὰς ἀποστάσεις ΜΜ′ καὶ ΜΜ″ τοῦ σημείου ἀπὸ τὰς εὐθείας.

Ἂς ἐξετάσωμε τώρα τὴν ἀντίθετον περίπτωσιν. Ἔστω ὅτι γνωρίζομε τὰς ἀποστάσεις ΜΜ′ καὶ ΜΜ″. Ἐρωτᾶται: ἔχομε τὴν δυνατότητα νὰ προσδιορίσωμε τὴν θέσιν τοῦ σημείου Μ ἐν σχέσει πρὸς τὰς δύο εὐθείας x καὶ y;

Ἡ ἀπάντησις εἶναι ὄχι, ἐὰν τὰ ΜΜ′ καὶ ΜΜ″ μᾶς εἶναι γνωστὰ μόνον ὡς εὐθύγραμμα τμήματα, διότι τότε ἐκτὸς ἀπὸ τὸ Μ ὑπάρχουν καὶ ἄλλα τρία σημεῖα, ποὺ ἔχουν τὰς ἰδίας ἀποστάσεις ἀπὸ τὰς εὐθείας x καὶ y. Τὸ M_1, ποὺ εἶναι συμμετρικὸν τοῦ Μ ὡς πρὸς τὴν εὐθεῖαν x, τὸ M_2, ποὺ εἶναι συμμετρικὸν τοῦ Μ ὡς πρὸς τὴν εὐθεῖαν y καὶ τὸ M_3, ποὺ εἶναι συμμετρικὸν τοῦ Μ ὡς πρὸς τὸ σημεῖον Ο (σχ. 12·4β).



Σχ. 12·4 α.



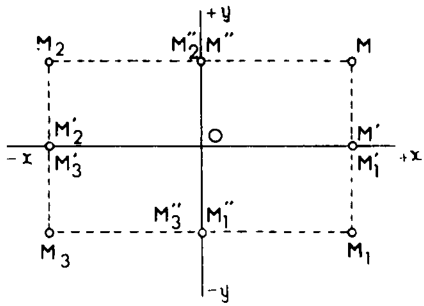
Σχ. 12·4 β.

Ἐὰν ὅμως αἱ ἀποστάσεις ἀπὸ τὰς εὐθείας x καὶ y μᾶς εἶναι γνωσταὶ καὶ ὡς διανύσματα, δηλαδὴ μὲ τὸ πρόσημον + ἢ —, τότε εἰς κάθε ζεῦγος ΜΜ′ καὶ ΜΜ″ θὰ ἀντιστοιχῇ ἕνα μόνον ἀπὸ τὰ τέσσαρα σημεῖα Μ, M_1, M_2 καὶ M_3. Διὰ νὰ ἐπιτύχωμε αὐτὴν τὴν *μονοσήμαντον ἀντιστοιχίαν*, ὅπως τὴν ὀνομάζομε, ἀρκεῖ νὰ διακρίνωμε τὰς δύο εὐθείας x καὶ y εἰς θετικὰς καὶ ἀρνητικὰς ἡμιευθείας (σχ. 12·4γ), ὁπότε:

α) Τὸ σημεῖον Μ, ποὺ εὑρίσκεται μέσα εἰς τὴν γωνίαν τῶν ἡμιευθειῶν +y καὶ +x, ἔχει καὶ τὰς δύο ἀποστάσεις ΜΜ′ καὶ ΜΜ″ θετικάς.

β) Τὸ σημεῖον M_2, ποὺ εὑρίσκεται μέσα εἰς τὴν γωνίαν τῶν ἡμιευθειῶν — x καὶ +y, ἔχει τὴν ἀπόστασιν $M_2M_2'' = M_2''O$ θετικὴν καὶ τὴν $M_2M_2' = M_2'O$ ἀρνητικήν.

γ) Τὸ σημεῖον M_3, ποὺ εὑρίσκεται μέσα εἰς τὴν γωνίαν τῶν ἡμιευθειῶν $-x$ καὶ $-y$, ἔχει καὶ τὰς δύο ἀποστάσεις $M_3M'_3$ καὶ $M_3M''_3$ ἀρνητικάς, καὶ



Σχ. 12·4 γ.

δ) τὸ σημεῖον M_1, ποὺ εὑρίσκεται μέσα εἰς τὴν γωνίαν τῶν ἡμιευθειῶν $-y$ καὶ $+x$, ἔχει τὴν ἀπόστασιν $M_1M'_1 = M''_1O$ ἀρνητικὴν καὶ τὴν $M''_1M_1 = OM'_1$ θετικήν.

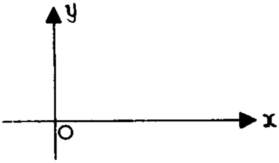
Ἐὰν τώρα τὰ ἴσα εὐθύγραμμα τμήματα $MM' = M_1M'_1 = M_2M'_2 = M_3M'_3$, ποὺ εἶναι παράλληλα πρὸς τὴν εὐθεῖαν y, τὰ ὀνομάσωμε y_M καὶ τὰ ἴσα εὐθύγραμμα τμήματα $MM'' = M_1M''_1 = M_2M''_2 = M_3M''_3$, ποὺ εἶναι παράλληλα πρὸς τὴν εὐθεῖαν x, τὰ ὀνομάσωμε x_M, ἡ ἴδια πρότασις διατυπώνεται ὡς ἑξῆς:

Τὸ σημεῖον M, ποὺ εὑρίσκεται μέσα εἰς τὴν γωνίαν τῶν $+y$ καὶ $+x$ ἔχει καὶ τὸ x_M καὶ τὸ y_M θετικά· τὸ σημεῖον M_2, ποὺ εὑρίσκεται μέσα εἰς τὴν γωνίαν τῶν $-x$ καὶ $+y$, ἔχει τὸ μὲν x_M ἀρνητικόν, τὸ δὲ y_M θετικόν· τὸ σημεῖον M_3, ποὺ εὑρίσκεται μέσα εἰς τὴν γωνίαν τῶν $-x$ καὶ $-y$, ἔχει καὶ τὸ x_M καὶ τὸ y_M ἀρνητικὰ καὶ τέλος τὸ σημεῖον M_1, ποὺ εὑρίσκεται μέσα εἰς τὴν γωνίαν τῶν $-y$ καὶ $+x$, ἔχει τὸ x_M θετικὸν καὶ τὸ y_M ἀρνητικόν.

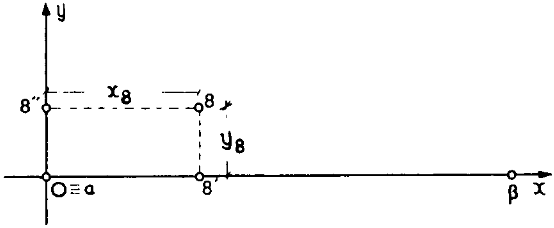
Παρατηροῦμε λοιπὸν ὅτι ἡ γνῶσις τῶν ἀλγεβρικῶν τιμῶν τῶν ἀποστάσεων x_M καὶ y_M μᾶς ὁδηγεῖ εἰς τὸν μονοσήμαντον προσδιορισμὸν τοῦ M, δηλαδὴ εἰς τὸν προσδιορισμὸν τοῦ M μόνον καὶ κανενὸς ἄλλου.

Τὸ x_M ὀνομάζεται *τετμημένη* τοῦ σημείου Μ, τὸ y_M *τεταγμένη* τοῦ σημείου Μ. Καὶ τὰ δύο μεγέθη μαζὶ ὀνομάζονται *συντεταγμέναι* ἢ πληρέστερα *ὀρθογώνιοι συντεταγμέναι* τοῦ σημείου Μ. Ἀφ' ἑτέρου τὸ ζεῦγος τῶν καθέτων εὐθειῶν x καὶ y ὀνομάζεται *σύστημα ὀρθογωνίων ἀξόνων*. Ἕνα σύστημα ὀρθογωνίων ἀξόνων δύναται νὰ παρασταθῇ καὶ κατὰ τὸν τρόπον τοῦ σχήματος 12·4δ, δηλαδὴ χωρὶς τὰ πρόσημα + καὶ −, τὰ ὁποῖα ἐννοοῦνται.

Διὰ νὰ συσχετίσωμε τὰ κοινὰ σημεῖα 7, 8, 9, ... 13, 14 καὶ 15 τοῦ σχήματος 12·3α ὡς πρὸς τὰς κορυφὰς α καὶ β πρέπει πρὶν ἀπὸ ὅλα νὰ ὁρίσωμε τὸ σύστημα τῶν ὀρθογωνίων συντεταγμένων. Λαμβάνομε λοιπὸν ὡς ἄξονα x τὴν πλευρὰν α — β μὲ θετικὴν φορὰν ἀπὸ τὸ α πρὸς τὸ β καὶ ὡς ἄξονα y τὴν κάθετον εἰς



Σχ. 12·4δ.



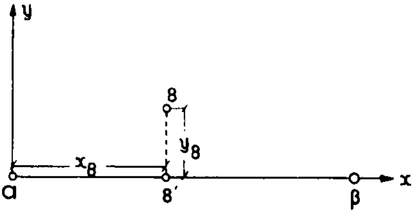
Σχ. 12·4ε.

τὸ σημεῖον α πρὸς τὴν α — β. Ἄς ἴδοῦμε τώρα πῶς προσδιορίζεται εἰς τὸ σχέδιον ἡ θέσις ἑνὸς ἀπὸ τὰ διάφορα αὐτὰ σημεῖα, λ.χ. ἡ θέσις τοῦ σημείου 8, ὅταν γνωρίζωμε τὰς ὀρθογωνίους συντεταγμένας του x_8 καὶ y_8 (σχ. 12·4ε).

Αἱ συντεταγμέναι αὐταὶ θὰ εἶναι προφανῶς θετικαί, διότι τὸ σημεῖον 8 εὑρίσκεται μέσα εἰς τὴν γωνίαν τῶν θετικῶν ἡμιαξόνων. Ἀφ' ἑτέρου $8'' - 8 = \alpha - 8' = x_8$.

Ἄρα ἐπὶ τοῦ ἡμιάξονος +x λαμβάνομε τμῆμα ἴσον πρὸς τὴν δοθεῖσαν τετμημένην x_8 καὶ προσδιορίζομε τὸ σημεῖον 8′. Εἰς τὸ σημεῖον αὐτὸ ὑψώνομε κάθετον πρὸς τὸ μέρος τοῦ ἡμιάξονος +y καὶ ἐπὶ τῆς καθέτου αὐτῆς λαμβάνομε τμῆμα ἴσον πρὸς τὴν τεταγμένην y_8. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον προσδιορίζομε τὸ σημεῖον 8 (σχ. 12·4ζ).

Διὰ νὰ προσδιορίσωμε ὅμως τὰς συντεταγμένας x_8 καὶ y_8 τοῦ σημείου 8 πρέπει προηγουμένως νὰ ἔχωμε μετρήσει τὰς ἀντιστοίχους ἀποστάσεις ἐπὶ τοῦ ἐδάφους καὶ κατόπιν νὰ τὰς ἀναγάγωμε εἰς τὴν κλίμακα τοῦ σχεδίου.



Σχ. 12·4ζ.

Διὰ νὰ τὸ ἐπιτύχωμε αὐτὸ πρέπει κατὰ τὴν ἐργασίαν ἐδάφους νὰ χαράξωμε τὴν κάθετον ἀπὸ τὸ σημεῖον 8 πρὸς τὴν εὐθυγραμμίαν α — β καὶ ἔπειτα νὰ μετρήσωμε τόσον τὴν ἀπόστασιν 8 — 8′, ὅσον καὶ τὴν ἀπόστασιν α — 8′. Ἡ χάραξις τῆς καθέτου γίνεται μὲ τὴν βοήθειαν ὀρθογώνου, ἐνῶ ἡ μέτρησις τῶν ἀποστάσεων μὲ μετροταινίαν.

Ἐὰν ἀκολουθήσωμε τὴν ἰδίαν ἀκριβῶς διαδικασίαν, ἠμποροῦμε νὰ προσδιορίσωμε καὶ τὰ ὑπόλοιπα κοινὰ σημεῖα τοῦ σχήματος 12·3α.

Παράδειγμα:

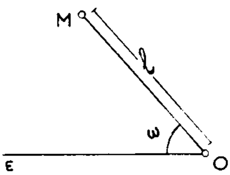
Ἔστω ὅτι κατὰ τὴν μέτρησιν ἐπὶ τοῦ ἐδάφους εὑρίσκομε ὅτι α — 8′ = 54,30 m καὶ 8 — 8′ = 32,50 m. Ἐὰν ἡ κλῖμαξ σχεδιάσεως εἶναι 1 : 500, τότε τὰ ἀντίστοιχα x καὶ y θὰ εἶναι $x_8 = +108{,}60$ mm καὶ $y_8 = 65$ mm. Ἀκολούθως προβαίνομε εἰς τὴν κατασκευὴν τοῦ σχήματος μὲ τὸ ὑποδεκάμετρον.

12·5 Συσχέτισις μὲ τὰς πολικὰς συντεταγμένας.

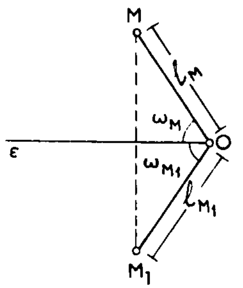
Ἡ συσχέτισις μὲ τὰς ὀρθογωνίους συντεταγμένας παρουσιάζει ἕνα μειονέκτημα. Ἀπαιτεῖ, ὅπως τὸ ἔδαφος, εἰς τὸ ὁποῖον εὑρίσκονται τὰ κοινὰ σημεῖα, εἶναι σχετικῶς ὁριζόντιον, διότι διαφορετικὰ δὲν εἶναι εὔκολος ἡ χάραξις καθέτων μὲ τὰ ὀρθόγωνα. Ὅταν λοιπὸν τὸ ἔδαφος εἶναι ἀνώμαλον, χρησιμοποιοῦμε τὰς πολικὰς συντεταγμένας.

Ἂς ἰδοῦμε ὅμως ἐπίσης τί εἶναι *πολικαὶ συντεταγμέναι.*

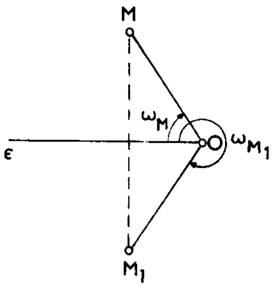
Ἔστω εὐθεῖα Οε κειμένη ἐπάνω εἰς ἕνα ἐπίπεδον καὶ Μ τυχὸν σημεῖον τοῦ ἐπιπέδου αὐτοῦ. Δυνάμεθα νὰ συσχετίσωμε τὸ σημεῖον Μ πρὸς τὴν εὐθεῖαν Οε, ἐὰν γνωρίζωμε τὴν ἀπόστασιν l τοῦ σημείου Μ ἀπὸ τὸ σημεῖον Ο καὶ τὴν γωνίαν ω, ποὺ σχηματίζει ἡ ΜΟ μὲ τὴν εὐθεῖαν Οε (σχ. 12·5α).



Σχ. 12·5 α.



Σχ. 12·5 β.



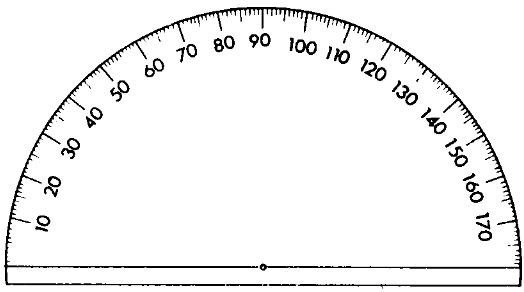
Σχ. 12·5 γ.

Παρατηροῦμε ὅμως ὅτι ἡ γνῶσις τῶν μεγεθῶν ω καὶ l δὲν καθορίζει μονοσημάντως τὴν θέσιν τοῦ σημείου Μ, διότι τὰ ἴδια αὐτὰ μεγέθη ἀναφέρονται καὶ εἰς τὸ σημεῖον M_1, ποὺ εἶναι συμμετρικὸν τοῦ Μ ὡς πρὸς τὴν ἡμιευθεῖαν Οε. Ἔχομε δηλαδὴ $\omega_M = \omega_{M_1}$ καὶ $l_M = l_{M_1}$ (σχ. 12·5β). Διὰ νὰ ἐπιτύχωμε τὴν μονοσήμαντον ἀντιστοιχίαν, ποὺ θέλομε, καθορίζομε ἐπὶ πλέον καὶ τὴν φορὰν μετρήσεως τῶν γωνιῶν ω (εἰς τὸ σχῆμα 12·5γ ἡ φορὰ αὐτὴ εἶναι δεξιόστροφος). Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἡ γωνία ω_{M_1} (σχ.

12 · 5 γ) διαφοροποιεῖται ὡς πρὸς τὴν γωνίαν ω_M, διότι $\omega_{M_1} = 360^0 - \omega_M$.

Τὸ σημεῖον Ο ὀνομάζεται *πόλος*, ἡ ἡμιευθεῖα Οε *πολικὴ ἀκτὶς* καὶ τὰ μεγέθη ω_M καὶ l_M *πολικαὶ συντεταγμέναι* τοῦ σημείου Μ.

Μετὰ ἀπὸ αὐτὰς τὰς διευκρινίσεις, ἂς ἐπανέλθωμε εἰς τὸν προσδιορισμὸν τῶν κοινῶν σημείων τοῦ σχήματος 12 · 3 α μὲ τὰς πολικὰς συντεταγμένας. Θεωροῦμε ὡς πόλον τὸ πολυγωνικὸν σημεῖον β καὶ ὡς πολικὴν ἀκτῖνα τὴν πλευρὰν β — α. Διὰ νὰ προσδιορίσωμε τὰς πολικὰς συντεταγμένας ω καὶ *l* τῶν σημείων πρέπει προηγουμένως νὰ ἔχωμε μετρήσει ἐπὶ τοῦ ἐδάφους τὰς ἀντιστοίχους ὁριζοντίας γωνίας καὶ ὁριζοντίας ἀποστάσεις. Διὰ τὴν μέτρησιν τῶν ὁριζοντίων γωνιῶν χρησιμοποιοῦμε τὸν θεοδόλιχον καὶ ἐφαρμόζομε τὴν ἁπλῆν μέθοδον μετρήσεως κατὰ διευθύνσεις (ἐδάφιον 2, παράγρ. 3 · 13). Διὰ τὴν μέτρησιν τῶν ὁριζοντίων ἀποστάσεων χρησιμοποιοῦμε τὴν μετροταινίαν.



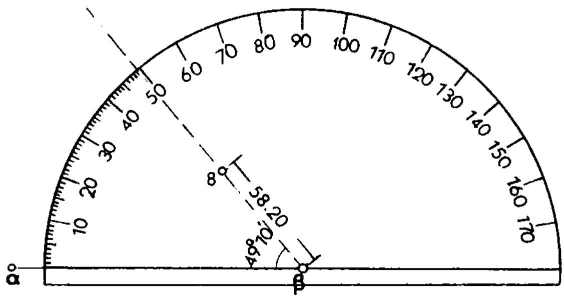
Σχ. 12·5 δ.

Ἡ μεταφορὰ τῶν ὁριζοντίων γωνιῶν εἰς τὸ σχέδιον δύναται νὰ γίνῃ μὲ ἕνα μοιρογνωμόνιον (σχ. 12 · 5 δ) ἢ βαθμογνωμόνιον, ἀναλόγως τοῦ τρόπου διαιρέσεως τοῦ ὁριζοντίου δίσκου τοῦ θεοδολίχου, ἤτοι μὲ ἕνα ἡμικύκλιον ἀκτῖνος 10 ἕως 15 cm ἀπὸ ζελατίνα, ὑποδιηρημένον κατὰ τὴν ἡμιπεριφέρειάν του εἰς μοίρας ἢ εἰς βαθμούς.

Ἡ μεταφορὰ τῶν ὁριζοντίων ἀποστάσεων εἰς τὸ σχέδιον γίνεται βάσει τῆς κλίμακος μὲ τὸ ὑποδεκάμετρον.

Παράδειγμα:

Ἔστω ὅτι αἱ πολικαὶ συντεταγμέναι τοῦ σημείου 8 εἶναι $\omega_8 = 49^0\ 10'$ καὶ $l_8 = 58{,}20$ m καὶ ὅτι ἡ κλῖμαξ σχεδιάσεως εἶναι 1 : 1 000. Διὰ νὰ μεταφέρωμε τὴν γωνίαν ω_8 εἰς τὸ σχέδιον τοποθετοῦμε τὸ μοιρογνωμόνιον κατὰ τέτοιον τρόπον, ὥστε τὸ κέντρον του νὰ συμπέσῃ μὲ τὴν κορυφὴν β καὶ ἡ ἀκτίς, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν ὑποδιαίρεσιν 0 τοῦ μοιρογνωμονίου, νὰ συμπέσῃ μὲ



Σχ. 12·5 ε.

τὴν πλευρὰν β—α. Κατόπιν σημειώνομε μὲ τὸ μολύβι μας εἰς τὸ χαρτὶ σχεδιάσεως τὸ σημεῖον, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ 1/6 τοῦ τόξου μεταξὺ τῶν ὑποδιαιρέσεων 49 καὶ 50 τῆς ἡμιπεριφερείας τοῦ μοιρογνωμονίου. Ἑνώνομε τὸ σημεῖον αὐτὸ μὲ τὴν κορυφὴν β καὶ μετροῦμε τὸ τμῆμα β — 8 ἴσον πρὸς 58,20 mm. Ἔτσι ὁρίζομε τὴν θέσιν τοῦ σημείου 8 (σχ. 12 · 5ε).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 13

ΑΠΟΤΥΠΩΣΙΣ ΓΗΠΕΔΩΝ

13·1 Γενικότητες.

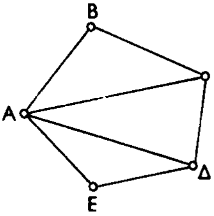
Ἡ ἀποτύπωσις γηπέδων, χωρὶς νὰ χρειάζεται ἡ ἐγκατάστασις πολυγωνομετρικοῦ ἢ τριγωνομετρικοῦ δικτύου, δηλαδὴ μὲ μεθόδους καὶ ὄργανα, ποὺ χρησιμοποιεῖ ἀποκλειστικῶς καὶ μόνον ἡ γηπεδομετρία, εἶναι δυνατή, ἐφ᾽ ὅσον καὶ ἡ ἔκτασις τῶν γηπέδων εἶναι μικρά. Πόσον μικρὰ ἀκριβῶς δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ προσδιορισθῇ, διότι παίζει μεγάλον ρόλον ἡ μορφὴ τοῦ ἐδάφους. Γενικῶς ἡ ἔκτασις τῶν γηπέδων, ποὺ ἠμποροῦν νὰ ἀποτυπωθοῦν μὲ ὄργανα καὶ μεθόδους τῆς γηπεδομετρίας, εἶναι μεγαλυτέρα εἰς τὰ πεδινὰ ἐδάφη παρὰ εἰς τὰ ὀρεινά.

Κατὰ τὴν ἀποτύπωσιν ἑνὸς γηπέδου μᾶς ἐνδιαφέρει κυρίως νὰ ἀποτυπώσωμε τὰ ὅριά του. Τὰ ὅρια αὐτὰ εἶναι συνήθως τεθλασμέναι καὶ σπανιώτερα καμπύλαι γραμμαί. Εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν ἀποτυπώνομε ὅλας τὰς κορυφὰς τῆς τεθλασμένης γραμμῆς. Εἰς τὴν δευτέραν περίπτωσιν ἀποτυπώνομε τόσα σημεῖα τῆς καμπύλης, ὅσα χρειάζονται διὰ νὰ ἀποδοθῇ εἰς τὸ σχέδιον ἡ πραγματική μορφή της.

Ἄς ἐξετάσωμε τώρα τὰς διαφόρους μεθόδους ἀποτυπώσεως ἑνὸς γηπέδου.

13·2 Μέθοδος ἀποτυπώσεως μὲ γεωμετρικὰς κατασκευάς. (Μέθοδος γεωμετρικῶν κατασκευῶν).

Ἡ μέθοδος αὐτὴ ἐφαρμόζεται, ὅταν θέλωμε νὰ ἀποτυπώσωμε μικρὰ γήπεδα, ποὺ ἔχουν μικρὸν ἀριθμὸν πλευρῶν. Ἕνα τέτοιο γήπεδον εἶναι τὸ πεντάγωνον ΑΒΓΔΕ, ποὺ εἰκονίζεται εἰς τὸ σχῆμα 13·2 α. Μετροῦμε ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ὅλας τὰς πλευρὰς καθῶς καὶ ὅλας τὰς διαγωνίους τοῦ γηπέδου. Κατόπιν μὲ βάσιν τὰς πλευρὰς καὶ τὰς δύο ἀπὸ τὰς διαγωνίους, λ.χ. τὰς ΑΓ καὶ ΑΔ, σχεδιάζομε τὸ γήπεδον διὰ τῆς γεωμετρικῆς κατασκευῆς τῶν πα-



Σχ. 13·2 α.

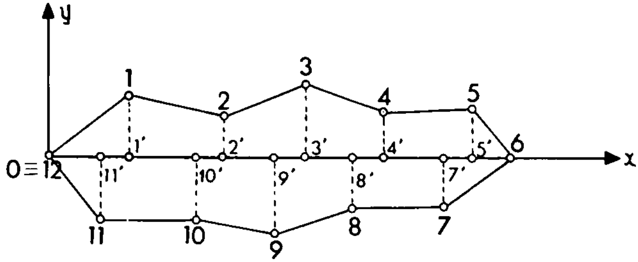
ρακειμένων τριγώνων ΑΒΓ, ΑΓΔ καὶ ΑΔΕ. Ἐν συνεχείᾳ καὶ μὲ βάσιν τὰς ὑπολοίπους διαγωνίους ἐλέγχομε τὴν ἀκρίβειαν τόσον τῶν μετρήσεων, ὅσον καὶ τῶν κατασκευῶν. Ἐννοεῖται ὅτι ἡ αναγωγὴ τῶν μηκῶν, ποὺ ἐμετρήσαμε ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, εἰς τὰ μήκη, ποὺ μετροῦμε ἐπάνω εἰς τὸ σχέδιον, γίνεται μὲ βάσιν τὴν κλίμακα σχεδιάσεως.

13·3 Μέθοδος ἀποτυπώσεως μὲ τὰς ὀρθογωνίους συντεταγμένας. (Μέθοδος ὀρθογωνίων συντεταγμένων).

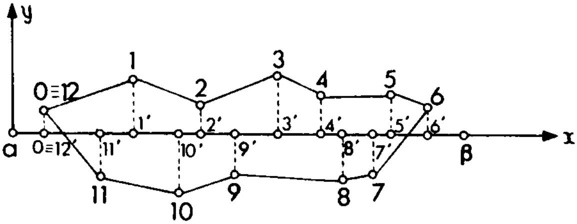
Ἡ μέθοδος αὐτὴ ἐφαρμόζεται, ὅταν τὸ γήπεδον, ποὺ θέλομε νὰ ἀποτυπώσωμε, εἶναι ἐπίμηκες καὶ ἔχῃ πολλὰς πλευρὰς (σχ. 13·3 α). Ἐκλέγομε μίαν ἀπὸ τὰς διαγωνίους τοῦ γηπέδου, κατὰ προτίμησιν τὴν μεγαλυτέραν, καὶ συσχετίζομε ὡς πρὸς τὴν διαγώνιον αὐτὴν τὰς κορυφὰς τοῦ γηπέδου μὲ τὰς ὀρθογωνίους συντεταγμένας των. Δηλαδὴ ἡ κορυφὴ 1 συσχετίζεται μὲ τὰς συντεταγμένας $x_1 = 0 - 1'$, $y_1 = 1 - 1'$, ἡ κορυφὴ 2 μὲ τὰς συντεταγμένας $x_2 = 0 - 2'$ καὶ $y_2 = 2 - 2'$, κ.ο.κ.

Ἡ μέτρησις τῶν συντεταγμένων ἐπὶ τοῦ ἐδάφους καὶ ὁ καθορισμὸς τῶν κορυφῶν τοῦ γηπέδου ἐπάνω εἰς τὸ σχέδιον ἀκολουθεῖ τὴν διαδικασίαν, ποὺ ἀνεφέραμε εἰς τὴν παράγραφον 12·4.

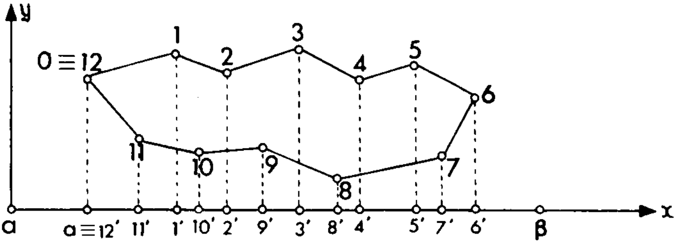
Εἶναι δυνατὸν ἐπίσης ἀντὶ τῆς διαγωνίου 0 — 6 νὰ θεωρήσωμε ὡς πλευρὰν συσχετίσεως τῶν κορυφῶν τοῦ γηπέδου μίαν τυχοῦσαν εὐθυγραμμίαν α — β, ποὺ ἐνδέχεται νὰ τέμνη (σχ. 13·



Σχ. 13·3 α.



Σχ. 13·3 β.

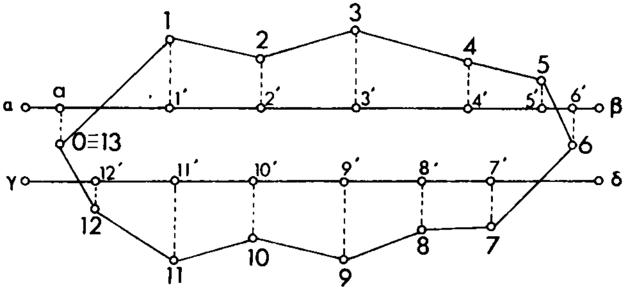


Σχ. 13·3 γ.

3β) ἢ νὰ μὴ τέμνη (σχ. 13·3γ) τὸ γήπεδον. Διὰ τὴν ἀποτύπωσιν καὶ εἰς τὰς περιπτώσεις αὐτὰς θὰ ἀκολουθήσωμε τὴν ἰδίαν διαδικασίαν, ὅπως καὶ προηγουμένως.

Εἰς ὅλας τὰς ἀνωτέρω περιπτώσεις τὸ *μέγιστον μῆκος κα-*

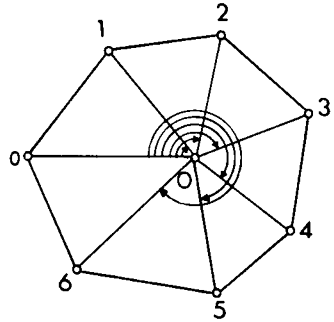
θέτων, πού φέρομε ἀπό τάς κορυφάς τῶν γηπέδων πρός τόν ἄξονα x, δηλαδή τό μέγιστον μῆκος τῶν τεταγμένων y, δέν πρέπει νά ὑπερβαίνη τά 25 ἕως 30 m, διότι διαφορετικὰ ἡ χάραξις τῶν καθέτων θὰ εἶναι ἀνακριβής. Διὰ νὰ ἐπιτύχωμε τὸν περιορισμὸν αὐτὸν ἔχομε τὴν δυνατότητα κατὰ τὴν ἀποτύπωσιν νὰ χρησιμοποιήσωμε δύο εὐθυγραμμίας παραλλήλους μεταξύ των, λ.χ. τὰς α—β καὶ γ—δ (σχ. 13·3 δ), ὁπότε αἱ μὲν κορυφαὶ 0, 1, 2, 3, 4, 5 καὶ 6 συσχετίζονται ὡς πρὸς τὴν α — β, αἱ δὲ κορυφαὶ 7, 8, 9, 10, 11 καὶ 12 ὡς πρὸς τὴν γ — δ.



Σχ. 13·3 δ.

13·4 Μέθοδος ἀποτυπώσεως μὲ τὰς πολικὰς συντεταγμένας. (Μέθοδος πολικῶν συντεταγμένων).

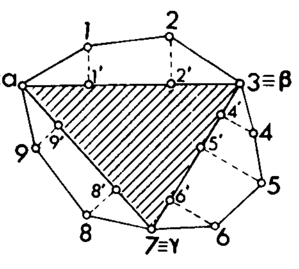
Ἐὰν τὸ σχῆμα καὶ ἡ ἔκτασις τοῦ γηπέδου δὲν μᾶς ἐπιτρέπουν νὰ ἀναχθοῦμε εἰς μίαν ἀπὸ τὰς προηγουμένας περιπτώσεις ἢ ἐὰν τὸ ἔδαφος τοῦ γηπέδου εἶναι ἀνώμαλον, τότε ἐφαρμόζομε τὴν μέθοδον τῶν πολικῶν συντεταγμένων. Κατὰ τὴν ἐφαρμογὴν αὐτῆς τῆς μεθόδου ἐκλέγομε τὸν πόλον συσχετίσεως κοντὰ εἰς τὸ κέντρον τοῦ γηπέδου καὶ κατὰ τέτοιον τρόπον, ὥστε νὰ βλέπωμε ἀπὸ ἐκεῖ ὅλας τὰς κορυφάς του. Ὡς πολικὴν ἀκτῖνα δυνάμεθα νὰ θεωρήσωμε μίαν ἀπὸ τὰς εὐθείας, αἱ ὁποῖαι ἑνώνουν τὸν πόλον μὲ τὰς κορυφὰς τοῦ γηπέδου. Εἰς τὸ σχῆμα 13·4 α πολικὴ ἀκτὶς εἶναι ἡ εὐθεῖα 0 — 0. Εἶναι φανερὸν καὶ ἐδῶ ὅτι ἡ μεγίστη ἀπόστασις τῶν κορυφῶν τοῦ γηπέδου ἀπὸ τὸν πόλον συσχετίσεως δὲν πρέπει νὰ ὑπερβαίνῃ τὴν ἀπόστασιν εὐκρινοῦς ὁράσεως τοῦ θεοδολίχου. Διὰ τὴν ἀποτύπωσιν ἐργαζόμεθα συμφώνως πρὸς ὅσα εἴπαμε εἰς τὴν παράγραφον 12 · 5.



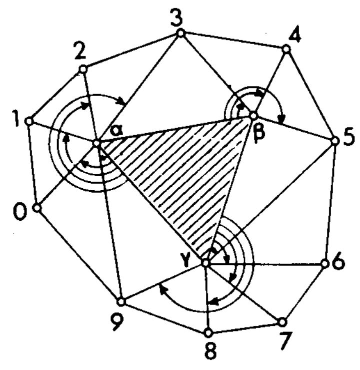
Σχ. 13·4 α.

13 · 5 Μικτὴ μέθοδος ἀποτυπώσεως.

Ἐὰν τὸ γήπεδον, τὸ ὁποῖον ἐπιθυμοῦμε νὰ ἀποτυπώσωμε, εἶναι πολὺ μεγάλο, τότε ἐπιδιώκομε νὰ σχηματίσωμε ἕνα ἐσωτερικὸν πολύγωνον συσχετίσεως, ὅπως τὸ τρίγωνον α — β — γ εἰς



Σχ. 13·5 α.



Σχ. 13·5 β.

τὰ σχήματα 13 · 5 α καὶ 13 · 5 β, ὡς πρὸς τὸ ὁποῖον συσχετίζομε τὰ ὅρια τοῦ γηπέδου. Τὸ ἐσωτερικὸν αὐτὸ πολύγωνον δυνάμεθα νὰ τὸ ἀποτυπώσωμε μὲ τὴν μέθοδον τῶν γεωμετρικῶν κατασκευῶν. Ὅσον ἀφορᾶ εἰς τὰς κορυφὰς τοῦ γηπέδου, τὰς ἀποτυπώνομε ἀναλόγως τῆς μορφῆς του, εἴτε μὲ τὴν μέθοδον τῶν ὀρθογωνίων συντεταγμένων (σχ. 13·5α), ὁπότε αἱ πλευραὶ τοῦ ἐσωτερικοῦ πολυγώνου χρησιμεύουν ὡς πλευραὶ συσχετίσεως, εἴτε μὲ τὴν μέθοδον τῶν πολικῶν συντεταγμένων (σχ. 13·5β), ὁπότε αἱ κορυφαὶ τοῦ ἐσωτερικοῦ πολυγώνου χρησιμεύουν ὡς πόλοι συσχετίσεως.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 14

ΕΜΒΑΔΟΜΕΤΡΗΣΙΣ ΓΗΠΕΔΩΝ

14·1 Γενικότητες.

Συχνὰ εἰς τὴν καθημερινὴν ζωὴν παρίσταται ἀνάγκη νὰ προσδιορίσωμε τὸ ἐμβαδὸν ἑνὸς σχήματος τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς. Αὐτὸ π.χ. συμβαίνει κατὰ τὰς ἀγοραπωλησίας οἰκοπέδων, ἀγρῶν καὶ ἐν γένει γηπέδων. Ἡ *ἐμβαδομέτρησις* αὐτὴ δὲν ἀφορᾶ εἰς αὐτὸ καθεαυτὸ τὸ τμῆμα τῆς γηίνης ἐπιφανείας μὲ τὰς πτυχώσεις του, τὰς ἐξάρσεις του καὶ γενικῶς τὰς ἀνωμαλίας του, ἀλλὰ εἰς τὴν ὀρθὴν προβολὴν τοῦ τμήματος ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ ὁρίζοντος.

Προτοῦ ἀναπτύξωμε τὰς διαφόρους μεθόδους ἐμβαδομετρήσεως, θὰ ὑπενθυμίσωμε ὡρισμένα πράγματα σχετικῶς μὲ τὰς μονάδας ἐπιφανείας.

14·2 Μονάδες ἐπιφανείας.

Ἡ βασικὴ μονὰς ἐπιφανείας εἰς τὸ δεκαδικὸν σύστημα εἶναι τὸ τετραγωνικὸν μέτρον (m^2), δηλαδὴ τὸ ἐμβαδὸν ἑνὸς τετραγώνου μὲ πλευρὰν ἴσην πρὸς ἕνα μέτρον.

Ἄλλαι μονάδες ἐπιφανείας τοῦ ἰδίου συστήματος εἶναι:

α) *Πολλαπλάσιοι.*

τὸ ἄριον $= 100\,m^2$ (τετράγωνον πλευρᾶς $10\,m$)
τὸ στρέμμα $= 1\,000\,m^2$ (τετράγωνον πλευρᾶς $\sqrt{1\,000} = 31{,}623\,m$)
τὸ ἑκτάριον $= 10\,000\,m^2$ (τετράγωνον πλευρᾶς $100\,m$)
τὸ τετρ. χιλιόμετρον $= 1\,000\,000\,m^2$ (τετράγ. πλευρᾶς $1\,000\,m$).

β) *Ὑποπολλαπλάσιοι.*

τὸ τετρ. ἑκατοστὸν $= cm^2 = \frac{1}{10\,000}\,m^2$ (τετράγ. πλευρᾶς $1\,cm$)

τὸ τετρ. χιλιοστὸν $= mm^2 = \frac{1}{1\,000\,000} m^2$ (τετράγ. πλευρᾶς 1mm).

Ὡς μονὰς ἐπιφανείας κατὰ τὰς ἀγοραπωλησίας γηπέδων χρησιμοποιεῖται ἀκόμη καὶ ὁ τετραγωνικὸς τεκτονικὸς πῆχυς. Ἡ ἀντίστοιχος μονὰς μήκους, δηλαδὴ ὁ τεκτονικὸς πῆχυς, ἰσοῦται πρὸς 75 cm, δηλαδὴ 3/4 τοῦ m. Ἄρα ὁ τετραγωνικὸς τεκτονικὸς πῆχυς ἰσοῦται πρός:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16} \text{ τοῦ } m^2.$$

Εἰς τὸ ἀγγλοσαξωνικὸν σύστημα αἱ κυριώτεραι μονάδες ἐπιφανείας εἶναι ὁ τετραγωνικὸς ποῦς, ἴσος πρὸς $0{,}304\,8^2 = 0{,}092\,903\ m^2$, ἡ τετραγωνικὴ γυάρδα, ἴση πρὸς 9 τετραγωνικοὺς πόδας, δηλαδὴ $9 \times 0{,}304\,8^2 = 0{,}836\,13\ m^2$, καὶ ἡ τετραγωνικὴ ἴντσα, ἴση πρὸς $2{,}54^2 = 6{,}452\ cm^2$ περίπου. Πολλαπλάσιον τοῦ τετραγωνικοῦ ποδὸς εἶναι ἡ μονὰς acre, ἴση πρὸς 4,840 τετραγωνικὰς γυάρδας.

14·3 Μέθοδοι ἐμβαδομετρήσεως.

Κατὰ τὴν ἐμβαδομέτρησιν γίνονται διάφοροι ἀριθμητικαὶ πράξεις ἐπὶ ὡρισμένων μεγεθῶν. Ἐὰν τὰ μεγέθη αὐτὰ ἐμετρήθησαν ἐξ ὁλοκλήρου ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ἢ προέκυψαν κατόπιν ὑπολογισμοῦ ἀπὸ ἄλλα μεγέθη, ποὺ ἐμετρήθησαν ἐξ ὁλοκλήρου ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, τότε ἡ ἀντίστοιχος μέθοδος ἐμβαδομετρήσεως ὀνομάζεται *ἀναλυτική*. Ἐὰν ἀντιθέτως ἐμετρήθησαν ἐξ ὁλοκλήρου ἐπάνω εἰς τὸ σχέδιον ἀποτυπώσεως τοῦ τμήματος τῆς γηίνης ἐπιφανείας, ποὺ μᾶς ἐνδιαφέρει, ἡ μέθοδος ἐμβαδομετρήσεως ὀνομάζεται *γραφική*. Τέλος, ἐὰν μερικὰ μόνον ἀπὸ τὰ μεγέθη, ποὺ μᾶς δίδουν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τμήματος, ἐμετρήθησαν ἐπάνω εἰς τὸ σχέδιον ἀποτυπώσεως καὶ τὰ ὑπόλοιπα ἐπάνω εἰς τὸ ἔδαφος, ἡ μέθοδος ἐμβαδομετρήσεως ὀνομάζεται *ἡμιγραφική*.

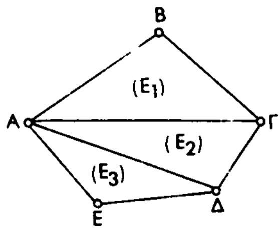
14·4 Ἀναλυτικὴ μέθοδος ἐμβαδομετρήσεως.

Ἡ ἀναλυτικὴ μέθοδος ἐφαρμόζεται ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον εἰς τὰς περιπτώσεις ἐμβαδομετρήσεως τμημάτων τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς, ποὺ παρέχουν τὴν δυνατότητα νὰ ἀποτυπωθοῦν μὲ ὄργανα καὶ μεθόδους τῆς γηπεδομετρίας, δηλαδὴ εἰς τὰς περιπτώσεις ἐμβαδομετρήσεως γηπέδων. Αἱ περιπτώσεις αὐταὶ ἀντιστοιχοῦν πρὸς τὰ παραδείγματα ἀποτυπώσεως, ποὺ ἐξητάσαμε εἰς τὸ κεφάλαιον 13.

Ἂς ἰδοῦμε λοιπὸν τὴν κάθε μίαν περίπτωσιν χωριστά:

1. *Ἀποτύπωσις μικρῶν γηπέδων.* (Περίπτωσις παραγρ. 13·2).

Τὸ ἐμβαδὸν τοῦ πενταγώνου ΑΒΓΔΕ (σχ. 14·4α) προσδιο-



Σχ. 14·4α.

ρίζεται ὡς ἄθροισμα τῶν ἐμβαδῶν E_1, E_2 καὶ E_3 τῶν τριγώνων ΑΒΓ, ΑΓΔ καὶ ΑΔΕ ἀντιστοίχως. Ἀφ᾽ ἑτέρου τὰ ἐμβαδὰ E_1, E_2 καὶ E_3 ὑπολογίζονται ἀπὸ τὸν τύπον τοῦ Ἥρωνος:

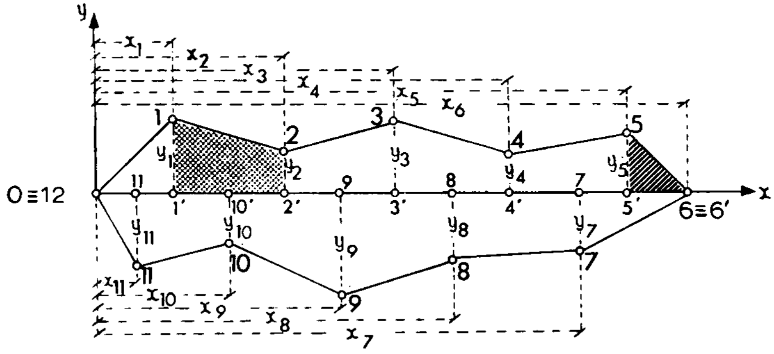
$$E = \frac{1}{2}\sqrt{\tau(\tau-\alpha)(\tau-\beta)(\tau-\gamma)},$$

ὅπου α, β, γ αἱ πλευραὶ τῶν ἀντιστοίχων τριγώνων καὶ τ ἡ ἡμιπερίμετρός των.

Συνεπῶς, διὰ νὰ ὑπολογίσωμε τὸ ἐμβαδὸν τοῦ πενταγώνου ΑΒΓΔΕ, ὑποδιαιροῦμε τὸ πεντάγωνον εἰς τὰ τρίγωνα ΑΒΓ, ΑΓΔ καὶ ΑΔΕ, μετροῦμε ἐπὶ τοῦ ἐδάφους τὰς πλευρὰς τῶν τριγώνων αὐτῶν, ὑπολογίζομε τὰ ἐμβαδά των E_1, E_2 καὶ E_3 βάσει τοῦ τύπου τοῦ Ἥρωνος καὶ τέλος ὁρίζομε τὸ ἄθροισμα $E_1 + E_2 + E_3$.

2. *Ἀποτύπωσις ἐπιμήκων γηπέδων μὲ πολλὰς πλευράς.* (Περίπτωσις παραγρ. 13·3).

Ἐὰν ὡς πλευρὰ συσχετίσεως τῶν κορυφῶν τοῦ πολυγώνου $0-1-2-3 \ldots 10-11-12$ ληφθῇ ἡ διαγώνιος $0-6$, τότε ἡ πλευρὰ συσχετίσεως καὶ αἱ κάθετοι $1-1'$, $2-2'$, $3-3'$ κλπ. χωρίζουν τὸ ὅλον σχῆμα εἰς ὀρθογώνια τρίγωνα καὶ ὀρθογώνια τραπέζια (σχ. 14·4β). (Ὀρθογώνιον ὀνομάζεται ἕνα τραπέζιον,



Σχ. 14·4β.

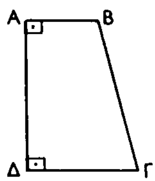
ὅταν αἱ δύο βάσεις του εἶναι κάθετοι πρὸς μίαν ἀπὸ τὰς πλευράς του). Συνεπῶς τὸ ἐμβαδὸν τοῦ γηπέδου ἰσοῦται μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν ἐμβαδῶν ὅλων αὐτῶν τῶν τριγώνων καὶ τραπεζίων.

Ἂς ἐξετάσωμε κατὰ πρῶτον πῶς προσδιορίζεται τὸ ἐμβαδὸν τῶν ὀρθογωνίων τραπεζίων. Ἂν ΑΒΓΔ εἶναι ἕνα ὀρθογώνιον τραπέζιον (σχ. 14·4γ), τότε τὸ ἐμβαδόν του ἰσοῦται μὲ τὸ ἡμιάθροισμα τῶν δύο βάσεων ΑΒ καὶ ΔΓ ἐπὶ τὸ ὕψος τοῦ τραπεζίου, ποὺ εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν εἶναι ἡ πλευρὰ ΑΔ. Μὲ ἄλλους λόγους τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τραπεζίου ΑΒΓΔ θὰ ἰσοῦται πρός :

$$\frac{1}{2}(\mathrm{AB}+\Delta\Gamma)(\mathrm{A}\Delta).$$

Συνεπῶς, ἂν θεωρήσωμε ἕνα οἱονδήποτε τέτοιο τραπέζιον, λ.χ. τὸ $1-2-2'-1'$ τοῦ σχήματος 14·4 β, τὸ ἐμβαδόν του θὰ ἰσοῦται πρὸς $\frac{1}{2}\,[(1-1')+(2-2')]\times(1'-2')$.

Ἀλλὰ ἡ πλευρὰ $1'-2'$ ἰσοῦται μὲ τὴν διαφορὰν τῶν τετμημένων x_2-x_1. Ἀφ' ἑτέρου $1-1'=y_1$ καὶ $2-2'=y_2$. Ἄρα τὸ ἐμβαδὸν λαμβάνει τὴν μορφὴν $\frac{1}{2}(y_1+y_2)(x_2-x_1)$. Κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον ὁρίζομε τὰ ἐμβαδὰ καὶ τῶν ἄλλων τραπεζίων.



Σχ. 14·4 γ.

Ἄς ἔλθωμε τώρα εἰς τὰ ὀρθογώνια τρίγωνα καὶ ἄς ἐξετάσωμε π.χ. τὸ τρίγωνον $5-5'-6$ (σχ. 14·4 β). Ἠμποροῦμε νὰ θεωρήσωμε ὅτι τὸ ὀρθογώνιον αὐτὸ τρίγωνον εἶναι ἕνα ὀρθογώνιον τραπέζιον, ποὺ ἡ μία ἀπὸ τὰς βάσεις του, καὶ συγκεκριμένως ἡ $6-6'$, ἔχει μῆκος ἴσον πρὸς μηδέν. Συνεπῶς τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου ἠμπορεῖ νὰ ἐκφρασθῇ ἀπὸ τὴν παράστασιν :

$$\frac{1}{2}(y_5+y_6)(x_6-x_5).$$

(Ἐὰν λάβωμε ὑπ' ὄψιν ὅτι $y_6=0$ ἡ παράστασις γίνεται :

$$\frac{1}{2}y_5\cdot(x_6-x_5),$$

ποὺ ἐκφράζει πράγματι τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου $5-5'-6$). Τὸ αὐτὸ ἰσχύει καὶ διὰ τὰ ἄλλα τρίγωνα.

Ἐὰν ἀθροίσωμε τὰ ἐμβαδὰ τῶν διαφόρων τραπεζίων καὶ τριγώνων, τὸ ἐμβαδὸν τοῦ γηπέδου ἐκφράζεται ὡς ἑξῆς :

$$E=\frac{1}{2}\,[(y_0+y_1)(x_1-x_0)+(y_1+y_2)(x_2-x_1)+$$

$$(y_2+y_3)(x_3-x_2)+(y_3+y_4)(x_4-x_3)+(y_4+y_5)(x_5-x_4)+$$
$$(y_5+y_6)(x_6-x_5)+(y_6+y_7)(x_6-x_7)+$$
$$(y_7+y_8)(x_7-x_8)+(y_8+y_9)(x_8-x_9)+(y_9+y_{10})(x_9-x_{10})$$
$$+(y_{10}+y_{11})(x_{10}-x_{11})+(y_{11}+y_{12})(x_{11}-x_{12})].$$

Ἡ ἀνωτέρω σχέσις εἶναι ἀκριβής, ἐὰν τὰ x καὶ y ληφθοῦν ὡς εὐθύγραμμα τμήματα. Διαφορετικὰ οἱ προσθετέοι, ποὺ εὑρίσκονται μέσα εἰς τὴν ἀγκύλην, ἀπὸ τοῦ ἑβδόμου μέχρι καὶ τοῦ τελευταίου, θὰ εἶναι ἀρνητικοὶ ὡς γινόμενα τῶν ἀρνητικῶν ἀθροισμάτων (y_6+y_7), (y_7+y_8), (y_8+y_9) κλπ. ἐπὶ τὰς ἀντιστοίχους θετικὰς διαφορὰς (x_6-x_7), (x_7-x_8), (x_8-x_9) κλπ. Πρέπει λοιπὸν νὰ ἀντιστρέψωμε τὰς διαφορὰς αὐτὰς οὕτως, ὥστε ἡ σχέσις νὰ ἔχῃ ἀλγεβρικὴν ἰσχύν, ὁπότε γίνεται:

$$E=\frac{1}{2}\,[(y_0+y_1)(x_1-x_0)+(y_1+y_2)(x_2-x_1)+\ldots$$
$$(y_6+y_7)(x_7-x_6)+\ldots+(y_{11}+y_{12})(x_{12}-x_{11})].$$

Καὶ τελικῶς τὸ ἐμβαδὸν τοῦ πολυγώνου ἠμπορεῖ νὰ ἐκφρασθῇ μὲ τὴν ἑξῆς σύντομον γραφήν:

$$E=\frac{1}{2}\,\Sigma(y_\nu+y_{\nu+1})(x_{\nu+1}-x_\nu)$$
$$\text{ἢ } 2E=\Sigma(y_\nu+y_{\nu+1})(x_{\nu+1}-x_\nu).$$

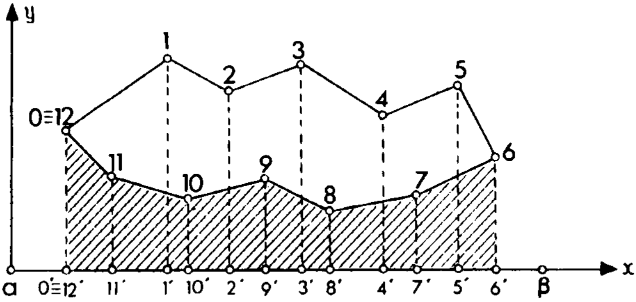
Ὁ συμβολισμὸς **Σ** εἰς τὰ μαθηματικὰ σημαίνει ἄθροισμα διαφόρων προσθετέων τῆς ἰδίας μορφῆς. Ἐδῶ δηλαδὴ τὸ 2E ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν γινομένων τῆς μορφῆς:

$$(y_\nu+y_{\nu+1})(x_{\nu+1}-x_\nu),$$

ὅπου τὸ ν λαμβάνει διαφορετικὴν τιμὴν διὰ κάθε προσθετέον, ἀπὸ 0 ἕως 11.

Ἐὰν τώρα ὡς πλευρὰν συσχετίσεως θεωρήσωμε τὴν εὐθυγραμμίαν α — β καὶ ἡ α — β δὲν τέμνῃ τὸ πολύγωνον 0 — 1 — 2...10 — 11 — 12 (σχ. 14·4δ), τότε εἶναι φανερὸν ὅτι τὸ ἐμβαδὸν τοῦ πολυγώνου δίδεται ἀπὸ τὴν σχέσιν:

$$E = \frac{1}{2}\,[(y_0 + y_1)(x_1 - x_0) + (y_1 + y_2)(x_2 - x_1) + \ldots +$$
$$(y_5 + y_6)(x_6 - x_5)] - \frac{1}{2}\,[(y_6 + y_7)(x_6 - x_7) + (y_7 + y_8)(x_7 -$$
$$x_8) + \ldots + (y_{11} + y_{12})(x_{11} - x_{12})].$$



Σχ. 14·4 δ.

Ἡ σχέσις αὐτὴ ἰσχύει πάντοτε, εἴτε λάβωμε τὰς ἀλγεβρικὰς τιμὰς τῶν x καὶ y, εἴτε θεωρήσωμε τὰ x καὶ y ὡς εὐθύγραμμα τμήματα (διότι καὶ τὰ δύο εἶναι θετικά). Ἐν συνεχείᾳ ἀντιστρέφομε τὰς διαφορὰς $(x_6 - x_7)$, $(x_7 - x_8) \ldots (x_{11} - x_{12})$, ὁπότε ἡ σχέσις γράφεται:

$$E = \frac{1}{2}\,[(y_0 + y_1)(x_1 - x_0) + (y_1 + y_2)(x_2 - x_1) + \ldots +$$
$$(y_5 + y_6)(x_6 - x_5)] + \frac{1}{2}\,[(y_6 + y_7)(x_7 - x_6) +$$
$$(y_7 + y_8)(x_8 - x_7) + \ldots + (y_{11} + y_{12})(x_{12} - x_{11})]$$

καὶ $E = \frac{1}{2}\,[(y_0 + y_1)(x_1 - x_0) + (y_1 + y_2)(x_2 - x_1) + \ldots$

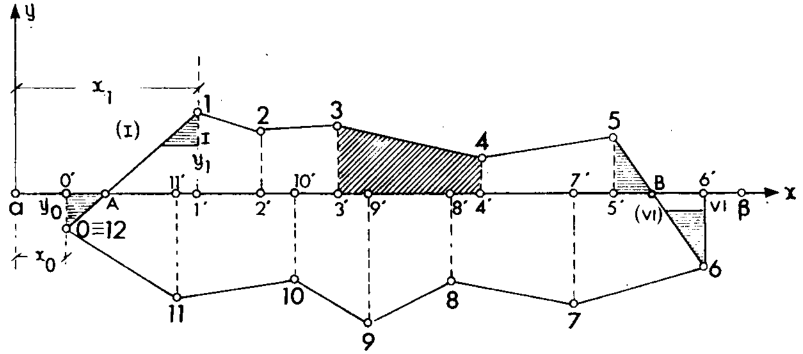
$$+ (y_7 + y_8)(x_8 - x_7) + \ldots + (y_{11} + y_{12})(x_{12} - x_{11})].$$

Ἄρα τὸ ἐμβαδὸν ἐκφράζεται καὶ πάλιν μὲ τὴν σύντομον γραφήν:

$$E = \frac{1}{2}\,\Sigma(y_\nu + y_{\nu+1})(x_{\nu+1} - x_\nu).$$

Τέλος, ἐὰν ἡ πλευρὰ συσχετίσεως τέμνῃ τὸ πολύγωνον 0 — 1 — 2 ... 10 — 11 — 12 (σχ. 14·4ε), ἰσχύει καὶ πάλιν ὁ σύντομος τύπος τοῦ ἐμβαδοῦ. Διὰ νὰ τὸ ἀποδείξωμε αὐτό, ἀρκεῖ νὰ ἀποδείξωμε ὅτι:

$$
E=\underline{\frac{1}{2}(y_0+y_1)(x_1-x_0)}+\frac{1}{2}(y_1+y_2)(x_2-x_1)+
$$
$$
\frac{1}{2}(y_2+y_3)(x_3-x_2)+\ldots+\underline{\frac{1}{2}(y_5+y_6)(x_6-x_5)}+
$$
$$
\underline{\frac{1}{2}(y_6+y_7)(x_7-x_6)}+\frac{1}{2}(y_7+y_8)(x_8-x_7)+
$$
$$
\frac{1}{2}(y_8+y_9)(x_9-x_8)+\ldots+\underline{\frac{1}{2}(y_{11}+y_{12})(x_{12}-x_{11})}. \qquad (1)
$$



Σχ. 14·4 ε.

Παρατηροῦμε ὅτι ὅλα τὰ γινόμενα τοῦ δευτέρου ὅρου, ἐκτὸς ἀπὸ ἐκεῖνα, ποὺ εἶναι ὑπογραμμισμένα, ἐκφράζουν τὰ ἐμβαδὰ τῶν ἀντιστοίχων τραπεζίων, εἰς τὰ ὁποῖα ἀναλύεται τὸ πολύγωνον 0 — 1 — 2 — 3... 10 — 11 — 12. Ἐὰν συνεπῶς ἀποδείξωμε ὅτι τὸ ἄθροισμα τῶν ὑπογραμμισμένων γινομένων ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα: εμϐ (A — 1′— 1) + ἐμϐ (0 — A — 11′ — 11) + εμϐ (5 — 5′ — B) + εμϐ (7 — 7′ — B — 6), τότε ἡ ἰσχὺς τῆς σχέσεως (1) εἶναι προφανής.

Πρὸς τὸν σκοπὸν αὐτὸν ἐπάνω εἰς τὴν κάθετον 1 — 1′ λαμϐάνομε τὸ τμῆμα 1 — I ἴσον πρὸς 0 — 0′ καὶ ἀπὸ τὸ σημεῖον I φέρομε παράλληλον πρὸς τὴν εὐθυγραμμίαν α — β. Σχηματίζεται κατ᾽ αὐτὸν τὸν τρόπον τὸ τρίγωνον 1 — I — (I), ἴσον πρὸς τὸ τρίγωνον 0 — 0′ — A, καὶ τὸ τραπέζιον A — (I) — I — 1′.

Παρατηροῦμε τώρα ὅτι τὸ γινόμενον $\frac{1}{2}(y_0+y_1)(x_1-x_0)$ ἐκφράζει τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τραπεζίου Α — (Ι) — Ι — 1', διότι τὸ μὲν ἄθροισμα $y_0 + y_1$ (ὅπου τὸ y_0 εἶναι ἀρνητικὸς ἀριθμὸς καὶ τὸ y_1 θετικὸς) ἰσοῦται μὲ τὸ ὕψος Ι — 1' τοῦ τραπεζίου, ἡ δὲ διαφορὰ $x_1 - x_0$ (ἴση μὲ τὸ τμῆμα 0' — 1') ἰσοῦται μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν βάσεων τοῦ τραπεζίου.

Ἀφ' ἑτέρου ἀποδεικνύεται εὐκολώτατα ὅτι τὸ ἄθροισμα:

$$\text{εμβ}\,(A - 1 - 1') + \text{εμβ}\,(0 - A - 11' - 11),$$

εἶναι ἴσον μὲ τὸ ἄθροισμα:

$$\text{εμβ}\,(A - (I) - I - 1') + \text{εμβ}\,(0 - 0' - 11' - 11).$$

Καὶ ἐπειδὴ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τραπεζίου 0 — 0' — 11' — 11 ἐκφράζεται ἀπὸ τὸ γινόμενον:

$$\frac{1}{2}(y_{11} + y_{12})(x_{12} - x_{11}),$$

ἕπεται ὅτι: $\text{εμβ}\,(A - (I) - I - 1') + \text{εμβ}\,(0 - 0' - 11' - 11) =$

$$\frac{1}{2}(y_0 + y_1)(x_1 - x_0) + \frac{1}{2}(y_{11} + y_{12})(x_{12} - x_{11})$$

καὶ ἄρα.

$$\text{εμβ}\,(A - 1 - 1') + \text{εμβ}\,(0 - A - 11' - 11) = \frac{1}{2}(y_0 + y_1)(x_1 - x_0)$$
$$+ \frac{1}{2}(y_{11} + y_{12})(x_{12} - x_{11}).$$

Ἀντιστοίχως προκύπτει ἡ ἰσότης:

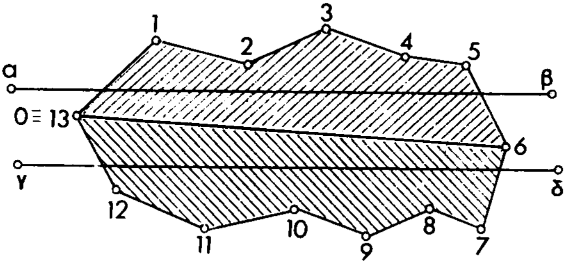
$$\text{εμβ}\,(5 - 5' - B) + \text{εμβ}\,(7 - 7' - B - 6) = \frac{1}{2}(y_5 + y_6)(x_6 - x_5)$$
$$+ \frac{1}{2}(y_6 + y_7)(x_7 - x_6).$$

Ἄρα τελικῶς:

$$\text{εμβ}\,(A - 1 - 1') + \text{εμβ}\,(0 - A - 11' - 11) +$$
$$\text{εμβ}\,(5 - 5' - B) + \text{εμβ}\,(7 - 7' - B - 6) = \frac{1}{2}(y_0 + y_1)(x_1 - x_0)$$
$$+ \frac{1}{2}(y_{11} + y_{12})(x_{12} - x_{11}) + \frac{1}{2}(y_5 + y_6)(x_6 - x_5) +$$
$$\frac{1}{2}(y_6 + y_7)(x_7 - x_6) \text{ ὅ.ἔ.δ.}$$

Συμπέρασμα: Ὁ τύπος $E = \frac{1}{2}\Sigma(y_\nu + y_{\nu+1})(x_{\nu+1} - x_\nu)$ εἶναι γενικὸς καὶ ἰσχύει πάντοτε ἀνεξαρτήτως ἀπὸ τὴν θέσιν, εἰς τὴν ὁποίαν εὑρίσκεται ἡ πλευρὰ συσχετίσεως ὡς πρὸς τὸ γήπεδον, ποὺ θέλομε νὰ ἐμβαδομετρήσωμε.

Εἰς τὴν περίπτωσιν, κατὰ τὴν ὁποίαν χρησιμοποιοῦμε δύο εὐθυγραμμίας ὡς πλευρὰς συσχετίσεως (σχ. 14·4ζ), τότε τὸ ἐμβαδὸν τοῦ πολυγώνου 0 — 1 — 2 ... 10 — 11 — 12 — 13 ὁρίζεται ὡς τὸ ἄθροισμα τῶν ἐμβαδῶν τοῦ πολυγώνου 0 — 1 — 2 — 3 — 4 — 5 — 6 — 13 καὶ τοῦ πολυγώνου 0 — 6 — 7 — 8 — 9 — 10 — 11 — 12 — 13. Ἐννοεῖται ὅτι πρέπει νὰ ἔχωμε μετρήσει ἐπάνω εἰς τὸ ἔδαφος τὰς συντεταγμένας τῶν σημείων 0 καὶ 6 καὶ ὡς πρὸς τὴν εὐθυγραμμίαν α — β καὶ ὡς πρὸς τὴν εὐθυγραμμίαν γ — δ.



Σχ. 14·4ζ.

Ἀριθμητικὴ ἐφαρμογή.

Ἔστω ὅτι θέλομε νὰ ἐμβαδομετρήσωμε τὸ πολύγωνον 0 — 1 — 2 — 3 ... 10 — 11 — 12 τοῦ σχήματος 14·4ε. Κατ' ἀρχὴν μετροῦμε εἰς τὸ ἔδαφος τὰς συντεταγμένας y καὶ x τῶν κορυφῶν του καὶ ἀναγράφομε τὰς ἀλγεβρικάς των τιμὰς εἰς τὰς ἀντιστοίχους στήλας τοῦ Πίνακος 3. Ἔπειτα εὑρίσκομε τὰ ἀθροίσματα $y_\nu + y_{\nu+1}$ καὶ τὰς διαφορὰς $x_{\nu+1} - x_\nu$, διὰ $\nu = 0$ ἕως $\nu = 11$, τὰς ὁποίας ἐπίσης ἀναγράφομε εἰς τὰς ἀντιστοίχους στήλας.

Π.χ. διὰ $\nu = 0$ προκύπτει:

$y_0 + y_1 = -\ 6{,}80 + 13{,}50 = +\,6{,}70$ καὶ

$x_1 - x_0 = +\,32{,}90 - 12{,}50 = +\,20{,}40.$

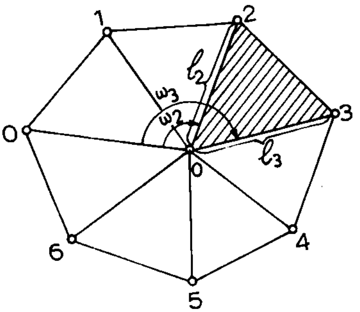
Ἐν συνεχείᾳ κάνομε τοὺς πολλαπλασιασμοὺς $(y_\nu + y_{\nu+1})$ $(x_{\nu+1} - x_\nu)$ καὶ ἀναγράφομε τὰ ἀποτελέσματα εἰς τὴν στήλην $+$ ἢ $-$ τοῦ Πίνακος, ἀναλόγως τοῦ ἂν τὰ ἀντίστοιχα γινόμενα εἶναι θετικὰ ἢ ἀρνητικά. Εἰς τὸ τέλος γίνεται ἡ ἄθροισις τῶν γινομένων τῶν δύο στηλῶν καὶ δι' ἀναγωγῆς τῶν ἀντιστοίχων ἀθροισμάτων προκύπτει τὸ διπλάσιον ἐμβαδὸν τοῦ πολυγώνου, ἴσον πρὸς 5 458,29 m² καὶ ἄρα E = 2 729,15 m².

ΠΙΝΑΞ 3

Ἀριθμὸς κορυφῆς	y	x	$y_\nu + y_{\nu+1}$	$x_{\nu+1} - x_\nu$	2E	
					+	—
0	— 6,80	+ 12,50	+ 6,70	+ 20,40	136,68	
1	+ 13,50	+ 32,90	+ 21,60	+ 12,70	274,32	
2	+ 8,10	+ 45,60	+ 21,30	+ 12,50	266,25	
3	+ 13,20	+ 58,10	+ 20,10	+ 24,60	494,46	
4	+ 6,90	+ 82,70	+ 15,60	+ 21,70	338,52	
5	+ 8,70	+ 104,40	— 4,20	+ 22,10		92,82
6	— 12,90	+ 126,50	— 33,30	— 26,80	892,44	
7	— 20,40	+ 99,70	— 38,10	— 21,50	819,15	
8	— 17,70	+ 78,20	— 40,20	— 15,60	627,12	
9	— 22,50	+ 62,60	— 39,70	— 10,90	432,73	
10	— 17,20	+ 51,70	— 37,00	— 21,80	806,60	
11	— 19,80	+ 29,90	— 26,60	— 17,40	462,84	
12	— 6,80	+ 12,50	—	—	—	
					+5 551,11	— 92,82
					2E = 5 458,29 E = 2 729,15	

3. *Ἀποτύπωσις γηπέδου μὲ ἀνώμαλον ἔδαφος.* (Περίπτωσις παραγρ. 13·4).

Τὸ ἐμβαδὸν τοῦ πολυγώνου 0 — 1 — 2 — 3 — 4 — 5 — 6 (σχ. 14·4η) ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν ἐμβαδῶν τῶν τριγώ-



Σχ. 14·4 η.

νων 0 — O — I, I — O — 2, 2 — O — 3 κλπ. Γνωρίζομε ὅμως ἀπὸ τὴν Τριγωνομετρίαν ὅτι τὸ ἐμβαδὸν ἑνὸς τριγώνου ἰσοῦται πρὸς τὸ ἥμισυ τοῦ γινομένου δύο πλευρῶν του ἐπὶ τὸ ἡμίτονον τῆς περιεχομένης γωνίας. Δηλαδὴ τὸ ἐμβαδὸν π.χ. τοῦ τριγώνου 2 — O — 3 ἰσοῦται πρὸς $\frac{1}{2}\, l_2\, l_3\, \eta\mu\, (\omega_3 - \omega_2)$, ὅπου l_2, ω_2 αἱ πολικαὶ συντεταγμέναι τοῦ σημείου 2 καὶ l_3, ω_3 αἱ πολικαὶ συντεταγμέναι τοῦ σημείου 3. Κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον ὑπολογίζομε τὰ ἐμβαδὰ καὶ τῶν ἄλλων τριγώνων καί, ἐὰν τὰ ἀθροίσωμε, εὑρίσκομε τὸ ἐμβαδὸν τοῦ γηπέδου.

4. *Ἀποτύπωσις πολὺ μεγάλου γηπέδου.* (Περίπτωσις παραγρ. 13·5).

Εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ σχήματος 13·5α τὸ ἐμβαδὸν τοῦ γηπέδου προκύπτει ὡς ἄθροισμα τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ τριγώνου α — β — γ καὶ τῶν ἐμβαδῶν τῶν τραπεζίων 0 — 1 — 2 — 3 — 0, 3 — 4 — 5 — 6 — 7 — 3 καὶ 7 — 8 — 9 — 0 — 7. Τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου τὸ ὑπολογίζομε μὲ τὸν τύπον τοῦ Ἥρωνος, ἐνῶ τὰ ἐμβαδὰ τῶν τραπεζίων τὰ ὑπολογίζομε μὲ τὸν τύπον:

$$E = \frac{1}{2}\Sigma(y_\nu + y_{\nu+1})(x_{\nu+1} - x_\nu).$$

Εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ σχήματος 13·5 β εὑρίσκομε τὸ ἐμβαδὸν τοῦ γηπέδου ὡς ἄθροισμα τοῦ διεγραμμισμένου τριγώνου $\alpha - \beta - \gamma$ καὶ τῶν ὑπολοίπων τριγώνων $0 - \alpha - 1$, $1 - \alpha - 2$, $2 - \alpha - 3$ κλπ.

Τὸ ἐμβαδὸν τοῦ διεγραμμισμένου τριγώνου τὸ ὑπολογίζομε καὶ πάλιν μὲ τὸν τύπον τοῦ Ἥρωνος, ἐνῶ διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν ἐμβαδῶν τῶν ἄλλων τριγώνων χρησιμοποιοῦμε τὸν τύπον τῆς Τριγωνομετρίας: $E = \frac{1}{2}\alpha\beta\eta\mu\Gamma$.

14·5 Γραφικὴ μέθοδος ἐμβαδομετρήσεως.

Ἡ γραφικὴ μέθοδος ἐμβαδομετρήσεως ἑνὸς τμήματος τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς ἐφαρμόζεται, ὅταν τὰ μεγέθη ἐκεῖνα, ποὺ μᾶς δίδουν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τμήματος αὐτοῦ, δὲν ἔχουν μετρηθῆ ἐπάνω εἰς τὸ ἔδαφος. Αὐτὸ συμβαίνει συνήθως, ὅταν τὸ τμῆμα, ποὺ θέλομε νὰ ἐμβαδομετρήσωμε, ἔχῃ σχηματισθῆ ἐκ τῶν ὑστέρων, ἀφοῦ δηλαδὴ ἑνώσωμε διάφορα σημεῖα τοῦ σχεδίου μεταξύ των.

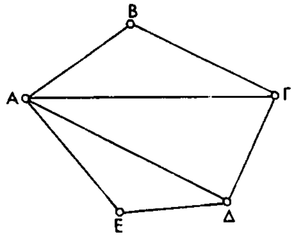
Ἡ γραφικὴ μέθοδος ἐμβαδομετρήσεως ἐφαρμόζεται ἐπίσης εἰς κάθε περίπτωσιν, ὅπου χρειάζεται νὰ ὑπολογίσωμε τὸ ἐμβαδὸν ἑνὸς ἐπιπέδου σχήματος, ἀσχέτως ἐὰν τὸ σχῆμα αὐτὸ παριστᾶ τὴν ὁριζοντίαν ἀποτύπωσιν κάποιου τμήματος τῆς γηίνης ἐπιφανείας ἢ ὄχι.

Οἱ διάφοροι τρόποι ἐμβαδομετρήσεως μὲ τὴν γραφικὴν μέθοδον ἀναφέρονται κυρίως εἰς δύο περιπτώσεις. Εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν τὸ περίγραμμα τοῦ σχήματος, ποὺ πρόκειται νὰ ἐμβαδομετρήσωμε, εἶναι μία πολυγωνικὴ γραμμή. Εἰς τὴν δευτέραν περίπτωσιν τὸ περίγραμμα εἶναι μία καμπύλη.

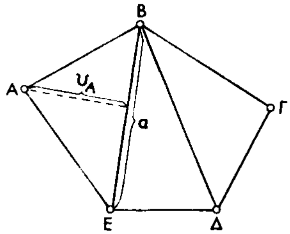
1. *Περίγραμμα: Πολυγωνικὴ γραμμή.*

Ἂς ὑποθέσωμε ὅτι θέλομε νὰ ἐμβαδομετρήσωμε τὸ πεντάγωνον ΑΒΓΔΕ (σχ. 14·5 α). Χωρίζομε τὸ σχῆμα εἰς τὰ τρίγωνα ΑΒΓ, ΑΓΔ καὶ ΑΔΕ καὶ μετροῦμε ἐπάνω εἰς τὸ σχέδιον ὅλας τὰς πλευρὰς τῶν τριγώνων. Κατόπιν ἐφαρμόζομε τὸν τύπον τοῦ Ἥρωνος: $E = \frac{1}{2}\sqrt{\tau(\tau-\alpha)(\tau-\beta)(\tau-\gamma)}$ διὰ κάθε τρίγωνον χωριστά, ἀθροίζομε τὰ ἐμβαδὰ τῶν τριγώνων καὶ εὑρίσκομε τὸ ἐμβαδὸν τοῦ πενταγώνου.

Εἶναι φανερὸν ὅτι τόσον τὰ ἐμβαδὰ τῶν τριγώνων, ὅσον καὶ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ πενταγώνου θὰ ἀναφέρωνται εἰς τὰ ἀντίστοιχα σχήματα τοῦ σχεδίου. Συνεπῶς ἀναλόγως πρὸς τὴν κλίμακα σχεδιάσεως θὰ εἶναι ἐκπεφρασμένα εἴτε εἰς τετραγωνικὰ χιλιοστὰ



Σχ. 14·5 α.



Σχ. 14·5 β.

(mm^2), εἴτε εἰς τετραγωνικὰ ἑκατοστὰ (cm^2). Διὰ νὰ ὑπολογίσωμε λοιπὸν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ πραγματικοῦ σχήματος, ποὺ παρίσταται εἰς τὸ σχέδιον, πρέπει νὰ πολλαπλασιάσωμε τὸ ἐμβαδὸν τοῦ πενταγώνου τοῦ σχεδίου ἐπὶ K^2, ὅπου K παριστᾶ τὸν παρονομαστὴν τῆς κλίμακος. Τοιουτοτρόπως, ἐὰν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ πενταγώνου εἰς τὸ σχέδιον εἶναι λ.χ. 376 mm^2 καὶ ἡ κλῖμαξ σχεδιάσεως 1 : 500, ἕπεται ὅτι τὸ ἐμβαδὸν τοῦ πραγματικοῦ σχήματος θὰ εἶναι $376 \times 500^2 = 94\,000\,000\ mm^2$ ἢ 94 m^2.

Διὰ νὰ ἐλέγξωμε τὴν ἀκρίβειαν τῶν ὑπολογισμῶν μας χωρίζομε τὸ πεντάγωνον εἰς μίαν νέαν ὁμάδα τριγώνων, λ.χ. εἰς τὰ τρίγωνα ΒΓΔ, ΒΔΕ καὶ ΒΕΑ (σχ. 14·5β). Ἐπαναλαμβάνομε τὴν ἰδίαν διαδικασίαν καὶ εὑρίσκομε ἐκ νέου τὸ ἐμβαδὸν τοῦ πενταγώνου. Ἐὰν ἡ διαφορὰ τῶν δύο τιμῶν E_1 καὶ E_2 τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ πενταγώνου εὑρίσκεται μέσα εἰς τὰ ἀνεκτὰ ὅρια, ὅπως καθορίζονται εἰς τὸν Πίνακα 4, τότε θεωροῦμε ὡς τελικὸν ἐμβαδὸν τοῦ πενταγώνου τὸν μέσον ὅρον τῶν δύο τιμῶν, δηλαδὴ τὸ ἡμιάθροισμα $\frac{E_1+E_2}{2}$. Ἂν ἡ διαφορὰ τῶν E_1 καὶ E_2 εἶναι μεγάλη, αὐτὸ σημαίνει ὅτι μία ἀπὸ τὰς δύο τιμὰς ἢ καὶ αἱ δύο δὲν ὑπελογίσθησαν ὀρθῶς, ὁπότε πρέπει νὰ ἐπαναλάβωμε τοὺς ὑπολογισμούς.

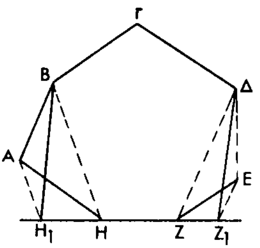
Ὁ ὑπολογισμὸς τῶν ἐμβαδῶν τῶν τριγώνων, εἰς τὰ ὁποῖα χωρίζομε τὸ πεντάγωνον τοῦ σχήματος, ἠμπορεῖ νὰ γίνῃ καὶ μὲ βάσιν τὸν τύπον $E = \frac{1}{2}\, \alpha \cdot \upsilon_A$ (σχ. 14·5β). Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν μετροῦμε εἰς τὸ σχέδιον μόνον μίαν πλευρὰν κάθε τριγώνου καὶ τὸ ἀντίστοιχον ὕψος.

Κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον ἐργαζόμεθα καὶ ὅταν τὸ σχῆμα, ποὺ θέλομε νὰ ἐμβαδομετρήσωμε, εἶναι ἕνα οἱονδήποτε πολύγωνον. Ὁ χωρισμὸς τοῦ πολυγώνου εἰς τρίγωνα καὶ ἐν συνεχείᾳ ἡ ἄθροισις τῶν ἐμβαδῶν τῶν τριγώνων διὰ τὴν εὕρεσιν τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ πολυγώνου εἶναι ὁ συνηθέστερος τρόπος ἐμβαδομετρήσεως κατὰ τὴν γραφικὴν μέθοδον.

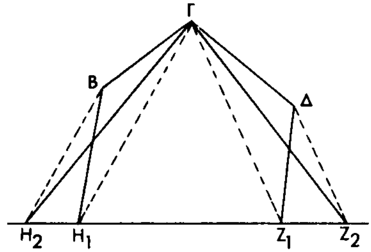
Ἠμποροῦμε ὅμως νὰ ἐφαρμόσωμε καὶ ἕνα ἄλλον τρόπον, δηλαδὴ νὰ μετατρέψωμε τὸ πολύγωνον, ποὺ θέλομε νὰ ἐμβαδομετρήσωμε, εἰς ἕνα ἰσοδύναμον, δηλαδὴ ἴσου ἐμβαδοῦ, τρίγωνον ἢ τετράπλευρον. Ἡ μετατροπὴ αὐτὴ γίνεται, ἐὰν ἐπαναλάβωμε πολλὰς φορὰς μίαν γεωμετρικὴν κατασκευήν, κατὰ τὴν ὁποίαν ἕνα πολύγωνον ἀριθμοῦ πλευρῶν ν μετατρέπεται εἰς ἰσοδύναμον πολύγωνον ἀριθμοῦ πλευρῶν ν — 2. Τοιουτοτρόπως, ἐὰν τὸ ν εἶναι περιττὸς ἀριθμός, καταλήγομε τελικῶς εἰς τρίγωνον. Ἐὰν τὸ ν εἶναι ἄρτιος, καταλήγομε εἰς τετράπλευρον, δηλαδὴ εἰς δύο τρίγωνα.

Τὴν γεωμετρικὴν αὐτὴν κατασκευὴν θὰ ἐφαρμόσωμε εἰς τὰ ἑπόμενα κατὰ τὴν μετατροπὴν τοῦ ἑπταγώνου ΑΒΓΔΕΖΗ εἰς τὸ ἰσοδύναμον πεντάγωνον $Η_1ΒΓΔΖ_1$ (σχ. 14·5γ). Ἀπὸ τὰς κορυφὰς Α καὶ Ε τοῦ ἑπταγώνου φέρομε τὴν $ΑΗ_1$ παράλληλον πρὸς τὴν ΒΗ καὶ τὴν $ΕΖ_1$ παράλληλον πρὸς τὴν ΔΖ (τὰ σημεῖα $Η_1$ καὶ $Ζ_1$ εὑρίσκονται ἐπάνω εἰς τὰς προεκτάσεις τῆς ΗΖ). Παρατηροῦμε τώρα ὅτι τὰ τρίγωνα ΑΒΗ καὶ $Η_1ΒΗ$ εἶναι ἰσοδύναμα, διότι ἔχουν τὴν ΒΗ κοινὴν καὶ τὰ ἀντίστοιχα ὕψη ἴσα. Ὁμοίως τὸ τρίγωνον ΕΔΖ εἶναι ἰσοδύναμον πρὸς τὸ $Ζ_1ΔΖ$. Ἄρα τὸ ἑπτάγωνον ΑΒΓΔΕΖΗ εἶναι ἰσοδύναμον πρὸς τὸ πεντάγωνον $Η_1ΒΓΔΖ_1$.

Ἐὰν τώρα θέλωμε νὰ συνεχίσωμε τὴν μετατροπὴν τοῦ πενταγώνου εἰς τρίγωνον, δὲν ἔχομε παρὰ ἀπὸ τὰς κορυφὰς Β καὶ Δ νὰ φέρωμε τὴν $ΒΗ_2$ παράλληλον πρὸς τὴν $ΓΗ_1$ καὶ τὴν $ΔΖ_2$ παράλληλον πρὸς $ΓΖ_1$. (Τὰ σημεῖα $Η_2$ καὶ $Ζ_2$ εὑρίσκονται ἐπίσης ἐπάνω εἰς τὰς προεκτάσεις τῆς ΗΖ). Τὸ τρίγωνον $Η_2ΓΖ_2$ εἶναι τὸ τελικὸν ἰσοδύναμον τοῦ ἀρχικοῦ ἑπταγώνου (σχ. 14·5δ).



Σχ. 14·5γ.



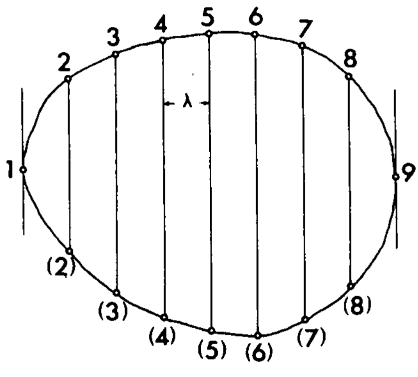
Σχ. 14·5δ.

Ὁ δεύτερος αὐτὸς τρόπος ἐμβαδομετρήσεως πλεονεκτεῖ ἔναντι τοῦ πρώτου ὡς πρὸς τὴν ταχύτητα, διότι ἀπαιτεῖ τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ ἐμβαδοῦ ἑνὸς μόνον ἢ τὸ πολὺ δύο τριγώνων. Μειονεκτεῖ ὅμως ὡς πρὸς τὸ ἑξῆς: Ἐνδέχεται κατὰ τὰς γεωμετρικὰς κατασκευὰς νὰ γίνουν λάθη καὶ νὰ προκύψουν ἄλλα ἀντὶ ἄλλων ἰσοδύναμα τρίγωνα. Πρέπει ἑπομένως νὰ κάνωμε τὰς γεωμετρικὰς κατασκευὰς μὲ μεγάλην προσοχήν.

2. *Περίγραμμα : Καμπύλη γραμμή.*

Αἱ κυριώτεραι μέθοδοι ἐμβαδομετρήσεως εἰς τὴν περίπτωσιν καμπύλου περιγράμματος εἶναι τρεῖς: α) *Ἡ μέθοδος τῶν τραπεζίων.* β) *Ἡ μέθοδος Simpson.* γ) *Ἡ μέθοδος Poncelet.*

Καὶ εἰς τὰς τρεῖς αὐτὰς μεθόδους χωρίζομε τὸ σχῆμα, ποὺ θέλομε νὰ ἐμβαδομετρήσωμε, εἰς λωρίδας ἴσου πάχους λ μὲ παραλλήλους εὐθείας (σχ. 14·5ε). Κατόπιν προσπαθοῦμε νὰ προσδιορίσωμε τὸ ἐμβαδὸν τῶν διαφόρων λωρίδων μὲ ὅσον τὸ δυνατὸν μεγαλυτέραν προσέγγισιν. Πρὸς τὸν σκοπὸν αὐτὸν προβαίνομε εἰς ὡρισμένας παραδοχάς, διαφορετικὰς εἰς τὴν κάθε μίαν μέθοδον.



Σχ. 14·5 ε.

α) *Μέθοδος τραπεζίων.*

Ὅταν ἐφαρμόζωμε τὴν μέθοδον αὐτήν, δεχόμεθα ὅτι τὸ ἐμβαδὸν μιᾶς τυχούσης ἐνδιαμέσου λωρίδος, τῆς 4—5—(5)—(4) (σχ. 14·5ε), ἰσοῦται μὲ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ἀντιστοίχου τραπεζίου 4—5—(5)—(4). Ἐπίσης ὅτι τὰ ἐμβαδὰ τῶν ἀκραίων λωρίδων 1—2—(2) καὶ 8—9—(8) εἶναι ἴσα μὲ τὰ ἐμβαδὰ τῶν ἀντιστοίχων τριγώνων 1—2—(2) καὶ 8—9—(8).

Μὲ βάσιν τὰς παραδοχὰς αὐτὰς καὶ ἐὰν θέσωμε:

$$2-(2)=\mu_2$$
$$3-(3)=\mu_3$$
$$4-(4)=\mu_4 \text{ κλπ.}$$
$$\text{καὶ } 8-(8)=\mu_8,$$

ὁρίζομε τὸ ἐμβαδὸν Ε τοῦ σχήματος ἀπὸ τὴν σχέσιν:

$$E=\frac{1}{2}\lambda[\mu_2+(\mu_2+\mu_3)+(\mu_3+\mu_4)+\dots+(\mu_7+\mu_8)+\mu_8]$$
$$=\frac{1}{2}\lambda(2\mu_2+2\mu_3+2\mu_4+\dots+2\mu_8)$$
$$=\lambda(\mu_2+\mu_3+\mu_4+\dots+\mu_8).$$

Καὶ ἐὰν ἔχωμε ν λωρίδας ἀντὶ 8, προκύπτει ὁ γενικὸς τύπος:

$$E=\lambda(\mu_2+\mu_3+\mu_4+\dots+\mu_\nu).$$

Εἶναι φανερὸν ὅτι ὅσον αὐξάνει τὸ ν, τόσον τὰ ἐμβαδὰ τῶν λωρίδων πλησιάζουν περισσότερον πρὸς τὰ ἐμβαδὰ τῶν ἀντιστοίχων τραπεζίων καὶ τριγώνων καὶ ἄρα τὸ Ε ὑπολογίζεται μὲ μεγαλυτέραν ἀκρίβειαν. Ἀπὸ τὸ ἄλλο μέρος ὅμως αὐξάνει καὶ ὁ χρόνος μετρήσεως τῶν διαφόρων μ καὶ συνεπῶς ὁ χρόνος ὑπολογισμοῦ τοῦ Ε.

β) *Μέθοδος Simpson.*

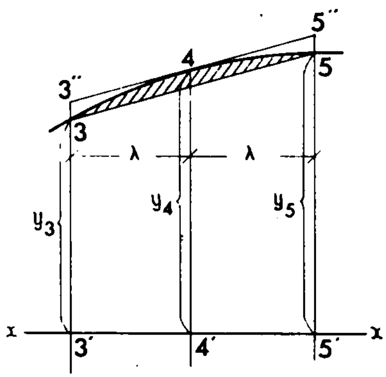
Ἐν πρώτοις ὁ ἀριθμὸς τῶν λωρίδων, εἰς τὰς ὁποίας χωρίζομε τὸ σχῆμα, ὅταν ἐφαρμόζωμε τὴν μέθοδον Simpson, πρέπει νὰ εἶναι ἄρτιος.

Ἄς θεωρήσωμε τώρα ἕνα ζεῦγος γειτονικῶν λωρίδων, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ ἀριστερὰ νὰ εἶναι περιττῆς καὶ ἡ δεξιὰ ἀρτίας τάξεως. Ἔστωσαν αἱ λωρίδες $3-4-(4)-(3)$ καὶ $4-5-(5)-(4)$.

Θὰ προσπαθήσωμε νὰ προσδιορίσωμε τὸ ὁλικὸν ἐμβαδὸν τῶν δύο αὐτῶν λωρίδων.

Πρὸς τοῦτο φέρομε τὴν ἐφαπτομένην τοῦ περιγράμματος εἰς τὸ σημεῖον 4. Ἐὰν 3'' καὶ 5'' εἶναι τὰ σημεῖα τομῆς τῆς ἐφαπτομένης αὐτῆς μὲ τὰς παραλλήλους, ποὺ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰ σημεῖα 3 καὶ 5 τοῦ περιγράμματος, παραδεχόμεθα ὅτι τὸ ἐμβαδὸν τοῦ διεγραμμισμένου τμήματος (σχ. 14·5ζ) ἰσοῦται πρὸς τὰ δύο τρίτα τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ τραπεζίου 3'' — 5'' — 5 — 3.

Πρὸς εὐκολίαν τῶν ὑπολογισμῶν μας φέρομε τώρα τὴν εὐθεῖαν x — x κάθετον πρὸς τὰς παραλλήλους εὐθείας, μὲ τὰς ὁποίας ἐχωρίσαμε τὸ σχῆμα. Ἡ κάθετος x — x τέμνει τὰς παραλλήλους τῶν σημείων 3, 4 καὶ 5 εἰς τὰ σημεῖα 3', 4' καὶ 5' ἀντιστοίχως. Ὀνομάζομε τὰς ἀποστάσεις 3 — 3', 4 — 4' καὶ 5 — 5', y_3, y_4 καὶ y_5 ἀντιστοίχως.



Σχ. 14·5ζ.

Ἐὰν καλέσωμε ε_4 τὸ ἐμβαδὸν τοῦ σχήματος, ποὺ περικλείεται ἀπὸ τὴν εὐθεῖαν x — x, τὰς παραλλήλους 3 — 3', 5 — 5' καὶ τὸ τόξον 3 — 4 — 5 τοῦ περιγράμματος, θὰ ἔχωμε συμφώνως πρὸς τὴν παραδοχήν, ποὺ ἐκάναμε, τὴν σχέσιν:

$$\varepsilon_4 = \text{εμβ. τραπεζίου } (3 - 5 - 5' - 3') + \frac{2}{3} \text{ εμβ. τραπεζίου } (3'' - 5'' - 5 - 3). \qquad (1)$$

Ἀλλά:

$$\text{εμβ. τραπεζίου } (3 - 5 - 5' - 3') = 2\lambda\left(\frac{y_3 + y_5}{2}\right) = \lambda\,(y_3 + y_5). \qquad (2)$$

Ἐπίσης εμϐ. τραπεζίου $(3'' - 5'' - 5 - 3) =$ εμϐ. τραπεζίου $(3'' - 5'' - 5' - 3')$ — εμϐ. τραπεζίου $(3 - 5 - 5' - 3') =$

$$2\lambda \cdot y_4 - \lambda(y_3 + y_5). \qquad (3)$$

Ἄρα ἀπὸ τὰς σχέσεις (1), (2) καὶ (3) προκύπτει:

$$\varepsilon_4 = \lambda(y_3 + y_5) + \frac{2}{3}[2\lambda y_4 - \lambda(y_3 + y_5)] \text{ καὶ}$$

$$\varepsilon_4 = \frac{1}{3}\lambda(y_3 + 4y_4 + y_5). \qquad (4)$$

Εἶναι φανερὸν ὅτι ἡ σχέσις (4) ἰσχύει καὶ διὰ τὸ ὁλικὸν ἐμϐαδὸν τῶν δύο λωρίδων (δηλαδὴ ὄχι μόνον διὰ τὸ τμῆμα τῶν λωρίδων, ποὺ εὑρίσκεται ἐπάνω ἀπὸ τὴν εὐθεῖαν $x - x$) ἀρκεῖ, ὅπου y νὰ θέσωμε μ. Δηλαδὴ τὸ ἐμϐαδὸν E_4 τῶν δύο λωρίδων θὰ δίδεται τελικῶς ἀπὸ τὴν σχέσιν:

$$E_4 = \frac{1}{3}\lambda(\mu_3 + 4\mu_4 + \mu_5).$$

Καθ' ὅμοιον τρόπον προκύπτει καὶ τὸ ἐμϐαδὸν E_6 τοῦ ζεύγους τῶν λωρίδων $5 - 6 - (6) - (5)$ καὶ $6 - 7 - (7) - (6)$ (σχ. 14·5 ε). Δηλαδὴ εἶναι:

$$E_6 = \frac{1}{3}\lambda(\mu_5 + 4\mu_6 + \mu_7).$$

Διὰ τὰ ἐμϐαδὰ ὅμως E_2 καὶ E_8 πρέπει νὰ λάϐωμε ὑπ' ὄψιν ὅτι $\mu_1 = 0$ καὶ $\mu_9 = 0$, ὁπότε ἔχομε:

$$E_2 = \frac{1}{3}\lambda(4\mu_2 + \mu_3)$$

$$\text{καὶ } E_8 = \frac{1}{3}\lambda(\mu_7 + 4\mu_8).$$

Ἄρα τὸ ἐμϐαδὸν E ὁλοκλήρου τοῦ σχήματος προκύπτει ἀπὸ τὸν τύπον:

$$E = E_2 + E_4 + E_6 + E_8 = \frac{1}{3}\lambda[4(\mu_2 + \mu_4 + \mu_6 + \mu_8) + 2(\mu_3 + \mu_5 + \mu_7)].$$

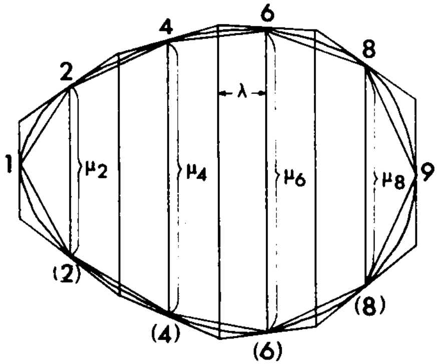
Καί, ἂν ἀντὶ 8 ἔχωμε 2ν λωρίδας, ἰσχύει ὁ γενικὸς τύπος:

$$E = \frac{1}{3} \lambda \left[4 (\mu_2 + \mu_4 + \dots \mu_{2\nu}) + 2 (\mu_3 + \mu_5 + \dots \mu_{2\nu-1} \right].$$

γ) *Μέθοδος Poncelet.*

Ἡ μέθοδος Poncelet στηρίζεται εἰς τὴν παραδοχὴν ὅτι τὸ ἐμβαδόν, ποὺ περικλείεται ἀπὸ μίαν κλειστὴν καμπύλην, ἰσοῦται πρὸς τὸν μέσον ὅρον τῶν ἐμβαδῶν ἑνὸς ἐγγεγραμμένου πολυγώνου τῆς καμπύλης καὶ τοῦ ἀντιστοίχου περιγεγραμμένου. Τὸ ἐγγεγραμμένον πολύγωνον σχηματίζεται, ἐὰν ἑνώσωμε μεταξύ των διάφορα σημεῖα τῆς καμπύλης, ἐνῶ τὸ ἀντίστοιχον περιγεγραμμένον, ἐὰν φέρωμε τὰς ἐφαπτομένας εἰς τὰ σημεῖα αὐτά.

Χωρίζομε καὶ πάλιν τὸ σχῆμα, ποὺ θέλομε νὰ ἐμβαδομετρήσωμε, εἰς λωρίδας ἴσου πάχους καὶ μάλιστα ἀρτίου ἀριθμοῦ, ὅπως καὶ εἰς τὴν μέθοδον Simpson (σχ. 14·5η).



Σχ. 14·5η.

Ἑνώνομε τὰ σημεῖα 1, 2, 4, 6, 8, 9, (8), (6), (4), (2) καὶ 1 καὶ σχηματίζομε ἕνα πολύγωνον ἐγγεγραμμένον εἰς τὴν καμπύλην. Ἔπειτα φέρομε τὰς ἐφαπτομένας εἰς τὰ ἴδια σημεῖα καὶ σχηματίζομε τὸ ἀντίστοιχον περιγεγραμμένον.

Συμφώνως πρὸς τὴν παραδοχήν, ποὺ ἐκάναμε, ὁ μέσος ὅρος τῶν ἐμβαδῶν τῶν δύο πολυγώνων ἰσοῦται πρὸς τὸ ἐμβαδὸν τοῦ καμπύλου σχήματος. Ἐὰν δηλαδὴ ὀνομάσωμε E τὸ ἐμβαδὸν τοῦ σχήματος, E_ε τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου καὶ E_π τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ἀντιστοίχου περιγεγραμμένου, θὰ ἔχωμε τὴν σχέσιν:

$$E = \frac{E_\varepsilon + E_\pi}{2}.$$

Ἀλλὰ ἀπὸ τὸ σχῆμα 14·5 η προκύπτει εὐκόλως:

$$E_\varepsilon = \frac{1}{2}\lambda\mu_2 + 2\lambda\frac{\mu_2+\mu_4}{2} + 2\lambda\frac{\mu_4+\mu_6}{2} + 2\lambda\frac{\mu_6+\mu_8}{2} +$$

$$\frac{1}{2}\lambda\mu_8 = \frac{1}{2}\lambda\mu_2 + \lambda\mu_2 + \lambda\mu_4 + \lambda\mu_4 + \lambda\mu_6 + \lambda\mu_6 + \lambda\mu_8 + \frac{1}{2}\lambda\mu_8 =$$

$$\lambda\left(\frac{3}{2}\mu_2 + 2\mu_4 + 2\mu_6 + \frac{3}{2}\mu_8\right) \text{ καὶ}$$

$$E_\pi = 2\lambda\mu_2 + 2\lambda\mu_4 + 2\lambda\mu_6 + 2\lambda\mu_8 = \lambda(2\mu_2 + 2\mu_4 + 2\mu_6 + 2\mu_8).$$

$$\text{Ἄρα } E = \frac{1}{2}\lambda\left(\frac{7}{2}\mu_2 + 4\mu_4 + 4\mu_6 + \frac{7}{2}\mu_8\right).$$

Τελικῶς ἡ σχέσις γράφεται μὲ τὴν μορφήν:

$$E = \lambda\left[2(\mu_2 + \mu_4 + \mu_6 + \mu_8) - \frac{1}{4}(\mu_2 + \mu_8)\right]$$

καί, ἐὰν ἀντὶ 8 ἔχωμε 2ν λωρίδας, ἰσχύει ὁ γενικὸς τύπος:

$$E = \lambda\left[2(\mu_2 + \mu_4 + \ldots + \mu_{2\nu}) - \frac{1}{2}(\mu_2 + \mu_{2\nu})\right].$$

δ) *Σύγκρισις μεταξὺ τῶν τριῶν μεθόδων.*

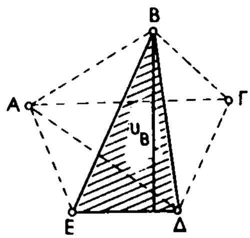
Αἱ μέθοδοι Simpson καὶ Poncelet πλεονεκτοῦν ἔναντι τῆς μεθόδου τῶν τραπεζίων ὡς πρὸς τὴν ἀκρίβειαν. Αὐτὸ σημαίνει ὅτι διὰ τὸν ἴδιον ἀριθμὸν σημείων τοῦ περιγράμματος, δηλαδὴ διὰ τὸν ἴδιον χρόνον ἀπασχολήσεως εἰς μετρήσεις ἐπὶ τοῦ σχεδίου καὶ σχετικοὺς ὑπολογισμούς, καθορίζομε μὲ μεγαλυτέραν ἀκρίβειαν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ σχήματος.

14 · 6 Ἡμιγραφικὴ μέθοδος.

Ἡ ἡμιγραφικὴ μέθοδος ἐμβαδομετρήσεως ἑνὸς τμήματος τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς ἐφαρμόζεται, ὅταν ἄλλα μὲν μεγέθη ἀπὸ ἐκεῖνα, ποὺ ἠμποροῦν νὰ μᾶς δώσουν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τμήματος αὐτοῦ, ἔχουν μετρηθῆ ἐπάνω εἰς τὸ ἔδαφος προτοῦ νὰ γίνῃ ἡ ἀποτύπωσις, ἄλλα δὲ λαμβάνονται ἀπὸ τὸ σχέδιον βάσει τῆς κλίμακος μετὰ τὴν ἀποτύπωσιν.

Παράδειγμα:

Ἔστω ὅτι ἐκάναμε τὴν ἀποτύπωσιν τοῦ πενταγώνου ΑΒΓΔΕ μὲ τὴν μέθοδον τῶν γεωμετρικῶν κατασκευῶν (σχ. 14 · 6 α). Αὐ-



Σχ. 14·6 α.

τὸ σημαίνει ὅτι ἐμετρήσαμε προηγουμένως ἐπάνω εἰς τὸ ἔδαφος τὰς πλευρὰς τῶν τριγώνων ΑΒΓ, ΑΓΔ καὶ ΑΔΕ καὶ τὰς μετεφέραμε εἰς τὸ σχέδιον. Θέλομε τώρα νὰ ἐμβαδομετρήσωμε ἕνα μέρος τοῦ πενταγώνου, λ.χ. τὸ τρίγωνον ΒΔΕ. Πρὸς τὸν σκοπὸν αὐτὸν ἐφαρμόζομε τὸν τύπον $E = \frac{1}{2}\, ΕΔ \cdot υ_B$, ὅπου ἡ μὲν πλευρὰ ΕΔ ἔχει μετρηθῆ ἐπάνω εἰς τὸ ἔδαφος, τὸ δὲ ὕψος $υ_B$ μετρεῖται ἐπάνω εἰς τὸ σχέδιον.

Γενικῶς κατὰ τὴν ἡμιγραφικὴν μέθοδον χωρίζομε τὸ τμῆμα, ποὺ θέλομε νὰ ἐμβαδομετρήσωμε, εἰς τρίγωνα ἢ τραπέζια καὶ ὑπολογίζομε τὰ ἐμβαδὰ τῶν σχημάτων αὐτῶν βάσει τῶν ἀντιστοίχων τύπων.

Καὶ ἡ ἡμιγραφικὴ μέθοδος εἶναι δυνατὸν νὰ ἐφαρμοσθῇ διὰ τὴν ἐμβαδομέτρησιν ἐπιπέδων σχημάτων, ἀνεξαρτήτως τοῦ ἂν πρόκειται περὶ τμημάτων τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς ἢ ὄχι, ὅπως συμβαίνει καὶ μὲ τὴν γραφικήν.

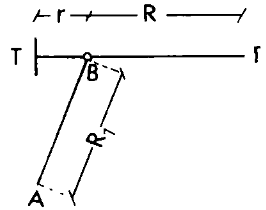
14·7 Μηχανικὴ ἐμβαδομέτρησις.

Ἐκτὸς ἀπὸ τὰς τρεῖς μεθόδους, τὴν περιγραφὴν τῶν ὁποίων ἐκάναμε ἕως τώρα, δηλαδὴ τὴν ἀναλυτικήν, τὴν γραφικὴν καὶ τὴν ἡμιγραφικήν, ὑπάρχει καὶ μία τετάρτη μέθοδος ἐμβαδομετρήσεως, ποὺ ὀνομάζεται *μηχανικὴ ἐμβαδομέτρησις*.

Ἡ ἐμβαδομέτρησις αὐτὴ ἐφαρμόζεται, ὅπως καὶ ἡ γραφικὴ μέθοδος, ἐπάνω εἰς τὸ σχέδιον καὶ χρησιμοποιεῖται, ὅταν τὸ σχῆμα, ποὺ θέλομε νὰ ἐμβαδομετρήσωμε, περιορίζεται ἀπὸ τόσας πολλὰς καὶ ἀκανονίστους γραμμάς, ὥστε ἡ ἐφαρμογὴ οἱασδήποτε ἄλλης μεθόδου νὰ εἶναι πολὺ δύσκολος. Ἐπίσης χρησιμοποιεῖται, ὅταν μᾶς ἐνδιαφέρῃ περισσότερον ἡ ταχύτης καὶ ὀλιγώτερον ἡ ἀκρίβεια τῆς ἐμβαδομετρήσεως.

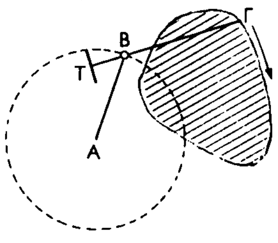
Ἡ μηχανικὴ ἐμβαδομέτρησις ἠμπορεῖ νὰ ἐφαρμοσθῇ δι' οἱονδήποτε σχῆμα ἑνὸς σχεδίου, τοῦ ὁποίου θέλομε νὰ μάθωμε τὸ ἐμβαδόν, εἴτε αὐτὸ παριστᾷ τὴν ὁριζοντίαν ἀποτύπωσιν ἑνὸς τμήματος τῆς γηίνης ἐπιφανείας, εἴτε ὄχι. Καλεῖται δὲ μηχανική, διότι δὲν γίνεται μὲ χαράξεις γραμμῶν ἐπάνω εἰς τὸ σχέδιον καὶ μὲ ὑπολογισμούς, ἀλλὰ μὲ τὴν χρῆσιν ὡρισμένων ὀργάνων, ποὺ ὀνομάζονται *ἐμβαδόμετρα*.

Ὁ συνηθέστερος τύπος ἐμβαδομέτρου εἶναι τὸ *πολικὸν ἐμβαδόμετρον περιαγωγῆς*. Ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο βραχίονας, τὸν ΑΒ, ποὺ ὀνομάζεται *πολικὸς βραχίων*, καὶ τὸν ΒΓ, ποὺ ὀνομάζεται *περιαγόμενος βραχίων* (σχ. 14·7α). Οἱ δύο βραχίονες συνδέονται μὲ μίαν ἄρθρωσιν εἰς τὸ σημεῖον Β. Ἐπίσης ὁ περιαγόμενος βραχίων εἶναι ἐφωδιασμένος μὲ τὸν τροχίσκον Τ, ποὺ εἰς ἄλλα μὲν ἐμβαδόμετρα τοποθετεῖται κατὰ τὴν προέκτασιν τῆς ΒΓ, ὅπως εἰς τὸ σχῆμα 14 · 7 α, εἰς ἄλλα δὲ μεταξὺ τῶν σημείων Β καὶ Γ. Συνήθως ὁ ἄξων περιστροφῆς τοῦ τροχίσκου εἶναι παράλληλος πρὸς τὸν περιαγόμενον βραχίονα καὶ δὲν συμπίπτει μὲ αὐτόν, ὅπως διὰ λόγους ἁπλουστεύσεως φαίνεται εἰς τὸ σχῆμα μας. Πραγματικὴν εἰκόνα πολικοῦ ἐμβαδομέτρου δεικνύει τὸ σχῆμα 14 · 7 δ.



Σχ. 14·7 α.

Ὅταν ἐμβαδομετροῦμε ἕνα σχῆμα, κρατοῦμε τὸ ἄκρον Α τοῦ βραχίονος ΑΒ σταθερὸν καὶ περιφέρομε τὸ ἄκρον Γ τοῦ βραχίονος ΒΓ, ποὺ καταλήγει εἰς μίαν ἀκήν, ἐπάνω εἰς τὸ περίγραμμα τοῦ σχήματος (σχ. 14 · 7 β). Κατὰ τὴν περιφορὰν αὐτήν, ποὺ

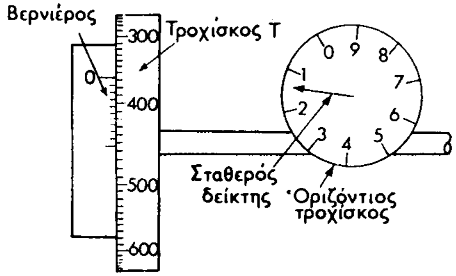


Σχ. 14·7 β.

γίνεται μὲ τὴν φορὰν τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου, τὸ σημεῖον Β διαγράφει μίαν περιφέρειαν, ἐνῶ ὁ τροχίσκος Τ κυλίεται ἐπάνω εἰς τὸ χαρτὶ σχεδιάσεως καὶ περιστρέφεται πότε κατὰ τὴν μίαν καὶ πότε κατὰ τὴν ἄλλην ἔννοιαν. Ἐμεῖς ἐνδιαφερόμεθα διὰ τὴν ὁλικὴν περιστροφὴν τοῦ τροχίσκου Τ, ἐκείνην δηλαδή, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς μίαν πλήρη περιφορὰν τοῦ ἄκρου Γ ἐπάνω εἰς τὸ περίγραμμα τοῦ σχήματος.

Διὰ τὴν μέτρησιν αὐτῆς τῆς περιστροφῆς ἡ περιφέρεια τοῦ τροχίσκου Τ εἶναι διῃρημένη εἰς ἑκατὸν ἴσα μέρη. Ἐπειδὴ ὅμως ἡ μέτρησις γίνεται εἰς χιλιοστὰ τῆς περιφερείας, ὁ τροχίσκος Τ εἶναι ἐφωδιασμένος μὲ ἕνα βερνιέρον, ποὺ μᾶς δίδει τὰ δέκατα κάθε διαιρέσεως (σχ. 14·7γ). Ἀφ' ἑτέρου ἡ κίνησις τοῦ τροχίσκου Τ μεταδίδεται εἰς ἕνα ἄλλον ὁριζόντιον τροχίσκον μὲ δέκα ὑποδιαιρέσεις οὕτως, ὥστε, ὅταν ὁ πρῶτος τροχίσκος διαγράψῃ μίαν πλήρη περιστροφήν, ὁ δεύτερος προχωρεῖ κατὰ μίαν ὑποδιαίρεσιν. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἠμποροῦν νὰ καταγραφοῦν ἕως δέκα πλήρεις περιστροφαὶ τοῦ τροχίσκου Τ.

Ἂς ὑποθέσωμε ὅτι τὸ σχῆμα 14·7γ δίδει τὴν εἰκόνα τῶν



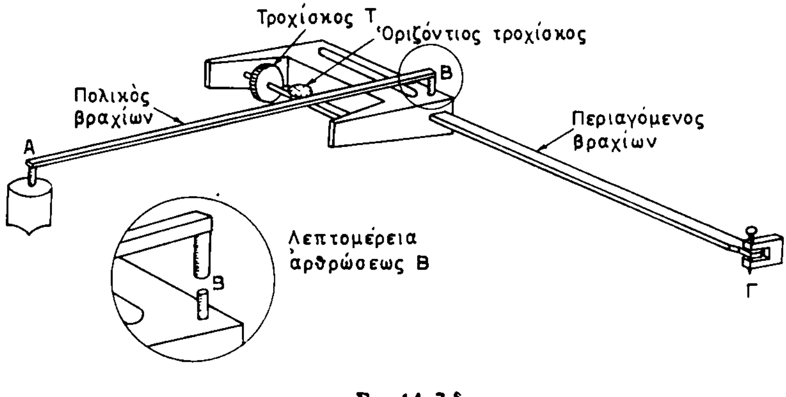
Σχ. 14·7γ.

δύο τροχίσκων ὕστερα ἀπὸ μίαν πλήρη περιφορὰν τοῦ ἄκρου Γ τοῦ περιαγομένου βραχίονος ἐπάνω εἰς τὸ περίγραμμα τοῦ σχήματος. Ἡ ἀντίστοιχος ἀνάγνωσις εἶναι 1 366. Αὐτὸ σημαίνει ὅτι ἡ συνολικὴ περιστροφὴ τοῦ τροχίσκου Τ ἰσοῦται μὲ 1 366 χιλιοστὰ τῆς περιφερείας του. Ὑποτίθεται φυσικὰ ὅτι πρὶν ἀπὸ τὴν περιφορὰν τοῦ ἄκρου Γ ἡ ἀνάγνωσις ἦτο μηδέν.

Προτοῦ περιγράψωμε πῶς ἐκτελεῖται ἡ μηχανικὴ ἐμβαδομέτρησις καὶ πῶς ἀπὸ τὴν ἀνάγνωσιν, ποὺ κάνομε εἰς τὸ σύστημα τῶν τροχίσκων, καταλήγομε εἰς τὸ ἐμβαδόν, ποὺ θέλομε νὰ προσδιορίσωμε, θὰ ἀναλύσωμε τὸ σχῆμα 14·7δ. Τὸ σχῆμα αὐτὸ παριστᾶ τὴν πραγματικὴν εἰκόνα ἑνὸς πολικοῦ ἐμβαδομέτρου, ὅπου ὁ τροχίσκος Τ εὑρίσκεται κατὰ τὴν προέκτασιν τῆς ΒΓ, ἐνῶ ὁ ἄξων τοῦ τροχίσκου εἶναι παράλληλος πρὸς αὐτήν. Εἰς τὸ ἴδιον σχῆμα φαίνεται ἡ ἀκὴ τοῦ ἄκρου Γ καθὼς καὶ τὸ σύστημα τῶν δύο τροχίσκων. Κάτω ἀπὸ τὸ ἄκρον Α, ποὺ ὀνομάζεται καὶ *πόλος* τοῦ ἐμβαδομέτρου, ὑπάρχει μία αἰχμὴ διὰ νὰ σταθεροποιῆται ὁ πόλος ἐπάνω εἰς τὸ σχέδιον κατὰ τὴν ἐκτέλεσιν τῆς ἐμβαδομετρήσεως. Ἡ αἰχμὴ δὲν φαίνεται εἰς τὸ σχῆμα 14·7 δ.

Καὶ τώρα θὰ περιγράψωμε πῶς ἐκτελεῖται ἡ μηχανικὴ ἐμβαδομέτρησις. Διακρίνομε δύο χαρακτηριστικὰς περιπτώσεις:

1) Ὅταν τὸ σχῆμα, ποὺ θέλομε νὰ ἐμβαδομετρήσωμε, ἔχῃ τόσον μικρὰς διαστάσεις, ὥστε νὰ εἶναι δυνατὴ ἡ περιφορὰ τῆς ἀκῆς Γ ἐπάνω εἰς τὸ περίγραμμα, ἐνῶ ὁ πόλος Α εὑρίσκεται ἐκτὸς τοῦ σχήματος.



Σχ. 14·7 δ.

2) Ὅταν τὸ σχῆμα, ποὺ θέλομε νὰ ἐμβαδομετρήσωμε, ἔχῃ τόσον μεγάλας διαστάσεις, ὥστε ὁ πόλος νὰ πρέπει νὰ τοποθετηθῇ ἐντὸς τοῦ σχήματος. Θὰ ἐξετάσωμε τὴν κάθε μίαν περίπτωσιν χωριστά.

Περίπτωσις 1. (Πόλος ἐκτὸς τοῦ σχήματος).

Ἐν πρώτοις κάνομε μίαν δοκιμαστικὴν περιφοράν, ἀφοῦ σταθεροποιήσωμε τὸν πόλον εἰς κατάλληλον θέσιν, διὰ νὰ διαπιστώσωμε, ἐὰν τὸ ἄκρον Γ φθάνῃ εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ περιγράμματος. Κατὰ τὴν δοκιμαστικὴν αὐτὴν περιφορὰν ἐλέγχομε, ἐὰν ἡ γωνία, ποὺ σχηματίζουν οἱ δύο βραχίονες τοῦ ἐμβαδομέτρου, καθίσταται μικροτέρα τῶν 45^0 ἢ μεγαλυτέρα τῶν 135^0. Ἂν συμβαίνῃ αὐτό, ἀλλάζομε τὴν θέσιν τοῦ πόλου, διότι διαφορετικὰ ἡ ἐμβαδομέτρησις δὲν θὰ εἶναι ὅσον πρέπει ἀκριβής.

Μετὰ τὴν δοκιμαστικὴν ἀρχίζει ἡ κανονικὴ περιφορὰ τοῦ ἄκρου Γ, ἀφοῦ προηγουμένως φέρωμε τὸ σύστημα ἀναγνώσεως τῶν τροχίσκων εἰς τὸ μηδέν.

Ἐὰν ν εἶναι ἡ ἀνάγνωσις εἰς τὸ σύστημα τῶν τροχίσκων, ὅταν ἐπανέλθωμε εἰς τὸ σημεῖον τῆς ἀφετηρίας ὕστερα ἀπὸ μίαν πλήρη περιστροφήν, ἀποδεικνύεται ὅτι τὸ ἐμβαδὸν ε τοῦ σχήματος, ποὺ θέλομε νὰ ἐμβαδομετρήσωμε, δίδεται ἀπὸ τὴν σχέσιν:

$$\varepsilon = R\,\frac{2\,\pi\rho}{1\,000}\cdot\nu, \qquad (1)$$

ὅπου R τὸ μῆκος τοῦ περιαγομένου βραχίονος ΒΓ καὶ ρ ἡ ἀκτὶς τοῦ τροχίσκου Τ.

Καί, ἂν θέσωμε $R\,\frac{2\,\pi\rho}{1\,000} = M$, προκύπτει τελικῶς $\varepsilon = M\cdot\nu$.

Ἡ παράστασις Μ εἶναι, ὅπως λέγομε, μία «σταθερὰ» τοῦ ὀργάνου, διότι δὲν μεταβάλλεται κατὰ τὴν ἐκτέλεσιν τῶν διαφόρων ἐμβαδομετρήσεων. Ἀφ᾽ ἑτέρου τὸ μῆκος R τοῦ περιαγομένου βραχίονος κανονίζεται κατὰ τέτοιον τρόπον, ὥστε τὸ Μ νὰ ἰσοῦται μὲ ἕνα στρογγυλὸν ἀριθμόν, λ.χ. μὲ 10, καὶ συνεπῶς τὸ $M\cdot\nu$ νὰ ὑπολογίζεται εὐκόλως. Ἐννοεῖται ὅτι τὸ γινόμενον $M\cdot\nu$ προκύπτει εἰς τετραγωνικὰ χιλιοστόμετρα (mm^2), διότι τόσον τὸ ρ, ὅσον καὶ τὸ R δίδονται εἰς mm.

Ἂς ἔλθωμε τώρα εἰς τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ πραγματικοῦ ἐμβαδοῦ Ε τοῦ τμήματος τῆς γηίνης ἐπιφανείας εἰς τὸ ἔδαφος. Ἐὰν 1 : Κ εἶναι ἡ κλῖμαξ τοῦ σχεδίου, τότε τὸ Ε θὰ προκύπτῃ ἀπὸ τὴν σχέσιν $E = \varepsilon \cdot \frac{K^2}{1\,000^2}$ καὶ θὰ ἐκφράζεται εἰς m^2.

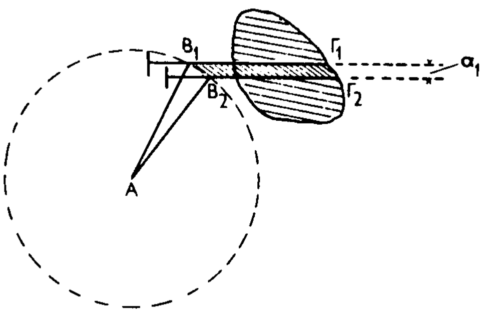
Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. (Μὲ βάσιν συγκεκριμένον τύπον πολικοῦ ἐμβαδομέτρου).

Ἀπὸ τὸ πινακίδιον τοῦ ἐμβαδομέτρου ἐκλέγομε $R = 166{,}7$ mm, ὁπότε $M = 10$.

Ἔστω $\nu = 823$, ὁπότε $\varepsilon = 8\,230\ mm^2$. Καί, ἐὰν ἡ κλῖμαξ σχεδίου εἶναι 1:1 000, προκύπτει τελικῶς $E = 8\,230\ m^2$.

Ἡ σχέσις (1) ἀποδεικνύεται ὡς ἑξῆς:

Ἔστω Γ_1 τὸ σημεῖον ἐνάρξεως τῆς περιφορᾶς ἐπάνω εἰς τὸ περίγραμμα τοῦ σχήματος, ποὺ θέλομε νὰ ἐμβαδομετρήσωμε, καὶ Γ_2 ἡ θέσις τοῦ σημείου Γ ὕστερα ἀπὸ μίαν πολὺ μικρὰν μετακίνησιν (σχ. 14.7 ε).



Σχ. 14·7 ε

Αἱ ἀντίστοιχοι θέσεις τοῦ σημείου B θὰ εἶναι αἱ B_1 καὶ B_2. Δεχόμεθα ὅτι τὸ τετράπλευρον $B_1\Gamma_1\Gamma_2B_2$ εἶναι παραλληλόγραμμον καὶ συνεπῶς τὸ ἐμβαδόν του ἰσοῦται πρὸς $R \cdot \alpha_1$, ὅπου α_1 ἡ ἀντίστοιχος περιστροφὴ τοῦ τροχίσκου T.

Καθ' ὅμοιον τρόπον προκύπτουν τὰ παραλληλόγραμμα $B_2\Gamma_2\Gamma_3B_3$, $B_3\Gamma_3\Gamma_4B_4$, $B_4\Gamma_4\Gamma_5B_5$, κ.ο.κ. μὲ ἐμβαδὰ ἴσα ἀντιστοίχως πρὸς $R\alpha_2$, $R\alpha_3$, $R\alpha_4$, κλπ. Ἀπὸ τὰ ἐμβαδὰ αὐτὰ ἄλλα μὲν θεωροῦμε ὡς θετικά, ἄλλα δὲ ὡς ἀρνητικά. Ὡς θετικὰ θεωροῦμε ἐκεῖνα, ποὺ ἀντιστοιχοῦν εἰς θετικὴν περιστροφὴν τοῦ τροχίσκου, δηλαδὴ ὅταν ὁ τροχίσκος περιστρέφεται ἀπὸ μικροτέρας πρὸς μεγαλυτέρας ἀναγνώσεις. Ἐξ ἄλλου ὡς ἀρνητικὰ θεωροῦμε ἐκεῖνα, ποὺ προκύπτουν ἀπὸ ἀντίθετον περιστροφὴν τοῦ τροχίσκου.

Τελικῶς τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα ὅλων τῶν ἐμβαδῶν αὐτῶν θὰ μᾶς δίδῃ τὸ ἐμβαδὸν ε τοῦ σχήματος, ποὺ θέλομε νὰ προσδιορίσωμε. Δηλαδὴ θὰ ἔχωμε:

$$\varepsilon = R\alpha_1 + R\alpha_2 + R\alpha_3 + \dots \text{κλπ.}$$
$$= R(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \dots \text{κλπ}).$$

Ἀλλὰ τὸ ἄθροισμα $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4$ κλπ. δὲν εἶναι παρὰ ἡ συνολικὴ περιστροφὴ α τοῦ τροχίσκου Τ, ὕστερα ἀπὸ μίαν πλήρη περιφορὰν τοῦ ἄκρου Γ ἐπάνω εἰς τὸ περίγραμμα τοῦ σχήματος. Ἡ συνολικὴ αὐτὴ περιστροφὴ δίδεται, ὅπως ἀνεφέρθη ἤδη, εἰς χιλιοστὰ τῆς περιφερείας τοῦ τροχίσκου Τ. Μὲ ἄλλους λόγους, ἂν ν εἶναι ἡ ἀντίστοιχος ἀνάγνωσις εἰς τὸ σύστημα τῶν τροχίσκων, ἰσχύει ἡ σχέσις:

$$\alpha = \frac{2\pi\rho}{1\,000}\cdot\nu, \text{ ὅπου } \rho \text{ ἡ ἀκτὶς τοῦ τροχίσκου Τ.}$$

$$\text{Ἄρα } \varepsilon = R\,\frac{2\pi\rho}{1\,000}\cdot\nu.$$

Περίπτωσις 2. (Πόλος ἐντὸς τοῦ σχήματος).

Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν τοποθετοῦμε τὸν πόλον τοῦ ἐμβαδομέτρου περίπου εἰς τὸ κέντρον τοῦ σχήματος καὶ κάνομε καὶ πάλιν μίαν πλήρη περιστροφὴν τοῦ ἄκρου Γ. Ἐννοεῖται ὅτι ἔχει προηγηθῆ καὶ ἐδῶ ἡ δοκιμαστικὴ περιφορά, κατὰ τὴν ὁποίαν ἐπιδιώκομε ἡ γωνία τῶν δύο βραχιόνων νὰ κυμαίνεται μεταξὺ 45^0 καὶ 135^0.

Τὸ ἐμβαδὸν τοῦ σχήματος, ποὺ θέλομε νὰ ἐμβαδομετρήσωμε, δίδεται αὐτὴν τὴν φορὰν ἀπὸ τὴν διπλῆν σχέσιν:

$$\varepsilon = q \pm M\cdot\nu, \qquad (2)$$

ὅπου Μ ἡ γνωστή μας σταθερὰ τοῦ ὀργάνου ἴση πρὸς $R\,\dfrac{2\pi\rho}{1\,000}$, καὶ q μία ἄλλη σταθερὰ ἴση πρὸς $R_1^2 + R^2 + 2rR$ ἐὰν ὁ τροχίσκος Τ κεῖται εἰς τὴν προέκτασιν τοῦ βραχίονος ΒΓ ἢ ἴση πρὸς

$R_1^2 + R^2 - 2rR$, ἐὰν ὁ τροχίσκος T κεῖται ἐπὶ τοῦ βραχίονος μεταξὺ τῶν B καὶ Γ. Ὡς πρὸς τοὺς νέους συμβολισμοὺς R_1 καὶ r αὐτοὶ σημαίνουν ὁ πρῶτος τὸ μῆκος τοῦ πολικοῦ βραχίονος καὶ ὁ δεύτερος τὴν ἀπόστασιν τοῦ τροχίσκου T ἀπὸ τὴν ἄρθρωσιν τῶν δύο βραχιόνων.

Ἐρχόμεθα τώρα εἰς τὴν διπλῆν σχέσιν $\varepsilon = q \pm M \cdot \nu$. Τὸ πρόσημον $+$ ἢ $-$ λαμβάνεται, ἐφ' ὅσον ἡ συνολικὴ περιφορὰ τοῦ τροχίσκου T εἶναι θετικὴ ἢ ἀρνητική. Αὐτὸ τὸ ἀντιλαμβανόμεθα, ἐὰν κατὰ τὴν ἔναρξιν τῆς περιφορᾶς τοποθετήσωμε τὸ σύστημα ἀναγνώσεως τῶν τροχίσκων ὄχι εἰς τὸ 0, ἀλλὰ εἰς μίαν ἄλλην διαίρεσιν, λ.χ. εἰς τὴν διαίρεσιν 5 000. Ἐὰν ἡ τελικὴ ἀνάγνωσις εἶναι μικροτέρα τοῦ 5 000, αὐτὸ σημαίνει ὅτι πρέπει νὰ ἀφαιρέσωμε τὸ $M \cdot \nu$ ἀπὸ τὴν σταθερὰν q. Ἐὰν ἡ ἀνάγνωσις εἶναι μεγαλυτέρα, πρέπει νὰ κάνωμε ἀντὶ ἀφαιρέσεως πρόσθεσιν.

Ἀριθμητικὸν παράδειγμα. (Μὲ βάσιν συγκεκριμένον τύπον πολικοῦ ἐμβαδομέτρου).

Ἀπὸ τὸ πινακίδιον τοῦ ἐμβαδομέτρου ἐκλέγομε $R = 166{,}7$ mm ὁπότε $M = 10$ καὶ $q = 231\,660\,\mathrm{mm}^2$.

Ἔστω $\nu = +1\,336$.

Ἄρα $\varepsilon = 231\,660 + 13\,360 = 245\,020\,\mathrm{mm}^2$.

Καί, ἐὰν ἡ κλῖμαξ τοῦ σχεδίου εἶναι 1 : 500, προκύπτει:

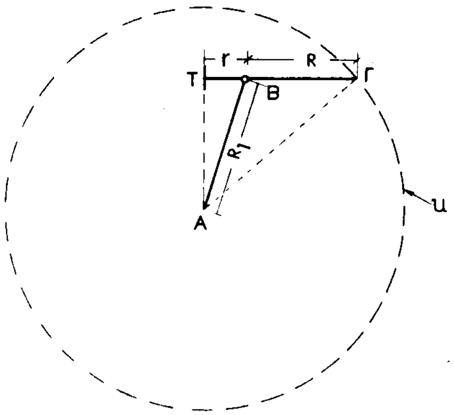
$$E = 245\,020\,\frac{500^2}{1\,000^2} = \frac{245\,020}{4} = 61\,255\,\mathrm{m}^2.$$

Ἡ σχέσις (2) ἀποδεικνύεται ὡς ἑξῆς:

Ὅταν χειριζώμεθα ἕνα πολικὸν ἐμβαδόμετρον, παρατηροῦμε ὅτι ἡ γωνία, ποὺ σχηματίζουν οἱ δύο βραχίονες AB καὶ ΒΓ, μεταβάλλεται συνεχῶς. Διὰ τὰς διαφόρους τιμὰς αὐτῆς τῆς γωνίας ὁ τροχίσκος T περιστρέφεται πότε κατὰ τὴν μίαν καὶ πότε κατὰ τὴν ἄλλην ἔννοιαν. Διὰ μίαν ὅμως ὡρισμένην τιμὴν τῆς γωνίας, διὰ τὴν τιμὴν ἔστω θ, ὁ τροχίσκος T δὲν περιστρέφεται. Ἡ τιμὴ θ εἶναι ἕνα χαρακτηριστικὸν ὅριον.

Ὅταν ἡ γωνία τῶν δύο βραχιόνων γίνῃ μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν θ, ὁ τροχίσκος περιστρέφεται κατὰ τὴν θετικὴν φοράν, δηλαδὴ κατὰ τὴν φορὰν αὐξήσεως τῶν διαιρέσεών του. Ὅταν ἡ γωνία γίνῃ μικροτέρα ἀπὸ τὴν θ, ὁ τροχίσκος περιστρέφεται κατὰ τὴν ἀρνητικὴν φοράν.

Ἂς ἴδοῦμε τώρα πότε ἡ γωνία τῶν δύο βραχιόνων γίνεται ἴση πρὸς θ. Αὐτὸ συμβαίνει, ὅταν τὸ ἐπίπεδον τοῦ τροχίσκου Τ διέρχεται ἀπὸ τὸν πόλον Α (σχ. 14·7 ζ), διότι διὰ τὴν θέσιν αὐτὴν ὁ τροχίσκος



Σχ. 14·7 ζ.

δὲν ἔχει τὴν δυνατότητα νὰ περιστραφῇ. Τότε τὰ τρίγωνα ΑΤΒ καὶ ΑΤΓ γίνονται ὀρθογώνια εἰς τὸ Τ καί, ἐὰν ἐφαρμόσωμε τὸ Πυθαγόρειον θεώρημα καὶ εἰς τὰ δύο τρίγωνα, θὰ λάβωμε:

$$\mathrm{A\Gamma} = \sqrt{R_1^2 + R^2 + 2rR}$$

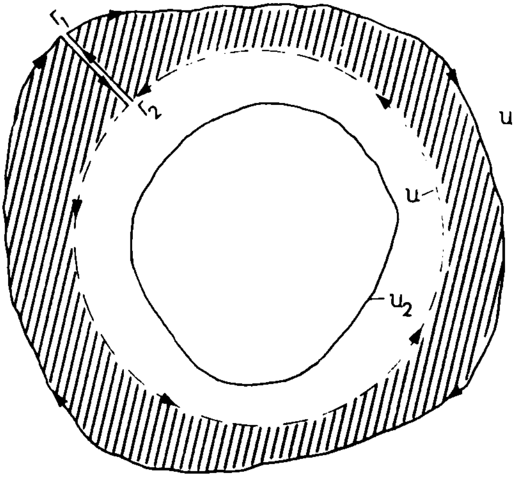
(ὑποθέτομε ὅτι ὁ τροχίσκος Τ κεῖται εἰς τὴν προέκτασιν τοῦ βραχίονος ΒΓ).

Συμπέρασμα: Ἐὰν ἔχωμε ἕνα κύκλον μὲ ἀκτῖνα:

$$\mathrm{A\Gamma} = \sqrt{R_1^2 + R^2 + 2rR}$$

καὶ περιφέρωμε τὸ ἄκρον Γ τοῦ ἐμβαδομέτρου ἐπάνω εἰς τὴν περιφέρειαν κ αὐτοῦ τοῦ κύκλου, ἀφοῦ προηγουμένως σταθεροποιήσωμε τὸν πόλον Α εἰς τὸ κέντρον τοῦ κύκλου, ὁ τροχίσκος δὲν θὰ περιστραφῇ καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς περιφορᾶς.

Αὐτὴ ἡ διαπίστωσις μᾶς βοηθεῖ εἰς τὸ νὰ προσδιορίσωμε τὸ ἐμβαδὸν ἑνὸς σχήματος, ποὺ περικλείεται ἀπὸ μίαν γραμμήν, ὅταν χρειασθῆ νὰ τοποθετήσωμε τὸν πόλον τοῦ ἐμβαδομέτρου μέσα εἰς τὸ σχῆμα. Ἔστω ὅτι ἡ γραμμὴ εἶναι ἡ $\varkappa_1$ καὶ περιβάλλει τὴν περιφέρειαν $\varkappa$ (σχ. 14·7 η). Τὸ ζητούμενον ἐμβαδὸν ε θὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου, δηλαδὴ πρὸς τὴν παράστασιν $\pi\ (R_1^2 + R^2 + 2rR)$ σὺν τὸ ἐμβαδὸν ε_1 τοῦ διεγραμμισμένου δακτυλίου (σχ. 14·7 η). Παρατηροῦμε ὅμως



Σχ. 14·7 η.

ὅτι ὁ προσδιορισμὸς τοῦ ἐμβαδοῦ ε_1 ἀνάγεται εἰς τὴν Περίπτωσιν 1, ὅταν δηλαδὴ ὁ πόλος τοποθετῆται ἐκτὸς τοῦ σχήματος, ἀρκεῖ νὰ θεωρήσωμε ὅτι ὁ δακτύλιος ἔχει τὸ περίγραμμα, ποὺ ἐμφαίνεται εἰς τὸ σχῆμα 14·7 η. Ἐὰν τώρα ὑποθέσωμε ὅτι τοποθετοῦμε τὸν πόλον Α εἰς τὸ κέντρον τοῦ κύκλου $\varkappa$ καὶ διαγράφομε τὸ περίγραμμα τοῦ δακτυλίου μὲ τὴν φοράν, ποὺ δεικνύουν τὰ βέλη τοῦ σχήματος 14·7 η, τότε θὰ συμβοῦν τὰ ἑξῆς: Κατὰ τὴν διαδρομὴν τοῦ ἄκρου Γ ἐπάνω εἰς τὴν περιφέρειαν $\varkappa$ ὁ τροχίσκος Τ δὲν θὰ περιστραφῆ. Ἐξ ἄλλου αἱ περιστροφαὶ τοῦ τροχίσκου κατὰ τὰς ἀντιθέτους διαδρομὰς $\Gamma_1\Gamma_2$ καὶ $\Gamma_2\Gamma_1$ θὰ ἀλληλοεξουδετερωθοῦν. Ἄρα ἡ ὁλικὴ ἀνάγνωσις ν, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ ἐμβαδὸν ε_1, θὰ ἰσοῦται μὲ ἐκείνην, ποὺ θὰ προέκυπτε, ἐὰν τὸ Γ διέτρεχε μόνον τὴν γραμμὴν $\varkappa_1$.

Συμπεραίνομε λοιπὸν ὅτι διὰ νὰ προσδιορίσωμε τὸ ἐμβαδὸν ε τοῦ σχήματος, ποὺ περικλείεται ἀπὸ τὴν γραμμὴν $\varkappa_1$ (σχ. 14 · 7 η), ἀρκεῖ νὰ κάνωμε μίαν πλήρη περιφορὰν τῆς γραμμῆς, ὅπως εἰς τὴν Περίπτωσιν 1, ἀλλὰ μὲ τὸν πόλον μέσα εἰς τὸ σχῆμα, καὶ νὰ ἐφαρμόσωμε τὸν τύπον:

$$\varepsilon = q + M \cdot \nu,$$

ὅπου $q = \pi (R_1^2 + R^2 + 2rR)$, $M = R \dfrac{2\pi\rho}{1\,000}$, R_1 εἶναι τὸ μῆκος τοῦ πολικοῦ βραχίονος, R τὸ μῆκος τοῦ περιαγομένου, r ἡ ἀπόστασις τοῦ τροχίσκου ἀπὸ τὴν ἄρθρωσιν τῶν δύο βραχιόνων, ρ ἡ ἀκτὶς τοῦ τροχίσκου καὶ ν ἡ ἀνάγνωσις, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν περιφορὰν τῆς γραμμῆς $\varkappa_1$.

Ἀντιθέτως, ἐὰν τὸ περίγραμμα τοῦ σχήματος, ποὺ θέλομε νὰ ἐμβαδομετρήσωμε, εἶναι ἡ γραμμὴ $\varkappa_2$, ποὺ περιέχεται μέσα εἰς τὸν κύκλον κ, δηλαδὴ περιβάλλεται ἀπὸ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου (σχ. 14 · 7 η), τότε τὸ ἐμβαδὸν ε θὰ δίδεται ἀπὸ τὸν τύπον:

$$\varepsilon = q - M \cdot \nu.$$

Εἰς ὅλας τὰς περιπτώσεις μηχανικῆς ἐμβαδομετρήσεως πραγματοποιοῦμε δύο τουλάχιστον περιφορὰς τοῦ ἄκρου Γ μὲ διαφορετικὴν θέσιν τοῦ πόλου Α καὶ διαφορετικὴν ἀφετηρίαν Γ_1. Ἐὰν διαπιστώσωμε ὅτι ἡ διαφορὰ δ μεταξὺ τῶν ἀκραίων τιμῶν τοῦ ἐμβαδοῦ Ε εὑρίσκεται μέσα εἰς τὰ ὅρια ἀνοχῆς, ποὺ καθορίζονται ἀπὸ τὸν Πίνακα 4, τότε δεχόμεθα τὰς μετρήσεις καὶ λαμβάνομε ὡς τιμὴν τοῦ ν τὸν μέσον ὅρον τῶν ἀντιστοίχων ἀναγνώσεων. Διαφορετικὰ θεωροῦμε τὰς μετρήσεις ὡς ἐσφαλμένας καὶ τὰς ἐπαναλαμβάνομε.

Συνθῆκαι ἀκριβείας ἐμβαδομέτρου.

Αἱ συνθῆκαι ἀκριβείας τοῦ ἐμβαδομέτρου εἶναι αἱ ἑξῆς:

α) Ὁ τροχίσκος Τ πρέπει νὰ στρέφεται ἐντελῶς ἐλευθέρως.

β) Τὸ ἐπίπεδον τοῦ τροχίσκου πρέπει νὰ εἶναι ἀκριβῶς κάθετον πρὸς τὸν βραχίονα ΒΓ.

γ) Ὁ ἄξων περιστροφῆς τοῦ τροχίσκου πρέπει νὰ συμπίπτῃ ἢ νὰ εἶναι παράλληλος πρὸς τὸν βραχίονα ΒΓ.

δ) Αἱ διαιρέσεις τοῦ τροχίσκου πρέπει νὰ εἶναι ἀκριβεῖς.

Πρὶν ἀπὸ κάθε σειρὰν μετρήσεων θὰ πρέπει νὰ ἐλέγχωμε, ἂν τὸ ἐμβαδόμετρον πληροῖ αὐτὰς τὰς συνθήκας ἀκριβείας. Πρὸς τὸν σκοπὸν αὐτὸν ἐμβαδομετροῦμε ἕνα κύκλον γνωστῆς ἀκτῖνος ἢ ἕνα τετράγωνον γνωστῆς πλευρᾶς μὲ τὸ ἐμβαδόμετρον καὶ κατόπιν συγκρίνομε τὸ ἀποτέλεσμα, ποὺ προκύπτει ἀπὸ τὸν ἀντίστοιχον ὑπολογισμόν. Ἀναλόγως μὲ τὰ συμπεράσματα, εἰς τὰ ὁποῖα θὰ καταλήξωμε, προβαίνομε ἢ ὄχι εἰς διόρθωσιν τοῦ ἐμβαδομέτρου.

14·8 Ἀκρίβεια ἐμβαδομετρήσεως.

Αἱ ἐμβαδομετρήσεις ὑποδιαιροῦνται εἰς τρεῖς κατηγορίας ἀναλόγως πρὸς τὴν ἀκρίβειαν, ποὺ θέλομε νὰ ἐπιτύχωμε:

Κατηγορία I (μεγάλης ἀκριβείας).

Κατηγορία II (μέσης ἀκριβείας).

Κατηγορία III (μικρᾶς ἀκριβείας).

Θὰ πρέπει νὰ ἔχωμε ὑπ' ὄψει μας ὅτι ἡ ἀκρίβεια τῆς ἐμβαδομετρήσεως ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν ἀξίαν τοῦ γηπέδου, ποὺ πρόκειται νὰ ἐμβαδομετρήσωμε. Ἐὰν πρόκειται λ.χ. περὶ ἑνὸς ἀγροῦ, θὰ ἐπιδιώξωμε μικρὰν ἀκρίβειαν. Ἀντιθέτως, ἐὰν πρόκειται περὶ ἑνὸς οἰκοπέδου, καὶ μάλιστα μεγάλης πόλεως, θὰ ἐπιδιώξωμε μεγάλην ἀκρίβειαν.

Ἀναλόγως πρὸς τὴν ἀκρίβειαν, ποὺ πρέπει νὰ ἔχῃ ἡ ἐμβαδομέτρησις, ἐκλέγεται τόσον ἡ μέθοδος ἐμβαδομετρήσεως, ὅσον καὶ ἡ κλῖμαξ ὁριζοντίας ἀποτυπώσεως.

Αἱ ἐμβαδομετρήσεις τῆς κατηγορίας I γίνονται συνήθως μὲ τὴν ἀναλυτικὴν μέθοδον καὶ ἐν ἀνάγκῃ μὲ τὴν ἡμιγραφικήν. Αἱ κατάλληλοι κλίμακες ἀποτυπώσεως κυμαίνονται ἀπὸ 1:200 ἕως 1:500.

Αἱ ἐμβαδομετρήσεις τῆς κατηγορίας II γίνονται εἴτε μὲ τὴν ἡμιγραφικὴν μέθοδον, εἴτε μὲ ἐμβαδόμετρον. Καὶ διὰ τὰ δύο εἴδη ἐμβαδομετρήσεων αἱ κατάλληλοι κλίμακες ἀποτυπώσεως κυμαίνονται ἀπὸ 1 : 500 ἕως 1 : 2 500.

Τέλος αἱ ἐμβαδομετρήσεις τῆς κατηγορίας III γίνονται εἴτε μὲ τὴν γραφικὴν μέθοδον, εἴτε μὲ ἐμβαδόμετρον. Ἐδῶ αἱ κατάλληλοι κλίμακες ἀποτυπώσεως κυμαίνονται ἀπὸ 1 : 2 500 ἕως 1 : 10 000.

14·9 Ὅρια σφαλμάτων ἐμβαδομετρήσεως.

Δι' ὅλα τὰ εἴδη ἐμβαδομετρήσεων καὶ ὅλας τὰς κατηγορίας πρέπει νὰ γίνουν τουλάχιστον δύο ἐμβαδομετρήσεις. Ἐὰν Ε εἶναι ὁ μέσος ὅρος τῶν ἐμβαδομετρήσεων, δ ἡ διαφορὰ μεταξὺ τῶν ἀκραίων τιμῶν των καὶ Κ ὁ παρονομαστὴς τῆς κλίμακος ἀποτυπώσεως, τότε τὸ δ πρέπει νὰ εἶναι πάντοτε μικρότερον ἀπὸ τὰς τιμάς, ποὺ σημειώνονται εἰς τὸν Πίνακα 4.

ΠΙΝΑΞ 4

Κατηγορία I $(200 < K < 500)$	Ἀναλυτικῶς Ἡμιγραφικῶς	$\delta = 0$ $\delta = 0{,}003 \cdot K\sqrt{E}$
Κατηγορία II $(500 < K < 2\,500)$	Ἡμιγραφικῶς ἢ μὲ ἐμβαδόμετρον	$\delta < 0{,}0004 \cdot K\sqrt{E}$
Κατηγορία III $(2\,500 < K < 10\,000)$	Γραφικῶς ἢ μὲ ἐμβαδόμετρον	$\delta < 0{,}0004 \cdot K\sqrt{E}$

Παράδειγμα.

Ἔστω ὅτι τὸ ἐμβαδὸν Ε ἑνὸς γηπέδου ὑπελογίσθη μὲ τὴν ἡμιγραφικὴν μέθοδον καὶ ἔγιναν τρεῖς ἐμβαδομετρήσεις. Ὡς ἀντίστοιχοι τιμαὶ τοῦ Ε προέκυψαν:

$$E_1 = 8\,821\ m^2,\quad E_2 = 8\,830\ m^2,\quad E_3 = 8\,833\ m^2.$$

Ἡ κλῖμαξ τοῦ σχεδίου εἶναι 1 : 1 000. Νὰ ἐλεγχθῇ, ἐὰν τὸ δ εὑρίσκεται μέσα εἰς τὰ ἀνεκτὰ ὅρια.

Τὸ ἐμβαδὸν E θὰ ἰσοῦται πρὸς τὸν μέσον ὅρον τῶν τιμῶν E_1, E_2 καὶ E_3, ἤτοι πρὸς 8 828 m². Ἀφ' ἑτέρου $\delta = 8\,833 - 8\,821 = 12\ \mathrm{m}^2$.

Πρέπει:

$$\delta = 12 < 0{,}000\,4 \times 1\,000\ \sqrt{8\,828}$$

$$\text{ἢ}\ 12 < 0{,}000\,4 \times 1\,000 \times 94$$

$$\text{ἢ}\ 12 < 37{,}60.$$

Ἄρα ἡ μέτρησις θεωρεῖται ἀκριβής.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 15

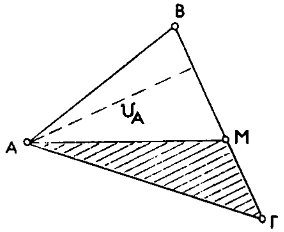
ΔΙΑΝΟΜΗ ΓΗΠΕΔΩΝ

15·1 Ἁπλαῖ περιπτώσεις διανομῆς.

Εἰς πολλὰς περιπτώσεις παρίσταται ἀνάγκη νὰ ὑποδιαιρέσωμε ἕνα γήπεδον εἰς δύο ἢ περισσότερα μέρη, ἴσα ἢ ἄνισα. Αἱ περιπτώσεις ὅμως αὐταὶ εἶναι πολλαὶ καὶ διάφοροι. Διὰ τοῦτο δὲν θὰ τὰς ἐξετάσωμε ὅλας. Θὰ ἐξετάσωμε μόνον μερικὰς ἀπὸ αὐτάς, καὶ μάλιστα ἐκείνας, αἱ ὁποῖαι ἀποτελοῦν τὴν βάσιν διὰ τὴν λύσιν ἁπλῶν προβλημάτων διανομῆς γηπέδων εἰς τὴν πρᾶξιν.

Περίπτωσις 1.

Δίδεται ἕνα τριγωνικὸν γήπεδον ΑΒΓ. Ζητεῖται νὰ ὁρισθῇ ἐπὶ τῆς ΒΓ σημεῖον Μ οὕτως, ὥστε τὸ τρίγωνον ΑΜΓ νὰ ἔχῃ ὡρισμένον ἐμβαδὸν ε (σχ. 15·1 α).



Σχ. 15·1 α.

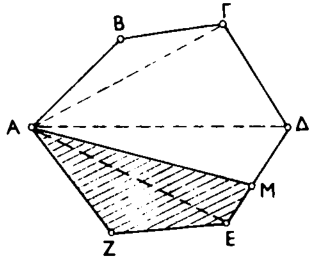
Πρὸς τοῦτο ἀρκεῖ νὰ ὑπολογίσωμε τὸ μῆκος ΓΜ. Γνωρίζομε ὅτι τὸ ἐμβαδὸν ε προκύπτει ἀπὸ τὴν σχέσιν:

$$ε = \frac{1}{2}\, ΓΜ \cdot υ_A \,.$$

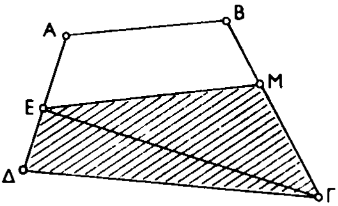
Συνεπῶς $ΓΜ = \dfrac{2ε}{υ_A}$ (τὸ $υ_A$ ἠμπορεῖ νὰ μετρηθῇ).

Περίπτωσις 2.

Δίδεται τὸ ἴδιον πρόβλημα διὰ πολυγωνικὸν γήπεδον (σχ. 15·1 β).



Σχ. 15·1 β.



Σχ. 15·1 γ.

Ἔστω ὅτι τὸ ἐμβαδὸν ε εἶναι μεγαλύτερον ἀπὸ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου ΑΕΖ καὶ μικρότερον ἀπὸ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τετραπλεύρου ΑΔΕΖ. Δηλαδή:

$$\text{εμϐ}(\text{ΑΕΖ}) < \varepsilon < \text{εμϐ}(\text{ΑΔΕΖ}).$$

Ἀπὸ τὴν σχέσιν αὐτὴν συμπεραίνομε ὅτι τὸ σημεῖον Μ θὰ κεῖται ἐπὶ τῆς πλευρᾶς ΔΕ καὶ εἰς τόσην ἀπόστασιν ἀπὸ τὸ σημεῖον Ε, ὥστε:

$$\text{εμϐ}(\text{ΑΜΕ}) = \varepsilon - \text{εμϐ}(\text{ΑΕΖ}) = \varepsilon_1.$$

Συνεπῶς ἡ λύσις ἀνάγεται εἰς τὴν λύσιν τοῦ προηγουμένου προβλήματος.

Περίπτωσις 3.

Δίδεται ἕνα γήπεδον ΑΒΓΔ, τὸ σχῆμα τοῦ ὁποίου εἶναι τετράπλευρον. Ζητεῖται νὰ ἀχθῇ ἀπὸ δεδομένον σημεῖον Ε τῆς πλευρᾶς ΑΔ εὐθεῖα ΕΜ οὕτως, ὥστε τὸ τετράπλευρον ΕΜΓΔ νὰ ἔχῃ ὡρισμένον ἐμβαδὸν ε (σχ. 15·1 γ).

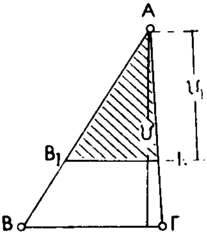
Προφανῶς ἰσχύει ἡ σχέσις:

$$\text{εμϐ}(\text{ΕΜΓ}) = \text{εμϐ}(\text{ΕΜΓΔ}) - \text{εμϐ}(\text{ΕΓΔ}) = \varepsilon_1.$$

Ἀλλὰ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου ΕΓΔ εἶναι δυνατὸν νὰ μετρηθῇ, συμφώνως πρὸς ὅσα ἐμάθαμε. Ἑπομένως εἶναι δυνατὸν νὰ ὑπολογισθῇ τὸ ἐμβαδὸν ε_1, ὁπότε ἀναγόμεθα καὶ πάλιν εἰς τὴν λύσιν τοῦ πρώτου προβλήματος.

Περίπτωσις 4.

Δίδεται τριγωνικὸν γήπεδον ΑΒΓ. Ζητεῖται νὰ ἀχθῇ εὐθεῖα $Β_1Γ_1$, παράλληλος πρὸς τὴν ΒΓ οὕτως, ὥστε τὸ τρίγωνον $ΑΒ_1Γ_1$ νὰ ἔχῃ ὡρισμένον ἐμβαδὸν ε_1 (σχ. 15·1 δ).



Σχ. 15·1 δ.

Ἐκ τῶν ὁμοίων τριγώνων $ΑΒ_1Γ_1$ καὶ ΑΒΓ ἔχομε τὴν σχέσιν:

$$\frac{\text{εμβ}\,(ΑΒ_1Γ_1)}{\text{εμβ}\,(ΑΒΓ)} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} = \frac{\upsilon_1^2}{\upsilon^2}.$$

Συνεπῶς: $\upsilon_1 = \upsilon\sqrt{\dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon}}$ καί, ἐὰν $\varepsilon_1 = \dfrac{\varepsilon}{2}$, ἕπεται ὅτι $\upsilon_1 = \dfrac{\upsilon}{\sqrt{2}}$.

Περίπτωσις 5.

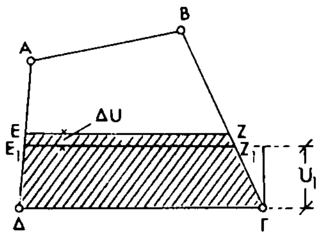
Δίδεται γήπεδον ΑΒΓΔ σχήματος τετραπλεύρου. Ζητεῖται νὰ ἀχθῇ ἡ ΕΖ παράλληλος πρὸς τὴν ΔΓ οὕτως, ὥστε τὸ τραπέζιον ΕΖΓΔ νὰ ἔχῃ δεδομένον ἐμβαδὸν ε(σχ. 15·1 ε).

Εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν δὲν ὑπάρχει γεωμετρικὴ κατασκευή, ποὺ νὰ μᾶς δίδῃ τὴν θέσιν τῆς ΕΖ ἀκριβῶς. Ἐφαρμόζομε λοιπὸν τὴν ἑξῆς προσεγγιστικὴν λύσιν. Φέρομε ἀρχικῶς τὴν $Ε_1Ζ_1$ οὕτως, ὥστε $\upsilon_1 = \dfrac{\varepsilon}{ΔΓ}$. Προφανῶς ἡ $Ε_1Ζ_1$ δὲν εἶναι ἡ ἀκριβὴς θέσις τῆς εὐθείας ΕΖ, διότι τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τραπεζίου $E_1Z_1\Gamma\Delta$ δίδεται ἐκ τοῦ τύπου:

$$\text{εμβ}\,(E_1Z_1\Gamma\Delta) = \frac{E_1Z_1 + \Delta\Gamma}{2}\,\upsilon_1 = \varepsilon_1.$$

Τὸ ε_1 εἶναι διάφορον τοῦ ε καὶ ἔστω ὅτι ἡ διαφορὰ $\varepsilon - \varepsilon_1$ ἰσοῦται πρὸς Δε. Τὸ Δε ἐκφράζει τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τραπεζίου EZZ_1E_1. Ἐὰν μὲ Δυ παραστήσωμε τὸ ὕψος τοῦ τραπεζίου αὐτοῦ, τότε ἔχομε περίπου:

$$\Delta\varepsilon = E_1Z_1 \cdot \Delta\upsilon \quad \text{καὶ} \quad \Delta\upsilon = \frac{\Delta\varepsilon}{E_1Z_1}.$$



Σχ. 15·1 ε.

Μετατοπίζομε λοιπὸν τὴν εὐθεῖαν E_1Z_1 παραλλήλως πρὸς τὰ ἄνω κατὰ Δυ, ὁπότε προκύπτει μία νέα εὐθεῖα E_2Z_2, ἡ ὁποία δὲν ἐμφαίνεται εἰς τὸ σχῆμα, ἐγγύτατα τῆς ΕΖ, χωρὶς ὅμως νὰ συμπίπτῃ μὲ αὐτήν. Ἀναλόγως πρὸς τὸ μέγεθος τοῦ γηπέδου ΑΒΓΔ ἐνδέχεται νὰ ἀπαιτηθῇ καὶ νέα προσέγγισις τῆς ΕΖ κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον.

Περίπτωσις 6.

Δίδεται τριγωνικὸν γήπεδον ΑΒΓ. Ζητεῖται νὰ διαιρεθῇ εἰς ν ἰσοδύναμα (δηλαδὴ ἴσου ἐμβαδοῦ) μέρη διὰ παραλλήλων εὐθειῶν πρὸς τὴν ΒΓ (σχ. 15 · 1 ζ).

Τὰ τρίγωνα $AB_1\Gamma_1$, $AB_2\Gamma_2$, $AB_3\Gamma_3$, κλπ. εἶναι ὅμοια. Συνεπῶς, ἐὰν θέσωμε :

εμϐ $(AB_1\Gamma_1) = \varepsilon_1$, εμϐ $(AB_2\Gamma_2) = \varepsilon_2$, εμϐ $(AB_3\Gamma_3) = \varepsilon_3$, κλπ., εμϐ $(AB_{\nu-1}\ \Gamma_{\nu-1}) = \varepsilon_{\nu-1}$,

θὰ ἰσχύουν αἱ σχέσεις:

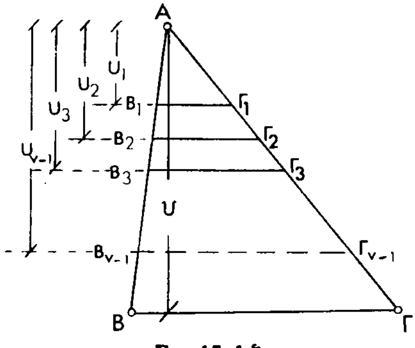
$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} = \frac{1}{\nu} = \frac{\upsilon_1^2}{\upsilon^2} \text{ καὶ } \upsilon_1 = \frac{\upsilon}{\sqrt{\nu}}$$

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon} = \frac{2}{\nu} = \frac{\upsilon_2^2}{\upsilon^2} \text{ καὶ } \upsilon_2 = \frac{\upsilon\sqrt{2}}{\sqrt{\nu}}$$

$$\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon} = \frac{3}{\nu} = \frac{\upsilon_3^2}{\upsilon^2} \text{ καὶ } \upsilon_3 = \frac{\upsilon\sqrt{3}}{\sqrt{\nu}} \text{ κλπ}$$

$$\text{καὶ } \frac{\varepsilon_{\nu-1}}{\varepsilon} = \frac{\nu-1}{\nu} = \frac{\upsilon_{\nu-1}^2}{\upsilon^2} \text{ καὶ } \upsilon_{\nu-1} = \frac{\upsilon\sqrt{\nu-1}}{\sqrt{\nu}}.$$

Ἀπὸ τὰ διάφορα υ ὁρίζομε τὰς ζητουμένας παραλλήλους.



Σχ. 15·1 ζ.

Περίπτωσις 7.

Δίδεται γήπεδον ΑΒΔΓ σχήματος τραπεζίου. Ζητεῖται νὰ διαιρεθῇ εἰς ν ἰσοδύναμα μέρη διὰ παραλλήλων πρὸς τὰς πλευρὰς ΑΒ καὶ ΓΔ (σχ. 15 · 1 η).

Ἔστω ΕΖ μία ἀπὸ τὰς παραλλήλους εὐθείας διανομῆς. Ἐὰν προεκτείνωμε τὰς ΑΓ καὶ ΒΔ, θὰ σχηματισθοῦν τὰ ὅμοια τρίγωνα ΗΑΒ καὶ ΗΕΖ, ὁπότε ἔχομε:

$$\frac{\text{εμϐ}(HEZ)}{\text{εμϐ}(HAB)} = \frac{(h'+\upsilon)^2}{h'^2}.$$

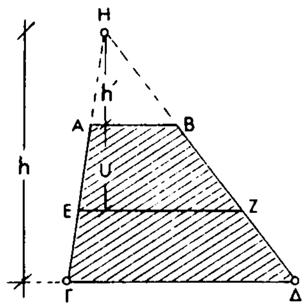
Ἐὰν ἐφαρμόσωμε τὰς ἰδιότητας τῶν ἀναλογιῶν, προκύπτει:

$$\frac{\text{εμβ (ΗΕΖ)} - \text{εμβ (ΗΑΒ)}}{\text{εμβ (ΗΑΒ)}} = \frac{h'^2 + υ^2 + 2h'υ - h'^2}{h'^2}$$

$$\text{καὶ} \quad \frac{\text{εμβ (ΑΒΖΕ)}}{\text{εμβ (ΗΑΒ)}} = \frac{υ^2 + 2h'υ}{h'^2}.$$

Θέτομε: εμβ (ΑΒΖΕ) $= ε$, εμβ (ΗΑΒ) $= E'$, εμβ (ΗΓΔ) $= E$,

ὁπότε:
$$\frac{ε}{E'} = \frac{υ^2 + 2h'υ}{h'^2}. \qquad (1)$$



Σχ. 15·1 η.

Ἀλλὰ $ε = \frac{μ \cdot E}{ν}$, ὅπου ὁ ἀριθμὸς $μ$ λαμβάνει τὰς τιμὰς ἀπὸ 1 ἕως $ν - 1$. Ἄρα ἡ ἰσότης (1) γίνεται:

$$\frac{μ \cdot E}{ν \cdot E'} = \frac{υ^2 + 2h'υ}{h'^2}. \qquad (2)$$

Ἀφ' ἑτέρου:
$$\frac{E}{E'} = \frac{h^2}{h'^2}. \qquad (3)$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (2) καὶ (3) προκύπτει: $\frac{μh^2}{ν} = υ^2 + 2h'υ.$

Συνεπῶς τὰ ὕψη $υ_1$, $υ_2$, $υ_3 \ldots υ_{ν-1}$ (σχ. 15·1θ) τῶν τραπεζίων διανομῆς θὰ εἶναι ἀντιστοίχως ρίζαι τῶν δευτεροβαθμίων ἐξισώσεων:

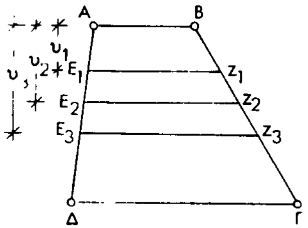
$$υ_1^2 + 2h'υ_1 - \frac{1 \cdot h^2}{ν} = 0$$

$$\upsilon_2^2 + 2h'\upsilon_2 - \frac{2h^2}{\nu} = 0$$

$$\upsilon_3^2 + 2h'\upsilon_3 - \frac{3h^2}{\nu} = 0 \text{ κλπ.}$$

$$\text{καὶ } \upsilon_{\nu-1}^2 + 2h'\upsilon_{\nu-1} - \frac{(\nu-1)h^2}{\nu} = 0.$$

Ἡ κάθε μία ἀπὸ τὰς ἐξισώσεις αὐτὰς ἔχει δύο ρίζας ἑτεροσήμους, ἐκ τῶν ὁποίων λαμβάνεται φυσικὰ μόνον ἡ θετική.



Σχ. 15·1 θ.

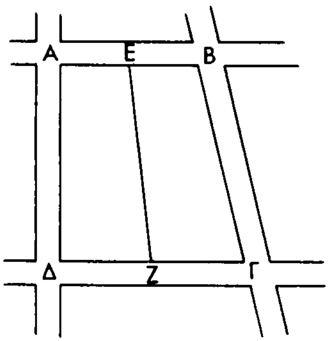
15·2 Παράδειγμα διανομῆς.

Δίδεται τὸ γήπεδον ΑΒΓΔ, ποὺ περιβάλλεται ἀπὸ τέσσαρας δρόμους ὡς ἑξῆς: Οἱ δύο (οἱ ΑΒ καὶ ΔΓ) εἶναι παράλληλοι μεταξύ των καὶ κάθετοι πρὸς τὸν τρίτον ΑΔ. Ἀφ' ἑτέρου ὁ τέταρτος ΒΓ εἶναι λοξὸς ὡς πρὸς τοὺς δύο πρώτους (σχ. 15·2α). Ζητεῖται νὰ διαιρεθῇ τὸ γήπεδον εἰς 2ν ἰσοδύναμα οἰκόπεδα, ἀπὸ τὰ ὁποῖα τὰ ν νὰ ἔχουν πρόσοψιν πρὸς τὴν πλευρὰν ΑΔ καὶ τὰ ὑπόλοιπα ν οἰκόπεδα νὰ ἔχουν πρόσοψιν πρὸς τὴν πλευρὰν ΒΓ.

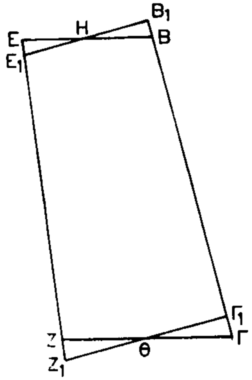
Ἑνώνομε τὸ μέσον Ε τῆς πλευρᾶς ΑΒ μὲ τὸ μέσον Ζ τῆς πλευρᾶς ΔΓ, ὁπότε προκύπτει:

$$\text{εμβ}(\text{ΑΕΖΔ}) = \text{εμβ}(\text{ΕΒΓΖ}).$$

Κατόπιν διαιροῦμε τὸ τραπέζιον ΑΕΖΔ εἰς ν ἰσοδύναμα μέρη, συμφώνως πρὸς τὴν Περίπτωσιν 7. Προκειμένου ὅμως νὰ διαιρέσωμε καὶ τὸ τραπέζιον ΕΒΓΖ εἰς ν ἰσοδύναμα μέρη, παρατηροῦμε ὅτι αἱ εὐθεῖαι διαιρέσεως πρέπει νὰ εἶναι κάθετοι πρὸς τὴν πρόσοψιν ΒΓ. Πρὸς τοῦτο ἀρκεῖ νὰ μετατρέψωμε τὸ τραπέζιον ΕΒΓΖ εἰς τὸ ἰσοδύναμον $Ε_1Β_1Γ_1Ζ_1$, ὅπου αἱ $Ε_1Β_1$ καὶ $Ζ_1Γ_1$ εἶναι κάθετοι πρὸς τὴν ΒΓ (σχ. 15·2β). Ἡ μετατροπὴ γίνεται διὰ διαδοχικῶν προσεγγιστικῶν καθέτων, ἕως ὅτου προκύψουν ἴσα ἐμβαδὰ διὰ τὰ τρίγωνα $ΕΗΕ_1$ καὶ $ΗΒ_1Β$ ἀφ' ἑνὸς καὶ διὰ τὰ τρί-



Σχ. 15·2 α.



Σχ. 15·2 β.

γωνα $ΖΘΖ_1$ καὶ $ΘΓ_1Γ$ ἀφ' ἑτέρου. (Κατὰ τὴν πρώτην προσέγγισιν φέρομε τὰς καθέτους $Ε_1Β_1$ καὶ $Ζ_1Γ_1$ νὰ διέρχωνται ἀπὸ τὰ μέσα τῶν ΕΒ καὶ ΖΓ ἀντιστοίχως) Ἀκολουθεῖ διαίρεσις τοῦ τραπεζίου $Ε_1Β_1Γ_1Ζ_1$ εἰς ν ἴσα μέρη διὰ παραλλήλων πρὸς τὰς $Ε_1Β_1$ καὶ $Ζ_1Γ_1$, συμφώνως πρὸς τὴν Περίπτωσιν 7.

ΤΜΗΜΑ Γ΄

(ΠΡΩΤΟΥ ΜΕΡΟΥΣ)

ΠΟΛΥΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 16

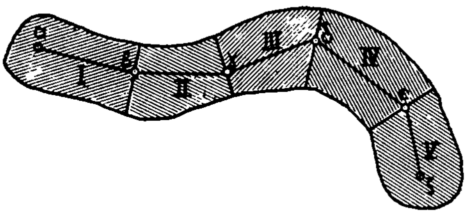
ΠΟΛΥΓΩΝΙΚΑΙ ΟΔΕΥΣΕΙΣ

Περὶ τοῦ ἀντικειμένου τῆς πολυγωνομετρίας καὶ τῶν πολυγωνικῶν ὁδεύσεων ἔγινε λόγος γενικῶς εἰς τὸ κεφάλαιον 1. Συμφώνως πρὸς ὅσα ἀνεφέραμε ἐκεῖ, αἱ πολυγωνικαὶ ὁδεύσεις ἐφαρμόζονται κατὰ τὴν ὁριζοντίαν ἀποτύπωσιν μεγάλων περιοχῶν τῆς γηίνης ἐπιφανείας, ὁπότε συνδυάζονται μὲ διάφορα τριγωνομετρικὰ σημεῖα.

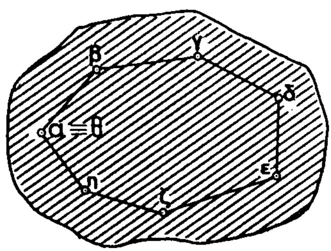
Αἱ ὁδεύσεις ὅμως αὐταὶ ἐφαρμόζονται ἐπίσης καὶ κατὰ τὴν ὁριζοντίαν ἀποτύπωσιν ἐδαφικῶν περιοχῶν, αἱ ὁποῖαι εἶναι τόσον μικραί, ὥστε νὰ μὴ ἀπαιτῆται ἡ ἐγκατάστασις τριγωνομετρικοῦ δικτύου, ἀλλὰ καὶ τόσον μεγάλαι, ὥστε νὰ μὴ ἠμποροῦν νὰ ἀποτυπωθοῦν μὲ τὰς γνωστὰς μεθόδους τῆς γηπεδομετρίας. Αὐτὸ π.χ. συμβαίνει μὲ τὴν περίπτωσιν τοῦ σχήματος 16·α. Παρατηροῦμε ὅτι τὸ κάθε ἕνα ἀπὸ τὰ τμήματα I, II, III κλπ., εἰς τὰ ὁποῖα ὑποδιαιρεῖται ἡ περιοχή, θὰ ἠμποροῦσε νὰ ἀποτυπωθῇ χωριστὰ μὲ τὰς μεθόδους τῆς γηπεδομετρίας καὶ μὲ ἀνεξαρτήτους ἄξονας συσχετισμοῦ, τὰς εὐθείας α — β, β — γ, γ — δ, κ.ο.κ. Ἐὰν ὅμως θελήσωμε νὰ ἀποτυπώσωμε τὴν περιοχὴν ὡς ἑνιαῖον σύνολον, τότε πρέπει νὰ συσχετίσωμε τοὺς ἄξονας αὐτοὺς μεταξύ των. Κατ᾽ αὐτὸν τὸν τρόπον δημιουργεῖται ἡ πολυγωνικὴ ὅδευσις α — β — γ — δ — ε — ζ, ποὺ θὰ μᾶς χρησιμεύσῃ ὡς σκελετὸς τῆς ἀποτυπώσεως τῆς παριστανομένης περιοχῆς.

Συμπέρασμα: Εἰς τὴν πρᾶξιν ἐνδέχεται νὰ ἔχωμε πολυγωνικὰς ὁδεύσεις μεμονωμένας καὶ πολυγωνικὰς ὁδεύσεις ἐν συνδυασμῷ πρὸς τριγωνομετρικὰ σημεῖα.

Ὡς πρὸς τὴν μορφὴν αἱ πολυγωνικαὶ ὁδεύσεις διακρίνονται εἰς ἀνοικτὰς καὶ κλειστάς. *Ἀνοικτὴ* λέγεται μία πολυγωνικὴ ὅδευσις, τὰ ἄκρα τῆς ὁποίας δὲν συμπίπτουν. Ἀντιθέτως *κλειστὴ* ὀνομάζεται μία ὅδευσις, τὰ ἄκρα τῆς ὁποίας συμπίπτουν. Αἱ πολυγωνικαὶ ὁδεύσεις, ποὺ συνδυάζονται μὲ τριγωνομετρικὰ σημεῖα, εἶναι συνήθως ἀνοικταὶ (σχ. 16·α). Ἀφ' ἑτέρου μία μεμονω-



Σχ. 16· α.



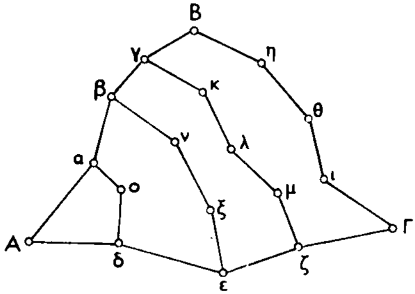
Σχ. 16· β.

μένη ὅδευσις, δηλαδὴ μία ὅδευσις, ποὺ δὲν συνδυάζεται μὲ τριγωνομετρικὰ σημεῖα, εἶναι ἀνοικτὴ ἢ κλειστὴ ἀναλόγως πρὸς τὸ σχῆμα τῆς ἐδαφικῆς περιοχῆς. Ἐὰν ἡ περιοχὴ ἔχῃ σχῆμα ἐπίμηκες, τότε ἡ ὅδευσις εἶναι ἀνοικτὴ (σχ. 16·α). Ἐὰν ἡ περιοχὴ ἔχῃ ἴσας περίπου διαστάσεις κατὰ τὰς δύο διευθύνσεις, ἡ ὅδευσις εἶναι κλειστὴ (σχ. 16·β).

Ἐκτὸς ἀπὸ τὴν κατάταξιν εἰς ἀνοικτὰς καὶ κλειστὰς αἱ πολυγωνικαὶ ὁδεύσεις διακρίνονται ἐπίσης εἰς *ἀνεξαρτήτους* καὶ *ἐξηρτημένας*. Ἀνεξάρτητος λέγεται μία ὅδευσις, ὅταν εἶναι μεμονωμένη, δηλαδὴ ὅταν δὲν σχετίζεται πρὸς ἄλλας πολυγωνικὰς ὁδεύσεις ἢ πρὸς κάποιο τριγωνομετρικὸν δίκτυον. Ἐξηρτημένη λέγεται μία ὅδευσις, ὅταν τὰ ἄκρα της εἶναι κορυφαὶ εἴτε κάποιου τριγωνομετρικοῦ δικτύου, εἴτε κάποιας ἄλλης πολυγωνικῆς ὁδεύσεως, αἱ ὁποῖαι ἔχουν ἀποτυπωθῆ ἤδη.

Εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν αἱ ὁδεύσεις ὀνομάζονται *πρω-*

τεύουσαι, εἰς τὴν δευτέραν *δευτερεύουσαι*. Π.χ. εἰς τὸ σχῆμα 16 · γ πρωτεύουσαι εἶναι αἱ ὁδεύσεις Α — α — β — γ — Β, Α — δ —



Σχ. 16 · γ.

ε — ζ — Γ καὶ Β — η — θ — ι — Γ, ἐνῷ δευτερεύουσαι εἶναι αἱ γ — κ — λ — μ — ζ, β — ν — ξ — ε καὶ α — ο — δ. Ἐξυπακούεται ὅτι εἰς τὰς κλειστὰς ἐξηρτημένας ὁδεύσεις τὰ γνωστὰ ἄκρα συμπίπτουν εἰς ἕνα σημεῖον, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖ συγχρόνως ἀρχὴν καὶ τέλος τῆς ὁδεύσεως.

Μία εἰδικὴ περίπτωσις ἐξηρτημένης ὁδεύσεως εἶναι ἡ *πλήρως ἐξηρτημένη ὅδευσις* ἤ, ὅπως λέγεται διαφορετικά, ἡ *ἐξηρτημένη ὅδευσις μετὰ προσανατολισμοῦ*. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἐκτὸς ἀπὸ τὰ ἄκρα τῆς ὁδεύσεως ἔχουν ἀποτυπωθῆ ἤδη καὶ ἄλλα δύο σημεῖα, τὰ ὁποῖα δυνατὸν νὰ εἶναι ἐπίσης κορυφαὶ τοῦ ἰδίου τριγωνομετρικοῦ δικτύου ἢ κορυφαὶ ἄλλων ὁδεύσεων. Περισσοτέρας ἐξηγήσεις διὰ τὰ θέματα αὐτὰ θὰ δώσωμε, ὅταν φθάσωμε εἰς τοὺς ὑπολογισμοὺς τῶν διαφόρων τύπων ὁδεύσεων.

Ἂς ἐξετάσωμε τώρα τὸν τρόπον, μὲ τὸν ὁποῖον γίνεται ἡ ὁριζοντία ἀποτύπωσις μιᾶς πολυγωνικῆς ὁδεύσεως, δηλαδὴ τῶν κορυφῶν της. Ὑπενθυμίζομε ὅτι ὁριζοντία ἀποτύπωσις ἑνὸς σημείου τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς εἶναι ὁ προσδιορισμὸς τῆς ὁριζοντίας προβολῆς του ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ ὁρίζοντος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 17

ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΑΠΟΤΥΠΩΣΙΣ ΠΟΛΥΓΩΝΙΚΩΝ ΟΔΕΥΣΕΩΝ

17·1 Γενικότητες.

Ὅπως εἴδαμε εἰς τὴν ἀρχὴν τοῦ τμήματος «Γηπεδομετρία», διὰ νὰ προσδιορίσωμε τὰς ὁριζοντίας προβολὰς τῶν κοινῶν σημείων ἑνὸς τμήματος τῆς γηίνης ἐπιφανείας ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ ὁρίζοντος, πρέπει νὰ ἔχῃ προηγηθῇ ὁ προσδιορισμὸς τῶν ὁριζοντίων προβολῶν τῶν κορυφῶν τῆς ἀντιστοίχου πολυγωνικῆς ὁδεύσεως. Ὁ λόγος εἶναι ὅτι συσχετίζομε τὰς ὁριζοντίας προβολὰς τῶν κοινῶν σημείων εἴτε πρὸς τὰς πλευρὰς τῶν πολυγωνικῶν ὁδεύσεων (περίπτωσις ὀρθογωνίων συντεταγμένων), εἴτε πρὸς τὰς κορυφάς των (περίπτωσις πολικῶν συντεταγμένων).

Ἀλλά, ὅταν λέγωμε « προσδιορισμὸς τῆς ὁριζοντίας προβολῆς ἑνὸς σημείου ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ ὁρίζοντος », ἐννοοῦμε τὸν προσδιορισμὸν τῆς θέσεως τοῦ σημείου αὐτοῦ ἐπὶ τοῦ χάρτου σχεδιάσεως. Μὲ ἄλλους λόγους πρέπει νὰ προσδιορίσωμε τὰς θέσεις τῶν κορυφῶν μιᾶς πολυγωνικῆς ὁδεύσεως, κλειστῆς ἢ ἀνοικτῆς, ἐξηρτημένης ἢ ἀνεξαρτήτου, ἐπὶ τοῦ χάρτου σχεδιάσεως.

Ὁ προσδιορισμὸς αὐτὸς θὰ εἶναι ἀκριβής, ὅταν ἡ τεθλασμένη γραμμὴ α — β — γ — δ κλπ. τοῦ χάρτου σχεδιάσεως θὰ εἶναι ἐντελῶς ὁμοία πρὸς τὴν ἀντίστοιχον τεθλασμένην γραμμὴν τοῦ ἐπιπέδου τοῦ ὁρίζοντος, δηλαδὴ ὅταν συμβαίνουν τὰ ἑξῆς :

1ον) Ὁ λόγος τῶν ἀντιστοίχων πλευρῶν τῆς πολυγωνικῆς ὁδεύσεως εἰς τὸν χάρτην σχεδιάσεως καὶ εἰς τὸ ἐπίπεδον τοῦ ὁρίζοντος εἶναι σταθερὸς καὶ ἴσος πρὸς τὴν κλίμακα 1/Κ τοῦ σχεδίου.

2ον) Αἱ γωνίαι μεταξὺ τῶν ἀντιστοίχων πλευρῶν τῆς πολυγωνικῆς ὁδεύσεως εἰς τὸν χάρτην σχεδιάσεως καὶ εἰς τὸ ἐπίπεδον τοῦ ὁρίζοντος εἶναι ἴσαι.

Αὐτὴ ἡ ὁμοιότης, ἡ ὁποία θὰ πρέπει νὰ ὑφίσταται μεταξὺ τῶν δύο τεθλασμένων γραμμῶν, μᾶς δίδει μίαν πρώτην ἰδέαν διὰ τὴν μέθοδον, μὲ τὴν ὁποίαν ἠμποροῦμε νὰ προσδιορίσωμε τὰς θέσεις τῶν κορυφῶν τῆς πολυγωνικῆς ὁδεύσεως. Σκεπτόμεθα δηλαδὴ ὅτι, ἐὰν ἔχωμε μετρήσει ἐπάνω εἰς τὸ ἔδαφος τόσον τὰς πλευράς, ὅσον καὶ τὰς γωνίας τῆς πολυγωνικῆς ὁδεύσεως, εἶναι δυνατὸν νὰ κατασκευάσωμε τὴν ἀντίστοιχον τεθλασμένην γραμμὴν ἐπὶ τοῦ χάρτου σχεδιάσεως. Πρὸς τοῦτο ἀρκεῖ νὰ κατασκευάσωμε τὰς μὲν ἀντιστοίχους πλευρὰς μὲ τὸ ὑποδεκάμετρον βάσει τῆς κλίμακος τοῦ σχεδίου, τὰς δὲ ἀντιστοίχους γωνίας μὲ τὸ μοιρογνωμόνιον ἢ τὸ βαθμογνωμόνιον. Κάτι ἀνάλογον εἴχαμε κάνει καὶ εἰς τὴν Γηπεδομετρίαν, ὅταν ἐπρόκειτο νὰ προσδιορίσωμε τὰς θέσεις τῶν κοινῶν σημείων μὲ τὰς πολικὰς συντεταγμένας.

Αὐτὴ ἡ μέθοδος ὅμως δὲν ἐνδείκνυται διὰ τὰς πολυγωνικὰς ὁδεύσεις, διότι ἡ χάραξις τῶν γωνιῶν μὲ τὸ μοιρογνωμόνιον ἢ τὸ βαθμογνωμόνιον δὲν μᾶς παρέχει ἀρκετὴν ἀκρίβειαν. Καὶ εἰς μὲν τὴν περίπτωσιν τῶν κοινῶν σημείων αὐτὴ ἡ ἔλλειψις ἀκριβείας δὲν βλάπτει, διότι περιορίζεται εἰς κάθε ἕνα σημεῖον χωριστά. Εἰς τὴν περίπτωσιν ὅμως τῶν πολυγωνικῶν ὁδεύσεων βλάπτει, διότι δὲν περιορίζεται μόνον εἰς τὴν πλευρὰν ἢ τὴν κορυφήν, ὅπου γίνεται τὸ λάθος, ἀλλὰ μεταδίδεται καὶ πρὸς ὅλα τὰ κοινὰ σημεῖα, ποὺ συσχετίζονται πρὸς αὐτάς. Πρέπει λοιπὸν νὰ ζητήσωμε μίαν ἄλλην μέθοδον προσδιορισμοῦ, ποὺ νὰ μᾶς ἐξασφαλίζῃ τὴν ἀναγκαίαν ἀκρίβειαν.

17·2 Μέθοδος τῶν ὀρθογωνίων συντεταγμένων.

Μία τέτοια μέθοδος εἶναι ἡ γνωστή μας μέθοδος τῶν ὀρθογωνίων συντεταγμένων, τὴν ὁποίαν εἴχαμε χρησιμοποιήσει καὶ εἰς τὴν Γηπεδομετρίαν. Ἐκεῖ ὡς ἄξονα x εἴχαμε θεωρήσει τὴν πλευρὰν τῆς πολυγωνικῆς ὁδεύσεως, ὡς πρὸς τὴν ὁποίαν ἐγένετο ὁ συσχετισμὸς τῶν κοινῶν σημείων, ἐνῶ ὁ ἄξων y ἦτο κάθετος πρὸς αὐτήν.

Ἐδῶ, ὅπως θὰ ἴδοῦμε, ἡ ἐκλογὴ τῶν ἀξόνων ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ ἂν ἡ ὅδευσις εἶναι ἀνεξάρτητος ἢ ἐξηρτημένη. Φυσικὰ οἱ ἄξονες εἶναι καὶ πάλιν κάθετοι μεταξύ των καὶ ἔχουν τὴν διάταξιν, ποὺ παριστᾶ τὸ σχῆμα 12·4γ. Ἐκεῖνο, ποὺ πρέπει ἐπίσης νὰ τονίσωμε, εἶναι ὅτι αἱ συντεταγμέναι τῶν κορυφῶν τῶν ὁδεύσεων δὲν μετροῦνται ἐπάνω εἰς τὸ ἔδαφος, ὅπως εἰς τὴν Γηπεδομετρίαν, ἀλλὰ προκύπτουν μετὰ ἀπὸ ὑπολογισμοὺς εἰς τὸ γραφεῖον. Ὁ λόγος εἶναι ἁπλοῦς: Μέτρησις τῶν συντεταγμένων καὶ μάλιστα τῶν τεταγμένων ἐπάνω εἰς τὸ ἔδαφος θὰ ἐγίνετο κατ' ἀνάγκην μὲ ὀρθόγωνα, ὁπότε, ὅπως ἀνεφέρθη εἰς τὴν παράγρ. 13·3, αἱ τεταγμέναι θὰ ὑπερέβαιναν τὰ 25 ἕως 30 m καὶ συνεπῶς θὰ εἴχαμε μεγάλην ἀνακρίβειαν ὡς πρὸς τὴν ἀποτύπωσιν.

Ὁ τρόπος ὑπολογισμοῦ τῶν συντεταγμένων εἶναι πολὺ εὔκολος, ὅπως θὰ ἴδοῦμε, ἀρκεῖ νὰ γνωρίζωμε τὰ μήκη τῶν πλευρῶν καὶ τὰς γωνίας, ποὺ σχηματίζουν μεταξύ των αἱ πλευραὶ τῆς πολυγωνικῆς ὁδεύσεως. Αἱ γωνίαι καὶ αἱ πλευραὶ μετροῦνται ἐπάνω εἰς τὸ ἔδαφος μὲ τὴν βοήθειαν τῶν ἀντιστοίχων ὀργάνων καὶ μεθόδων μετρήσεως. Ὁ ὑπολογισμὸς τῶν συντεταγμένων στηρίζεται εἰς δύο θεμελιώδη προβλήματα.

17·3 Πρῶτον θεμελιῶδες πρόβλημα.

Δίδεται ἕνα σύστημα ὀρθογωνίων ἀξόνων καὶ δύο σημεῖα A καὶ B (σχ. 17·3α). Κατ' ἀρχὴν ὀνομάζομε *γωνίαν διευθύνσεως A πρὸς B* τὴν γωνίαν α, ποὺ διαγράφει μία εὐθεῖα διερχομένη διὰ τοῦ σημείου A, παράλληλος καὶ ὁμόρροπος πρὸς τὸν ἄξονα y, ἐὰν στραφῇ περὶ τὸ σημεῖον A μὲ τὴν φορὰν τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου, ἕως ὅτου συμπέσῃ μὲ τὴν εὐθεῖαν AB. Προφανῶς, ἐὰν ὁ ἄξων y διευθύνεται πρὸς τὸν βορρᾶν, τότε ἡ γωνία διευθύνσεως Α πρὸς Β συμπίπτει μὲ τὸ ἀζιμούθιον τῆς διευθύνσεως ΑΒ. Ἂς ὑποθέσωμε τώρα ὅτι γνωρίζομε τὴν γωνίαν διευθύνσεως α, τὸ μῆκος S τῆς ΑΒ καὶ τὰς συντεταγμένας x_A καὶ y_A τοῦ σημείου Α. Ζητοῦνται αἱ συντεταγμέναι x καὶ y τοῦ σημείου Β.

Ἐὰν εἰς τὸ σχῆμα 17·3α φέρωμε τὴν ΑΓ παράλληλον πρὸς τὸν ἄξονα x, προκύπτουν αἱ ἰσότητες:

$$x_B = x_A + \text{ΑΓ} \qquad (1)$$

$$\text{καὶ } y_B = y_A + \text{ΒΓ}. \qquad (2)$$

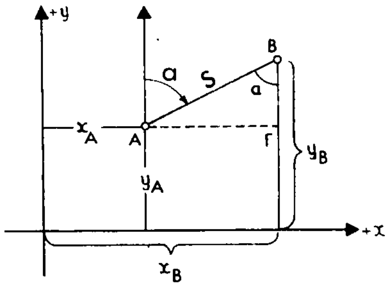
Ἀλλὰ ἀπὸ τὸ ὀρθογώνιον τρίγωνον ΑΒΓ θὰ ἔχωμε:

$$\text{ΑΓ} = \text{ΑΒ}\eta\mu\alpha \text{ καὶ } \text{ΒΓ} = \text{ΑΒ}\sigma\upsilon\nu\alpha.$$

Ἑπομένως αἱ ἰσότητες (1) καὶ (2) γίνονται:

$$x_B = x_A + S\,\eta\mu\alpha \qquad (3)$$

$$y_B = y_A + S\,\sigma\upsilon\nu\alpha. \qquad (4)$$



Σχ. 17·3α.

Αἱ σχέσεις (3) καὶ (4) μᾶς δίδουν τὰς συντεταγμένας τοῦ σημείου Β συναρτήσει γνωστῶν μεγεθῶν, δηλαδὴ τῶν συντεταγμένων τοῦ σημείου Α, τοῦ μήκους τῆς ΑΒ καὶ τῆς γωνίας διευθύνσεως α. Μολονότι προέκυψαν ἀπὸ τὰς ἰσότητας (1) καὶ (2) ἰσχύουν διὰ κάθε τιμὴν τῆς γωνίας α, διότι ἀναλόγως τῆς τιμῆς αὐτῆς ἀλλάσσει τὸ πρόσημον (+ ἢ —) τοῦ ἡμιτόνου καὶ συνημιτόνου, συνεπῶς ἀλλάσσει τὸ πρόσημον τῶν ὅρων Sημα καὶ Sσυνα.

Οἱ δύο αὐτοὶ ὅροι ὑπολογίζονται εἴτε μὲ ἄμεσον πολλαπλασιασμὸν τοῦ μήκους S ἐπὶ ημα καὶ συνα, εἴτε μὲ τοὺς λογαρίθμους. Εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν εὑρίσκομε τὸ ἡμίτονον καὶ συνημίτονον τῆς γωνίας α ἀπὸ εἰδικοὺς Πίνακας τῶν Φυσικῶν Τριγωνομετρικῶν Ἀριθμῶν. Ἐπειδὴ ὅμως οἱ τριγωνομετρικοὶ ἀριθμοὶ ἔχουν πολλὰ δεκαδικὰ ψηφία, χάνομε χρόνον κατὰ τὴν ἐκτέλεσιν τοῦ πολλαπλασιασμοῦ, ἐκτὸς ἐὰν διαθέτωμε ἀριθμομηχανήν. Ἐὰν δὲν διαθέτωμε, προτιμοῦμε νὰ ἐργαζώμεθα μὲ τοὺς λογαρίθμους ὡς ἑξῆς: Γνωρίζομε ὅτι ὁ λογάριθμος ἑνὸς γινομένου ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν λογαρίθμων τῶν παραγόντων του. Συνεπῶς:

$$\text{λογ } S\text{ημα} = \text{λογ } S + \text{λογ ημα}$$

$$\text{καὶ} \quad \text{λογ } S\text{συνα} = \text{λογ } S + \text{λογ συνα}.$$

Ἀλλὰ τόσον ὁ λογάριθμος τοῦ μήκους S, ὅσον καὶ οἱ λογάριθμοι τῶν τριγωνομετρικῶν ἀριθμῶν ημα καὶ συνα δίδονται ἀπὸ τοὺς Λογαριθμικοὺς Πίνακας. Εὑρίσκομε λοιπὸν τοὺς ἀντιστοίχους λογαρίθμους, κάνομε τὰς προσθέσεις καὶ προκύπτουν οἱ λογάριθμοι τῶν ὅρων Sημα καὶ Sσυνα. Ἐκ τῶν λογαρίθμων αὐτῶν μὲ τὴν βοήθειαν καὶ πάλιν τῶν Λογαριθμικῶν Πινάκων εὑρίσκομε αὐτοὺς καθεαυτοὺς τοὺς ὅρους Sημα καὶ Sσυνα. Φυσικὰ πρέπει νὰ γνωρίζωμε καλῶς τὴν χρῆσιν τῶν Λογαριθμικῶν Πινάκων.

Ἐκεῖνο, ποὺ μᾶς παρέχει κάποιαν δυσκολίαν κατὰ τοὺς ὑπολογισμούς, εἶναι ὅτι τόσον οἱ Πίνακες τῶν Φυσικῶν Τριγωνομετρικῶν Ἀριθμῶν, ὅσον καὶ οἱ Λογαριθμικοὶ Πίνακες δὲν περιέχουν ὅλας τὰς γωνίας, δηλαδὴ ἀπὸ 0^0 ἕως 360^0, ἀλλὰ μόνον τὰς ὀξείας γωνίας. Αὐτὸ δὲ συμβαίνει, διότι, ὅπως εἶναι γνωστὸν ἀπὸ τὴν Τριγωνομετρίαν, διὰ κάθε γωνίαν α μεγαλυτέραν ἀπὸ 90^0 ὑπάρχει μία ἀντίστοιχος ὀξεῖα γωνία α*, ποὺ ἔχει ἴσους ἢ ἀντιθέτους τριγωνομετρικοὺς ἀριθμοὺς μὲ τὴν α.

Ἀρκεῖ συνεπῶς νὰ γνωρίζωμε ἀφ' ἑνὸς μὲν ποία εἶναι ἡ ἀντίστοιχος γωνία α*, καὶ αὐτὸ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν θέσιν τῆς γωνίας α εἰς τὸν τριγωνομετρικὸν κύκλον, ἀφ' ἑτέρου δὲ ποία σχέσις συνδέει τοὺς τριγωνομετρικοὺς ἀριθμοὺς τῶν δύο γωνιῶν. Πρὸς τὸν σκοπὸν αὐτὸν δίδομε τὸν Πίνακα 5 καθὼς καὶ ἕνα παράδειγμα διὰ νὰ ἀντιληφθοῦμε τὴν χρῆσιν του. Ἔστω ὅτι $\alpha = 227^0\ 31'\ 42''$, δηλαδὴ κεῖται μεταξὺ 180^0 καὶ 270^0. Ἄρα $\alpha^* = \alpha - 180^0 = 47^0\ 31'\ 42''$, $\eta\mu\alpha = -\eta\mu\alpha^*$ καὶ $\sigma\upsilon\nu\alpha = -\sigma\upsilon\nu\alpha^*$. Ἐργαζόμεθα λοιπὸν μὲ τὴν γωνίαν $\alpha^* = 47^0\ 31'\ 42''$, ἀλλὰ τοποθετοῦμε ἐμπρὸς ἀπὸ τοὺς ὅρους $S\eta\mu\alpha^*$ καὶ $S\sigma\upsilon\nu\alpha^*$ τὸ πρόσημον πλὴν (—).

ΠΙΝΑΞ 5

α	α^*	$\eta\mu\,\alpha$	$\sigma\upsilon\nu\,\alpha$
$0^0 < \alpha < 90^0$	α	$\eta\mu\alpha^*$	$\sigma\upsilon\nu\alpha^*$
$90^0 < \alpha < 180^0$	$180^0 - \alpha$	$\eta\mu\alpha^*$	$-\sigma\upsilon\nu\alpha^*$
$180^0 < \alpha < 270^0$	$\alpha - 180^0$	$-\eta\mu\alpha^*$	$-\sigma\upsilon\nu\alpha^*$
$270^0 < \alpha < 360^0$	$360^0 - \alpha$	$-\eta\mu\alpha^*$	$\sigma\upsilon\nu\alpha^*$

Ἀριθμητικὴ ἐφαρμογή. (Διὰ τῶν λογαρίθμων).

Δίδονται:

$$x_A = 255{,}63\ \mathrm{m}$$
$$y_A = 48{,}90\ \mathrm{m}$$
$$S = 128{,}15\ \mathrm{m}$$
$$\alpha = 134^0\ 18'\ 56''.$$

Ἀφοῦ $\quad 90^0 < \alpha < 180^0,$

ἄρα $\quad \alpha^* = 180 - \alpha = 45^0\ 41'\ 4''.$

Ἐκ τῶν Λογαριθμικῶν Πινάκων εὑρίσκομε:

$$\lambda o\gamma\ \eta\mu\ 45^0\ 41'\ 4'' = \bar{1},854\ 61$$
$$\lambda o\gamma\ \sigma\upsilon\nu\ 45^0 41\ 4'' = \bar{1},844\ 23$$
$$\lambda o\gamma\ 128{,}15 = 2{,}107\ 72.$$

Συνεπῶς:

λογ (128,15 · ημ 45°41′4″) = λογ 128,15 + λογ ημ 45°41′4″ = 1,962 33
λογ (128,15 · συν 45°41′4″) = λογ 128,15 + λογ συν 45°41′4″ = 1,951 95
καὶ τελικῶς:

$$128{,}15 \cdot \eta\mu\ 45^{0}41'4'' = 91{,}69$$

$$128{,}15 \cdot \sigma\upsilon\nu\ 45^{0}41'4'' = 89{,}53.$$

Ἐπειδὴ εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν ημα = ημα* καὶ συνα = — συνα*, ἕπεται ὅτι:

$$128{,}15 \cdot \eta\mu\ 134^{0}18'56'' = 91{,}69$$

$$128{,}15 \cdot \sigma\upsilon\nu\ 134^{0}18'56'' = -89{,}53.$$

Ἄρα

$$x_B = 255{,}63 + 91{,}69 = 347{,}32$$

$$y_B = 48{,}90 - 89{,}53 = -40{,}63.$$

17·4 Δεύτερον θεμελιῶδες πρόβλημα.

Αὐτὴν τὴν φορὰν δίδονται αἱ συντεταγμέναι τῶν σημείων Α καὶ Β καὶ ζητοῦνται: α) ἡ γωνία διευθύνσεως α καὶ β) τὸ μῆκος S τῆς πλευρᾶς ΑΒ (σχ. 17·3 α).

Ὅπως εἶναι φανερὸν ἰσχύουν πάντοτε αἱ σχέσεις (3) καὶ (4) τοῦ πρώτου θεμελιώδους προβλήματος. Ἀπὸ τὰς σχέσεις αὐτὰς προκύπτει:

$$S\eta\mu\alpha = x_B - x_A \qquad (5)$$

$$S\sigma\upsilon\nu\alpha = y_B - y_A. \qquad (6)$$

Διαιροῦμε τὰς ἰσότητας (5) καὶ (6) κατὰ μέλη, ὁπότε λαμβάνομε:

$$\varepsilon\varphi\alpha = \frac{x_B - x_A}{y_B - y_A}. \qquad (7)$$

Ἀπὸ τὴν σχέσιν (7) εὑρίσκεται ἡ τιμὴ τῆς γωνίας α μὲ τὴν βοήθειαν τῶν Πινάκων τῶν Φυσικῶν Τριγωνομετρικῶν Ἀριθμῶν ἢ τῶν Λογαρίθμων. Ἡ τιμὴ ὅμως αὐτὴ εἶναι εἰς τὴν οὐσίαν ἡ τιμὴ τῆς γωνίας α*.

Διὰ νὰ ὑπολογίσωμε τὴν πραγματικὴν γωνίαν α πρέπει προηγουμένως νὰ καθορίσωμε τὴν θέσιν της εἰς τὸν τριγωνομετρικὸν κύκλον. Ἡ θέσις αὐτὴ καθορίζεται ἀπὸ τὸ πρόσημον, ποὺ ἔχουν οἱ ὅροι τοῦ κλάσματος $\frac{x_B - x_A}{y_B - y_A}$. Ἐὰν π.χ. ὁ ὅρος $x_B - x_A$ εἶναι θετικὸς καὶ ὁ ὅρος $y_B - y_A$ ἀρνητικός, τότε ἡ γωνία α κεῖται εἰς τὸ δεύτερον τεταρτημόριον τοῦ τριγωνομετρικοῦ κύκλου, δηλαδὴ εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ 90^0 καὶ μικροτέρα ἀπὸ 180^0. Εἰς τὸν καθορισμὸν αὐτὸν βοηθούμεθα ἀπὸ τὸν Πίνακα 6.

ΠΙΝΑΞ 6

$x_B - x_A$	$y_B - y_A$	α
+	+	$0^0 < \alpha < 90^0$
+	—	$90^0 < \alpha < 180^0$
—	—	$180^0 < \alpha < 270^0$
—	+	$270^0 < \alpha < 360^0$

Κατόπιν ἐρχόμεθα εἰς τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ μήκους τῆς πλευρᾶς ΑΒ. Ἐὰν διαιρέσωμε τὰ μέλη τῆς σχέσεως (5) διὰ ημα, προκύπτει:

$$S = \frac{x_B - x_A}{\eta\mu\alpha}. \tag{8}$$

Ἀφ' ἑτέρου, ἐὰν διαιρέσωμε τὰ μέλη τῆς ἰσότητος (6) διὰ συνα, προκύπτει:

$$S = \frac{y_B - y_A}{\sigma\upsilon\nu\alpha}. \tag{9}$$

Φυσικὰ διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ S μᾶς ἀρκεῖ μία ἀπὸ τὰς δύο σχέσεις (8) καὶ (9), π.χ. ἡ (8). Καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἐργαζόμεθα εἴτε δι' ἀμέσου πολλαπλασιασμοῦ, εἴτε διὰ τῶν λογαρίθμων. Ἂν χρησιμοποιήσωμε τοὺς λογαρίθμους, γνωρίζομε ὅτι ὁ λογάριθμος ἑνὸς κλάσματος ἰσοῦται πρὸς τὸν λογάριθμον τοῦ ἀριθμητοῦ μεῖον τὸν λογάριθμον τοῦ παρονομαστοῦ. Ἄρα:

$$\text{λογ}\ S = \text{λογ}\ (x_B - x_A) - \text{λογ}\ \text{ημα}. \qquad (10)$$

Εὑρίσκομε ἀπὸ τοὺς Λογαριθμικοὺς Πίνακας τὸν λογάριθμον τῆς διαφορᾶς $x_B - x_A$ καὶ τὸν λογάριθμον τοῦ ημα, ἀφαιροῦμε τὸν δεύτερον ἀπὸ τὸν πρῶτον καὶ προκύπτει ὁ λογάριθμος τοῦ μήκους S.

Διερεύνησις: Ἐπειδὴ τὸ S ὡς γεωμετρικὸν μέγεθος εἶναι πάντοτε θετικόν, ἕπεται ὅτι καὶ τὸ κλάσμα $\frac{x_B - x_A}{\text{ημα}}$ θὰ εἶναι πάντοτε θετικόν. Πράγματι, ὅταν ἡ διαφορὰ $x_B - x_A$ εἶναι θετική, τότε καὶ τὸ ημα εἶναι θετικόν, δηλαδὴ ἡ γωνία α κυμαίνεται μεταξὺ 0^0 καὶ 180^0. Ὅταν ὅμως ἡ διαφορὰ $x_B - x_A$ εἶναι ἀρνητική, καὶ τὸ ημα εἶναι ἀρνητικόν, δηλαδὴ ἡ γωνία α κυμαίνεται μεταξὺ 180^0 καὶ 360^0. Συμπεραίνομε λοιπὸν ὅτι δὲν θὰ προκύψῃ καμμία διαφορὰ εἰς τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ μεγέθους S, ἐὰν κατὰ τὴν ἐφαρμογὴν τῶν σχέσεων (8) ἢ (10) ἀφ' ἑνὸς μὲν λάβωμε τὴν διαφορὰν $x_B - x_A$ χωρὶς πρόσημον, ἀφ' ἑτέρου δὲ ἀντὶ τῆς γωνίας α χρησιμοποιήσωμε τὴν ἀντίστοιχόν της $α^*$, τὴν ὁποίαν ἔχομε ἤδη ὑπολογίσει.

Ἀριθμητικὴ ἐφαρμογή. (Διὰ τῶν φυσικῶν τριγωνομετρικῶν ἀριθμῶν).

Δίδονται:

$$x_A = +\ 145{,}66$$
$$y_A = +\ 31{,}25$$
$$x_B = -\ 18{,}52$$
$$y_B = +\ 57{,}60.$$

Ζητεῖται τὸ μῆκος S καὶ ἡ γωνία διευθύνσεως Α πρὸς Β.
Ἀπὸ τὴν σχέσιν (7) ἔχομε:

$$\varepsilon\varphi\alpha = \frac{-18{,}52 - 145{,}66}{+57{,}60 - 31{,}25} = \frac{-164{,}18}{+26{,}35} = -6{,}230\,7,$$

ὁπότε ἀπὸ τοὺς Πίνακας τῶν Φυσικῶν Τριγωνομετρικῶν Ἀριθμῶν εὑρίσκομε:

$$\alpha^* = 80^0\ 52'\ 56''.$$

Ἀφ' ἑτέρου ἀπὸ τὸν Πίνακα 5 τοῦ δευτέρου θεμελιώδους προβλήματος προκύπτει ὅτι ἡ πραγματικὴ γωνία α κεῖται μεταξὺ 270^0 καὶ 360^0.

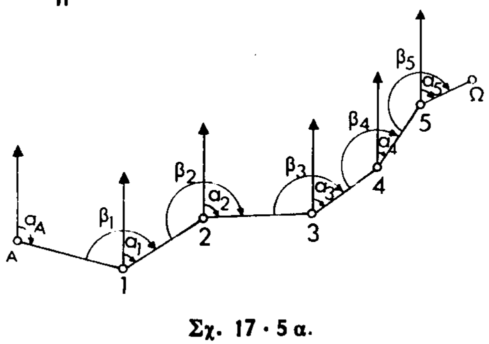
Συνεπῶς: $\alpha = 360^0 - \alpha^* = 279^0\ 7'4''.$

Ὅσον ἀφορᾶ εἰς τὸ μῆκος S, ἀπὸ τὴν σχέσιν (8) λαμβάνομε:

$$S = \frac{+145{,}66 + 18{,}52}{0{,}987\,4} = 166{,}28 \text{ m}.$$

17·5 Ὑπολογισμὸς ἀνεξαρτήτου ἀνοικτῆς ὁδεύσεως.

Ἂς ἐξετάσωμε τώρα πῶς γίνεται ὁ ὑπολογισμὸς τῶν διαφόρων τύπων πολυγωνικῶν ὁδεύσεων μὲ βάσιν τὰ ἀνωτέρω δύο θεμελιώδη προβλήματα.



Σχ. 17·5 α.

Θὰ περιγράψωμε κατὰ πρῶτον τὸν ὑπολογισμὸν μιᾶς ἀνεξαρτήτου ἀνοικτῆς ὁδεύσεως. Ὅταν λέγωμε «ὑπολογισμὸς μιᾶς ὁδεύσεως», ἐννοοῦμε τὸν ὑπολογισμὸν τῶν συντεταγμένων τῶν κορυφῶν της. Ἔστω λοιπὸν ἡ ὅδευσις Α — 1 — 2 — 3 — 4 — 5 — Ω (σχ. 17·5 α). (Δὲν συμβολίζομε πλέον τὰς κορυφὰς τῆς ὁδεύσεως μὲ μικρὰ γράμματα, ὅπως ἐκάναμε ἕως τώρα, διότι διὰ τὸν ὑπολογισμὸν οἱ ἀριθμοὶ μᾶς διευκολύνουν περισσότερον).

Τὰ ἄκρα τῆς ὁδεύσεως τὰ συμβολίζομε μὲ τὰ κεφαλαῖα γράμματα Α καὶ Ω διὰ νὰ ὑποδηλώσωμε ἔτσι ὅτι πρόκειται διὰ τὴν ἀρχὴν καὶ τὸ τέλος τῆς ὁδεύσεως.

Εἴπαμε ἤδη ὅτι διὰ νὰ ὑπολογίσωμε τὰς συντεταγμένας τῶν κορυφῶν μιᾶς ὁδεύσεως πρέπει νὰ ἔχωμε μετρήσει ἐπάνω εἰς τὸ ἔδαφος τόσον τὰ μήκη τῶν πλευρῶν $A-1 = S_A$, $1-2 = S_1$, $2-3 = S_2$, κλπ., ὅσον καὶ τὰς γωνίας β_1, β_2, β_3, κλπ. μεταξὺ τῶν πλευρῶν τῆς ὁδεύσεως. Διευκρινίζομε ὅτι αἱ γωνίαι β μετροῦνται μὲ τὸν θεοδόλιχον. Συνεπῶς θεωροῦμε ὅτι ἔχουν φορὰν τὴν φορὰν τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου.

Ἐὰν ἀντὶ τῶν γωνιῶν β_1, β_2, β_3, κλπ. ἐγνωρίζαμε τὰς γωνίας διευθύνσεως α_A, α_1, α_2, κλπ., τότε θὰ εἴχαμε τὴν δυνατότητα ἀπὸ τὰς συντεταγμένας τῆς κάθε μιᾶς κορυφῆς τῆς ὁδεύσεως νὰ ὑπολογίσωμε τὰς συντεταγμένας τῆς ἀμέσως ἑπομένης. Αὐτὸ θὰ ἐγίνετο μὲ διαδοχικὴν ἐφαρμογὴν τοῦ πρώτου θεμελιώδους προβλήματος. Ἀλλὰ ἡ γνῶσις τῶν γωνιῶν β_1, β_2, β_3, κλπ. εἶναι δυνατὸν νὰ μᾶς ὁδηγήση εἰς τὸν ὑπολογισμὸν τῶν γωνιῶν α_1, α_2, α_3, κλπ. ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι γνωρίζομε καὶ τὴν γωνίαν α_A. Αὐτὸ γίνεται ὡς ἑξῆς:

Ἀπὸ τὸ σχῆμα 17·5β προκύπτει ἡ ἰσότης:

$$\alpha_1 = \beta_1 - \gamma_1. \qquad (1)$$

Ἀλλὰ

$$\gamma_1 = 180^0 - \alpha_A.$$

Καὶ δι' ἀντικαταστάσεως τῆς γ_1 εἰς τὴν ἰσότητα (1) προκύπτει:

$$\alpha_1 = \alpha_A + \beta_1 - 180^0.$$

Ὁμοίως θὰ εἶναι:

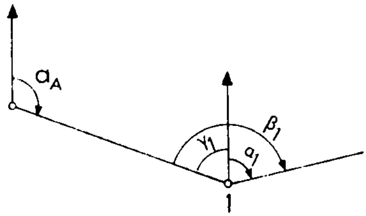
$$\alpha_2 = \alpha_1 + \beta_2 - 180^0$$

$$\alpha_3 = \alpha_2 + \beta_3 - 180^0 \text{ κλπ.}$$

$$\text{καὶ } \alpha_\nu = \alpha_{\nu-1} + \beta_\nu - 180^0. \qquad (2)$$

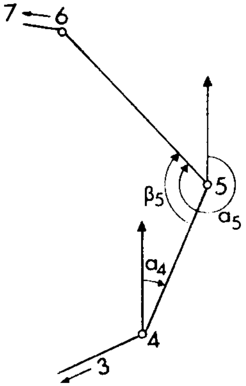
Ἐὰν προσθέσωμε κατὰ μέλη τὰς ἀνωτέρω ἰσότητας καὶ κάνωμε ἀναγωγὴν ὁμοίων ὅρων, θὰ ἔχωμε:

$$\alpha_\nu = \alpha_A + (\beta_1 + \beta_2 + \ldots + \beta_\nu) - \nu \cdot 180^0. \qquad (3)$$



Σχ. 17·5 β.

Ἐδῶ πρέπει νὰ διευκρινίσωμε ὅτι εἰς ὡρισμένας περιπτώσεις, ὅπως εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ σχήματος 17·5 γ, ἡ σχέσις (2) δὲν μᾶς δίδει τὴν πραγματικὴν γωνίαν διευθύνσεως α_ν, ἀλλὰ μίαν γωνίαν, ποὺ διαφέρει ἀπὸ τὴν πραγματικὴν κατὰ 360^0. (Εἰς τὴν



Σχ. 17·5 γ.

περίπτωσιν τοῦ σχήματος 17·5 γ καὶ εἰδικώτερον διὰ τὴν κορυφὴν 5 ἡ σχέσεις (2) γίνεται $\alpha_\nu = \alpha_{\nu-1} + \beta_\nu + 180^0$). Αὐτὸ ὅμως δὲν μᾶς ἐνοχλεῖ, διότι, ὅπως γνωρίζομε ἀπὸ τὴν Τριγωνομετρίαν, ὅταν δύο γωνίαι διαφέρουν κατὰ 360^0, ἔχουν τοὺς ἰδίους τριγωνομετρικοὺς ἀριθμούς. Ἠμποροῦμε λοιπὸν νὰ δεχθοῦμε ὅτι ἡ σχέσις (2) καὶ συνεπῶς ἡ σχέσις (3) ἔχουν γενικὴν ἰσχύν.

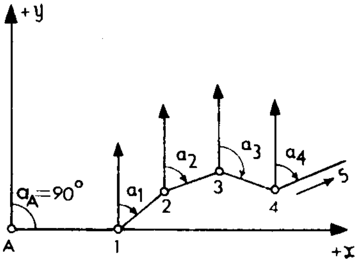
Ἀπὸ τὰς σχέσεις (2) καὶ (3), τὴν πρώτην τὴν χρησιμοποιοῦμε διὰ νὰ ὑπολογίσωμε τὰς γωνίας διευθύνσεως, δεδομένου ὅτι ὁ ὑπολογισμὸς εἶναι διαδοχικός, δηλαδὴ ἡ κάθε μία γωνία προκύπτει ἀπὸ τὴν ἀμέσως προηγουμένην, καὶ τὴν δευτέραν διὰ τὸν λογιστικὸν ἔλεγχον τῆς τελευταίας γωνίας. Ὑπολογίζομε δηλαδὴ τὴν τελευταίαν γωνίαν δι' ἐφαρμογῆς τῆς σχέσεως (3) καὶ ἐξετάζομε, ἐὰν αὐτὴ συμπίπτῃ μὲ τὴν τιμήν, ποὺ μᾶς ἔδωσε ὁ διαδοχικὸς ὑπολογισμός.

Ἀλλὰ τόσον ἡ σχέσις (2), ὅσον καὶ ἡ σχέσις (3) δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ μᾶς δώσουν τὰς γωνίας διευθύνσεως, ἐὰν δὲν γνωρίζωμε τὴν ἀρχικὴν γωνίαν, δηλαδὴ τὴν α_A. Αὐτὸ ἔχει ἄμεσον σχέσιν μὲ τὸν καθορισμὸν τῶν ἀξόνων τῶν ὀρθογωνίων συντεταγμένων. Σκεπτόμεθα ὅμως ὅτι ἡ γωνία α_A πρέπει νὰ εἶναι γεωμετρικῶς κατασκευάσιμος οὕτως, ὥστε ὁ συσχετισμὸς τῆς ὁδεύσεως πρὸς τοὺς ἄξονας τῶν συντεταγμένων ἐπὶ τοῦ χάρτου σχεδιάσεως νὰ γίνῃ μὲ ἀπόλυτον ἀκρίβειαν. Ἀφ' ἑτέρου προκειμένου νὰ ἐφαρμόσωμε τὸ πρῶτον θεμελιῶδες πρόβλημα πρέπει νὰ γνωρίζωμε τὰς συντεταγμένας τῆς πρώτης κορυφῆς, δηλαδὴ τοῦ σημείου Α. Ὁρίζομε λοιπὸν ὡς ἄξονα x τὴν πλευρὰν Α — 1 καὶ ὡς ἄξονα y τὴν κάθετον εἰς τὸ σημεῖον Α (σχ. 17·5δ). Παρατηροῦμε τότε ὅτι ἡ μὲν γωνία α_A θὰ ἰσοῦται μὲ 90^0, αἱ δὲ συντεταγμέναι καὶ τῆς πρώτης καὶ τῆς δευτέρας κορυφῆς προκύπτουν εὐκολώτατα. Ἔχομε δηλαδή:

$$x_A = 0 \quad y_A = 0$$
$$x_1 = S_A \quad y_1 = 0.$$

Ἐν συνεχείᾳ εὑρίσκομε τὰς συντεταγμένας τῆς κορυφῆς 2 βάσει τῶν συντεταγμένων τῆς κορυφῆς 1, τῆς γωνίας α_1 καὶ τοῦ μήκους S_1, κατόπιν τὰς συντεταγμένας τῆς κορυφῆς 3 βάσει τῶν συντεταγμένων τῆς κορυφῆς 2, τῆς γωνίας α_2 καὶ τοῦ μήκους S_2

κ.ο.κ., ἕως ὅτου ὁλοκληρώσωμε τὸν ὑπολογισμὸν τῆς ἀνεξαρτήτου ἀνοικτῆς ὁδεύσεως. Ἐὰν θελήσωμε νὰ προσανατολίσωμε τὴν ὅδευσιν ὡς πρὸς τὸν βορρᾶν, δὲν ἔχομε παρὰ νὰ μετρήσωμε τὸ ἀζιμούθιον τῆς πρώτης πλευρᾶς Α — 1 συμφώνως πρὸς τὴν παράγραφον 4 · 5.



Σχ. 17·5 δ.

Ἀριθμητικὴ ἐφαρμογή. (Διὰ τῶν λογαρίθμων).

Δίδονται :

$S_A = 219{,}45$	
$S_1 = 191{,}10$	$\beta_1 = 142^0\ 23'\ 40''$
$S_2 = 163{,}22$	$\beta_2 = 226^0\ 23'\ 40''$
$S_3 = 228{,}97$	$\beta_3 = 207^0\ 29'\ 20''$
$S_4 = 137{,}18$	$\beta_4 = 195^0\ 33'\ 20''$
$S_5 = 178{,}70$	$\beta_5 = 150^0\ 32'\ 20''$

Ἐπειδὴ κατὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν ὁδεύσεων μᾶς συμφέρει ἡ ἐργασία νὰ γίνῃ κατὰ τὸ δυνατὸν ταχύτερον, καὶ ἡ ταχύτης συνήθως εἶναι ἀποτέλεσμα τάξεως, δι' αὐτὸ συντάσσομε ἕνα πίνακα, τὸν Πίνακα 7, ὅπου ἐγγράφομε τὰ διάφορα δεδομένα καὶ τὰ ἀποτελέσματα τοῦ ὑπολογισμοῦ μὲ τὴν ἑξῆς καθιερωμένην σειράν:

α) Ἐγγράφομε εἰς τὰς ἀντιστοίχους στήλας καὶ σειρὰς τοῦ πίνακος τὰ δεδομένα τοῦ προβλήματος. Προφανῶς εἰς τὰς σειρὰς τῶν κορυφῶν Α καὶ Ω δὲν θὰ ἐγγραφῇ γωνία β.

β) Ἐπακολουθεῖ ὁ ὑπολογισμὸς τῶν γωνιῶν διευθύνσεως α καὶ ἡ ἐγγραφή των εἰς τὴν ἰδίαν στήλην μὲ τὰς γωνίας β. Συγκεκριμένως εἰς τὴν σειρὰν τῆς κορυφῆς Α ἐγγράφεται ἡ γωνία $\alpha_A = 90^0$. Ἔπειτα προσθέτομε τὰς γωνίας α_A καὶ β_1, ἀφαιροῦμε 180^0 καὶ προκύπτει ἡ γωνία α_1, τὴν ὁποίαν ἐγγράφομε κάτω ἀκριβῶς ἀπὸ τὴν γωνίαν β_1. Μὲ τὸν ἴδιον τρόπον ὑπολογίζομε καὶ ἐγγράφομε τὴν μίαν ὕστερα ἀπὸ τὴν ἄλλην καὶ τὰς ὑπολοίπους γωνίας διευθύνσεως. Ἡ τελευταία γωνία α_5 ἐλέγχεται βάσει τῆς σχέσεως (3).

γ) Μετὰ τὰς γωνίας διευθύνσεως ἐγγράφομε τοὺς λογαρίθμους τοῦ ημα, S καὶ συνα, ποὺ ἀντιστοιχοῦν εἰς κάθε μίαν κορυφὴν τῆς ὁδεύσεως, τὸν ἕνα κάτω ἀπὸ τὸν ἄλλον καὶ μὲ τὸν λογάριθμον τοῦ S μεταξὺ τῶν δύο ἄλλων λογαρίθμων. Αὐτὴ ἡ διάταξις μᾶς διευκολύνει νὰ προσθέτωμε τὸν λογάριθμον τοῦ S μὲ τοὺς λογαρίθμους τοῦ ημα καὶ συνα χωριστά, δίχως νὰ χρειαζώμεθα δύο διαφορετικὰς στήλας, ποὺ νὰ ἀντιστοιχοῦν πρὸς τὰς δύο ἀθροίσεις. Τὰ δύο αὐτὰ ἀθροίσματα, δηλαδὴ οἱ λογάριθμοι τῶν γινομένων Sημα καὶ Sσυνα, ἐγγράφονται εἰς τὴν ἑπομένην στήλην ὁμοίως τὸ ἕνα κάτω ἀπὸ τὸ ἄλλο. Ἡ ἐγγραφὴ τῶν λογαρίθμων καὶ τῶν ἀθροισμάτων των δὲν εἶναι ἀνάγκη νὰ ἀκολουθήσῃ τὴν σειρὰν διαδοχῆς τῶν κορυφῶν. Ἀντιθέτως διὰ λόγους ταχύτητος ἐνδείκνυται νὰ ἐγγραφοῦν πρῶτον οἱ λογάριθμοι τῶν μηκῶν S καὶ ἔπειτα οἱ λογάριθμοι τοῦ ἡμιτόνου καὶ συνημιτόνου τῶν γωνιῶν α.

δ) Ἀφοῦ ἐγγράψωμε τοὺς λογαρίθμους Sημα καὶ Sσυνα, εὑρίσκομε ἀπὸ τοὺς Λογαριθμικοὺς Πίνακας αὐτὰ καθεαυτὰ τὰ γινόμενα Sημα καὶ Sσυνα, τὰ ὁποῖα εἰς τὸν πίνακα ἀναφέρονται μὲ τοὺς συμβολισμοὺς Δx καὶ Δy ἀντιστοίχως. Ὁ συμβολισμὸς Δx σημαίνει διαφορὰν τῶν τετμημένων x δύο διαδοχικῶν κορυφῶν. Ἤτοι $\Delta x = x_\nu - x_{\nu-1}$. Ἀφ' ἑτέρου ὁ συμβολισμὸς Δy σημαίνει διαφορὰν τῶν τεταγμένων y δύο διαδοχικῶν κορυφῶν. Ἤτοι $\Delta y = y_\nu - y_{\nu-1}$. Ἀπὸ τὰς σχέσεις (5) καὶ (6) τοῦ δευ-

Π Ι Ν Α Ξ 7

Πίναξ ὑπολογισμοῦ ἀνεξαρτήτου ἀνοικτῆς ὁδεύσεως

Σημεῖα	Γωνίαι β Γωνίαι α	Μήκη S	λογ ημα λογ S λογσυνα	λογ S ημα λογ S συνα	x Δx	y Δy
A	— 90°00′00″	219,45	0,000 00 2,341 34 ∞	2,341 34 ∞	0,00 +219,45	0,00 0,00
1	142°23′40″ 52°23′40″	191,10	$\bar{1}$,898 85 2,281 26 $\bar{1}$,785 51	2,180 11 2,066 77	+219,45 +151,39	0,00 +116,62
2	226°23′40″ 98°47′20″	163,22	$\bar{1}$,994 88 2,212 77 $\bar{1}$,184 38	2,207 65 1,397 15	+370,84 +161,31	+116,62 — 24,95
3	207°29′20″ 126°16′40″	228,97	$\bar{1}$,906 45 2,359 79 $\bar{1}$,772 05	2,266 24 2,131 84	+532,15 +184,60	+ 91,67 —135,47
4	195°33′20″ 141°50′00″	137,18	$\bar{1}$,790 95 2,137 28 $\bar{1}$,895 54	1,928 23 2,032 82	+716,75 + 84,77	— 43,80 —107,85
5	150°32′20″ 112°22′20″	178,70	$\bar{1}$,966 01 2,252 12 $\bar{1}$,580 60	2,218 13 1,832 72	+801,52 +165,25	—151,65 — 68,03
Ω	— —	—	— — —	— —	+966,77 —	—219,68 —

τέρου θεμελιώδους προβλήματος προκύπτει πράγματι ὅτι Sημα $= \Delta x$ καὶ Sσυνα $= \Delta y$. Τὰ Δx καὶ Δy ἐγγράφονται εἰς τὰς δύο τελευταίας στήλας τοῦ πίνακος.

ε) Ὁ πίναξ συμπληροῦται μὲ τὰς συντεταγμένας τῶν κορυφῶν τῆς ὀδεύσεως. Κατ' ἀρχὴν ἐγγράφομε τὰς συντεταγμένας $x_A = 0$ καὶ $y_A = 0$ τῆς κορυφῆς Α. Ἀκολουθεῖ ἡ ἄθροισις τοῦ x_A πρὸς τὸ ἀντίστοιχον $\Delta x = +219{,}45$ καὶ τοῦ y_A πρὸς τὸ ἀντίστοιχον $\Delta y = 0$. Τὰ ἀντίστοιχα ἀθροίσματα ἀποτελοῦν τὰς συντεταγμένας x_1 καὶ y_1 τῆς κορυφῆς 1. Ἡ τετμημένη $x_1 = + 219{,}45$ ἐγγράφεται ἐπάνω ἀπὸ τὴν διαφορὰν $\Delta x = +151{,}39$, ἐνῶ ἡ τεταγμένη $y_1 = 0$ ἐγγράφεται ἐπάνω ἀπὸ τὴν διαφορὰν $\Delta y = +116{,}62$. Κατόπιν ἀθροίζομε τὸ x_1 μὲ τὸ ἀντίστοιχον Δx καὶ τὸ y_1 μὲ τὸ ἀντίστοιχον Δy καὶ εὑρίσκομε τὰς συντεταγμένας $x_2 = +370{,}84$ καὶ $y_2 = +166{,}62$, τὰς ὁποίας ἐγγράφομε ἐπάνω ἀπὸ τὰς ἀντιστοίχους διαφορὰς $\Delta x = +161{,}31$ καὶ $\Delta y = -24{,}95$. Ἀκολουθοῦν αἱ ἀθροίσεις τοῦ x μὲ τὸ Δx καὶ τοῦ y μὲ τὸ Δy τῆς δευτέρας κορυφῆς, ὁπότε εὑρίσκομε τὰς συντεταγμένας τῆς τρίτης. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ὁλοκληρώνεται ὁ ὑπολογισμὸς καὶ ἡ ἐγγραφὴ τῶν συντεταγμένων τῶν ὑπολοίπων κορυφῶν.

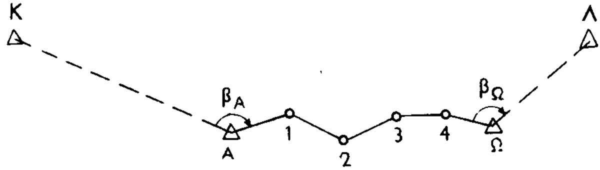
17·6 Ὑπολογισμὸς πλήρως ἐξηρτημένης ἀνοικτῆς ὀδεύσεως.

Τὸ μειονέκτημα τῶν ἀνεξαρτήτων ἀνοικτῶν ὀδεύσεων εἶναι ὅτι δὲν μᾶς παρέχουν τὴν δυνατότητα νὰ ἐλέγξωμε τὴν ἀκρίβειαν τῶν μετρήσεων, ποὺ κάνομε ἐπάνω εἰς τὸ ἔδαφος. Ἐνδέχεται δηλαδὴ νὰ ἔχουν γίνει σφάλματα καὶ μάλιστα χονδροειδῆ κατὰ τὴν μέτρησιν τόσον τῶν μηκῶν S, ὅσον καὶ τῶν γωνιῶν β καὶ τὰ σφάλματα αὐτὰ νὰ μεταφερθοῦν εἰς τὸν ὑπολογισμὸν τῶν συντεταγμένων τῶν κορυφῶν τῆς ὀδεύσεως, χωρὶς νὰ ἠμποροῦμε οὔτε νὰ τὰ ἐπισημάνωμε οὔτε φυσικὰ νὰ τὰ διορθώσωμε.

Τὸ μειονέκτημα αὐτὸ δὲν ὑπάρχει σχεδὸν καθόλου εἰς τὰς ἐξηρτημένας ἀνοικτὰς ὁδεύσεις καὶ μάλιστα εἰς τὰς πλήρως ἐξηρτημένας, τὰς ὁποίας ἔχομε ἤδη ὀνομάσει ἐξηρτημένας μετὰ προσανατολισμοῦ.

Ἡ πλήρως ἐξηρτημένη ὅδευσις εἶναι ὁ τύπος πολυγωνικῆς ὁδεύσεως, ποὺ ἐφαρμόζομε συνηθέστερα, ὅταν πρόκειται διὰ τὴν ἀποτύπωσιν μεγάλων τμημάτων τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς, ὁπότε προηγεῖται ἀναγκαστικῶς ἡ ἐγκατάστασις κάποιου τριγωνομετρικοῦ δικτύου. Αἱ κορυφαὶ τοῦ δικτύου αὐτοῦ, τὰ τριγωνομετρικὰ δηλαδὴ σημεῖα, ἀποτυπώνονται εἰς τὸ χαρτὶ σχεδιάσεως δι' ὀρθογωνίων συντεταγμένων, ὅπως ἀκριβῶς καὶ αἱ κορυφαὶ τῶν πολυγωνικῶν ὁδεύσεων. Συνεπῶς ἔχει ἤδη προσδιορισθῆ ἕνα ἀντίστοιχον σύστημα ὀρθογωνίων ἀξόνων, ὡς πρὸς τὸ ὁποῖον ἀναφέρονται αἱ συντεταγμέναι τῶν τριγωνομετρικῶν σημείων.

Ἂς θεωρήσωμε τώρα τὴν πρωτεύουσαν ὅδευσιν Α — 1 — 2 — 3 — 4 — Ω (σχ. 17 · 6 α). Ὑπενθυμίζομε ὅτι πρωτεύουσα λέγεται

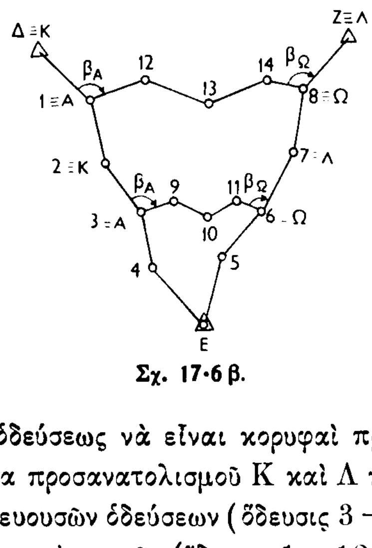


Σχ. 17·6 α.

μία ὅδευσις, ὅταν τὰ ἄκρα της εἶναι τριγωνομετρικὰ σημεῖα. Σύμφωνα μὲ ὅσα εἴπαμε, γνωρίζομε τὰς συντεταγμένας τῶν ἄκρων Α καὶ Ω τῆς ὁδεύσεως ὡς πρὸς τὸ ἀντίστοιχον σύστημα ὀρθογωνίων ἀξόνων. Ἡ γνῶσις ὅμως τῶν συντεταγμένων τῶν ἄκρων της ἀποτελεῖ τὸ χαρακτηριστικὸν μιᾶς ἐξηρτημένης ὁδεύσεως. Ἐπιπροσθέτως εἴμεθα εἰς θέσιν νὰ γνωρίζωμε καὶ τὰς γωνίας $\beta_A =$ Κ — Α — 1 καὶ $\beta_\Omega =$ 4 — Ω — Λ, ὅπου Κ καὶ Λ δύο ἄλλα τριγωνομετρικὰ σημεῖα μὲ ἐπίσης γνωστὰς συντεταγμένας, ἀρκεῖ φυσικὰ νὰ ἔχωμε μετρήσει τὰς γωνίας β_A καὶ β_Ω ἐπάνω εἰς τὸ ἔδαφος.

Ἡ ἐπὶ πλέον αὐτὴ γνῶσις ἀποτελεῖ τὸ χαρακτηριστικὸν τῆς *πλήρως* ἐξηρτημένης ὁδεύσεως. Ἑπομένως καταλήγομε εἰς τὸ ὅτι εἰς μὲν τὴν ἐξηρτημένην ὅδευσιν γνωρίζομε μόνον τὰς συντεταγμένας τῶν ἄκρων της, ἐνῶ εἰς τὴν πλήρως ἐξηρτημένην γνωρίζομε ἐπὶ πλέον καὶ τὰς γωνίας προσανατολισμοῦ πρὸς δύο ἄλλα σημεῖα, αἱ συντεταγμέναι τῶν ὁποίων μᾶς εἶναι ἐπίσης γνωσταί.

Πλὴν τῶν πρωτευουσῶν ὁδεύσεων ὡς *πλήρως* ἐξηρτημένη ἀνοικτὴ ὅδευσις ἠμπορεῖ νὰ ὑπολογισθῇ καὶ μία δευτερεύουσα ὅδευσις (σχ. 17·6 β). Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ὅμως θὰ πρέπει



Σχ. 17·6 β.

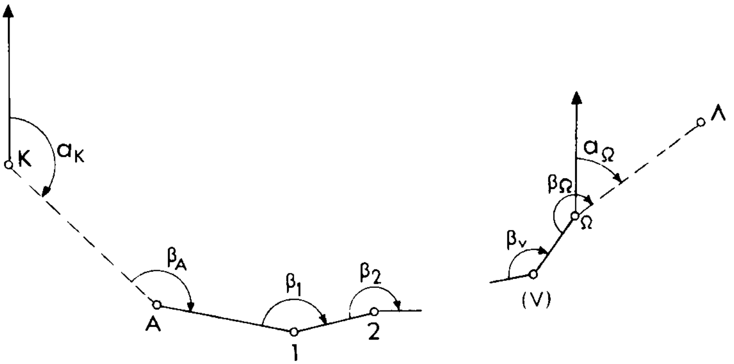
τὰ μὲν ἄκρα τῆς ὁδεύσεως νὰ εἶναι κορυφαὶ πρωτευουσῶν ὁδεύσεων, τὰ δὲ σημεῖα προσανατολισμοῦ Κ καὶ Λ ἠμποροῦν νὰ εἶναι εἴτε κορυφαὶ πρωτευουσῶν ὁδεύσεων (ὅδευσις 3 — 9 — 10 — 11 — 6), εἴτε τριγωνομετρικὰ σημεῖα (ὅδευσις 1 — 12 — 13 — 14 — 8). Ἐννοεῖται καὶ πάλιν ὅτι θὰ ἔχουν μετρηθῇ προηγουμένως ἐπάνω εἰς τὸ ἔδαφος αἱ γωνίαι προσανατολισμοῦ β_A καὶ β_Ω.

Αὐτοὶ οἱ δύο εἶναι οἱ χαρακτηριστικοὶ τύποι τῶν πλήρως ἐξηρτημένων ἀνοικτῶν ὁδεύσεων. Ἂς ἐξετάσωμε τώρα πῶς γίνεται ὁ ὑπολογισμὸς μιᾶς τέτοιας ὁδεύσεως.

Κατ' ἀρχὴν ὡς σύστημα ὀρθογωνίων ἀξόνων θὰ θεωρήσωμε τὸ σύστημα, ὡς πρὸς τὸ ὁποῖον ἀναφέρονται αἱ γνωσταὶ συντεταγμέναι τῶν σημείων Κ, Α, Ω καὶ Λ, δηλαδὴ τὸ σύστημα ἀναφορᾶς τοῦ τριγωνομετρικοῦ δικτύου.

Διὰ νὰ ἐξαρτήσωμε τὴν ὅδευσιν ἀπὸ τὸ σύστημα αὐτό, ἀρκεῖ νὰ ἐφαρμόσωμε τὸ δεύτερον θεμελιῶδες πρόβλημα διὰ τὰ σημεῖα Κ καὶ Α. Παρατηροῦμε ὅτι ἔτσι ὑπολογίζομε τὴν γωνίαν διευθύνσεως Κ πρὸς Α, δηλαδὴ τὴν α_K (σχ. 17·6γ). Κατόπιν ὑπολογίζομε τὴν γωνίαν διευθύνσεως α_Ω βάσει τοῦ τύπου:

$$\alpha_\Omega = \alpha_K + \beta_A + \beta_1 + \beta_2 \ldots + \beta_\nu + \beta_\Omega - (\nu + 2)\ 180^\circ,$$



Σχ. 17·6γ.

ὅπου ν ὁ ἀριθμὸς τῶν ἐνδιαμέσων κορυφῶν τῆς ὁδεύσεως ἐκτὸς τῶν Α καὶ Ω. Ἡ τιμὴ αὐτὴ τῆς γωνίας α_Ω πρέπει νὰ εἶναι ἴση πρὸς τὴν τιμὴν τῆς ἰδίας γωνίας, ποὺ θὰ προκύψῃ, ἐὰν ἐφαρμόσωμε τὸ δεύτερον θεμελιῶδες πρόβλημα καὶ διὰ τὰ σημεῖα Ω καὶ Λ. Ὁ ἔλεγχος τῆς ἰσότητος τῶν δύο αὐτῶν τιμῶν ἀποτελεῖ καὶ τὸν ἔλεγχον τῆς ἀκριβείας τῶν μετρήσεων τῶν γωνιῶν β τῆς ὁδεύσεως.

Φυσικὰ αἱ δύο τιμαὶ τῆς α_Ω δὲν θὰ εἶναι ποτὲ ἀκριβῶς ἴσαι, ἀλλὰ θὰ παρουσιάζουν κάποιαν διαφοράν. Ἐὰν ἡ διαφορὰ αὐτή, ἡ ὁποία ὀνομάζεται *ὁλικὸν γωνιῶδες σφάλμα* ω_β, δὲν ὑπερβαίνῃ τὰ ὅρια, ποὺ καθορίζονται εἰς τὸν Πίνακα 8, τότε εἶναι παραδεκτὴ καὶ μοιράζεται ἐξ ἴσου εἰς ὅλας τὰς γωνίας β τῆς ὁδεύσεως, μεταξὺ-τῶν ὁποίων περιλαμβάνονται καὶ αἱ β_A καὶ β_Ω. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον γίνεται ἡ διόρθωσις τῶν γωνιῶν β. Ἐὰν τὸ ὁλικὸν γωνιῶδες σφάλμα ὑπερβαίνῃ τὰ ἀντίστοιχα ὅρια, ἡ μέτρησις πρέπει νὰ ἐπαναληφθῇ. Συνεπῶς ὁ σχετικὸς ἔλεγχος πρέπει νὰ γίνεται ὅσον διαρκοῦν αἱ ἐργασίαι ἐδάφους, ὥστε νὰ ὑπάρχῃ δυνατότης ἐπαναλήψεως.

ΠΙΝΑΞ 8

Ὅρια ὁλικοῦ γωνιώδους σφάλματος

	Ἀκρίβεια μετρήσεως Τάξις ὁδεύσεως	Ὁλικὸν γωνιῶδες σφάλμα εἰς πρῶτα λεπτὰ τῆς μοίρας
I.	*Μεγάλη :* α) Πρωτεύουσαι ὁδεύσεις β) Δευτερεύουσαι ὁδεύσεις	 $0{,}5' \sqrt{\nu}$ $0{,}8' \sqrt{\nu}$
II.	*Μετρία :* α) Πρωτεύουσαι ὁδεύσεις β) Δευτερεύουσαι ὁδεύσεις	 $1{,}0' \sqrt{\nu}$ $1{,}5' \sqrt{\nu}$
III.	*Μικρά :* α) Πρωτεύουσαι ὁδεύσεις β) Δευτερεύουσαι ὁδεύσεις	 $1{,}5' \sqrt{\nu}$ $2{,}3' \sqrt{\nu}$
Σημείωσις : ν εἶναι τὸ πλῆθος τῶν γωνιῶν β		

Μετὰ τὴν διόρθωσιν τῶν γωνιῶν β ὑπολογίζονται αἱ συντεταγμέναι τῶν κορυφῶν 1, 2, 3, ... Ω, ὅπως ἀκριβῶς καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν ἀνεξαρτήτου ἀνοικτῆς ὁδεύσεως. Παρατηροῦμε ὅμως ὅτι αἱ συντεταγμέναι x_Ω καὶ y_Ω τῆς κορυφῆς Ω, ποὺ θὰ προκύψουν ἀπὸ τὴν διαδοχικὴν ἐφαρμογὴν τοῦ πρώτου θεμελιώδους προβλήματος, πρέπει νὰ εἶναι ἴσαι πρὸς τὰς συντεταγμένας X_Ω καὶ Y_Ω, ποὺ μᾶς δίδονται. Ἡ διαπίστωσις τῆς ἰσότητος αὐτῆς ἀποτελεῖ ἕνα δεύτερον ἔλεγχον, ποὺ ἀναφέρεται εἰς τὴν ἀκρίβειαν τῆς μετρήσεως τῶν πλευρῶν S τῆς ὁδεύσεως. Βεβαίως μὲ ὁσηνδήποτε ἀκρίβειαν καὶ ἐὰν ἔγινε αὐτὴ ἡ μέτρησις, δὲν εἶναι ποτὲ δυνατὸν νὰ ἔχωμε ἀπόλυτον ἰσότητα. Δὲν πρέπει ὅμως πάλιν αἱ διαφοραὶ μεταξὺ τῶν ἀντιστοίχων συντεταγμένων νὰ ὑπερβαίνουν ὡρισμένα ὅρια. Συγκεκριμένως, ἐὰν μὲ ω_x παραστήσωμε τὴν διαφορὰν $X_\Omega - x_\Omega$ καὶ μὲ ω_y τὴν διαφορὰν $Y_\Omega - y_\Omega$, δὲν πρέπει ἡ ποσότης $\omega_S = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}$, ποὺ ὀνομάζεται *ὁλικὸν γραμμικὸν σφάλμα*, νὰ ὑπερβαίνῃ τὰ ὅρια, ποὺ καθορίζονται εἰς τὸν Πίνακα 9.

ΠΙΝΑΞ 9

Ὅρια ὁλικοῦ γραμμικοῦ σφάλματος

	Ἀκρίβεια μετρήσεως Τάξις ὁδεύσεως	Ὁλικὸν γραμμικὸν σφάλμα εἰς m
I.	*Μεγάλη :* α) Πρωτεύουσαι ὁδεύσεις β) Δευτερεύουσαι ὁδεύσεις	 $0{,}005\sqrt{\Sigma S} + 0{,}05$ $0{,}01\sqrt{\Sigma S} + 0{,}05$
II.	*Μετρία :* α) Πρωτεύουσαι ὁδεύσεις β) Δευτερεύουσαι ὁδεύσεις	 $0{,}01\sqrt{\Sigma S} + 0{,}10$ $0{,}02\sqrt{\Sigma S} + 0{,}10$
III.	*Μικρά :* α) Πρωτεύουσαι ὁδεύσεις β) Δευτερεύουσαι ὁδεύσεις	 $0{,}04\sqrt{\Sigma S} + 0{,}20$ $0{,}08\sqrt{\Sigma S} + 0{,}20$

Ἐὰν δὲν τὰ ὑπερβαίνῃ, τότε αἱ διαφοραὶ ω_x καὶ ω_y μοιράζονται εἰς τὰς ἀντιστοίχους συντεταγμένας τῶν ἐνδιαμέσων κορυφῶν, δηλαδὴ τὸ ω_x εἰς τὰς τετμημένας x καὶ τὸ ω_y εἰς τὰς τεταγμένας y. Τὸ μοίρασμα ὅμως δὲν γίνεται ἐξ ἴσου, ἀλλὰ ἀναλόγως πρὸς τὰ μήκη S τῶν πλευρῶν τῆς ὁδεύσεως, ἀπὸ τὰ ὁποῖα προέκυψαν αἱ συντεταγμέναι τῆς κάθε μιᾶς κορυφῆς. Π.χ. αἱ συντεταγμέναι τῆς κορυφῆς 3 προκύπτουν ἀπὸ τὸ μῆκος S_3. Συνεπῶς τὰ μερίδια, ποὺ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰς συντεταγμένας αὐτάς, θὰ εἶναι: $\frac{S_3 \cdot \omega_x}{\Sigma S}$ διὰ τὴν τετμημένην καὶ $\frac{\Sigma_3 \cdot \omega_y}{\Sigma S}$ διὰ τὴν τεταγμένην, ὅπου ΣS τὸ ἄθροισμα τῶν μηκῶν ὅλων τῶν πλευρῶν τῆς ὁδεύσεως ἀπὸ τῆς ἀρχῆς Α μέχρι τοῦ τέλους Ω. Ὀρθότερον ἀκόμη θὰ ἦτο ἡ διανομὴ τῶν διαφορῶν ω_x καὶ ω_y νὰ γίνῃ ἀναλόγως πρὸς τὰς προβολὰς τῶν μηκῶν S ἐπὶ τῶν ἀντιστοίχων ἀξόνων, δηλαδὴ ἀναλόγως τῶν Δx καὶ Δy ἀντιστοίχως.

Ἐὰν τὸ ὁλικὸν γραμμικὸν σφάλμα ὑπερβαίνῃ τὰ καθωρισμένα ὅρια, ἡ μέτρησις τῶν μηκῶν S πρέπει νὰ ἐπαναληφθῇ. Μὲ ἄλλους λόγους ὁλόκληρος ὁ ὑπολογισμὸς τῆς ὁδεύσεως πρέπει νὰ γίνῃ καθ' ὃν χρόνον διαρκοῦν αἱ ἐργασίαι ἐδάφους, ὥστε νὰ ὑπάρχῃ ἡ δυνατότης, ἂν παραστῇ ἀνάγκη, νὰ ἐπαναληφθοῦν αἱ μετρήσεις ὄχι μόνον τῶν γωνιῶν β, ἀλλὰ καὶ τῶν μηκῶν S.

Ἀριθμητικὴ ἐφαρμογή. (Διὰ τῶν φυσικῶν τριγωνομετρικῶν ἀριθμῶν).

Δίδονται:

$X_K = -\ 365{,}72$	$X_\Omega = +\ 1\,373{,}47$
$Y_K = +\ 2\,347{,}90$	$Y_\Omega = +\ 2\,276{,}45$
$X_A = +\ 412{,}92$	$X_\Lambda = +\ 2\,046{,}07$
$Y_A = +\ 2\,073{,}66$	$Y_\Lambda = +\ 3\,033{,}14.$

Ἀφ' ἑτέρου:

$S_A = 163{,}24$	$\beta_A = 149^g\ 13^c\ 20^{cc}$
$S_1 = 201{,}60$	$\beta_1 = 240^g\ 2^c\ 70^{cc}$
$S_2 = 181{,}81$	$\beta_2 = 158^g\ 66^c\ 80^{cc}$

$$S_3 = 223{,}90 \qquad \beta_3 = 227^g\, 21^c\, 40^{cc}$$
$$S_4 = 240{,}52 \qquad \beta_\Omega = 164^g\, 54^c\, 60^{cc}.$$

Ὑποθέτομε ὅτι ἡ ὅδευσις εἶναι πρωτεύουσα καὶ θέλομε νὰ κάνωμε τὸν ὑπολογισμὸν μὲ μεγάλην ἀκρίβειαν. Συντάσσομε καὶ πάλιν ἕνα πίνακα (Πίναξ 10), περίπου ὅμοιον μὲ τὸν πίνακα ὑπολογισμοῦ τῆς ἀνεξαρτήτου ἀνοικτῆς ὁδεύσεως, ἀλλὰ μὲ τὰς ἑξῆς διαφοράς :

1) Κοινὴ στήλη τῶν γωνιῶν β καὶ α δὲν εἶναι ἡ πρώτη, ἀλλὰ ἡ δευτέρα στήλη τοῦ πίνακος. Ἡ πρώτη στήλη περιέχει τὰς ἀρχικὰς τιμὰς τῶν γωνιῶν β, τὰς ὁποίας μεταφέρομε εἰς τὴν δευτέραν, ἀφοῦ κάνωμε τὰς σχετικὰς διορθώσεις.

2) Ἀντὶ τῶν δύο στηλῶν :

$$\left\{\begin{array}{l} \lambda o\gamma\,\eta\mu\alpha \\ \quad S \\ \lambda o\gamma\,\sigma\upsilon\nu\alpha \end{array}\right. \qquad \kappa\alpha\grave{\iota} \qquad \begin{array}{l} \lambda o\gamma\,S\,\eta\mu\alpha \\ \\ \lambda o\gamma\,S\,\sigma\upsilon\nu\alpha \end{array}$$

ἔχομε τώρα μίαν στήλην :

$$\left\{\begin{array}{l} \eta\mu\alpha \\ \sigma\upsilon\nu\alpha, \end{array}\right.$$

διότι ἐργαζόμεθα μὲ τοὺς φυσικοὺς τριγωνομετρικοὺς ἀριθμοὺς καὶ εὑρίσκομε τὰ γινόμενα $S\eta\mu\alpha$ καὶ $S\sigma\upsilon\nu\alpha$ ἀπ' εὐθείας. Φυσικά, ἐὰν ἐπρόκειτο νὰ ἐργασθοῦμε μὲ τοὺς λογαρίθμους, θὰ εἴχαμε καὶ πάλιν δύο στήλας, ὅπως εἰς τὴν προηγουμένην περίπτωσιν.

3) Εἰς τὰς δύο τελευταίας στήλας δὲν περιέχονται μόνον αἱ συντεταγμέναι τῶν κορυφῶν μὲ τὰς ἀντιστοίχους διαφορὰς Δx καὶ Δy, ἀλλὰ καὶ τὰ ἀντίστοιχα μερίδια τῶν διορθώσεων ω_x καὶ ω_y. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον αἱ συντεταγμέναι κάθε κορυφῆς προκύπτουν ἀπὸ τὴν ἄθροισιν τῶν τριῶν ἀλγεβρικῶν ἀριθμῶν τῆς προηγουμένης σειρᾶς.

Ἀφ' ἑτέρου ἡ σειρὰ τῶν ἐνεργειῶν, ποὺ κάνομε κατὰ τὴν σύνταξιν τοῦ πίνακος ὑπολογισμοῦ, εἶναι ἡ ἑξῆς :

α) Εὑρίσκομε τὰς γωνίας διευθύνσεως α_K καὶ α_Ω ἀπὸ τοὺς

ΠΙΝΑΞ 10

Πίναξ ὑπολογισμοῦ πλήρως ἐξηρτημένης ἀνοικτῆς ὀδεύσεως

	Μετρηθεῖσαι β Διόρθωσις	Διορθωθεῖσαι β Γωνίαι α	S	ημ α συν α	x Δx	y Δy
Κ		121β 55 80			− 365,72	+ 2 347,90
Α	149β 13 20	149 13 25		0,895 878	+ 412,92	+ 2 073,66
			163,24		+ 146,243	+ 72,528
	+ 5	70 69 05		0,444 300	+ 19	− 24
1	240 2 70	240 2 75		0,985 861	+ 559,182	+ 2 146,164
			201,60		+ 198,750	− 33,781
	+ 5	110 71 80		0,167 564	+ 24	− 29
2	158 66 80	158 66 85		0,886 590	+ 757,956	+ 2 112,354
			181,81		+ 161,191	+ 84,097
	+ 5	69 38 65		0,462 555 6	+ 22	− 27
3	227 21 40	227 21 45		0,998 575	+ 919,169	+ 2 196,424
			223,90		+ 223,581	+ 11,949
	+ 5	96 60 10		0,053 366	+ 27	− 33
4	185 11 10	185 11 15		0,959 024	+ 1 142,777	+ 2 208,340
			240,52		+ 230,664	+ 68,145
	+ 5	81 71 25		0,283 325	+ 29	− 35
Ω	164 54 60	164 54 65			+ 1 373,47	+ 2 276,45
	+ 5	46 25 90				
Λ					+ 2 046,07	+ 3 033,14

$$\varepsilon\varphi\alpha_K = \frac{X_A - X_K}{Y_A - Y_K} = -\frac{778,64}{274,24} = -2,839\,27$$

$\alpha_K = 121^g\ 55^c\ 80^{cc}$

$$\varepsilon\varphi\alpha_\Omega = \frac{X_\Lambda - X_\Omega}{Y_\Lambda - Y_\Omega} = +\frac{672,60}{756,69} = 0,888\,871$$

πρέπει : $\alpha_\Omega = 46^g\ 25^c\ 90^{cc}$
εἶναι : $\alpha_\Omega = 46^g\ 25^c\ 60^{cc}$

$\omega_\beta = +30^{cc} < 0,5'\sqrt{6} = 1,2'$

$\dfrac{\omega_\beta}{\nu+2} = +5^{cc}$

πρέπει : $X_\Omega = +1\,373,47$
εἶναι : $x_\Omega = +1\,373,349$
$\omega_x = 121$ mm
πρέπει : $Y_\Omega = +2\,276,45$
εἶναι : $y_\Omega = +2\,276,598$
$\omega_y = -148$ mm

$\omega_s = \sqrt{12^2 + 15^2} \simeq 19\text{ cm} < 0,005\sqrt{\Sigma S} + 0,5 = 0,005\sqrt{1\,011,07} + 0,05 = 21$ cm.

τύπους $\varepsilon\varphi\alpha_K = \frac{X_\Lambda - X_K}{Y_\Lambda - Y_K}$ καὶ $\varepsilon\varphi\alpha_\Omega - \frac{X_\Lambda - X_\Omega}{Y_\Lambda - Y_\Omega}$ (χρησιμοποιοῦμε τοὺς Πίνακας τῶν Φυσικῶν Τριγωνομετρικῶν Ἀριθμῶν).

β) Ὑπολογίζομε τὴν γωνίαν διευθύνσεως α_Ω ἀπὸ τὴν α_K καὶ ἀπὸ τὸ ἄθροισμα τῶν γωνιῶν β, ὅπως τὰς ἐμετρήσαμε ἐπάνω εἰς τὸ ἔδαφος $(\alpha_\Omega = \alpha_K + \sum\limits_{A}^{\Omega}\beta - 6 \times 200)$.

γ) Ἀναγράφομε εἰς τὸ κάτω μέρος τοῦ πίνακος ὑπολογισμοῦ τὰς δύο τιμὰς τῆς γωνίας α_Ω καὶ συγκεκριμένως ἀπέναντι τῆς λέξεως *πρέπει* τὴν τιμήν, ποὺ προκύπτει ἀπὸ τὸν τύπον $\varepsilon\varphi\alpha_\Omega = \frac{X_\Lambda - X_\Omega}{Y_\Lambda - Y_\Omega}$ καὶ ἀπέναντι τῆς λέξεως *εἶναι* τὴν τιμήν, ποὺ προκύπτει ἀπὸ τὸν τύπον $\alpha_\Omega = \alpha_K + \sum\limits_{A}^{\Omega}\beta - 6 \times 200$. Ἡ διαφορὰ ω_β μεταξὺ τῶν δύο τιμῶν εἶναι εἰς τὸ παράδειγμά μας 30^{cc}, δηλαδὴ κατὰ πολὺ μικροτέρα ἀπὸ τὸ ἀντίστοιχον ὅριον. Συνεπῶς τὸ μερίδιον τῆς κάθε μιᾶς γωνίας β εἶναι $\frac{30^{cc}}{6} = 5^{cc}$. Τὸ μερίδιον αὐτὸ ἀναγράφεται εἰς τὴν πρώτην στήλην κάτω ἀπὸ τὰς ἀρχικὰς τιμὰς τῶν γωνιῶν β.

4) Μεταφέρομε τὰς διωρθωμένας γωνίας β εἰς τὴν δευτέραν στήλην καὶ ἔχοντες ὡς βάσιν αὐτὰς εὑρίσκομε τὰς γωνίας διευθύνσεως α. Ἐὰν δὲν γίνουν λογιστικὰ λάθη, πρέπει ἡ τιμὴ τῆς γωνίας α_Ω, ποὺ θὰ προκύψῃ ἀπὸ τὴν διαδοχικὴν ἐφαρμογὴν τοῦ τύπου $\alpha_\nu = \alpha_{\nu-1} + \beta_\nu - 200$, νὰ ἰσοῦται μὲ $46^g\ 25^c\ 90^{cc}$.

5) Ἀπὸ τοὺς Πίνακας Φυσικῶν Τριγωνομετρικῶν Ἀριθμῶν εὑρίσκομε τὰ ἡμίτονα καὶ συνημίτονα τῶν γωνιῶν διευθύνσεως καὶ τὰ ἀναγράφομε εἰς τὴν τετάρτην στήλην. Κατόπιν πολλαπλασιάζομε κάθε μίαν πλευρὰν μὲ τὸ ἀπέναντι ἡμίτονον καὶ συνημίτονον καὶ τὸ μὲν γινόμενον $S\eta\mu\alpha = \Delta x$ γράφεται εἰς τὸ μέ-

σον τῆς σειρᾶς καὶ εἰς τὴν προτελευταίαν στήλην, τὸ δὲ γινόμενον Sσυνα $= \Delta y$ εἰς τὸ μέσον τῆς σειρᾶς καὶ εἰς τὴν τελευταίαν στήλην. Π.χ. τὸ Δx, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν κορυφὴν 3, δηλαδὴ ὁ ἀριθμὸς $+ 223{,}581$, εἶναι ἀποτέλεσμα τοῦ πολλαπλασιασμοῦ $223{,}90 \times 0{,}998\,575$, ἐνῶ τὸ Δy τῆς ἰδίας κορυφῆς, δηλαδὴ ὁ ἀριθμὸς $+11{,}949$, προκύπτει ἀπὸ τὸν πολλαπλασιασμὸν τοῦ $223{,}90$ ἐπὶ $0{,}053\,366$.

Προφανῶς οἱ πολλαπλασιασμοὶ αὐτοὶ πρέπει νὰ γίνωνται μὲ ἀριθμομηχανήν, διότι διαφορετικὰ καὶ πολὺν χρόνον χρειαζόμεθα καὶ δὲν εἴμεθα ἀπολύτως ἀσφαλεῖς διὰ τὴν ὀρθότητα τῶν πράξεων.

6) Ὑπολογίζομε τὴν τετμημένην x_Ω ὡς ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῆς τετμημένης X_A καὶ τῶν διαφορῶν Δx. Ὁμοίως ὑπολογίζομε τὴν τεταγμένην y_Ω ὡς ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῆς τεταγμένης Y_A καὶ τῶν διαφορῶν Δy. Μὲ βάσιν τὰ μεγέθη $\omega_x = X_\Omega - x_\Omega = +\,121$ mm καὶ $\omega_y = Y_\Omega - y_\Omega = -\,148$ mm ὑπολογίζομε τὸ ὁλικὸν γραμμικὸν σφάλμα ω_S καὶ βεβαιούμεθα ὅτι δὲν ὑπερβαίνει τὸ ἀντίστοιχον ὅριον. Ἐπακολουθεῖ ἡ κατανομὴ τῶν ω_x καὶ ω_y ἀναλόγως τοῦ μήκους τῶν πλευρῶν S καὶ ἡ ἐγγραφὴ τῶν μεριδίων εἰς τὰς ἀντιστοίχους στήλας. Τέλος εὑρίσκομε τὰς συντεταγμένας τῶν διαφόρων κορυφῶν διὰ διαδοχικῶν ἀθροίσεων. Π.χ. ἡ τετμημένη $x_3 = +\,919{,}169$ προκύπτει ἀπὸ τὴν ἄθροισιν τῆς τετμημένης $x_2 = +757{,}956$ τοῦ ἀντιστοίχου $\Delta x = +161{,}191$ καὶ τοῦ ἀντιστοίχου μεριδίου $\frac{\omega_x \cdot S_2}{\Sigma S} = +\,22$.

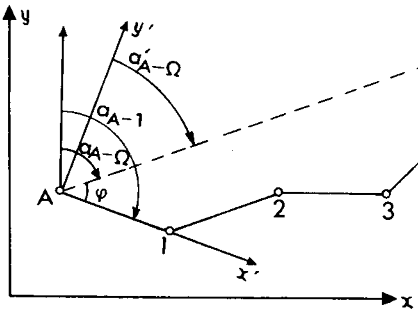
17·7 Ὑπολογισμὸς ἐξηρτημένης ἀνοικτῆς ὁδεύσεως.

Καθωρίσαμε ἤδη εἰς τὴν προηγουμένην παράγραφον ποία εἶναι ἡ διαφορὰ μεταξὺ μιᾶς ἐξηρτημένης καὶ μιᾶς *πλήρως* ἐξηρτημένης ἀνοικτῆς ὁδεύσεως. Τῆς ἐξηρτημένης γνωρίζομε μόνον τὰς συντεταγμένας τῶν ἄκρων Α καὶ Ω, ἐνῶ τῆς πλήρως ἐξηρτημένης γνωρίζομε ἐπὶ πλέον καὶ τὰς γωνίας προσανατολισμοῦ β_A καὶ β_Ω πρὸς δύο ἄλλα σημεῖα, τὰ Κ καὶ Λ, μὲ ἐπίσης γνωστὰς συντεταγμένας.

Ἂς ἔλθωμε τώρα εἰς τὸν ὑπολογισμὸν μιᾶς ἐξηρτημένης ἀνοικτῆς ὀδεύσεως. Ἡ προσπάθειά μας θὰ ἀποβλέπῃ εἰς τὸ νὰ ἐξαρτήσωμε τὴν ὄδευσιν, ποὺ θέλομε νὰ ὑπολογίσωμε, ἀπὸ τὸ σύστημα ἀξόνων ὡς πρὸς τὸ ὁποῖον μᾶς δίδονται αἱ συντεταγμέναι τῶν ἄκρων Α καὶ Ω, ὥστε νὰ ἔχωμε τὴν δυνατότητα νὰ ἐλέγξωμε τὴν ἀκρίβειαν τῶν μετρήσεων. Θὰ ἐλέγξωμε δηλαδὴ ἂν αἱ συντεταγμέναι x_Ω καὶ y_Ω, ποὺ θὰ προκύψουν ἀπὸ τὴν διαδοχικὴν ἐφαρμογὴν τοῦ πρώτου θεμελιώδους προβλήματος, συμπίπτουν μὲ τὰς γνωστὰς συντεταγμένας X_Ω καὶ Y_Ω.

Ἀπὸ τὸ σχῆμα 17·7 α προκύπτει ἡ ἰσότης:

$$\alpha_{A-1} = \alpha_{A-\Omega} + \varphi.$$



Σχ. 17·7 α.

Ἀπὸ τὰς δύο γωνίας τοῦ δευτέρου μέλους τῆς ἰσότητος ἡ $\alpha_{A-\Omega}$ εὑρίσκεται, ἐὰν ἐφαρμόσωμε τὸ πρῶτον θεμελιῶδες πρόβλημα διὰ τὰ σημεῖα Α καὶ Ω. Διὰ νὰ προσδιορίσωμε τώρα τὴν γωνίαν φ ὑπολογίζομε τὴν ὄδευσιν ὡς ἀνεξάρτητον μὲ ἄξονα x′ τὴν πλευρὰν Α — 1, καταλήγομε κατὰ τὰ γνωστὰ εἰς τὰς συντεταγμένας τοῦ ἄκρου Ω καὶ ἐφαρμόζοντες τὸ δεύτερον θεμελιῶδες πρόβλημα εὑρίσκομε τὴν γωνία διευθύνσεως $\alpha'_{A-\Omega}$ ὡς πρὸς τὸ σύστημα ἀξόνων τῆς ἀνεξαρτήτου ὁδεύσεως, δηλαδὴ ὡς πρὸς τὸ σύστημα x′ καὶ y′. Ἀπὸ τὴν $\alpha'_{A-\Omega}$ προκύπτει ἡ γωνία φ, ἀναλόγως τῆς θέσεως τοῦ σημείου Ω ὡς πρὸς τοὺς ἄξονας x′ καὶ y′. Π.χ. εἰς τὸ σχῆμα 17·7α ἡ φ εἶναι συμπληρωματικὴ τῆς $\alpha'_{A-\Omega}$. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον εὑρίσκεται ἡ γωνία διευθύνσεως α_{A-1}, δηλαδὴ γίνεται ἡ ἐξάρτησις τῆς ὁδεύσεως ἀπὸ τὸ σύστημα ἀξόνων x καὶ y.

Ἀκολουθεῖ ὁ κυρίως ὑπολογισμὸς τῆς ὁδεύσεως, ὁ ὁποῖος εἶναι ὅμοιος μὲ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς πλήρως ἐξηρτημένης ἀνοικτῆς ὁδεύσεως, καί, ὅταν φθάσωμε εἰς τὸ σημεῖον Ω, ἐλέγχομε ἐὰν αἱ συντεταγμέναι x_Ω καὶ y_Ω τοῦ ὑπολογισμοῦ συμπίπτουν ἀντιστοίχως μὲ τὰς γνωστὰς συντεταγμένας X_Ω καὶ Y_Ω. Εἰς τὴν πραγματικότητα ἐλέγχομε ἐὰν τὸ ὁλικὸν γραμμικὸν σφάλμα ω_s δὲν ὑπερβαίνῃ τὰ ὅρια τοῦ Πίνακος 9, ὅπως ἐκάναμε καὶ διὰ τὴν πλήρως ἐξηρτημένην ὅδευσιν. Ἐπακολουθεῖ ἡ κατανομὴ τῶν ω_x καὶ ω_y καὶ ἐν συνεχείᾳ ἡ διόρθωσις τῶν συντεταγμένων τῶν ἐνδιαμέσων κορυφῶν, ὅπως ἀκριβῶς ἔγινε καὶ κατὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς πλήρως ἐξηρτημένης ὁδεύσεως.

Ἀπὸ τὴν σύντομον αὐτὴν περιγραφὴν τοῦ ὑπολογισμοῦ ἀντιλαμβάνεται κανεὶς εὐκόλως ὡς πρὸς τί μειονεκτεῖ ἡ ἐξηρτημένη ἀνοικτὴ ὅδευσις ἐν συγκρίσει πρὸς τὴν πλήρως ἐξηρτημένην. Μειονεκτεῖ κατὰ τὸ ὅτι δὲν προσφέρει τὴν δυνατότητα ἐλέγχου καὶ διορθώσεως τῶν γωνιῶν β. Ἐνδέχεται συνεπῶς ἢ τὸ ὁλικὸν γραμμικὸν σφάλμα νὰ ὑπερβαίνῃ τὰ ἀντίστοιχα ὅρια ἤ, ἐὰν δὲν τὰ ὑπερβαίνῃ, ἡ διόρθωσις τῶν συντεταγμένων τῶν ἐνδιαμέσων κορυφῶν νὰ μὴ εἶναι ἀπολύτως αὐτὴ ποὺ πρέπει. Εἰς τὴν πρᾶξιν αἱ ἐξηρτημέναι ἀνοικταὶ ὁδεύσεις δὲν συναντῶνται συχνά, διότι, ὅταν γνωρίζωμε τὰς συντεταγμένας τῶν ἄκρων μιᾶς ὁδεύσεως, τὸ πιθανώτερον εἶναι νὰ γνωρίζωμε καὶ τὰς συντεταγμένας δύο ἄλλων σημείων, ὁπότε ἔχομε νὰ κάνωμε μὲ πλήρως ἐξηρτημένην ὅδευσιν.

Ἀριθμητικὴ ἐφαρμογή.

Δίδονται καὶ πάλιν τὰ ἴδια στοιχεῖα ὁδεύσεως, ποὺ εἶχαν δοθῇ εἰς τὴν ἀριθμητικὴν ἐφαρμογὴν τῆς ἀνεξαρτήτου ἀνοικτῆς ὁδεύσεως, δηλαδὴ τὰ ἴδια S καὶ β (παράγρ. 17·6).

Ἐπὶ πλέον δίδονται:

$$X_A = +\ 676{,}64 \qquad X_\Omega = +1\,472{,}71$$
$$Y_A = +1\,212{,}60 \qquad Y_\Omega = +\ 621{,}59.$$

Σχεδιάζομε τὸ σύστημα τῶν ὀρθογωνίων ἀξόνων x καὶ y καὶ ὁρίζομε προχείρως τὰς θέσεις τῶν σημείων Α καὶ Ω μὲ βάσιν τὰς δοθείσας συντεταγμένας τῶν δύο σημείων.

Κατόπιν συντάσσομε ἕνα πρῶτον πίνακα ὑπολογισμοῦ, ὡσὰν ἡ δοθεῖσα ὅδευσις νὰ ἦτο ἀνεξάρτητος, καὶ μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ πίνακος αὐτοῦ προσδιορίζομε τὰς συντεταγμένας x'_Ω καὶ y'_Ω (ὑπενθυμίζομε ὅτι ἡ τομὴ τῶν ἀξόνων x′ καὶ y′ συμπίπτει μὲ τὸ ἄκρον Α τῆς ὁδεύσεως καὶ ὁ ἄξων x′ μὲ τὴν πλευρὰν Α — 1).

Διὰ τὸ παράδειγμά μας ὁ πίναξ αὐτὸς δὲν εἶναι ἄλλος ἀπὸ τὸν Πίνακα 7. Συνεπῶς καὶ αἱ ἀντίστοιχοι συντεταγμέναι τῶν ἄκρων Α καὶ Ω τῆς ὁδεύσεως θὰ εἶναι:

$$x'_A = 0 \qquad x'_\Omega = +\ 966{,}77$$
$$y'_A = 0 \qquad y'_\Omega = -\ 219{,}68.$$

Μὲ βάσιν τὰς συντεταγμένας αὐτὰς σχεδιάζομε ἐπίσης προχείρως καὶ τοὺς ἄξονας x′ καὶ y′. Ἀπὸ τὸ σχῆμα 17·7β προκύπτει:

$$\alpha_{A-1} = \alpha_{A-\Omega} - \varphi.$$

Ἀλλὰ $$\varphi = \alpha'_{A-\Omega} - 90^0.$$

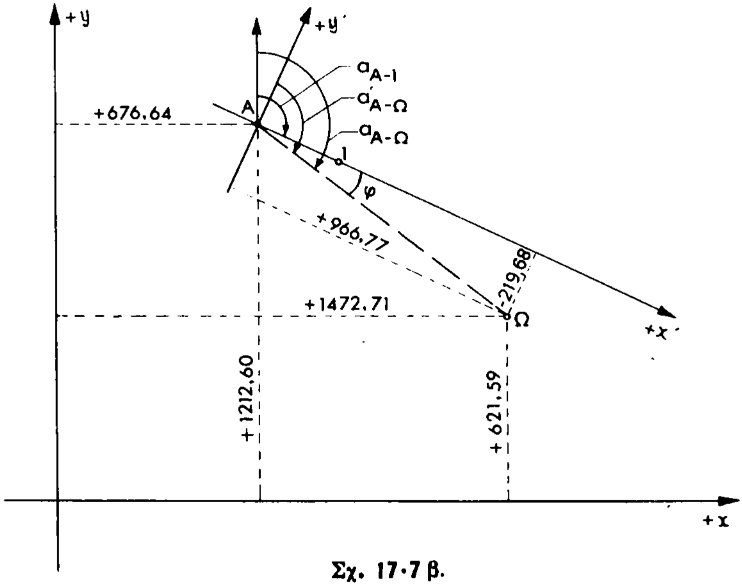
Συνεπῶς: $$\alpha_{A-1} = \alpha_{A-\Omega} - \alpha'_{A-\Omega} + 90^0. \qquad (1)$$

Ἡ γωνία διευθύνσεως $\alpha_{A-\Omega}$ εὑρίσκεται, ἐὰν ἐφαρμόσωμε τὸ δεύτερον θεμελιῶδες πρόβλημα ὡς πρὸς τὸ σύστημα τῶν ἀξόνων x καὶ y. Ἔχομε δηλαδή:

$$\varepsilon\varphi\alpha_{A-\Omega}=\frac{X_\Omega-X_A}{Y_\Omega-Y_A}=\frac{+1\,472{,}71-676{,}64}{+621{,}59-1\,212{,}60}=\frac{766{,}07}{-591{,}01}=-1{,}347$$

καὶ

$$\alpha_{A-\Omega}=126^0\ 35'\ 23''.$$



Σχ. 17·7 β.

Ἀφ' ἑτέρου ἡ γωνία $\alpha'_{A-\Omega}$ εὑρίσκεται, ἐὰν ἐφαρμόσωμε τὸ δεύτερον θεμελιῶδες πρόβλημα ὡς πρὸς τὸ σύστημα τῶν ἀξόνων x′ καὶ y′.

Ἄρα

$$\varepsilon\varphi\alpha_{A-\Omega}=\frac{+966{,}77-0}{-219{,}68-0}=-4{,}400\,8$$

$$\text{καὶ}\ \alpha'_{A-\Omega}=102^0\,49'7''.$$

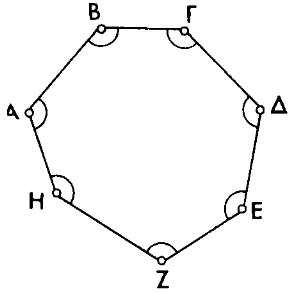
Ἂν ἀντικαταστήσωμε τὰς τιμὰς τῶν γωνιῶν $\alpha_{A-\Omega}$ καὶ $\alpha'_{A-\Omega}$ εἰς τὴν σχέσιν (1), θὰ προκύψῃ τελικῶς ἡ γωνία διευθύνσεως α_{A-1}:

$$\alpha_{A-1}=126^0\,35'23''-102^0\,49'7''+90^0=113^0\,46'16''.$$

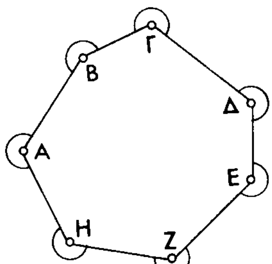
Τέλος συντάσσομε ἕνα δεύτερον πίνακα ὅμοιον ἀπολύτως μὲ τὸν πίνακα ὑπολογισμοῦ τῆς πλήρως ἐξηρτημένης κλειστῆς ὁδεύσεως (Πίναξ 10), μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι δὲν κάνομε — διότι δὲν εἴμεθα εἰς θέσιν νὰ κάνωμε — ἔλεγχον καὶ διόρθωσιν τῶν γωνιῶν β.

17·8 Ὑπολογισμὸς ἀνεξαρτήτου κλειστῆς ὁδεύσεως.

Ἐκτὸς ἀπὸ τὰς ἐξηρτημένας καὶ τὰς πλήρως ἐξηρτημένας ἀνοικτὰς ὁδεύσεις καὶ αἱ ἀνεξάρτητοι κλεισταὶ ὁδεύσεις, παρ' ὅλον ποὺ δὲν ἐξαρτῶνται ἀπὸ σημεῖα γνωστῶν συντεταγμένων, παρέχουν τὴν δυνατότητα ἐλέγχου τῆς ἀκριβείας τῶν μετρήσεων καὶ μάλιστα διπλοῦ ἐλέγχου, ὅπως συμβαίνει μόνον μὲ τὰς πλήρως ἐξηρτημένας ἀνοικτὰς ὁδεύσεις. Ἂς ἐξετάσωμε κατὰ πρῶτον πῶς γίνεται ὁ ἔλεγχος καὶ ἡ ἀντίστοιχος διόρθωσις τῶν γωνιῶν β εἰς τὰς ὁδεύσεις τοῦ εἴδους αὐτοῦ. Γνωρίζομε ἀπὸ τὴν Γεωμετρίαν ὅτι αἱ γωνίαι ἑνὸς πολυγώνου ἔχουν ἄθροισμα ἴσον πρὸς κάποιο πολλαπλάσιον τῆς ὀρθῆς γωνίας. Συγκεκριμένως, ἐὰν ν εἶναι ὁ ἀριθμὸς τῶν πλευρῶν τοῦ πολυγώνου, τὸ πολλαπλάσιον αὐτὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἰσοῦται πρὸς $2(\nu-2)$, ἐὰν πρόκειται διὰ τὰς ἐσωτερικὰς γωνίας (σχ. 17·8 α) καὶ πρὸς $2(\nu+2)$, ἐὰν



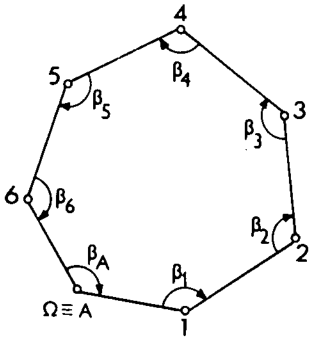
Σχ. 17·8 α.



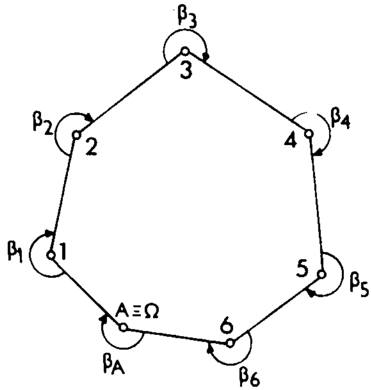
Σχ. 17·8 β.

πρόκειται διὰ τὰς ἐξωτερικὰς (σχ. 17·8 β). Συμφώνως πρὸς τὸν τύπον αὐτὸν τὸ ἄθροισμα τῶν ἐσωτερικῶν γωνιῶν ἑνὸς πενταγώνου θὰ εἶναι ἴσον πρὸς $2(5-2)=6$ ὀρθάς, ἐνῶ τὸ ἄθροισμα τῶν ἐξωτερικῶν γωνιῶν του θὰ ἰσοῦται πρὸς $2(5+2)=14$ ὀρθάς.

Παρατηροῦμε ὅμως ὅτι μία κλειστὴ ὅδευσις δὲν εἶναι παρὰ ἕνα πολύγωνον καὶ αἱ γωνίαι β τῆς κλειστῆς ὁδεύσεως ἀντιστοιχοῦν πρὸς τὰς ἐσωτερικὰς ἢ ἐξωτερικὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου ἀναλόγως τῆς φορᾶς ὁδεύσεως (σχ. 17·8γ καὶ 17·8δ). Συνε-



Σχ. 17·8γ.



Σχ. 17·8δ.

πῶς τὸ ἄθροισμα τῶν γωνιῶν β μιᾶς κλειστῆς ὁδεύσεως μὲ ν πλευρὰς θὰ πρέπει νὰ ἰσοῦται πρὸς $2(\nu-2)$ ὀρθὰς εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ σχήματος 17·8γ καὶ πρὸς $2(\nu+2)$ ὀρθὰς εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ σχήματος 17·8δ.

Φυσικὰ μεταξὺ τῶν γωνιῶν β περιλαμβάνεται καὶ ἡ γωνία β_A, ποὺ σχηματίζεται μεταξὺ τῆς πρώτης καὶ τῆς τελευταίας πλευρᾶς τῆς κλειστῆς ὁδεύσεως.

Μὲ βάσιν τὴν παρατήρησιν αὐτὴν προβαίνομε εἰς τὸν πρῶτον ἔλεγχον τοῦ ὑπολογισμοῦ τῆς ὁδεύσεως, δηλαδὴ ἀθροίζομε τὰς γωνίας β καὶ βλέπομε ἐὰν τὸ ἄθροισμά των ἰσοῦται πρὸς τὸ ἀντίστοιχον πολλαπλάσιον τῆς ὀρθῆς γωνίας. Ἡ διαφορὰ μεταξὺ τοῦ ἀθροίσματος καὶ τοῦ ἀντιστοίχου πολλαπλασίου εἶναι τὸ ὁλικὸν γωνιῶδες σφάλμα ω_β τῆς κλειστῆς ὁδεύσεως. Τὸ ω_β ἐλέγχεται καὶ μοιράζεται ἐξ ἴσου μεταξὺ τῶν γωνιῶν β, ὅπως καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς πλήρως ἐξηρτημένης ἀνοικτῆς ὁδεύσεως. Μετὰ τὴν διόρθωσιν τῶν γωνιῶν β ἐκλέγεται ὡς ἄξων x ἡ πρώτη πλευρὰ Α — 1 τῆς ὁδεύσεως καὶ ἀκολουθεῖ ὁ ὑπολογισμὸς τόσον τῶν γωνιῶν διευθύνσεων α, ὅσον καὶ τῶν ὀρθογωνίων συντεταγμένων τῶν κορυφῶν, ὅπως ἀκριβῶς εἰς τὴν περίπτωσιν ἀνοικτῆς ἀνεξαρτήτου ὁδεύσεως. Ὁ δεύτερος ἔλεγχος ἀκριβείας τῶν μετρήσεων συνίσταται εἰς τὸ γεγονὸς ὅτι αἱ συντεταγμέναι τοῦ τέλους Ω τῆς ὁδεύσεως πρέπει νὰ συμπίπτουν μὲ τὰς συντεταγμένας τῆς ἀρχῆς Α. Ἀλλὰ αἱ συντεταγμέναι τοῦ τέλους οἱασδήποτε ὁδεύσεως δίδονται ἀπὸ τὰς σχέσεις:

$$x_\Omega = x_A + \Sigma\Delta x$$

$$\text{καὶ } y_\Omega = y_A + \Sigma\Delta y, \qquad (2)$$

ὅπου $\Sigma\Delta x$ καὶ $\Sigma\Delta y$ εἶναι τὰ ἀθροίσματα τῶν διαφορῶν Δx καὶ Δy, ποὺ εὑρίσκομε κατὰ τὴν πορείαν τοῦ ὑπολογισμοῦ. Ἄρα εἰς τὰς κλειστὰς ὁδεύσεις, ὅπου $x_\Omega = x_A$ καὶ $y_\Omega = y_A$, αἱ σχέσεις (1) καὶ (2) γίνονται:

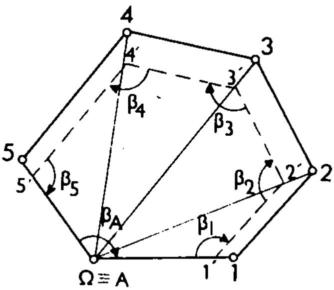
$$\Sigma\Delta x = 0 \qquad (3)$$

$$\text{καὶ } \Sigma\Delta y = 0. \qquad (4)$$

Ἀθροίζομε λοιπὸν ὅλα τὰ Δx καὶ Δy, ποὺ ἔχομε ἐγγράψει εἰς τὸν σχετικὸν πίνακα ὑπολογισμοῦ, προτοῦ ἀρχίσωμε τὸν διαδοχικὸν ὑπολογισμὸν τῶν συντεταγμένων, ὁπότε τὰ ἀντίστοιχα ἀθροίσματα θὰ εἶναι τὰ γνωστά μας μεγέθη ω_x καὶ ω_y.

Τὸ $\omega_S = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}$ εἶναι ἀφ' ἑτέρου τὸ ὁλικὸν γραμμικὸν σφάλμα τῆς ὁδεύσεως καὶ ἐλέγχεται, ὡσὰν νὰ ἐπρόκειτο περὶ ἐξηρτημένης ἀνοικτῆς ὁδεύσεως. Καθ' ὅμοιον τρόπον γίνεται καὶ ἡ κατανομὴ τῶν ω_y καὶ ω_x εἰς τὰς ἐνδιαμέσους κορυφάς. Τέλος ὑπολογίζομε τὰς συντεταγμένας τῶν κορυφῶν, ὅπως καὶ εἰς τὰς ἐξηρτημένας ἀνοικτὰς ὁδεύσεις.

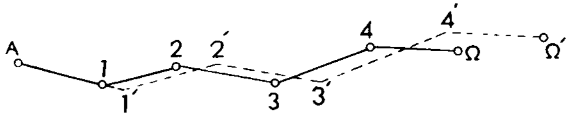
Ἐκ πρώτης ὄψεως φαίνεται ὅτι ἡ ἀνεξάρτητος κλειστὴ ὅδευσις ἔχει τὰ ἴδια πλεονεκτήματα μὲ τὴν πλήρως ἐξηρτημένην ἀνοικτὴν ὅδευσιν, διότι, ὅπως καὶ ἐκείνη, παρέχει τὴν δυνατότητα διπλοῦ ἐλέγχου. Αὐτὸ ὅμως δὲν εἶναι ἀληθές. Ὁ διπλοῦς ἔλεγχος τῆς κλειστῆς ὁδεύσεως δὲν μᾶς ἐξασφαλίζει ἀπὸ τὰ συστηματικὰ σφάλματα μετρήσεως τῶν πλευρῶν. Ἐὰν π.χ. ἡ μετροταινία μας ἔχῃ μῆκος 19,70 m ἀντὶ 20,00 m καὶ δὲν τὸ ἔχωμε ἀντιληφθῆ κατὰ τὴν ἐργασίαν ἐδάφους, ὁ διπλοῦς ἔλεγχος ἐνδέχεται νὰ μᾶς δώσῃ θετικὰ ἀποτελέσματα παρὰ τὴν ἐσφαλμένην μέτρησιν τῶν πλευρῶν. Αὐτὸ ἐξηγεῖται ἀπὸ τὸ γεγονὸς ὅτι τὸ πολύγωνον $A - 1' - 2' - 3' - 4' - 5' - \Omega$, ποὺ θὰ ἔχωμε ἀποτυπώσει ἀντὶ τοῦ πραγματικοῦ πολυγώνου $\alpha - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - \Omega$, θὰ εἶναι ὅμοιον πρὸς τὸ πραγματικόν. Κατὰ συνέπειαν τίποτε δὲν ἐμποδίζει ἀφ' ἑνὸς μὲν τὰς γωνίας β νὰ ἐπαληθεύουν τὴν σχέσιν $\Sigma\beta = 2(\nu \pm 2)$, ἀφ' ἑτέρου δὲ τὰς συντεταγμένας τοῦ σημείου Ω νὰ συμπίπτουν μὲ τὰς συντεταγμένας τοῦ σημείου A (σχ. 17·8 ε).



Σχ. 17·8 ε.

Ἀντιθέτως ἕνα τέτοιο συστηματικὸν σφάλμα θὰ ἐγίνετο εὐκολώτατα ἀντιληπτὸν εἰς τὰς ἐξηρτημένας ἀνοικτὰς ὁδεύσεις, διότι ἀντὶ τοῦ σημείου Ω θὰ προέκυπτε τὸ σημεῖον Ω' (σχ. 17·8.ζ), πρᾶγμα ποὺ θὰ ἐσήμαινε ὅτι τὸ ὁλικὸν γραμμικὸν σφάλμα τῆς ὁδεύσεως θὰ ὑπερέβαινε κατὰ πολὺ τὸ ἀντίστοιχον ὅριον.

Εὐκόλως μάλιστα παρατηρεῖ κανεὶς ὅτι ὅσον πιὸ τεταμένη εἶναι ἡ ὅδευσις, δηλαδὴ ὅσον περισσότερον προσεγγίζει τὴν εὐθεῖαν γραμμήν, τόσον ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τῶν σημείων Ω′ καὶ Ω γίνεται μεγαλυτέρα. Συνεπῶς ἔχομε μεγαλυτέραν δυνατότητα νὰ διαπιστώσωμε συστηματικὰ σφάλματα κατὰ τὴν μέτρησιν τῶν μηκῶν. Δι' αὐτὸ ἀκριβῶς ἐπιδιώκομε νὰ ἐφαρμόζωμε τεταμένας ἀνοικτὰς ὁδεύσεις, δηλαδὴ ὁδεύσεις μὲ γωνίας β, ποὺ ἰσοῦνται περίπου πρὸς δύο ὀρθάς.



Σχ. 17·8 ζ.

Καὶ τῆς κλειστῆς ἀνεξαρτήτου ὁδεύσεως εἶναι δυνατὸς ὁ προσανατολισμὸς ὡς πρὸς τὸν βορρᾶν, ἐὰν μετρήσωμε τὸ ἀζιμούθιον μιᾶς ἀπὸ τὰς πλευρὰς τῆς ὁδεύσεως.

Ἀριθμητικὴ ἐφαρμογή. (Διὰ τῶν λογαρίθμων).

Δίδονται:	$S_A = 207{,}20$	$\beta_A = \beta_\Omega = 116^0\ 00'\ 00''$
	$S_1 = 205{,}21$	$\beta_1 = 151^0\ 12'\ 20''$
	$S_2 = 243{,}45$	$\beta_2 = 111^0\ 53'\ 00''$
	$S_3 = 218{,}70$	$\beta_3 = 128^0\ 25'\ 40''$
	$S_4 = 240{,}31$	$\beta_4 = 121^0\ 49'\ 20''$
	$S_5 = 145{,}92$	$\beta_5 = 139^0\ 5'\ 20''$
	$S_6 = 234{,}72$	$\beta_6 = 131^0\ 32'\ 40''$.

Ὁ πίναξ ὑπολογισμοῦ, ποὺ πρόκειται νὰ συντάξωμε, εἶναι ἀπολύτως ὅμοιος πρὸς τὸν πίνακα ὑπολογισμοῦ τῆς πλήρως ἐξηρτημένης ἀνοικτῆς ὁδεύσεως. Ἡ μόνη διαφορὰ μεταξὺ τῶν πινάκων τῶν δύο ἀριθμητικῶν παραδειγμάτων συνίσταται εἰς τὸ ὅτι ἀντὶ

$$\text{τῆς στήλης} \left\{ \begin{array}{l} \text{ημα} \\ \text{συνα} \end{array} \right. \text{ἔχομε τὰς στήλας} \left\{ \begin{array}{l} \text{λογημα} \\ \text{λογS} \\ \text{λογσυνα} \end{array} \right. \text{καὶ} \left\{ \begin{array}{l} \text{λογSημα} \\ \text{λογSσυνα,} \end{array} \right.$$

Π Ι Ν Α Ξ 11

Πίναξ ὑπολογισμοῦ ἀνεξαρτήτου κλειστῆς ὁδεύσεως.

Κο-ρυ φαὶ	Μετρηθεῖσαι β Διόρθωσις	Διορθωθεῖσαι β Γωνίαι α	S	λογημα λογS λογσυνα	λογS ημα λογS συνα		x Δx		y Δy
A		90° 00′ 00″	207,20	0,000 00 2,316 39 ∞	2,316 39 ∞	—	0,00 207,20 1		0,00 0,00
1	151° 12′ 20″ + 14″	151° 12′ 34″ 61° 12′ 34″	205,21	$\bar{1}$,942 70 2,312 20 $\bar{1}$,682 70	2,254 90 1,994 90	+ + —	207,19 178,85 1	+	0,00 98,84
2	111° 53′ 00″ + 14″	111° 53′ 14″ 353° 5′ 48″	243,45	$\bar{1}$,079 89 2,386 41 $\bar{1}$,996 84	1,466 30 2,383 25	+ — —	386,03 29,26 2	+ + +	98,84 241,68 1
3	128° 25′ 40″ + 14″	128° 25′ 54″ 301° 31′ 42″	218,70	$\bar{1}$,930 64 2,339 85 $\bar{1}$,718 44	2,270 49 2,058 29	+ — —	356,75 186,42 1	+ + +	340,53 114,36 1
4	121° 49′ 20″ + 14″	121° 49′ 34″ 243° 21′ 16″	240,31	$\bar{1}$,952 24 2,386 16 $\bar{1}$,651 74	2,337 40 2,037 80	+ — —	170,32 217,47 2	+ — +	454,90 109,10 1
5	139° 5′ 20″ + 14″	139° 5′ 34″ 202° 26′ 50″	145,92	$\bar{1}$,581 87 2,164 12 $\bar{1}$,965 78	1,745 99 2,129 90	— — —	47,17 55,71 1	+ —	345,81 134,87
6	131° 32′ 40″ + 14″	131° 32′ 54″ 153° 59′ 44″	234,72	$\bar{1}$,641 91 2,370 53 $\bar{1}$,953 64	2,012 44 2,324 17	— + —	102,89 102,91 2	+ — +	210,94 210,95 1
Ω	116° 00′ 00″ + 14″	116° 00′ 14″ 90° 00′ 00″					0,00		0,00

πρέπει : $\Sigma\beta = 180^\circ(\nu - 2) = 900^\circ\ 00'\ 00''$ πρέπει : $\Sigma\Delta x = 0,00$ $\Sigma\Delta y = 0,00$

εἶναι : $\Sigma\beta = 899^\circ 58'\ 20''$ εἶναι : $\Sigma\Delta x = +\ 0,10$ $\Sigma\Delta y = -\ 0,04$

$\omega_\beta = +\ 1'\ 40'' < 1,5'\sqrt{7} = 4'$

$\frac{\omega_\beta}{\nu} = \frac{100''}{7} = +\ 14''$ $\omega_s = \sqrt{0,01 + 0,0016} = 0,11 < 0,01\sqrt{1495,51} + 0,10 = 0,48$

διότι τὰ γινόμενα Sημα καὶ Sσυνα δὲν ὑπολογίζονται ἀπ' εὐθείας, ἀλλὰ διὰ τῶν λογαρίθμων. Ὡς πρὸς αὐτὸ τὸ σημεῖον ὁ Πίναξ 11 ὁμοιάζει πρὸς τὸν πίνακα ὑπολογισμοῦ τῆς ἀνεξαρτήτου ἀνοικτῆς ὁδεύσεως, ὅπου καὶ πάλιν εἴχαμε ἐργασθῆ μὲ τοὺς λογαρίθμους.

Ὅσον ἀφορᾶ εἰς τὴν σειρὰν τῶν ὑπολογισμῶν μας διὰ τὴν σύνταξιν τοῦ πίνακος εἶναι ἡ ἑξῆς:

1) Ὑπολογίζομε τὸ ἄθροισμα τῶν γωνιῶν β τῆς ὁδεύσεως καὶ τὸ ἀναγράφομε εἰς τὸ κάτω μέρος τοῦ πίνακος ἀπέναντι τῆς λέξεως *εἶναι*. Ἀφ' ἑτέρου ἀναγράφομε ἀπέναντι τῆς λέξεως *πρέπει* τὸ ἀντίστοιχον πολλαπλάσιον $180^0\,(\nu-2)$.

2) Γίνεται ὁ ἔλεγχος τῆς διαφορᾶς ω_β βάσει τοῦ πίνακος, ἀφοῦ χαρακτηρισθῇ ἡ ὅδευσις ὡς δευτερεύουσα μετρίας ἀκριβείας, καὶ ἀκολουθεῖ ἡ κατανομὴ τοῦ ω_β ἐξ ἴσου μεταξὺ τῶν γωνιῶν β.

3) Γράφομε τὰς διορθωθείσας τιμὰς τῶν γωνιῶν β εἰς τὴν δευτέραν στήλην καὶ ὑπολογίζομε τὰς γωνίας διευθύνσεως.

Ἔπειτα γίνεται ὁ ὑπολογισμὸς τῶν Δx καὶ Δy, ὅπως ἀκριβῶς καὶ εἰς τὸ ἀριθμητικὸν παράδειγμα τῆς ἀνεξαρτήτου ἀνοικτῆς ὁδεύσεως.

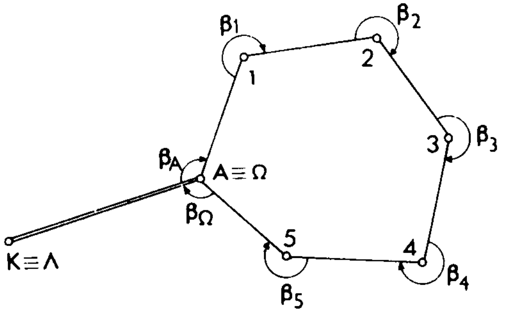
4) Ἀθροίζομε τὰ Δx καὶ Δy καὶ ἀναγράφομε τὰ ἀντίστοιχα ἀθροίσματα $\Sigma\Delta x = \omega_x$ καὶ $\Sigma\Delta y = \omega_y$ εἰς τὸ κάτω μέρος τοῦ πίνακος ὑπολογισμοῦ καὶ πρὸς τὰ δεξιά, ἀπέναντι τῆς λέξεως *εἶναι*. Ἀφ' ἑτέρου ἀπέναντι τῆς λέξεως *πρέπει* ἀναγράφομε τὴν τιμήν, ποὺ ἔπρεπε νὰ ἔχουν τὰ ἀθροίσματα αὐτά, δηλαδὴ τὴν τιμὴν 0. Κατόπιν ἐλέγχομε τὸ ω_s βάσει τοῦ Πίνακος 9 καὶ κατανέμομε τὰ ω_x καὶ ω_y ἀναλόγως τῶν μηκῶν S. Ἐδῶ διὰ λόγους ἁπλουστεύσεως τὰ μερίδια $\frac{S \cdot \omega x}{\Sigma S}$ καὶ $\frac{S \cdot \omega y}{\Sigma S}$ ἔχουν στρογγυλευθῆ εἰς ἑκατοστὰ τοῦ μέτρου.

5) Ἀκολουθεῖ ὁ ὑπολογισμὸς τῶν συντεταγμένων, ὅπως εἰς τὸ παράδειγμα τῆς πλήρως ἐξηρτημένης ἀνοικτῆς ὁδεύσεως. Αἱ

συντεταγμέναι τοῦ τέλους Ω πρέπει νὰ προκύπτουν ἴσαι μὲ 0.

17·9 Ὑπολογισμὸς ἐξηρτημένης κλειστῆς ὁδεύσεως.

Ἐξηρτημένη λέγεται μία κλειστὴ ὅδευσις, ὅταν γνωρίζωμε ὡς πρὸς κάποιο σύστημα ἀναφορᾶς τὰς συντεταγμένας τῆς κορυφῆς της $A \equiv \Omega$, καθὼς καὶ τὰς συντεταγμένας ἑνὸς ἄλλου σημείου. Τὸ σημεῖον αὐτὸ διὰ μὲν τὴν ἀρχὴν τῆς ὁδεύσεως A παίζει τὸν ρόλον τοῦ σημείου K τῆς πλήρως ἐξηρτημένης ἀνοικτῆς ὁδεύσεως, διὰ δὲ τὸ τέλος τῆς ὁδεύσεως Ω τὸν ρόλον τοῦ σημείου Λ. Τὸ ὀνομάζομε λοιπὸν $K \equiv \Lambda$ (σχ. 17·9α).



Σχ. 17·9 α.

Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ὁ ὑπολογισμός, ποὺ ἔχομε νὰ κάνωμε, δὲν διαφέρει σχεδὸν καθόλου ἀπὸ τὸν ὑπολογισμὸν μιᾶς πλήρως ἐξηρτημένης ἀνοικτῆς ὁδεύσεως. Μία μόνον διαφορὰ ὑπάρχει καὶ αὐτὴ ἀναφέρεται εἰς τὸν τρόπον ὑπολογισμοῦ τοῦ ὁλικοῦ γωνιώδους σφάλματος ω_β, ποὺ γίνεται εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτήν, ὅπως καὶ εἰς τὴν ἀνεξάρτητον κλειστὴν ὅδευσιν, δηλαδὴ βάσει τοῦ ἀθροίσματος τῶν γωνιῶν πολυγώνου. Συγκεκριμένως διὰ τὴν ὅδευσιν τοῦ σχήματος 17·9α ἔχομε:

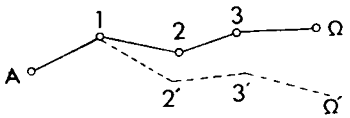
$$\beta_A = \beta_1 + \beta_2 \ldots + \beta_5 + \beta_\Omega = 2(\nu + 2) \text{ ὀρθαί.}$$

Ἀκολουθεῖ ἡ κατανομὴ τοῦ ω_β εἰς τὰς γωνίας β τῆς ὁδεύσεως καὶ κατόπιν συνεχίζεται ὁ ὑπολογισμὸς τῆς ὁδεύσεως, ὅπως ἀκριβῶς ὁ ὑπολογισμὸς τῆς πλήρως ἐξηρτημένης ἀνοικτῆς ὁδεύσεως.

Αὐτό, ποὺ ἐπιτυγχάνομε μὲ τὴν ἐξηρτημένην κλειστὴν ὅδευσιν, εἶναι ὅτι συσχετίζομε τὴν κλειστὴν ὅδευσιν ὡς πρὸς τὸ σύστημα τῶν ὀρθογωνίων ἀξόνων, ποὺ θέλομε. Ὅσον ἀφορᾷ εἰς τὴν δυνατότητα ἐλέγχου καὶ διορθώσεως τῶν μετρήσεων δὲν ὑπάρχει καμμία διαφορὰ ἀπὸ τὴν ἀνεξάρτητον κλειστὴν ὅδευσιν. Τέλος εἰς τὰς κλειστὰς ὁδεύσεις δὲν ἔχει νόημα ἡ διάκρισις μεταξὺ ἐξηρτημένης καὶ πλήρως ἐξηρτημένης ὁδεύσεως.

17·10 Μέτρησις πολυγωνικῶν ὁδεύσεων.

Διὰ νὰ ὑπολογίσωμε μίαν ὅδευσιν πρέπει προηγουμένως νὰ ἔχωμε μετρήσει τὰ στοιχεῖα τῆς ὁδεύσεως, δηλαδὴ τὰ μήκη τῶν πλευρῶν της καὶ τὰς γωνίας, ποὺ σχηματίζουν αἱ πλευραὶ μεταξύ των. Ἀφ' ἑτέρου, διὰ νὰ μετρήσωμε τὰ στοιχεῖα μιᾶς ὁδεύσεως, πρέπει νὰ ἔχῃ προηγηθῆ ἡ ἐκλογὴ καὶ ἡ ἐγκατάστασις τῶν κορυφῶν τῆς ὁδεύσεως ἐπὶ τοῦ ἐδάφους. Ἡ ἐκλογὴ αὐτὴ γίνεται μὲ τὰ ἑξῆς κριτήρια:



Σχ. 17·10 α.

1) Τὰ μήκη τῶν πλευρῶν πρέπει νὰ εἶναι ὅσον τὸ δυνατὸν μεγάλα, ἀλλὰ νὰ μὴ ὑπερβαίνουν καὶ τὰ 250 ἕως 300 m, διότι πέραν αὐτοῦ τοῦ ὁρίου τὸ τηλεσκόπιον τοῦ θεοδολίχου δὲν παρέχει ἀρκετὰ εὐκρινῆ εἴδωλα. Τὰ μεγάλα μήκη ἔχουν ὡς συνέπειαν νὰ ἐλαττώνουν τὴν λεγομένην *ἐγκαρσίαν μετατόπισιν* τοῦ τελικοῦ σημείου Ω. Ἡ μετατόπισις αὐτὴ ὀφείλεται εἰς τὰ σφάλματα μετρήσεως τῶν γωνιῶν β (σχ. 17·10α). Εἶναι φανερὸν λοιπὸν ὅτι ὅσον αὐξάνομε τὸ μῆκος τῶν πλευρῶν τῆς ὁδεύσεως, τόσον ἐλατ-

τοῦται ὁ ἀριθμὸς τῶν κορυφῶν της καὶ συνεπῶς μειώνεται ἡ ἐγκαρσία μετατόπισις.

2) Ἡ ὅδευσις πρέπει νὰ ἔχῃ τεταμένην μορφήν, δηλαδὴ αἱ γωνίαι β νὰ μὴ διαφέρουν πολὺ ἀπὸ δύο ὀρθάς. Ἡ τεταμένη μορφὴ τῆς ὁδεύσεως ἔχει ὡς συνέπειαν νὰ μειώνῃ καὶ τὴν ἐγκαρσίαν καὶ τὴν *κατὰ μῆκος μετατόπισιν* τοῦ σημείου Ω. (Ἡ κατὰ μῆκος μετατόπισις ὀφείλεται εἰς τὰ σφάλματα μετρήσεως τῶν μηκῶν). Μὲ ἄλλους λόγους αἱ δύο μετατοπίσεις εἶναι μεγέθη ἀνάλογα τοῦ συνολικοῦ μήκους τῆς ὁδεύσεως. Συνεπῶς ὅσον ἡ ὅδευσις, ποὺ ἑνώνει τὰ σημεῖα Α καὶ Ω, τείνει πρὸς τὴν εὐθεῖαν Α — Ω, δηλαδὴ ὅσον ἡ μορφὴ τῆς ὁδεύσεως εἶναι πλέον τεταμένη, τόσον τὸ συνολικὸν μῆκος γίνεται μικρότερον καὶ συνεπῶς ἔχομε μεγαλυτέραν ἀκρίβειαν. Φυσικὰ αὐτὸ τὸ κριτήριον δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἰσχύσῃ διὰ τὰς κλειστὰς ὁδεύσεις.

3) Μεταξὺ τῶν κορυφῶν τῆς ὁδεύσεως πρέπει νὰ ὑπάρχῃ ἀμοιβαία ὁρατότης. Αὐτὸ τὸ ἐπιδιώκομε διὰ νὰ ἔχωμε τὴν δυνατότητα νὰ σκοπεύσωμε κατὰ τὴν μέτρησιν τῶν γωνιῶν εἰς τὴν αἰχμὴν τῶν ἀκοντίων. Ἔτσι ἀποφεύγομε σοβαρὰ σφάλματα μετρήσεως εἰς τὴν περίπτωσιν, ποὺ τὰ ἀκόντια δὲν εἶναι τελείως κατακόρυφα.

4) Ἡ κλίσις τοῦ ἐδάφους κατὰ μῆκος τῶν πλευρῶν τῆς ὁδεύσεως πρέπει νὰ εἶναι μικρά, διότι τότε ἡ μέτρησις τῶν μηκῶν γίνεται μὲ μεγαλυτέραν ἀκρίβειαν.

5) Ἡ μορφὴ τοῦ ἐδάφους πρέπει γενικώτερον νὰ ἐπιτρέπῃ τὴν εὐχερῆ μέτρησιν τῶν πλευρῶν. Αὐτὸ δὲν σημαίνει ὅτι, ἐὰν τὸ ἔδαφος παρουσιάζῃ μεγάλας ἀνωμαλίας, δὲν ὑπάρχει τρόπος νὰ μετρήσωμε τὰς πλευρὰς μιᾶς ὁδεύσεως. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἀντὶ διὰ τὴν ἄμεσον κάνομε ἔμμεσον μέτρησιν. Πάντως καλὸν εἶναι νὰ ἀποφεύγωμε τὰς ἐμμέσους μετρήσεις.

6) Ἡ διαμόρφωσις τοῦ ἐδάφους εἰς τὰ σημεῖα ἐγκαταστά-

σεως τῶν κορυφῶν πρέπει νὰ ἐπιτρέπῃ τὴν εὐχερῆ καὶ ἀσφαλῆ τοποθέτησιν τοῦ θεοδολίχου.

Εἰς τὴν πρᾶξιν εἶναι πολὺ δύσκολον νὰ ἐφαρμόσωμε ὅλα τὰ κριτήρια συγχρόνως. Αὐτὴ ἡ δυσκολία συναντᾶται κυρίως, ὅταν τὸ ἔδαφος εἰς τὴν περιοχὴν τῆς ἀποτυπώσεως εἶναι ὀρεινόν. Ἀναγκαζόμεθα λοιπὸν νὰ κάνωμε ὡρισμένους συμβιβασμούς. Πάντως πρέπει νὰ ἀποφεύγωμε ὅσον τὸ δυνατὸν νὰ ἔχωμε μήκη πλευρῶν μικρότερα ἀπὸ 50 ἕως 60 m. Ἐπίσης δὲν πρέπει νὰ ὑπάρχουν μεγάλαι διαφοραὶ μήκους μεταξὺ δύο διαδοχικῶν πλευρῶν.

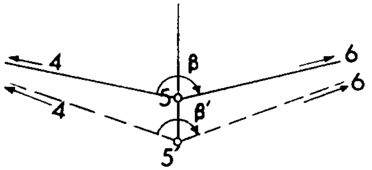
Αὐτὰ ὅσον ἀφορᾶ εἰς τὴν ἐκλογὴν τῶν κορυφῶν. Ἀκολουθεῖ κατόπιν ἡ σήμανσις τῶν κορυφῶν ἀναλόγως τῆς περιπτώσεως μὲ ἕνα ἀπὸ τοὺς τρόπους, ποὺ ἐμάθαμε εἰς τὴν παράγραφον 0·10, καὶ ἔπειτα ἡ μέτρησις τῶν μηκῶν καὶ τῶν γωνιῶν.

Ἡ μέτρησις τῶν μηκῶν γίνεται συνήθως μὲ τὴν μετροταινίαν. Τὰ μήκη πρέπει νὰ μετροῦνται δύο τουλάχιστον φοράς. Μίαν ἀπὸ τὴν ἀρχὴν πρὸς τὸ τέλος τῆς ὁδεύσεως καὶ ἄλλην μίαν κατὰ τὴν ἀντίστροφον διεύθυνσιν. Ὅταν ἐπιδιώκωμε μεγάλην ἀκρίβειαν, ἐνδείκνυται ἡ ὀπτικὴ μέθοδος μετρήσεως, ἀλλὰ μὲ αὐταναγωγὸν ταχύμετρον ὁριζοντίου στόχου. Κατὰ τὴν ὀπτικὴν μέτρησιν μετροῦμε τὴν κάθε μίαν πλευρὰν τόσον ἀπὸ τὴν προηγουμένην, ὅσον καὶ ἀπὸ τὴν ἑπομένην κορυφήν.

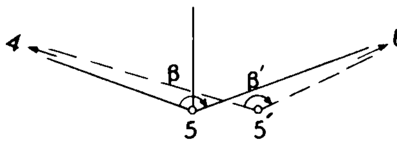
Αἱ γωνίαι τῆς ὁδεύσεως μετροῦνται μὲ θεοδόλιχον, ὁ ὁποῖος ἔχει ἀπόδοσιν ἀνάλογον πρὸς τὴν ἀκρίβειαν, ποὺ θέλομε νὰ ἐπιτύχωμε. Ὅσον ἀφορᾶ εἰς τὴν μέθοδον μετρήσεως συνήθως ἀκολουθοῦμε τὴν ἁπλῆν μέθοδον, ὅπως τὴν ἀνεπτύξαμε εἰς τὸ ἐδάφιον 1, παράγραφος 3·13. Εἰς ὡρισμένας ὅμως περιπτώσεις, κατὰ τὰς ὁποίας ἐπιδιώκομε μεγάλην ἀκρίβειαν, ἐνδέχεται νὰ ἀκολουθήσωμε καὶ τὴν ἐπαναληπτικὴν μέθοδον. (Ὁμοίως ἐδάφιον 1, παράγραφος 3·13).

Ὁ θεοδόλιχος πρέπει νὰ κεντρώνεται μὲ μεγάλην ἀκρίβειαν.

Ἰδίως πρέπει νὰ προσέχωμε, ὥστε νὰ μὴ ἀποκλίνῃ ἡ κέντρωσις κατὰ τὴν ἔννοιαν τῆς διχοτόμου τῆς γωνίας β, διότι τότε, ὅπως φαίνεται καὶ ἀπὸ τὸ σχῆμα 17·10β, ἡ διαφορὰ β — β′ τῆς ἐσφαλμένης γωνίας β′ ἀπὸ τὴν πραγματικὴν β λαμβάνει τὴν μεγαλυτέραν της τιμήν. Ἀντιθέτως ἔχομε τὴν μικροτέραν διαφορὰν β — β′, ὅταν ἡ κέντρωσις ἀποκλίνῃ κατὰ τὴν κάθετον ἔννοιαν πρὸς τὴν διχοτόμον τῆς γωνίας β (σχ. 17·10γ).



Σχ. 17·10 β.



Σχ. 17·10 γ.

Κατὰ τὴν μέτρησιν τῶν γωνιῶν σκοπεύομε τὰς κορυφὰς τῆς ὁδεύσεως ὅσον τὸ δυνατὸν πλησιέστερα πρὸς τὴν αἰχμὴν τοῦ ἀκοντίου οὕτως, ὥστε ἐνδεχομένη ἀπόκλισις τοῦ ἀκοντίου ἐκ τῆς κατακορύφου νὰ μὴ ἐπηρεάσῃ τὴν ἀκρίβειαν τῆς μετρήσεως.

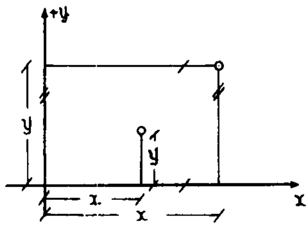
17·11 Σχεδίασις πολυγωνικῶν ὁδεύσεων.

Τὸν ὑπολογισμὸν μιᾶς πολυγωνικῆς ὁδεύσεως ἀκολουθεῖ ἡ σχεδίασίς της, δηλαδὴ ὁ καθορισμὸς τῶν κορυφῶν τῆς ὁδεύσεως ἐπάνω εἰς τὸν χάρτην σχεδιάσεως μὲ βάσιν τὰς ὀρθογωνίους συντεταγμένας των.

Ὁ προσδιορισμὸς αὐτὸς θὰ ἠμποροῦσε νὰ γίνῃ, ὅπως καὶ ὁ προσδιορισμὸς τῶν κοινῶν σημείων εἰς τὴν γηπεδομετρίαν. Θὰ ἠμπορούσαμε δηλαδὴ νὰ χαράξωμε τὸν ἄξονα x, νὰ λάβωμε ἐπάνω εἰς αὐτὸν τὰς τετμημένας, νὰ ὑψώσωμε εἰς τὰ ἄκρα τῶν τετμημένων καθέτους καὶ ἐπάνω εἰς τὰς καθέτους αὐτὰς νὰ λάβωμε τὰς τεταγμένας τῶν κορυφῶν.

Θὰ ἦτο ἐπίσης δυνατὸν νὰ χαράξωμε καὶ τοὺς δύο ἄξονας, νὰ λάβωμε ἐπάνω εἰς τὸν ἄξονα x τὰς τετμημένας καὶ ἐπάνω εἰς τὸν ἄξονα y τὰς τεταγμένας, ἀπὸ τὰ ἄκρα δὲ τῶν τεταγμένων νὰ φέρωμε εὐθείας παραλλήλους πρὸς τοὺς δύο ἄξονας. Τὰ σημεῖα τομῆς μεταξὺ τῶν δύο αὐτῶν εὐθειῶν θὰ μᾶς ἔδιδαν τὰς κορυφὰς τῆς ὁδεύσεως (σχ. 17·11α).

Καὶ οἱ δύο αὐτοὶ τρόποι ὅμως ἐνδέχεται νὰ μᾶς ὁδηγήσουν εἰς ἐσφαλμένον προσδιορισμὸν τῶν θέσεων τῶν κορυφῶν. Ὁ πρῶτος, διότι ὑπάρχει φόβος αἱ κάθετοι, ποὺ ὑψώνομε εἰς τὰ ἄκρα τῶν τετμημένων, νὰ μὴ εἶναι ἀπολύτως ἀκριβεῖς. Ὅταν μάλιστα ἔχωμε μεγάλα μήκη τεταγμένων, ὅπως συμβαίνει εἰς τὴν πολυγωνομετρίαν, αἱ κορυφαὶ θὰ παρουσιάζουν μεγάλας ἀποκλίσεις ἀπὸ τὴν ἀκριβῆ των θέσιν. Ὁ δεύτερος, διότι εἶναι πιθανὸν αἱ παράλληλοι, ποὺ ἄγονται πρὸς τοὺς ἄξονας, νὰ μὴ ἀχθοῦν ἀκριβῶς, ὁπότε καὶ πάλιν θὰ προκύψουν ἐσφαλμένα σημεῖα ὡς κορυφαὶ τῆς ὁδεύσεως.

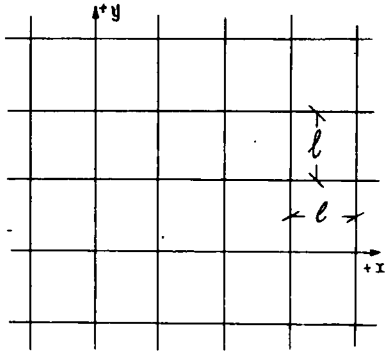


Σχ. 17·11 α.

Αὐτὴ ἡ πιθανότης σφαλμάτων δὲν μᾶς ἐνοχλεῖ, ὅταν πρόκειται νὰ προσδιορίσωμε κοινὰ σημεῖα, διότι τὸ κάθε σφάλμα περιορίζεται ἐκεῖ, ὅπου γίνεται. Εἰς τὴν πολυγωνομετρίαν ὅμως τὸ σφάλμα, ποὺ γίνεται εἰς τὸν προσδιορισμὸν μιᾶς κορυφῆς, μεταδίδεται καὶ εἰς ὅλα τὰ κοινὰ σημεῖα, ποὺ συσχετίζονται ὡς πρὸς τὴν κορυφὴν αὐτήν.

Συμπέρασμα.

Αἱ κορυφαὶ τῶν πολυγωνικῶν ὁδεύσεων δὲν πρέπει νὰ προσδιορίζωνται ἐπάνω εἰς τὸ σχέδιον, ὅπως τὰ κοινὰ σημεῖα. Πρέπει νὰ προσδιορίζωνται μὲ ἕνα ἄλλον τρόπον, ποὺ νὰ παρέχῃ πολὺ μεγαλυτέραν ἀκρίβειαν. Ὁ τρόπος αὐτὸς εἶναι ἡ χάραξις τοῦ λεγομένου *καννάβου*. Πρὶν δηλαδὴ ἀπὸ κάθε ἄλλην ἐνέργειαν χαράσσομε ἐπάνω εἰς τὸ σχέδιον εὐθείας γραμμὰς παραλλήλους πρὸς τοὺς ἄξονας x καὶ y, ποὺ ἰσαπέχουν μεταξύ των (σχ. 17·11β).



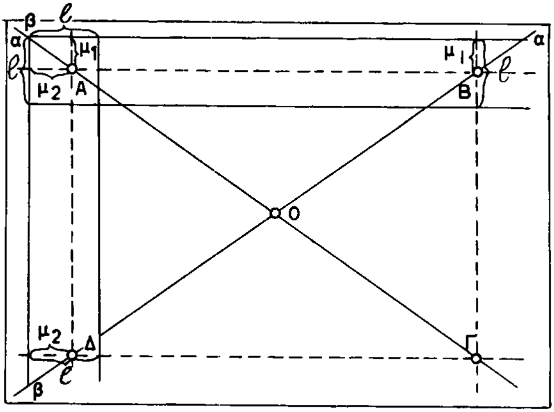
Σχ. 17·11 β.

Ἡ κοινὴ ἀπόστασις *l* τῶν εὐθειῶν αὐτῶν ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν κλίμακα σχεδιάσεως. Ὅταν ἡ κλῖμαξ εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ 1 : 5 000, τὸ *l* λαμβάνεται ἴσον πρὸς 10 cm. Ἀντιπροσωπεύει δηλαδὴ πραγματικὴν ἀπόστασιν 100 m διὰ κλίμακα 1 : 1 000, 200 m διὰ κλίμακα 1 : 2 000 κ.ο.κ. Ἐὰν ἡ κλῖμαξ σχεδιάσεως εἶναι μικροτέρα τοῦ 1 : 5 000, ἡ κοινὴ ἀπόστασις τῶν εὐθειῶν τοῦ καννάβου λαμβάνεται ἴση πρὸς 5 cm, 2 cm κλπ.

Ὁ κάνναβος πρέπει νὰ χαραχθῇ μὲ πολὺ μεγάλην ἀκρίβειαν, ὥστε ὅλα τὰ τετράγωνα, ποὺ σχηματίζονται ἀπὸ τὰς εὐθείας του, νὰ ἔχουν τὰς πλευρὰς ἴσας ἀκριβῶς πρὸς *l* καὶ τὰς γωνίας ἴσας ἀκριβῶς πρὸς 90°.

Ἕνας τρόπος ἀκριβοῦς χαράξεως εἶναι ἡ *μέθοδος τῶν διαγωνίων*.

Χαράσσομε δηλαδὴ δύο εὐθείας, ποὺ ἀντιστοιχοῦν περίπου εἰς τὰς διαγωνίους τοῦ χάρτου σχεδιάσεως, καὶ ἐπάνω εἰς τὰς διαγωνίους αὐτὰς λαμβάνομε τὰ τμήματα ΟΑ, ΟΒ, ΟΓ καὶ ΟΔ ἴσα ἀκριβῶς μεταξύ των.

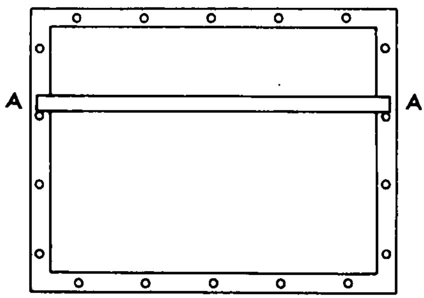


Σχ. 17·11 γ.

Τὸ τετράπλευρον ΑΒΓΔ, ποὺ σχηματίζεται κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον, εἶναι ἕνα τέλειον ὀρθογώνιον παραλληλόγραμμον. Ἐν συνεχείᾳ χαράσσομε τὰς ἀκραίας εὐθείας αα καὶ ββ τοῦ καννάβου, ἀφοῦ μετρήσωμε τὸ μῆκος μ_1 ἐπὶ τῶν πλευρῶν ΑΔ καὶ ΒΓ καὶ τὸ μῆκος μ_2 ἐπὶ τῶν ΑΒ καὶ ΔΓ (σχ. 17·11γ). Μὲ ἀφετηρίαν τὰς εὐθείας αα καὶ ββ χαράσσονται ἀκολούθως αἱ ὑπόλοιποι εὐθεῖαι τοῦ καννάβου ἀνὰ ἀποστάσεις l, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα 17·11γ.

Χάραξις τοῦ καννάβου ἠμπορεῖ νὰ γίνῃ ἐπίσης καὶ μὲ ἕνα ὀρθογώνιον μεταλλικὸν πλαίσιον (σχ. 17·11δ). Τὸ πλαίσιον αὐτὸ φέρει εἰς τὰς πλευράς του καταλλήλους προεξοχάς, ποὺ ἰσαπέχουν μεταξύ των κατὰ l. Ὅταν φέρωμε τὸν κανόνα ΑΑ εἰς ἐπαφὴν μὲ τὰς προεξοχάς, τότε αἱ εὐθεῖαι, ποὺ χαράσσομε μὲ τὸν κανόνα αὐτόν, εἶναι αἱ εὐθεῖαι τοῦ καννάβου.

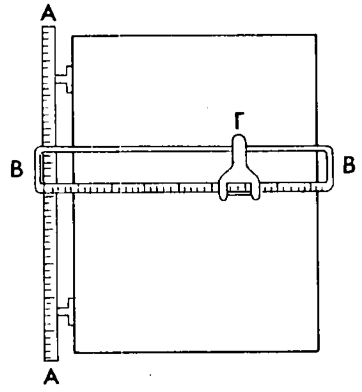
Συνηθέστατα οἱ κάνναβοι χαράσσονται μὲ βάσιν ἕνα πρότυπον. Τὸ πρότυπον αὐτὸ δύναται νὰ εἶναι ἢ μία μεταλλικὴ πλὰξ μὲ πολὺ μικρὰς ὀπάς, ποὺ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰς κορυφὰς τοῦ καννάβου, ἢ ἕνα τεμάχιον εἰδικοῦ χάρτου, ἐπάνω εἰς τὸ ὁποῖον εἶναι χαραγμένος ἕνας ὑποδειγματικὸς κάνναβος. Εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν μεταφέρομε τὰς κορυφὰς τοῦ καννάβου εἰς τὸν χάρτην σχεδιάσεως μὲ τὴν βοήθειαν μιᾶς καρφίδος. Εἰς τὴν δευτέραν περίπτωσιν ὁ χάρτης σχεδιάσεως εἶναι διαφανὴς καὶ τοποθετεῖται ἐπάνω ἀπὸ τὸν ὑποδειγματικὸν κάνναβον.



Σχ. 17·11 δ.

Ἡ ἀκριβεστέρα χάραξις καννάβου γίνεται μὲ τὴν βοήθειαν ἑνὸς ὀργάνου, ποὺ καλεῖται *συντεταγμενογράφος* (σχ. 17·11 ε). Ὁ συντεταγμενογράφος ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο ἠριθμημένους κανόνας, καθέτους μεταξύ των. Ὁ κανὼν ΑΑ στερεώνεται εἰς τὴν τράπεζαν σχεδιάσεως καὶ εἶναι ἀμετακίνητος, ἐνῶ ὁ κανὼν ΒΒ ἔχει τὴν δυνατότητα νὰ μετακινῆται κατὰ μῆκος τοῦ ΑΑ, παραμένων ὅμως πάντοτε κάθετος πρὸς αὐτόν.

Ἀφ' ἑτέρου ὁ κανὼν ΒΒ φέρει τὴν διάταξιν Γ, ποὺ μετακινεῖται κατὰ μῆκος τοῦ κανόνος. Καὶ οἱ δύο κανόνες εἶναι ἐφωδιασμένοι μὲ μικρομετρικοὺς κοχλίας, ποὺ ἐπιτρέπουν μικρομετακινήσεις ἀφ' ἑνὸς μὲν τοῦ κανόνος ΒΒ, ἀφ' ἑτέρου δὲ τοῦ μηχανισμοῦ Γ κατὰ ἕνα ἑκατοστὸν τοῦ mm. Ἡ διάταξις αὐτὴ τοῦ συντεταγμενογράφου ἐπιτρέπει τόσον τὴν χάραξιν τοῦ καννάβου, ὅσον καὶ τὸν προσδιορισμὸν τῶν κορυφῶν τῆς ὁδεύσεως ἐπάνω εἰς τὸν χάρτην σχεδιάσεως μὲ πολὺ μεγάλην ἀκρίβειαν.



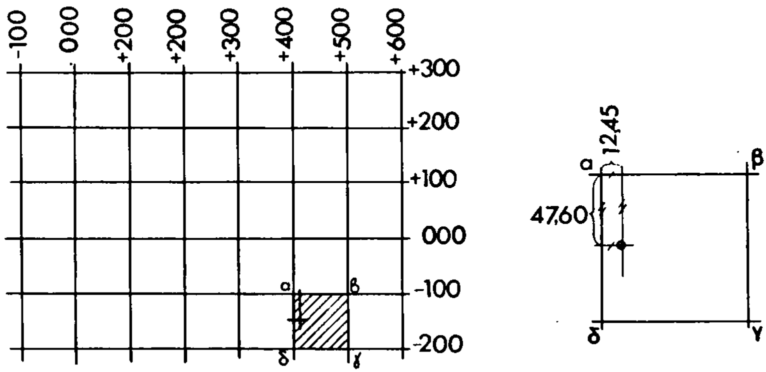
Σχ. 17·11 ε.

Ἀφοῦ χαράξωμε τὸν κάνναβον κατὰ τὸν ἕνα ἢ τὸν ἄλλον τρόπον, ἀριθμοῦμε τὰς εὐθείας τοῦ καννάβου. Ἡ ἀρίθμησις αὐτὴ ἐκφράζει τὴν ἀπόστασιν τῆς ἀντιστοίχου εὐθείας ἀπὸ τὸν ἄξονα x, ἐὰν εἶναι παράλληλος πρὸς τὸν x, καὶ ἀπὸ τὸν ἄξονα y, ἐὰν εἶναι παράλληλος πρὸς τὸν y (σχ. 17·11 ζ). Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον συμπληρώνεται ἡ σχεδίασις τοῦ καννάβου.

Ἂς ἔλθωμε τώρα εἰς τὸν προσδιορισμὸν τῶν διαφόρων σημείων. Ἔστω ὅτι πρόκειται νὰ προσδιορίσωμε τὴν θέσιν ἑνὸς σημείου, ποὺ ἔχει συντεταγμένας $x = +412{,}45$ καὶ $y = -147{,}60$.

Κατ' ἀρχὴν ἐπισημαίνομε τὸ τετράγωνον αβγδ, ποὺ περιέχει τὸ σημεῖον (σχ. 17·11 ζ). Εἶναι τὸ τετράγωνον, ποὺ ὁρίζεται ἀπὸ τὰς παραλλήλους τοῦ ἄξονος $x: -100$ καὶ -200 καὶ ἀπὸ τὰς παραλλήλους τοῦ ἄξονος $y: +400$ καὶ $+500$.

Ἔπειτα βάσει τῆς κλίμακος λαμβάνομε ἐπὶ μὲν τῆς πλευρᾶς αβ τοῦ τετραγώνου τμῆμα ἴσον πρὸς $+12{,}45$, ἐπὶ δὲ τῆς πλευρᾶς αδ τμῆμα ἴσον πρὸς $-47{,}60$ καὶ ἀπὸ τὰ ἄκρα τῶν δύο αὐτῶν τμημάτων φέρομε παραλλήλους πρὸς τὰς διευθύνσεις τῶν ἀξόνων. Ἡ τομὴ τῶν δύο παραλλήλων θὰ εἶναι τὸ ζητούμενον σημεῖον. Ὅταν διαθέτωμε συντεταγμενογράφον, προσδιορίζομε τὴν θέσιν τῶν διαφόρων σημείων κατ' εὐθεῖαν μὲ αὐτόν.



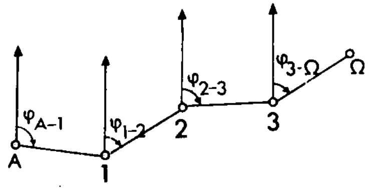
Σχ. 17·11 ζ.

17·12 Ὁδεύσεις διὰ πυξίδος.

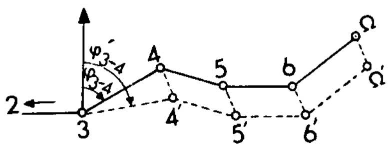
Ἐὰν δὲν ἐπιδιώκωμε μεγάλην ἀκρίβειαν ἀποτυπώσεως, εἶναι δυνατὸν νὰ χρησιμοποιήσωμε διὰ τὴν μέτρησιν τῶν γωνιῶν ἀντὶ θεοδολίχου γωνιομετρικὴν πυξίδα. Εἰς τὴν περίπτωσιν ὅμως αὐτήν, ὅπως γνωρίζομε, δὲν μετροῦμε τὰς γωνίας β, ποὺ σχηματίζουν αἱ πλευραὶ τῶν ὁδεύσεων μεταξύ των, ἀλλὰ τὰ ἀζιμούθια τῶν πλευρῶν (σχ. 17·12α).

Τὸ γεγονὸς αὐτὸ ἔχει ὡς συνέπειαν τὴν ἀναθεώρησιν τοῦ πρώτου κριτηρίου σχετικῶς μὲ τὴν ἐκλογὴν τῶν κορυφῶν μιᾶς ὁδεύσεως. Ἐνῶ δηλαδὴ εἰς τὰς πολυγωνικὰς ὁδεύσεις, ὅπου μετροῦμε τὰς γωνίας β, ἐπιδιώκομε νὰ ἔχωμε ὅσον τὸ δυνατὸν μεγαλύτερα μήκη πλευρῶν, εἰς τὰς *ὁδεύσεις διὰ πυξίδος* ἐπιδιώκομε ἐντελῶς τὸ ἀντίθετον, δηλαδὴ τὰ μήκη τῶν πλευρῶν νὰ εἶναι ὅσον τὸ δυνατὸν μικρότερα.

Τὸ πρᾶγμα ἐξηγεῖται ὡς ἑξῆς: Ἐὰν γίνη ἕνα λάθος κατὰ τὴν μέτρησιν τοῦ ἀζιμουθίου μιᾶς πλευρᾶς τῆς ὀδεύσεως, λ.χ. τῆς πλευρᾶς 3 — 4, τὸ λάθος αὐτὸ θὰ ἔχῃ ὡς συνέπειαν τὴν ἐγκαρσίαν μετατόπισιν τῶν σημείων 4, 5,..Ω κατὰ ἴσα διαστήματα (σχ. 17 · 12 β). Ἀφ' ἑτέρου ἀπὸ τὸ ἰσοσκελὲς τρίγωνον 3 — 4 —



Σχ. 17·12 α.



Σχ. 17·12 β.

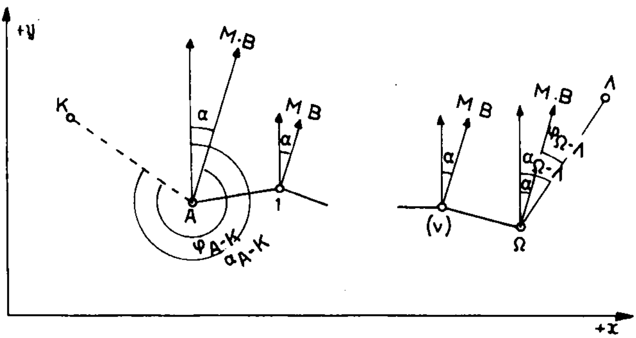
4′ ἀποδεικνύεται ὅτι ὅσον μικρότερον εἶναι τὸ μῆκος S_3 τῆς πλευρᾶς 3 — 4, τόσον μικροτέρα εἶναι ἡ ἐγκαρσία μετατόπισις 4 — 4′ = 5 — 5′ = ... = Ω — Ω′.

Συμπέρασμα: Τὰ μήκη τῶν πλευρῶν τῶν ὀδεύσεων διὰ πυξίδος πρέπει νὰ εἶναι ὅσον τὸ δυνατὸν μικρά. Φυσικὰ ὑπάρχει καὶ κάποιο ὅριον, διότι ὅσον ἐλαττοῦται τὸ μῆκος τῶν πλευρῶν, τόσον αὐξάνει τὸ πλῆθος τῶν κορυφῶν καὶ συνεπῶς ὁ χρόνος, ποὺ ἀπαιτεῖται διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς ὀδεύσεως. Τὸ ὅριον αὐτὸ κυμαίνεται μεταξὺ 30 καὶ 40 m.

Ἐκτὸς ἀπὸ τὸ πρῶτον κριτήριον ὅλα τὰ ἄλλα κριτήρια τῶν πολυγωνικῶν ὀδεύσεων ἐφαρμόζονται καὶ εἰς τὰς ὀδεύσεις διὰ πυξίδος.

Ἐὰν ἡ ὄδευσις εἶναι ἀνεξάρτητος, ὁ ὑπολογισμός της γίνεται, ὅπως ἀκριβῶς ὁ ὑπολογισμὸς τῶν ἀνεξαρτήτων πολυγωνικῶν ὁδεύσεων, χωρὶς μάλιστα νὰ χρειάζεται νὰ ὑπολογίσωμε τὰς γωνίας διευθύνσεως, διότι ὡς γωνίαι διευθύνσεως λαμβάνονται τὰ ἀζιμούθια. Φυσικὰ ὁ ἄξων y διευθύνεται πρὸς τὸν μαγνητικὸν βορρᾶν, ἐνῶ ὡς ἀρχὴ τῶν συντεταγμένων λαμβάνεται ἡ ἀρχὴ τῆς ὁδεύσεως Α.

Ἐὰν ἡ ὅδευσις εἶναι ἐξηρτημένη, δηλαδὴ ἐὰν γνωρίζωμε τὰς συντεταγμένας τῶν σημείων Κ, Α, Ω καὶ Λ ὡς πρὸς κάποιο σύστημα ὀρθογωνίων ἀξόνων, τότε πλὴν τῶν ἄλλων ἀζιμουθίων μετροῦμε ἐπάνω εἰς τὸ ἔδαφος καὶ τὰ ἀζιμούθια τῶν πλευρῶν Α — Κ καὶ Ω — Λ. Ἀφ' ἑτέρου ἀπὸ τὰς συντεταγμένας τῶν σημείων Κ καὶ Α ἀφ' ἑνὸς καὶ Ω καὶ Λ ἀφ' ἑτέρου ὑπολογίζομε τὰς γωνίας διευθύνσεως α_{A-K} καὶ $\alpha_{\Omega-\Lambda}$ ὡς πρὸς τὸ ἀντίστοιχον σύστημα ὀρθογωνίων ἀξόνων.



Σχ. 17·12 γ.

Ἀπὸ τὴν διπλῆν σχέσιν $\alpha = \alpha_{A-K} - \varphi_{A-K} = \alpha_{\Omega-\Lambda} - \varphi_{\Omega-\Lambda}$ (σχ. 17 · 12 γ) ὁρίζεται ἡ γωνία α, ποὺ σχηματίζουν ὁ ἄξων y καὶ ἡ διεύθυνσις τοῦ μαγνητικοῦ βορρᾶ (Μ.Β.). Μὲ βάσιν τὴν γωνίαν α καὶ τὰ ἀντίστοιχα ἀζιμούθια εὑρίσκομε τὰς γωνίας διευθύνσεως τῶν ὑπολοίπων κορυφῶν τῆς ὁδεύσεως ὡς πρὸς τὸ σύστημα ἀξόνων x καὶ y. Ἀκολουθεῖ ὁ ὑπολογισμὸς τῆς ὁδεύσεως, ὅπως εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς πλήρως ἐξηρτημένης πολυγωνικῆς ὁδεύσεως.

Εἰς τὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποίαν τὰ σημεῖα Κ, Α, Ω καὶ Λ εἶναι τριγωνομετρικὰ σημεῖα, ὁ ἄξων y διευθύνεται συνήθως πρὸς τὸν γεωγραφικὸν βορρᾶν. Τότε ἡ γωνία α δὲν εἶναι παρὰ ἡ ἀπόκλισις τῆς μαγνητικῆς βελόνης.

Ἕνα ἀκόμη σημεῖον, ποὺ πρέπει νὰ τονίσωμε, εἶναι καὶ τὸ ἑξῆς: Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς ὁδεύσεως εἶναι ἀπαραίτητον νὰ μετρηθοῦν μόνον τὰ ἀζιμούθια φ_{A-1}, φ_{1-2}, φ_{2-3} κλπ. Μετροῦμε ὅμως καὶ τὰ ἀζιμούθια τῶν ἀντιθέτων διευθύνσεων φ_{1-A}, φ_{2-1}, φ_{3-2} κλπ. καὶ ἐφαρμόζομε τὰς σχέσεις:

$$\varphi_{A-1} = \varphi_{1-A} - 180^0$$
$$\varphi_{1-2} = \varphi_{2-1} - 180^0$$
$$\varphi_{2-3} = \varphi_{3-2} - 180^0 \text{ κλπ.}$$

Κατὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς ὁδεύσεως λαμβάνομε ὑπ' ὄψιν τὸν μέσον ὅρον τῶν ἀζιμουθίων φ_{A-1}, φ_{1-2}, φ_{2-3} κλπ., ποὺ ἐμετρήσαμε, καὶ τῶν ἀζιμουθίων, ποὺ προκύπτουν ἀπὸ τὰς ἀνωτέρω σχέσεις.

ΤΜΗΜΑ Δ'

(ΠΡΩΤΟΥ ΜΕΡΟΥΣ)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 18

ΤΡΙΓΩΝΙΣΜΟΣ

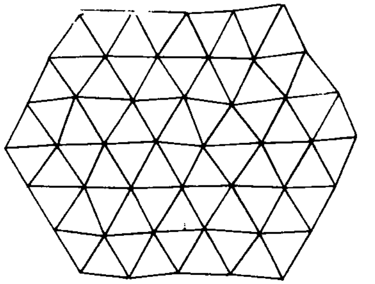
18·1 Τριγωνομετρικὰ δίκτυα.

Τὸ κεφάλαιον αὐτὸ τῆς Ὁριζοντίας Ἀποτυπώσεως καὶ μάλιστα τὸ μέρος, ποὺ ἀφορᾶ εἰς τοὺς ἀντιστοίχους ὑπολογισμούς, δὲν θὰ τὸ ἐξετάσωμε τόσον λεπτομερῶς, ὅπως τὰ ἄλλα κεφάλαια, διότι ὁ τριγωνισμὸς δὲν ἐμπίπτει εἰς τὴν ἐπαγγελματικὴν δραστηριότητα τοῦ Τεχνικοῦ Βοηθοῦ - Ἐργοδηγοῦ.

Θὰ δώσωμε μόνον μίαν γενικὴν ἰδέαν τοῦ τί εἶναι *τριγωνισμός*, θὰ ἀπαριθμήσωμε τὰς ἐργασίας ἐδάφους καὶ θὰ περιγράψωμε μὲ συντομίαν τοὺς ὑπολογισμούς, ποὺ κάνομε εἰς τὸ γραφεῖον.

Ἔχομε κάνει ἤδη μίαν πρώτην γνωριμίαν μὲ τὸν τριγωνισμὸν εἰς τὸ πρῶτον κεφάλαιον τῆς Ὁριζοντίας Ἀποτυπώσεως. Εἴπαμε ἐκεῖ ὅτι προκειμένου νὰ ἀποτυπώσωμε ἕνα τμῆμα τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς πρέπει πρὶν ἀπ' ὅλα νὰ προσδιορίσωμε τὰς ὁριζοντίας προβολὰς ὡρισμένων χαρακτηριστικῶν σημείων του. Τὰ σημεῖα αὐτά, ποὺ ὀνομάζονται τριγωνομετρικά, ἐκλέγονται κατὰ τέτοιον τρόπον, ὥστε ἀφ' ἑνὸς μὲν νὰ ὑπάρχη ἀμοιβαία ὁρατότης μεταξύ των, ἀφ' ἑτέρου δέ, ἐὰν τὰ ἑνώσωμε, νὰ σχηματίζουν περίπου ἰσόπλευρα τρίγωνα μὲ μῆκος πλευρῶν 1 ἕως 3 km. Τὸ δίκτυον τῶν τριγώνων αὐτῶν ὀνομάζεται *τριγωνομετρικὸν δίκτυον* καὶ ἀποτελεῖ ἕνα εἶδος σκελετοῦ τῆς ὁριζοντίας ἀποτυπώσεως (σχ. 18·1 α). Ἀπὸ τὰς κορυφὰς τοῦ τριγωνομετρικοῦ δικτύου, δηλαδὴ ἀπὸ τὰ τριγωνομετρικὰ σημεῖα, ἐξαρτῶνται, ὅπως γνωρίζομε ἤδη, αἱ πολυγωνικαὶ ὁδεύσεις.

Ἐκεῖνο, ποὺ πρέπει νὰ διευκρινίσωμε ἐδῶ, εἶναι ὅτι τὸ τριγωνομετρικὸν δίκτυον, ἀπὸ τὸ ὁποῖον ἐξαρτῶνται αἱ πολυγωνικαὶ ὁδεύσεις, δὲν ἐγκαθίσταται οὔτε ὑπολογίζεται συγχρόνως εἰς τὸ σύνολόν του. Κατ' ἀρχὰς ἐγκαθίσταται καὶ ὑπολογίζεται ἕνα πολὺ ἀραιότερον τριγωνομετρικὸν δίκτυον, ποὺ ἀποτελεῖται ἀπὸ τὰ χαρακτηριστικώτερα σημεῖα τοῦ τελικοῦ δικτύου. Ἀπὸ τὸ δίκτυον αὐτό, ποὺ ὀνομάζεται *βασικόν*, καταλήγομε εἰς τὸ δίκτυον, ἀπὸ τὸ



Σχ. 18·1 α.

ὁποῖον ἐξαρτῶνται αἱ πολυγωνικαὶ ὁδεύσεις, ὕστερα ἀπὸ διαδοχικὰς ***πυκνώσεις***. Ὁ ἀριθμὸς τῶν πυκνώσεων ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν *τάξιν* τοῦ βασικοῦ δικτύου.

Τὰ τριγωνομετρικὰ δίκτυα ὑπάγονται εἰς τέσσαρας τάξεις ἀναλόγως τοῦ μήκους τῶν πλευρῶν των. *Α' τάξεως* ὀνομάζεται τὸ δίκτυον, ποὺ ἔχει μῆκος πλευρῶν 30 ἕως 50 km, *Β' τάξεως* τὸ δίκτυον, ποὺ ἔχει μῆκος πλευρῶν 10 ἕως 20 km, *Γ' τάξεως* τὸ δίκτυον, ποὺ ἔχει μῆκος πλευρῶν 5 ἕως 6 km καὶ *Δ' τάξεως* τὸ δίκτυον, ποὺ ἔχει μῆκος πλευρῶν 1 ἕως 3 km. Μὲ ἄλλους λόγους τὸ τελικὸν δίκτυον, δηλαδὴ τὸ δίκτυον ἀπὸ τὸ ὁποῖον ἐξαρτῶνται αἱ πολυγωνικαὶ ὁδεύσεις, εἶναι δίκτυον Δ' τάξεως.

Κάθε δίκτυον προέρχεται ἀπὸ τὸ δίκτυον τῆς ἀμέσως ἀνωτέρας τάξεως ὕστερα ἀπὸ κατάλληλον πύκνωσιν τῶν κορυφῶν του.

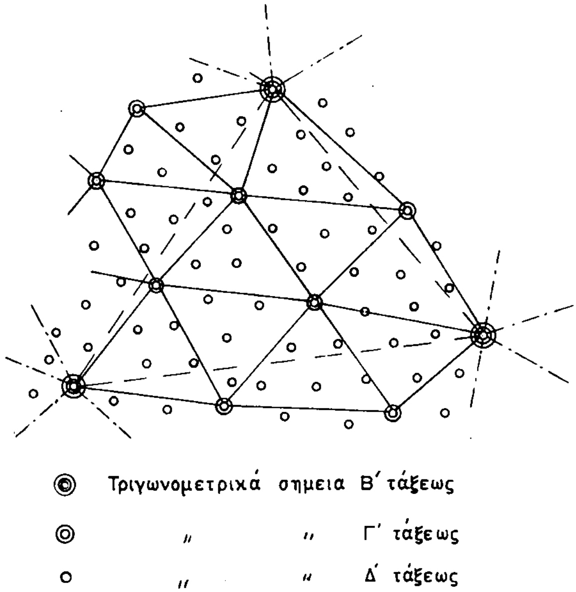
Ἐπομένως, διὰ νὰ καταλήξωμε εἰς τὸ τελικὸν δίκτυον πρέπει νὰ κάνωμε τρεῖς διαδοχικὰς πυκνώσεις τοῦ δικτύου Α΄ τάξεως, δύο διαδοχικὰς πυκνώσεις τοῦ δικτύου Β΄ τάξεως καὶ μίαν μόνον πύκνωσιν τοῦ δικτύου Γ΄ τάξεως.

Τὰ τριγωνομετρικὰ σημεῖα ἑνὸς δικτύου εἶναι συγχρόνως καὶ τριγωνομετρικὰ σημεῖα τῶν δικτύων κατωτέρας τάξεως, ποὺ προέκυψαν ἀπὸ αὐτό. Ἐπίσης εἰς ὅλα τὰ δίκτυα ἀνεξαρτήτως τάξεως πρέπει τὰ ἀντίστοιχα τριγωνομετρικὰ σημεῖα ἑνούμενα νὰ σχηματίζουν περίπου ἰσόπλευρα τρίγωνα.

Ἂς ἐπανέλθωμε τώρα εἰς τὸ βασικὸν δίκτυον. Ἡ τάξις τοῦ βασικοῦ δικτύου ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν ἔκτασιν τῆς περιοχῆς, ποὺ θέλομε νὰ ἀποτυπώσωμε. Ἐὰν ἡ περιοχὴ εἶναι πολὺ μεγάλη, ὅση π.χ. ἡ Πελοπόννησος, τότε χρειάζεται βασικὸν δίκτυον Α΄ τάξεως. Ἐὰν ἡ μεγίστη διάστασις τῆς περιοχῆς εἶναι περίπου 50 km, τότε ἀρκεῖ ἡ ἐγκατάστασις βασικοῦ δικτύου Γ΄ τάξεως. Τέλος, ὅταν ἀποτυπώνωμε μικρὰς περιοχὰς μὲ μεγίστην διάστασιν περίπου 20 km, ἐγκαθιστοῦμε τὸ τελικὸν δίκτυον κατ' εὐθεῖαν, χωρὶς δηλαδὴ βασικὸν δίκτυον ἀνωτέρας τάξεως. Εἰς τὸ σχῆμα 18·1β τὸ βασικὸν δίκτυον εἶναι Γ΄ τάξεως. Ἔχει ὅμως ἐξαρτηθῆ ἀπὸ δίκτυον Β΄ τάξεως, ποὺ ὑφίσταται εἰς τὴν περιοχήν.

Κατὰ κανόνα εἰς τὰ προηγμένα κράτη ἔχει ἐγκατασταθῆ ἀπὸ τὰς ἁρμοδίας ἀρχὰς δίκτυον Α΄ τάξεως, τὸ ὁποῖον καλύπτει ὅλην τὴν ἔκτασιν τοῦ κράτους. Μερικαὶ μάλιστα χῶραι ἔχουν προχωρήσει καὶ εἰς τὴν ἐγκατάστασιν γενικοῦ δικτύου Β΄ τάξεως. Ἐπομένως ὁ τοπογράφος, ποὺ θέλει νὰ ἀποτυπώσῃ μίαν περιοχήν, δὲν ἔχει παρὰ νὰ κάνῃ τὰς ἀπαιτουμένας διαδοχικὰς πυκνώσεις τοῦ κρατικοῦ τριγωνομετρικοῦ δικτύου.

Ἐὰν ὅμως δὲν ὑπάρχῃ κρατικὸν δίκτυον ἢ ἡ πύκνωσίς του εἶναι ἐπίπονος, προβαίνομε εἰς τὴν ἐγκατάστασιν αὐτοτελοῦς βασικοῦ δικτύου, τὸ ὁποῖον εἶναι συνήθως κατωτέρας τάξεως, δηλαδὴ Γ΄ ἢ Δ΄. Καὶ αἱ δύο περιπτώσεις ἐξετάζονται ἐν συνεχείᾳ.



Σχ. 18·1 β.

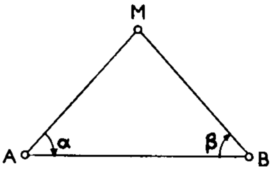
18·2 Πύκνωσις τριγωνομετρικοῦ δικτύου.

Ἡ πύκνωσις ἑνὸς τριγωνομετρικοῦ δικτύου γίνεται μὲ τὰς λεγομένας *ἀλληλοτομίας*. Ἀλληλοτομίαι ὀνομάζονται αἱ διάφοροι μέθοδοι ὑπολογισμοῦ τῶν συντεταγμένων ἑνὸς σημείου Μ, μὲ βάσιν τὰς συντεταγμένας ἄλλων γνωστῶν σημείων. Τὰ κυριώτερα εἴδη ἀλληλοτομιῶν εἶναι ἡ *ἐμπροσθοτομία*, ἡ *πλαγιοτομία* καὶ ἡ *ὀπισθοτομία*.

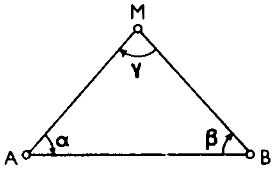
Ἡ ἐμπροσθοτομία ἐφαρμόζεται, ὅταν εἶναι δυνατὸν νὰ σκοπεύσωμε τὸ σημεῖον Μ ἀπὸ δύο γνωστὰ σημεῖα, τὰ Α καὶ Β (σχ. 18·2 α). Τότε μετροῦμε τὰς γωνίας $\mathrm{MAB} = \alpha$ καὶ $\mathrm{MBA} = \beta$, ὁπότε ἀπὸ τὸν νόμον τοῦ ἡμιτόνου $\left(\dfrac{\mathrm{AB}}{\eta\mu\ \widehat{\mathrm{AMB}}} = \dfrac{\mathrm{MB}}{\eta\mu\alpha} = \dfrac{\mathrm{MA}}{\eta\mu\beta} \right)$ προκύπτουν αἱ πλευραὶ ΑΜ καὶ ΒΜ.

Κατόπιν ἐφαρμόζομε τὸ πρῶτον θεμελιῶδες πρόβλημα, ποὺ γνωρίζομε ἀπὸ τὴν Πολυγωνομετρίαν (παράγρ. 17·3), καὶ ὑπολογίζομε τὰς συντεταγμένας τοῦ σημείου Μ ἀπὸ τὰς συντεταγμένας τόσον τοῦ σημείου Α, ὅσον καὶ τοῦ σημείου Β.

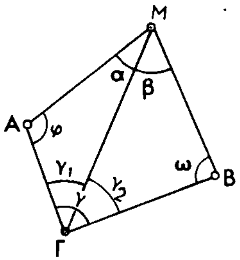
Ἡ πλαγιοτομία εἶναι μία εἰδικὴ περίπτωσις τῆς ἐμπροσθοτομίας. Ἐφαρμόζεται, ὅταν δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ σκοπεύσωμε πρὸς τὸ σημεῖον Μ ἀπὸ ἕνα ἀπὸ τὰ γνωστά μας σημεῖα, λ.χ. τὸ σημεῖον Α. Τότε ἀντὶ τῆς γωνίας α μετροῦμε τὴν γωνίαν ΑΜΒ = γ, ὑπολογίζομε τὴν γωνίαν α ἀπὸ τὸν τύπον $\alpha + \beta + \gamma = 180^0$ καὶ κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἀναγόμεθα πάλιν εἰς τὴν προηγουμένην περίπτωσιν (σχ. 18·2β).



Σχ. 18·2α.



Σχ. 18·2β.



Σχ. 18·2γ.

Τέλος ἡ μέθοδος τῆς *ὀπισθοτομίας* ἐφαρμόζεται, ὅταν δὲν ἔχωμε τὴν δυνατότητα νὰ σκοπεύσωμε ἔστω καὶ ἀπὸ ἕνα γνωστὸν σημεῖον πρὸς τὸ σημεῖον Μ, ἐνῶ *ἀντιθέτως* εἶναι δυνατὴ ἡ σκόπευσις ἀπὸ τὸ σημεῖον Μ πρὸς τρία γνωστά μας σημεῖα τὰ Α, Β καὶ Γ (σχ. 18·2γ).

Ἀπὸ τὰς γωνίας διευθύνσεως $\alpha_{\Gamma-A}$ καὶ $\alpha_{\Gamma-B}$ ὑπολογίζομε ἀρχικῶς τὴν γωνίαν γ. Ἔπειτα μὲ καταλλήλους τύπους ὑπολογίζομε τὰς γωνίας φ, ω, γ_1 καὶ γ_2. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἀναγόμεθα εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ἐμπροσθοτομίας καὶ μάλιστα μὲ βάσιν τρία σημεῖα, τὰ Α, Β καὶ Γ.

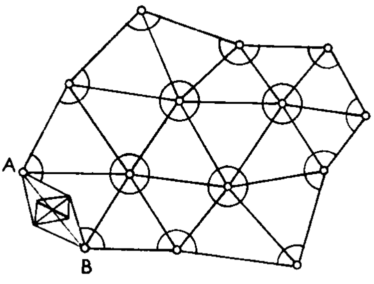
Εἰς τὴν ὀπισθοτομίαν καταφεύγομε, ὅταν εἶναι δύσκολον νὰ προσεγγίσωμε τὰ σημεῖα A καὶ B (σχ. 18·2γ) εἴτε λόγω τῆς μεγάλης ἀποστάσεως, εἴτε λόγω τῆς φύσεως τοῦ ἐδάφους.

18·3 Αὐτοτελῆ τριγωνομετρικὰ δίκτυα.

Ἐὰν εἰς τὴν περιοχὴν τῆς ἀποτυπώσεως δὲν ὑπάρχῃ τριγωνομετρικὸν δίκτυον ἀνωτέρας τάξεως ἢ ὑπάρχῃ μέν, ἀλλὰ εἶναι δύσκολον νὰ πυκνωθῇ, τότε ἐγκαθιστοῦμε αὐτοτελὲς τριγωνομετρικὸν δίκτυον.

Κατ᾽ ἀρχὴν πρέπει νὰ ἐγκαταστήσωμε ἕνα βασικὸν δίκτυον, ἡ τάξις τοῦ ὁποίου θὰ εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἔκτασιν τῆς περιοχῆς, ποὺ θέλομε νὰ ἀποτυπώσωμε. Συνήθως πρόκειται διὰ μικρὰς περιοχὰς καὶ ἑπομένως τὸ βασικὸν δίκτυον θὰ εἶναι κατωτέρας τάξεως, Γ΄ τὸ πολύ. Ἕνα τέτοιο δίκτυον δύναται νὰ ἐγκατασταθῇ καὶ νὰ ὑπολογισθῇ μὲ μεθόδους τῆς Κατωτέρας Γεωδαισίας.

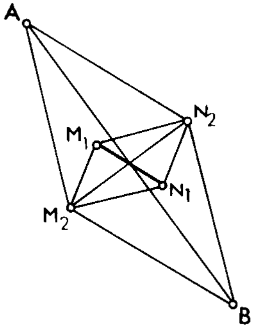
Ἀπὸ τὸ σχῆμα 18·3α εἶναι φανερὸν ὅτι, ἐὰν γνωρίζωμε ὅλας τὰς γωνίας τοῦ βασικοῦ δικτύου καὶ μίαν μόνον πλευράν,



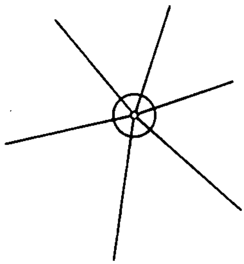
Σχ. 18·3α.

λ.χ. τὴν AB, εἴμεθα εἰς θέσιν νὰ ὑπολογίσωμε τὰ μήκη ὅλων τῶν ἄλλων πλευρῶν. Πρέπει ὅμως νὰ γνωρίζωμε μὲ ἀκρίβειαν τὸ μῆκος τῆς μιᾶς αὐτῆς πλευρᾶς, διότι οἱονδήποτε σφάλμα τοῦ μήκους αὐτοῦ θὰ μεταδοθῇ καὶ εἰς ὅλα τὰ ἄλλα μήκη, ποὺ θὰ ὑπολογίσωμε.

Ἕνας τρόπος διὰ νὰ μάθωμε τὸ μῆκος τῆς πλευρᾶς ΑΒ θὰ ἦτο νὰ τὸ μετρήσωμε ἐπάνω εἰς τὸ ἔδαφος. Ἐπειδὴ ὅμως τὸ ἔδαφος διὰ τόσον μεγάλα μήκη παρουσιάζει συνήθως ἀνωμαλίας, ἐνδέχεται ἡ μέτρησις νὰ μὴ εἶναι ὅσον πρέπει ἀκριβής. Μετροῦμε λοιπὸν ἕνα πολὺ μικρότερον εὐθύγραμμον τμῆμα, τὸ μῆκος τοῦ ὁποίου νὰ εἶναι ἴσον περίπου πρὸς τὸ $\frac{1}{5}$ τῆς μέσης πλευρᾶς τοῦ βασικοῦ δικτύου καὶ τὸ ὁποῖον ἐπιδιώκομε νὰ κεῖται εἰς ὅσον τὸ δυνατὸν ὁριζόντιον ἔδαφος διὰ νὰ ἠμπορῇ νὰ μετρηθῇ ἀκριβῶς.



Σχ. 18·3β.



Σχ. 18·3γ.

Τὸ τμῆμα αὐτὸ (M_1N_1 εἰς τὸ σχ. 18 · 3 β) ὀνομάζεται *βάσις τοῦ τριγωνομετρικοῦ δικτύου* καὶ ἐκλέγεται πλησίον τοῦ μέσου τῆς πλευρᾶς ΑΒ.

Τὸ μῆκος τῆς πλευρᾶς ΑΒ ὑπολογίζεται ἀπὸ τὸ μῆκος τῆς βάσεως M_1N_1, ὕστερα ἀπὸ διαδοχικὴν ἐφαρμογὴν τοῦ λεγομένου *τετραπλεύρου βάσεως* (σχ. 18 · 3 β). Ὑπολογίζομε δηλαδὴ τὴν διαγώνιον M_2N_2 τοῦ τετραπλεύρου $M_1N_2N_1M_2$ ἀπὸ τὴν βάσιν M_1N_1, ἐν συνεχείᾳ τὴν διαγώνιον M_3N_3 τοῦ τετραπλεύρου $M_2N_3N_2M_3$ ἀπὸ τὴν διαγώνιον M_2N_2 κ.ο.κ., ἕως ὅτου καταλήξωμε εἰς τὴν πλευρὰν ΑΒ. Ὁ ὑπολογισμὸς τῶν διαφόρων διαγωνίων γίνεται τριγωνομετρικῶς, ἀφοῦ μετρήσωμε ἐπάνω εἰς τὸ ἔδαφος τὰς γωνίας τῶν ἀντιστοίχων τετραπλεύρων.

Ἐπίσης εἶναι φανερὸν ὅτι ἡ πλευρὰ AB ἐκλέγεται κατὰ τέτοιον τρόπον, ὥστε νὰ μᾶς παρέχῃ τὴν εὐνοϊκωτέραν ἐγκατάστασιν βάσεως τοῦ τριγωνομετρικοῦ δικτύου.

Ἀφοῦ μετρήσωμε τὴν βάσιν καὶ τὰς γωνίας τῶν ἀντιστοίχων τετραπλεύρων, μετροῦμε *ὅλας* τὰς γωνίας τοῦ δικτύου. Αὐτὸ μᾶς δίδει τὴν δυνατότητα νὰ κάνωμε συνεχεῖς ἐλέγχους καὶ διορθώσεις τῶν γωνιῶν μὲ βάσιν διάφορα κριτήρια ἀκριβείας, ὅπως π.χ. ὅτι τὸ ἄθροισμα τῶν γωνιῶν τριγώνου ἰσοῦται πρὸς δύο ὀρθὰς ἢ ὅτι γωνίαι μὲ κοινὴν κορυφὴν (σχ. 18·3γ) ἔχουν ἄθροισμα τεσσάρων ὀρθῶν κλπ. Ἂς σημειωθῇ ὅτι καθ' ὅλας τὰς φάσεις ὑπολογισμοῦ τοῦ βασικοῦ δικτύου γίνονται παρόμοιοι πολλαπλοῖ ἔλεγχοι καὶ διορθώσεις, ποὺ ἔχουν ὡς σκοπὸν τὴν ἐπίτευξιν τῆς μεγαλυτέρας δυνατῆς ἀκριβείας. Ἡ ἀκρίβεια αὐτὴ εἶναι ἀναγκαία, διότι, ἐὰν ὁ τριγωνισμὸς ἀποτελῇ τὸν σκελετὸν τῆς ὁριζοντίας ἀποτυπώσεως, τὸ βασικὸν δίκτυον ἀποτελεῖ τὸν σκελετὸν τοῦ τριγωνισμοῦ. Συνεπῶς οἱονδήποτε σφάλμα καὶ ἂν γίνῃ εἰς τὸ βασικὸν δίκτυον, θὰ μεταδοθῇ διὰ τῆς πυκνώσεώς του εἰς τὸ τελικὸν τριγωνομετρικὸν δίκτυον καὶ ἐν συνεχείᾳ εἰς ὅλην τὴν ὁριζοντίαν ἀποτύπωσιν.

Ἀφοῦ συμπληρώσωμε τὸν ἔλεγχον καὶ τὴν διόρθωσιν τῶν γωνιῶν, ὑπολογίζομε τὰς πλευρὰς τοῦ βασικοῦ δικτύου μὲ τὸν νόμον τοῦ ἡμιτόνου καὶ τὰς συντεταγμένας τῶν κορυφῶν του μὲ βάσιν τὸ πρῶτον θεμελιῶδες πρόβλημα.

Ἡ πύκνωσις τοῦ βασικοῦ δικτύου, ἕως ὅτου σχηματισθῇ τὸ δίκτυον ἐξαρτήσεως τῶν πολυγωνικῶν ὁδεύσεων, γίνεται καὶ ἐδῶ μὲ τὰς ἀλληλοτομίας.

Μὲ ἀνάλογον τρόπον ὑπολογίζονται τὰ δίκτυα ἀνωτέρας τάξεως ἀπὸ τὰς ἁρμοδίας ὑπηρεσίας τῶν διαφόρων χωρῶν, μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι αἱ μέθοδοι ὑπολογισμοῦ εἶναι πολὺ ἀκριβέστεραι καὶ ἡ διαδικασία τῶν διορθώσεων πολὺ περιπλοκωτέρα.

18·4 Σήμανσις. Ἀσφάλισις. Ἐπισήμανσις.

Ἡ σήμανσις τῶν τριγωνομετρικῶν σημείων γίνεται μὲ τὰ μονιμώτερα ἀπὸ τὰ μέσα σημάνσεως, ὅπως εἶναι ὁ ἡμιλαξευτὸς λίθος τοῦ σχήματος 0·10δ.

Ἡ ἐπισήμανσις τῶν τριγωνομετρικῶν σημείων ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν ἀπόστασιν μεταξύ των, δηλαδὴ ἀπὸ τὴν τάξιν τοῦ τριγωνομετρικοῦ δικτύου, εἰς τὸ ὁποῖον ἀνήκουν. Διὰ δίκτυα κατωτέρας τάξεως ἐφαρμόζεται ὁ τρόπος ἐπισημάνσεως τοῦ σχήματος 0·11δ.

Τὸ ὕψος τῶν ἀντηρίδων, ποὺ στηρίζουν τὴν ράβδον ἐπισημάνσεως, πρέπει νὰ εἶναι ἀρκετόν, ὥστε νὰ ἐπιτρέπῃ τὴν τοποθέτησιν τοῦ γωνιομετρικοῦ ὀργάνου ἐπάνω ἀπὸ τὸ τριγωνομετρικὸν σημεῖον, καθ᾽ ὃν χρόνον τὸ σημεῖον εἶναι ἐπισημασμένον. Αὐτὸ χρειάζεται, διότι ἀφ᾽ ἑνὸς μὲν ἡ μέτρησις τῶν γωνιῶν γίνεται ἀπὸ περισσότερα τοῦ ἑνὸς συνεργεῖα, ἀφ᾽ ἑτέρου δέ, λόγω τῶν μεγάλων ἀποστάσεων, τὰ σημεῖα παραμένουν ἐπισημασμένα καθ᾽ ὅλην τὴν διάρκειαν τοῦ τριγωνισμοῦ.

Αἱ κορυφαὶ τῶν δικτύων ἀνωτέρας τάξεως δὲν ἐπισημαίνονται μὲ τὰ συνήθη μέσα ἐπισημάνσεως. Ἐπειδὴ ἡ σκόπευσις τῶν κορυφῶν γίνεται ἀπὸ πολὺ μεγάλας ἀποστάσεις, τὰ συνήθη μέσα ἐπισημάνσεως δὲν εἶναι ὁρατὰ ἀκόμη καὶ μὲ τὸ τηλεσκόπιον. Χρησιμοποιοῦμε λοιπὸν φωτιστικὰ μέσα, ὅπως εἶναι τὸ *ἡλιοτρόπιον* καὶ ὁ *ἠλεκτρικὸς προβολεύς*. Τὸ ἡλιοτρόπιον ἀποτελεῖται ἀπὸ ἕνα κάτοπτρον, ποὺ κατευθύνει τὸ ἡλιακὸν φῶς πρὸς τὸ γωνιομετρικὸν ὄργανον. Ὁ ἠλεκτρικὸς προβολεὺς χρησιμοποιεῖται ἐπιτυχῶς τόσον τὴν νύκτα, ὅσον καὶ τὴν ἡμέραν. Ἔχει μάλιστα τὸ πλεονέκτημα ὅτι μὲ κατάλληλον μηχανισμὸν ἠμπορεῖ νὰ χρησιμεύσῃ καὶ ὡς μέσον συνεννοήσεως μεταξὺ τῶν συνεργείων μὲ σήματα Μόρς.

Τὰ τριγωνομετρικὰ σημεῖα τῶν δικτύων ἀνωτέρας τάξεως ἐνδέχεται νὰ μὴ εἶναι ὁρατὰ ἀπὸ μεγάλας ἀποστάσεις, εἴτε λόγω τῆς σφαιρικότητος τῆς γῆς, ὅταν πρόκειται περὶ πεδινοῦ ἐδάφους, εἴτε διότι μεσολαβοῦν διάφορα ἐμπόδια, ὅπως π.χ. ὑψηλὰ δένδρα. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν τὰ τριγωνομετρικὰ σημεῖα ἐπισημαίνονται μὲ ξυλίνους πύργους ὕψους μέχρι καὶ 50 m. Αἱ κορυφαὶ τῶν πύργων αὐτῶν ἀντιπροσωπεύουν τὰ σημεῖα σκοπεύσεως. Μεγάλη προσοχὴ πρέπει νὰ καταβάλλεται, ὥστε τὸ σημεῖον σκοπεύσεως νὰ κεῖται ἀκριβῶς ἐπὶ τῆς κατακορύφου τοῦ τριγωνομετρικοῦ σημείου.

18·5 Μετρήσεις μηκῶν καὶ γωνιῶν.

Τὸ μῆκος τῆς βάσεως πρέπει νὰ μετρῆται μὲ τὴν μεγαλυτέραν δυνατὴν ἀκρίβειαν, διότι ἀπὸ τὴν μέτρησιν αὐτὴν ἐξαρτᾶται, ὅπως εἴδαμε, ὁ ὑπολογισμὸς ὁλοκλήρου τοῦ τριγωνομετρικοῦ δικτύου. Παλαιότερα αἱ βάσεις ἐμετροῦντο ἐν γένει διὰ κανόνων. Τελευταίως ὅμως, ὅταν πρόκειται μάλιστα διὰ δίκτυα ἀνωτέρας τάξεως, χρησιμοποιοῦνται εἴτε *μετροταινίαι Invar*, εἴτε *αὐταναγωγὰ ταχύμετρα* ὁριζοντίου στόχου.

Μὲ πάρα πολὺ μεγάλην προσοχὴν καὶ μὲ τὴν μεγαλυτέραν δυνατὴν ἀκρίβειαν πρέπει νὰ γίνεται καὶ ἡ μέτρησις τῶν γωνιῶν τοῦ τριγωνομετρικοῦ δικτύου. Ὡς γωνιομετρικὰ ὄργανα χρησιμοποιοῦνται θεοδόλιχοι μεγάλης ἀκριβείας. Ἀφ' ἑτέρου διὰ μὲν τὰ δίκτυα κατωτέρας τάξεως ἐφαρμόζεται ἡ μέθοδος μετρήσεως κατὰ διευθύνσεις μὲ τέσσαρας τουλάχιστον περιόδους, διὰ δὲ τὰ δίκτυα ἀνωτέρας τάξεως ἐφαρμόζονται εἰδικαὶ μέθοδοι, τὰς ὁποίας ὅμως δὲν πρόκειται νὰ περιγράψωμε.

18·6 Συντεταγμέναι τριγωνομετρικῶν σημείων.

Εἰς τὰ δίκτυα ἀνωτέρας τάξεως μᾶς ἐνδιαφέρει νὰ προσδιορίσωμε τὴν θέσιν τῶν ὀρθῶν προβολῶν τῶν τριγωνομετρικῶν σημείων ἐπάνω εἰς τὸ γεωειδές. Ἡ θέσις αὐτὴ ὁρίζεται ἀπὸ τὰς γεωγραφικὰς συντεταγμένας, δηλαδὴ ἀπὸ τὸ γεωγραφικὸν μῆκος καὶ τὸ γεωγραφικὸν πλάτος.

Εἰς τὰ δίκτυα κατωτέρας τάξεως μᾶς ἐνδιαφέρει νὰ προσδιορίσωμε τὴν θέσιν τῶν ὀρθῶν προβολῶν τῶν τριγωνομετρικῶν σημείων ἐπάνω εἰς τὸ ἐπίπεδον τοῦ ὁρίζοντος τῆς περιοχῆς, ποὺ πρόκειται νὰ ἀποτυπώσωμε. Συνεπῶς τὰ τριγωνομετρικὰ σημεῖα πρέπει νὰ συσχετισθοῦν ὡς πρὸς ἕνα σύστημα ἐπιπέδων ὀρθογωνίων ἀξόνων μὲ ἀρχὴν τὸ σημεῖον, πρὸς τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ τὸ ἐπίπεδον τοῦ ὁρίζοντος. Ἀφ' ἑτέρου τὸ δίκτυον πρέπει νὰ εἶναι ***προσανατολισμένον***, δηλαδὴ ὁ ἄξων y νὰ στρέφεται πρὸς τὸν γεωγραφικὸν βορρᾶν. Πρὸς τοῦτο ἀρκεῖ νὰ προσανατολίσωμε μίαν ἀπὸ τὰς πλευρὰς τοῦ δικτύου, δηλαδὴ νὰ εὕρωμε τὸ γεωγραφικόν της ἀζιμούθιον. Τὸ γεωγραφικὸν ἀζιμούθιον μετρεῖται μὲ ἀστρονομικὰς μεθόδους διὰ σκοπεύσεως εἴτε πρὸς τὸν ἥλιον, εἴτε πρὸς τὸν πολικὸν ἀστέρα. Ἐὰν ἐπὶ πλέον θέλωμε νὰ καθορίσωμε καὶ τὴν θέσιν τοῦ τριγωνομετρικοῦ δικτύου κατωτέρας τάξεως ἐπάνω εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ γεωειδοῦς, ἀρκεῖ νὰ γνωρίζωμε τὰς γεωγραφικὰς συντεταγμένας ἑνὸς μόνον σημείου: Τῆς ἀρχῆς τῶν ἐπιπέδων ὀρθογωνίων ἀξόνων.

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟΝ

ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΟΣ ΑΠΟΤΥΠΩΣΙΣ Ή ΥΨΟΜΕΤΡΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 19

ΥΨΟΜΕΤΡΑ — ΧΩΡΟΣΤΑΘΜΗΣΙΣ

19·1 Ὑψόμετρα.

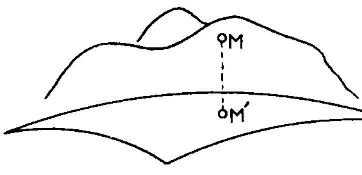
Τὸ νὰ γνωρίζωμε τὴν θέσιν τῆς ὁριζοντίας προβολῆς ἑνὸς σημείου τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐδάφους εἴτε ἐπάνω εἰς τὸ ἐπίπεδον τοῦ ὁρίζοντος, εἴτε ἐπάνω εἰς τὸ γεωειδὲς δὲν εἶναι ἀρκετόν, ἐὰν θέλωμε νὰ προσδιορίσωμε τὴν ἀκριβῆ θέσιν τοῦ σημείου εἰς τὸν χῶρον. Πρέπει ἐκτὸς ἀπὸ τὴν θέσιν τῆς ὁριζοντίας προβολῆς νὰ γνωρίζωμε καὶ τὴν ἀπόστασιν τοῦ σημείου ἀπὸ αὐτήν, δηλαδὴ τὸ ὑψόμετρόν του. Ὁ προσδιορισμὸς τῶν ὑψομέτρων τῶν διαφόρων σημείων τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐδάφους ἀποτελεῖ τὸ ἀντικείμενον τῆς *κατακορύφου ἀποτυπώσεως* ἢ *ὑψομετρίας*.

Ἐν πρώτοις πρέπει νὰ ὑπενθυμίσωμε ὅτι, ἐνῶ εἰς τὴν ὁριζοντίαν ἀποτύπωσιν ἠμποροῦμε νὰ ἀγνοήσωμε τὴν σφαιρικότητα τῆς γῆς διὰ τμήματα τοῦ ἐδάφους μὲ μεγίστην διάστασιν ἕως 20 km περίπου, χωρὶς νὰ διαπράξωμε σοβαρὰ σφάλματα, εἰς τὴν κατακόρυφον ἀποτύπωσιν ἡ μεγίστη αὐτὴ διάστασις μειώνεται μόλις εἰς τὰ 700 m (παράγρ. 0·5). Μὲ ἄλλους λόγους ἐπιτρέπεται νὰ προσδιορίσωμε τὰ ὑψόμετρα μιᾶς ἐδαφικῆς περιοχῆς ἐν σχέσει πρὸς τὸ ἐπίπεδον τοῦ ὁρίζοντος, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ κέντρον τῆς περιοχῆς, ἀρκεῖ ἡ μεγίστη διάστασίς της νὰ μὴ ὑπερβαίνῃ αὐτὸ τὸ ὅριον. Τότε τὸ σφάλμα, ποὺ διαπράττομε, εἶναι μικρότερον τοῦ 1 cm καὶ συνεπῶς εἶναι ἀνεκτόν.

Ἀλλά, ὅπως εἴπαμε καὶ εἰς τὴν παράγραφον 0·5, μία τέτοια ἁπλοποίησις εἶναι πρακτικῶς ἄχρηστος, διότι συνήθως μᾶς ἐνδιαφέρει ἡ ἀποτύπωσις ἐδαφικῶν περιοχῶν μὲ πολὺ μεγαλυτέρας διαστάσεις. Ἄρα ἀκόμη καὶ εἰς τὰ πλαίσια τῆς Κατωτέρας Γεωδαισίας τὰ ὑψόμετρα πρέπει νὰ προσδιορίζωνται ἐν σχέσει πρὸς τὸ γεωειδὲς καὶ ὄχι πρὸς τὸ ἐπίπεδον τοῦ ὁρίζοντος τοῦ κέντρου τῆς περιοχῆς, ποὺ θέλομε νὰ ἀποτυπώσωμε, ὅπως συμβαίνει μὲ τὰς ὁριζοντίας προβολάς. Ἡ μόνη παραδοχή, ποὺ ἠμποροῦμε νὰ κάνωμε ἐδῶ, εἶναι νὰ θεωρήσωμε τὸ γεωειδὲς ὡς τελείαν σφαιρικὴν ἐπιφάνειαν.

19·2 Ὑψομετρικαὶ διαφοραί. Ὑψομετρικαὶ ἀφετηρίαι.

Ἀπὸ τὰς διαφόρους μεθόδους προσδιορισμοῦ τῶν ὑψομέτρων, τὰς ὁποίας θὰ ἐξετάσωμε εἰς τὰ ἑπόμενα κεφάλαια, μόνον μία μέθοδος, ἡ *βαρομετρική*, εἶναι ἱκανὴ νὰ μᾶς δώση κατ' εὐθεῖαν τὸ ὑψόμετρον ἑνὸς τυχόντος σημείου M τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐδάφους δηλαδὴ τὴν ἀπόστασίν του MM′ ἀπὸ τὸ γεωειδὲς (σχ. 19·2α).



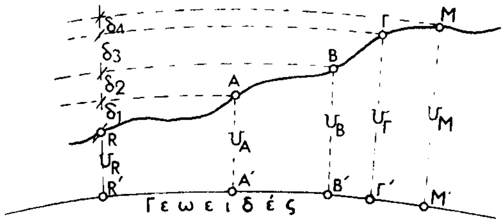
Σχ. 19·2α.

Αἱ ἄλλαι μέθοδοι μᾶς δίδουν τὴν ὑψομετρικὴν διαφορὰν $\upsilon_M - \upsilon_R$ τοῦ σημείου M ὡς πρὸς ἕνα ἄλλο σημεῖον R, τοῦ ὁποίου γνωρίζομε ἤδη τὸ ὑψόμετρον. Ἀναλόγως πρὸς τὰς θέσεις τῶν σημείων M καὶ R καὶ τὴν μέθοδον, ποὺ θὰ ἀκολουθήσωμε, ἡ ὑψομετρικὴ αὐτὴ διαφορὰ εἶναι δυνατὸν νὰ προσδιορισθῇ εἴτε κατ' εὐθεῖαν, εἴτε ὡς ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν διαδοχικῶν ὑψομετρικῶν διαφορῶν $\upsilon_A - \upsilon_R = \delta_1$, $\upsilon_B - \upsilon_A = \delta_2$, $\upsilon_\Gamma - \upsilon_B = \delta_3$ καὶ $\upsilon_M - \upsilon_\Gamma = \delta_4$, ὅπου A, B καὶ Γ ἐνδιάμεσα σημεῖα μεταξὺ R καὶ M (σχ. 19·2β). Τελικῶς τὸ ὑψόμετρον τοῦ σημείου M θὰ προκύψη ἀπὸ τὴν σχέσιν:

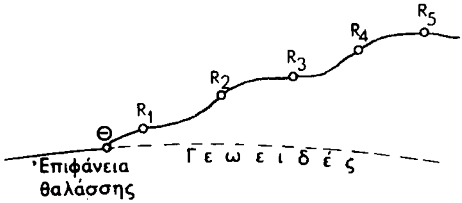
$$υ_M = υ_R + Σδ, \qquad (1)$$

ὅπου **Σδ** τὸ ἄθροισμα τῶν διαφόρων δ.

Σημεῖα R, δηλαδὴ σημεῖα μὲ γνωστὸν ὑψόμετρον, εἶναι δυνατὸν νὰ ἐγκατασταθοῦν ἐπάνω εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐδάφους ἀνὰ ὡρισμένας ἀποστάσεις, ὁπότε, ὁσάκις παρίσταται ἀνάγκη προσδιορισμοῦ τοῦ ὑψομέτρου ἑνὸς σημείου M, ἀρκεῖ νὰ προσδιορισθῇ ἡ ὑψομετρική του διαφορὰ ὡς πρὸς τὸ πλησιέστερον σημεῖον R. Τὰ σημεῖα R ὀνομάζονται *ὑψομετρικαὶ ἀφετηρίαι* (ρεπέρ).



Σχ. 19·2 β.



Σχ. 19·2 γ.

Πῶς ὅμως προσδιορίζονται τὰ ὑψόμετρα τῶν σημείων R; Προφανῶς ὅπως τὰ ὑψόμετρα τῶν σημείων M, δηλαδὴ μὲ διαδοχικὴν ἀναγωγὴν πρὸς ἄλλας ὑψομετρικὰς ἀφετηρίας. Π.χ. τοῦ σημείου R_5 (σχ. 19 · 2 γ) προσδιορίζομε τὴν ὑψομετρικὴν διαφορὰν ὡς πρὸς τὸ σημεῖον R_4, τοῦ σημείου R_4 ὡς πρὸς τὸ R_3, κ.ο.κ. Τελικῶς διὰ νὰ προσδιορίσωμε τὸ ὑψόμετρον τοῦ σημείου R_1 θὰ χρησιμοποιήσωμε ὡς ὑψομετρικὴν ἀφετηρίαν τὸ σημεῖον Θ, δηλαδὴ τὸ πλησιέστερον σημεῖον τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης, ὁπότε ἡ σχέσις (1) γίνεται:

$$υ_{R_1} = υ_{Θ} + Σδ$$

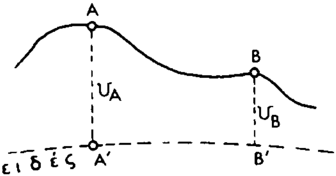
καὶ ἐπειδὴ $υ_{Θ} = 0$, ἕπεται ὅτι:

$$υ_{R_1} = Σδ.$$

Ἐδῶ χρειάζεται μία διευκρίνισις. Ἐπειδὴ ἡ ἐπιφάνεια τῆς θαλάσσης εἰς τοὺς διαφόρους τόπους καὶ κατὰ διάφορα χρονικὰ διαστήματα ἀνέρχεται καὶ κατέρχεται, ὡς μηδενικὴ ἀφετηρία προσδιορισμοῦ τῶν ὑψομέτρων λαμβάνεται ἡ μέση στάθμη τῆς θαλάσσης εἰς κάθε τόπον.

19·3 Πρόσημον ὑψομετρικῆς διαφορᾶς.

Ἔστωσαν δύο σημεῖα, τὰ Α καὶ Β (σχ. 19·3 α), μὲ ὑψόμετρα $υ_A$ καὶ $υ_B$ ἀντιστοίχως.



Σχ. 19·3 α.

Ὅταν τὸ Α κεῖται ὑψηλότερον ἀπὸ τὸ Β, τότε ἡ ὑψομετρικὴ διαφορὰ $υ_A - υ_B$ εἶναι θετική. Τὸ ἀντίθετον συμβαίνει, ὅταν τὸ Α κεῖται χαμηλότερον ἀπὸ τὸ Β.

Καὶ τώρα ἂς ἀντιστρέψωμε τὰς δύο αὐτὰς προτάσεις:

Ὅταν μία ὑψομετρικὴ διαφορά, λ.χ. ἡ $υ_A - υ_B$, εἶναι θετική, αὐτὸ σημαίνει ὅτι τὸ σημεῖον, τοῦ ὁποίου τὸ ὑψόμετρον χρησιμεύει ὡς μειωτέος, δηλαδὴ τὸ σημεῖον Α, κεῖται ὑψηλότερον ἀπὸ τὸ σημεῖον, τοῦ ὁποίου τὸ ὑψόμετρον χρησιμεύει ὡς ἀφαιρετέος, δηλαδὴ ἀπὸ τὸ σημεῖον Β. Τὸ ἀντίθετον συμβαίνει, ὅταν ἡ ὑψομετρικὴ διαφορά, ποὺ ἐξετάζομε, εἶναι ἀρνητική.

19·4 Χωροστάθμησις. Εἴδη χωροσταθμήσεως.

Τὸ σύνολον τῶν ἐργασιῶν, ποὺ ἐκτελοῦμε διὰ νὰ προσδιορίσωμε τὰς ὑψομετρικὰς διαφορὰς τῶν διαφόρων σημείων τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐδάφους ὀνομάζεται *χωροστάθμησις*. Ὑπάρχουν τρεῖς μέθοδοι χωροσταθμήσεως. Ἡ *γεωμετρική*, *ἡ τριγωνομετρικὴ* καὶ *ἡ βαρομετρική*. Ἡ κάθε μία μέθοδος χρησιμοποιεῖται ἀναλόγως πρὸς τὴν ἀκρίβειαν, ποὺ θέλομε νὰ ἐπιτύχωμε εἰς τὸν καθορισμὸν τῶν ὑψομέτρων. Ἡ γεωμετρικὴ χωροστάθμησις μᾶς δίδει ἀκρίβειαν 1 cm, ἡ τριγωνομετρικὴ χωροστάθμησις 10 cm καὶ ἡ βαρομετρικὴ 1 m. Κατόπιν αὐτοῦ ἡ γεωμετρικὴ χωροστάθμησις χρησιμοποιεῖται διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν ὑψομέτρων τῶν τριγωνομετρικῶν σημείων καὶ τῶν κορυφῶν τῶν πολυγωνικῶν ὁδεύσεων, ἡ τριγωνομετρικὴ χωροστάθμησις διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν ὑψομέτρων τῶν κοινῶν σημείων καὶ ἡ βαρομετρικὴ χωροστάθμησις εἰς κάθε περίπτωσιν, ὅπου μᾶς ἀρκεῖ ἕνας χονδροειδὴς προσδιορισμὸς τοῦ ὑψομέτρου τῶν διαφόρων σημείων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 20

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΧΩΡΟΣΤΑΘΜΗΣΙΣ

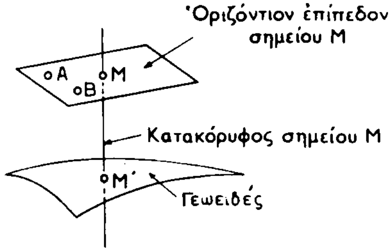
20·1 Ὁριζοντία εὐθεῖα καὶ ὁριζόντιον ἐπίπεδον.

Διὰ νὰ ἀντιληφθοῦμε πῶς γίνεται ἡ γεωμετρικὴ χωροστάθμησις πρέπει νὰ ὑπενθυμίσωμε τοὺς ὁρισμοὺς τῆς ὁριζοντίας εὐθείας καὶ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου.

Ὁριζοντία εὐθεῖα ἑνὸς σημείου τοῦ χώρου ὀνομάζεται μία εὐθεῖα, ποὺ διέρχεται ἀπὸ τὸ σημεῖον αὐτὸ καὶ εἶναι κάθετος πρὸς τὴν ἀντίστοιχον κατακόρυφον. Ὅπως εἶναι φανερόν, ὑπάρχουν πολλαὶ ὁριζόντιαι εὐθεῖαι ἑνὸς καὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου. Ὅλαι αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι σχηματίζουν ἕνα ἐπίπεδον κάθετον ἐπίσης πρὸς τὴν κατακόρυφον, τὸ ὁποῖον ὀνομάζεται *ὁριζόντιον ἐπίπεδον* τοῦ σημείου (σχ. 0·9 α).

Βασικὴ παρατήρησις :

Ἔστω τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον ἑνὸς σημείου Μ (σχ. 20·1 α). Τὰ σημεῖα τοῦ ἐπιπέδου, ποὺ ἀπέχουν ἀπὸ τὸ Μ ὀλιγώτερον ἀπὸ



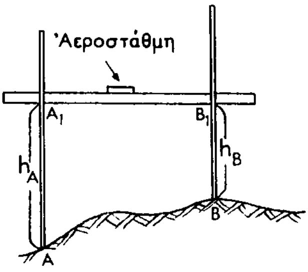
Σχ. 20·1 α.

350 m, ὅπως συμβαίνει π.χ. μὲ τὰ σημεῖα Α καὶ Β, δύνανται νὰ θεωρηθοῦν ὅτι ἔχουν ἴσα ὑψόμετρα μὲ αὐτό. Δηλαδή: $υ_A = υ_B = υ_M$. (Εἰς τὴν πραγματικότητα τὰ τρία ὑψόμετρα εἶναι ἄνισα, ἀλλὰ

αἱ διαφοραί, ποὺ ὑπάρχουν μεταξύ των, εἶναι μικρότεραι ἀπὸ 1 cm καὶ ἑπομένως δύνανται νὰ ἀγνοηθοῦν).

20·2 Ὁριζόντιαι σκοπεύσεις.

Ἕνας πρακτικὸς τρόπος διὰ νὰ προσδιορίσωμε τὴν ὑψομετρικὴν διαφορὰν δύο σημείων, ποὺ ἀπέχουν μεταξύ των 3 ἕως 4 m, εἶναι ὁ ἑξῆς:



Σχ. 20·2 α.

Εἰς τὰ δύο σημεῖα, ἔστω τὰ A καὶ B, στερεώνομε δύο κατακορύφους πήχεις (σχ. 20·2 α). Μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ γνωστοῦ πήχεως τοῦ οἰκοδόμου καὶ μιᾶς ἀεροστάθμης (ἀλφάδι) ὁρίζομε ἐπὶ τῶν δύο κατακορύφων πήχεων τὰ σημεῖα A_1 καὶ B_1 οὕτως, ὥστε ἡ εὐθεῖα A_1B_1 νὰ εἶναι ὁριζοντία. Ἐὰν μὲ υ_{A_1}, υ_A, υ_{B_1} καὶ υ_B καλέσωμε τὰ ὑψόμετρα τῶν σημείων A_1, A, B_1 καὶ B ἀντιστοίχως, θὰ ἔχωμε τὰς σχέσεις:

$$\upsilon_A = \upsilon_{A_1} - h_A$$
$$\upsilon_B = \upsilon_{B_1} - h_B\,.$$

Δι' ἀφαιρέσεως τῶν δύο αὐτῶν σχέσεων κατὰ μέλη προκύπτει:

$$\upsilon_A - \upsilon_B = \upsilon_{A_1} - \upsilon_{B_1} + (h_B - h_A). \qquad (1)$$

Ἀλλὰ ἐπειδὴ ἡ εὐθεῖα A_1B_1 εἶναι ὁριζοντία καὶ ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τῶν σημείων A_1 καὶ B_1 εἶναι μικρά, τὰ ὑψόμετρα υ_{A_1} καὶ υ_{B_1} ἠμποροῦν νὰ θεωρηθοῦν ἴσα. Ἄρα ἡ σχέσις (1) γράφεται:

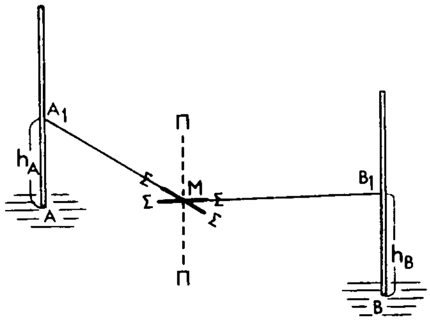
$$\upsilon_A - \upsilon_B = h_B - h_A .$$

Συνεπῶς ἀρκεῖ νὰ μετρήσωμε ἐπάνω εἰς τοὺς δύο κατακορύφους πήχεις τὰ μεγέθη h_B καὶ h_A, ὁπότε ἡ διαφορά των θὰ μᾶς δώση τὴν ὑψομετρικὴν διαφορὰν τῶν σημείων Α καὶ Β. Ἐὰν τὸ h_A εἶναι μικρότερον ἀπὸ τὸ h_B, τότε τὸ υ_A θὰ εἶναι μεγαλύτερον ἀπὸ τὸ υ_B καὶ ἡ διαφορὰ $\upsilon_A - \upsilon_B$ θὰ εἶναι θετική. Ἀντιστρόφως, ἐὰν τὸ h_A εἶναι μεγαλύτερον ἀπὸ τὸ h_B, ἡ διαφορὰ $\upsilon_A - \upsilon_B$ θὰ εἶναι ἀρνητική.

Κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον ἠμποροῦμε νὰ προσδιορίσωμε τὴν ὑψομετρικὴν διαφορὰν $\upsilon_A - \upsilon_B$ καὶ διὰ μεγαλυτέρας ἀποστάσεις μεταξὺ τῶν σημείων Α καὶ Β, ἐὰν ἀντὶ τοῦ πήχεως τοῦ οἰκοδόμου χρησιμοποιήσωμε μίαν σκοπευτικὴν διάταξιν, ποὺ νὰ στρέφεται γύρω ἀπὸ ἕνα ἄξονα. Ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ ΣΣ τῆς διατάξεως εἶναι κάθετος πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς ΠΠ. Συνεπῶς, ἐὰν καταστήσωμε τὸν ἄξονα περιστροφῆς κατακόρυφον, ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ διαγράφει ἕνα ὁριζόντιον ἐπίπεδον. Ἀρκεῖ λοιπὸν νὰ τοποθετήσωμε τὴν σκοπευτικὴν διάταξιν μεταξὺ τῶν σημείων Α καὶ Β, νὰ κατακορυφώσωμε τὸν ἄξονα περιστροφῆς καὶ νὰ σκοπεύσωμε πρὸς τοὺς κατακορύφους πήχεις τῶν Α καὶ Β (σχ. 20·2β). Τὰ ἀντίστοιχα σημεῖα σκοπεύσεως (A_1 καὶ B_1) θὰ κεῖνται ἐπάνω εἰς τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον τοῦ σημείου Μ, δηλαδὴ τοῦ σημείου τομῆς τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς καὶ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς.

Ἑπομένως, ἐὰν τὰ σημεῖα A_1 καὶ B_1 ἀπέχουν ἀπὸ τὸ σημεῖον Μ ὀλιγώτερον ἀπὸ 350 m, δύνανται νὰ θεωρηθοῦν ὅτι ἔχουν τὸ ἴδιον ὑψόμετρον μὲ τὸ Μ καὶ ἄρα ἴσα ὑψόμετρα μεταξύ των. Τελικῶς δηλαδὴ ἡ ὑψομετρικὴ διαφορὰ $\upsilon_A - \upsilon_B$ θὰ ἰσοῦται πρὸς τὴν διαφορὰν $h_B - h_A$ τῶν ἀντιστοίχων ἐνδείξεων τῶν κατακορύφων πήχεων.

Ἐὰν ἡ ἀπόστασις τῶν σημείων A_1 καὶ B_1 ἀπὸ τὸ σημεῖον σκοπεύσεως Μ εἶναι μεγαλυτέρα ἑνὸς ὡρισμένου ὁρίου, πάντοτε ὅμως μικροτέρα ἀπὸ 350 m, τότε διὰ νὰ γίνουν εὐκρινεῖς σκοπεύσεις πρέπει ἡ σκοπευτικὴ διάταξις νὰ εἶναι ἐφωδιασμένη μὲ ἕνα τηλεσκόπιον. Μία τέτοια σκοπευτικὴ διάταξις, μὲ τὴν ὁποίαν ἠμποροῦμε νὰ κάνωμε ὁριζοντίας σκοπεύσεις, εἶναι ὁ *χωροβάτης*.



Σχ. 20·2 β.

Ὅσον ἀφορᾶ εἰς τοὺς κατακορύφους πήχεις, ποὺ τοποθετοῦμε εἰς τὰ σημεῖα A καὶ B, δὲν χρειάζονται δύο, ἀλλὰ ἕνας μόνον. Ὁ μοναδικὸς αὐτὸς πῆχυς τοποθετεῖται πρῶτα εἰς τὸ σημεῖον A καὶ ἔπειτα εἰς τὸ σημεῖον B. Ὁ πῆχυς, διὰ τὸν ὁποῖον γίνεται λόγος, δὲν εἶναι ἄλλος ἀπὸ τὸν γνωστόν μας *στόχον*, ποὺ χρησιμοποιοῦμε καὶ εἰς τὴν ὀπτικὴν μέτρησιν ὁριζοντίων ἀποστάσεων μὲ τὰ κοινὰ ταχύμετρα. Αἱ ἐνδείξεις h_A καὶ h_B δίδονται ἀπὸ τὰς διαιρέσεις, ποὺ εἶναι χαραγμέναι ἐπάνω εἰς τὸν στόχον.

Χωροβάτης καὶ στόχος ἀποτελοῦν τὸ ἀπαραίτητον ζεῦγος ὀργάνων, μὲ τὰ ὁποῖα γίνεται ἡ γεωμετρικὴ χωροστάθμησις. Θὰ ὁμιλήσωμε πρῶτα διὰ τὸν χωροβάτην.

20·3 Χωροβάτης.

Ὅπως εἴπαμε ἤδη, ὁ χωροβάτης εἶναι μία σκοπευτικὴ διάταξις ἐφωδιασμένη μὲ τηλεσκόπιον, μὲ τὴν ὁποίαν κάνομε ὁριζοντίας σκοπεύσεις. Ὁ χωροβάτης ὁμοιάζει εἰς πολλὰ σημεῖα μὲ τὸν θεοδόλιχον, ἔχει ὅμως καὶ ὡρισμένας διαφοράς, αἱ ὁποῖαι ὀφείλονται εἰς τὸν διαφορετικὸν προορισμὸν τῶν δύο ὀργάνων. Τὰ σημεῖα ὁμοιότητος εἶναι τὰ ἑξῆς:

α) Καὶ τὰ δύο ὄργανα φέρονται ἀπὸ μίαν βάσιν (τρικόχλιον).

β) Τὸ κύριον σῶμα τοῦ χωροβάτου στρέφεται γύρω ἀπὸ ἕνα ἄξονα, ὁ ὁποῖος εἶναι ἀντίστοιχος πρὸς τὸν πρωτεύοντα ἄξονα ΠΠ τοῦ θεοδολίχου.

γ) Τὰ τηλεσκόπια τῶν δύο ὀργάνων εἶναι ἐντελῶς ὅμοια.

Τὰ δύο ὅμως ὄργανα παρουσιάζουν καὶ τὰς ἑξῆς διαφοράς:

α´) Εἰς τὸν χωροβάτην δὲν ὑπάρχει δευτερεύων ἄξων περιστροφῆς τοῦ τηλεσκοπίου, διότι ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ τοῦ τηλεσκοπίου πρέπει νὰ εἶναι σταθερῶς ὁριζοντία.

β´) Ἡ ἀεροστάθμη ὁριζοντιώσεως τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς τοῦ τηλεσκοπίου τοῦ χωροβάτου δὲν τοποθετεῖται ἁπλῶς καὶ μόνον καθέτως πρὸς τὸν ἄξονα ΠΠ, ἀλλὰ ἐπὶ πλέον εἶναι καὶ παράλληλος πρὸς τὴν σκοπευτικὴν γραμμὴν τοῦ τηλεσκοπίου. Ἐπίσης ἡ εὐαισθησία τῆς ἀεροστάθμης τοῦ χωροβάτου εἶναι πολὺ μεγαλυτέρα ἀπὸ ἐκείνην τοῦ θεοδολίχου.

γ´) Εἰς τὸν χωροβάτην δὲν ὑπάρχουν τὰ διάφορα ἐξαρτήματα μετρήσεως γωνιῶν, ὅπως εἶναι π.χ. οἱ δίσκοι, οἱ δεῖκται, τὰ μικροσκόπια ἢ τὰ ὀπτικὰ μικρόμετρα κλπ., ποὺ ὑπάρχουν εἰς τὸν θεοδόλιχον, διότι δὲν χρειάζονται. Ἐπίσης δὲν ὑπάρχουν καὶ οἱ κοχλίαι, ποὺ ἔχουν σχέσιν μὲ τὴν περιστροφὴν τοῦ τηλεσκοπίου γύρω ἀπὸ τὸν δευτερεύοντα ἄξονα, ἀφοῦ δὲν ὑπάρχει κἂν δευτερεύων ἄξων.

Ὡς πρὸς τὴν διαδικασίαν σκοπεύσεως ἔχομε πάλιν τὰς ἑξῆς ὁμοιότητας καὶ διαφορὰς μεταξὺ χωροβάτου καὶ θεοδολίχου: Κατ᾽ ἀρχὴν καὶ τὰ δύο ὄργανα τοποθετοῦνται ἐπάνω εἰς ἕνα τρίποδα. Κέντρωσις τοῦ χωροβάτου δὲν γίνεται, διότι δὲν μᾶς ἐνδιαφέρει ἡ ἀκριβὴς τοποθέτησις τοῦ ὀργάνου ἐπάνω ἀπὸ κάποιο συγκεκριμένον σημεῖον τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐδάφους. Συνεπῶς τὴν τοποθέτησιν τοῦ τρίποδος ἀκολουθεῖ ἀμέσως ἡ ὁριζοντίωσις τοῦ χωροβάτου, δηλαδὴ ἡ κατακορύφωσις τοῦ ἄξονος ΠΠ.

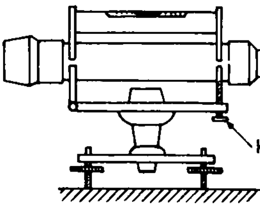
Ἡ ὁριζοντίωσις τοῦ χωροβάτου γίνεται *περίπου* κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον μὲ τὴν ὁριζοντίωσιν τοῦ θεοδολίχου. Λέγομε *περίπου*, διότι δὲν εἶναι ἀνάγκη νὰ ὁριζοντιώσωμε *τελείως* τὸν χωροβάτην, ὅπως ὁριζοντιώνομε τὸν θεοδόλιχον. Ἀρκεῖ μία πρόχειρος ὁριζοντίωσις εἴτε μὲ τὴν βοήθειαν μιᾶς σφαιρικῆς ἀεροστάθμης, εἴτε μὲ τὴν ἀεροστάθμην τοῦ τηλεσκοπίου, τὴν ὁποίαν εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν χρησιμοποιοῦμε ὅπως τὴν ἀεροστάθμην ὁριζοντιώσεως τοῦ θεοδολίχου, ὑπὸ μίαν ὅμως προϋπόθεσιν: Διὰ κάθε σκόπευσιν θὰ προβαίνωμε εἰς πλήρη ὁριζοντίωσιν τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς τοῦ τηλεσκοπίου, δηλαδὴ θὰ φέρωμε τὴν φυσαλίδα τῆς ἀεροστάθμης τοῦ τηλεσκοπίου ἀκριβῶς εἰς τὸ κανονικόν της σημεῖον.

Αὐτὴ ἡ διαφορὰ ὁριζοντιώσεως μεταξὺ τῶν δύο ὀργάνων ὀφείλεται εἰς τὸ γεγονὸς ὅτι κατὰ τὴν σκόπευσιν διὰ τοῦ θεοδολίχου πρέπει ὅλον τὸ ὄργανον νὰ εἶναι ὡριζοντιωμένον, ἐνῶ κατὰ τὴν σκόπευσιν διὰ τοῦ χωροβάτου ἀρκεῖ μόνον ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ τοῦ τηλεσκοπίου νὰ εἶναι ὁριζοντία.

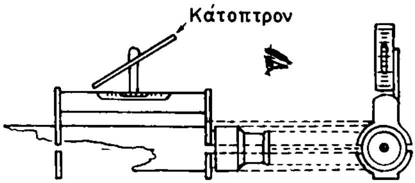
Ἡ ἀποκατάστασις τῆς ἀεροστάθμης γίνεται εἴτε μὲ τὸν κατάλληλον κοχλίαν τοῦ τρικοχλίου, εἴτε μὲ ἕνα εἰδικὸν κοχλίαν, ποὺ συναντᾶται μόνον εἰς τὸν χωροβάτην. Αὐτὸς ἔχει τὴν δυνατότητα νὰ ἐπιφέρῃ μικρὰς ἀλλαγὰς εἰς τὴν κλίσιν τοῦ τηλεσκοπίου καὶ μαζὶ μὲ τὸ τηλεσκόπιον εἰς τὴν κλίσιν τῆς ἀντιστοίχου ἀεροστάθμης. Ὁ κοχλίας αὐτὸς (Κ) ὀνομάζεται *χωροσταθμικὸς* καὶ παρίσταται εἰς τὸ σχῆμα 20·3α.

Ἡ ὁριζοντίωσις τῆς ἀεροστάθμης εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ χωροβάτου πρέπει νὰ ἐλέγχεται καὶ νὰ ἀποκαθίσταται πρὶν ἀπὸ κάθε σκόπευσιν. Χρειάζεται λοιπὸν διὰ νὰ μὴ χρονοτριβοῦμε νὰ κάνωμε τὸν ἔλεγχον ἀπὸ τὴν θέσιν σκοπεύσεως.

Πρὸς τοῦτο ἡ ἀεροστάθμη εἶναι ἐφωδιασμένη μὲ ἕνα κάτοπτρον, μέσα εἰς τὸ ὁποῖον βλέπομε τὸ ὑάλινον τμῆμα της μαζὶ μὲ τὴν φυσαλίδα, καὶ ἀναλόγως κάνομε τοὺς χειρισμοὺς ἀποκαταστάσεως (σχ. 20·3β). Μὲ παρόμοιον κάτοπτρον εἶναι ἐφωδιασμένη, ὅπως ἐμάθαμε, καὶ ἡ ἀεροστάθμη τοῦ δείκτου τῶν κατακορύφων γωνιῶν εἰς τὸν θεοδόλιχον.



Σχ. 20·3 α.



Σχ. 20·3 β.

20·4 Τύποι χωροβάτου.

Ἀναλόγως τοῦ τρόπου, μὲ τὸν ὁποῖον συνδέονται μεταξύ των τὰ τρία κύρια μέρη τοῦ χωροβάτου, δηλαδὴ ἡ βάσις, τὸ τηλεσκόπιον καὶ ἡ ἀεροστάθμη, διακρίνομε τέσσαρας τύπους χωροβάτου. Τοὺς συμβολίζομε μὲ τοὺς λατινικοὺς ἀριθμοὺς I, II, III καὶ IV.

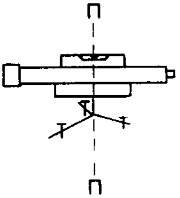
Εἰς ὅλους τοὺς τύπους τὸ τηλεσκόπιον, καὶ μαζὶ μὲ αὐτὸ καὶ ἡ ἀεροστάθμη, ἔχει τὴν δυνατότητα νὰ στρέφεται γύρω ἀπὸ τὸν ἄξονα Π — Π.

Εἰς τὸν τύπον I τὰ τρία μέρη εἶναι στερεῶς συνδεδεμένα μεταξύ των. Μὲ ἄλλους λόγους κανένα μέρος τοῦ χωροβάτου δὲν ἠμπορεῖ νὰ χωρισθῇ ἀπὸ τὰ ἄλλα δύο (σχ. 20·4α).

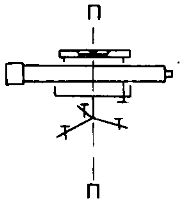
Εἰς τὸν τύπον II καὶ τὰ τρία μέρη εἶναι δυνατὸν νὰ χωρισθοῦν τὸ ἕνα ἀπὸ τὸ ἄλλο, δηλαδὴ νὰ ἀπομονωθοῦν ἀπὸ τὰ ὑπόλοιπα (σχ. 20·4β).

Εἰς τὸν τύπον III τὸ τηλεσκόπιον ἠμπορεῖ νὰ ἀπομονωθῇ ἀπὸ τὰ ἄλλα μέρη, ἐνῶ ἡ ἀεροστάθμη στρέφεται γύρω ἀπὸ τὸν ἄξονα ΠΠ χωρὶς νὰ ἠμπορῇ νὰ ἀποσπασθῇ ἀπὸ τὴν βάσιν (σχ. 20·4 γ).

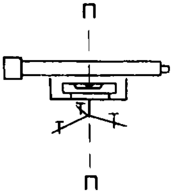
Τέλος *εἰς τὸν τύπον IV* δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἀπομονώσωμε τὰ διάφορα μέρη τοῦ ὀργάνου, τὸ τηλεσκόπιον ὅμως ἔχει τὴν



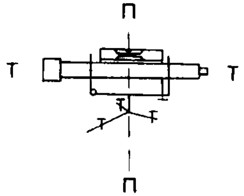
Σχ. 20·4 α.



Σχ. 20·4 β.



Σχ. 20·4 γ.



Σχ. 20·4 δ.

δυνατότητα νὰ στρέφεται γύρω ἀπὸ τὸν ἄξονά του ΤΤ. Κατὰ τὴν περιστροφήν του αὐτὴν συμπαρασύρει καὶ τὴν ἀεροστάθμην, μὲ τὴν ὁποίαν εἶναι στερεῶς συνδεδεμένον (σχ. 20·4 δ).

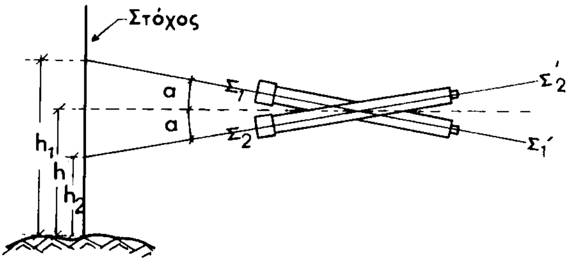
Ἀπὸ τοὺς τέσσαρας αὐτοὺς τύπους μόνον ὁ πρῶτος κατασκευάζεται σήμερον ἀπὸ τὰ εἰδικὰ ἐργοστάσια. Οἱ ἄλλοι τρεῖς, καὶ ἰδίως οἱ τύποι II καὶ III, θεωροῦνται πλέον ἀπηρχαιωμένοι. Ἐπειδὴ ὅμως κυκλοφοροῦν ἀκόμη καὶ εἶναι οἱ μόνοι διαθέσιμοι εἰς μερικὰ τεχνικὰ γραφεῖα, θὰ τοὺς συμπεριλάβωμε εἰς τὴν σχετικὴν περιγραφήν. Ἐν συνεχείᾳ θὰ ἐξηγήσωμε διὰ ποίους λόγους κατεσκευάζοντο εἰς τὸ παρελθὸν καὶ διατί ἐγκατελείφθη ἡ κατασκευή των.

Ὅπως ὁ θεοδόλιχος ἔτσι καὶ ὁ χωροβάτης πρέπει νὰ πληροῖ ὡρισμένας συνθήκας ἀκριβείας. Ἡ κυρία συνθήκη ἀκριβείας τοῦ χωροβάτου εἶναι ἡ παραλληλία μεταξὺ τῆς σκοπευτικῆς

Τοπογραφία 23

γραμμῆς ΣΣ΄ τοῦ τηλεσκοπίου καὶ τοῦ ἄξονος ΑΑ΄ τῆς ἀεροστάθμης. Μόνον ὅταν πληροῦται ἡ συνθήκη αὐτή, εἴμεθα βέβαιοι ὅτι μὲ τὴν ὁριζοντίωσιν τῆς ἀεροστάθμης ἔχομε ἐπιτύχει καὶ τὴν ὁριζοντίωσιν τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς. Ἀλλὰ ὅπως κατὰ τὴν μέτρησιν ὁριζοντίων γωνιῶν ἔτσι καὶ κατὰ τὴν γεωμετρικὴν χωροστάθμησιν δὲν ἀρκούμεθα μόνον εἰς τὸν ἔλεγχον καὶ τὴν ἀποκατάστασιν τῶν ἀντιστοίχων συνθηκῶν. Ἐφαρμόζομε ἐπίσης καὶ καταλλήλους μεθόδους σκοπεύσεων, ὥστε νὰ ἐξουδετερώσωμε τὰ ἐνδεχόμενα σφάλματα τοῦ ὀργάνου.

Μία τέτοια μέθοδος εἶναι ἡ μέθοδος τῶν διπλῶν παρατηρήσεων. Ἂς ὑποθέσωμε ὅτι δὲν ἰσχύει ἡ βασικὴ συνθήκη τοῦ χωροβάτου, δηλαδὴ ἡ παραλληλία σκοπευτικῆς γραμμῆς τοῦ τηλεσκοπίου καὶ ἄξονος τῆς ἀεροστάθμης. Τότε, ἐνῶ ὁ ἄξων τῆς ἀεροστάθμης θὰ εἶναι ὁριζόντιος, ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ θὰ κλίνῃ ὑπὸ γωνίαν ἔστω α (σχ. 20·4 ε). Ἡ ἀντίστοιχος ἀνάγνωσις ἐπὶ τοῦ

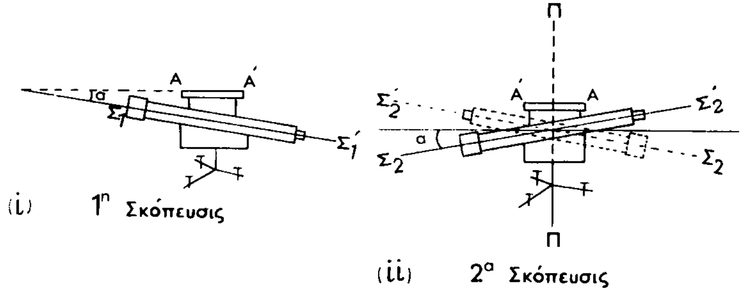


Σχ. 20·4 ε.

στόχου, δηλαδὴ ἡ διαίρεσις τοῦ στόχου, μὲ τὴν ὁποίαν θὰ συμπίπτῃ τὸ ὁριζόντιον νῆμα τοῦ σταυρονήματος, θὰ εἶναι h_1. Ἐὰν κατορθώσωμε νὰ προβοῦμε εἰς μίαν νέαν σκόπευσιν πρὸς τὴν ἰδίαν θέσιν τοῦ στόχου, ἀλλὰ μὲ ἴσην καὶ ἀντίθετον γωνίαν κλίσεως τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς, ὁ μέσος ὅρος $\frac{h_2 + h_1}{2}$ τῆς δευτέρας ἀναγνώσεως h_2, καὶ τῆς πρώτης h_1, θὰ μᾶς δώσῃ τὴν κανονικὴν ἀνάγνωσιν h. Ἡ ἀνάγνωσις αὐτὴ συμπίπτει μὲ ἐκείνην, ποὺ θὰ προέκυπτε, ἐὰν ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ ἦτο ὁριζοντία. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον αἴρεται τὸ σφάλμα τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς.

Γεννᾶται ὅμως τὸ ἐρώτημα πῶς θὰ ἐπιτευχθῇ ἡ δευτέρα σκόπευσις, ὅπως τὴν περιεγράψαμε ἀνωτέρω. Προφανῶς μόνον ἐὰν τὰ μέρη τοῦ χωροβάτου δὲν συνδέωνται συμπαγῶς μεταξύ των. Αὐτὴν ἀκριβῶς τὴν δυνατότητα ἐπεδίωξαν οἱ κατασκευασταὶ νὰ ἐξασφαλίσουν μὲ τοὺς τύπους II, III καὶ IV.

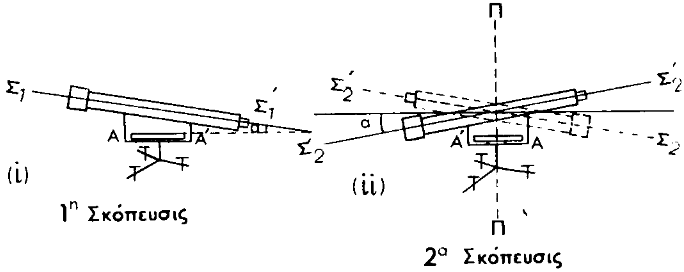
Ἄς ἐξετάσωμε τώρα πῶς ἐπιτυγχάνεται ἡ δευτέρα σκόπευσις εἰς κάθε ἕνα ἀπὸ τοὺς τρεῖς αὐτοὺς τύπους.



Σχ. 20·4 ζ.

Εἰς τὸν τύπον II ἀποσπᾶται κατὰ πρῶτον ἡ ἀεροστάθμη καὶ ἔπειτα τὸ τηλεσκόπιον. Κατόπιν ἀντιμεταθέτομε τὸ τηλεσκόπιον, ὥστε νὰ λάβῃ τὴν θέσιν $\Sigma_2'\Sigma_2$ [σχ. 20·4ζ(ιι)]. Περιστρέφομε τὸ ὄργανον, ἕως ὅτου ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ ἔλθῃ εἰς τὴν θέσιν $\Sigma_2\Sigma_2'$ καὶ τοποθετοῦμε ἐκ νέου τὴν ἀεροστάθμην, ἀφοῦ ἀντιμεταθέσωμε τὰ ἄκρα της. Θεωρητικῶς ὁ ἄξων τῆς ἀεροστάθμης εἰς τὴν νέαν του θέσιν πρέπει νὰ εἶναι καὶ πάλιν ὁριζόντιος. Ἐπειδὴ ὅμως ἐνδέχεται νὰ μὴ συμβαίνῃ αὐτὸ ἐξ αἰτίας ἄλλων σφαλμάτων τοῦ ὀργάνου ἀποκαθιστοῦμε ἐκ νέου τὴν ὁριζοντιότητα τοῦ ἄξονος τῆς ἀεροστάθμης. Τότε ἡ νέα θέσις $\Sigma_2\Sigma_2'$ τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς θὰ κλίνῃ κατὰ ἴσην καὶ ἀντίθετον γωνίαν ἐν σχέσει πρὸς τὴν παλαιὰν $\Sigma_1\Sigma_1'$ [σχ 20·4ζ(ι)].

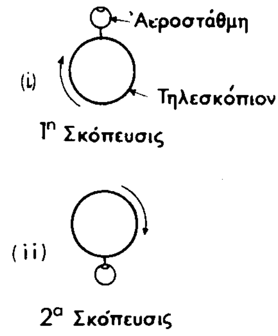
Εἰς τὸν τύπον III, ἀφοῦ γίνῃ ἡ πρώτη σκόπευσις, ἀποσπᾶται μόνον τὸ τηλεσκόπιον, ἀντιμετατίθενται τὰ ἄκρα του καὶ στρέφεται τὸ ὄργανον γύρω ἀπὸ τὸν ἄξονα ΠΠ κατὰ 180^0. Ἀκολουθεῖ νέα ὁριζοντίωσις τοῦ ἄξονος τῆς ἀεροστάθμης, ἐπειδὴ ἐνδέχεται νὰ ὑπάρξουν καὶ ἄλλα σφάλματα τοῦ ὀργάνου, ὁπότε ἡ γωνία κλίσεως τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς $\Sigma_2\Sigma_2'$ θὰ καταστῇ ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν γωνίαν κλίσεως τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς $\Sigma_1\Sigma_1'$ [σχ. 20·4η (ι) καὶ 20·4η (ιι)].



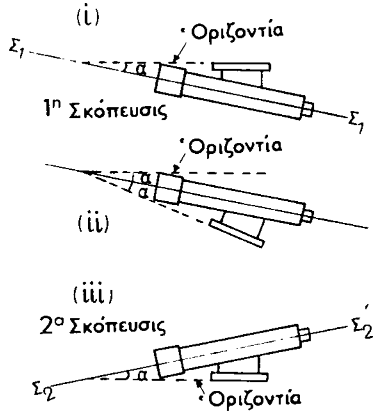
Σχ. 20·4 η.

Τέλος εἰς τὸν τύπον IV στρέφομε τὸ τηλεσκόπιον γύρω ἀπὸ τὸν ἄξονά του κατὰ 180^0 (σχ. 20·4θ). Αὐτὸ ἔχει ὡς συνέπειαν νὰ ἀναστραφῇ ἡ ἀεροστάθμη, ὅπως δείχνουν τὰ σχήματα 20·4θ (ιι) καὶ 20·4ι (ιι) καὶ συγχρόνως νὰ καταστραφῇ ἡ ὁριζοντιότης της κατὰ γωνίαν 2α, ὅπου α ἡ κλίσις τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς $\Sigma_1\Sigma_1'$. Πρέπει λοιπὸν νὰ ἐπαναφέρωμε τὸν ἄξονα τῆς ἀεροστάθμης εἰς τὴν ὁριζοντιότητα, ὁπότε ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ θὰ λάβῃ τὴν θέσιν $\Sigma_2\Sigma_2'$ [σχ. 20·4ι(ιιι)], δηλαδὴ τὴν θέσιν, ποὺ χρειάζεται νὰ γίνῃ ἡ δευτέρα σκόπευσις. Ὅπως βλέπομε, εἰς τὸν τύπον IV δὲν χρειάζεται νὰ στραφῇ τὸ ὄργανον γύρω ἀπὸ τὸν ἄξονα ΠΠ.

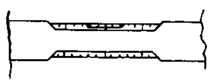
Θὰ γεννηθῇ ὅμως ἡ ἀπορία πῶς ὁριζοντιώνεται ἡ ἀεροστάθμη τοῦ χωροβάτου τύπου IV εἰς τὴν 2αν σκόπευσιν, ἀφοῦ τὸ ὑάλινον τμῆμα της στρέφεται πρὸς τὰ κάτω. Ἁπλούστατα ἡ ἀεροστάθμη αὐτὴ εἶναι δίδυμος, δηλαδὴ ἔχει δύο ὑάλινα τμήματα, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα 20·4κ, ὥστε νὰ εἶναι δυνατὴ ἡ παρακολούθησις τῆς φυσαλίδος καὶ ἀπὸ τὰς δύο θέσεις τῆς ἀεροστά-



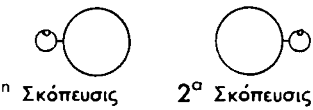
Σχ. 20·4 θ.



Σχ. 20·4 ι.



Σχ 20·4 κ.



Σχ. 20·4 λ.

θμης. Ἂς σημειωθῇ ὅτι ἡ δίδυμος ἀεροστάθμη ἠμπορεῖ νὰ εὑρίσκεται καὶ πρὸς τὰ πλάγια τοῦ τηλεσκοπίου, ὁπότε κατὰ τὴν δευτέραν σκόπευσιν ἀλλάσσει θέσιν, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα 20·4λ.

Ἡ δυνατότης ἐφαρμογῆς τῆς μεθόδου τῶν διπλῶν παρατηρήσεων, μὲ τὴν ὁποίαν ἐξουδετερώνονται τὰ ἐνδεχόμενα σφάλματα τοῦ ὀργάνου, ὑπῆρξεν ὁ λόγος τῆς κατασκευῆς τῶν τύπων II, III καὶ IV. Ἀφ' ἑτέρου οἱ λόγοι, ποὺ ὡδήγησαν εἰς τὸ νὰ ἐγκαταλειφθῇ ἡ κατασκευὴ τῶν τύπων αὐτῶν καὶ ἰδίως τῶν τύπων II καὶ III, εἶναι οἱ ἑξῆς:

α) Περίπλοκοι χειρισμοὶ κατὰ τὴν ἐφαρμογὴν τῆς μεθόδου τῶν διπλῶν παρατηρήσεων.

β) Περίπλοκος ἔλεγχος καὶ ἀποκατάστασις τῶν διαφόρων συνθηκῶν ἀκριβείας.

γ) Περίπλοκος καὶ δαπανηρὰ κατασκευὴ τοῦ ὀργάνου.

δ) Μικρὰ στερεότης τῆς κατασκευῆς λόγω μὴ συμπαγοῦς συνδέσεως τῶν διαφόρων μερῶν τοῦ ὀργάνου καὶ συνεπῶς μικρὰ ἀσφάλεια κατὰ τὰς μεταφορὰς καὶ τοὺς χειρισμούς.

ε) Τέλος ὁ κυριώτερος λόγος, ποὺ ὡδήγησε εἰς τὴν ἐγκατάλειψιν τῶν τύπων I, II καὶ III, ὑπῆρξεν ἡ σειρὰ βελτιώσεων, ποὺ ἐπέφεραν οἱ κατασκευασταὶ εἰς τὸν τύπον I καὶ ἰδιαιτέρως ἡ κατασκευὴ χωροβατῶν, ποὺ ὁριζοντιώνονται αὐτομάτως.

20·5 Συνθῆκαι ἀκριβείας.

Ὅλοι οἱ χωροβάται ἀνεξαρτήτως τύπου πρέπει νὰ πληροῦν ὡρισμένας συνθήκας ἀκριβείας, δηλαδὴ ὡρισμένας προϋποθέσεις, αἱ ὁποῖαι νὰ μᾶς ἐξασφαλίζουν ὅτι αἱ σκοπεύσεις εἶναι ἀπολύτως ὁριζόντιοι. Ἡ βασικὴ συνθήκη ἀκριβείας εἶναι ἡ ἑξῆς:

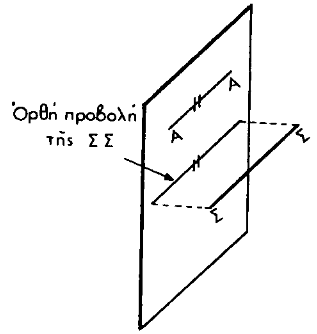
α) *Ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ ΣΣ τοῦ τηλεσκοπίου πρέπει νὰ εἶναι παράλληλος πρὸς τὸν ἄξονα ΑΑ τῆς ἀεροστάθμης.*

Ἡ παραλληλία αὐτὴ νοεῖται κυρίως κατὰ τὴν κατακόρυφον ἔννοιαν. Ἐὰν θεωρήσωμε δηλαδὴ τὸ κατακόρυφον ἐπίπεδον, ποὺ διέρχεται ἀπὸ τὸν ἄξονα ΑΑ (σχ. 20·5 α), πρέπει ἡ ὀρθὴ προβολὴ τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς ΣΣ ἐπὶ τοῦ ἐπίπεδου αὐτοῦ νὰ εἶναι παράλληλος πρὸς τὴν ΑΑ.

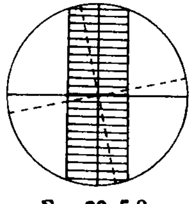
Ἐκτὸς ἀπὸ τὴν βασικὴν αὐτὴν συνθήκην ὑπάρχουν καὶ τρεῖς ἄλλαι, αἱ ὁποῖαι ὅμως, ἀκόμη καὶ ὅταν δὲν ἰσχύουν *ἀπολύτως*, δὲν ἐπηρεάζουν σοβαρῶς τὴν ἀκρίβειαν τῶν σκοπεύσεων.

β) *Τὸ ἕνα ἀπὸ τὰ δύο νήματα τοῦ σταυρονήματος πρέπει νὰ εἶναι ὁριζόντιον.*

Ἡ ὁριζοντιότης αὐτὴ μᾶς διευκολύνει ὡς πρὸς τὴν ἀνάγνωσιν τοῦ h ἐπάνω εἰς τὸν στόχον, διότι ἡ ἀντίστοιχος ἔνδειξις δὲν μεταβάλλεται καθ' ὅλον τὸ μῆκος τοῦ νήματος, ἀρκεῖ φυσικὰ ὁ στόχος νὰ εἶναι κατακόρυφος. Ἀλλὰ καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν, ποὺ τὸ νῆμα δὲν εἶναι ἀπολύτως ὁριζόντιον, ἔχομε τὴν δυνατότητα νὰ



Σχ. 20·5 α.

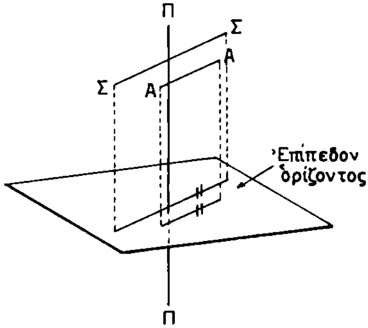


Σχ. 20·5 β.

λάβωμε τὸ ἀκριβὲς h, μὲ τὴν προϋπόθεσιν ὅμως νὰ κάνωμε τὴν ἀνάγνωσιν, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ κέντρον τοῦ σταυρονήματος (σχ. 20 · 5β).

γ) *Ὁ ἄξων ΑΑ τῆς ἀεροστάθμης πρέπει νὰ εἶναι κάθετος πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς ΠΠ.*

Ἐκ πρώτης ὄψεως ἡ συνθήκη αὐτὴ φαίνεται νὰ εἶναι πρωταρχικῆς σημασίας, διότι, ὅταν κατακορυφώσωμε τὸν ἄξονα ΠΠ, ἐξασφαλίζομε αὐτομάτως καὶ τὴν ὁριζοντιότητα τῆς ἀεροστάθμης εἰς ὅλας τὰς θέσεις σκοπεύσεως. Ἐνδέχεται ὅμως λόγω διαφόρων αἰτίων νὰ συμβῇ, ὥστε κατὰ τὴν διάρκειαν τῶν σκοπεύσεων ὁ ἄξων ΠΠ νὰ ἀποκλίνῃ ἐλαφρῶς ἀπὸ τὴν κατακόρυφον. Αὐτὸ θὰ ἔχῃ ὡς ἀποτέλεσμα ἀνάλογον ἀπόκλισιν καὶ τῆς ἀεροστάθμης ἀπὸ τὴν ὁριζοντίαν θέσιν. Τότε ὅμως θὰ προκύψουν σοβαρὰ λάθη εἰς τὴν ἀνάγνωσιν τοῦ h ἐπάνω εἰς τὸν στόχον, ἰδίως μάλιστα ὅταν ὁ στόχος ἀπέχῃ πολὺ ἀπὸ τὴν θέσιν σκοπεύσεως. Εἴμεθα ἀναγκασμένοι ἑπομένως πρὶν ἀπὸ κάθε σκόπευσιν νὰ ἐλέγχωμε καὶ νὰ ἀποκαθιστοῦμε ἀνελλιπῶς τὴν ὁριζοντιότητα τῆς ἀεροστάθμης. Μὲ ἄλλους λόγους εἶναι περιττὴ ἡ ἐπιδίωξις ἀπολύτου κατακορυφότητος τοῦ ἄξονος ΠΠ, δηλαδὴ ἀπολύτου καθετότητος μεταξὺ τῶν ἀξόνων ΑΑ καὶ ΠΠ. Μᾶς ἀρκεῖ μία κατὰ προσέγγισιν καθετότης, ὅση δηλαδὴ χρειάζεται διὰ νὰ ἐξασφαλίσωμε ὅτι ὁ ἄξων ΠΠ θὰ εἶναι σχεδὸν κατακόρυφος. Τότε ἀφ' ἑνὸς μὲν τὸ νῆμα τοῦ σταυρονήματος θὰ ἔχῃ τὴν ἀναγκαίαν ὁριζοντιότητα εἰς ὅλας τὰς σκοπεύσεις, ἀφ' ἑτέρου δὲ αἱ διαδοχικαὶ ὁριζοντιώσεις τῆς ἀεροστάθμης θὰ ἀπαιτοῦν ἐλαχίστους χειρισμοὺς τῶν κοχλιῶν τοῦ τρικοχλίου.



Σχ. 20·5 γ.

δ) Ἡ *σκοπευτικὴ γραμμὴ ΣΣ πρέπει νὰ εἶναι παράλληλος πρὸς τὸν ἄξονα τῆς ἀεροστάθμης ΑΑ ὄχι μόνον κατὰ τὴν κατακόρυφον, ἀλλὰ καὶ κατὰ τὴν ὁριζοντίαν ἔννοιαν.*

Μὲ ἄλλους λόγους, ἐὰν θεωρήσωμε τὰς ὀρθὰς προβολὰς τῶν ΣΣ καὶ ΑΑ ὡς πρὸς τὸ ἐπίπεδον τοῦ ὁρίζοντος, αἱ προβολαὶ αὗται πρέπει νὰ εἶναι παράλληλοι μεταξύ των (σχ. 20·5 γ).

Ἐὰν δὲν εἶναι, τότε παρατηρεῖται τὸ φαινόμενον, ποὺ ὀνομάζεται *διχασμὸς ἢ διασταύρωσις*. Ἡ ὁριζοντία παραλληλία δὲν ἔχει τόσον μεγάλην σημασίαν, ὅσον ἡ κατακόρυφος, δι' αὐτὸ δὲν θεωρεῖται ὡς συνθήκη, ποὺ πρέπει νὰ ἰσχύη ἀπολύτως.

Μία ἄλλη συνθήκη, ἡ ὁποία πρέπει νὰ ἰσχύη ἀπολύτως, ἀλλὰ τὴν ἀναφέρομε τελευταίαν, διότι ἀφορᾶ εἰς παλαιᾶς κατασκευῆς τηλεσκόπια, εἶναι ἡ ἑξῆς:

ε) *Κατὰ τὰς μετακινήσεις τοῦ σταυρονήματος κατὰ μῆκος τοῦ τηλεσκοπίου δὲν πρέπει νὰ μετατοπίζεται ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ ΣΣ.*

Μὲ ἄλλους λόγους αἱ διάφοροι θέσεις τοῦ κέντρου τοῦ σταυρονήματος πρέπει νὰ εὑρίσκωνται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας.

Αἱ μετακινήσεις τοῦ σταυρονήματος, διὰ τὰς ὁποίας γίνεται λόγος, συμβαίνουν κάθε φοράν, ποὺ θέλομε νὰ φέρωμε τὸ εἴδωλον τοῦ ἀντικειμένου εἰς τὴν ἀπόστασιν τῆς εὐκρινοῦς ὁράσεως, δηλαδὴ κάθε φοράν, ποὺ μεταβάλλεται ἡ ἀπόστασις τῶν σημείων, ποὺ σκοπεύομε. Τότε, συμφώνως πρὸς ὅσα εἴπαμε διὰ τὸ τηλεσκόπιον τοῦ θεοδολίχου (παράγ. 3 · 6), μετακινοῦμε τὸ σύστημα τῶν σωλήνων 2 καὶ 3 ὡς πρὸς τὸν σωλῆνα 1, ὁπότε μαζὶ μὲ τὸ σύστημα μετακινεῖται καὶ τὸ σταυρόνημα. Ἐὰν κατὰ τὴν μετακίνησιν αὐτὴν μετατοπισθῇ ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ ΣΣ, τότε καταστρέφεται ἡ συνθήκη τῆς κατακορύφου παραλληλίας τῶν ΣΣ καὶ ΑΑ καὶ συνεπῶς παύομε νὰ ἔχωμε ὁριζοντίας σκοπεύσεις.

Τὸ φαινόμενον τῆς μετατοπίσεως τῆς ΣΣ ὀνομάζεται *μετάπτωσις*. Ὅπως εἶναι φανερόν, εἰς τὰ σύγχρονα τηλεσκόπια, δηλαδὴ τὰ τηλεσκόπια τύπου Wild (παράγ. 3 · 6), ὅπου ἡ εὐκρίνεια τῶν εἰδώλων ἐπιτυγχάνεται μὲ τὴν μετακίνησιν τοῦ ἐνδιαμέσου ρυθμιστικοῦ φακοῦ καὶ μόνον, δὲν ὑπάρχει φόβος νὰ ἐμφανισθῇ τὸ φαινόμενον τῆς μεταπτώσεως καὶ ἑπομένως δὲν ὑπάρχει ζήτημα ἰσχύος τῆς 5ης συνθήκης.

20 · 6 Ἔλεγχος καὶ ἀποκατάστασις συνθηκῶν ἀκριβείας.

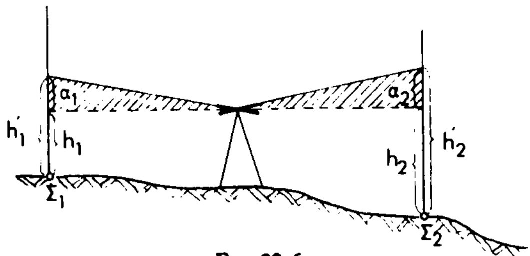
Θὰ ἐξετάσωμε τώρα πῶς γίνεται ὁ ἔλεγχος καὶ ἡ ἀποκατάστασις τῶν συνθηκῶν ἀκριβείας εἰς τοὺς διαφόρους τύπους τῶν χωροβατῶν. Προηγουμένως ὅμως πρέπει νὰ κάνωμε τὴν ἑξῆς διευκρίνισιν. Προκειμένου διὰ τοὺς τύπους II, III καὶ IV, εἰς τοὺς ὁποίους τὰ μέρη τοῦ ὀργάνου δὲν εἶναι μονίμως συνδεδεμένα μεταξύ των, ἡ ἐργασία αὐτὴ πρέπει νὰ καλύπτη ὅλους τοὺς δυνατοὺς τρόπους συνδέσεως τῶν διαφόρων μερῶν τοῦ ὀργάνου, ὅπως προκύπτουν ἀπὸ τὰς συνθήκας κατασκευῆς του. Διαφορετικὰ ἐνδέχεται τὸ ὄργανον νὰ πληροῖ τὰς συνθήκας ἀκριβείας κατὰ τὸν ἕνα τρόπον συνδέσεως τῶν μερῶν του καὶ νὰ μὴ τὰς πληροῖ κατὰ τοὺς ἄλλους.

1) Τύπος I.

1η Συνθήκη. Κατακόρυφος παραλληλία τῶν ΣΣ καὶ ΑΑ.

Ἡ μέθοδος, ποὺ ἐφαρμόζεται συνήθως διὰ τὸν ἔλεγχον καὶ τὴν ἀποκατάστασιν τῆς 1ης συνθήκης, εἶναι ἡ λεγομένη ***χωροστάθμησις ἀπὸ τοῦ μέσου καὶ ἄκρου***. Συμφώνως πρὸς τὴν μέθοδον αὐτήν, κάνομε δύο χωροσταθμήσεις τῶν ἰδίων σημείων Σ_1 καὶ Σ_2.

Κατὰ τὴν πρώτην χωροστάθμησιν τοποθετοῦμε τὸν χωροβάτην εἰς ἴσας ἀποστάσεις ἀπὸ τὰ δύο σημεῖα (σχ. 20·6 α) καὶ



Σχ. 20·6 α.

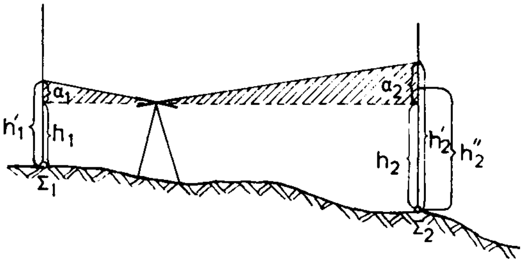
σκοπεύομε πρὸς αὐτὰ μὲ τὴν ἀεροστάθμην ὡριζοντιωμένην. Ἐὰν ὑποθέσωμε ὅτι δὲν ὑφίσταται ἡ παραλληλία ΣΣ//ΑΑ, δηλαδὴ ὅτι ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ δὲν εἶναι ὁριζοντία, θὰ προκύψουν ἐπάνω εἰς τὸν στόχον αἱ ἐσφαλμέναι ἀναγνώσεις h_1' καὶ h_2' ἀντὶ τῶν ὀρθῶν h_1 καὶ h_2. Αἱ ἀναγνώσεις αὐταὶ συνδέονται διὰ τῆς σχέσεως:

$$h_1' - h_1 = \alpha_1 \qquad \text{καὶ}$$
$$h_2' - h_2 = \alpha_2.$$

Ἀπὸ τὴν ἰσότητα ὅμως τῶν διεγραμμισμένων τριγώνων τοῦ σχήματος ἕπεται ὅτι:

$$\alpha_1 = \alpha_2 \qquad \text{καὶ}$$
$$h_1' - h_1 = h_2' - h_2$$
$$\text{ἢ} \quad h_1' - h_2' = h_1 - h_2 = \Delta\upsilon.$$

Μὲ ἄλλους λόγους, ὅταν τοποθετοῦμε τὸν χωροβάτην εἰς ἴσας ἀποστάσεις ἀπὸ δύο σημεῖα ἤ, ὅπως συνήθως λέγομε, ὅταν κάνωμε *χωροστάθμησιν ἀπὸ τοῦ μέσου*, εὑρίσκομε τὴν ἀκριβῆ ὑψομετρικὴν διαφορὰν Δυ τῶν δύο σημείων, ἀσχέτως τοῦ ἂν τὸ ὄργανον πληροῖ τὴν 1ην συνθήκην ἢ ὄχι.



Σχ. 20·6 β.

Κατὰ τὴν δευτέραν χωροστάθμησιν τοποθετοῦμε τὸν χωροβάτην πολὺ κοντὰ εἰς τὸ ἕνα ἀπὸ τὰ δύο σημεῖα, λ.χ. εἰς τὸ Σ_1 (σχ. 20 · 6 β), ὁπότε, ἐὰν δὲν ὑφίσταται ἡ παραλληλία ΣΣ//ΑΑ, θὰ ἔχωμε τὴν ἀνισότητα:

$$\alpha_2 > \alpha_1$$
$$\text{ἢ} \quad h_2' - h_2 > h_1' - h_1$$
$$\text{ἢ} \quad \Delta'\upsilon = h_2' - h_1' > h_2 - h_1 = \Delta\upsilon.$$

Ἡ διαφορὰ αὐτὴ μεταξὺ τῶν μεγεθῶν Δ΄υ καὶ Δυ εἶναι καὶ τὸ κριτήριον, βάσει τοῦ ὁποίου ἐλέγχομε, ἐὰν ἰσχύῃ ἢ ὄχι ἡ 1η συνθήκη.

Ἐὰν δηλαδὴ Δ΄υ = Δυ, ἕπεται ὅτι ΣΣ/ ΑΑ.

Ἐὰν ὅμως $\Delta'\upsilon \neq \Delta\upsilon$, ἔπεται ὅτι $\Sigma\Sigma \neq AA$, ὁπότε διὰ νὰ ἀποκαταστήσωμε τὴν συνθήκην ἀρκεῖ νὰ διορθώσωμε τὸ ὄργανον κατὰ τέτοιον τρόπον, ὥστε νὰ προκύπτῃ ἡ ἀνάγνωσις h_2'' ἴση πρὸς $h_1' + \Delta\upsilon$, καὶ συνεπῶς:

$$h_2'' - h_1' = \Delta\upsilon. \qquad (1)$$

Ἡ διόρθωσις αὐτὴ γίνεται, ἐὰν μετακινήσωμε τὴν σκοπευτικὴν γραμμὴν εἴτε μὲ τὸν χωροσταθμικὸν κοχλίαν τοῦ ὀργάνου (ἐὰν ὑπάρχῃ), εἴτε μὲ τοὺς κοχλίας τοῦ τρικοχλίου, ἕως ὅτου προκύψῃ ἡ ἀνάγνωσις h_2''. Κατόπιν, ἐπειδὴ ἐν τῷ μεταξὺ θὰ ἔχῃ καταστραφῇ ἡ ὁριζοντιότης τῆς ἀεροστάθμης, τὴν ὁριζοντιώνομε ἐκ νέου μὲ τοὺς διορθωτικοὺς κοχλίας της. Ἔτσι ἀποκαθίσταται ἡ συνθήκη $\Sigma\Sigma /\!/ AA$.

Παρατήρησις:

Ἡ σχέσις (1) γράφεται καὶ ὡς ἑξῆς:

$$h_2'' - h_1' = h_2 - h_1$$

$$\text{ἢ} \quad h_2'' - h_2 = h_1' - h_1 = \alpha_1.$$

Ἀπὸ τὴν τελευταίαν σχέσιν προκύπτει ὅτι ἡ ἀνάγνωσις h_2'' δὲν συμπίπτει ἀκριβῶς μὲ τὴν κανονικὴν h_2, ἀλλὰ διαφέρει κατὰ τὸ ἐλάχιστον μέγεθος α_1. Μὲ ἄλλους λόγους, ὅσον μικρότερον εἶναι τὸ α_1, δηλαδὴ ὅσον πλησιέστερα πρὸς τὸ Σ_1 τοποθετήσωμε τὸν χωροβάτην κατὰ τὴν δευτέραν χωροστάθμησιν, τόσον ἡ διόρθωθωσις τῆς συνθήκης θὰ εἶναι τελειοτέρα.

2α Συνθήκη. Ὁριζοντιότης τοῦ νήματος.

Ἐπειδὴ τὰ νήματα τοῦ σταυρονήματος εἶναι ἐκ κατασκευῆς κάθετα μεταξύ των, ὅταν τὸ ἕνα νῆμα εἶναι ὁριζόντιον, τὸ ἄλλο θὰ εἶναι κατακόρυφον. Συνεπῶς ἀρκεῖ νὰ ἐλέγξωμε τὴν κατακορυφότητα τοῦ ἑνὸς ἀπὸ τὰ δύο νήματα διὰ σκοπεύσεως πρὸς μίαν κατακόρυφον εὐθεῖαν, π.χ. πρὸς τὸ νῆμα τῆς στάθμης, ὁπότε τὸ ἄλλο νῆμα τοῦ σταυρονήματος θὰ εἶναι ὁριζόντιον. Ἐννοεῖται ὅτι θὰ ἔχῃ κατακορυφωθῇ προηγουμένως ὁ ἄξων περιστροφῆς ΠΠ.

Ἡ συνθήκη, ὅπως εἶναι φανερόν, ἀποκαθίσταται, ἐὰν περιστρέψωμε τὸ σταυρόνημα μὲ τοὺς εἰδικοὺς κοχλίας, ἕως ὅτου τὸ ἕνα ἀπὸ τὰ δύο νήματα συμπέσῃ μὲ τὸ νῆμα τῆς στάθμης.

3η Συνθήκη. Καθετότης τῶν ΑΑ καὶ ΠΠ.

Ὁριζοντιώνομε τὴν ἀεροστάθμην, ἀφοῦ τὴν καταστήσωμε προηγουμένως παράλληλον πρὸς δύο κοχλίας τοῦ τρικοχλίου. Ἔπειτα στρέφομε τὸ ὄργανον γύρω ἀπὸ τὸν ἄξονα ΠΠ κατὰ 180^0, ὁπότε ἡ ἀεροστάθμη καθίσταται καὶ πάλιν παράλληλος πρὸς τοὺς δύο κοχλίας τοῦ τρικοχλίου. Ἐὰν ἡ φυσαλίς της δὲν ἐκτραπῇ ἀπὸ τὸ κανονικὸν σημεῖον, ἡ συνθήκη ΑΑ $\perp$ ΠΠ ἰσχύει. Ἐὰν ὅμως ἐκτραπῇ, ἡ ἀποκατάστασις τῆς συνθήκης γίνεται ὡς ἑξῆς ἀναλόγως τῶν περιπτώσεων:

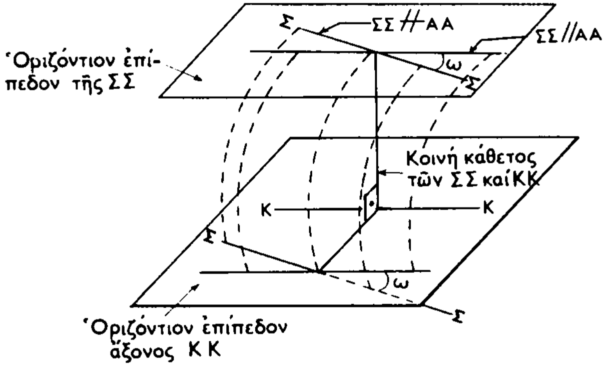
Ἐὰν ὁ χωροβάτης δὲν εἶναι ἐφωδιασμένος μὲ χωροσταθμικὸν κοχλίαν, διορθώνομε τὴν ἐκτροπὴν τῆς φυσαλίδος, ὅπως καὶ κατὰ τὴν ἀποκατάστασιν τῆς ἰδίας συνθήκης εἰς τὸν θεοδόλιχον, δηλαδὴ κατὰ τὸ ἥμισυ μὲ τοὺς κοχλίας τοῦ τρικοχλίου καὶ κατὰ τὸ ἄλλο ἥμισυ μὲ τοὺς κοχλίας τῆς ἀεροστάθμης. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν πρέπει νὰ γίνῃ ὁ ἔλεγχος καὶ ἡ ἀποκατάστασις πρῶτον τῆς 3ης συνθήκης καὶ ἔπειτα τῆς 1ης, διότι διαφορετικὰ θὰ καταστρέψωμε τὴν κατακόρυφον παραλληλίαν τῶν ΑΑ καὶ ΣΣ.

Ἐὰν ὁ χωροβάτης εἶναι ἐφωδιασμένος μὲ χωροσταθμικὸν κοχλίαν, τότε ἡ ἐκτροπὴ τῆς φυσαλίδος διορθώνεται κατὰ τὸ ἥμισυ μὲ τοὺς κοχλίας τοῦ τρικοχλίου καὶ κατὰ τὸ ἄλλο ἥμισυ μὲ τὸν χωροσταθμικὸν κοχλίαν. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν πρῶτα ἀποκαθίσταται ἡ 1η συνθήκη καὶ ἔπειτα ἡ 3η.

4η Συνθήκη. Ὁριζοντία παραλληλία τῶν ΣΣ καὶ ΑΑ.

Ἐὰν ὁριζοντιώσωμε τὸν ἄξονα τῆς ἀεροστάθμης καὶ ἀποκαταστήσωμε τὴν ἰσχὺν τῆς 1ης συνθήκης, τότε αἱ εὐθεῖαι ΣΣ καὶ ΑΑ θὰ εἶναι μὲν καὶ αἱ δύο ὁριζόντιαι, ἀλλὰ ὄχι κατ' ἀνάγκην καὶ παράλληλοι μεταξύ των.

Ἐὰν τώρα στρέψωμε τὸ σύστημα τῶν δύο εὐθειῶν γύρω ἀπὸ ἕνα ἄξονα, τὸν ΚΚ (σχ. 20 · 6 γ), παράλληλον πρὸς τὴν ΑΑ, τότε θὰ συμβοῦν τὰ ἑξῆς:



Σχ. 20·6 γ.

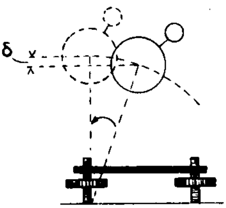
Ἐὰν αἱ εὐθεῖαι ΣΣ καὶ ΑΑ εἶναι παράλληλοι, τότε καὶ μετὰ τὴν περιστροφήν των θὰ εἶναι ὁριζόντιαι.

Ἐὰν αἱ εὐθεῖαι ΣΣ καὶ ΑΑ δὲν εἶναι παράλληλοι, ἀλλὰ σχηματίζουν μεταξύ των γωνίαν ω, τότε μόνον ἡ ΑΑ θὰ ἐξακολουθήσῃ νὰ εἶναι ὁριζοντία. Ἡ ΣΣ θὰ παύσῃ νὰ εἶναι ὁριζοντία καὶ θὰ ἀποκτήσῃ τὴν μεγαλυτέραν ἀπόκλισίν της, ἴσην πρὸς ω, ὡς πρὸς τὴν ὁριζοντιότητα, ὅταν ἡ γωνία στροφῆς γύρω ἀπὸ τὸν ἄξονα ΚΚ γίνῃ 90^0 (σχ. 20 · 6 γ).

Ἂς ἔλθωμε τώρα εἰς τὸν τρόπον ἐλέγχου τῆς συνθήκης. Κατακορυφώνομε κατ' ἀρχὴν περίπου τὸν ἄξονα περιστροφῆς τοῦ ὀργάνου ΠΠ καὶ κατόπιν ὁριζοντιώνομε ἀπολύτως τὴν ἀεροστάθμην, ἀφοῦ προηγουμένως τὴν καταστήσωμε παράλληλον πρὸς δύο κοχλίας τοῦ τρικοχλίου. Ἔπειτα κάνομε μίαν σκόπευσιν εἰς ἀπόστασιν περίπου 100 m, μὲ ἀντίστοιχον ἔνδειξιν τοῦ στόχου

h_1. Ἀκολούθως ἀνυψώνομε ἢ χαμηλώνομε ὀλίγον τὸν τρίτον κοχλίαν, ὁπότε τὸ ὄργανον μαζί μὲ τὸ σύστημα σκοπευτικῆς γραμμῆς καὶ ἄξονος ἀεροστάθμης θὰ στραφῇ γύρω ἀπὸ τὴν εὐθεῖαν τῶν δύο ἄλλων κοχλιῶν, δηλαδὴ τὸν ἄξονα ΚΚ. Ἐπειδὴ ἐνδέχεται ἡ εὐθεῖα τῶν κοχλιῶν νὰ μὴ εἶναι ἀπολύτως παράλληλος πρὸς τὸν ἄξονα τῆς ἀεροστάθμης, θὰ χρειασθῇ νὰ ὁριζοντιώσωμε ἐκ νέου τὴν ἀεροστάθμην. Προβαίνομε τότε εἰς νέαν σκόπευσιν πρὸς τὸν στόχον, ὁπότε:

α) Ἐὰν ἡ ΣΣ εἶναι παράλληλος πρὸς τὴν ΑΑ, τότε ἡ νέα ἔνδειξις h_2 θὰ εἶναι κατὰ ὀλίγα χιλιοστὰ μεγαλυτέρα ἢ μικροτέρα ἀπὸ τὴν h_1, ἀναλόγως πρὸς τὴν ἀνύψωσιν ἢ τὸν καταβιβασμὸν δ τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς, ποὺ προεκάλεσε ἡ στροφὴ (σχ. 20 · 6 δ).

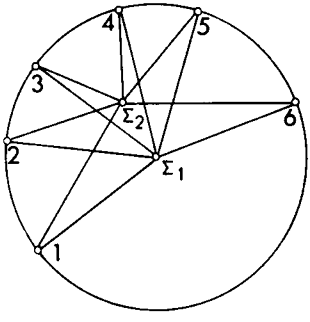


Σχ. 20·6 δ.

β) Ἐὰν ἡ ΣΣ δὲν εἶναι παράλληλος πρὸς τὴν ΑΑ, τότε ἡ νέα ἔνδειξις h_2, λόγω τῆς ἀποκλίσεως τῆς ΣΣ ἀπὸ τὴν ὁριζοντιότητα, θὰ εἶναι κατὰ πολὺ διαφορετικὴ ἀπὸ τὴν h_1. Αὐτὴ ἡ μεγάλη διαφορὰ θὰ μᾶς ὁδηγήσῃ εἰς τὸ συμπέρασμα ὅτι ὑφίσταται τὸ φαινόμενον τοῦ διχασμοῦ. Ἡ ἐξάλειψις τοῦ φαινομένου γίνεται διὰ καταλλήλου μετακινήσεως τοῦ σταυρονήματος ὁριζοντίως μὲ τὴν βοήθειαν τῶν πλαγίων κοχλιῶν του συνήθως ἀπὸ τὸν εἰδικὸν τεχνίτην.

5η Συνθήκη. Σταθερότης τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς ΣΣ.

Ἐκλέγομε ἕνα γήπεδον σχεδὸν ὁριζόντιον καὶ χαράσσομε ἐπάνω εἰς τὸ ἔδαφος κύκλον ἀκτῖνος περίπου 100 m. Ἔπειτα τοποθετοῦμε τὸν χωροβάτην εἰς τὸ κέντρον τοῦ κύκλου Σ_1 καί, ἀφοῦ ἀποκαταστήσωμε ὅλας τὰς ἄλλας συνθήκας του, κάνομε ὁριζοντίας σκοπεύσεις πρὸς τὰ σημεῖα 1, 2, 3, 4 κλπ. τῆς περιφερείας (σχ. 20·6 ε).



Σχ. 20·6 ε.

Αἱ ἀντίστοιχοι ὑψομετρικαὶ διαφοραὶ $h_1—h_2$, $h_2—h_3$, $h_3—h_4$ κλπ. θὰ εἶναι ἀπηλλαγμέναι ἀπὸ τὸ σφάλμα τῆς μεταπτώσεως, λόγω τῶν ἴσων ἀποστάσεων ἀντικειμένου καὶ τηλεσκοπίου, ποὺ δὲν μᾶς ἀναγκάζουν νὰ μετακινήσωμε τὸ σταυρόνημα.

Ἐν συνεχείᾳ τοποθετοῦμε τὸ ὄργανον εἰς ἕνα ἄλλο σημεῖον τοῦ κύκλου, ἔστω τὸ Σ_2, καὶ ἐπαναλαμβάνομε τὰς σκοπεύσεις πρὸς τὰ ἴδια σημεῖα τῆς περιφερείας. Προφανῶς κατὰ τὴν δευτέραν σειρὰν σκοπεύσεων θὰ χρειασθῇ νὰ μετακινήσωμε τὸ σταυρόνημα κατὰ μῆκος τοῦ τηλεσκοπίου, διότι αἱ ἀποστάσεις ἀντικειμένου καὶ τηλεσκοπίου ποικίλλουν. Ἐὰν αἱ νέαι ὑψομετρικαὶ διαφοραὶ $h'_1 — h'_2$, $h'_2 — h'_3$, $h'_3 — h'_4$ κλπ. εἶναι ἴσαι πρὸς τὰς ἀντιστοίχους παλαιάς, τότε τὸ ὄργανον εἶναι ἐν τάξει. Ἐὰν ὅμως διαφέρουν, συμπεραίνομε ὅτι ὑφίσταται τὸ σφάλμα τῆς μεταπτώσεως, ὁπότε τὸ ὄργανον πρέπει νὰ διορθωθῇ ἀπὸ τὸν εἰδικὸν τεχνίτην.

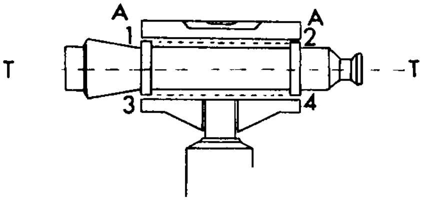
2) *Τύπος ΙΙ.*

Ὅπως εἴπαμε ἤδη, ὁ ἔλεγχος καὶ ἡ ἀποκατάστασις τῶν συνθηκῶν ἀκριβείας πρέπει νὰ καλύπτῃ ὅλους τοὺς δυνατοὺς τρόπους συνδέσεως τῶν διαφόρων μερῶν τοῦ ὀργάνου μεταξύ των. Οἱ τρόποι αὐτοὶ προκύπτουν ὡς ἑξῆς:

α) Δι' ἀντιμεταθέσεως τῶν ἄκρων τῆς ἀεροστάθμης ἐπὶ τοῦ τηλεσκοπίου.

β) Δι' ἀντιμεταθέσεως τῶν ἄκρων τοῦ τηλεσκοπίου ἐπὶ τῆς βάσεως.

γ) Διὰ στροφῆς τοῦ τηλεσκοπίου γύρω ἀπὸ τὸν ἄξονά του κατὰ 180° οὕτως, ὥστε νὰ γίνῃ ἀλλαγὴ θέσεως μεταξὺ τῶν εὐθειῶν ἑδράσεως 1 — 2 καὶ 3 — 4 (σχ. 20 · 6ζ). Ἄς σημειωθῇ ὅτι αἱ διάμετροι 1 — 3 καὶ 2 — 4 τῶν δακτυλίων ἑδράσεως τοῦ τηλεσκοπίου ἀντιστοιχοῦν εἰς τὸ κατακόρυφον νῆμα τοῦ σταυρονήματος. Καὶ τώρα ἄς ἐξετάσωμε τὰς διαφόρους συνθήκας χωριστά.



Σχ. 20·6ζ.

1η Συνθήκη.

Διὰ νὰ ἰσχύῃ ἡ 1η συνθήκη δι' ὅλους τοὺς τρόπους συνδέσεως τῶν διαφόρων μερῶν τοῦ ὀργάνου μεταξύ των, πρέπει νὰ πληροῦνται αἱ ἑξῆς τρεῖς προϋποθέσεις:

α) Ὁ ἄξων ΑΑ τῆς ἀεροστάθμης νὰ εἶναι παράλληλος πρὸς τὴν εὐθεῖαν ἑδράσεως τῆς ἀεροστάθμης 1 — 2.

β) Ὁ ἄξων ΑΑ τῆς ἀεροστάθμης νὰ εἶναι παράλληλος πρὸς τὴν εὐθεῖαν ἑδράσεως τοῦ τηλεσκοπίου 3 — 4.

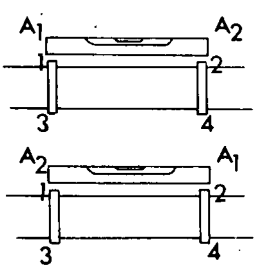
Ὅταν πληροῦνται αἱ προϋποθέσεις α καὶ β, τότε αἱ διάμετροι 1 — 3 καὶ 2 — 4 τῶν δακτυλίων ἑδράσεως εἶναι ἴσαι καὶ συνεπῶς ὁ ἄξων τῆς ἀεροστάθμης εἶναι παράλληλος πρὸς τὸν ἄξονα τῶν δακτυλίων ἑδράσεως, δηλαδὴ πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς ΤΤ τοῦ τηλεσκοπίου (σχ. 20 · 6ζ).

γ) Ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ ΣΣ νὰ συμπίπτῃ μὲ τὴν εὐθεῖαν ΤΤ.

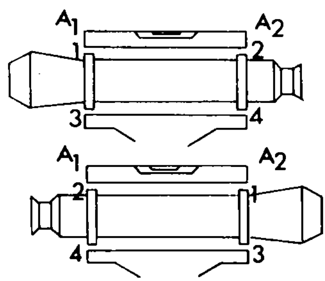
Όταν συμβαίνη καὶ αὐτό, ἰσχύει ἡ 1η συνθήκη δι' ὅλους τοὺς τρόπους συνδέσεως τοῦ ὀργάνου. Ἂς ἐξετάσωμε τώρα πῶς γίνεται ὁ ἔλεγχος καὶ ἡ ἀποκατάστασις τῶν προϋποθέσεων α, β καὶ γ.

Προϋπόθεσις α.

Ὁριζοντιώνομε τὴν ἀεροστάθμην, ἀφοῦ τὴν καταστήσωμε παράλληλον πρὸς δύο κοχλίας τοῦ τριχοχλίου. Ἔπειτα ἀντιμεταθέτομε τὰ ἄκρα της (σχ. 20·6η) καί, ἐὰν ἡ φυσαλὶς δὲν ἐκτραπῇ ἀπὸ τὸ κανονικὸν σημεῖον, τότε ἡ εὐθεῖα ἑδράσεως 1 — 2 εἶναι ὁριζοντία. Ἐὰν ἐκτραπῇ, διορθώνομε τὸ ἥμισυ τῆς ἐκτροπῆς μὲ τοὺς κοχλίας τῆς ἀεροστάθμης καὶ τὸ ἄλλο ἥμισυ μὲ τοὺς κοχλίας τοῦ τριχοχλίου.



Σχ. 20·6η.



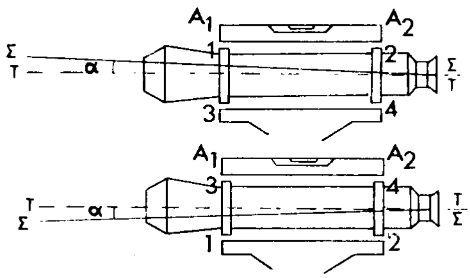
Σχ. 20·6θ.

Προϋπόθεσις β.

Ὁριζοντιώνομε τὴν ἀεροστάθμην εἰς οἱανδήποτε θέσιν της ἐν σχέσει πρὸς τοὺς κοχλίας τοῦ τριχοχλίου. Ἔπειτα ἀποσποῦμε τὴν ἀεροστάθμην καὶ τὴν ἐπανατοποθετοῦμε, ἀφοῦ προηγουμένως ἀντιμεταθέσωμε τὰ ἄκρα τοῦ τηλεσκοπίου (σχ. 20·6θ). Ἐὰν ἡ φυσαλὶς δὲν ἐκτραπῇ ἀπὸ τὸ κανονικὸν σημεῖον καὶ ἐὰν φυσικὰ ἰσχύῃ ἡ προϋπόθεσις α, ἕπεται ὅτι τὰ μήκη 1 — 3 καὶ 2 — 4, δηλαδὴ αἱ διάμετροι τῶν δακτυλίων ἑδράσεως τοῦ τηλεσκοπίου εἶναι ἴσα, ὁπότε καὶ ἡ εὐθεῖα ἑδράσεως 3 — 4 εἶναι παράλληλος πρὸς τὸν ἄξονα τῆς ἀεροστάθμης. Ἐὰν ἡ φυσαλὶς ἐκτραπῇ ἀπὸ τὸ κανονικὸν σημεῖον, αἱ διάμετροι τῶν δακτυλίων ἑδράσεως εἶναι ἄνισοι, ὁπότε ἀποκαθίσταται ἡ ἰσότης των (καὶ συνεπῶς ἡ παραλληλία ΑΑ // 3 — 4) ἀπὸ τὸν εἰδικὸν τεχνίτην.

Προϋπόθεσις γ.

Ἐὰν στρέψωμε τὸ τηλεσκόπιον κατὰ 180° οὕτως, ὥστε ἡ μὲν εὐθεῖα 1 — 2 νὰ καταστῇ εὐθεῖα ἑδράσεως τοῦ τηλεσκοπίου, ἡ δὲ εὐθεῖα 3 — 4 εὐθεῖα ἑδράσεως τῆς ἀεροστάθμης, τότε ὁ ἄξων ΤΤ τῆς περιστροφῆς αὐτῆς θὰ εἶναι ὁ ἄξων τῶν δακτυλίων ἑδράσεως (σχ. 20·6ι). Ἀλλά, ὅταν ὁριζοντιώσωμε τὴν ἀεροστάθμην καὶ φυσικὰ ἰσχύουν αἱ προϋποθέσεις α καὶ β, τότε ὁριζοντιώνεται καὶ ὁ ἄξων περιστροφῆς ΤΤ. Ἐὰν συνεπῶς ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ ΣΣ σχηματίζῃ μὲ τὸν ἄξονα ΤΤ γωνίαν α πρὸ τῆς περιστροφῆς τοῦ τηλεσκοπίου, τὴν ἰδίαν γωνίαν θὰ σχηματίζῃ καὶ μετὰ τὴν περιστροφήν. Ἀρκεῖ ἑπομένως νὰ κάνωμε δύο ὁριζοντίας σκοπεύσεις, μίαν πρὶν καὶ μίαν μετὰ τὴν περιστροφήν, ὁπότε, ἐὰν αἱ ἀντίστοιχοι ἐνδείξεις τοῦ στόχου εἶναι ἴσαι, ἕπεται ὅτι ΣΣ καὶ ΤΤ συμπίπτουν, δηλαδὴ ὅτι ἡ προϋπόθεσις γ ἰσχύει. Ἐὰν ὄχι, μετακινοῦμε τὸ σταυρόνημα, ἕως ὅτου σκοπεύσωμε τὸν μέσον ὅρον τῶν δύο ἐνδείξεων. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἀποκαθίσταται ἡ προϋπόθεσις γ καὶ μαζὶ μὲ τὰς δύο ἄλλας προϋποθέσεις ἡ 1η συνθήκη.



Σχ. 20·6ι.

2α Συνθήκη.

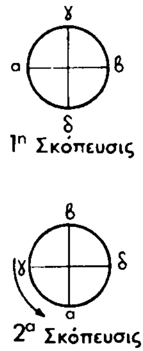
Διὰ τὴν ὁριζοντίωσιν τοῦ νήματος δὲν χρειάζεται νὰ περιστρέψωμε τὸ σταυρόνημα, ὅπως εἰς τὸν τύπον Ι. Ἀφοῦ κατακορυφώσωμε τὸν ἄξονα ΠΠ, στρέφομε ὁλόκληρον τὸ τηλεσκόπιον γύρω ἀπὸ τὸν ἄξονα περιστροφῆς ΤΤ, ἕως ὅτου κατακορυφώσωμε τὸ ἕνα ἀπὸ τὰ δύο νήματα τοῦ σταυρονήματος. Ἡ ἀποκατάστασις τῆς 2ας συνθήκης γίνεται πρὶν ἀπὸ τὴν ἀποκατάστασιν τῆς 1ης οὕτως, ὥστε αἱ διάμετροι 1 – 3 καὶ 2 – 4 τῶν δακτυλίων ἑδράσεως νὰ καταστοῦν κατακόρυφοι.

3η Συνθήκη.

Προβαίνομε εἰς τοὺς ἰδίους χειρισμούς, ὅπως καὶ εἰς τὸν τύπον Ι, μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι ἡ ἐκτροπὴ τῆς φυσαλίδος διορθώνεται πάντοτε μὲ τὸν χωροσταθμικὸν κοχλίαν καὶ ποτὲ μὲ τοὺς κοχλίας τῆς ἀεροστάθμης. Γενικῶς μόνον μίαν φορὰν ἔχομε τὴν δυνατότητα νὰ ἐπέμβωμε εἰς τοὺς κοχλίας τῆς ἀεροστάθμης καὶ αὐτό, προκειμένου διὰ τὸν τύπον II, γίνεται κατὰ τὴν ἀποκατάστασιν τῆς προϋποθέσεως α τῆς 1ης συνθήκης. Ἐννοεῖται ὅτι ὁ τύπος II εἶναι ἀπαραιτήτως ἐφωδιασμένος μὲ χωροσταθμικὸν κοχλίαν.

4η Συνθήκη.

Ἀποκαθιστοῦμε τὰς τρεῖς πρώτας συνθήκας καὶ κάνομε μίαν σκόπευσιν εἰς μεγάλην ἀπόστασιν, περίπου 100 m, μὲ τὴν ἀεροστάθμην ἀπολύτως ὁριζοντίαν. Τὸ νῆμα α – β τοῦ σταυρονήματος (σχ. 20 · 6 κ) θὰ γίνῃ καὶ ἐκεῖνο ὁριζόντιον. Ἔπειτα στρέφομε τὸ τηλεσκόπιον γύρω ἀπὸ τὸν ἄξονά του κατὰ 90°, ἀφοῦ προηγουμένως ἀποσπάσωμε τὴν ἀεροστάθμην καὶ κάνομε νέαν σκόπευσιν. Ἐὰν ἡ δευτέρα ἔνδειξις τοῦ στόχου εἶναι ἴση πρὸς τὴν πρώτην, τότε δὲν ὑφίσταται σφάλμα διχασμοῦ. Ἐὰν ὄχι, διορθώνομε τὸ σταυρόνημα μὲ τοὺς κοχλίας α καὶ β, ἕως ὅτου σκοπεύσωμε τὴν πρώτην ἔνδειξιν.



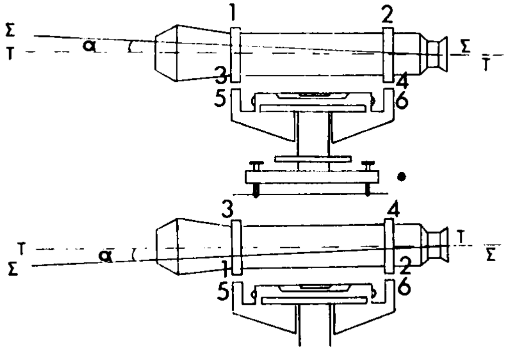
Σχ 20·6 κ.

5η Συνθήκη.

Ὁ ἔλεγχος καὶ ἡ ἀποκατάστασις γίνεται, ὅπως εἰς τὸν τύπον I.

3) Τύπος III.

Ἐδῶ οἱ διάφοροι τύποι συνδέσεως τῶν μερῶν τοῦ ὀργάνου προκύπτουν ἀφ' ἑνὸς μέν, ἐὰν ἀντιμεταθέσωμε τὰ ἄκρα τοῦ τηλεσκοπίου ἐπὶ τῆς βάσεως, ἀφ' ἑτέρου δέ, ἐὰν στρέψωμε τὸ τηλεσκόπιον γύρω ἀπὸ τὸν ἄξονα στροφῆς ΤΤ κατὰ 180^0 οὕτως, ὥστε αἱ εὐθεῖαι ἑδράσεως 1 — 2 καὶ 3 — 4 νὰ ἀλλάξουν θέσιν (σχ. 20 · 6 λ).



Σχ. 20·6 λ.

1η Συνθήκη.

Ἡ 1η συνθήκη ἰσχύει δι' ὅλους τοὺς τρόπους συνδέσεως τοῦ ὀργάνου, ἐφ' ὅσον πληροῦνται αἱ ἑξῆς τρεῖς προϋποθέσεις :

α) Ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ ΣΣ συμπίπτει μὲ τὸν ἄξονα περιστροφῆς ΤΤ τοῦ τηλεσκοπίου. Τότε ἡ παραλληλία ΣΣ//ΑΑ δὲν θὰ καταστραφῆ λόγω στροφῆς τοῦ τηλεσκοπίου γύρω ἀπὸ τὸν ἄξονά του κατὰ 180^0.

β) Ὁ ἄξων ΑΑ τῆς ἀεροστάθμης εἶναι παράλληλος πρὸς τὴν εὐθεῖαν ἑδράσεως 5 — 6. Τότε ἡ παραλληλία ΣΣ//ΑΑ δὲν θὰ καταστραφῆ λόγω ἀντιμεταθέσεως τῶν ἄκρων τοῦ τηλεσκοπίου.

γ) Αἱ διάμετροι 1 — 3 καὶ 2 — 4 τῶν δακτυλίων ἑδράσεως τοῦ τηλεσκοπίου εἶναι ἴσαι μεταξύ των. Τότε, ὅταν ἡ εὐθεῖα ἑδράσεως 5—6 καταστῆ ὁριζοντία, καθίσταται ὁριζόντιος καὶ ὁ ἄξων περιστροφῆς ΤΤ τοῦ τηλεσκοπίου καὶ συνεπῶς ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ ΣΣ.

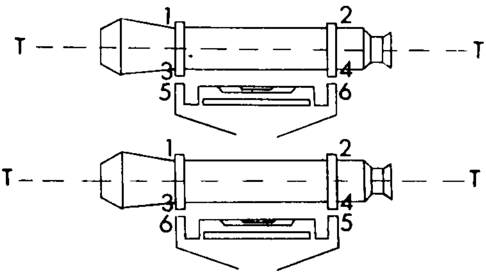
Ἄς ἐξετάσωμε τώρα πῶς γίνεται ὁ ἔλεγχος καὶ ἡ ἀποκατάστασις κάθε μιᾶς προϋποθέσεως χωριστά.

Προϋπόθεσις α.

Ἀφοῦ πρῶτα ἀποκαταστήσωμε τὴν 3ην συνθήκην, κατακορυφώνομε τὸν ἄξονα ΠΠ καὶ ὁριζοντιώνομε τὸ νῆμα τοῦ σταυρονήματος. Κατόπιν κάνομε δύο διαδοχικὰς σκοπεύσεις, μίαν μὲ τὸ τηλεσκόπιον εἰς τὴν κανονικήν του θέσιν καὶ μίαν, ἀφοῦ τὸ στρέψωμε γύρω ἀπὸ τὸν ἄξονά του κατὰ 180°. Ἐὰν αἱ ἀντίστοιχοι ἐνδείξεις τοῦ στόχου εἶναι ἴσαι, ἔχει καλῶς. Ἄλλως πρέπει νὰ μετακινήσωμε κατακορύφως τὸ σταυρόνημα, ἕως ὅτου σκοπεύσωμε τὸν μέσον ὅρον τῶν δύο ἐνδείξεων (σχ. 20·6λ).

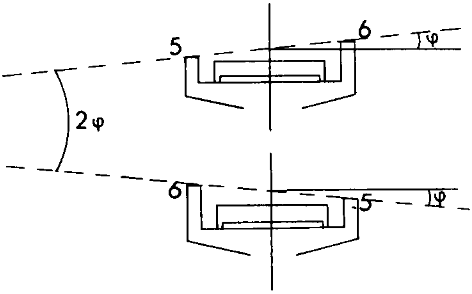
Προϋπόθεσις β.

Κατακορυφώνομε τὸν ἄξονα ΠΠ, ὁριζοντιώνομε ἀπολύτως τὴν ἀεροστάθμην καὶ κάνομε μίαν πρώτην σκόπευσιν. Ἔπειτα ἀνυψώνομε τὸ τηλεσκόπιον καὶ τὸ ἐπανατοποθετοῦμε, ἀφοῦ προηγουμένως στρέψωμε τὴν βάσιν μαζὶ μὲ τὴν ἀεροστάθμην γύρω ἀπὸ τὸν ἄξονα ΠΠ κατὰ 180°. Λόγω τῆς συνθήκης ΑΑ⊥ΠΠ, τὴν ὁποίαν ἔχομε ἀποκαταστήσει προηγουμένως, ἡ φυσαλὶς τῆς ἀεροστάθμης δὲν θὰ ἐκτραπῇ ἀπὸ τὸ κανονικόν της σημεῖον. Ἀκολουθεῖ ἡ δευτέρα σκόπευσις καί, ἐὰν αἱ δύο ἐνδείξεις τοῦ στόχου εἶναι ἴσαι, αὐτὸ σημαίνει ὅτι ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ εἶναι ὁριζοντία. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ὅμως ἐκτὸς ἀπὸ τὴν προϋπόθεσιν β πληροῦται αὐτομάτως καὶ ἡ προϋπόθεσις γ (σχ. 20·6μ).

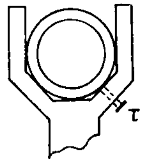


Σχ. 20·6μ.

Ἐὰν αἱ δύο ἐνδείξεις h_1 καὶ h_2 δὲν εἶναι ἴσαι, αὐτὸ σημαίνει ὅτι ἡ εὐθεῖα ἑδράσεως 5—6 δὲν εἶναι ὁριζοντία, ἀλλὰ κλίνει ὑπὸ γωνίαν φ (σχ. 20·6ν). Αἱ δύο θέσεις 5—6 καὶ 6—5 τῆς εὐθείας ἑδράσεως, καθὼς καὶ αἱ δύο ἀντίστοιχοι θέσεις τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς, θὰ σχηματίζουν μεταξύ των γωνίας ἴσας πρὸς τὸ διπλάσιον τῆς γωνίας φ. Συνεπῶς, ἐὰν φέρωμε τὴν σκοπευτικὴν γραμμὴν εἰς τὴν ἔνδειξιν $\frac{h_1 + h_2}{2}$ μὲ τὸν εἰδικὸν κοχλίαν τ τοῦ συστήματος ἑδράσεως (σχ. 20·6ξ), θὰ ἀποκαταστήσωμε αὐτομάτως τὴν ὁριζοντιότητα τῆς εὐθείας ἑδράσεως 5—6.



Σχ. 20 · 6 ν.



Σχ. 20 · 6 ξ.

Προϋπόθεσις γ.

Ἡ ὁριζοντίωσις τῆς εὐθείας ἑδράσεως δὲν μᾶς ἐγγυᾶται καὶ τὴν ὁριζοντίωσιν τοῦ ἄξονος περιστροφῆς ΤΤ τοῦ τηλεσκοπίου ἢ τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς ΣΣ, ποὺ συμπίπτει μὲ αὐτόν. Διὰ νὰ συμβῇ αὐτὸ πρέπει ἐπὶ πλέον καὶ οἱ δακτύλιοι ἑδράσεως τοῦ τηλεσκοπίου νὰ εἶναι ἴσοι. Ὁ ἔλεγχος τῆς ἰσότητος τῶν δακτυλίων γίνεται ἐμμέσως ὡς ἑξῆς: Ἐλέγχομε τὴν ὁριζοντιότητα τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς, ὅπως εἰς τὸν τύπον Ι, δηλαδὴ μὲ χωροστάθμησιν ἀπὸ τοῦ μέσου καὶ ἄκρου. Ἐὰν $\Delta'\upsilon = \Delta\upsilon$, συμπεραίνομε ὅτι ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ (καὶ συνεπῶς καὶ ὁ ἄξων περιστροφῆς ΤΤ) εἶναι ὁριζοντία, ὁπότε οἱ δακτύλιοι ἑδράσεως εἶναι ἴσοι. Ἐὰν $\Delta'\upsilon \neq \Delta\upsilon$, τότε ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ δὲν συμπίπτει πρὸς τὴν ὁριζοντίαν καὶ συνεπῶς οἱ δακτύλιοι ἑδράσεως εἶναι ἄνισοι. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν πρέπει νὰ διορθωθοῦν ἀπὸ τὸν εἰδικὸν τεχνίτην.

2α Συνθήκη.

Ὁ ἔλεγχος καὶ ἡ ἀποκατάστασις γίνεται, ὅπως εἰς τὸν τύπον ΙΙ.

3η Συνθήκη.

Ἡ συνθήκη ἐλέγχεται, ὅπως εἰς τοὺς προηγουμένους τύπους. Ἡ ἀποκατάστασις γίνεται κατὰ τὸ ἥμισυ μὲ τοὺς κοχλίας τοῦ τριχοχλίου καὶ κατὰ τὸ ἄλλο ἥμισυ μὲ τοὺς κοχλίας τῆς ἀεροστάθμης.

4η Συνθήκη.

Όπως εις τον τύπον II.

5η Συνθήκη.

Όπως εις τον τύπον I.

4) Τύπος IV.

1η Συνθήκη.

Ἡ 1η συνθήκη διὰ τὸν τύπον αὐτὸν ἰσχύει, ἐφ' ὅσον πληροῦνται αἱ ἑξῆς προϋποθέσεις:

α) Οἱ δύο ἄξονες ΑΑ καὶ ΒΒ τῆς διδύμου ἀεροστάθμης εἶναι παράλληλοι μεταξύ των.

β) Ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ ΣΣ συμπίπτει μὲ τὸν ἄξονα περιστροφῆς ΤΤ τοῦ τηλεσκοπίου.

γ) Ὁ ἄξων περιστροφῆς τοῦ τηλεσκοπίου εἶναι παράλληλος πρὸς τὴν κοινὴν διεύθυνσιν τῶν ἀξόνων τῆς ἀεροστάθμης.

Ὑποθέτομε κατ' ἀρχὴν ὅτι πληροῦται ἡ προϋπόθεσις (α), δηλαδὴ ὅτι οἱ ἄξονες τῆς διδύμου ἀεροστάθμης εἶναι παράλληλοι μεταξύ των.

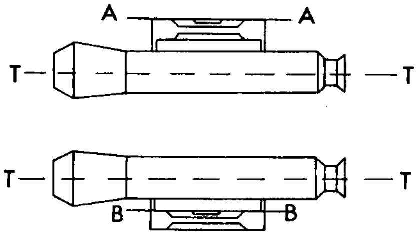
Τότε ὁ ἔλεγχος καὶ ἡ ἀποκατάστασις τῶν δύο ἄλλων προϋποθέσεων γίνεται ὡς ἑξῆς:

Προϋπόθεσις β.

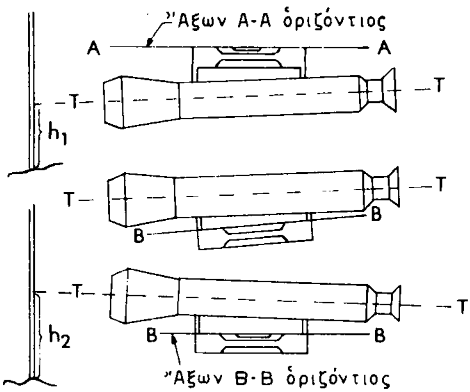
Ὁριζοντιώνομε τὸν ἄξονα ΑΑ τῆς διδύμου ἀεροστάθμης, κάνομε μίαν πρώτην σκόπευσιν, στρέφομε τὸ τηλεσκόπιον γύρω ἀπὸ τὸν ἄξονα ΤΤ κατὰ 180^0 καὶ κάνομε δευτέραν σκόπευσιν χωρὶς καμμίαν ἄλλην ἐπέμβασιν ἐπὶ τῆς ἀεροστάθμης. Ἐὰν αἱ ἐνδείξεις τοῦ στόχου, ποὺ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰς δύο σκοπεύσεις, εἶναι ἴσαι, αὐτὸ σημαίνει ὅτι ὁ ἄξων περιστροφῆς ΤΤ καὶ ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ ΣΣ συμπίπτουν. Ἐὰν ὄχι, τότε πρέπει νὰ μετακινήσωμε τὸ σταυρόνημα, ἕως ὅτου σκοπεύσωμε τὸν μέσον ὅρον τῶν δύο ἐνδείξεων.

Προϋπόθεσις γ.

Ἀφοῦ ἐξασφαλίσωμε τὴν σύμπτωσιν σκοπευτικῆς γραμμῆς καὶ ἄξονος περιστροφῆς τοῦ τηλεσκοπίου, φέρομε τὴν ἀεροστάθμην παραλλήλως πρὸς δύο κοχλίας τοῦ τριχοχλίου. Κατόπιν ὁριζοντιώνομε ἀπολύτως τὸν ἄξονα ΑΑ καὶ κάνομε μίαν πρώτην σκόπευσιν μὲ ἔνδειξιν h_1. Ἔπειτα στρέφομε τὸ τηλεσκόπιον γύρω ἀπὸ τὸν ἄξονα ΤΤ κατὰ 180°. Ἐὰν μετὰ τὴν περιστροφὴν ὁ ἄξων εἶναι ὁριζόντιος, αὐτὸ σημαίνει ὅτι καὶ ὁ ἄξων ΤΤ τοῦ τηλεσκοπίου εἶναι ὁριζόντιος (σχ. 20·6ο), ὁπότε ἡ 1η συνθήκη ἀποκαθίσταται τελείως. Ἐὰν ἀντιθέτως ὁ ἄξων ΒΒ δὲν εἶναι ὁριζόντιος, αὐτὸ σημαίνει ὅτι καὶ ὁ ἄξων περιστροφῆς τοῦ τηλεσκοπίου δὲν εἶναι ὁριζόντιος, ἀλλὰ ἔχει κάποιαν κλίσιν (σχ. 20·6π).



Σχ. 20·6 ο.



Σχ. 20·6 π.

Ἡ κλίσις αὐτὴ ἀποκαθίσταται καὶ ὁ ἄξων ΤΤ ὁριζοντιοῦται, ἐὰν ὁριζοντιώσωμε τὸν ἄξονα ΒΒ μὲ τοὺς κοχλίας τοῦ τριχοχλίου, κάνωμε νέαν σκόπευσιν μὲ ἔνδειξιν h_2 καὶ φέρωμε τὴν σκοπευτικὴν γραμμὴν εἰς τὸν μέσον ὅρον τῶν δύο ἐνδείξεων h_1 καὶ h_2 μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ χω-

ΠΙΝΑΞ 12

Πίναξ χειρισμών ελέγχου και αποκαταστάσεως συνθηκών ακριβείας χωροβάτου.

ΤΥΠΟΣ Ια (χωρὶς χωροσταθμικὸν κοχλίαν)	ΤΥΠΟΣ Ιβ (μὲ χωροσταθμικὸν κοχλίαν)	ΤΥΠΟΣ ΙΙ (πάντοτε μὲ χωροσταθμικὸν κοχλίαν)
3η Συνθήκη (ΑΑ $\perp$ ΠΠ). Διόρθωσις ἀεροστάθμης κατὰ τὸ ἥμισυ μὲ τοὺς κοχλίας τοῦ τριχοχλίου καὶ κατὰ τὸ ἄλλο ἥμισυ μὲ τοὺς κοχλίας τῆς ἀεροστάθμης.	Προσεγγιστικὴ κατακορύφωσις τοῦ ΠΠ, χωρὶς διόρθωσιν τῆς 3ης συνθήκης. *2α Συνθήκη* Ὅπως εἰς τὸν τύπον Ια.	Προσεγγιστικὴ κατακορύφωσις τοῦ ΠΠ, χωρὶς διόρθωσιν τῆς 3ης συνθήκης. *2α Συνθήκη.* Στροφὴ τηλεσκοπίου περὶ τὸν ἄξονά του μέχρι συμπτώσεως τοῦ κατακορύφου νήματος τοῦ σταυρονήματος μὲ τὸ νῆμα τῆς στάθμης.
2α Συνθήκη (ὁριζοντίωσις νήματος). Κατακορύφωσις ΠΠ. Περιστροφὴ σταυρονήματος, ἕως ὅτου τὸ κατακόρυφον νῆμα συμπέσῃ μὲ τὸ νῆμα τῆς στάθμης.	*1η Συνθήκη.* Διόρθωσις σκοπευτικῆς γραμμῆς διὰ τοῦ τύπου $h_2 = h_1 + \Delta\upsilon$, ἀλλὰ μὲ τὸν χωροσταθμικὸν κοχλίαν. Διόρθωσις ἐν συνεχείᾳ τῆς ἀεροστάθμης μὲ τοὺς κοχλίας της.	*1η Συνθήκη.* α. Ἀντιμετάθεσις ἀεροστάθμης. Διόρθωσις ἀεροστάθμης κατὰ τὸ ἥμισυ μὲ τοὺς κοχλίας τοῦ τριχοχλίου καὶ κατὰ τὸ ἄλλο ἥμισυ μὲ τοὺς κοχλίας τῆς ἀεροστάθμης. β. Ἀντιμετάθεσις τηλεσκοπίου. Ἐὰν ἡ φυσαλὶς τῆς ἀεροστάθμης ἐκτραπῇ, ἀνισότης δακτυλίων ἑδράσεως. Διόρθωσις ἐργαστηριακή. γ. Ὁριζοντίωσις ΑΑ-πρώτη σκόπευσις. Περιστροφὴ τηλεσκοπίου περὶ τὸν ἄξονά του κατὰ 180°— δευτέρα σκόπευσις. Διόρθωσις σκοπευτικῆς γραμμῆς εἰς $\frac{h_1 + h_2}{2}$ μὲ τοὺς κοχλίας τοῦ σταυρονήματος.
1η Συνθήκη (ΣΣ// ΑΑ). Διόρθωσις σκοπευτικῆς γραμμῆς διὰ τοῦ τύπου $h_2 = h_1 + \Delta\upsilon$ μὲ τοὺς κοχλίας τοῦ σταυρονήματος.	*3η Συνθήκη.* Διόρθωσις ἀεροστάθμης κατὰ τὸ ἥμισυ μὲ τοὺς κοχλίας τοῦ τριχοχλίου καὶ κατὰ τὸ ἄλλο ἥμισυ μὲ τὸν χωροσταθμικὸν κοχλίαν. Νέος ἔλεγχος 2ας συνθήκης.	*3η Συνθήκη.* Ὅπως εἰς τὸν τύπον Ιβ. Νέος ἔλεγχος 2ας συνθήκης.
4η Συνθήκη (διχασμός). Περιστροφὴ ὀργάνου περὶ ἄξονα //ΑΑ μὲ τὸν τρίτον κοχλίαν τοῦ τριχοχλίου. Διόρθωσις ἐργαστηριακή.	*4η Συνθήκη.* Ὅπως εἰς τὸν τύπον Ια.	*4η Συνθήκη.* Περιστροφὴ τηλεσκοπίου κατὰ 90°. Διόρθωσις μὲ τοὺς ὁριζοντίους κοχλίας τοῦ σταυρονήματος.
5η Συνθήκη (μετάπτωσις). Σκόπευσις πρὸς σημεῖα τῆς περιφερείας κύκλου: α) ἀπὸ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου β) ἀπὸ τυχὸν σημεῖον τοῦ κύκλου. Ἔλεγχος ὑψομετρικῶν διαφορῶν. Διόρθωσις ἐργαστηριακή.	*5η Συνθήκη.* Ὅπως εἰς τὸν τύπον Ια.	*5η Συνθήκη.* Ὅπως εἰς τὸν τύπον Ια.

(Συνέχεια πίνακος 12)

ΤΥΠΟΣ ΙΙΙ	ΤΥΠΟΣ IV (πάντοτε μὲ χωροσταθμικὸν κοχλίαν)
3η Συνθήκη (ΑΑ ⊥ ΠΠ). Ὅπως εἰς τὸν τύπον Ια.	Προσεγγιστικὴ κατακορύφωσις ΠΠ, χωρὶς διόρθωσιν τῆς 3ης συνθήκης.
2α Συνθήκη (ὁριζοντίωσις νήματος). Κατακορύφωσις ΠΠ. Στροφὴ τηλεσκοπίου περὶ τὸν ἄξονά του, ἕως ὅτου τὸ κατακόρυφον νῆμα τοῦ σταυρονήματος συμπέσῃ μὲ τὸ νῆμα τῆς στάθμης.	*2α Συνθήκη.* Ὅπως εἰς τὸν τύπον ΙΙ.
1η Συνθήκη (ΣΣ//ΑΑ) α. Περιστροφὴ τηλεσκοπίου περὶ τὸν ἄξονά του κατὰ 180°. Σκοπεύσεις πρὶν καὶ μετά. Διόρθωσις σκοπευτικῆς γραμμῆς εἰς $\frac{h_1+h_2}{2}$ μὲ τοὺς κοχλίας τοῦ σταυρονήματος. β. Ἀπόλυτος ὁριζοντίωσις ἀεροστάθμης — πρώτη σκόπευσις. Ἀντιμετάθεσις τηλεσκοπίου — δευτέρα σκόπευσις. Ἐὰν αἱ δύο ἐνδείξεις δὲν συμπίπτουν, διόρθωσις σκοπευτικῆς γραμμῆς εἰς $\frac{h_1+h_2}{2}$ μὲ τὸν εἰδικὸν κοχλίαν τῶν ἑδράνων. γ. Ἔλεγχος ὁριζοντιότητος σκοπευτικῆς γραμμῆς, ὅπως ὁ ἔλεγχος 1ης συνθήκης τύπου Ι. Διόρθωσις ἀνίσων δακτυλίων ἑδράσεως ἐργαστηριακή.	*1η Συνθήκη* (ΣΣ//ΑΑ//Α΄Α΄). α. Ὁριζοντίωσις ΑΒ—πρώτη σκόπευσις. Στροφὴ τηλεσκοπίου περὶ τὸν ἄξονά του κατὰ 180°—δευτέρα σκόπευσις. Διόρθωσις σκοπευτικῆς γραμμῆς εἰς $\frac{h_1+h_2}{2}$ μὲ τοὺς κοχλίας τοῦ σταυρονήματος. β. Ὁριζοντίωσις ΑΑ—πρώτη σκόπευσις. Περιστροφὴ τηλεσκοπίου περὶ τὸν ἄξονά του κατὰ 180°, διόρθωσις ΒΒ — δευτέρα σκόπευσις. Διόρθωσις σκοπευτικῆς γραμμῆς ἄξονος τηλεσκοπίου εἰς $\frac{h_1'+h_2}{2}$ μὲ τὸν χωροσταθμικὸν κοχλίαν. Διόρθωσις διδύμου ἀεροστάθμης μὲ τοὺς κοχλίας της. γ. Ἔλεγχος ὁριζοντιότητος σκοπευτικῆς γραμμῆς — ἄξονος τηλεσκοπίου, ὅπως ὁ ἔλεγχος 1ης συνθήκης τύπου Ι. Διόρθωσις παραλληλίας ΑΑ καὶ ΒΒ ἐργαστηριακή.
4η Συνθήκη (διχασμός). Ὅπως εἰς τὸν τύπον ΙΙ. *5η Συνθήκη* (μετάπτωσις). Ὅπως εἰς τὸν τύπον Ια.	*3η Συνθήκη.* Ὅπως εἰς τὸν τύπον Ιβ. Νέος ἔλεγχος 2ας συνθήκης. *4η Συνθήκη.* Ὅπως εἰς τὸν τύπον ΙΙ. *5η Συνθήκη.* Ὅπως εἰς τὸν τύπον Ια.

ροσταθμικοῦ κοχλίου Κ (σχ. 20·3α). Αὐτὸ φυσικὰ θὰ ἔχῃ ὡς ἀποτέλεσμα τὴν ἐκτροπὴν τῶν ἀξόνων ΑΑ καὶ ΒΒ ἀπὸ τὴν ὁριζοντιότητα, ἀλλὰ ἀμέσως ἀκολουθεῖ ἡ σχετικὴ διόρθωσις μὲ τοὺς κοχλίας τῆς ἀεροστάθμης.

Ἐὰν δὲν πληροῦται ἡ προϋπόθεσις (α), ἐὰν δηλαδὴ οἱ δύο ἄξονες τῆς διδύμου ἀεροστάθμης δὲν εἶναι παράλληλοι μεταξύ των, τότε οἱ χειρισμοὶ ἀποκαταστάσεως τῶν συνθηκῶν (β) καὶ (γ) δὲν ὁδηγοῦν κατ' ἀνάγκην εἰς τὴν ὁριζοντίωσιν σκοπευτικῆς γραμμῆς καὶ ἄξονος περιστροφῆς τοῦ τηλεσκοπίου. Γενικῶς οἱ κατασκευασταὶ καταβάλλουν μεγάλην προσπάθειαν εἰς τὸ νὰ ἐξασφαλίσουν τὴν παραλληλίαν τῶν δύο ἀξόνων τῆς διδύμου ἀεροστάθμης. Πρέπει ὅμως καὶ ἐμεῖς νὰ βεβαιωθοῦμε ὅτι ὑφίσταται ἡ παραλληλία αὐτή. Πρὸς τὸν σκοπὸν αὐτὸν προβαίνομε πρῶτα εἰς ὅλους τοὺς χειρισμοὺς ἀποκαταστάσεως τῶν προϋποθέσεων (β) καὶ (γ) καὶ ἔπειτα ἐλέγχομε τὴν ὁριζοντιότητα τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς, ὅπως εἰς τὸν τύπον Ι (1η Συνθήκη). Ἐὰν ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ εἶναι ὁριζοντία, ἔχει καλῶς. Ἐὰν ὄχι, αὐτὸ σημαίνει ὅτι οἱ δύο ἄξονες τῆς ἀεροστάθμης δὲν εἶναι παράλληλοι μεταξύ των.

2α Συνθήκη.

Ὅπως εἰς τὸν τύπον ΙΙ.

3η Συνθήκη.

Ἡ συνθήκη αὐτὴ ἐλέγχεται, ὅπως εἰς τὸν τύπον ΙΙ, ἀλλὰ μετὰ τὴν ἀποκατάστασιν τῆς 1ης συνθήκης.

4η Συνθήκη.

Ὅπως εἰς τὸν τύπον ΙΙ.

5η Συνθήκη.

Ὅπως εἰς τὸν τύπον Ι.

5) *Πίναξ χειρισμῶν.*

Ἕως ἐδῶ ἐκάναμε λεπτομερῆ περιγραφὴν τῶν χειρισμῶν ἐλέγχου καὶ ἀποκαταστάσεως τῶν συνθηκῶν ἀκριβείας εἰς τοὺς διαφόρους τύπους χωροβάτου. Κατὰ τὴν περιγραφὴν αὐτὴν δὲν ἀκολουθήσαμε τὴν σειρὰν προτεραιότητος τῶν χειρισμῶν, ἀλλὰ τὴν σειρὰν σπουδαιότητος τῶν συνθηκῶν.

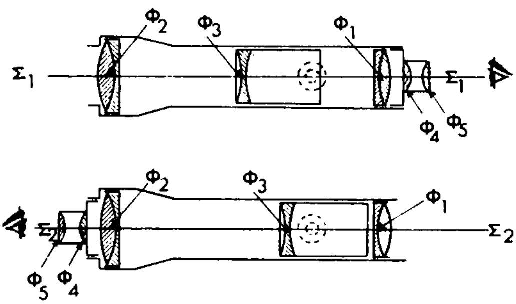
Θεωροῦμε λοιπὸν σκόπιμον νὰ δώσωμε τὸν Πίνακα 12 ὅπου, ἐκτὸς ἀπὸ τὴν ἀπαρίθμησιν κατὰ σειρὰν προτεραιότητος, γίνεται καὶ μία σύντομος ἀνακεφαλαίωσις τῶν χειρισμῶν, ποὺ διευκολύνει τὴν ἐκμάθησίν των διὰ τῆς συγκρίσεως μεταξὺ τῶν διαφόρων τύπων χωροβάτου.

20 · 7 Χωροβάτης Zeiss - Wild.

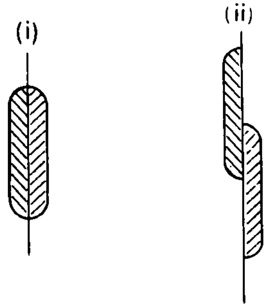
Ἕνας χωροβάτης, ποὺ χρησιμοποιεῖται συχνά, εἶναι ὁ χωροβάτης Zeiss - Wild. Ἀνήκει εἰς τὸν τύπον IV μὲ τὴν ἀεροστάθμην πρὸς τὰ πλάγια τοῦ τηλεσκοπίου, ἀλλὰ παρουσιάζει ὡρισμένας βελτιώσεις ὡς πρὸς τοὺς ἄλλους χωροβάτας τοῦ τύπου του. Αἱ βελτιώσεις αὐταὶ ἀφοροῦν εἰς τὴν σκοπευτικὴν γραμμὴν καὶ τὴν ἀεροστάθμην.

Ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ εἰς τὸν χωροβάτην Zeiss - Wild ἔχει τὴν δυνατότητα νὰ ἀντιστρέφεται, χωρὶς νὰ ἀντιμετατίθενται τὰ ἄκρα τοῦ τηλεσκοπίου. Αὐτὸ ἐπιτυγχάνεται χάρις εἰς τὴν εἰδικὴν κατασκευὴν τοῦ τηλεσκοπίου Wild, ποὺ ἐγνωρίσαμε, ὅταν ὡμιλήσαμε διὰ τὸν θεοδόλιχον. Εἰς τὸν χωροβάτην ὅμως τὸ τηλεσκόπιον Wild δὲν ἔχει ὡς γνώρισμα μόνον τὸν ρυθμιστικὸν φακὸν Φ_3 (σχ. 3 · 6 θ), ἀλλὰ καὶ τὴν δυνατότητα νὰ ἀφαιρῆται τὸ προσοφθάλμιον σύστημα τῶν φακῶν Φ_4 καὶ Φ_5 καὶ νὰ προσαρμόζεται εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον τοῦ τηλεσκοπίου (σχ. 20 · 7 α). Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον καὶ λόγω τῆς ὁμοιότητος τῶν φακῶν Φ_1 καὶ Φ_2 καθίσταται δυνατὴ ἡ σκόπευσις καὶ κατὰ τὴν ἀντίθετον φοράν, δηλαδὴ ἀπὸ τὸν ἀντικειμενικὸν φακὸν Φ_2 πρὸς τὸν προσοφθάλμιον Φ_1. Ἐννοεῖται ὅτι αἱ δύο σκοπευτικαὶ γραμμαὶ $\Sigma_1\Sigma_1$ καὶ $\Sigma_2\Sigma_2$ συμπίπτουν.

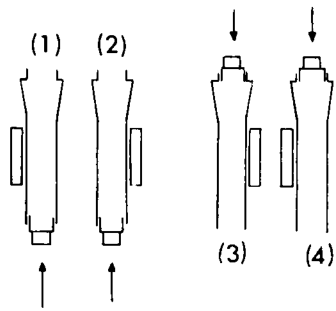
Μία ἄλλη βελτίωσις τοῦ χωροβάτου Zeiss - Wild, ποὺ ἐφηρμέσθη καὶ εἰς ἄλλους χωροβάτας, εἶναι ὁ τρόπος ἐλέγχου ὁριζοντιώσεως τῆς ἀεροστάθμης. Καὶ πάλιν ὁ ἔλεγχος αὐτὸς γίνεται ἀπὸ τὴν θέσιν σκοπεύσεως, ἀλλὰ ἐδῶ χάρις εἰς ἕνα κατάλληλον συνδυασμὸν κατόπτρων καὶ πρισμάτων ὁ παρατηρητὴς βλέπει τὸ εἴδωλον τῆς φυσαλίδος μέσα ἀπὸ τὴν ὀπὴν τοῦ προσοφθαλμίου συστήματος. Ἀφ' ἑτέρου τὸ εἴδωλον τῆς φυσαλίδος δὲν σχηματίζεται ἀκέραιον πάντοτε, ἀλλὰ μόνον, ὅταν ἡ φυσαλὶς εὑ-



Σχ. 20·7 α.



Σχ. 20·7 β.



Σχ. 20·7 γ.

ρίσκεται εἰς τὸ κανονικὸν σημεῖον τῆς ἀεροστάθμης [σχ. 20·7 β (ι)]. Εἰς ὅλας τὰς ἄλλας θέσεις τῆς φυσαλίδος τὸ εἴδωλον χωρίζεται εἰς δύο, ὅπως δείχνει τὸ σχῆμα 20·7 β (ιι), καὶ ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ ἀπόστασις τῆς φυσαλίδος ἀπὸ τὸ κανονικὸν σημεῖον, τόσον περισσότερον ἀπέχουν τὰ δύο τμήματα τοῦ εἰδώλου μεταξύ των. Αὐτὴ ἡ διάταξις παρέχει τὴν δυνατότητα ἀκριβεστάτης ὁριζοντιώσεως τῆς ἀεροστάθμης καὶ μάλιστα εἰς ὅλας τὰς θέσεις, ποὺ καταλαμβάνει ἡ ἀεροστάθμη κατὰ τὴν στροφὴν τοῦ τηλεσκοπίου περὶ τὸν ἄξονα ΤΤ. Φυσικὰ δὲν χρειάζονται πλέον αἱ γνωσταὶ διαιρέσεις ἑκατέρωθεν τοῦ κανονικοῦ σημείου τῆς ἀεροστάθμης.

Ἂς ἐξετάσωμε τώρα τὸν ἔλεγχον καὶ τὴν ἀποκατάστασιν τῶν διαφόρων συνθηκῶν ἀκριβείας εἰς τὸν χωροβάτην Zeiss-Wild.

Ἡ 1η συνθήκη ἐλέγχεται διὰ σκοπεύσεως πρὸς τὸν στόχον κατὰ τέσσαρας διαφορετικοὺς συνδυασμοὺς τοῦ χωροβάτου.

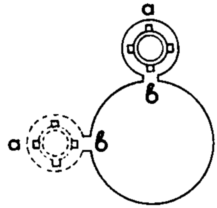
Κατὰ τὸν 1ον συνδυασμὸν τὸ προσοφθάλμιον σύστημα τῶν φακῶν Φ_4 καὶ Φ_5 εὑρίσκεται εἰς τὴν κανονικήν του θέσιν μὲ τὴν ἀεροστάθμην πρὸς τὰ ἀριστερὰ τοῦ συστήματος. Κατὰ τὸν 2ον συνδυασμὸν τὸ προσοφθάλμιον σύστημα ἐξακολουθεῖ νὰ εὑρίσκεται εἰς τὴν κανονικήν του θέσιν, ἐνῶ ἡ ἀεροστάθμη μετατίθεται, λόγω στροφῆς τοῦ τηλεσκοπίου περὶ τὸν ἄξονά του κατὰ 180^0, πρὸς τὰ δεξιὰ τοῦ συστήματος. Κατὰ τὸν 3ον συνδυασμὸν παραμένει εἰς τὴν θέσιν της ἡ ἀεροστάθμη· καὶ μετατίθεται τὸ προσοφθάλμιον σύστημα. Τέλος κατὰ τὸν 4ον συνδυασμὸν τὸ προσοφθάλμιον σύστημα παραμένει εἰς τὴν ἀντίστροφον θέσιν του, ἐνῶ ἡ ἀεροστάθμη μετατίθεται δεξιὰ τοῦ συστήματος. Οἱ τέσσαρες συνδυασμοὶ ἐμφαίνονται ἐν κατόψει εἰς τὸ σχῆμα 20 · 7 γ.

Κατὰ τὸν ἔλεγχον τῆς 1ης συνθήκης ἀρχίζομε τὰς σκοπεύσεις ἀπὸ τὸν 4ον συνδυασμὸν καὶ καταλήγομε εἰς τὸν 1ον. Ἐὰν αἱ ἀντίστοιχοι ἐνδείξεις τοῦ στόχου h_4, h_3, h_2 καὶ h_1 εἶναι ἴσαι μεταξύ των, ἡ 1η συνθήκη πληροῦται. Ἐὰν ὄχι, φέρομε τὴν σκοπευτικὴν γραμμὴν εἰς τὸν μέσον ὅρον τῶν ἐνδείξεων:

$$\frac{h_4+h_3+h_2+h_1}{4}=h.$$

Ἡ μετακίνησις αὐτὴ γίνεται κατ' ἀνάγκην μὲ τὸν χωροσταθμικὸν κοχλίαν, διότι εἰς τὸ τηλεσκόπιον Wild δὲν ὑπάρχει τρόπος μετακινήσεως τοῦ σταυρονήματος. Αὐτὸ ὅμως προκαλεῖ τὴν ἐκτροπὴν τῆς ἀεροστάθμης ἀπὸ τὴν ὁριζοντιότητα. Πρέπει λοιπὸν εὐθὺς ἀμέσως νὰ διορθώσωμε τὴν ἀεροστάθμην, ὁπότε ἀποκαθίσταται πλήρως ἡ 1η συνθήκη. Διευκρινίζεται ὅτι καὶ κατὰ τὰς τέσσαρας σκοπεύσεις προηγεῖται ἀπόλυτος ὁριζοντίωσις τῆς ἀεροστάθμης. Ἐπίσης διευκρινίζεται ὅτι ἡ ἀλλαγὴ θέσεως τοῦ προσοφθαλμίου συστήματος γίνεται μόνον διὰ τὴν διόρθωσιν τῆς 1ης συνθήκης. Ἡ κανονικὴ ἐργασία τῆς χωροσταθμήσεως διεξάγεται μὲ τὸν 1ον συνδυασμὸν τοῦ χωροβάτου, ὅπου καὶ ἐπιδιώκομε νὰ καταλήξωμε μετὰ τὴν ἀποκατάστασιν τῆς 1ης συνθήκης.

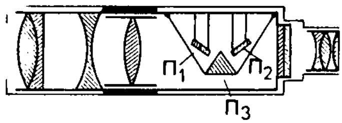
Διὰ τὰς ἄλλας συνθήκας γίνονται οἱ ἴδιοι χειρισμοί, ποὺ ἰσχύουν γενικῶς εἰς τὸν τύπον IV, ἐκτὸς τῆς 4ης συνθήκης, ὅπου, ἀντὶ νὰ διορθώσωμε τὸ σταυρόνημα, διορθώνομε τὴν ἀεροστάθμην. Συγκεκριμένως, ἀφοῦ στρέψωμε τὸ τηλεσκόπιον περὶ τὸν ἄξονά του κατὰ 90^0 καὶ διαπιστώσωμε ὅτι ἡ δευτέρα ἔνδειξις h_2 εἶναι διαφορετικὴ ἀπὸ τὴν πρώτην h_1, φέρομε τὴν σκοπευτικὴν γραμμὴν εἰς τὴν ἔνδειξιν h_1 μὲ τὸν χωροσταθμικὸν κοχλίαν καὶ ἔπειτα διορθώνομε τὴν ἀεροστάθμην χρησιμοποιοῦντες ἐκείνους ἀπὸ τοὺς κοχλίας της, οἱ ὁποῖοι πρὸ τῆς περιστροφῆς τοῦ τηλεσκοπίου ἦσαν ὁριζόντιοι (κοχλίαι α καὶ β τοῦ σχήματος 20 · 7 δ).



Σχ. 20·7 δ.

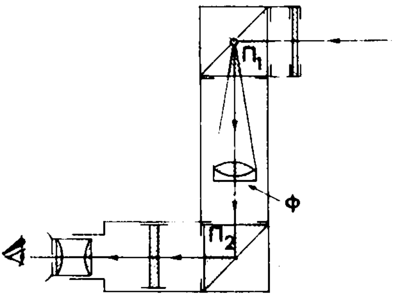
20 · 8 Χωροβάται αὐτομάτου ὁριζοντιώσεως.

Οἱ χωροβάται αὐτομάτου ὁριζοντιώσεως εἶναι οἱ πλέον σύγχρονοι τύποι χωροβάτου. Ἡ ὁριζοντίωσις τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς εἰς τοὺς τύπους αὐτοὺς γίνεται αὐτομάτως, ἀφοῦ ὅμως προηγηθῇ μία χονδροειδὴς ὁριζοντίωσις τοῦ ὀργάνου μὲ τὴν βοήθειαν μιᾶς σφαιρικῆς ἀεροστάθμης. Ἡ αὐτόματος ὁριζοντίωσις τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς ἐπιτυγχάνεται μὲ ἕνα πρόσθετον σύστημα πρισμάτων ἢ φακῶν, ποὺ λέγεται *ἰσοσταθμητὴς* καὶ ποὺ παρεμβάλλεται μεταξὺ τοῦ προσοφθαλμίου καὶ τοῦ ἀντικειμενικοῦ φακοῦ. Ὡρισμένα ἀπὸ τὰ στοιχεῖα τοῦ ἰσοσταθμητοῦ δὲν εἶναι στερεῶς συνδεδεμένα, ἀλλὰ ἀναρτῶνται μέσα εἰς τὸ τηλεσκόπιον. Συνεπῶς ἀλλάσσουν θέσιν ἀναλόγως τῆς κλίσεως τοῦ τηλεσκοπίου. Αὐτὸ ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα αἱ ὀπτικαὶ ἀκτῖνες, ποὺ εἰσέρχονται εἰς τὸ τηλεσκόπιον, νὰ ἐξέρχωνται πάντοτε ὁριζόντιαι, ἀφοῦ προηγουμένως ὑποστοῦν μίαν σειρὰν διαθλάσεων. Αὐτὸ συμβαίνει ἀνεξαρτήτως τῆς κλίσεως τοῦ τηλεσκοπίου, ἀρκεῖ μόνον ἡ κλίσις αὐτὴ νὰ εἶναι μικροτέρα ἑνὸς ὡρισμένου ὁρίου. Διαφορετικὰ αἱ ὀπτικαὶ ἀκτῖνες δὲν ἀκολουθοῦν τὴν πορείαν, ποὺ τὰς καθιστᾷ ὁριζοντίας, καὶ αὐτὸς εἶναι ὁ λόγος, ποὺ ἐπιβάλλει τὴν χονδροειδῆ ἀρχικὴν ὁριζοντίωσιν τοῦ ὀργάνου. Μόλις ἡ φυσαλὶς τῆς σφαιρικῆς ἀεροστάθμης πλησιάσῃ τὸ κανονικὸν σημεῖον, ἡ κλίσις τοῦ τηλεσκοπίου γίνεται μικροτέρα ἀπὸ τὸ ὡρισμένον ὅριον καὶ ἀρχίζει ἡ αὐτόματος ὁριζοντίωσις τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς.



Σχ. 20 · 8 α.

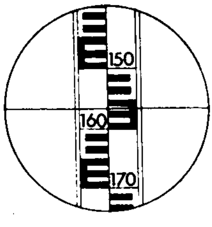
Ἕνας τέτοιος χωροβάτης, ὅπου ὁ ἰσοσταθμητὴς ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο σταθερὰ πρίσματα Π_1 καὶ Π_2 καὶ ἕνα ἀνηρτημένον Π_3 (σχ. 20 · 8 α), εἶναι ὁ αὐτόματος χωροβάτης Zeiss Ni2. Τελείως διαφορετικὴν διάταξιν ἔχει ὁ αὐτόματος χωροβάτης Filotechnica Salmoiraghi, ὁ ὁποῖος δὲν παρουσιάζει καμμίαν ἐξωτερικὴν ὁμοιότητα μὲ τοὺς κλασσικοὺς τύπους χωροβάτου. Ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο σωλῆνας καθέτους μεταξύ των μὲ δύο σταθερὰ πρίσματα Π_1 καὶ Π_2 καὶ μὲ τὸ ἀνηρτημένον σύστημα φακῶν Φ. Ἡ διάταξις τοῦ χωροβάτου αὐτοῦ καὶ ἡ πορεία τῶν ὀπτικῶν ἀκτίνων φαίνεται εἰς τὸ σχῆμα 20·8 β.



Σχ. 20·8 β.

20·9 Στόχος.

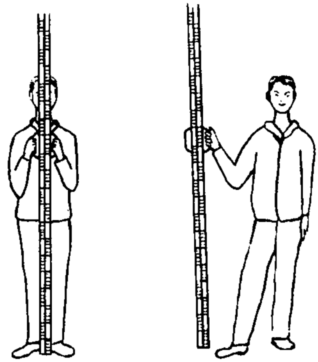
Διὰ τὸν στόχον ὡμιλήσαμε ἐκτενῶς εἰς τὴν ὀπτικὴν μέτρησιν, συνεπῶς εἶναι καθ' ὅλα γνωστὸν ὄργανον. Αἱ ἀναγνώσεις κατὰ τὰς ὁριζοντίας σκοπεύσεις δὲν εἶναι παρὰ αἱ διαιρέσεις τοῦ στόχου, μὲ τὰς ὁποίας συμπίπτει τὸ ὁριζόντιον νῆμα τοῦ σταυρονήματος. Π.χ. ἡ ἀνάγνωσις εἰς τὸ σχῆμα 20·9 α εἶναι 1,565 m.



Σχ. 20·9 α.

Προφανῶς, ἐνῶ τῶν ἑκατοστῶν γίνεται ἀκριβὴς μέτρησις, τὰ χιλιοστὰ μετροῦνται κατ' ἐκτίμησιν. Ἐπίσης εἶναι φανερὸν ὅτι ὅσον πλησιέστερα εὑρίσκεται ὁ στόχος, τόσον ἀκριβεστέραν ἀνάγνωσιν κάνομε.

Σπουδαῖον ρόλον εἰς τὴν χωροστάθμησιν παίζει ἡ κατακόρυφος στάσις τοῦ στόχου κατὰ τὴν σκόπευσιν. Ὅταν ὁ στόχος δὲν εἶναι κατακόρυφος, τότε ἀντὶ τῆς ὀρθῆς ἐνδείξεως διαβάζομε τὴν ἐσφαλμένην $h' > h$. Ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ ἀπόκλισις τοῦ στόχου ἀπὸ τὴν κατακόρυφον, τόσον μεγαλύτερον εἶναι τὸ σφάλμα ἀναγνώσεως $h' - h$. Πρακτικῶς ἡ κατακορύφωσις τοῦ στόχου ἐπιτυγχάνεται μὲ τὴν κατάλληλον στάσιν τοῦ στοχοφόρου (σχ. 20 · 9β). Ἐὰν μάλιστα ὁ στόχος εἶναι ἐφωδιασμένος καὶ μὲ σφαι-



Σχ. 20 · 9 β.

ρικὴν ἀεροστάθμην, ποὺ τὴν παρακολουθεῖ ὁ στοχοφόρος, ἡ κατακορύφωσις γίνεται ἀκόμη τελειοτέρα. Πολὺ πιὸ ἀποτελεσματικὸς ἀλλὰ καὶ πιὸ περίπλοκος εἶναι ὁ ἔλεγχος τῆς κατακορυφότητος διὰ τοῦ νήματος τῆς στάθμης. Δὲν παραλείπομε νὰ ἀναφέρωμε ὅτι διὰ χωροσταθμήσεις μεγάλης ἀκριβείας οἱ στόχοι εἶναι ἐφωδιασμένοι μὲ βερνιέρον διὰ νὰ γίνεται ἀκριβὴς ἀνάγνωσις τῶν χιλιοστομέτρων.

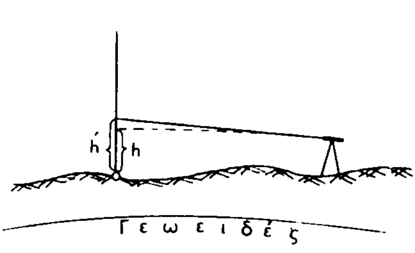
Μὲ ὅσα εἴπαμε εἰς τὴν ἀρχὴν τῆς προηγουμένης παραγράφου δὲν σημαίνει ὅτι ἡ κατακορυφότης τοῦ στόχου εἶναι ἀμελητέα κατὰ τὴν ὀπτικὴν μέτρησιν. Πρέπει ὅμως νὰ τονίσωμε ὅτι ἐκεῖ δὲν ἐπιδιώκεται μὲ τόσην σχολαστικότητα, μὲ ὅσην ἐπιδιώκεται εἰς τὴν χωροστάθμησιν.

20·10 Σφάλματα χωροσταθμήσεως.

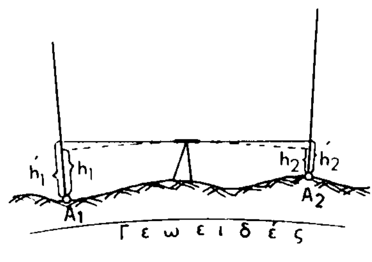
Σφάλματα χωροσταθμήσεως ὀνομάζομε τὰ σφάλματα ἐκεῖνα, ποὺ γίνονται κατὰ τὴν χωροστάθμησιν, τὰ ὁποῖα εἶναι ἄσχετα πρὸς τὴν ἀκρίβειαν τῶν ὀργάνων, δηλαδὴ τοῦ χωροβάτου καὶ τοῦ στόχου.

Τὰ κυριώτερα ἀπὸ τὰ σφάλματα χωροσταθμήσεως εἶναι τὰ ἑξῆς: *Τὸ σφάλμα σφαιρικότητος, τὸ σφάλμα διαθλάσεως, τὸ σφάλμα κατακορυφότητος τοῦ στόχου καὶ τὸ σφάλμα καθιζήσεως.*

Ὀνομάζομε *σφάλμα σφαιρικότητος* τὴν διαφορὰν $h' - h$, ὅπου h' εἶναι ἡ πραγματικὴ ἔνδειξις τοῦ στόχου καὶ h ἡ ἔνδειξις, ποὺ θὰ προέκυπτε, ἐὰν ἡ σκοπευτικὴ γραμμὴ τοῦ τηλεσκοπίου δὲν ἦτο εὐθεῖα, ἀλλὰ ἀκολουθοῦσε τὴν σφαιρικότητα τῆς γῆς (σχ. 20·10α).



Σχ. 20·10α.



Σχ. 20·10β.

Τὸ σφάλμα σφαιρικότητος δὲν εἶναι σοβαρὸν καὶ δὲν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν, ὅταν ἔχωμε νὰ κάνωμε χωροσταθμήσεις μικρᾶς ἀκριβείας. Εἰς χωροσταθμήσεις ὅμως μεγάλης ἀκριβείας λαμβάνεται σοβαρῶς ὑπ' ὄψιν καὶ ἀντιμετωπίζεται ὡς ἑξῆς:

Ἔστω ὅτι θέλομε νὰ προσδιορίσωμε τὴν ὑψομετρικὴν διαφορὰν μεταξὺ τῶν σημείων A_1 καὶ A_2. Ἐὰν τοποθετήσωμε τὸν χωροβάτην εἰς ἀπόστασιν, ποὺ νὰ ἀπέχῃ ἐξ ἴσου ἀπὸ τὰ δύο σημεῖα (σχ. 20 · 10 β), θὰ ἔχωμε προφανῶς:

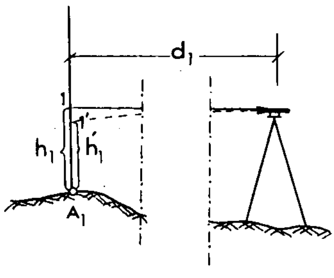
$$h_1' - h_1 = h_2' - h_2.$$

Ἡ σχέσις αὐτὴ γράφεται:

$$h_1' - h_2' = h_1 - h_2.$$

Παρατηροῦμε δηλαδὴ ὅτι ἡ θεωρητικὴ διαφορὰ $h_1 - h_2$ ἰσοῦται πρὸς τὴν διαφορὰν $h_1' - h_2'$ τῶν ἐνδείξεων τοῦ στόχου. Ἑπομένως τὸ σφάλμα σφαιρικότητος ἐξουδετερώνεται μὲ τὴν λεγομένην *χωροστάθμησιν ἀπὸ τοῦ μέσου*.

Ἄς ἔλθωμε τώρα εἰς τὸ *σφάλμα διαθλάσεως*. Ὅπως γνωρίζομε ἀπὸ τὴν Φυσικήν, αἱ ὀπτικαὶ ἀκτῖνες, ποὺ βαίνουν παραλλήλως πρὸς τὸ ἔδαφος, δὲν εἶναι εὐθεῖαι, ἀλλὰ καμπύλαι, λόγω τοῦ φαινομένου τῆς διαθλάσεως. Αὐτὸ ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα, ὥστε, ὅταν κάνωμε μίαν ὁριζοντίαν σκόπευσιν, νὰ μὴ βλέπωμε εἰς τὸ κέντρον τοῦ σταυρονήματος τὸ σημεῖον 1, ποὺ προκύπτει ὡς θεωρητικὸν σημεῖον τομῆς τοῦ στόχου καὶ τῆς προεκτάσεως τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς, ἀλλὰ ἕνα ἄλλο σημεῖον, ποὺ εὑρίσκεται χα-



Σχ. 20·10 γ.

μηλότερον ἀπὸ τὸ 1, τὸ 1′ (σχ. 20 · 10 γ). Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τῶν σημείων 1 καὶ 1′ εἶναι τὸ σφάλμα διαθλάσεως.

Τὸ σφάλμα διαθλάσεως ἐξαρτᾶται ἀφ' ἑνὸς μὲν ἀπὸ τὴν ἀπόστασιν d_1 τοῦ σημείου σκοπεύσεως, ἀφ' ἑτέρου δὲ ἀπὸ τὴν ἔνδειξιν h_1 τοῦ στόχου. Ὅταν αὐξάνεται ἢ μειοῦται τὸ d_1, αὐξάνεται ἐπίσης ἢ μειοῦται καὶ τὸ σφάλμα διαθλάσεως. Ἀντιθέτως τὸ σφάλμα διαθλάσεως ἐπηρεάζεται ἐλάχιστα ἀπὸ τὸ ὕψος h_1. Συγκεκριμένως τὸ σφάλμα αὐξάνεται ὅσον ἐλαττοῦται τὸ h_1, ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι τὸ h_1 εἶναι μεγαλύτερον ἀπὸ 50 cm. Ὅταν τὸ h_1 γίνῃ μικρότερον ἀπὸ 50 cm, ἡ αὔξησις τοῦ σφάλματος διαθλάσεως εἶναι ραγδαία.

Ἂς ἐξετάσωμε τώρα πῶς ἀντιμετωπίζεται τὸ σφάλμα διαθλάσεως. Κατ' ἀρχὴν δὲν πρέπει νὰ κάνωμε πολὺ χαμηλὰς σκοπεύσεις (χαμηλοτέρας ἀπὸ 50 cm). Ἐπίσης τοποθετοῦμε τὸ ὄργανον εἰς θέσιν, ἡ ὁποία ἀπέχει ἐξ ἴσου ἀπὸ τὰ σκοπευόμενα σημεῖα A_1 καὶ A_2, ὁπότε ἔχομε καὶ πάλιν τὴν σχέσιν:

$$h_1 - h_2 = h_1' - h_2',$$

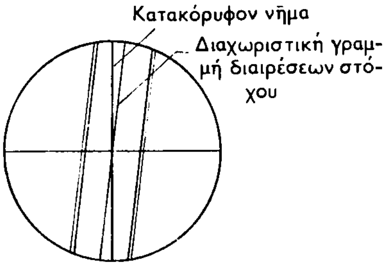
λόγω τῆς ἰσότητος τῶν σφαλμάτων διαθλάσεως $1 - 1'$ καὶ $2 - 2'$, ἤτοι λόγω τῆς ἰσότητος:

$$h_1 - h_1' = h_2 - h_2'.$$

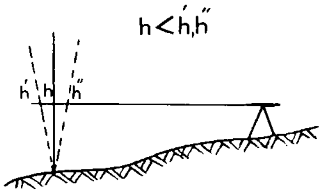
Βλέπομε δηλαδὴ ὅτι τόσον τὸ σφάλμα σφαιρικότητος, ὅσον καὶ τὸ σφάλμα διαθλάσεως ἐξουδετερώνεται μὲ τὴν χωροστάθμησιν ἀπὸ τοῦ μέσου. Ἀξιοσημείωτον εἶναι ὅτι ἡ χωροστάθμησις ἀπὸ τοῦ μέσου ἐξουδετερώνει καὶ ἐνδεχόμενον σφάλμα τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς, ὅπως ἔχομε ἤδη ἀναφέρει εἰς τὰ σχετικὰ μὲ τὴν 1ην συνθήκην τοῦ χωροβάτου τύπου I (παράγρ. 20·6).

Τὸ σφάλμα κατακορυφότητος τοῦ στόχου διορθώνεται κατ' ἀρχὴν μὲ καταλλήλους κινήσεις τοῦ στόχου, ἕως ὅτου ἡ διαχωριστικὴ γραμμὴ τῶν διαιρέσεων συμπέσῃ μὲ τὸ κατακόρυφον νῆμα τοῦ σταυρονήματος (σχ. 20·10δ).

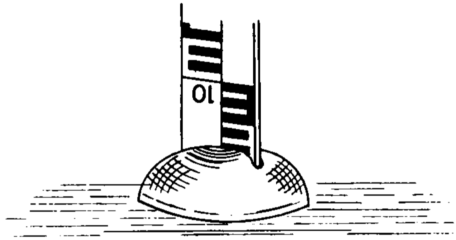
Τοιουτοτρόπως διορθώνεται τὸ σφάλμα κατακορυφότητος κατὰ τὴν μίαν ἔννοιαν. Ἔπειτα ὁ στοχοφόρος κινεῖ ἐλαφρῶς τὸν στόχον μέσα εἰς τὸ κατακόρυφον ἐπίπεδον, ποὺ σχηματίζουν ὁ ἄξων ΠΠ τοῦ χωροβάτου καὶ ἡ σκοπευτικὴ γραμμή, χωρὶς φυσικὰ νὰ μετακινήσῃ τὸ σημεῖον ἑδράσεως τοῦ στόχου. Αὐτὸ θὰ ἔχῃ ὡς ἀποτέλεσμα κατὰ τὴν σκόπευσιν νὰ προκύψουν διάφοροι ἐνδείξεις h (σχ. 20 · 10 ε). Ἡ μικροτέρα ἀπὸ τὰς ἐνδείξεις αὐτὰς ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν κατακόρυφον θέσιν τοῦ στόχου καὶ συνεπῶς εἶναι ἡ κανονικὴ ἔνδειξις.



Σχ. 20·10 δ.



Σχ. 20·10 ε.



Σχ. 20·10 ζ.

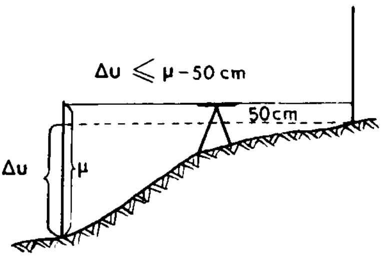
Τέλος τὸ *σφάλμα καθιζήσεως* ἐμφανίζεται, ὅταν ὑποχωροῦν τὰ σημεῖα στηρίξεως εἴτε τοῦ χωροβάτου, εἴτε τοῦ στόχου. Εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν πρόκειται περὶ ὑποχωρήσεως τῶν σημείων στηρίξεως τοῦ χωροβάτου, ποὺ γίνεται μεταξὺ δύο σκοπεύσεων ἀπὸ τὴν ἰδίαν στάσιν τοῦ ὀργάνου πρὸς δύο διαφορετικὰ σημεῖα. Εἰς τὴν δευτέραν περίπτωσιν πρόκειται περὶ ὑποχωρήσεως τοῦ σημείου στηρίξεως τοῦ στόχου, ποὺ γίνεται μεταξὺ δύο σκοπεύσεων πρὸς τὸ ἴδιον σημεῖον, ἀλλὰ ἀπὸ διαφορετικὰς στάσεις τοῦ ὀργάνου.

Καὶ εἰς τὰς δύο περιπτώσεις τὸ σφάλμα καθιζήσεως ἀντιμετωπίζεται μὲ τὴν κατάλληλον ἐκλογὴν τοῦ ἐδάφους στηρίξεως. Εἰς τὴν δευτέραν περίπτωσιν μάλιστα, ἐὰν παραστῇ ἀνάγκη, στηρίζομε τὸν στόχον μὲ ἕνα εἰδικὸν πέλμα (σχ. 20·10ζ) καὶ ἔτσι ἐλαττώνομε τὰς πιέσεις, ποὺ ἀσκεῖ ἐπάνω εἰς τὸ ἔδαφος ὁ στόχος λόγω τοῦ βάρους του.

20·11 Ἁπλῆ χωροστάθμησις.

Ἁπλῆ ὀνομάζεται ἡ χωροστάθμησις, ὅταν ἠμποροῦμε νὰ προσδιορίσωμε τὴν ὑψομετρικὴν διαφορὰν δύο σημείων μὲ μίαν μόνον στάσιν τοῦ ὀργάνου. Διὰ νὰ συμβῇ αὐτὸ πρέπει:

α) Ἡ ὑψομετρικὴ διαφορὰ Δυ τῶν δύο σημείων νὰ εἶναι μικροτέρα ἀπὸ τὸ μῆκος μ τοῦ στόχου, ἐλαττουμένου κατὰ 50 cm (σχ. 20·11 α).

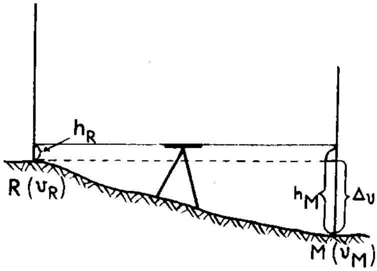


Σχ. 20·11 α.

β) Ἡ ὁριζοντία ἀπόστασις μεταξὺ τῶν δύο σημείων νὰ ἐπιτρέπῃ εὐκρινεῖς σκοπεύσεις πρὸς τὰ δύο σημεῖα, ἐὰν τοποθετήσωμε τὸν χωροβάτην περίπου εἰς τὸ μέσον τῆς ἀποστάσεως αὐτῆς. ***Εὐκρινὴς*** λέγεται μία σκόπευσις, ὅταν μᾶς δίδῃ τὴν δυνατότητα νὰ ἐκτιμήσωμε ἐπάνω εἰς τὸν στόχον τὰ χιλιοστὰ τοῦ μέτρου. Μὲ τὴν μεγεθυντικὴν δύναμιν, ποὺ ἔχουν τὰ συνήθη τηλεσκόπια, ἡ μεγίστη ἀπόστασις εὐκρινοῦς σκοπεύσεως l* δὲν εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ 50 ἕως 60 m.

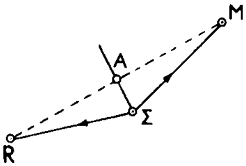
Ἂς ὑποθέσωμε ὅτι R καὶ m εἶναι τὰ δύο σημεῖα, τῶν ὁποίων θέλομε νὰ προσδιορίσωμε τὴν ὑψομετρικὴν διαφορὰν (σχ. 20·11β), καὶ ὅτι γνωρίζομε τὸ ὑψόμετρον $υ_R$ τοῦ σημείου R. Ἐὰν ἡ διαφορὰ $Δυ = υ_M - υ_R = h_R - h_M$ εἶναι θετική, τὴν προσθέτομε εἰς τὸ $υ_R$ καὶ προκύπτει τὸ $υ_M$. Ἐὰν εἶναι ἀρνητική, ὅπως συμβαίνει διὰ τὸ σχῆμα 20 · 11β, τὴν ἀφαιροῦμε ἀπὸ τὸ $υ_R$ καὶ προκύπτει τὸ $υ_M$.

Ἡ σκόπευσις πρὸς τὸ σημεῖον R, δηλαδὴ πρὸς τὸ σημεῖον, τὸ ὑψόμετρον τοῦ ὁποίου γνωρίζομε, ὀνομάζεται *ὀπισθοσκόπευσις*. Ἀφ' ἑτέρου ἡ σκόπευσις πρὸς τὸ σημεῖον M, δηλαδὴ πρὸς τὸ σημεῖον, τοῦ ὁποίου θέλομε νὰ προσδιορίσωμε τὸ ὑψόμετρον, ὀνομάζεται *ἐμπροσθοσκόπευσις*.



Σχ. 20·11 β.

Κατὰ τὴν ἁπλῆν χωροστάθμησιν τοποθετοῦμε τὸν χωροβάτην εἰς σημεῖον, ποὺ ἰσαπέχει ἀπὸ τὰ σκοπευόμενα σημεῖα (χωροστάθμησις ἀπὸ τοῦ μέσου), ὁπότε ἐκτὸς ἀπὸ τὰ σφάλματα σφαιρικότητος, διαθλάσεως καὶ σκοπευτικῆς γραμμῆς ἐξουδετερώνομε καὶ τὸ σφάλμα μεταπτώσεως. Τὸ σημεῖον στάσεως Σ τοῦ ὀργάνου δὲν εἶναι ἀνάγκη νὰ συμπίπτῃ μὲ τὸ μέσον A τῆς ἀποστάσεως τῶν δύο σημείων, ἀλλὰ ἀρκεῖ νὰ κεῖται κατ' ἀρχὴν ἐπὶ τῆς μεσοκαθέτου τοῦ εὐθυγράμμου τμήματος RM, ὁπότε ΣR = ΣM (σχ. 20 · 11γ). Ἐκλέγεται ὅμως ὅσον τὸ δυνατὸν πλησιέστερα πρὸς τὸ σημεῖον A, διότι τότε μειώνονται αἱ ἀποστάσεις ΣR καὶ ΣM καὶ συνεπῶς αὐξάνεται ἡ εὐκρίνεια τῶν σκοπεύσεων.



Σχ. 20·11 γ.

20·12 Χωροστάθμησις καθ' ὅδευσιν.

Ἡ χωροστάθμησις καθ' ὅδευσιν ἀφορᾷ καὶ πάλιν εἰς τὸν προσδιορισμὸν τῆς ὑψομετρικῆς διαφορᾶς τῶν σημείων R καὶ M. Συμβαίνει ὅμως ἢ ἡ ὑψομετρικὴ διαφορὰ αὐτὴ νὰ εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ μ — 50 cm (μ = τὸ μῆκος τοῦ στόχου) ἢ ἡ ὁριζοντία ἀπόστασις μεταξὺ τῶν δύο σημείων νὰ εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ $2\,l^*$, δηλαδὴ ἀπὸ 120 m περίπου, ἢ καὶ τὰ δύο μαζί, ὁπότε δὲν ἐπαρκεῖ μία μόνον στάσις τοῦ χωροβάτου.

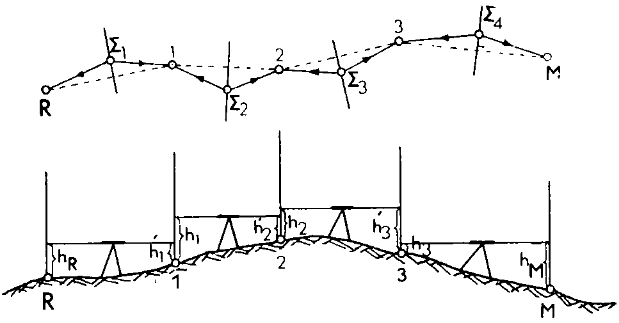
Ἐκλέγομε τότε τὰ ἐνδιάμεσα σημεῖα 1, 2 καὶ 3 οὕτως, ὥστε ἀφ' ἑνὸς μὲν αἱ ὑψομετρικαὶ διαφοραὶ $\upsilon_1 - \upsilon_R$, $\upsilon_2 - \upsilon_1$, $\upsilon_3 - \upsilon_2$ καὶ $\upsilon_M - \upsilon_3$ νὰ εἶναι μικρότεραι ἀπὸ μ — 50 cm, ἀφ' ἑτέρου δὲ αἱ ἀποστάσεις μεταξὺ τῶν σημείων R καὶ 1,1 καὶ 2,2 καὶ 3,3 καὶ M νὰ εἶναι μικρότεραι τοῦ $2\,l^*$ (σχ. 20·12 α).

Μετὰ τὴν ἐκλογὴν τῶν ἐνδιαμέσων αὐτῶν σημείων τοποθετοῦμε τὸν χωροβάτην εἰς σημεῖον, ποὺ ἰσαπέχει ἀπὸ τὰ σημεῖα R καὶ 1 καὶ προβαίνομε εἰς ὀπισθοσκόπευσιν πρὸς τὸ R καὶ ἐμπροσθοσκόπευσιν πρὸς τὸ 1. Ἔπειτα, χωρὶς νὰ μετατοπίσωμε τὸν στόχον ἀπὸ τὸ σημεῖον 1, μεταφέρομε τὸν χωροβάτην ἀπὸ τὴν στάσιν Σ_1 εἰς τὴν στάσιν Σ_2 (σχ. 20·12 α) καὶ κάνομε ὀπισθοσκόπευσιν πρὸς τὸ 1 καὶ ἐμπροσθοσκόπευσιν πρὸς τὸ 2. Μὲ τὴν ἰδίαν διαδικασίαν συμπληρώνονται τελικῶς τέσσαρες ἁπλαῖ χωροσταθμήσεις μὲ ὀπισθοσκοπεύσεις πρὸς τὰ σημεῖα R, 1, 2, καὶ 3 καὶ ἐμπροσθοσκοπεύσεις πρὸς τὰ σημεῖα 1, 2, 3 καὶ M. Ἐὰν καλέσωμε h_R, h_1, h_2, h_3 τὰς ἐνδείξεις τῶν ὀπισθοσκοπεύσεων καὶ h_1', h_2', h_3', h_M τὰς ἐνδείξεις τῶν ἐμπροσθοσκοπεύσεων, θὰ ἔχωμε:

$$
\begin{aligned}
\upsilon_1 - \upsilon_R &= h_R - h_1' \\
\upsilon_2 - \upsilon_1 &= h_1 - h_2' \\
\upsilon_3 - \upsilon_2 &= h_2 - h_3' \\
\upsilon_M - \upsilon_3 &= h_3 - h_M .
\end{aligned}
$$

Προσθέτομε τὰς ἀνωτέρω σχέσεις κατὰ μέλη καὶ προκύπτει:

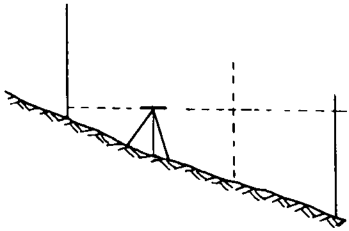
$$\upsilon_M - \upsilon_R = (h_R + h_1 + h_2 + h_3) - (h_1' + h_2' + h_3' + h_M).$$



Σχ. 20·12 α.

Αὐτὸ σημαίνει ὅτι: *ἡ ὑψομετρικὴ διαφορὰ τῶν σημείων R καὶ M ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν ἐνδείξεων τῶν ὀπισθοσκοπεύσεων μεῖον τὸ ἄθροισμα τῶν ἐνδείξεων τῶν ἐμπροσθοσκοπεύσεων τῶν διαφόρων ἁπλῶν χωροσταθμήσεων, εἰς τὰς ὁποίας ἀναλύεται ἡ χωροστάθμησις καθ' ὅδευσιν.*

Πρακτικῶς ἡ τοποθέτησις τοῦ χωροβάτου εἰς ἴσας ἀποστάσεις κατὰ τὴν χωροστάθμησιν καθ' ὅδευσιν ἐφαρμόζεται μόνον εἰς τὰ ὁριζόντια ἐδάφη ἢ εἰς τὰ ἐδάφη, ποὺ παρουσιάζουν μικρὰν κλίσιν. Ὅταν ὅμως ἡ κλίσις τοῦ ἐδάφους εἶναι μεγάλη, ὁπότε ἐκεῖνο, ποὺ μᾶς ἀναγκάζει νὰ ἐκλέξωμε τὰ ἐνδιάμεσα σημεῖα 1, 2, 3, κλπ., εἶναι ἡ μεγάλη ὑψομετρικὴ διαφορὰ μεταξὺ τῶν σημείων R καὶ M, ἐπιδιώκομε νὰ ἐξαντλήσωμε ὅλον τὸ μῆκος τοῦ στόχου μεταξὺ τῆς κάθε μιᾶς ὀπισθοσκοπεύσεως καὶ τῆς ἑπομένης ἐμπροσθοσκοπεύσεως. Ἔτσι μειώνομε τὸν ἀριθμὸν τῶν ἐνδιαμέσων σημείων καὶ συνεπῶς τὸν ἀριθμὸν τῶν ἁπλῶν χωροσταθμήσεων. Αὐτὸ ὅμως ἐπιτυγχάνεται μόνον, ἐὰν τοποθετήσωμε τὸν χωροβάτην πολὺ πλησιέστερα πρὸς τὸ ὑψηλότερον ἀπὸ τὰ σκοπευόμενα σημεῖα, ὅπως φαίνεται εἰς τὸ σχῆμα 20·12 β. Μὲ ἄλλους λόγους δὲν τηροῦμε τὸν κανόνα τῆς χωροσταθμήσεως ἀπὸ τοῦ μέσου. Μάλιστα διὰ τὸν ἴδιον λόγον, δηλαδὴ διὰ νὰ μειώσωμε τὸν ἀριθμὸν τῶν ἁπλῶν χωροσταθμήσεων, δὲν τηροῦμε συνήθως καὶ τὸ ὅριον τῶν 50 cm κατὰ τὰς χαμηλὰς σκοπεύσεις. Φυσικὰ αὐταὶ αἱ ἀποκλίσεις ἀπὸ τοὺς κανόνας τῆς ὀρθῆς χωροσταθμήσεως ἐπιτρέπονται μόνον διὰ χωροσταθμήσεις μικρᾶς ἢ τὸ πολὺ μετρίας ἀκριβείας καὶ ὑπὸ τὸν ὅρον ὅτι ἔχει προηγηθῆ πλήρης ἀποκατάστασις τῶν συνθηκῶν ἀκριβείας τοῦ ὀργάνου.



Σχ. 20·12 β.

Διὰ νὰ ἐλέγξωμε τὴν ἀκρίβειαν μιᾶς χωροσταθμήσεως καθ' ὅδευσιν, δὲν ἀρκούμεθα μόνον εἰς τὴν ἁπλῆν διαδρομὴν R — 1 — 2 — 3 — M, ἀλλὰ ἐπιστρέφομε ἀπὸ τὸ M εἰς τὸ R διὰ τῆς νέας ὁδεύσεως M — 4 — 5 — 6 — R. Τὰ ἐνδιάμεσα σημεῖα τῆς ἐπιστροφῆς δὲν εἶναι ἀνάγκη νὰ συμπίπτουν μὲ ἐκεῖνα τῆς μεταβάσεως. Πρέπει ὅμως νὰ ἐκλεγοῦν μὲ τὰ ἴδια κριτήρια, ποὺ ἐξελέγησαν καὶ ἐκεῖνα.

Μία τέτοια χωροστάθμησις ὀνομάζεται *χωροστάθμησις διπλῆς διαδρομῆς* (aller - retour). Ἡ ἀκρίβεια μιᾶς χωροσταθμήσεως διπλῆς διαδρομῆς ἐλέγχεται ἀπὸ τὸ γεγονὸς ὅτι ἡ ὑψομετρικὴ διαφορὰ $\Delta\upsilon = \upsilon_M - \upsilon_R$, ποὺ προκύπτει κατὰ τὴν μετάβασιν, πρέπει νὰ εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν ὑψομετρικὴν διαφορὰν $\Delta\upsilon' = \upsilon_R - \upsilon_M$, ποὺ προκύπτει κατὰ τὴν ἐπιστροφήν.

Συνήθως ὅμως αὐτὸ δὲν συμβαίνει καὶ ἡ διαφορὰ $\Delta\upsilon - \Delta\upsilon' = \omega$ ὀνομάζεται σφάλμα χωροσταθμήσεως. Τὸ σφάλμα χωροσταθμήσεως ἐκφράζεται εἰς χιλιοστὰ τοῦ μέτρου καὶ εἶναι ἀνεκτόν, ὅταν :

$$\frac{|\omega|}{\sqrt{L}} \leqslant 10\,\text{mm},$$

ὅπου $|\omega|$ συμβολίζει τὴν ἀπόλυτον τιμὴν τῆς διαφορᾶς ω, δηλαδὴ τὸ ω χωρὶς τὸ πρόσημόν του, καὶ L εἶναι τὸ συνολικὸν μῆκος τῆς ὁδεύσεως, δηλαδὴ τὸ μῆκος τῆς κλειστῆς τεθλασμένης γραμμῆς $R - \Sigma_1 - 1 - \Sigma_2 - 2 - \Sigma_3 - 3 - \Sigma_4 - M - \Sigma_5 - 4 - \Sigma_6 - 5 - \Sigma_7 - 6 - \Sigma_8 - R$ εἰς km. Ὑποτίθεται φυσικὰ ὅτι θὰ ἔχουν μετρηθῆ αἱ ἀποστάσεις τῶν διαφόρων στάσεων τοῦ ὀργάνου ἀπὸ τὰ σκοπευόμενα σημεῖα. Ἡ μέτρησις αὐτὴ γίνεται μὲ μίαν ἀπὸ τὰς προχείρους μεθόδους μετρήσεως μηκῶν, ποὺ περιεγράψαμε εἰς τὸ ἀντίστοιχον ἐδάφιον.

Ἐὰν διαπιστωθῆ ὅτι $\frac{|\omega|}{\sqrt{L}} > 10\,\text{mm}$, τότε ἡ χωροστάθμησις πρέπει νὰ ἐπαναληφθῆ. Ἐὰν $\frac{|\omega|}{\sqrt{L}} \leqslant 10\,\text{mm}$, ἡ χωροστάθμησις εἶναι ἀκριβής, ἀλλὰ πρέπει νὰ κατανείμωμε τὸ σφάλμα χωροσταθμήσεως ω εἰς τὰ διάφορα ὑψόμετρα. Ἡ κατανομὴ αὐτή, ἡ ὁποία ἔχει χαρακτῆρα διορθώσεως τῶν ὑψομέτρων, γίνεται ὡς ἑξῆς :

Ἐὰν ἐνδιαφερώμεθα μόνον διὰ τὸ ὑψόμετρον τοῦ σημείου M, ἀφαιροῦμε ἢ προσθέτομε εἰς τὸ υ_M ἀναλόγως τοῦ προσήμου τοῦ σφάλματος χωροσταθμήσεως τὴν ποσότητα $\frac{\omega}{2}$. Ἐὰν ἐνδιαφερώμεθα καὶ διὰ τὸ ὑψόμετρον κάποιου ἐνδιαμέσου σημείου, ἔστω τοῦ σημείου ν, τότε ἀφαιροῦμε ἢ προσθέτομε εἰς τὸ ἀντίστοιχον υ_ν ἀναλόγως καὶ πάλιν τοῦ προσήμου τοῦ σφάλματος χωροσταθμήσεως τὴν ποσότητα ω_ν, ποὺ προκύπτει ἀπὸ τὴν σχέσιν: $\omega_\nu = \frac{\omega}{L} \cdot L_\nu$, ὅπου L_ν ἡ ἀπόστασις τοῦ ἐνδιαμέσου σημείου ἀπὸ τὴν ἀφετηρίαν R ἐπὶ τῆς τεθλασμένης γραμμῆς $R - \Sigma_1 - 1 - \Sigma_2 - 2 - \Sigma_3 \ldots$ κλπ.

Αὐτὴ ἡ ἀνάγκη νὰ διορθώσωμε τὰ ὑψόμετρα τῶν ἐνδιαμέσων σημείων μιᾶς ὁδεύσεως παρουσιάζεται κάθε φοράν, ποὺ κάνομε μίαν μεγάλην ὅδευσιν $R - M_1 - M_2 \ldots M_\nu$, κατὰ τὴν ὁποίαν ἐκτὸς ἀπὸ τὸ τέλος τῆς ὁδεύσεως M_ν μᾶς ἐνδιαφέρει νὰ προσδιορίσωμε καὶ τὰ ὑψόμετρα τῶν ἐνδιαμέσων σημείων M.

Μία ἄλλη περίπτωσις χωροσταθμήσεως καθ' ὅδευσιν εἶναι καὶ ἡ περίπτωσις, κατὰ τὴν ὁποίαν γνωρίζομε τὰ ὑψόμετρα τῆς ἀρχῆς R_1 καὶ τοῦ τέλους R_2 μιᾶς ὁδεύσεως, ἀλλὰ θέλομε νὰ προσδιορίσωμε καὶ τὰ ὑψόμετρα διαφόρων ἐνδιαμέσων σημείων M. Περιοριζόμεθα τότε εἰς μίαν μόνον διαδρομήν, διότι ἡ γνῶσις τοῦ ὑψομέτρου τοῦ τέλους τῆς ὁδεύσεως μᾶς παρέχει καὶ τὴν δυνατότητα τοῦ ἐλέγχου. Πρέπει δηλαδὴ τὸ ὑψόμετρον υ'_{R_2}, ποὺ προκύπτει ἀπὸ τὴν χωροστάθμησιν, νὰ συμπίπτῃ μὲ τὸ δεδομένον ὑψόμετρον υ_{R_2} τοῦ σημείου R_2. Τὸ σφάλμα χωροσταθμήσεως ω εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἰσοῦται μὲ τὴν διαφορὰν $\upsilon'_{R_2} - \upsilon_{R_2}$. Κατὰ τὰ λοιπὰ ἰσχύουν ὅσα εἴπαμε διὰ τὴν χωροστάθμησιν διπλῆς διαδρομῆς.

Οἱ Πίνακες 13 καὶ 14 ἀναφέρονται εἰς δύο παραδείγματα χωροσταθμήσεως καθ' ὅδευσιν, ἀπὸ τὰ ὁποῖα τὸ πρῶτον ἀφορᾶ εἰς χωροστάθμησιν διπλῆς διαδρομῆς καὶ τὸ δεύτερον εἰς χωροστάθμησιν ἁπλῆς διαδρομῆς μεταξὺ δύο ὑψομετρικῶν ἀφετηριῶν.

20·13 Ἀκτινωτὴ χωροστάθμησις.

Ἀκτινωτὴ λέγεται ἡ χωροστάθμησις ἐκείνη, κατὰ τὴν ὁποίαν μὲ μίαν στάσιν Σ τοῦ ὀργάνου προσδιορίζομε τὰς ὑψομετρικὰς διαφορὰς περισσοτέρων τοῦ ἑνὸς σημείων ἐν σχέσει πρὸς κά-

ΠΙΝΑΞ 13

Ὑπόδειγμα σημειωματαρίου χωροσταθμήσεως καθ' ὅδευσιν. (Διπλῆς Διαδρομῆς)

Μετάβασις							Ἐπιστροφὴ						
Σημεῖα	Ἀποστάσεις εἰς m	Ἐνδείξεις Στόχου εἰς mm		Ὑψομετρικαὶ Διαφοραὶ		Ὑψόμετρα	Σημεῖα	Ἀποστάσεις εἰς m	Ἐνδείξεις Στόχου εἰς mm		Ὑψομετρικαὶ Διαφοραὶ		Ὑψόμετρα
		Ὄπισθεν	Ἔμπροσθεν	+	—				Ὄπισθεν	Ἔμπροσθεν	+	—	
R		0 872				75,874	M		2 848				70,940
	87				2 379			44			2 334		
1		0 603	3 251			73,495	8		3 506	0 514			73,274
	63				2 819			68			2 893		
2		0 715	3 422			70,676	9		3 002	0 613			76,167
	68				0 188			50				0 006	
3		3 703	0 903			70,488	10		0 814	3 008			76,161
	65			3 089				64				2 602	
4		3 360	0 614			73,577	11		0 582	3 416			73,559
	62			2 555				61				3 046	
5		3 104	0 805			76,132	12		1 008	3 628			70,513
	52			0 201				71			0 314		
6		0 608	2 903			76,333	13		3 391	0 694			70,827
	66				2 994			61			2 771		
7		0 507	3 602			73,339	14		3 308	0 620			73,598
	41				2 399			83			2 268		
M			2 906			70,940 + 4	R			1 040			75,866 + 8
	504	13 472	18 406	5 845	10 779	75,874		502	18 459	13 333	10 580	5 654	70,940
		— 4 934		— 4 934		— 4,934			+ 4 926		+ 4 926		+ 4,926

$$\omega = 4{,}934 + 4{,}926 = -8 \text{ mm} \qquad L = 1 \text{ km}$$

$$\frac{|\omega|}{\sqrt{L}} = \frac{8}{\sqrt{1}} = 8 \text{ mm} < 10 \text{ mm}$$

ΠΙΝΑΞ 14

Ὑπόδειγμα σημειωματαρίου χωροσταθμήσεως καθ' ὅδευσιν μὲ γνωστὰ ὑψόμετρα ἄκρων

(Κλειστὴ χωροσταθμικὴ ὅδευσις)

Σημεῖα	Ἀποστάσεις εἰς m	Ἐνδείξεις Στόχου εἰς mm		Ὑψομετρικαὶ διαφοραί		Ὑψόμετρα
		Ὄπισθεν	Ἔμπροσθεν	+	—	
R		1 456				18,457
	86				0 707	
1		1 065	2 163			17,750
	80				1 296	
2		1 783	2 361			16,454
	82			0 619		
3		2 561	1 164			17,073
	66			1 758		
M_1		3 462	0 803			18,831 —2
	74			0 657		
4		1 602	2 805			19,488
	78				0 906	
5		1 011	2 508			18,582
	81				0 801	
6		0 803	1 812			17,781
	77				0 809	
M_2		09 83	1 612			16,972 —4
	86			0 349		
7		1 915	0 634			17,321
	56			1 100		
8		3 108	0 815			18,421
	54			2 480		
M_3		3 406	0 628			20,901 —6
	79			1 286		
9		0 804	2 120			22,187
	48				2 622	
10		0 503	3 426			19,565
	51				3 240	
R_2			3 743		δοθὲν	16,318
					ὑπολογισθὲν	16,325 —7
	998	24 462	26 594	8 249	10 381	18,457
		—2,132		—2,132		—2,132

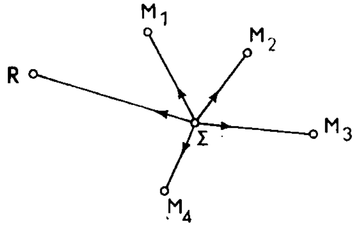
$$\omega = 16{,}325 - 16{,}318 = +0{,}007 \text{ m}$$

$$\frac{\omega}{\sqrt{L}} = \frac{7}{\sqrt{1}} = 7 \text{ mm} < 10 \text{ mm}$$

$$\omega_{M_1} = \frac{(+7) \times 314}{998} = +2 \quad \omega_{M_2} = \frac{(+7) \times 624}{998} = +4$$

$$\omega_{M_3} = \frac{(+7) \times 820}{998} = +6$$

ποιαν ὑψομετρικὴν ἀφετηρίαν (σχ. 20·13 α). Προφανῶς πρέ-
πει νὰ ὑφίστανται αἱ ἑξῆς δύο προϋποθέσεις:



Σχ. 20·13 α.

α) Αἱ ὑψομετρικαὶ διαφοραὶ τῶν σημείων M_1, M_2, M_3 κλπ. ἐν σχέσει πρὸς τὸ σημεῖον R νὰ εἶναι μικρότεραι ἀπὸ μ — 50 cm.

β) Αἱ ἀποστάσεις τοῦ ὀργάνου ἀπὸ τὰ διάφορα σημεῖα νὰ εἶναι μικρότεραι ἀπὸ l^* (παράγρ. 20·11).

Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἔχομε μίαν μόνον ὀπισθοσκόπευσιν πρὸς τὸ σημεῖον R μὲ τὸ γνωστὸν ὑψόμετρον, ἐνῶ ὅλαι αἱ ἄλλαι σκοπεύσεις εἶναι ἐμπροσθοσκοπεύσεις.

Ὁ ἀντίστοιχος χωροσταθμικὸς πίναξ ἠμπορεῖ νὰ συνταχθῇ κατὰ τρεῖς διαφορετικοὺς τρόπους. Ἡ διαφορὰ συνίσταται εἰς τὸν λογιστικὸν ἔλεγχον τῶν ἐξαγομένων. Εἰς τὸ σχετικὸν παράδειγμα δίδονται καὶ οἱ τρεῖς τρόποι συντάξεως τοῦ πίνακος, μὲ τὴν διευκρίνισιν διὰ τὸν 3ον τρόπον ὅτι αἱ ἐμπροσθοσκοπεύσεις καθενὸς σημείου θεωροῦνται καὶ ὡς ὀπισθοσκοπεύσεις διὰ τὸ ἀμέσως ἑπόμενον σημεῖον. Δι' αὐτὸ ἐκτὸς ἀπὸ τὴν στήλην τῶν ἐμπροσθοσκοπεύσεων ἀναγράφονται καὶ εἰς τὴν στήλην τῶν ὀπισθοσκοπεύσεων, ἐκτὸς φυσικὰ τῆς ἐμπροσθοσκοπεύσεως πρὸς τὸ τελευταῖον σημεῖον. Αὐτὴ ἡ παραδοχὴ μᾶς διευκολύνει νὰ συντάξωμε τὸν Πίνακα 15 ὡσὰν νὰ ἐπρόκειτο περὶ χωροσταθμήσεως καθ' ὅδευσιν.

Συνηθεστάτη περίπτωσις εἶναι ὁ συνδυασμὸς καθ' ὅδευσιν καὶ ἀκτινωτῆς χωροσταθμήσεως. Ἡ περίπτωσις αὐτὴ παρουσιά-

ΠΙΝΑΞ 15

Ὑπόδειγμα σημειωματαρίου ἀκτινωτῆς χωροσταθμήσεως

(Τρόπος I)

Σημεῖα	Ἐνδείξεις Στόχου εἰς mm: Ὄπισθεν	Ἐνδείξεις Στόχου εἰς mm: Ἔμπροσθεν	Ὑψομετρικαὶ Διαφοραί: +	Ὑψομετρικαὶ Διαφοραί: —	Ὑψόμετρα	Παρατηρήσεις
R	3 221				14,250	
			1 966			
1		1 255			16,216	
			1 517			
2		1 704			15,767	
				0 588		
3		3 809			13,662	
	3 221		3483	0588	59,895	
	× 3					
	9 663	6 768			57,000 = 4 × 14,250	
	+2 895		+2 895		+2,895	

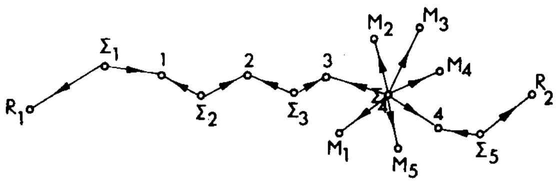
(Τρόπος II)

Σημεῖα	Ἐνδείξεις Στόχου εἰς mm: Ὄπισθεν	Ἐνδείξεις Στόχου εἰς mm: Ἔμπροσθεν	Ὑψομετρικαὶ Διαφοραί: +	Ὑψομετρικαὶ Διαφοραί: —	Ὑψόμετρα: Σημείων	Ὑψόμετρα: Σκοπευτικῆς γραμμῆς
R	3 221				14,250	17,471
1		1 255			16,216	
2		1 704			15,767	
3		3 809			13,662	
	3 221	6 768				
	9,989				59,895	17,471
						× 4
			69,884			69,884

(Τρόπος III)

Σημεῖα	Ἐνδείξεις Στόχου εἰς mm: Ὄπισθεν	Ἐνδείξεις Στόχου εἰς mm: Ἔμπροσθεν	Ὑψομετρικαὶ Διαφοραί: +	Ὑψομετρικαὶ Διαφοραί: —	Ὑψόμετρα	Παρατηρήσεις
R	3 221				14,250	
			1 966			
1	1 255	1 255			16,216	
				0 449		
2	1 704	1 704			15,767	
3		3 809		2 105	13,662	
	6 180	6 768	1 966	2 554	14,250	
	—0 588		—0 588		—0,588	

ζεται, ὅταν μᾶς ἐνδιαφέρῃ ἡ χωροστάθμησις μιᾶς ὁμάδος σημείων Μ, ποὺ εἶναι συγκεντρωμένα μέσα εἰς μίαν μικρὰν περιοχὴν μεταξὺ τῶν ὑψομετρικῶν ἀφετηριῶν R_1 καὶ R_2 (σχ. 20·13 β). Τότε προβαίνομε εἰς τὴν χωροστάθμησιν καθ' ὅδευσιν ἀπὸ R_1 πρὸς R_2 καί, ὅταν φθάσωμε εἰς τὴν κατάλληλον στάσιν Σ_4, ὁρί-



Σχ. 20 · 13 β.

ζομε τὰ ὑψόμετρα τῶν σημείων Μ μὲ ἀκτινωτὴν χωροστάθμησιν. Προφανῶς τὸ σημεῖον συσχετίσεως τῶν ὑψομέτρων τῶν σημείων Μ εἶναι τὸ βοηθητικὸν σημεῖον 3.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 21

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΗ ΧΩΡΟΣΤΑΘΜΗΣΙΣ

21·1 Ὑπολογισμὸς ὑψομετρικῶν διαφορῶν.

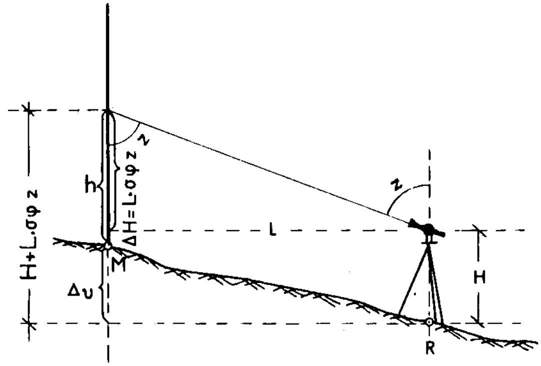
Εἰς τὴν τριγωνομετρικὴν χωροστάθμησιν δὲν κάνομε, ὅπως εἰς τὴν γεωμετρικήν, ὁριζοντίας σκοπεύσεις, ἀλλὰ σκοπεύσεις ὑπὸ κλίσιν. Ἐπίσης δὲν προσδιορίζομε τὴν ὑψομετρικὴν διαφορὰν δύο σημείων κατ' εὐθεῖαν ἀλλὰ κατόπιν ὑπολογισμῶν. Εἰς τοὺς ὑπολογισμοὺς αὐτοὺς ὑπεισέρχεται μεταξὺ ἄλλων καὶ ἡ κατακόρυφος γωνία τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς, δηλαδὴ ἡ ζενιθία ἀπόστασίς της z ἢ ἡ γωνία κλίσεώς της α (παράγρ. 8·4).

Συμπεραίνομε λοιπὸν ὅτι τὸ ὄργανον, μὲ τὸ ὁποῖον γίνεται ἡ τριγωνομετρικὴ χωροστάθμησις, πρέπει ἀφ' ἑνὸς μὲν νὰ παρέχῃ τὴν δυνατότητα σκοπεύσεων ὑπὸ κλίσιν, ἀφ' ἑτέρου δὲ νὰ διαθέτῃ κατακόρυφον δίσκον. Τέτοια ὄργανα εἶναι ὁ θεοδόλιχος καὶ τὸ ταχύμετρον. Ὅταν ὅμως θέλωμε νὰ κάνωμε τριγωνομετρικὴν χωροστάθμησιν ἀκριβείας, χρησιμοποιοῦμε τὸν θεοδόλιχον, διότι ἔχει μεγαλυτέραν ἀπόδοσιν τοῦ κατακορύφου δίσκου, δηλαδὴ δίδει μὲ μεγαλυτέραν ἀκρίβειαν τὰς κατακορύφους γωνίας.

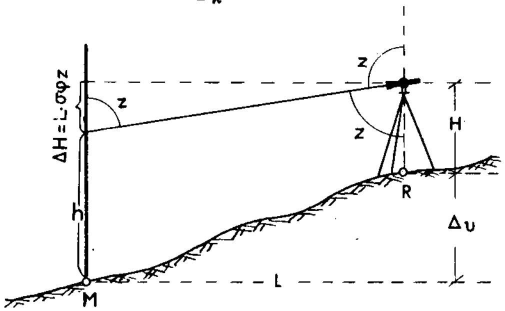
Ἄς ὑποθέσωμε τώρα ὅτι γνωρίζομε τὸ ὑψόμετρον σημείου R καὶ θέλομε νὰ ὑπολογίσωμε τὸ ὑψόμετρον τοῦ σημείου Μ. Τοποθετοῦμε τὸν θεοδόλιχον ἢ τὸ ταχύμετρον ἐπάνω ἀπὸ τὸ σημεῖον R καὶ κατακορυφώνομε τὸν πρωτεύοντα ἄξονα ΠΠ οὕτως, ὥστε νὰ διέλθῃ ἀπὸ αὐτό. Ἔπειτα σκοπεύομε πρὸς τὸν γνωστὸν στόχον, ποὺ εἶναι τοποθετημένος εἰς τὸ σημεῖον Μ. Ἐὰν Η εἶναι τὸ *ὕψος τοῦ ὀργάνου*, δηλαδὴ ἡ ἀπόστασις τοῦ σημείου τομῆς τῶν ἀξόνων ΣΣ, ΔΔ καὶ ΠΠ τοῦ ὀργάνου ἀπὸ τὸ σημεῖον R, h ἡ ἔνδειξις τοῦ στόχου, z ἡ ἀντίστοιχος ζενιθία γωνία, ποὺ μετροῦμε μὲ τὸν θεοδόλιχον, καὶ L ἡ ὁριζοντία ἀπόστασις μεταξὺ τῶν σημείων R καὶ M, θὰ ἔχωμε ἀναλόγως τῶν περιπτώσεων:

Ἐὰν $υ_R < υ_M : Δυ = H + Lσφz - h = H - h + Lσφz$ (σχ. 21·1α)

ὁπότε, $$υ_M = υ_R + (H - h) + Lσφz. \qquad (1)$$



Σχ. 21·1 α.



Σχ. 21·1 β.

Ἐὰν $υ_R > υ_M : Δυ = h + Lσφz' - H = -(H - h) + Lσφz'$ (σχ. 21·1β), ὁπότε: $υ_M = υ_R + (H - h) - Lσφz'$

καὶ ἐπειδὴ $σφz' = -σφz$, ἕπεται ὅτι $υ_M = υ_R + (H - h) + Lσφz$. Μὲ ἄλλους λόγους ὁ τύπος (1) εἶναι γενικῆς ἰσχύος.

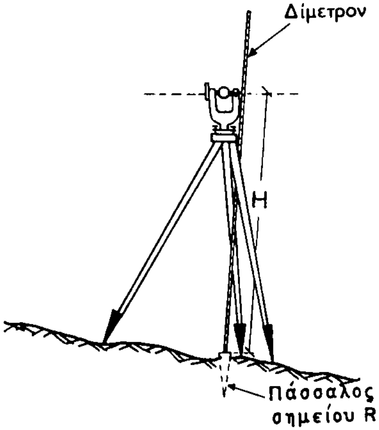
Προφανῶς, ἐὰν ἀντὶ τῆς ζενιθίας γωνίας z μετρήσωμε τὴν γωνίαν κλίσεως α, ὁ τύπος (1) γίνεται:

$$\upsilon_M = \upsilon_R + (H - h) + L\varepsilon\varphi\alpha. \qquad (2)$$

Ἀπὸ τὰ μεγέθη, ποὺ ὑπεισέρχονται εἰς τοὺς τύπους (1) καὶ (2):

α) Τὰ μεγέθη H, h καὶ σφz ἢ εφα μετροῦνται ἐπὶ τόπου κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς σκοπεύσεως. Ἡ μέτρησις τοῦ H γίνεται μὲ ἕνα δίμετρον, ὅπως παριστᾶ τὸ σχῆμα 21 · 1 γ.

β) Τὸ υ_R εἶναι γνωστὸν ἀπὸ προηγουμένας χωροσταθμήσεις.



Σχ. 21·1 γ.

γ) Ἡ ὁριζοντία ἀπόστασις L, ἐὰν δὲν εἶναι γνωστὴ ἀπὸ προηγουμένας μετρήσεις, μετρεῖται ἐπὶ τόπου εἴτε ταχυμετρικῶς, ἐὰν χρησιμοποιοῦμε ταχύμετρον, εἴτε μὲ διπλῆν σκόπευσιν. Σκοπεύομε δηλαδὴ πρὸς δύο ἀντὶ ἑνὸς σημεῖα τοῦ στόχου, ποὺ ἔχομε τοποθετήσει εἰς τὸ M, ὁπότε θὰ λάβωμε ἀφ' ἑνὸς μὲν τὰς ἐνδείξεις h_1 καὶ h_2, ἀφ' ἑτέρου δὲ τὰς ζενιθίας γωνίας z_1 καὶ z_2. Συνεπῶς ἀπὸ τὸν τύπον (1) προκύπτει:

$$H - h_1 + L\sigma\varphi\, z_1 = H - h_2 + L\sigma\varphi z_2$$

$$\text{καὶ} \quad L = \frac{h_1 - h_2}{\sigma\varphi z_1 - \sigma\varphi z_2}.$$

Ἀφοῦ ὑπολογίσωμε τὸ L, ἀντικαθιστοῦμε τὴν τιμήν του εἰς μίαν ἀπὸ τὰς σχέσεις:

$$\upsilon_M = \upsilon_A + (H - h_1) + L\,\sigma\varphi z_1$$
$$\text{ἢ}\ \upsilon_M = \upsilon_A + (H - h_2) + L\sigma\varphi z_2$$

καὶ εὑρίσκομε τὸ υ_M.

Ἐὰν ἀντὶ τῶν ζενιθίων γωνιῶν z_1 καὶ z_2 ὁ κατακόρυφος δίσκος τοῦ θεοδολίχου ἢ τοῦ ταχυμέτρου μᾶς δίδῃ τὰς γωνίας κλίσεως α_1 καὶ α_2, τότε, ὅπου $\sigma\varphi z_1$ καὶ $\sigma\varphi z_2$, θὰ ἔχωμε τὰ μεγέθη $\varepsilon\varphi\alpha_1$ καὶ $\varepsilon\varphi\alpha_2$.

21 · 2 Ἁπλῆ τριγωνομετρικὴ χωροστάθμησις.

Ἡ διαδικασία τῆς προηγουμένης παραγράφου ὀνομάζεται *ἁπλῆ τριγωνομετρικὴ χωροστάθμησις* καὶ ἐφαρμόζεται μέχρις ἑνὸς ὡρισμένου ὁρίου τῆς ὁριζοντίας ἀποστάσεως L τῶν δύο σημείων. Δύο εἶναι οἱ παράγοντες, ποὺ καθορίζουν τὸ ὅριον αὐτό. Τὸ σφάλμα σφαιρικότητος τῆς γῆς καὶ ἡ ἀνάγκη ἀναγνώσεως τοῦ h εἰς ἑκατοστὰ τοῦ μέτρου. Τὸ σφάλμα σφαιρικότητος τῆς γῆς γίνεται, καθὼς γνωρίζομε, σημαντικόν, ὅταν τὸ μῆκος τῆς ἀποστάσεως ὑπερβαίνῃ τὰ 350 m περίπου. Ἀφ' ἑτέρου ἡ ἀνάγνωσις τοῦ h εἰς cm εἶναι δυνατὸν νὰ ἐπιτευχθῇ, ὅταν τὸ L δὲν ὑπερβαίνῃ τὰ 100 ἕως 150 m. Τὸ μικρότερον ἀπὸ τὰ δύο ὅρια συνεπῶς θεωρεῖται καὶ ὡς ὅριον ἐφαρμογῆς τῆς ἁπλῆς χωροσταθμήσεως.

21 · 3 Τριγωνομετρικὴ χωροστάθμησις καθ' ὅδευσιν.

Ὅταν ἡ ὁριζοντία ἀπόστασις τῶν σημείων R καὶ M εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ τὸ ὅριον L*, κατὰ τὸ ὁποῖον εἶναι δυνατὴ ἡ ἀνάγνωσις τοῦ h εἰς cm, ἐκλέγομε τὰ σημεῖα 1, 2, 3 κλπ. κατὰ τέτοιον τρόπον, ὥστε αἱ ὁριζόντιαι ἀποστάσεις R — 1, 1 — 2, 2 — 3,...κλπ. νὰ μὴ ὑπερβαίνουν τὸ ὅριον L*. Ὑπολογίζομε κατόπιν τὰς ὑψομετρικὰς διαφορὰς μεταξὺ τῶν σημείων R καὶ 1, 1 καὶ 2, 2 καὶ 3 κλπ. μὲ τὴν ἐφαρμογὴν ἁπλῶν χωροσταθμήσεων, ἀθροίζομε τὰς ἀλγεβρικὰς τιμὰς τῶν διαφορῶν αὐτῶν καὶ εὑρίσκομε τὴν συνολικὴν ὑψομετρικὴν διαφορὰν μεταξὺ τῶν ἀκραίων σημείων R καὶ M.

Κατὰ τὴν ἐφαρμογὴν τῶν ἁπλῶν χωροσταθμήσεων δὲν εἶναι ἀνάγκη νὰ τοποθετοῦμε τὸ ὄργανον εἰς ὅλας τὰς κορυφὰς τῆς χωροσταθμικῆς ὁδεύσεως. Ἀρκεῖ νὰ τὸ τοποθετήσωμε εἰς τὰς κορυφὰς 1, 3, 5, κλπ. καὶ ἀκολούθως νὰ κάνωμε μίαν ὀπισθοσκόπευσιν καὶ μίαν ἐμπροσθοσκόπευσιν ἀπὸ κάθε κορυφήν.

Ἡ ἀκρίβεια τῆς χωροσταθμήσεως εἶναι δυνατὸν νὰ ἐλεγχθῇ μὲ δύο τρόπους: Εἴτε δηλαδὴ μὲ χωροστάθμησιν διπλῆς διαδρομῆς, ὅπως κάνομε καὶ εἰς τὴν γεωμετρικὴν χωροστάθμησιν, εἴτε μὲ χωροστάθμησιν ἁπλῆς διαδρομῆς. Εἰς τὴν δευτέραν περίπτωσιν ὅμως τοποθετοῦμε τὸ ὄργανον εἰς ὅλας τὰς κορυφὰς τῆς χωροσταθμικῆς ὁδεύσεως. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ὑπολογίζομε δύο φορὰς τὴν κάθε μίαν τμηματικὴν ὑψομετρικὴν διαφοράν, τὴν πρώτην μὲ ἐμπροσθοσκόπευσιν καὶ τὴν δευτέραν μὲ ὀπισθοσκόπευσιν. Ὁ δεύτερος τρόπος ἔχει τὸ πλεονέκτημα τοῦ ἐντοπισμοῦ τοῦ σφάλματος χωροσταθμήσεως.

21·4 Ἀκτινωτὴ χωροστάθμησις.

Ἡ ἀκτινωτὴ χωροστάθμησις ἐφαρμόζεται, ὅταν πρόκειται νὰ ὑπολογίσωμε τὰ ὑψόμετρα διαφόρων σημείων M_1, M_2, M_3 κλπ. ἐν σχέσει πρὸς τὴν ὑψομετρικὴν ἀφετηρίαν R καὶ ὅταν αἱ ἀποστάσεις L_1, L_2, L_3, κλπ. εἶναι μικρότεραι τοῦ ὁρίου L^*. Προφανῶς ὁ ὑπολογισμὸς γίνεται, ἐὰν ἐφαρμόσωμε τὴν ἁπλῆν χωροστάθμησιν ὡς πρὸς καθένα ἀπὸ τὰ σημεῖα M. Ἡ ἀκτινωτὴ τριγωνομετρικὴ χωροστάθμησις ἐφαρμόζεται, ὅπως θὰ ἴδοῦμε, εἰς τὴν ταχυμετρίαν (κεφ. 23 καὶ 24).

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 22

ΒΑΡΟΜΕΤΡΙΚΗ ΧΩΡΟΣΤΑΘΜΗΣΙΣ

22·1 Μεταβολὴ ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως.

Ἡ βαρομετρικὴ χωροστάθμησις στηρίζεται εἰς τὸ γνωστὸν φαινόμενον, κατὰ τὸ ὁποῖον ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις, δηλαδὴ ἡ πίεσις, ποὺ ἀσκεῖται ἀπὸ τὴν γηίνην ἀτμοσφαίραν, μεταβάλλεται μὲ τὴν μεταβολὴν τοῦ ὑψομέτρου. Συγκεκριμένως αὐξάνεται, ὅταν ἐλαττώνεται τὸ ὑψόμετρον καὶ ἀντιστρόφως. Ἡ μεγαλυτέρα ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις ἀσκεῖται εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης.

Ἐὰν ἡ μεταβολὴ τοῦ ὑψομέτρου ἦτο ὁ μόνος παράγων, ποὺ προκαλεῖ τὴν μεταβολὴν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, ἡ διαδικασία τῆς βαρομετρικῆς χωροσταθμήσεως θὰ ἦτο ἁπλουστάτη. Ἐκτὸς ὅμως τοῦ ὑψομέτρου καὶ ἄλλοι παράγοντες ἐπηρεάζουν τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν. Ὁ κυριώτερος ἀπὸ αὐτοὺς εἶναι ἡ θερμοκρασία. Διὰ τὸν ἴδιον τόπον καὶ συνεπῶς διὰ τὸ ἴδιον ὑψόμετρον, ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις μεταβάλλεται ἀναλόγως τῆς θερμοκρασίας. Συγκεκριμένως, ὅταν αὐξάνεται ἡ θερμοκρασία, αὐξάνεται καὶ ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις, ἐνῶ, ὅταν ἐλαττώνεται ἡ θερμοκρασία, ἐλαττώνεται καὶ ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις.

22·2 Ἔκφρασις ὑψομετρικῆς διαφορᾶς. Πίναξ Jordan.

Εὔλογον εἶναι λοιπόν, ἐὰν ὑπάρχῃ κάποια σχέσις μεταξὺ τῆς ὑψομετρικῆς διαφορᾶς δύο σημείων καὶ τῶν ἀτμοσφαιρικῶν πιέσεων, ποὺ μετροῦμε εἰς τὰ σημεῖα αὐτά, εἰς τὴν σχέσιν αὐτὴν νὰ ὑπεισέρχωνται καὶ αἱ ἀντίστοιχοι θερμοκρασίαι. Πράγματι ἡ ὑψομετρικὴ διαφορὰ δύο σημείων Α καὶ Β δίδεται ἀπὸ τὸν τύπον:

$$\Delta\upsilon = \frac{8\,019}{\frac{\Pi_A + \Pi_B}{2}} \left[1 + 0{,}003\,665 \left(\frac{t_A + t_B}{2} \right) \right] (\Pi_A - \Pi_B), \quad (1)$$

ὅπου Π_A καὶ t_A εἶναι ἀντιστοίχως ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις καὶ ἡ θερμοκρασία εἰς τὸ σημεῖον Α, ἐνῶ Π_B καὶ t_B εἶναι ἀντιστοίχως ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις καὶ ἡ θερμοκρασία εἰς τὸ σημεῖον Β.

Ἡ παράστασις $\beta = \dfrac{8\,019}{\dfrac{\Pi_A + \Pi_B}{2}} \left[1 + 0{,}003\,665 \left(\dfrac{t_A - t_B}{2} \right) \right]$

τοῦ δευτέρου μέλους ὀνομάζεται *βαρομετρικὴ βαθμὶς* καὶ δίδεται ἀπὸ τὸν λεγόμενον πίνακα Jordan, τὸν ὁποῖον παραθέτομε εἰς τὰς ἑπομένας δύο σελίδας (Πίναξ 16). Ὁ πίναξ Jordan χρησιμοποιεῖται ὡς ἑξῆς: Ἔστω ὅτι εἰς τὰ σημεῖα Α καὶ Β ἐκάναμε τὰς ἀντιστοίχους μετρήσεις καὶ εὑρήκαμε:

$$\Pi_A = 736\,\text{mm} \qquad t_A = 25^0\text{C}$$

$$\Pi_B = 708\,\text{mm} \qquad t_B = 21^0\text{C}.$$

Ἄρα $\dfrac{\Pi_A + \Pi_B}{2} = \dfrac{1\,444}{2} = 722\,\text{mm}$ καὶ $\dfrac{t_A + t_B}{2} = 23^0\text{C}.$

Ἀναζητοῦμε τὴν ἀντίστοιχον βαρομετρικὴν βαθμίδα ἀπέναντι ἀπὸ τὴν τιμὴν $\dfrac{t_A + t_B}{2} = 23^0$ καὶ μεταξὺ τῶν στηλῶν 725 καὶ 720. Τελικῶς ἡ βαρομετρικὴ βαθμὶς εὑρίσκεται διὰ παρεμβολῆς μεταξὺ τῶν ὑπογραμμισμένων ἐνδείξεων 11,99 καὶ 12,08 καὶ εἶναι $\beta = 12{,}04$ m. Ἄρα:

$$\Delta \upsilon = 12{,}04\,(\Pi_A - \Pi_B) = 12{,}04 \times 28 = 337{,}10\,\text{m}.$$

Ἡ μεταβολὴ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως εἰς ἕνα τόπον δὲν ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὴν μεταβολὴν τῆς θερμοκρασίας, ἀλλὰ γενικώτερον ἀπὸ τὴν μεταβολὴν τῶν καιρικῶν συνθηκῶν (ὑγρασία, ἄνεμοι κλπ.). Αὐτὸ σημαίνει ὅτι, διὰ νὰ προκύψῃ ἡ πραγματικὴ ὑψομετρικὴ διαφορὰ τῶν σημείων Α καὶ Β ἀπὸ τὸν τύπον (1), πρέπει αἱ μετρήσεις τῶν ἀτμοσφαιρικῶν πιέσεων Π_A καὶ Π_B νὰ γίνουν μὲ τὰς ἰδίας καιρικὰς συνθήκας. Ἀλλὰ ἡ ταύτισις τῶν καιρικῶν συνθηκῶν εἰς τὰ δύο σημεῖα δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἐπιτευχθῇ πρακτικῶς, ἐκτὸς ἐὰν κάνωμε συγχρόνους παρατηρήσεις

ΠΙΝΑΞ 16

Πίναξ βαρομετρικῶν βαθμίδων εἰς **m**

(Πίναξ **Jordan**)

$\frac{t_A+t_B}{2}$ °C	Τιμὴ ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως εἰς **mm**											$\frac{t_A+t_B}{2}$ °C
	760	755	750	745	740	735	730	725	720	715	710	
— 5°	10,36	10,43	10,50	10,57	10,64	10,71	10,78	10,86	10,93	11,01	11,09	— 5°
— 4°	10,40	10,47	10,54	10,61	10,68	10,75	10,82	10,90	10,97	11,05	11,13	— 4°
— 3°	10,43	10,50	10,57	10,64	10,72	10,79	10,86	10,94	11,01	11,09	11,17	— 3°
— 2°	10,47	10,54	10,61	10,68	10,76	10,83	10,90	10,98	11,06	11,13	11,21	— 2°
— 1°	10,51	10,58	10,65	10,72	10,80	10,87	10,94	11,02	11,10	11,17	11,25	— 1°
0°	10,55	10,62	10,69	10,76	10,84	10,91	10,98	11,06	11,14	11,21	11,29	0°
1°	10,59	10,66	10,73	10,80	10,88	10,95	11,03	11,10	11,18	11,26	11,34	1°
2°	10,63	10,70	10,77	10,84	10,92	10,99	11,07	11,14	11,22	11,30	11,38	2°
3°	10,67	10,74	10,81	10,88	10,96	11,03	11,11	11,18	11,26	11,34	11,42	3°
4°	10,71	10,78	10,85	10,92	10,99	11,07	11,15	11,22	11,30	11,38	11,46	4°
5°	10,74	10,82	10,89	10,96	11,04	11,11	11,19	11,26	11,34	11,42	11,50	5°
6°	10,78	10,85	10,93	11,00	11,07	11,15	11,23	11,30	11,38	10,46	11,54	6°
7°	10,82	10,89	10,97	11,04	11,11	11,19	11,27	11,34	11,42	11,50	11,58	7°
8°	10,86	10,93	11,01	11,08	11,15	11,23	11,31	11,38	11,46	11,54	11,63	8°
9°	10,90	10,97	11,04	11,12	11,19	11,27	11,35	11,43	11,51	11,59	11,67	9°
10°	10,94	11,01	11,08	11,16	11,23	11,31	11,39	11,47	11,55	11,63	11,71	10°
11°	10,98	11,05	11,12	11,20	11,27	11,35	11,43	11,51	12,59	11,67	11,75	11°
12°	11,01	11,09	11,16	11,24	11,31	11,39	11,47	11,55	11,63	11,71	11,79	12°
13°	11,05	11,13	11,20	11,28	11,35	11,43	11,51	11,59	11,67	11,75	11,83	13°
14°	11,09	11,17	11,24	11,31	11,39	11,47	11,55	11,63	11,71	11,79	11,89	14°
15°	11,13	11,20	11,28	11,36	11,43	11,51	11,59	11,67	11,75	11,83	11,91	15°
16°	11,17	11,24	11,32	11,40	11,47	11,55	11,63	11,71	11,79	11,87	11,96	16°
17°	11,21	11,28	11,36	11,43	11,51	11,59	11,67	11,75	11,83	11,91	12,00	17°
18°	11,25	11,32	11,40	11,47	11,55	11,63	11,71	11,79	11,87	11,96	12,04	18°
19°	11,29	11,36	11,44	11,51	11,59	11,67	11,75	11,83	11,91	12,00	12,08	19°
20°	11,32	11,40	11,48	11,55	11,63	11,71	11,79	11,87	11,95	12,04	12,12	20°
21°	11,36	11,44	11,52	11,59	11,67	11,75	11,83	11,91	11,99	12,08	12,16	21°
22°	11,40	11,48	11,55	11,63	11,71	11,79	11,87	11,95	12,04	12,12	12,20	22°
23°	11,44	11,52	11,59	11,67	11,75	11,83	11,91	11,99	12,08	12,16	12,25	23°
24°	11,48	11,56	11,63	11,71	11,79	11,87	11,95	12,03	12,12	12,20	12,29	24°
25°	11,52	11,59	11,67	11,75	11,83	11,91	11,99	12,07	12,16	12,24	12,33	25°
26°	11,56	11,63	11,71	11,79	11,87	11,95	12,03	12,11	12,20	12,28	12,37	26°
27°	11,60	11,67	11,75	11,83	11,91	11,99	12,07	12,16	12,24	12,32	12,41	27°
28°	11,63	11,71	11,79	11,87	11,95	12,03	12,11	12,20	12,28	12,37	12,45	28°
29°	11,67	11,75	11,83	11,91	11,99	12,07	12,15	12,24	12,32	12,41	12,49	29°
30°	11,71	11,79	11,87	11,95	12,03	12,11	12,19	12,28	12,36	12,45	12,54	30°
31°	11,75	11,83	11,91	11,99	12,07	12,15	12,23	12,32	12,40	12,49	12,58	31°
32°	11,79	11,87	11,95	12,02	12,11	12,19	12,27	12,36	12,44	12,53	12,62	32°
33°	11,83	11,91	11,99	12,07	12,15	12,23	12,31	12,40	12,48	12,57	12,66	33°
34°	11,87	11,94	12,02	12,10	12,19	12,27	12,35	12,44	12,53	12,61	12,70	34°
35°	11,90	11,98	12,06	12,15	12,23	12,31	12,39	12,48	12,57	12,65	12,74	35°

(Συνεχίζεται)

(Συνέχεια Πίνακος 16)

$\frac{t_A+t_B}{2}$ °C	Τιμὴ ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως εἰς mm											$\frac{t_A+t_B}{2}$ °C
	700	690	680	670	660	650	640	630	620	610	600	
— 5°	11,25	11,41	11,58	11,75	11,93	12,11	12,30	12,50	12,70	12,90	13,12	— 5°
— 4°	11,29	11,45	11,62	11,79	11,97	12,19	12,35	12,54	12,74	12,95	13,17	— 4°
— 3°	11,33	11,49	11,66	11,84	12,02	12,20	12,49	12,59	12,79	13,00	13,22	— 3°
— 2°	11,37	11,54	11,71	11,88	12,06	12,25	12,44	12,64	12,84	13,05	13,27	— 2°
— 1°	11,41	11,58	11,75	11,93	12,11	12,29	12,48	12,68	12,89	13,10	13,32	— 1°
0°	11,46	11,62	11,79	11,97	12,15	12,34	12,53	12,73	12,93	13,15	13,36	0°
1°	11,50	11,66	11,84	12,01	12,19	12,38	12,58	12,78	12,98	13,19	13,41	1°
2°	11,54	11,71	11,88	12,06	12,24	12,43	12,62	12,82	13,03	13,24	13,46	2°
3°	11,58	11,75	11,92	12,10	12,28	12,47	12,67	12,87	13,08	13,28	13,51	3°
4°	11,62	11,79	11,97	12,14	12,33	12,52	12,71	12,92	13,12	13,34	13,56	4°
5°	11,66	11,83	12,01	12,19	12,37	12,56	12,76	12,96	13,17	13,39	13,61	5°
6°	11,71	11,88	12,05	12,23	12,42	12,61	12,81	13,01	13,22	13,44	13,66	6°
7°	11,75	11,92	12,10	12,28	12,46	12,65	12,75	13,06	13,27	13,49	13,71	7°
8°	11,79	11,96	12,14	12,32	12,51	12,70	12,90	13,10	13,31	13,54	13,76	8°
9°	11,83	12,01	12,18	12,36	12,55	12,74	12,94	13,15	13,36	13,58	13,81	9°
10°	11,88	12,05	12,23	12,41	12,60	12,79	12,99	13,20	13,41	13,63	13,85	10°
11°	11,92	12,09	12,27	12,45	12,65	12,83	13,04	13,24	13,46	13,68	13,90	11°
12°	11,96	12,13	12,31	12,50	12,98	12,88	13,08	13,29	13,50	13,73	13,95	12°
13°	12,00	12,18	12,35	12,54	12,73	12,92	13,13	13,33	13,55	13,78	14,00	13°
14°	12,04	12,22	12,40	12,58	12,77	12,97	13,17	13,38	13,60	13,83	14,05	14°
15°	12,08	12,26	12,44	12,63	12,82	13,01	13,22	13,43	13,65	13,88	14,10	15°
16°	12,13	12,30	12,48	12,67	12,86	13,06	13,27	13,47	13,69	13,93	14,15	16°
17°	12,17	12,35	12,53	12,71	12,91	13,11	13,31	13,52	13,74	13,97	14,20	17°
18°	12,21	12,39	12,57	12,79	12,95	13,15	13,36	13,57	13,79	14,02	14,25	18°
19°	12,25	12,43	12,61	12,80	13,00	13,20	13,40	13,61	13,83	14,07	14,30	19°
20°	12,30	12,47	12,66	12,85	13,04	13,24	13,45	13,66	13,88	14,12	14,35	20°
21°	12,34	12,52	12,70	12,89	13,09	13,29	13,50	13,71	13,93	14,17	14,39	21°
22°	12,38	12,56	12,74	12,93	13,13	13,32	13,54	13,75	13,98	14,22	14,44	22°
23°	12,42	12,60	12,79	12,98	13,17	13,38	13,59	13,80	14,02	14,27	14,49	23°
24°	12,46	12,64	12,83	13,02	13,22	13,42	13,63	13,85	14,07	14,31	14,54	24°
25°	12,51	12,69	12,87	13,07	13,26	13,47	13,68	13,89	14,12	14,36	14,59	25°
26°	12,55	12,73	12,02	13,11	13,31	13,51	13,72	13,94	14,17	14,41	14,64	26°
27°	12,57	12,77	12,96	13,15	13,35	13,56	13,77	13,99	14,21	14,46	14,69	27°
28°	12,63	12,81	13,00	13,20	13,40	13,60	13,82	14,03	14,26	14,51	14,74	28°
29°	12,67	12,86	13,05	13,24	13,44	13,56	13,86	14,08	14,31	14,56	14,79	29°
30°	12,72	12,90	13,09	13,29	13,49	13,69	13,91	14,13	14,36	14,51	14,81	30°
31°	12,76	12,94	13,13	13,34	13,53	13,74	13,96	14,17	14,40	14,66	14,88	31°
32°	12,80	12,99	13,18	13,37	13,57	13,78	14,00	14,22	14,45	14,70	14,93	32°
33°	12,84	13,03	13,22	13,42	13,62	13,83	14,05	14,27	14,50	14,75	14,98	33°
34°	12,88	13,07	13,26	13,46	13,66	13,87	14,09	14,31	14,55	14,80	15,03	34°
35°	12,93	13,11	13,31	13,50	13,71	13,92	14,14	14,36	14,59	14,83	15,08	35°

Μὲ ἄλλους λόγους πρέπει αἱ μετρήσεις τῶν μεγεθῶν Π_A, Π_B, t_A, καὶ t_B νὰ γίνουν συγχρόνως εἰς τὰ δύο σημεῖα.

Τὸ πρᾶγμα εἶναι ἁπλό, ὅταν θέλωμε νὰ ὑπολογίσωμε τὴν ὑψομετρικὴν διαφορὰν δύο σημείων. Προκειμένου ὅμως νὰ κάνωμε μίαν ὑψομετρικὴν ὅδευσιν, δηλαδὴ νὰ συσχετίσωμε ὑψομετρικῶς μίαν σειρὰν σημείων ὡς πρὸς κάποιαν ὑψομετρικὴν ἀφετηρίαν, χρειάζεται κάποια μέθοδος ἐργασίας. Σχετικῶς ὑπάρχουν τρεῖς διαφορετικαὶ μέθοδοι χωροσταθμήσεως: α) Ἡ μέθοδος δύο κινητῶν παρατηρητῶν. β) Ἡ μέθοδος ἑνὸς κινητοῦ καὶ ἑνὸς σταθεροῦ παρατηρητοῦ καὶ γ) ἡ μέθοδος ἑνὸς κινητοῦ παρατηρητοῦ.

22 · 3 Μέθοδος δύο κινητῶν παρατηρητῶν.

Διὰ τὴν ἐφαρμογὴν τῆς μεθόδου αὐτῆς χρειάζονται δύο παρατηρηταί, ὁ καθεὶς φυσικὰ μὲ τὰ ἰδικά του ὄργανα μετρήσεως τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως καὶ τῆς θερμοκρασίας τῆς ἀτμοσφαίρας. Κατὰ πρῶτον οἱ παρατηρηταὶ ἐλέγχουν ἐὰν συμφωνοῦν αἱ ἐνδείξεις τῶν ὀργάνων των εἰς τὸν ἴδιον τόπον καὶ χρόνον. Ἔπειτα κάνουν συγχρόνους παρατηρήσεις ὁ πρῶτος εἰς τὸ σημεῖον Α καὶ ὁ δεύτερος εἰς τὴν ὑψομετρικὴν ἀφετηρίαν R, κατόπιν ὁ πρῶτος εἰς τὸ σημεῖον Β καὶ ὁ δεύτερος εἰς τὸ σημεῖον Α', ἐν συνεχείᾳ ὁ πρῶτος εἰς τὸ σημεῖον Γ καὶ ὁ δεύτερος εἰς τὸ σημεῖον Β, κ.ο.κ. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον προσδιορίζονται αἱ ὑψομετρικαὶ διαφοραὶ $\upsilon_A - \upsilon_R$, $\upsilon_B - \upsilon_A$, $\upsilon_\Gamma - \upsilon_B$, κλπ. μὲ συγχρόνους μετρήσεις. Ὅσον ἀφορᾷ εἰς τὸν συγχρονισμὸν τῶν μετρήσεων, ἐπιτυγχάνεται μὲ τὴν βοήθειαν σημάτων, ποὺ μεταδίδει ὁ ἕνας παρατηρητὴς εἰς τὸν ἄλλον.

22 · 4 Μέθοδος ἑνὸς κινητοῦ καὶ ἑνὸς σταθεροῦ παρατηρητοῦ.

Κατὰ τὴν μέθοδον αὐτὴν ὁ ἕνας ἀπὸ τοὺς δύο παρατηρητὰς δὲν κινεῖται, ἀλλὰ παραμένει εἰς τὴν ὑψομετρικὴν ἀφετηρίαν R καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς χωροσταθμήσεως. Ἐπειδὴ συνεπῶς ὁ κινητὸς παρατηρητὴς ἀπομακρύνεται πολὺ ἀπὸ τὸν ἀκίνητον, δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ γίνῃ συγχρονισμὸς τῶν παρατηρήσεων μὲ τὴν βοήθειαν σημάτων.

Ἀκολουθεῖται λοιπὸν ἡ ἑξῆς διαδικασία: Ὁ κινητὸς παρατηρητὴς κάνει τὰς μετρήσεις, ποὺ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰ σημεῖα Α, Β, Γ κλπ. τῆς ὑψομετρικῆς ὁδεύσεως, ὅπως καὶ εἰς τὴν προηγουμένην περίπτωσιν, μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι ἀπέναντι ἀπὸ τὰς ἐνδείξεις Π καὶ t καταγράφει τοὺς ἀντιστοίχους χρόνους. Ἀφ' ἑτέρου ὁ σταθερὸς παρατηρητὴς κάνει διαδοχικὰς μετρήσεις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως καὶ τῆς θερμοκρασίας εἰς τὴν ὑψομετρικὴν ἀφετηρίαν R ἀνὰ ἴσα χρονικὰ διαστήματα, λ.χ. κάθε τέταρτον τῆς ὥρας. Ἀπὸ τὰς διαδοχικὰς αὐτὰς μετρήσεις προκύπτουν διὰ παρεμβολῆς αἱ τιμαὶ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως καὶ τῆς θερμοκρασίας εἰς τὴν ὑψομετρικὴν ἀφετηρίαν R κατὰ τοὺς χρόνους διεξαγωγῆς τῶν μετρήσεων εἰς τὰ σημεῖα Α, Β, Γ, κλπ. τῆς ὁδεύσεως. Λ.χ. ἐὰν εἰς τὰς 10 15′ καὶ εἰς τὰς 10 30′ ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις Π ἦτο 712 καὶ 722 mm ἀντιστοίχως, ἕπεται ὅτι εἰς τὰς 10 21′, ὁπότε ἔγινε παρατήρησις εἰς κάποιο σημεῖον τῆς ὑψομετρικῆς ὁδεύσεως, ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις Π θὰ ἦτο:

$$712+\frac{6\times(722-712)}{15}=712+4=716\,\mathrm{mm}.$$

Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον προσδιορίζονται αἱ ὑψομετρικαὶ διαφοραὶ $\upsilon_A-\upsilon_R$, $\upsilon_B-\upsilon_A$, $\upsilon_\Gamma-\upsilon_B$, κλπ.

22·5 Μέθοδος ἑνὸς κινητοῦ παρατηρητοῦ.

Κατὰ τὴν μέθοδον αὐτὴν αἱ μετρήσεις διεξάγονται μὲν ἀπὸ ἕνα μόνον παρατηρητήν, ἐκλέγεται ὅμως τέτοια ἡμέρα διεξαγωγῆς τῶν μετρήσεων, ὥστε νὰ ὑπάρχῃ σταθερότης καιρικῶν συνθηκῶν. Ἀφ' ἑτέρου γίνονται μετρήσεις καὶ εἰς ἐνδιάμεσα σημεῖα μεταξὺ τῶν κορυφῶν τῆς ὑψομετρικῆς ὁδεύσεως οὕτως, ὥστε κατὰ τὸν χρόνον, ποὺ μεσολαβεῖ μεταξὺ δύο διαδοχικῶν μετρήσεων, νὰ μὴ ἐπέρχεται σοβαρὰ καιρικὴ μεταβολή. Τέλος γίνεται ὑψομετρικὴ ὅδευσις μετ' ἐπιστροφῆς καὶ λαμβάνεται ὁ μέσος ὅρος τῶν ὑψομετρικῶν διαφορῶν τῶν διαδοχικῶν σημείων, ὅπως προκύπτουν ἀπὸ τὸν τύπον (1) τῆς παραγράφου 22·2.

22·6 Σύγκρισις μεθόδων.

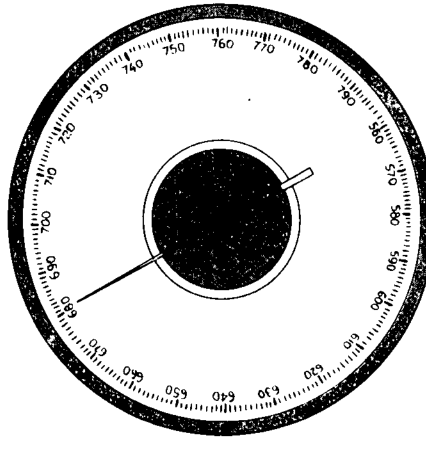
Ἀπὸ τὰς τρεῖς μεθόδους βαρομετρικῆς χωροσταθμήσεως, ποὺ ἐξητάσαμε, ἡ τρίτη εἶναι ἡ ὀλιγώτερον ἀκριβής, διότι δὲν παρέχει συγχρονισμὸν μετρήσεων. Ὅσον ἀφορᾷ εἰς τὰς ἄλλας δύο, ἀκριβεστέρα εἶναι ἡ πρώτη μέθοδος, διότι τὰ σημεῖα, ὅπου γίνονται αἱ σύγχρονοι μετρήσεις, εὑρίσκονται τὸ ἕνα πλησίον τοῦ ἄλλου καὶ συνεπῶς δὲν ὑπάρχει θέμα διαφορετικῶν καιρικῶν συνθηκῶν λόγω μεγάλης ἀποστάσεως. Ἀντιθέτως κατὰ τὴν δευτέραν μέθοδον ἀφ' ἑνὸς μὲν δὲν ἐπιτυγχάνεται ἀπόλυτος συγχρονισμὸς μετρήσεων, ἀφ' ἑτέρου δὲ εἰς τὰ μακρυνὰ σημεῖα τῆς ὑψομετρικῆς ὁδεύσεως ἐνδέχεται νὰ ἐπικρατοῦν διαφορετικαὶ συνθῆκαι ἀπὸ ἐκείνας, ποὺ ἐπικρατοῦν εἰς τὴν ὑψομετρικὴν ἀφετηρίαν.

22·7 Ὄργανα βαρομετρικῆς χωροσταθμήσεως.

Κατὰ τὴν βαρομετρικὴν χωροστάθμησιν γίνονται, ὅπως εἴδαμε, μετρήσεις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως καὶ τῆς θερμοκρασίας τῆς ἀτμοσφαίρας. Ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις μετρεῖται μὲ τὸ βαρόμετρον καὶ ἡ θερμοκρασία τῆς ἀτμοσφαίρας μὲ τὸ θερμόμετρον.

Βαρόμετρα ὑπάρχουν δύο εἰδῶν: Τὰ *ὑδραργυρικὰ* καὶ τὰ *μεταλλικά*. Τὰ ὑδραργυρικὰ εἶναι περισσότερον εὐαίσθητα, μετροῦν δηλαδὴ μὲ μεγαλυτέραν ἀκρίβειαν τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, ἀλλὰ μεταφέρονται δυσκόλως. Ἀντιθέτως τὰ μεταλλικὰ εἶναι ὀλιγώτερον εὐαίσθητα, λόγω ὅμως τοῦ μικροῦ ὄγκου των ἔχουν τὸ πλεονέκτημα τῆς εὐκόλου μεταφορᾶς. Διὰ τοῦτο χρησιμοποιοῦνται εἰς τὰς βαρομετρικὰς χωροσταθμήσεις.

Τὸ μεταλλικὸν βαρόμετρον ἀποτελεῖται ἀπὸ ἕνα μεταλλικὸν θάλαμον, κενὸν ἀέρος, ἡ ἄνω ἐπιφάνεια τοῦ ὁποίου κατέρχεται ἢ ἀνέρχεται, ὅταν ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις αὐξάνεται ἢ ἐλαττώνεται. Αὐταὶ αἱ μετακινήσεις τῆς ἐπιφανείας τοῦ μεταλλικοῦ θαλάμου μεταδίδονται μὲ ἕνα κατάλληλον μηχανισμὸν εἰς ἕνα δείκτην, ὁ ὁποῖος στρέφεται ἐμπρὸς ἀπὸ ἕνα διηρημένον τόξον. Ἡ διαίρεσις τοῦ τόξου, ἐμπρὸς ἀπὸ τὴν ὁποίαν ἀκινητεῖ εἰς δεδομένην στιγμὴν ὁ δείκτης, ἐκφράζει τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν κατὰ τὴν στιγμὴν ἐκείνην.



Σχ. 22·7 α

Εἰς τὸ σχῆμα 22 · 7 α παρίσταται ἕνας συνήθης τύπος μεταλλικοῦ βαρομέτρου ἀπὸ αὐτούς, ποὺ χρησιμοποιοῦνται εἰς τὰς βαρομετρικὰς χωροσταθμήσεις. Ἡ ἀντίστοιχοιχος ἔνδειξις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως εἶναι 680 mm.

Πρὶν ἀπὸ κάθε χρῆσιν πρέπει νὰ κτυποῦμε ἐλαφρὰ μὲ τὸ δάκτυλόν μας τὸ κιβωτίδιον τοῦ βαρομέτρου, ὥστε νὰ ἐξουδετερώσωμε τὴν ἀδράνειαν τῶν διαφόρων μερῶν τοῦ μηχανισμοῦ του.

Περισσότεραι λεπτομέρειαι διὰ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν καὶ τὴν θεωρίαν τῶν βαρομέτρων ἠμποροῦν νὰ εὑρεθοῦν εἰς τὰ ἐγχειρίδια τῆς Φυσικῆς.

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟΝ

ΜΙΚΤΗ ΑΠΟΤΥΠΩΣΙΣ Ἢ ΤΑΧΥΜΕΤΡΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 23

ΤΑΧΥΜΕΤΡΙΚΗ ΑΠΟΤΥΠΩΣΙΣ ΣΗΜΕΙΟΥ

Ὅπως εἴπαμε εἰς τὸ κεφάλαιον 1 τὰ σημεῖα, ποὺ ἐμφανίζονται ἐπάνω εἰς ἕνα τοπογραφικὸν σχέδιον, εἶναι συνήθως τριῶν εἰδῶν. Τὰ τριγωνομετρικά, τὰ πολυγωνομετρικὰ καὶ τὰ κοινὰ σημεῖα. Τὰ τριγωνομετρικὰ καὶ τὰ πολυγωνομετρικὰ σημεῖα σχηματίζουν ἕνα εἶδος σκελετοῦ διὰ τὴν ἀποτύπωσιν τῶν κοινῶν σημείων, ποὺ ἀποτελοῦν τὸ μέγα πλῆθος τῶν σημείων τοῦ τοπογραφικοῦ σχεδίου.

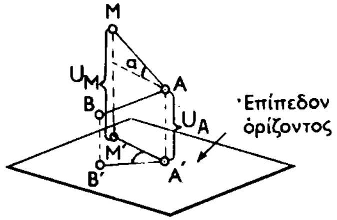
Ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον δὲν μᾶς ἐνδιαφέρει ἡ ἀκριβὴς ἀποτύπωσις τῶν κοινῶν σημείων. Μᾶς ἐνδιαφέρει ὅμως πολὺ ἡ ταχύτης τῆς ἀποτυπώσεώς των λόγω τοῦ μεγάλου των πλήθους. Καθίσταται λοιπὸν ἀναγκαία ἡ ἐξεύρεσις μιᾶς μεθόδου, μὲ τὴν ὁποίαν τὰ κοινὰ σημεῖα, ἔστω καὶ μὲ μικρὰν ἀκρίβειαν, νὰ ἀποτυπώνωνται μὲ μεγάλην ταχύτητα. Αὐτὴ ἡ ταχύτης παρέχεται ἀπὸ τὴν *ταχυμετρικὴν ἀποτύπωσιν*.

Τὸ πρόβλημα, ποὺ παρουσιάζεται κατὰ τὴν ταχυμετρικὴν ἀποτύπωσιν, εἶναι τὸ ἑξῆς:

Δίδονται τὰ σημεῖα Α καὶ Β μὲ γνωστὰς τὰς θέσεις των ἐπὶ τοῦ τοπογραφικοῦ σχεδίου (σχ. 23·α). Τοῦ σημείου Α γνωρίζομε καὶ τὸ ὑψόμετρον $υ_Α$. Ζητεῖται νὰ προσδιορισθοῦν ἡ θέσις ἐπάνω εἰς τὸ τοπογραφικὸν σχέδιον καὶ τὸ ὑψόμετρον $υ_Μ$ τοῦ σημείου Μ, δηλαδὴ ζητεῖται νὰ γίνῃ τόσον ἡ ὁριζοντία, ὅσον καὶ ἡ κατακόρυφος ἀποτύπωσις τοῦ σημείου.

Ἂς ἐξετάσωμε κατὰ πρῶτον πῶς γίνεται ἡ ὁριζοντία ἀποτύπωσις.

Μία πρόσφορος μέθοδος ὁριζοντίας ἀποτυπώσεως εἶναι ἡ γνωστὴ ἀπὸ τὴν Γηπεδομετρίαν μέθοδος τῶν πολικῶν συντεταγμένων. Ἡ μέθοδος αὐτὴ παρουσιάζει τὸ μέγα πλεονέκτημα ὅτι διὰ τὴν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν Α΄Μ΄ εἶναι δυνατὸν νὰ ἐφαρμοσθῇ ἡ ὀπτικὴ μέτρησις (κεφ. 8). Ἀφ' ἑτέρου μὲ τὸ ἴδιον ὄργα-



Σχ. 23 · α.

νον, ποὺ γίνεται ἡ ὀπτικὴ μέτρησις, δηλαδὴ μὲ τὸ ταχύμετρον, εἶναι δυνατὸν νὰ γίνῃ καὶ ἡ μέτρησις τῆς ὁριζοντίας γωνίας Β΄Α΄Μ΄ (κεφ. 3).

Ἄς ἔλθωμε τώρα εἰς τὴν κατακόρυφον ἀποτύπωσιν. Ἀφοῦ γενικῶς δὲν ἐνδιαφερόμεθα νὰ ἔχωμε μεγάλην ἀκρίβειαν, δυνάμεθα νὰ προσδιορίσωμε τὸ ὑψόμετρον τοῦ σημείου Μ μὲ τριγωνομετρικὴν χωροστάθμησιν. Ἀλλὰ καὶ ἡ ἐργασία αὐτὴ γίνεται μὲ τὸ ταχύμετρον.

Βλέπομε λοιπὸν ὅτι καὶ αἱ τρεῖς μετρήσεις, ποὺ χρειάζονται διὰ τὴν ἀποτύπωσιν τοῦ ἀκραίου σημείου Μ, γίνονται *μὲ τὸ ἴδιον ὄργανον*, μὲ τὸ ταχύμετρον καὶ μάλιστα μὲ μίαν μόνον σκόπευσιν. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον μειώνεται εἰς τὸ ἐλάχιστον ὁ συνολικὸς χρόνος τῶν τριῶν μετρήσεων.

Σχετικῶς πρὸς τὴν ὀπτικὴν μέτρησιν τῆς ὁριζοντίας ἀποστάσεως κρίνομε σκόπιμον νὰ κάνωμε τὰς ἑξῆς δύο παρατηρήσεις, ποὺ ἀφοροῦν εἰς τὴν ταχυμετρικὴν ἀποτύπωσιν:

α) Μεταξὺ τῶν διαφόρων τύπων ταχυμέτρων ἐκεῖνα, ποὺ παρέχουν τὴν ταχυτέραν μέτρησιν, εἶναι τὰ αὐταναγωγὰ ταχύμετρα κατακορύφου στόχου. Τὰ αὐταναγωγὰ ταχύμετρα ὁριζοντίου στόχου παρέχουν, ὅπως γνωρίζομε, κυρίως μεγάλην ἀκρίβειαν, πρᾶγμα, ποὺ δὲν ἐνδιαφέρει τὴν ταχυμετρικὴν ἀποτύπωσιν.

β) Ὅταν χρησιμοποιοῦμε κοινὸν ταχύμετρον, ἐπιδιώκομε νὰ φέρωμε εἰς σύμπτωσιν τὸ ἀνώτερον νῆμα τοῦ σταυρονήματος μὲ τὴν ὑποδιαίρεσιν 100, 200 ἢ 300 τοῦ στόχου, διότι τότε προσδιορίζομε εὐκολώτερα καὶ συνεπῶς ταχύτερα τὸ τμῆμα, ποὺ περιλαμβάνεται μεταξὺ τῶν δύο ἀκραίων ὁριζοντίων νημάτων.

Ὡς πρὸς τὸν προσδιορισμὸν τοῦ ὑψομέτρου υ_M χρησιμοποιοῦμε τοὺς τύπους, ποὺ συναντήσαμε εἰς τὴν τριγωνομετρικὴν χωροστάθμησιν, δηλαδὴ τούς:

$$\upsilon_M = \upsilon_A + (H - h) + L\sigma\varphi z$$

$$\text{ἢ } \upsilon_M = \upsilon_A + (H - h) + L\varepsilon\varphi\alpha.$$

Ἀφ' ἑτέρου, καθὼς γνωρίζομε ἀπὸ τὴν ὀπτικὴν μέτρησιν μηκῶν:

$$L = g\,\eta\mu^2 z \text{ ἢ } g\,\sigma\upsilon\nu^2\alpha.$$

Συνεπῶς οἱ ἀρχικοὶ τύποι τῆς τριγωνομετρικῆς χωροσταθμήσεως μετασχηματίζονται ὡς ἑξῆς:

$$\upsilon_M = \upsilon_A + (H - h) + g\eta\mu z \cdot \sigma\upsilon\nu z$$

$$\text{ἢ } \upsilon_M = \upsilon_A + (H - h) + g\sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \eta\mu\alpha$$

καὶ τελικῶς:

$$\upsilon_M = \upsilon_A + (H - h) + \frac{1}{2} g\eta\mu 2z \qquad (1)$$

$$\text{ἢ } \upsilon_M = \upsilon_A + (H - h) + \frac{1}{2} g\eta\mu 2\alpha. \qquad (2)$$

Παρατηροῦμε δηλαδὴ ὅτι τὰ ὑψόμετρα τῶν ἀκραίων σημείων ἐκφράζονται συναρτήσει τοῦ γεννήτορος ἀριθμοῦ καὶ τῆς ζενιθίας γωνίας ἢ τῆς γωνίας κλίσεως. Ἐξ ἄλλου τὸ γινόμενον $\frac{1}{2}$ $g\eta\mu 2z$ ἢ $\frac{1}{2}$ $g\eta\mu 2\alpha$ δίδεται ἀπ' εὐθείας ἀπὸ τοὺς ταχυμετρικοὺς πίνακας, ποὺ δίδουν καὶ τὰς ὁριζοντίας ἀποστάσεις. Π.χ. διὰ $z = 107^g\ 30^c$ καὶ $g = 83$ οἱ ἐν λόγῳ πίνακες (παράγρ. 8·7) μᾶς δίδουν $\frac{1}{2}$ gημ2z = 9,43 m (ὑπογραμμισμένη ἔνδειξις). Ἐὰν z = 107^g 33^c, πρέπει νὰ γίνῃ παρεμβολὴ μεταξὺ τῶν τιμῶν z = 107^g 30^c καὶ z = 107^g 40^c.

Ἀπὸ τοὺς τύπους 1 καὶ 2 εἶναι φανερὸν ὅτι τὰ ὑψόμετρα $υ_M$ προκύπτουν εὐκολώτερα καὶ συνεπῶς ταχύτερα, ὅταν H — h = 0, ὅταν δηλαδὴ σκοπεύωμε πρὸς τὴν ὑποδιαίρεσιν τοῦ στόχου, ποὺ ἰσοῦται πρὸς τὸ ὕψος ὀργάνου. Τότε ὅμως τὸ ἀνώτερον νῆμα τοῦ σταυρονήματος δὲν θὰ συμπίπτῃ μὲ μίαν ἀπὸ τὰς ὑποδιαιρέσεις 100, 200 ἢ 300 τοῦ στόχου, πρᾶγμα, πού, ὅπως εἴπαμε, μᾶς διευκολύνει εἰς τὴν ἀνάγνωσίν του. Κάνομε λοιπὸν τὸν ἑξῆς συνδυασμόν, ἀλλὰ μόνον ὅταν πρόκειται περὶ κοινῶν σημείων, ὁπότε δὲν μᾶς ἐνδιαφέρει ἡ ἀκρίβεια.

Σκοπεύομε κατ᾽ ἀρχὰς τὸν στόχον οὕτως, ὥστε τὸ ἀνώτερον νῆμα τοῦ σταυρονήματος νὰ συμπέσῃ μὲ τὴν ὑποδιαίρεσιν 100, 200 ἢ 300 καὶ κάνομε τὴν ἀνάγνωσιν D. Κατόπιν περιστρέφομε τὸν μικροκινητήριον κοχλίαν τοῦ τηλεσκοπίου, ἕως ὅτου τὸ ὕψος σκοπεύσεως h συμπέσῃ μὲ τὸ ὕψος ὀργάνου H, καὶ κάνομε τὴν ἀνάγνωσιν τῆς κατακορύφου γωνίας.

Εἶναι φανερὸν ὅτι θὰ προκύψῃ ἕνα μικρὸν σφάλμα εἰς τὸν ὑπολογισμόν, τόσον τῆς ὁριζοντίας ἀποστάσεως L, ὅσον καὶ τοῦ γινομένου $\frac{1}{2}$ g ημ2z ἢ $\frac{1}{2}$ g ημ2α, λόγῳ τοῦ ὅτι δὲν ἀντιστοιχοῦν ἀπολύτως ὁ γεννήτωρ ἀριθμὸς καὶ ἡ κατακόρυφος γωνία. Τὸ σφάλμα ὅμως αὐτὸ προκειμένου περὶ κοινῶν σημείων δὲν λαμβάνεται ὑπ᾽ ὄψιν.

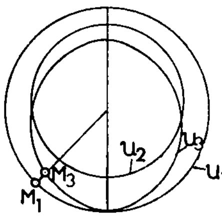
Ἐὰν δὲν φαίνεται τὸ κατώτερον τμῆμα τοῦ στόχου, ὁπότε δὲν εἶναι δυνατὴ ἡ σκόπευσις εἰς τὸ ὕψος τοῦ ὀργάνου, τότε ἡ μὲν ἀνάγνωσις τοῦ D γίνεται μὲ τὸ ἀνώτερον νῆμα τοῦ σταυρονήματος εἰς τὴν ὑποδιαίρεσιν 200 ἢ 300, ἡ δὲ ἀνάγνωσις τῆς κατακορύφου γωνίας μὲ τὸ μεσαῖον νῆμα εἰς τὴν ὑποδιαίρεσιν $H+100$ ἢ $H+200$ ἀντιστοίχως ἀναλόγως τῆς περιπτώσεως.

Χρῆσις τῶν Ταχυμετρικῶν Πινάκων διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν ὑψομέτρων γίνεται μόνον, ὅταν χρησιμοποιοῦμε κοινόν, δηλαδὴ μὴ αὐταναγωγόν, ταχύμετρον. Μὲ τὰ αὐταναγωγὰ ταχύμετρα τὸ γινόμενον $\frac{1}{2}g\,ημ2z$ ἢ $\frac{1}{2}g\,ημ2α$, δηλαδὴ *ἡ ὑψομετρικὴ διαφορὰ ΔΗ μεταξὺ τοῦ σημείου τομῆς τῶν ἀξόνων ΠΠ καὶ ΔΔ τοῦ ὀργάνου καὶ τοῦ σημείου σκοπεύσεως ἐπὶ τοῦ στόχου*, μετρεῖται ἀπ᾽ εὐθείας. Θὰ ἐξετάσωμε πρῶτον πῶς γίνεται ἡ ἀπ᾽ εὐθείας μέτρησις μὲ αὐταναγωγὸν ταχύμετρον κατακορύφου στόχου Wild R.D.S.

Ἐπειδὴ $g = K \cdot D$, ἕπεται ὅτι:

$$\frac{1}{2}g\,ημ2α = \frac{1}{2}K \cdot D\,ημ2α.$$

Εἰς τὸν ὑάλινον δίσκον τῶν καμπυλῶν $κ_1$ καὶ $κ_2$ (σχ. 8 · 8 β)



Σχ. 23 · β.

εἶναι χαραγμένη καὶ τρίτη καμπύλη $κ_3$, τῆς ὁποίας τὰ σημεῖα M_3 ἐπαληθεύουν τὴν σχέσιν:

$$M_1M_3 = D\,ημ2α \quad (\text{σχ. } 23 \cdot β).$$

Συνεπῶς ἡ ὑψομετρικὴ διαφορὰ $\frac{1}{2}g\,ημ2α$ εἰς μέτρα ἰσοῦται πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν διαιρέσεων, ποὺ περιλαμβάνεται μεταξὺ τῶν καμπυλῶν $κ_1$ καὶ $κ_3$, ἐὰν ὁ ἀριθμὸς αὐτὸς διαιρεθῇ διὰ 2.

Ἡ διαίρεσις διὰ 2 ὑποδεικνύεται μὲ τὸ κλάσμα $\frac{1}{2}$, ποὺ ἀναγράφεται πλησίον τῆς καμπύλης κ_3 (σχ. 8·8 γ). Τοιουτοτρόπως ἡ ἀνάγνωσις τοῦ σχήματος 8·8 γ εἶναι $+\frac{1}{2}\times 21{,}8=+10{,}9$m.

Διευκρινίζομε ὅτι εἰς τὸν τύπον τοῦ ταχυμέτρου, ποὺ περιεγράψαμε, ἡ ὑποδιαίρεσις σκοπεύσεως δὲν καθορίζεται ἀπὸ τὴν μεσαίαν καμπύλην κ_3 (σχ. 8·8 γ), ὅπως θὰ ὑπέθετε κανείς, ἀλλὰ ἀπὸ τὴν βασικὴν καμπύλην κ_1. Συνήθως ὡς ὑποδιαίρεσις σκοπεύσεως ἐκλέγεται ἡ ὑποδιαίρεσις 100, διότι μᾶς διευκολύνει εἰς τὰς ἀναγνώσεις, τόσον τῆς ὁριζοντίας ἀποστάσεως, ὅσον καὶ τῆς ὑψομετρικῆς διαφορᾶς ΔΗ.

Καὶ τώρα θὰ ἐξετάσωμε πῶς γίνεται ἡ ἀπ' εὐθείας μέτρησις τῆς ὑψομετρικῆς διαφορᾶς ΔΗ μὲ τὸ αὐταναγωγὸν ταχύμετρον ὁριζοντίου στόχου Wild R.D.H. Ὡς ὕψος σκοπεύσεως εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν λαμβάνεται τὸ ὕψος τοποθετήσεως τοῦ ὁριζοντίου στόχου καὶ μετρεῖται μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ ἠριθμημένου στυλεοῦ, ἐπάνω εἰς τὸν ὁποῖον τοποθετεῖται ὁ στόχος (σχ. 8·8 δ).

Διὰ νὰ προβοῦμε εἰς τὴν μέτρησιν τοῦ ΔΗ, ἀφοῦ μετρήσωμε τὴν ὁριζοντίαν ἀπόστασιν L, περιστρέφομε κατὰ 90^0 τὸ σύστημα ἐκτροπῆς τῶν ὀπτικῶν ἀκτίνων, ποὺ εἶναι προσηρμοσμένον εἰς τὸ τηλεσκόπιον (σχ. 8·8 ε), ὁπότε ἀλλάσσει τελείως ὁ νόμος μεταβολῆς τῆς γωνίας ἐκτροπῆς ω. Ἡ νέα γωνία ω μεταβάλλεται αὐτὴν τὴν φορὰν ἀναλόγως πρὸς τὴν κλίσιν τῆς σκοπευτικῆς γραμμῆς, δηλαδὴ αὐξάνεται, ἐφ' ὅσον αὐξάνεται ἡ γωνία α, καὶ ἐλαττώνεται, ἐφ' ὅσον ἐλαττώνεται ἡ γωνία α. Συγκεκριμένως τὸ σύστημα ἐκτροπῆς ρυθμίζεται οὕτως, ὥστε:

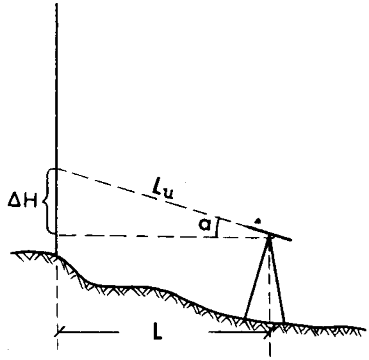
$$\frac{\text{εφω}}{\text{ημα}}=\frac{1}{K}. \qquad (1)$$

Ἀφ' ἑτέρου, ἐὰν μὲ ε_2 παραστήσωμε τὴν ἐκτροπὴν τοῦ εἰδώλου τοῦ βερνιέρου εἰς τὴν νέαν θέσιν τοῦ συστήματος ἐκτροπῆς (μετὰ τὴν περιστροφὴν κατὰ 90^0), θὰ ἔχωμε:

$$\varepsilon_2 = L\varkappa \cdot \varepsilon\varphi\omega. \qquad (2)$$

Ἀλλὰ ἐκ τοῦ σχήματος 23 · γ συνάγεται ὅτι:

$$L\varkappa = \frac{\Delta H}{\eta\mu\alpha}. \qquad (3)$$



Σχ. 23 · γ.

Ἀπὸ τὰς σχέσεις (1), (2) καὶ (3) προκύπτει:

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta H}{\eta\mu\alpha}\,\varepsilon\varphi\omega = \Delta H\,\frac{\varepsilon\varphi\omega}{\eta\mu\alpha} = \frac{\Delta H}{K}.$$

Καί, ἐὰν $K = 100$, ἕπεται ὅτι ἡ ἐκτροπὴ ε_2 εἰς ἑκατοστὰ μᾶς δίδει τὸ μέγεθος ΔH εἰς μέτρα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ 24

ΤΑΧΥΜΕΤΡΙΚΗ ΑΠΟΤΥΠΩΣΙΣ ΠΕΡΙΟΧΗΣ

24·1 Ἀντικείμενον ταχυμετρικῆς ἀποτυπώσεως.

Ἡ ταχυμετρικὴ ἀποτύπωσις μιᾶς περιοχῆς περιλαμβάνει:

α) Τὴν ἀπεικόνισιν τῆς *μορφῆς* τοῦ ἐδάφους.

β) Τὴν ἀποτυπωσιν τῶν *λεπτομερειῶν* τοῦ ἐδάφους.

Σχετικαὶ μὲ τὴν μορφὴν τοῦ ἐδάφους εἶναι αἱ ἔννοιαι: πεδιάς, λόφος, ὄρος, κλιτύς, κορυφογραμμή, κορυφή, αὐχήν.

Πεδιὰς ὀνομάζεται μία ἐπίπεδος καὶ ὁριζοντία ἐδαφικὴ περιοχή.

Λόφος ὀνομάζεται ἕνα ἔξαρμα τοῦ ἐδάφους, μικροῦ ὕψους (ἕως 300 m περίπου).

Ὄρος ὀνομάζεται ἕνα ἔξαρμα τοῦ ἐδάφους, μεγάλου ὕψους (ἄνω τῶν 300 m περίπου).

Κλιτὺς εἶναι ἡ πλαγιὰ ἑνὸς λόφου ἢ ἑνὸς ὄρους.

Ἡ γραμμὴ συναντήσεως δύο κλιτύων κατὰ τὰ ὑψηλότερα σημεῖα των ὀνομάζεται *κορυφογραμμή*. Ἀντιθέτως ἡ γραμμὴ συναντήσεως δύο κλιτύων κατὰ τὰ χαμηλότερα σημεῖα των ὀνομάζεται *μισγάγκεια*. Αἱ κορυφογραμμαὶ χωρίζουν τὰ ὕδατα τῶν βροχῶν, ἐνῶ αἱ μισγάγκειαι τὰ συγκεντρώνουν καὶ τὰ ὁδηγοῦν πρὸς τὰς πεδιάδας.

Κορυφαὶ εἶναι τὰ ὑψηλότερα σημεῖα μιᾶς κορυφογραμμῆς.

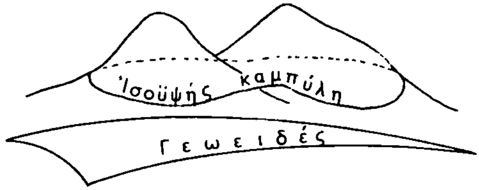
Αὐχένες εἶναι τὰ χαμηλότερα σημεῖα μιᾶς κορυφογραμμῆς.

Ἂς ἐξετάσωμε τώρα πῶς γίνεται ἡ ἀπεικόνισις τῆς μορφῆς τοῦ ἐδάφους. Προηγουμένως ὅμως πρέπει νὰ δώσωμε μίαν σειρὰν ὁρισμῶν.

Ἰσοσταθμικὴ λέγεται μία ἐπιφάνεια, ὅταν ὅλα τὰ σημεῖα της ἰσαπέχουν ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ γεωειδοῦς.

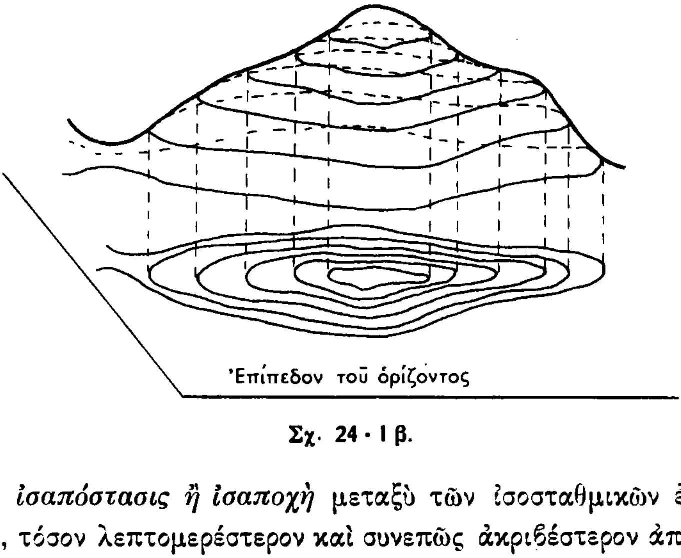
Ἀπόστασις δύο ἰσοσταθμικῶν ἐπιφανειῶν εἶναι τὸ τμῆμα μιᾶς κατακορύφου, ποὺ περιλαμβάνεται μεταξὺ τῶν ἐπιφανειῶν αὐτῶν.

Ἰσοϋψὴς ἢ χωροσταθμικὴ καμπύλη ὀνομάζεται ἡ τομὴ μιᾶς ἰσοσταθμικῆς ἐπιφανείας μὲ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐδάφους (σχ. 24·1 α).



Σχ. 24·1 α.

Ἐὰν θεωρήσωμε διαφόρους ἰσοϋψεῖς καμπύλας, τῶν ὁποίων αἱ ἀντίστοιχοι ἰσοσταθμικαὶ ἐπιφάνειαι *ἰσαπέχουν μεταξύ των*, αἱ ὁριζόντιαι προβολαὶ αὐτῶν τῶν καμπυλῶν μᾶς δίδουν μίαν εἰκόνα τῆς μορφῆς τοῦ ἐδάφους (σχ. 24·1 β). Ὅσον μικροτέρα εἶ-



Σχ. 24·1 β.

ναι ἡ *ἰσαπόστασις* ἢ *ἰσαποχὴ* μεταξὺ τῶν ἰσοσταθμικῶν ἐπιφανειῶν, τόσον λεπτομερέστερον καὶ συνεπῶς ἀκριβέστερον ἀποδίδεται ἡ μορφὴ τοῦ ἐδάφους μὲ τὰς ἰσοϋψεῖς καμπύλας. Συνήθως ἡ ἰσαπόστασις λαμβάνεται ἴση πρὸς 1 ἢ 2 μέτρα.

Πῶς ἀποδίδονται μὲ τὰς ἰσοϋψεῖς καμπύλας τὰ διάφορα χαρακτηριστικὰ τῆς μορφῆς τοῦ ἐδάφους, δηλαδὴ αἱ κορυφαί, οἱ αὐχένες, αἱ μισγάγκειαι κλπ. ἐμφαίνεται εἰς τὸ σχῆμα 24·3 ε.

Διὰ νὰ ἀποδοθῇ εἰς τὸ τοπογραφικὸν σχέδιον ἡ μορφὴ τοῦ ἐδάφους, δηλαδὴ διὰ νὰ χαραχθοῦν αἱ ἰσοϋψεῖς καμπύλαι, πρέπει νὰ προηγηθῇ ἡ μικτὴ ἀποτύπωσις ἑνὸς ὡρισμένου ἀριθμοῦ κοινῶν σημείων. Πόσα καὶ ποῖα πρέπει νὰ εἶναι τὰ σημεῖα αὐτὰ δὲν ὑπάρχει ἀκριβὴς ἀπάντησις. Ὑπάρχουν μόνον ὡρισμέναι ἀρχαί, τὰς ὁποίας πρέπει νὰ ἔχῃ κανεὶς ὑπ' ὄψιν του. Αἱ ἀρχαὶ αὐταὶ εἶναι αἱ ἑξῆς:

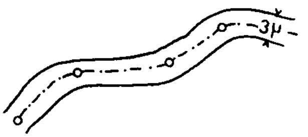
Ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ ἰσαπόστασις τῶν ἰσοϋψῶν καμπυλῶν τοῦ τοπογραφικοῦ σχεδίου, δηλαδὴ ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ κλῖμαξ τοῦ σχεδίου, τόσον μεγαλύτερος εἶναι καὶ ὁ ἀριθμὸς τῶν σημείων, ποὺ πρέπει νὰ ἀποτυπώσωμε.

Ἐξ ἄλλου ἡ πυκνότης τῶν κοινῶν σημείων ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν μορφὴν τοῦ ἐδάφους. Ὅπου τὸ ἔδαφος εἶναι ὁμοιόμορφον δὲν χρειάζονται πολλὰ σημεῖα. Ἀντιθέτως χρειάζονται πολλά, ὅπου ἡ μορφὴ τοῦ ἐδάφους ποικίλλει.

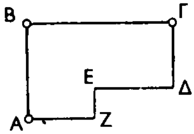
Κατὰ μῆκος τῶν κορυφογραμμῶν καὶ τῶν μισγαγκειῶν ἐκλέγεται ὁ ἀπαιτούμενος ἀριθμὸς κοινῶν σημείων διὰ νὰ ἀποδοθοῦν μὲ ἀρκετὴν πιστότητα τὰ βασικὰ αὐτὰ μορφολογικὰ στοιχεῖα.

Ὅλα τὰ σημεῖα ἀποδόσεως τῆς μορφῆς τοῦ ἐδάφους ἀποτυπώνονται ταχυμετρικῶς.

Ἂς ἔλθωμε τώρα εἰς τὰς λεπτομερείας τοῦ ἐδάφους. *Λεπτομερείας* ὀνομάζομε τοὺς ποταμούς, τοὺς δρόμους, τὰς οἰκοδομάς, τὰ ὅρια τῶν ἰδιοκτησιῶν, κλπ. Αἱ λεπτομέρειαι δὲν χρειάζεται νὰ ἀποτυπωθοῦν ἐξ ὁλοκλήρου ταχυμετρικῶς. Ἀρκεῖ νὰ γίνῃ ταχυμετρικὴ ἀποτύπωσις τῶν κυριωτέρων σημείων των. Π.χ. ἑνὸς δρόμου ἀποτυπώνομε ταχυμετρικῶς μόνον ὡρισμένα σημεῖα τοῦ ἄξονος (σχ. 24·1 γ) καὶ σημειώνομε τὸ πλάτος του εἰς τὸ σχετικὸν αὐτοσχέδιον (κροκὶ) τῆς ἀποτυπώσεως. Ἐπίσης τῆς οἰκοδομῆς ΑΒΓΔΕΖ (σχ. 24·1 δ) ἀποτυπώνομε ταχυμετρικῶς μόνον τὰ σημεῖα Α, Β καὶ Γ καὶ μετροῦμε τὰς πλευρὰς ΔΕ καὶ ΕΖ μὲ τὴν μετροταινίαν.



Σχ 24·1 γ.



Σχ. 24·1 δ.

Τὸ ἀντικείμενον τῆς ταχυμετρικῆς ἀποτυπώσεως ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν κλίμακα τοῦ τοπογραφικοῦ σχεδίου. Ἐὰν ἡ κλῖμαξ εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ 1/1 000, ὁπότε ἀπαιτεῖται μεγάλη ἀκρίβεια ἀποτυπώσεως, ἡ ταχυμετρικὴ ἀποτύπωσις περιορίζεται μόνον εἰς τὰ κοινὰ σημεῖα, δηλαδὴ εἰς τὰ σημεῖα ἀποδόσεως τῆς μορφῆς τοῦ ἐδάφους καὶ εἰς τὰ σημεῖα τῶν λεπτομερειῶν τοῦ ἐδάφους. Τῆς ταχυμετρικῆς ἀποτυπώσεως προηγεῖται τότε ἡ ἐγκατάστασις πολυγωνικοῦ δικτύου συμφώνως πρὸς ὅσα εἴπαμε εἰς τὴν Πολυγωνομετρίαν. Τὰ ὑψόμετρα τῶν κορυφῶν τῶν πολυγωνικῶν ὁδεύσεων προσδιορίζονται μὲ γεωμετρικὴν χωροστάθμησιν.

Ἐὰν ὅμως ἡ κλῖμαξ τοῦ τοπογραφικοῦ σχεδίου εἶναι μικροτέρα ἀπὸ 1/2 000, ὁπότε δὲν ἀπαιτεῖται μεγάλη ἀκρίβεια ἀποτυπώσεως, ἀντὶ τοῦ δικτύου τῶν πολυγωνικῶν ὁδεύσεων σχηματίζομε ἕνα δίκτυον ὁδεύσεων, ποὺ ὀνομάζονται *ταχυμετρικαί*. Αἱ κορυφαὶ τοῦ δικτύου αὐτοῦ, αἱ *στάσεις*, ὅπως ὀνομάζονται, ἀποτυπώνονται ταχυμετρικῶς, δηλαδὴ μὲ ὀπτικὴν μέτρησιν τῶν ὁριζοντίων ἀποστάσεων καὶ τριγωνομετρικὴν χωροστάθμισιν *συγχρόνως* μὲ τὰ κοινὰ σημεῖα. Καταβάλλεται ὅμως ἰδιαιτέρα προσπάθεια νὰ ἐπιτευχθῇ ἡ μεγίστη δυνατὴ ἀκρίβεια μέσα εἰς τὰ πλαίσια τῆς ταχυμετρικῆς ἀποτυπώσεως.

Ἡ σύγχρονος αὐτὴ ἀποτύπωσις συνεπάγεται μέγα κέρδος χρόνου, διότι εἰς κάθε κορυφὴν τοῦ ταχυμετρικοῦ δικτύου γίνεται *μία μόνον στάσις τοῦ ὀργάνου*. Κατὰ τὰ ἄλλα ἰσχύουν ὅσα εἴπαμε διὰ τὰς πολυγωνικὰς ὁδεύσεις.

Συνήθως, ὅταν ὁμιλοῦμε περὶ ταχυμετρικῆς ἀποτυπώσεως, ἐννοοῦμε τὴν περίπτωσιν δικτύου μὲ ταχυμετρικὰς ὁδεύσεις.

24·2 Ἐργασία ἐδάφους.

Καὶ εἰς τὰς δύο περιπτώσεις ἡ ταχυμετρικὴ ἀποτύπωσις χωρίζεται εἰς δύο φάσεις. Εἰς τὴν ἐργασίαν ἐδάφους καὶ εἰς τὴν ἐργασίαν γραφείου.

Τὸ συνεργεῖον, ποὺ ἐκτελεῖ τὴν ἐργασίαν ἐδάφους, ἀποτελεῖται ἀπὸ τὸν ἐπὶ κεφαλῆς, τὸν παρατηρητήν, τὸν σημειωτὴν καὶ δύο ἕως ἓξ στοχοφόρους.

Ὁ ἐπὶ κεφαλῆς τοῦ συνεργείου ἐκλέγει ἀφ' ἑνὸς μὲν τὰς στάσεις τοῦ ὀργάνου, ἀφ' ἑτέρου δὲ τὰ κοινὰ σημεῖα, δηλαδὴ τὰ σημεῖα ἀποδόσεως τῆς μορφῆς τοῦ ἐδάφους καὶ τὰ σημεῖα τῶν λεπτομερειῶν, πρὸς τὰ ὁποῖα κατευθύνει τοὺς στοχοφόρους.

Ἐπίσης κρατεῖ τὰ λεγόμενα αὐτοσχέδια (*κροκί*), δηλαδὴ σχεδιάζει μὲ «ἐλεύθερο χέρι» τὰς διαφόρους λεπτομερείας τοῦ ἐδάφους, ἐνῶ ἐκ παραλλήλου σημειώνει ἐπάνω εἰς τὸ αὐτοσχέδιον ὅλα τὰ κοινὰ σημεῖα μὲ τὸν αὔξοντα ἀριθμόν των. Τὰ κροκὶ αὐτὰ ἔχουν μεγάλην σημασίαν, διότι βάσει αὐτῶν συντάσσεται τὸ τοπογραφικὸν σχέδιον κατὰ τὴν ἐργασίαν γραφείου. Τὸ σχῆμα 24·2 α ἀποτελεῖ μέρος ἑνὸς αὐτοσχεδίου.

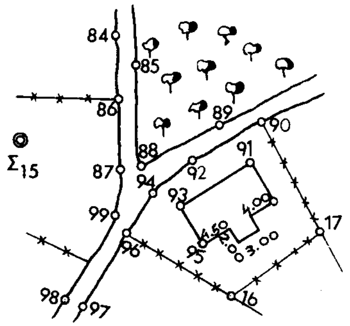
Ὁ παρατηρητὴς χειρίζεται τὸ ταχύμετρον.

Ὁ σημειωτὴς εἶναι ὁ ἄμεσος βοηθὸς τοῦ παρατηρητοῦ. Ἀναγράφει ἐπάνω εἰς τὸ λεγόμενον *ταχυμετρικὸν σημειωματάριον* ὅλας τὰς ἀναγνώσεις, ποὺ ἐκφωνεῖ ὁ παρατηρητής. Ἐὰν διὰ διαφόρους λόγους ἡ ἀποτύπωσις γίνεται μὲ βραδὺ ρυθμόν, ὁ σημειωτὴς καταργεῖται καὶ τὴν ἐργασίαν του κάνει ὁ παρατηρητής.

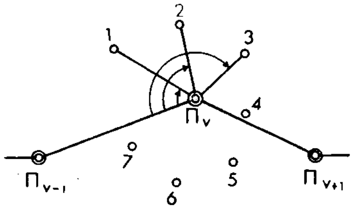
Οἱ *στοχοφόροι* τοποθετοῦν τὸν στόχον ἐπάνω εἰς τὰ κοινὰ σημεῖα. Ὁ ἀριθμὸς τῶν στοχοφόρων ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν δυσκολίαν μετακινήσεως, ποὺ παρουσιάζει τὸ ἔδαφος. Ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ δυσκολία αὐτὴ τόσον μεγαλύτερος εἶναι καὶ ὁ ἀριθμὸς τῶν στοχοφόρων, ὥστε νὰ μὴ ἐπιβραδύνεται ὁ ρυθμὸς τῆς ἀποτυπώσεως.

Ἂς ἔλθωμε τώρα εἰς τὴν ἐκτέλεσιν τῆς ἐργασίας ἐδάφους.

Ἐὰν ὁ σκελετὸς τῆς ἀποτυπώσεως ἀποτελῆται ἀπὸ πολυγωνικὰς ὁδεύσεις, ἀκολουθοῦμε τὴν διαδικασίαν, ποὺ περιεγράψαμε



Σχ. 24·2 α.

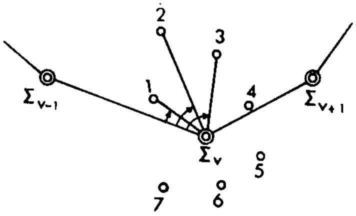


Σχ. 24·2 β.

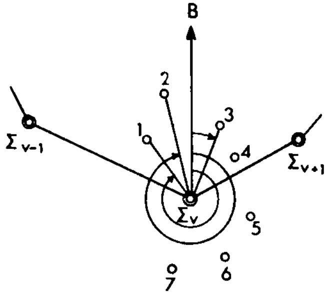
εἰς τὴν ταχυμετρικὴν ἀποτύπωσιν σημείου (κεφάλαιον 23) μὲ τὴν ἑξῆς διευκρίνισιν: Τὰς ὁριζοντίας γωνίας $\Pi_{\nu-1} - \Pi_\nu - 1$, $\Pi_{\nu-1} - \Pi_\nu - 2$, $\Pi_{\nu-1} - \Pi_\nu - 3$, κλπ. μετροῦμε ἀπ' εὐθείας, ἀφοῦ προηγουμένως κατευθύνωμε τὴν ὑποδιαίρεσιν 0 τοῦ ὁριζοντίου δίσκου πρὸς τὴν κορυφὴν $\Pi_{\nu-1}$ (σχ. 24 · 2 β). Ὑποτίθεται φυσικὰ ὅτι ἐργαζόμεθα μὲ ἐπαναληπτικὸν ταχύμετρον.

Ἐὰν ὁ σκελετὸς τῆς ἀποτυπώσεως ἀποτελῆται ἀπὸ ταχυμετρικὰς ὁδεύσεις, ἀκολουθοῦμε δύο μεθόδους ταχυμετρικῆς ἀποτυπώσεως, ποὺ διαφέρουν μόνον ὡς πρὸς τὴν μέτρησιν τῶν ὁριζοντίων γωνιῶν. Κατὰ τὴν πρώτην μέθοδον μετροῦμε τὰς ὁριζοντίας γωνίας $\Sigma_{\nu-1} - \Sigma_\nu - 1, \Sigma_{\nu-1} - \Sigma_\nu - 2, \Sigma_{\nu-1} - \Sigma_\nu - 3$, κλπ.

(σχ. 24 · 2 γ). Κατὰ τὴν δευτέραν μέθοδον μετροῦμε τὰ ἀζιμούθια τῶν διευθύνσεων $\Sigma_\nu - 1$, $\Sigma_\nu - 2$, $\Sigma_\nu - 3$, κλπ. (σχ. 24 · 2 δ). Συνήθως ἐφαρμόζεται ἡ δευτέρα μέθοδος, ἀλλὰ ἐμεῖς θὰ ἐξετάσωμε καὶ τὰς δύο.



Σχ. 24·2 γ.



Σχ. 24·2 δ.

1. *Μέθοδος μετρήσεως τῶν γωνιῶν $\Sigma_{\nu-1} - \Sigma_\nu - 1$ κλπ.*

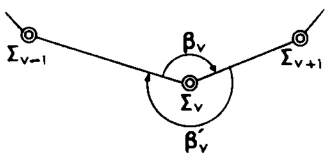
Ἐν πρώτοις εἰς κάθε στάσιν μετροῦμε τὴν ὁριζοντίαν γωνίαν $\Sigma_{\nu-1} - \Sigma_\nu - \Sigma_{\nu+1}$, ποὺ σχηματίζουν αἱ πλευραὶ τῆς ταχυμετρικῆς ὁδεύσεως. Μετροῦμε μάλιστα καὶ τὴν γωνίαν $\beta\nu$ καὶ τὴν $\beta'\nu$ (σχ. 24 · 2 ε). Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον εἴμεθα βέβαιοι ὅτι ἡ μέτρησις τῆς ὁριζοντίας γωνίας τῶν πλευρῶν $\Sigma_{\nu-1} - \Sigma_\nu$ καὶ $\Sigma_\nu - \Sigma_{\nu+1}$ ἔγινε σωστά, διότι πρέπει: $\beta\nu + \beta'_\nu = 4$ ὀρθαί.

Ἀκολουθεῖ ἡ μέτρησις τῶν ὁριζοντίων γωνιῶν $\Sigma_{\nu-1} - \Sigma_\nu - 1$, $\Sigma_{\nu-1} - \Sigma_\nu - 2$, κλπ., ἡ ὁποία γίνεται, ὅπως εἰς τὴν περίπτωσιν σκελετοῦ ἐκ πολυγωνικῶν ὁδεύσεων.

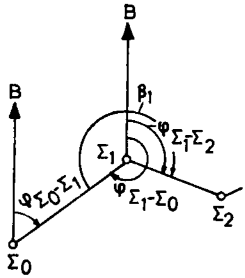
2. *Μέθοδος μετρήσεως ἀζιμουθίων.*

Κατὰ τὴν ἐφαρμογὴν τῆς μεθόδου αὐτῆς μετροῦμε τὰ ἀζιμούθια τῶν διευθύνσεων $\Sigma_\nu - 1$, $\Sigma_\nu - 2$, $\Sigma_\nu - 3$ κλπ. Συνεπῶς πρέπει εἰς κάθε στάσιν τοῦ ὀργάνου νὰ κατευθύνωμε τὴν ὑποδιαίρεσιν 0 τοῦ ὁριζοντίου δίσκου πρὸς τὸν μαγνητικὸν βορρᾶν. Πρὸς τοῦτο εἶναι ἀνάγκη νὰ γνωρίζωμε τὸ ἀζιμούθιον μιᾶς τουλάχιστον πλευρᾶς τῆς ταχυμετρικῆς ὁδεύσεως καὶ συγκεκριμένως τῆς πρώτης πλευρᾶς $\Sigma_0 - \Sigma_1$ (σχ. 24 · 2 ζ). Τὸ ἀζιμούθιον αὐτὸ μετρεῖται μὲ τὴν πυξίδα. Ἂς ἐξετάσωμε τώρα πῶς κατευθύνεται ἡ διαίρεσις 0 τοῦ ὁριζοντίου δίσκου πρὸς τὸν μαγνητικὸν βορρᾶν.

Τοποθετοῦμε τὸ ταχύμετρον εἰς τὴν στάσιν Σ_1 καί, ἀφοῦ τὸ ὁριζοντιώσωμε, συμπλέκομε τὸν ὁριζόντιον δίσκον μὲ τὸ κύριον σῶμα τοῦ ὀργάνου εἰς τρόπον, ὥστε, ὁπουδήποτε καὶ ἂν σκοπεύσωμε, νὰ κάνωμε τὴν σταθερὰν ἀνάγνωσιν $\varphi_{\Sigma_0 - \Sigma_1} + 2$ ὀρθαί. Ἡ



Σχ. 24·2 ε.



Σχ. 24·2 ζ.

ἀνάγνωσις αὐτὴ δὲν εἶναι ἄλλη ἀπὸ τὸ ἀζιμούθιον τῆς διευθύνσεως $\Sigma_1 - \Sigma_0$, δηλαδὴ ἀπὸ τὸ $\varphi_{\Sigma_1 - \Sigma_0}$ (σχ. 24 · 2 ζ).

Στρέφομε λοιπὸν τὴν σκοπευτικὴν γραμμὴν τοῦ τηλεσκοπίου πρὸς τὴν στάσιν Σ_0, ὁπότε τὸ 0 τοῦ ὁριζοντίου δίσκου κατευθύνεται ἀναγκαστικῶς πρὸς τὸν μαγνητικὸν βορρᾶν. Κατόπιν σταθεροποιοῦμε τὸν ὁριζόντιον δίσκον, δηλαδὴ τὸν ἀποσυμπλέκομε ἀπὸ τὸ κύριον σῶμα τοῦ ὀργάνου, καὶ μετροῦμε τὰ ἀζιμούθια τῶν διευθύνσεων $\Sigma_1 - \Sigma_2$, $\Sigma_1 - 1$, $\Sigma_1 - 2$, $\Sigma_1 - 3$, κλπ.

Κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον κατευθύνομε τὸ 0 τοῦ ὁριζοντίου δίσκου πρὸς τὸν μαγνητικὸν βορρᾶν καὶ μετροῦμε τὰ ἀζιμούθια τῶν διευθύνσεων $\Sigma_\nu - \Sigma_{\nu+1}$, $\Sigma_\nu - 1$, $\Sigma_\nu - 2$, $\Sigma_\nu - 3$, κλπ. καὶ ἀπὸ τὰς ἄλλας στάσεις.

Σπουδαία παρατήρησις: Ὅταν τοποθετήσωμε τὸ ταχύμετρον εἰς μίαν στάσιν καὶ πρὶν συμπλέξωμε τὸν ὁριζόντιον δίσκον μὲ τὸ κύριον σῶμα τοῦ ὀργάνου, μετροῦμε τὴν ἀντίστοιχον γωνίαν β τῶν πλευρῶν τῆς ταχυμετρικῆς ὁδεύσεως. Αὐτὸ τὸ κάνομε διὰ νὰ ἔχωμε ἕνα ἔλεγχον τῆς ἀκριβείας τῶν μετρήσεων. Π.χ. εἰς τὴν στάσιν Σ_1 μετροῦμε τὴν γωνίαν β_1 (σχ. 24·2ζ). Ἰσχύει ὅμως ἡ σχέσις:

$$\varphi_{\Sigma_1-\Sigma_2}=\beta_1-(2 \text{ ὀρθαὶ} -\varphi_{\Sigma_0-\Sigma_1}).$$

Συνεπῶς, ἐὰν ἡ τιμὴ τοῦ ἀζιμουθίου $\varphi_{\Sigma_1-\Sigma_2}$, ποὺ προκύπτει ἀπὸ τὴν σχέσιν αὐτήν, συμπίπτῃ μὲ τὴν τιμὴν τοῦ ἰδίου ἀζιμουθίου, ποὺ μετροῦμε μὲ τὸ ταχύμετρον, ἀφοῦ κατευθύνωμε τὸ 0 τοῦ ὁριζοντίου δίσκου πρὸς τὸν μαγνητικὸν βορρᾶν, ἔχει καλῶς. Ἄλλως σημαίνει ἢ ὅτι ἡ γωνία β_1 ἐμετρήθη ἐσφαλμένως ἢ ὅτι δὲν ἔγινε ὀρθὴ κατεύθυνσις τῆς διαιρέσεως 0 πρὸς τὸν μαγνητικὸν βορρᾶν.

Ἡ ὀπτικὴ μέτρησις τῶν πλευρῶν τῆς ταχυμετρικῆς ὁδεύσεως γίνεται πάντοτε δύο φοράς. Τὴν μὲν πρώτην ἀπὸ τὴν στάσιν Σ_ν πρὸς τὴν $\Sigma_{\nu+1}$, τὴν δὲ δευτέραν ἀπὸ τὴν $\Sigma_{\nu+1}$ πρὸς τὴν Σ_ν. Ἐπίσης διπλῆ μέτρησις γίνεται καὶ διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς ὑψομετρικῆς διαφορᾶς τῶν διαδοχικῶν στάσεων μὲ ἐμπροσθοσκόπευσιν ἀπὸ τὴν στάσιν $\Sigma_{\nu 1}$ καὶ ὀπισθοσκόπευσιν ἀπὸ τὴν στάσιν $\Sigma_{\nu+1}$.

Αἱ ἐνδείξεις τῶν διαφόρων μετρήσεων ἀναγράφονται εἰς ἕνα εἰδικὸν σημειωματάριον, ποὺ ὀνομάζεται *ταχυμετρικόν*. Ὁ Πίναξ 17 ἀποτελεῖ ἀπόσπασμα ἑνὸς τέτοιου σημειωματαρίου, ὅπου ἐμφαίνεται ὁ τρόπος καταγραφῆς τῶν ἐνδείξεων.

Κατὰ τὴν ἐργασίαν ἐδάφους συμπληρώνονται μόνον αἱ στῆλαι 1, 2, 3, 4, 5 καὶ 9. Αἱ στῆλαι 6, 7 καὶ 8 συμπληρώνονται κατὰ τὴν ἐργασίαν γραφείου, ὅπως θὰ ἴδοῦμε ἐν συνεχείᾳ.

24·3 Ἐργασία γραφείου.

Ἡ ἐργασία γραφείου διαιρεῖται εἰς δύο στάδια. Κατὰ τὸ πρῶτον στάδιον συμπληρώνεται τὸ ταχυμετρικὸν σημειωματάριον καὶ συγκεκριμένως αἱ στῆλαι 6, 7 καὶ 8. Κατὰ τὸ δεύτερον στάδιον συντάσσεται τὸ τοπογραφικὸν σχέδιον.

ΠΙΝΑΞ 17

Ὑπόδειγμα σελίδος ταχυμετρικοῦ σημειωματαρίου

Ἡμερομηνία...................... Παρατηρητής......................
Ὄργανον.......................... ....

(1) Σκοπευθὲν Σημεῖον	(2) Τμῆμα D Στόχου	(3) Ὕψος Σκοπεύσεως h	(4) Ζενιθία Γωνία		(5) Ὁριζοντία Γωνία		(6) Ὁριζοντία Ἀπόστασις	(7) Ὑψομετρικὴ Διαφορὰ	(8) Ὑψόμετρον	Παρατηρήσεις
			g	c	g	c	L	± ΔΗ	v	
				Στάσις $Σ_6$			(H = 1,39)		277,85	
$Σ_5$	57,50	1,29	107	43	000	00				
							56,50	— 6,63	271,32	
	57,00	1,28	292	56	200	00				
$Σ_7$	62,00	1,31	87	60	146	16				
							59,60	+11,77	289,62	
	62,00	1,31	312	39	346	17				
$Σ_5$					282	00				
					82	00				
$Σ_7$					28	16				
					228	16				
88	34	1,39	99	00	359	10	34,00	+ 0,49	278,34	
89	28	»	106	15	363	70	27,70	— 2,69	275,16	
90	35	3,39	108	15	378	50	34,40	— 4,44	273,41	
91	30	1,39	86	62	275	50	28,70	— 6,13	283,98	
92	95	3,39	110	05	57	80	92,60	—14,75	263,10	γωνία οἰ-
93	100	1,39	110	86	53	50	97,00	—16,73	259,12	κίας
94	92	»	110	84	41	60	89,30	—15,37	262,48	»
95	77	»	111	48	45	70	74,50	—13,59	264,26	»
96	36	»	112	29	66	20	34,70	— 6,78	271,07	
97	50	»	112	00	75	00	48,20	— 9,20	268,65	
98	23	»	112	58	83	20	22,10	— 4,43	273,42	
99	38	»	110	90	106	20	36,90	— 6,38	271,47	
100	55	»	95	15	211	10	54,70	+ 4,17	282,02	μανδρό-
101	49	»	87	30	257	40	47,10	+ 9,52	287,37	τοιχος
102	46	»	87	17	282	10	44,10	+ 9,03	286,87	»
103	64	»	87	14	254	10	61,00	+12,03	289,88	»
104	46	»	87	17	282	10	44,10	+ 9,02	286,87	
105	62	»	87	60	290	00	59,60	+11,77	289,62	
106	43	»	90	40	307	00	42,00	+ 6,39	284,24	
107	58	3,39	89	17	304	30	56,30	+ 9,67	287,52	

Ἡ συμπλήρωσις τῶν στηλῶν 6 καὶ 7 γίνεται, ὅπως εἴδαμε, μὲ τὴν βοήθειαν τῶν Ταχυμετρικῶν Πινάκων. Ὅσον ἀφορᾶ εἰς τὴν στήλην 8, δηλαδὴ εἰς τὴν στήλην τῶν ὑψομέτρων, ἐφαρμόζομε τὸν τύπον τῆς τριγωνομετρικῆς χωροσταθμίσεως:

$$\upsilon_M = \upsilon_\Sigma + (H - h) \pm \Delta H$$

καὶ ἐὰν $H = h$

$$\upsilon_M = \upsilon_\Sigma \pm \Delta H.$$

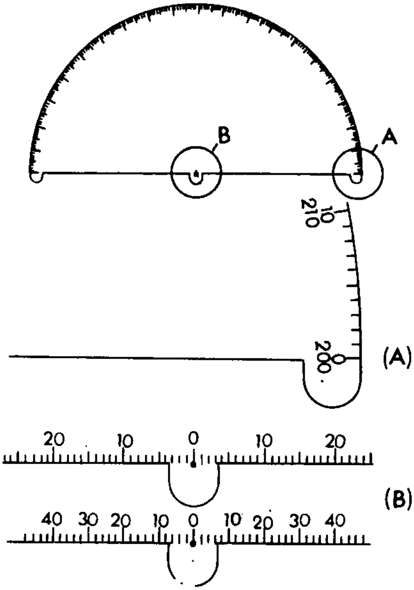
Π.χ. διὰ τὸ σημεῖον μὲ αὔξοντα ἀριθμὸν 96 εἶναι $\Delta H = -6{,}78$, ἄρα $\upsilon_M = 277{,}85 - 6{,}78 = 271{,}07$ m.

Ἀφοῦ γίνῃ ἡ συμπλήρωσις τοῦ ταχυμετρικοῦ σημειωματαρίου, ἀρχίζομε τὴν σχεδίασιν. Κατὰ πρῶτον τοποθετοῦμε ἐπάνω εἰς τὸ σχέδιον τὰς κορυφὰς τοῦ πολυγωνικοῦ ἢ τοῦ ταχυμετρικοῦ δικτύου, ποὺ ἐχρησίμευσε ὡς σκελετὸς τῆς ἀποτυπώσεως. Ἡ ἐργασία αὐτὴ γίνεται κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον εἴτε πρόκειται περὶ πολυγωνικῶν ὁδεύσεων, εἴτε περὶ ταχυμετρικῶν. Καὶ εἰς τὰς δύο περιπτώσεις προηγεῖται ὁ ὑπολογισμὸς τῶν ὁδεύσεων καὶ ἀκολουθεῖ ἡ σχεδίασις τῶν κορυφῶν των βάσει τῶν ὀρθογωνίων συντεταγμένων, ὅπως ἐμάθαμε εἰς τὴν Πολυγωνομετρίαν.

Διὰ τὴν σχεδίασιν τῶν κοινῶν σημείων χρησιμοποιοῦμε τὸν λεγόμενον *ἀναγωγέα* (σχ. 24·3 α). Ὁ ἀναγωγεὺς εἶναι ἕνα ἡμικύκλιον ἀπὸ χαρτόνι, τοῦ ὁποίου ἡ ἡμιπεριφέρεια εἶναι ὑποδιῃρημένη εἰς 200^g ἢ 180^0, ἀναλόγως πρὸς τὸ εἶδος τῶν ὑποδιαιρέσεων τοῦ ὁριζοντίου δίσκου τοῦ ταχυμέτρου. Ἡ διάμετρος τοῦ ἡμικυκλίου εἶναι ὑποδιῃρημένη εἰς mm καὶ ἀναλόγως τῆς κλίμακος σχεδιάσεως τὸ κάθε mm ἀντιστοιχεῖ εἰς 1 m διὰ κλίμακα 1 : 1 000, εἰς 2 m διὰ κλίμακα 1 : 2 000 κ.ο.κ. (Λεπτομέρεια Β σχ. 24·3 α).

Τέλος εἰς τὸ κέντρον τοῦ ἡμικυκλίου ὑπάρχει μία μικρὰ ὀπὴ τόσον, ὥστε νὰ ἐπιτρέπῃ τὴν δίοδον τῆς αἰχμῆς μιᾶς βελόνης.

Ἂς ὑποθέσωμε τώρα ὅτι θέλομε νὰ τοποθετήσωμε ἐπάνω εἰς τὸ σχέδιον τὸ σημεῖον μὲ αὔξοντα ἀριθμὸν 96, ποὺ ἐσκοπεύθη ἀπὸ τὴν στάσιν Σ_6. *Στοιχεῖα σκοπεύσεως*: ὁριζοντία γωνία $66^g\ 20^c$, ὁριζοντία ἀπόστασις: 34,70 m. Κλῖμαξ σχεδιάσεως: 1 : 1 000.

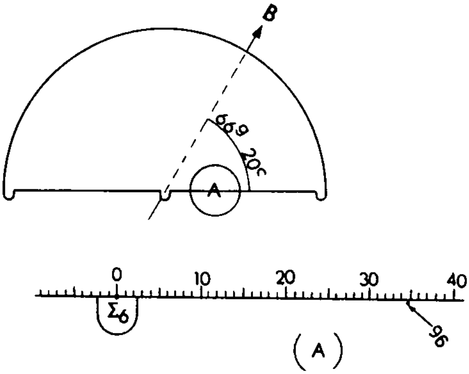


Σχ. 24·3 α.

Κατ' ἀρχὴν περνοῦμε τὴν βελόνην ἀπὸ τὸ κέντρον τοῦ ἀναγωγέως καὶ τὴν ἐμπήγομε ἀκριβῶς εἰς τὸ κέντρον τοῦ κυκλίσκου, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν στάσιν Σ_6. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον τὸ κέντρον τοῦ ἀναγωγέως καὶ ἡ στάσις Σ_6 συμπίπτουν. Ἀφ' ἑτέρου ὁ ἀναγωγεὺς εἶναι ἐλεύθερος νὰ στραφῇ γύρω ἀπὸ τὴν βελόνην.

Φέρομε εἰς σύμπτωσιν τὴν ὑποδιαίρεσιν τοῦ ἀναγωγέως 66^g καὶ 2/10 (ἡ ἐκτίμησις τῶν δεκάδων γίνεται μὲ τὸ μάτι) μὲ τὴν διεύθυνσιν τοῦ βορρᾶ, ποὺ ἔχομε χαράξει προηγουμένως (σχ. 24·3 β). Κατόπιν ἀναζητοῦμε ἐπάνω εἰς τὴν διάμετρον τοῦ ἀναγωγέως καὶ πρὸς τὰ δεξιὰ τοῦ κέντρου του, ἐφ' ὅσον ἡ ὁριζοντία γωνία εἶναι μικροτέρα ἀπὸ 2 ὀρθάς, τὴν ὑποδιαίρεσιν 34,70. Ἐκεῖ μὲ τὴν μύτην τοῦ μολυβιοῦ μας σημειώνομε μίαν κοκκίδα.

ἡ ὁποία παριστᾶ τὸ σημεῖον 96 (σχ. 24·3β, λεπτομέρεια Α). Μὲ τὸν ἴδιον τρόπον τοποθετοῦμε ἐπάνω εἰς τὸ σχέδιον καὶ τὰ ἄλλα κοινὰ σημεῖα.

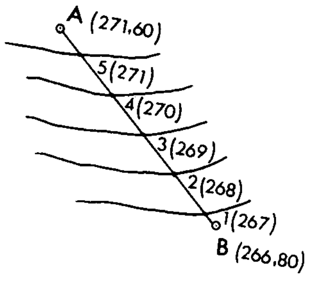


Σχ. 24·3 β.

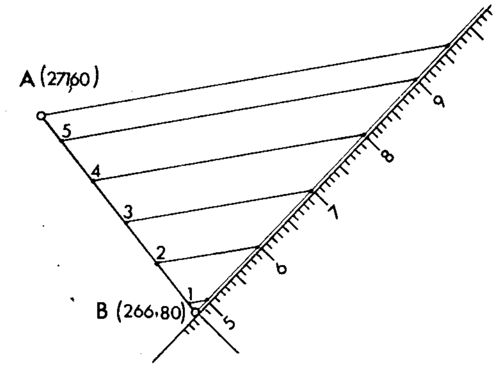
Ἀφοῦ τοποθετήσωμε ὅλα τὰ κοινὰ σημεῖα ἐπάνω εἰς τὸ σχέδιον, συνδέομε τὰ σημεῖα λεπτομερειῶν μεταξύ των. Ἡ ἐργασία αὐτὴ εἶναι πολὺ λεπτὴ καὶ ἐὰν θὰ ἐπιτύχῃ ἢ ὄχι ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν ἀκρίβειαν, μὲ τὴν ὁποίαν ἔχουν σχεδιασθῆ τὰ διάφορα αὐτοσχέδια (κροκὶ) κατὰ τὴν ἐργασίαν ἐδάφους.

Ἡ τελευταία φάσις τῆς συντάξεως τοῦ τοπογραφικοῦ σχεδίου συνίσταται εἰς τὴν χάραξιν τῶν ἰσοϋψῶν καμπυλῶν. Πρώτη μας ἐργασία εἶναι νὰ ἑνώσωμε μὲ συνεχεῖς γραμμὰς τὰ σημεῖα τῶν κορυφογραμμῶν καὶ μὲ διακεκομμένας τὰ σημεῖα τῶν μισγαγκειῶν. Αὐτὸ μᾶς διευκολύνει πολὺ εἰς τὴν ἀπόδοσιν τῆς μορφῆς τοῦ ἐδάφους. Ἔπειτα ἑνώνομε μὲ εὐθείας γραμμὰς διάφορα σημεῖα τοῦ τοπογραφικοῦ σχεδίου, ὅπως π.χ. τὰ σημεῖα Α καὶ Β τοῦ σχήματος 24·3γ.

Εἶναι φανερὸν ὅτι αἱ ἰσοϋψεῖς καμπύλαι τῆς περιοχῆς θὰ τμήσουν τὴν εὐθεῖαν ΑΒ εἰς τὰ σημεῖα 1, 2, 3, 4 καὶ 5, μὲ ἀντίστοιχα ὑψόμετρα 267, 268, 269, 270 καὶ 271 m. Ὁ ἀκριβὴς προσδιορισμὸς τῶν σημείων 1 ἕως 5 γίνεται μὲ μίαν βοηθητικὴν εὐθεῖαν, ἡ ὁποία διέρχεται ἀπὸ τὸ σημεῖον Β. Ἐπὶ τῆς εὐθείας αὐτῆς τοποθετοῦμε τὸ ὑποδεκάμετρόν μας, ὅπως φαίνεται εἰς τὸ σχῆμα 24 · 3 δ καὶ σημειώνομε μὲ κοκκίδας τὰ σημεῖα, ποὺ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰς ὑποδιαιρέσεις 5, 6, 7, 8, 9, καὶ 9,60 τοῦ ὑποδεκαμέτρου.



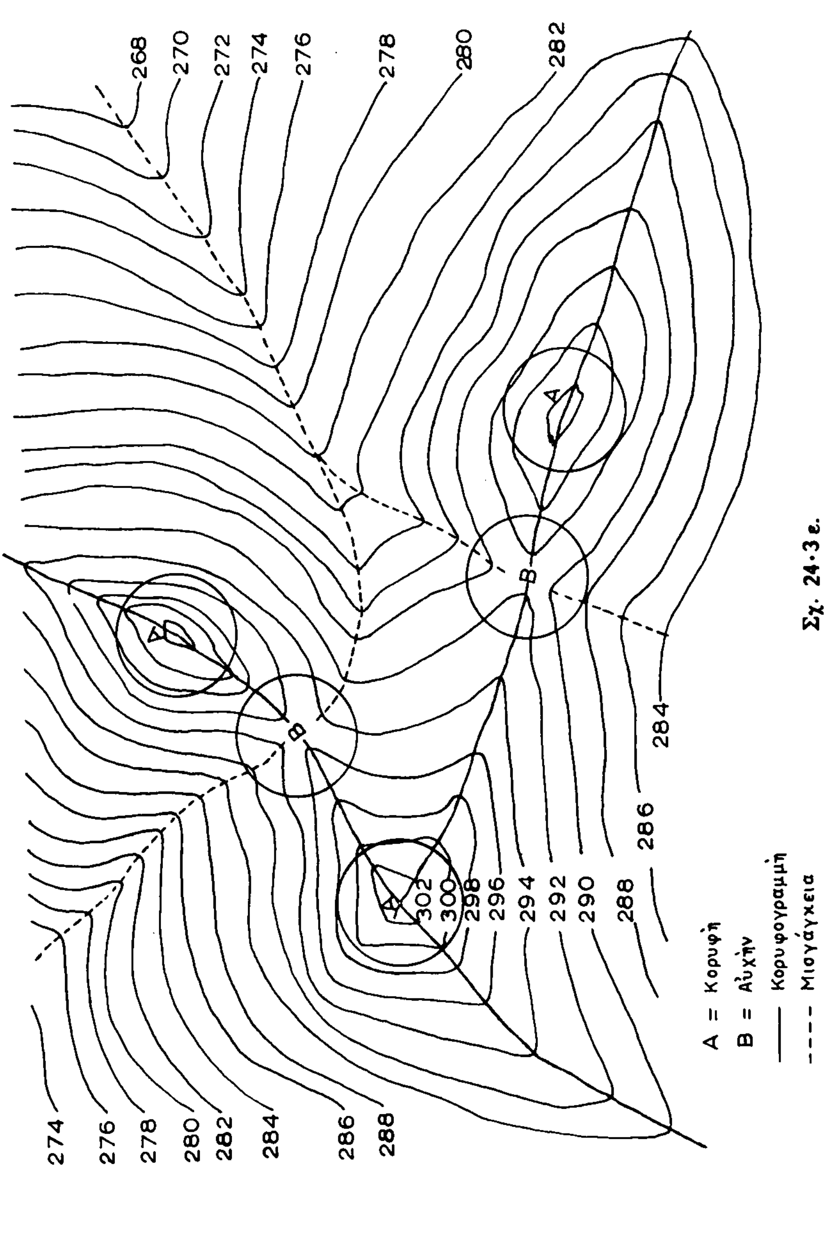
Σχ. 24·3 γ.



Σχ. 24 · 3 δ.

Ἑνώνομε τὸ σημεῖον τῆς ὑποδιαιρέσως 9,60 μὲ τὸ σημεῖον Α καὶ φέρομε παραλλήλους ἀπὸ τὰ ὑπόλοιπα σημεῖα τῆς βοηθητικῆς εὐθείας. Ὅπου αἱ παράλληλοι αὐταὶ τέμνουν τὴν εὐθεῖαν ΑΒ, ὁρίζονται τὰ σημεῖα 1 ἕως 5. Κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον ὁρίζονται τὰ σημεῖα τῶν ἰσοϋψῶν καμπυλῶν καὶ ἀπὸ τὰς ἄλλας εὐθείας, ποὺ ἑνώνουν τὰ κοινὰ σημεῖα.

Τελικῶς αἱ ἰσοϋψεῖς καμπύλαι παρουσιάζουν τὴν μορφὴν τοῦ σχήματος 24 · 3 ε. Εἰς τὸ σχῆμα αὐτὸ ὑποδεικνύονται καταλλήλως τὰ κυριώτερα μορφολογικὰ στοιχεῖα τοῦ ἐδάφους, διὰ τὰ ὁποῖα ἔγινε λόγος εἰς τὴν ἀρχὴν τῆς παραγράφου αὐτῆς.


268
270
272
274
276
278
280
282
284
286
288
290
292
294
296
298
300
302
274
276
278
280
282
284
286
288
A
B
A
B
A
A = Κορυφή
B = Αὐχὴν
—— Κορυφογραμμή
---- Μισγάγκεια

Σχ. 24·3 ε.

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟΝ

ΕΚΤΥΠΩΣΙΣ - ΒΙΒΛΙΟΔΕΣΙΑ: ΓΡΑΦΙΚΑΙ ΤΕΧΝΑΙ "ΑΣΠΙΩΤΗ - ΕΛΚΑ" Α. Ε.