



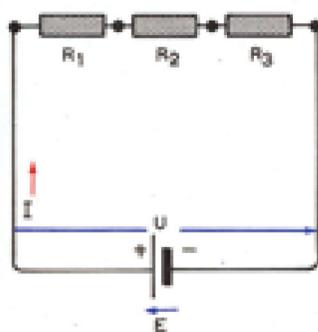
# ΗΛΕΚΤΡΟΤΕΧΝΙΑ I

Γεωργίου Κ. Κοκκινάκη

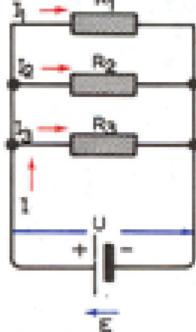
ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ ΠΑΝ/ΜΙΟΥ ΠΑΤΡΩΝ

Γεωργίου Ιωάν. Καρύδη

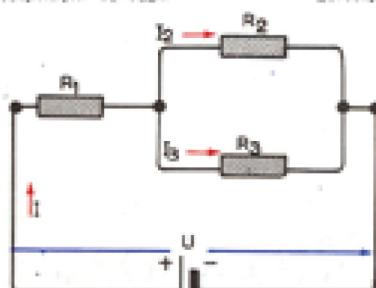
ΔΙΠΛ. ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ



Συνθετική σε σειρά.



Συνθετική παράλληλη.



Συνθετική μεταξύ



1954

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ  
ΧΡΥΣΟΥΝ ΜΕΤΑΛΛΙΟΝ ΑΚΑΔΗΜΙΑΣ ΑΘΗΝΩΝ



## ΠΡΟΛΟΓΟΣ ΙΔΡΥΜΑΤΟΣ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ

Ο Ευγένιος Ευγενίδης, ο ιδρυτής και χορηγός του «Ιδρύματος Ευγενίδου», πολύ νωρίς προέβλεψε και σχημάτισε την πεποίθηση ότι η άρτια κατάρτιση των τεχνικών μας, σε συνδυασμό με την εθνική αγωγή, θα ήταν αναγκαίος και αποφασιστικός παράγων για την πρόοδο του Έθνους μας.

Την πεποίθησή του αυτή ο Ευγενίδης εκδήλωσε με τη γενναιόφρονα πράξη ευεργεσίας, να κληροδοτήσει σεβαστό ποσό για τη σύσταση Ιδρύματος, που θα είχε ως σκοπό να συμβάλλει στην τεχνική εκπαίδευση των νέων της Ελλάδας.

Έτσι, το Φεβρουάριο του 1956 συστήθηκε το «Ίδρυμα Ευγενίδου», του οποίου τη διοίκηση ανέλαβε η αδελφή του Μαρ. Σίμου, σύμφωνα με την επιθυμία του διαθέτη. Το έργο του Ιδρύματος συνεχίζει από το 1981 ο κ. Νικόλαος Βερνίκος - Ευγενίδης.

Από το 1956 έως σήμερα η συμβολή του Ιδρύματος στην τεχνική εκπαίδευση πραγματοποιείται με διάφορες δραστηριότητες. Όμως απ' αυτές η σημαντικότερη, που κρίθηκε από την αρχή ως πρώτης ανάγκης, είναι η έκδοση βιβλίων για τους μαθητές των Τεχνικών και Επαγγελματικών Σχολών και Λυκείων.

Μέχρι σήμερα, με τη συνεργασία με τα Υπουργεία Εθνικής Παιδείας και Θρησκευμάτων και Εμπορικής Ναυτιλίας, εκδόθηκαν εκατοντάδες τόμοι βιβλίων, που έχουν διατεθεί σε πολλά εκατομμύρια αντίτυπα. Τα βιβλία αυτά κάλυπταν ή καλύπτουν ανάγκες των Κατωτέρων και Μέσων Τεχνικών Σχολών του Υπ. Παιδείας, των Σχολών του Οργανισμού Απασχολήσεως Εργατικού Δυναμικού (ΟΑΕΔ), των Τεχνικών και Επαγγελματικών Λυκείων, των Τεχνικών Επαγγελματικών Σχολών και των Δημοσίων Σχολών Εμπορικού Ναυτικού.

Μοναδική φροντίδα του Ιδρύματος σ' αυτή την εκδοτική του προσπάθεια ήταν και είναι η συγγραφή και έκδοση βιβλίων ποιότητας, από άποψη όχι μόνον επιστημονική, παιδαγωγική και γλωσσική, αλλά και ως προς την εμφάνιση, ώστε το βιβλίο να αγαπηθεί από τους μαθητές.

Για την επιστημονική και παιδαγωγική αρτιότητα των βιβλίων τα κείμενα υποβάλλονται σε πολλές επεξεργασίες και βελτιώνονται πριν από κάθε νέα έκδοση συμπληρούμενα καταλλήλως.

Ιδιαίτερη σημασία απέδωσε το Ίδρυμα από την αρχή στη γλωσσική διατύπωση των βιβλίων, γιατί πιστεύει ότι και τα τεχνικά βιβλία, όταν είναι γραμμένα σε γλώσσα σωστή και ομοιόμορφη αλλά και κατάλληλη για τη στάθμη των μαθητών, μπορούν να συμβάλλουν στη γλωσσική κατάρτιση των μαθητών.

Έτσι, με απόφαση που ίσχυσε ήδη από το 1956, όλα τα βιβλία της Βιβλιοθήκης του Τεχνίτη, δηλαδή τα βιβλία για τις τότε Κατώτερες Τεχνικές Σχολές, όπως αργότερα και για τις Σχολές του ΟΑΕΔ, ήταν γραμμένα σε γλώσσα δημοτική, με βάση τη γραμματική του Τριανταφυλλίδη, ενώ όλα τα άλλα βιβλία ήταν γραμμένα στην απλή καθαρεύουσα. Σήμερα ακολουθείται η γραμματική που διδάσκεται στα σχολεία της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Η γλωσσική επεξεργασία των βιβλίων ανατίθε-

ται σε φιλολόγους του Ιδρύματος και έτσι εξασφαλίζεται η ενιαία σύνταξη και ορολογία κάθε κατηγορίας βιβλίων.

Η ποιότητα του χαρτιού, το είδος των τυπογραφικών στοιχείων, τα σωστά σχήματα, η καλαίσθητη σελιδοποίηση, το εξώφυλλο και το μέγεθος του βιβλίου, περιλαμβάνονται και αυτά στις φροντίδες του Ιδρύματος και συμβάλλουν στη σωστή «λειτουργικότητα» των βιβλίων.

Το Ίδρυμα θεώρησε ότι είναι υποχρέωσή του, σύμφωνα με το πνεύμα του ιδρυτή του, να θέση στη διάθεση του Κράτους όλη αυτή την πείρα του των 20 ετών, αναλαμβάνοντας το 1978 και την έκδοση των βιβλίων για τις νέες Τεχνικές Επαγγελματικές Σχολές και τα Τεχνικά και Επαγγελματικά Λύκεια, σύμφωνα πάντοτε με τα εγκεκριμένα Αναλυτικά Προγράμματα του Π.Ι. και του ΥΠΕΠΘ.

#### ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΕΚΔΟΣΕΩΝ ΙΔΡΥΜΑΤΟΣ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ

Μιχαήλ Αγγελόπουλος, ομ. καθηγητής ΕΜΠ, Πρόεδρος.

Αλέξανδρος Σταυρόπουλος, ομ. καθηγητής Πανεπιστημίου Πειραιώς, Αντιπρόεδρος.

Ιωάννης Τεγόπουλος, καθηγητής ΕΜΠ.

Σταμάτης Παλαιοκρασάς, Ηλεκτρολόγος Μηχανικός, Σύμβουλος Παιδαγωγικού Ινστιτούτου.

Χρήστος Σιγάλας, Δ/ντής Σπ. Δευτ. Εκπαιδεύσεως ΥΠΕΠΘ.

Σύμβουλος εκδόσεων του Ιδρύματος Κ. Α. Μανάφης, καθηγ. Φιλ. Σχολής Παν/μίου Αθηνών.

Γραμματέας της Επιτροπής, Γεώργιος Ανδρεάκος.

#### Διατελέσαντα μέλη ή σύμβουλοι της Επιτροπής

Γεώργιος Κακριδής (1955-1959) Καθηγητής ΕΜΠ, Άγγελος Καλογεράς (1957-1970) Καθηγητής ΕΜΠ, Δημήτριος Νιάνιας (1957-1965) Καθηγητής ΕΜΠ, Μιχαήλ Σπετσιέρης (1956-1959), Νικόλαος Βασιώπης (1960-1967), Θεόδωρος Κουζέλης (1968-1976) Μηχ. Ηλ. ΕΜΠ, Παναγιώτης Χατζηιωάννου (1977-1982) Μηχ. Ηλ. ΕΜΠ, Αλέξανδρος Ι. Παππάς (1955-1983) Καθηγητής ΕΜΠ, Χρυσόστομος Καρουνίδης (1955-1984) Μηχ. Ηλ. ΕΜΠ, Γεώργιος Ρουάσσος (1970-1987) Χημ.-Μηχ. ΕΜΠ, Δρ. Θεοδόσιος Παπαθεοδοσίου (1982-1984) Δ/ντής Σπουδών Δευτεροβάθμιας Εκπαιδεύσεως ΥΠΕΠΘ, Ιγνάτιος Χατζηευστρατίου (1985-1988) Μηχανολόγος, Δ/ντής Σπουδών Δευτεροβάθμιας Εκπαιδεύσεως ΥΠΕΠΘ, Γεώργιος Σταματίου (1988-1990) Ηλεκτρολόγος ΕΜΠ, Δ/ντής Σπουδών Δευτεροβάθμιας Εκπαιδεύσεως ΥΠΕΠΘ, Σωτ. Γκλαβάς (1989-1993), Φιλόλογος, Δ/ντής Σπουδών Δευτεροβάθμιας Εκπαιδεύσεως ΥΠΕΠΘ.



# ΗΛΕΚΤΡΟΤΕΧΝΙΑ Ι

ΓΕΩΡΓΙΟΥ ΚΩΝ/ΝΟΥ ΚΟΚΚΙΝΑΚΗ  
ΤΑΚΤΙΚΟΥ ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ ΠΑΝ/ΜΙΟΥ ΠΑΤΡΩΝ

ΓΕΩΡΓΙΟΥ ΙΩΑΝ. ΚΑΡΥΔΗ  
ΔΙΠΛ. ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ

ΑΘΗΝΑ  
1999



**Α' ΕΚΔΟΣΗ 1979**

**Β' ΕΚΔΟΣΗ 1985**



## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το βιβλίο αυτό γράφτηκε σύμφωνα με την ωλη που καθόρισε το Υπουργείο Παιδείας για τη διδασκαλία των μαθημάτων της Ηλεκτροτεχνίας στη Β' τάξη των Τεχνικών και Επαγγελματικών Λυκείων. Η όλη αυτή ζέκινά από τις πολύ βασικές έννοιες του Ηλεκτρισμού (τι είναι ρεύμα, τάση, αντίσταση, κλπ), περνά από τις συνεχές ρεύμα, το μαγνητικό πεδίο, τους πυκνωτές, το μονοφασικό και τριφασικό εναλλασσόμενο ρεύμα και καταλήγει σε ειδικά θέματα Ηλεκτροτεχνίας. Σκοπός της είναι να δώσει στο μαθητή του Τεχνικού Λυκείου τις απαραίτητες ηλεκτροτεχνικές γνώσεις για την παρακολούθηση άλλων πιο ειδικευμένων μαθημάτων και βέβαια τις γνώσεις που θα του χρειασθούν κατόπιν στην δικηση του επαγγέλματός του. Ακόμα έχει σαν σκοπό να δώσει γερές βάσεις Ηλεκτροτεχνίας σε όσους θα ακολουθήσουν ανάτερες και ανώτατες σπουδές.

Από την ωλη που αναφέρθηκε, ο μαθητής της Β' Τεχνικού Λυκείου έχει ήδη ορισμένες γνώσεις, που αποκόμισε από τη διδασκαλία των μαθημάτων «Φυσική Πειραματική» της Γ' Γυμνασίου, «Ηλεκτρικές Εφαρμογές» της Α' Τεχνικού και Επαγγελματικού Λυκείου, κ.ά. Οι γνώσεις αυτές επαναλαμβάνονται εδώ αλλά πιο συνοπτικά, ώστε ο μαθητής να έχει ολοκληρωμένη την απαραίτητη ωλη της Ηλεκτροτεχνίας σε ένα βιβλίο και να μην χρειάζεται να ανατρέχει σε άλλες πηγές.

Ιδιαίτερη προσπάθεια καταβλήθηκε στο να γίνουν τα διάφορα αντικείμενα όσο το δυνατόν πιο απλά και καταληπτά, χωρίς φυσικά να ζημιαθεί η ορθότητά τους, και ακόμα στο να παρουσιασθούν με τον τρόπο που ενδιαφέρει ένα Τεχνικό - Ηλεκτρολόγο. Επισήμως η περγραφή και ερμηνεία των διαφόρων φαινομένων δεν είναι εδώ αυτοσκοπός όπως στη διδασκαλία του Ηλεκτρισμού και Μαγνητισμού στη Φυσική, αλλά το μέσο για να φθάσει ο μαθητής σύντομα και με τα απαραίτητα εφόδια στις πρακτικές εφαρμογές.

Οι γνώσεις που προαπαιτούνται για την ανάγνωση του βιβλίου αυτού έχουν ήδη διδαχθεί στα πλαίσια των μαθημάτων «Μαθηματικά» και «Φυσική» του Γυμνασίου και της Α' τάξεως του Τεχνικού και Επαγγελματικού Λυκείου. Ιδιαίτερα είναι απαραίτητα στοιχεία διανυσματικού λογισμού. Ο μαθητής θα διαπιστώσει επίσης ότι χρησιμοποιούνται στοιχειώδη διαφορικά και ολοκληρώματα. Οι έννοιες του διαφορικού και του ολοκληρώματος έχουν ήδη δοθεί στην Α' τάξη του Τεχνικού και Επαγγελματικού Λυκείου, ώστε δεν πρέπει να παρουσιασθεί κανονικά διασκολία στην αντιμετώπιση τους εδώ. Παρ' όλα αυτά η κατανόηση των αντικειμένων που περιγράφονται δεν στηρίζεται σε διαφορικά ή ολοκληρώματα, που μπορούν έτσι να παραλειφθούν σε περίπτωση που οι μαθητές δεν θα έχουν τις απαραίτητες γνώσεις.

Το βιβλίο αποτελείται από εξί μέρη που έχουν χωρισθεί σε δύο τόμους. Ο πρώτος τόμος περιλαμβάνει τις πρώτες βασικές ηλεκτροτεχνικές γνώσεις, το συνεχές ρεύμα και το μαγνητικό πεδίο, ο δεύτερος τόμος τους πυκνωτές, το εναλλασσόμενο ρεύμα και ειδικά θέματα (ανορθωτές, θερμοστοιχεία).

Για εξάσκηση στη χρησιμοποίηση των τύπων και των μονάδων και για να αποκτήσει ο μαθητής αντιληψη της τάξεως μεγέθους των διαφόρων ηλεκτροτεχνικών μεγεθών σε πρακτικές περιπτώσεις, δίνονται στο τέλος κάθε παραγράφου αριθμητικές εφαρμογές. Εκάστη στο τέλος κάθε τόμου υπάρχει σε παράρτημα συλλογή ασκήσεων προς λύση από τους μαθητές. Σε κάθε δικηση δίνεται το αποτέλεσμα για να μπορεί να ελεγχθεί η ορθότητα της λύσεως.

Αν ληφθεί υπ' όψη ο χρόνος που γράφτηκε και εκδόθηκε το βιβλίο αυτό, θα πρέπει να υπάρχουν περιθώρια διορθώσεως τυπογραφικών κλπ. λαβών, όπως και βελτιώσεων στην παρουσίαση της ωλης. Επισήμως είναι ευπρόσδεκτη κάθε υπόδειξη προς την κατεύθυνση αυτή, ώστε να ληφθεί υπ' όψη σε επόμενη έκδοση.

Αθήνα, Νοέμβριος 1978

Οι συγγραφείς



## ΠΡΩΤΟ ΜΕΡΟΣ

### ΟΙ ΠΡΩΤΕΣ ΒΑΣΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

#### ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΡΩΤΟ

##### ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΗΣ ΥΛΗΣ – ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΦΟΡΤΙΟ Ο ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ COULOMB

###### 1.1 Οι ηλεκτρικές ιδιότητες της ύλης και το ηλεκτρικό φορτίο.

Οι πρώτες παρατηρήσεις επάνω στίς δράσεις του ηλεκτρισμού έγιναν στην αρχαία Ελλάδα. Γύρω στα 600 π.Χ. ο Θαλής ο Μιλήσιος παρετήρησε ότι το **ηλεκτρο** (κεχριμπάρι), όταν τριφθεί σε ένα στεγνό ύφασμα, αποκτά την ικανότητα να έλκει διάφορα ελαφρά αντικείμενα, π.χ. πολύ μικρά κομμάτια ξύλου. Από το ηλεκτρο δόθηκε στο φαινόμενο αυτό η ονομασία **ηλεκτρισμός**.

Περισσότερες γνώσεις στο θέμα **ηλεκτρισμός** έδωσε ο Γάλλος Φυσικός *C. Dufay* το 1733, που διέκρινε, ότι πρέπει να υπάρχουν δύο ειδη ηλεκτρισμού και ότι τα διάφορα σώματα μπορούν, ύστερα από τριβή, να χωρισθούν σε δύο ομάδες.

Για να γίνουν κατανοητές οι παρατηρήσεις του *Dufay* εξετάζομε δύο σώματα, ένα από κάθε ομάδα, σαν αντιπροσωπευτικές περιπτώσεις: το **γυαλί** και τον **εβονίτη** (καουτσούκ). Παρατηρούμε ότι όταν πλησιάσουμε μεταξύ τους δύο κομμάτια γυαλιού, που έχουν τριφθεί με στεγνό ύφασμα ή άλλο κατάλληλο υλικό, **απωθούνται**, όπως επίσης απωθούνται και δύο κομμάτια εβονίτη. Αντίθετα, το γυαλί και ο εβονίτης **ελκούνται**.

Όσο περισσότερο τριφθούν το γυαλί και ο εβονίτης, τόσο μεγαλύτερη είναι η **ποσότητα ηλεκτρισμού** που αποκτούν, τόσο μεγαλύτερες είναι οι δυνάμεις ελέξεως ή απωθήσεως, που εξασκούνται αμοιβαία επάνω τους.

Ο ηλεκτρισμός, που εμφανίζεται στο γυαλί ύστερα από τριβή, ονομάζεται **θετικός**, ενώ ο ηλεκτρισμός του εβονίτη **αρνητικός**.

Η ποσότητα του ηλεκτρισμού ενός σώματος ονομάζεται **ηλεκτρικό φορτίο**.

Γενικά οι παρατηρήσεις του *Dufay* συνοψίζονται στον παρακάτω βασικό νόμο:

**Τα «ομώνυμα» ηλεκτρισμένα σώματα (αυτά που έχουν μόνο θετικό ή μόνο αρνητικό ηλεκτρικό φορτίο) απωθούνται, ενώ τα «ετερώνυμα» ηλεκτρισμένα σώματα (θετικά και αρνητικά φορτισμένα) ελκονται.**

Λίγο πριν, από τον *Dufay*, το 1729, ο Άγγλος Φυσικός *S. Gray* είχε παρατηρήσει, ότι τα διάφορα σώματα μπορούν να χωρισθούν σε δύο μεγάλες κατηγορίες, σύμφωνα με την ηλεκτρική συμπεριφορά τους. Μία κατηγορία σωμάτων. π.χ. το γυαλί, ο εβονίτης κλπ., διατηρούνται σε ηλεκτρισμένη κατάσταση για μεγάλο χρονικό διάστημα, αντίθετα με την άλλη κατηγορία, π.χ. τα μέταλλα, που ο ηλεκτρισμός τους διαδίδεται αμέσως σε όλη την επιφάνειά τους. Τα σώματα της πρώτης κατηγορίας ονομάζονται **μονωτές** ή **μονωτικά** και της δεύτερης **αγωγοί**. Βέβαια, μεταξύ αυτών των οριακών περιπτώσεων (μονωτές-αγωγοί), υπάρχουν και ενδιάμεσες υποκατηγορίες, π.χ. λιγότερο καλοί αγωγοί, λιγότερο καλοί μονωτές κλπ.

Τα ηλεκτρικά φαινόμενα αποδόθηκαν αρχικά σε κάποιο **ρευστό** με διάφορες ιδιότητες, το οποίο βρίσκεται σε όλα τα σώματα, περισσότερο στα θετικά φορτισμένα και λιγότερο στα αρνητικά, ώστε να μπορεί να ρέει από το ένα σώμα στο άλλο. Η θεωρία άμως αυτή, όπως και άλλες ανάλογες, δεν μπόρεσε να επαληθευθεί πειραματικά.

Η ερμηνεία των φαινομένων του ηλεκτρισμού στηρίζεται σήμερα στις γνώσεις, που αποκτήθηκαν από τις αρχές του 20ου αιώνα, σχετικά με τη συγκρότηση της ύλης. Όπως ξέρομε, όλα τα σώματα — στερεά, υγρά και αέρια — αποτελούνται από μόρια και άτομα.

**Μόρια** είναι τα ελάχιστα τεμάχια της ύλης, που δεν μπορούν να χωρισθούν σε μικρότερα μέρη με μηχανικά μέσα και διατηρούν όλες τις ιδιότητες του σώματος, από το οποίο προέρχονται. Τα μόρια είναι δυνατό να διαχωρισθούν με χημικά μέσα σε μικρότερα μέρη που ονομάζονται **άτομα**.

Κάθε άτομο είναι ένα σύνθετο σύνολο, που αποτελείται από πολλά μικρότερα σωματίδια. Τα κυριότερα από αυτά είναι:

α) τα ηλεκτρόνια, β) τα πρωτόνια και γ) τα νετρόνια, που ονομάζονται και ουδετερόνια.

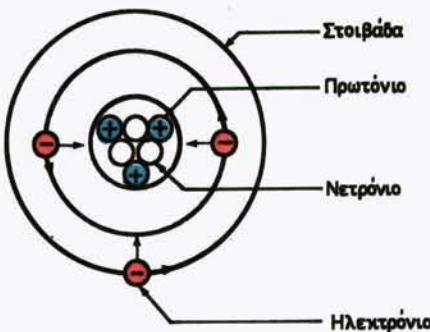
Με πειράματα, αποδείχθηκε ότι τα ηλεκτρόνια όλων των σωμάτων είναι όμοια μεταξύ τους και ότι είναι **αρνητικά ηλεκτρισμένα**, δηλαδή έχουν ηλεκτρισμό όμοιο με τον ηλεκτρισμό του εβονίτη. Ακόμα, διαπιστώθηκε ότι η ποσότητα του ηλεκτρίσμου ενός ηλεκτρονίου είναι σταθερή και η μικρότερη, που μπορεί να μετρηθεί στη φύση. Την ποσότητα αυτή, που δεν μπορεί να χωρισθεί σε μικρότερα τμήματα ονομάζουμε **θεμελιακό ηλεκτρικό φορτίο** και τη χαρακτηρίζουμε με το σύμβολο e. Οποιοδήποτε ηλεκτρικό φορτίο είναι πολλαπλάσιο του e.

Το ηλεκτρόνιο μπορούμε να το φαντασθούμε, σε πολύ χονδρική προσέγγιση, σαν μικρότατο ηλεκτρισμένο σφαιρίδιο με τις ίδιες πάντα διαστάσεις, την ίδια μάζα και το ίδιο φορτίο. (Η μάζα του ηλεκτρονίου είναι ισοδύναμη με  $9,1 \cdot 10^{-31}$  kg, ενώ η διάμετρός του, αν θεωρηθεί σφαιρίδιο, είναι της τάξεως των  $4 \cdot 10^{-15}$  m).

Τη θέση των ηλεκτρονίων και των άλλων σωματιδίων στο άτομο μας δίνει ένα **μοντέλο του ατόμου**, που παρουσίασαν οι Φυσικοί *Bohr* και *Rutherford*,

στις αρχές του αιώνα μας.

Σύμφωνα με αυτό, το άτομο αποτελεί μικρογραφία ενός πλανητικού συστήματος (σχ. 1.1). Τα πρωτόνια και τα νετρόνια σχηματίζουν τον **πυρήνα** του ατόμου και βρίσκονται στο κέντρο του και σε μικρές μεταξύ τους αποστάσεις. Τα **ηλεκτρόνια** βρίσκονται σε πολύ μεγάλη, σχετικά με τις διαστάσεις τους, απόσταση από τον πυρήνα και περιστρέφονται σαν πλανήτες γύρω από αυτόν, επάνω σε καθορισμένες στρώσεις, που ονομάζονται **στοιβάδες**. Κάθε στοιβάδα μπορεί να περιλάβει ορισμένο αριθμό ηλεκτρονίων και χαρακτηρίζεται από την ενέργεια ενός ηλεκτρονίου, που κινείται επάνω σε αυτή.



Σχ. 1.1.

Το **πρωτόνιο** είναι βαρύ σωμάτιο ύλης (περίπου 1830 φορές βαρύτερο από ένα ηλεκτρόνιο με ολική μάζα  $1,67 \cdot 10^{-27}$  kg), που φέρει ποσότητα **θετικού ηλεκτρισμού** ίση και αντίθετη προς το ηλεκτρικό φορτίο ενός ηλεκτρονίου. Όλα τα πρωτόνια, από οποιοδήποτε στοιχείο και αν προέρχονται είναι όμοια μεταξύ τους.

Το **νετρόνιο** είναι και αυτό βαρύ σωμάτιο με μάζα ουσιαστικά ίση με του πρωτονίου, αλλά ηλεκτρικά ουδέτερο. Το νετρόνιο, επομένως, προσθέτει βάρος στον πυρήνα, όχι όμως και ηλεκτρικό φορτίο.

Στη φυσική τους κατάσταση τα άτομα είναι ηλεκτρικά **ουδέτερα**, δηλαδή δεν εξασκούν δυνάμεις σε ηλεκτρικά φορτία. Αυτό σημαίνει ότι ο αριθμός των ηλεκτρονίων ενός ατόμου είναι ίσος με τον αριθμό των πρωτονίων, ώστε να εξουδετερώνονται τα φορτία τους.

Η φυσική ουδέτερη κατάσταση του ατόμου μπορεί να διαταραχθεί, όταν επιδράσει στο άτομο κάποια εξωτερική αιτία. Τέτοια αιτία μπορεί να είναι π.χ. η σύγκρουση του ατόμου με άλλο σωματίδιο, προσβολή με φως κλπ. Το άτομο ανταλλάσσει τότε ένα ποσό ενέργειας και το αποτέλεσμα είναι ή να χάσει ένα ή περισσότερα από τα ηλεκτρόνιά του, ή να προσλάβει επί πλέον ηλεκτρόνια. Και στις δύο περιπτώσεις το άτομο αποβάλλει την ουδέτερη κατάστασή του. Αν χάσει ηλεκτρόνια, εμφανίζεται **θετικά ηλεκτρισμένο**, ενώ αν προσλάβει, εμφανίζεται **αρνητικά ηλεκτρισμένο**. Τα ηλεκτρισμένα (θετικά ή αρνητικά) άτομα ονομάζονται **ιόντα**.

Με τη δομή του ατόμου, όπως την περιγράψαμε, εξηγείται ως εξής η εμφάνιση ηλεκτρισμού σε σώμα ύστερα από τριβή: Με την τριβή δύο διαφορετικών σωμάτων, π.χ. γυαλιού με μάλλινο ύφασμα, αποχωρίζονται ηλεκτρόνια από το ένα σώμα και πηγαίνουν στο άλλο, με αποτέλεσμα να δημιουργηθούν στο ένα σώμα θετικά ιόντα, δηλαδή **έλλειψη ηλεκτρονίων**, και στο άλλο αρνητικά, δηλαδή **πλεόνασμα ηλεκτρονίων**. Επισήμως, όταν αποχωρισθούν τα δύο σώματα, το ένα εμφανίζεται με θετικό φορτίο και το άλλο με αρνητικό. Το ποιο σώμα δίνει και ποιο παίρνει ηλεκτρόνια, εξαρτάται από τη φύση του σώματος.

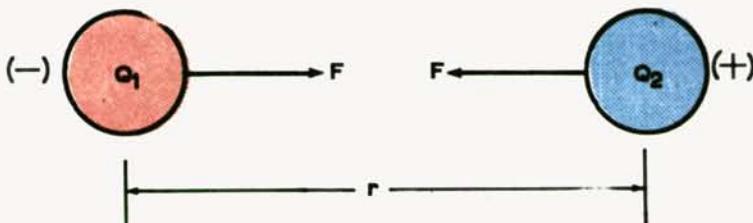
Γενικά, **ηλεκτρισμός εμφανίζεται, όταν διαχωρίσουμε με οποιοδήποτε τρόπο ετερόνυμα ηλεκτρικά φορτία, υπερνικώντας τις ελεκτικές δυνάμεις που τα κρατούν ενωμένα, ώστε να δημιουργηθεί σε ένα σώμα έλλειψη ηλεκτρονίων και στο άλλο πλεόνασμα.**

Από όσα είπαμε, καθίσταται φανερό ότι ηλεκτρικά φορτία δεν παράγονται γιατί προϋπάρχουν στη φύση, μέσα στην ύλη. Οι δράσεις των φορτίων, δηλαδή του ηλεκτρισμού, εμφανίζονται, όταν διαχωρισθούν τα φορτία σε θετικά και αρνητικά.

## 1.2 Ο Νόμος του Coulomb και η διηλεκτρική σταθερά.

Το 1785 ο Γάλλος Φυσικός *C. Coulomb* διετύπωσε τον ποσοτικό νόμο του ηλεκτρισμού, δηλαδή προσδιόρισε το μέγεθος των ηλεκτρικών δυνάμεων (ελεκτικών ή απωθητικών), που αναπτύσσονται μεταξύ δύο ηλεκτρισμένων σωμάτων.

Ο *Coulomb* χρησιμοποίησε για το πείραμά του δύο ηλεκτρικά φορτισμένα σφαιριδιά με φορτία  $Q_1$  και  $Q_2$  ευρισκόμενα σε κάποια απόσταση  $r$  μεταξύ τους (σχ. 1.2).



Σχ. 1.2.

Το πείραμα του *Coulomb* απέδειξε ότι: το μέτρο  $F$  της αναπτυσσόμενης ηλεκτρικής δυνάμεως μεταξύ των σφαιριδίων είναι ανάλογο προς τα ηλεκτρικά φορτία  $Q_1$  και  $Q_2$  και αντίστροφα ανάλογο προς το τετράγωνο της αποστάσεώς τους  $r$ :

$$F = k \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \quad (1.1)$$

όπου κ είναι συντελεστής, που εξαρτάται από το υλικό μεταξύ των σφαιριδίων και από τις μονάδες των τριών μεγεθών F, Q και r.

Στην Ηλεκτροτεχνία χρησιμοποιείται σήμερα αποκλειστικά το **διεθνές σύστημα μονάδων S.I.**, (*Système International*), που προτάθηκε από τον Ιταλό καθηγητή G. Giorgi το 1901 και καθιερώθηκε παγκόσμια το 1935. Το σύστημα αυτό περιλαμβάνει τρεις θεμελιώδεις μηχανικές μονάδες, το **μέτρο - mètre** - (m) για το μήκος, το **χιλιόγραμμο - kilogram** - (kg) για τη μάζα και το **δευτερόλεπτο - second** - (sec ή s) για το χρόνο, και μια θεμελιώδη ηλεκτρική μονάδα, το **ampér - Ampère** - (A) για την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος. **To σύστημα S.I.** ονομάζοταν παλαιότερα, σύστημα M.K.S.A. από τα αρχικά των τεσσάρων βασικών μονάδων του.

Στο σύστημα S.I. μονάδα δυνάμεως είναι το **νευτώνιο ή νιούτον - Newton - (N)**, που ισοδυναμεί με 1/9,81 kp, δηλαδή με το 1/9,81 της ελεκτικής δυνάμεως, που ασκεί η βαρύτητα της γης σε ένα kg. Μονάδα έργου είναι το **τζάουλ - Joule - (J)** και μονάδα ισχύος το **βαττ - Watt - (W)**. Με το σύστημα αυτό προκύπτουν σαν παράγωγες μονάδες όλες οι καθιερωμένες μονάδες της ηλεκτροτεχνίας, όπως θα γνωρίσουμε στη συνέχεια του βιβλίου, δηλαδή το **κουλόμητρο - Coulomb - (C)** για το ηλεκτρικό φορτίο, το **βολτ - Volt - (V)** για την τάση, το **ωμό - Ohm - (Ω)** για την αντίσταση.

Με την εφαρμογή των πιο πάνω μονάδων στον τύπο (1.1), προσδιορίζεται η σταθερά k σε:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon} \quad (1.2)$$

Το μέγεθος  $\epsilon$ , που εμφανίζεται στον τύπο (1.2) ονομάζεται **διηλεκτρική σταθερά** και εξαρτάται από το παρεμβαλλόμενο μονωτικό υλικό μεταξύ των δύο σφαιριδίων. Γενικά, για κάθε μονωτικό υλικό ισχύει:

$$\boxed{\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \quad (1.3)$$

όπου  $\epsilon_0$  είναι η διηλεκτρική σταθερά του κενού και με μεγάλη προσέγγιση του αέρα.

$$\boxed{\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot \frac{C^2}{N \cdot m^2}} \quad (1.4)$$

$\epsilon_r$  είναι η σχετική διηλεκτρική σταθερά που ορίζει πόσες φορές η διηλεκτρική σταθερά ενός μονωτικού υλικού είναι μεγαλύτερη από τη διηλεκτρική σταθερά του κενού  $\epsilon_0$ .

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad (1.5)$$

Ενδεικτικά, παραθέτομε στον πίνακα 1.2.1 τις τιμές της σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς  $\epsilon_r$  μερικών υλικών.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 1.2.1.**

$\epsilon_r$	Κενό - αέρας 1	Χαρτί - Παραφίνη 1,8 - 2,6	Πορσελάνη 4 - 7	Γυαλί 6 - 10
--------------	-------------------	-------------------------------	--------------------	-----------------

### Αριθμητικό παράδειγμα.

Δίνονται δύο σφαιρίδια ηλεκτρικά φορτισμένα με  $Q_1 = 1 \text{ C}$  και  $Q_2 = 1 \text{ C}$  σε απόσταση  $r = 1 \text{ m}$ . Παρεμβαλλόμενο μονωτικό είναι ο αέρας ( $\epsilon_r = 1$ ). Να ευρεθεί η αναπτυσσόμενη δύναμη  $F$  σε N και kp.

**Σημείωση.** Δεν έχει σημασία, αν τα ηλεκτρικά φορτία είναι θετικά ή αρνητικά, γιατί οι ελεκτικές δυνάμεις ή οι δυνάμεις απωθήσεως είναι ίδιες.

**Λύση.**

$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi \cdot \epsilon \cdot r^2} = \frac{C^2}{4\pi \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \frac{C^2}{N \cdot m^2}} = 9 \cdot 10^9 \text{ N}$$

$$F = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \approx 9 \cdot 10^8 \text{ kp.}$$


---

Στο παραπάνω παράδειγμα, αν η απόσταση  $r = 1000 \text{ m}$ , τότε η δύναμη  $F = 900 \text{ kp}$ .

Από το παράδειγμα αυτό, γίνεται αντιληπτό ότι η μονάδα C είναι τεράστια, εφ' όσον, ακόμη και σε απόσταση 1 km, δύο σώματα με φορτίο 1 C έλκονται ή απωθούνται με δύναμη 900 kp. Για το λόγο αυτό, χρησιμοποιούνται στην πράξη υποπολλαπλάσια της μονάδας C και συνήθως το **μικροκουλόμπ** ( $\mu\text{C}$ ), δηλαδή το εκατομμυριοστό του C. .

$$1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C} \quad (1.6)$$

Το φορτίο ενός ηλεκτρονίου είναι:

$$q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} = 1,6 \cdot 10^{-13} \mu\text{C} \quad (1.7)$$

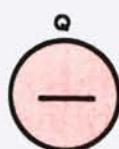

---

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΥΤΕΡΟ

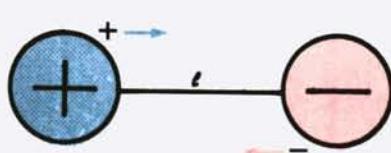
### ΡΕΥΜΑ – ΕΝΤΑΣΗ

#### 2.1 Η κίνηση των ηλεκτρικών φορτίων.

Για να διαπιστώσουμε την κίνηση των ηλεκτρικών φορτίων ή την **ηλεκτρική ροή**, όπως ονομάζεται η κίνηση αυτή, εκτελούμε το παρακάτω πείραμα: Παίρνουμε δύο μεταλλικές σφαίρες με το ίδιο ηλεκτρικό φορτίο  $Q$  αλλά φορτισμένες τη μία θετικά και την άλλη αρνητικά και τις τοποθετούμε σε κάποια απόσταση μεταξύ τους (σχ. 2.1α).



Σχ. 2.1α.



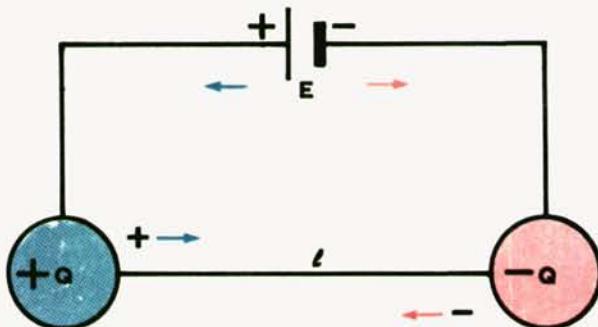
Σχ. 2.1β.

Με κατάλληλο όργανο ελέγχομε το φορτίο κάθε σφαίρας και, με διαδοχικές μετρήσεις παρατηρούμε ότι τα φορτία στις σφαίρες μένουν αμετάβλητα, όσο οι σφαίρες βρίσκονται μακριά η μία από την άλλη. Αν τις ενώσουμε όμως με ένα μεταλλικό σύρμα  $l$  (σχ. 2.1β), θα παρατηρήσουμε, ότι, μέσα σε ελάχιστο χρονικό διάστημα, οι σφαίρες χάνουν το φορτίο τους και ολόκληρο το παραπάνω σύστημα φθάνει σε κατάσταση ισορροπίας, δηλαδή σε ουδέτερη ηλεκτρικά κατάσταση.

Για να ερμηνεύσουμε το φαινόμενο αυτό, πρέπει να παραδεχθούμε ότι τα ηλεκτρικά φορτία **κινήθηκαν** μέσα από το αγώγιμο σύρμα, ή τα θετικά προς τα αρνητικά, ή τα αρνητικά προς τα θετικά, ή συγχρόνως και τα δύο, ώστε μετά την ισορρόπηση του συστήματος, να υπάρχει επάνω σε κάθε σφαίρα η ίδια ποσότητα θετικών και αρνητικών φορτίων.

Μία **συνεχή κίνηση** των ηλεκτρικών φορτίων μπορούμε να επιτύχομε, αν συνδέσουμε τις δύο σφαίρες του σχήματος 2.1β με μια ηλεκτρική πηγή  $E$  συνεχούς ρεύματος (σχ. 2.1γ).

**Ηλεκτρική πηγή συνεχούς ρεύματος είναι μια συσκευή ή μηχανή, η οποία είναι σε θέση να διατηρεί δύο αγωγούς, που ονομάζονται «πόλοι» της πηγής, συνεχώς φορτισμένους με αντίθετα ηλεκτρικά φορτία.** Ο θετικά φορτισμένος αγω-



Σχ. 2.1γ.

γός ονομάζεται **θετικός πόλος** και συμβολίζεται με +, ενώ ο αρνητικά φορτισμένος αγωγός ονομάζεται **αρνητικός πόλος** και συμβολίζεται με -.

Αν οι δύο πόλοι της πηγής έχουν ίσα ηλεκτρικά φορτία με τις σφαίρες και συνδεθούν με αυτές, όπως φαίνεται στο σχήμα 2.1γ, παρατηρούμε, ότι αν και υφίσταται η αγώγιμη σύνδεση / οι δύο σφαίρες διατηρούν τα ηλεκτρικά τους φορτία. Για να συμβαίνει αυτό, θα πρέπει η ηλεκτρική πηγή Ε να προμηθεύει συνέχεια ηλεκτρικά φορτία, ώστε να αναπληρώνει αυτά που ανταλλάσουν οι δύο σφαίρες, σύμφωνα με όσα παραπάνω περιγράψαμε. Άρα ηλεκτρικά φορτία **κινούνται** συνεχώς στους αγωγούς.

Ποια ακριβώς φορτία κινούνται στις δύο περιπτώσεις και σε ποια κατεύθυνση θα γνωρίσουμε στην επόμενη παράγραφο.

## 2.2 Το ηλεκτρικό ρεύμα.

Για να κατανοήσουμε το μηχανισμό της ηλεκτρικής ροής στις διατάξεις που περιγράψαμε προηγουμένως, ανατρέχομε στα όσα αναφέραμε στην παράγραφο 1.1 για τη συγκρότηση της ύλης.

Ένα μεταλλικό σώμα, π.χ. ένα σύρμα, αποτελείται από ένα μεγάλο πλήθος **ατόμων**. Τα άτομα των μετάλλων περιλαμβάνουν στην εξωτερική ηλεκτρονική στοιβάδα τους ένα μικρό σχετικά αριθμό **ηλεκτρονίων**. Τα ηλεκτρόνια αυτά είναι χαλαρά συνδεδεμένα με τους πυρήνες των ατόμων του μετάλλου, και πολύ εύκολα, ακόμα και με μόνη την επίδραση των γειτονικών τους ατόμων, αποσυνδέονται από τα άτομά τους. Δημιουργείται έτσι μέσα στη μάζα του μετάλλου ένα πλήθος ηλεκτρονίων (ονομάζεται και **νέφος ηλεκτρονίων**), που δεν ανήκουν σε συγκεκριμένα άτομα, αλλά περιπλανώνται ακατάστατα στα ενδιάμεσα κενά των ατόμων του. Αυτά τα ηλεκτρόνια τα ονομάζουμε **ελεύθερα ηλεκτρόνια ή ηλεκτρόνια αγωγιστηράς**.

Ας υποθέσουμε τώρα ότι τα άκρα του σύρματος συνδέονται στους πόλους μιας ηλεκτρικής πηγής. Τότε το νέφος των ηλεκτρονίων απωθείται από τον αρνητικό πόλο της πηγής και έλκεται από το θετικό.

**Μία τέτοια ομαδική και προσανατολισμένη κίνηση των ηλεκτρικών φορτίων μέσα σε ένα σώμα, λέγεται «ηλεκτρικό ρεύμα».**

Άρα, στη διάταξη του σχήματος 2.1γ, το ηλεκτρικό ρεύμα σχηματίζεται από **ηλεκτρόνια** που ρέουν από τον αρνητικό πόλο της πηγής προς το θετικό πόλο. Και επειδή ο αρνητικός πόλος συνεχώς τροφοδοτεί με ηλεκτρόνια τους αγωγούς θα πρέπει η πηγή να μεταφέρει στο εσωτερικό της ίσο αριθμό ηλεκτρονίων από το θετικό πόλο στον αρνητικό. Ετσι, το ηλεκτρικό ρεύμα ρέει συνεχώς σε μια κλειστή διαδρομή.

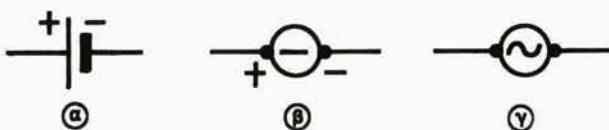
Ανάλογα, γίνεται φανερό, ότι στον αγωγό *I* του σχήματος 2.1β κινήθηκαν **ηλεκτρόνια** από τη σφαίρα με το αρνητικό φορτίο προς τη σφαίρα με το θετικό, ώσπου να εξουδετερωθεί το έλλειμμα της σφαίρας αυτής.

**Μία κλειστή διαδρομή από αγωγούς και ηλεκτρική πηγή, όπως στο σχήμα 2.1γ, μέσα στην οποία μπορεί να ρέει ρεύμα συνεχώς, ονομάζεται «κύκλωμα».** Το τμήμα του κυκλώματος έξω από την πηγή ονομάζεται **εξωτερικό κύκλωμα**, ενώ το τμήμα μέσα στην πηγή **εσωτερικό κύκλωμα**. Το εξωτερικό κύκλωμα περιλαμβάνει συνήθως, εκτός από τους αγωγούς και διάφορα εξαρτήματα, όπως **διακόπτες**, για τη διακοπή του ρεύματος, **ηλεκτρικές συσκευές (καταναλώσεις)**, στις οποίες χρησιμοποιείται το ρεύμα για την εκτέλεση ορισμένης εργασίας, **όργανα μετρήσεως**, για τη μέτρηση του ρεύματος, κλπ.

Όταν σε ένα κύκλωμα ρέει ρεύμα, λέμε ότι το κύκλωμα είναι **κλειστό**, ενώ όταν σε ένα σημείο του διακόπτεται το κύκλωμα και δεν ρέει ρεύμα, λέμε ότι το κύκλωμα είναι **ανοικτό**.

Μία πηγή συνεχούς ρεύματος, όπως αυτή που συνδέσαμε στο κύκλωμα του σχήματος 2.1γ, δημιουργεί ρεύμα που κινείται πάντοτε στην **ιδια κατεύθυνση**, από τον αρνητικό προς το θετικό πόλο και, επί πλέον, τη ηλεκτρόνια του έχουν **σταθερή ταχύτητα ροής**. Το ρεύμα αυτό ονομάζεται **συνεχές ρεύμα**.

Η πηγή συνεχούς ρεύματος παριστάνεται με το σύμβολο του σχήματος 2.2(a), που χρησιμοποιήσαμε ήδη στο κύκλωμα του σχήματος 2.1γ ή με το σύμβολο του σχήματος 2.2(β). Και στα δύο σύμβολα είναι σημειωμένος ο θετικός και αρνητικός πόλος της πηγής.



Σχ. 2.2.

Εκτός όμως από τις πηγές συνεχούς ρεύματος, υπάρχουν και πηγές **μεταβαλλομένου ρεύματος**. Ένα μεταβαλλόμενο ρεύμα είτε δεν ρέει πάντοτε στην ίδια κατεύθυνση, είτε η ταχύτητα ροής των ηλεκτρονίων του δεν παραμένει σταθερή, είτε συμβαίνουν και τα δύο μαζί.

Μία σπουδαία μορφή μεταβαλλομένου ρεύματος είναι το **εναλλασσόμενο**

**ρεύμα**, που θα γνωρίσομε αργότερα, στο οποίο μεταβάλλεται περιοδικά η φορά του ρεύματος στο κύκλωμα και συνεχώς η ταχύτητα ροής των ηλεκτρονίων του. Οι πηγές εναλλασσομένου ρεύματος έχουν επίσης δύο πόλους οι οποίοι όμως γίνονται εναλλακτικά θετικοί και αρνητικοί ώστε τα ηλεκτρόνια κινούνται μία φορά προς τον ένα πόλο, κατόπιν προς τον άλλο κ.ο.κ. Η πηγή εναλλασσομένου ρεύματος παριστάνεται με το σύμβολο του σχήματος 2.1γ, χωρίς να σημειώνεται θετικός και αρνητικός πόλος.

Το ηλεκτρικό ρεύμα ήταν γνωστό από παλιά, όταν δεν γνώριζαν ακόμα ότι υπήρχαν τα ηλεκτρόνια, πρωτόνια, νετρόνια και τα άλλα σωματίδια του ατόμου και φαντάζονταν τον ηλεκτρισμό σαν ένα μυστηριώδες ρευστό, που πλεόναζε στα θετικά ηλεκτρισμένα σώματα και είχε έλλειμμα στα αρνητικά.

Με αυτή τη θεωρία, ήταν λογικό να υποτεθεί ότι το ηλεκτρικό ρεύμα σχηματίζεται από τη φυγή του ρευστού αυτού από το θετικά ηλεκτρισμένο σώμα προς το αρνητικά ηλεκτρισμένο, για να συμπληρώσει το έλλειμμα που υπάρχει εκεί. Ορίσθηκε λοιπόν από τότε ότι **φορά (κατεύθυνση) του ηλεκτρικού ρεύματος, σε ένα οποιοδήποτε εξωτερικό κύκλωμα, είναι η κατεύθυνση από το θετικό πόλο της πηγής προς τον αρνητικό, ενώ στο εσωτερικό της πηγής, η κατεύθυνση είναι από τον αρνητικό πόλο προς το θετικό.**

Με βάση αυτή την υποθετική φορά του ηλεκτρικού ρεύματος, έχουν διαμορφωθεί πλήθος κανόνες και ορισμοί, που δεν είναι εύκολο να τους αλλάξουμε. Γι' αυτό, στη συνέχεια του βιβλίου αυτού δεχόμαστε **συμβατικά** ότι η φορά του ηλεκτρικού ρεύματος σε ένα κύκλωμα συνεχούς ρεύματος, είναι από το θετικό πόλο (+) προς τον αρνητικό (-) έξω από την πηγή και από τον αρνητικό (-) στο θετικό (+) μέσα στην πηγή. Πρέπει όμως να θυμόμαστε, ότι αυτό δεν είναι σωστό και ότι, στην πραγματικότητα, το ηλεκτρικό ρεύμα σχηματίζεται σε μεταλλικούς αγωγούς πάντα από ηλεκτρόνια, που κινούνται αντίθετα και μόνο σε ορισμένες περιπτώσεις σχηματίζεται από θετικά ιόντα, που κινούνται σύμφωνα με τη συμβατική αυτή διεύθυνση.

### 2.3 Η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος – Πυκνότητα του ηλεκτρικού ρεύματος.

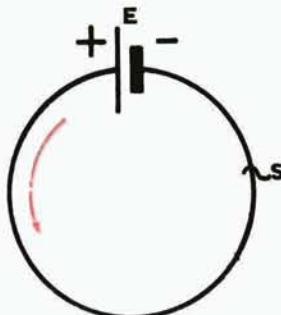
Παίρνομε ένα απλό κύκλωμα με μία πηγή συνεχούς ρεύματος E και ένα συρμάτινο μεταλλικό αγωγό και θεωρούμε μια διατομή S του αγωγού (κάθετη τομή στον άξονά του, (σχ. 2.3.).

Έστω Q το ηλεκτρικό φορτίο, που περνά από τη διατομή S σε χρονικό διάστημα t δευτερολέπτων. Το φορτίο αυτό είναι σταθερό σε οποιοδήποτε διάστημα t δευτερολέπτων, εφ' όσον στο κύκλωμα ρέει συνεχές ρεύμα. Το ηλεκτρικό φορτίο, που περνά από τη διατομή S σε ένα δευτερόλεπτο (1 s), δηλαδή Q/t, είναι επίσης σταθερό και ονομάζεται **ένταση του ρεύματος** ή απλά **ρεύμα** και παριστάνεται με το γράμμα I.

$$I = \frac{Q}{t} \quad \frac{C}{s} \quad (1)$$

Άρα η ένταση του συνεχούς ρεύματος είναι σταθερή.

Από τον ορισμό, που δώσαμε, γίνεται φανερό ότι η ένταση του ρεύματος είναι ανάλογη με την ταχύτητα ροής των ηλεκτρονίων. Όσο μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα αυτή, τόσο περισσότερα ηλεκτρόνια περνούν από τη διατομή του αγωγού στη μονάδα του χρόνου, δηλαδή τόσο μεγαλύτερη είναι η ένταση του ρεύματος.



Σχ. 2.3

**Η ταχύτητα ροής των ηλεκτρονίων** (ή του ρεύματος) είναι πάντοτε μικρή, δηλαδή μερικά χλιοστά ή εκατοστά του μέτρου ανά δευτερόλεπτο. Μόλις όμως κλείσει το κύκλωμα αρχίζει σχεδόν αμέσως η προσανατολισμένη κίνηση των ηλεκτρονίων σε ολόκληρο το κύκλωμα. Η μεταβολή αυτή της καταστάσεως του κυκλώματος πραγματοποιείται με πάρα πολύ μεγάλη ταχύτητα, η οποία εξαρτάται από το μέσο, μέσα στο οποίο ρέει το ρεύμα και έχει όριο την ταχύτητα διαδόσεως του φωτός στο κενό (300.000 km/s). Αυτή είναι η **ταχύτητα μεταδόσεως του ρεύματος** και δεν πρέπει να συγχέεται με την ταχύτητα ροής του ρεύματος.

Όταν η ταχύτητα ροής των ηλεκτρονίων, που καθορίζει την ένταση του ρεύματος, δεν είναι χρονικά σταθερή, τότε το ρεύμα λέγεται **μεταβαλλόμενο**, όπως αναφέραμε ήδη στην παράγραφο 2.2. Στην περίπτωση αυτή δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον τύπο (1), που ισχύει μόνο για σταθερή ταχύτητα ροής, δηλαδή για συνεχές ρεύμα. Μπορούμε όμως να προσδιορίσουμε τη στιγμιαία ένταση του ρεύματος σε κάποια χρονική στιγμή  $t$ .

Η **στιγμαία ένταση**  $i$  του ρεύματος κατά τη χρονική στιγμή  $t$  ορίζεται από το φορτίο  $dQ$ , το οποίο περνά από τη διατομή  $S$  του αγωγού σε πολύ μικρό διάστημα  $dt$  που αρχίζει τη στιγμή  $t$ :

$$i = \frac{dQ}{dt} \quad (2)$$

### **β) Πυκνότητα του ηλεκτρικού ρεύματος.**

Το πηλίκο της εντάσεως του ρεύματος προς τη διατομή  $S$  του αγωγού ονομάζεται **πυκνότητα του ρεύματος** και δίνει την ένταση του ρεύματος ανά μονάδα επιφάνειας της διατομής. Η πυκνότητα του ρεύματος συμβολίζεται με το μικρό λατινικό γράμμα  $j$ :

$$j = \frac{I}{S} \quad \frac{A}{mm^2} \quad (5)$$

Η πυκνότητα του ρεύματος μετριέται σε  $A/mm^2$ . Στο συνεχές ρεύμα η ένταση  $I$  είναι σταθερή. Επομένως και η πυκνότητα  $j$  είναι σταθερή σε όλες τις διατομές του αγωγού, εφ' όσον ο αγωγός έχει την ίδια διατομή  $S$  σε όλα του τα σημεία. Αν η  $S$  μεταβάλλεται, η πυκνότητα θα μικραίνει όσο μεγαλώνει η  $S$  και θα μεγαλώνει, όσο μικραίνει η  $S$  όπως φαίνεται από τον τύπο (5).

Όπως θα μάθομε αργότερα, το ηλεκτρικό ρεύμα, που διαρρέει ένα αγωγό, δημιουργεί θερμότητα, η οποία είναι τόσο μεγαλύτερη, όσο μεγαλύτερη είναι η πυκνότητα του ρεύματος.

Στην ηλεκτροτεχνία, μας ενδιαφέρει η **μέγιστη πυκνότητα ρεύματος**  $j_m$ , η οποία αντιστοιχεί στο μέγιστο επιτρεπόμενο ρεύμα  $I_m$ , που μπορεί να ρέει συνεχώς, χωρίς η θερμοκρασία του αγωγού να υπερβαίνει το επιτρεπτό όριο. Αν η θερμοκρασία υπερβεί τα όριο αυτό, τότε προξενούνται βλάβες στη μόνωση του αγωγού, σε στοιχεία του κυκλώματος κλπ.

### **2.4 Μονάδες της εντάσεως του ρεύματος και όργανα μετρήσεώς της.**

#### **a) Μονάδες της εντάσεως του ρεύματος.**

Η μονάδα εντάσεως του ρεύματος είναι, όπως αναφέραμε στην παράγραφο 1.2, το **Αμπέρ**, (σύμβολο:  $A$ ), το οποίο και ορίζεται πειραματικά. Τον ορισμό του αμπέρ θα δώσουμε αργότερα στην παράγραφο 11.3, όταν θα έχομε αποκτήσει τις απαιτούμενες γι' αυτό γνώσεις.

Στις τεχνικές εφαρμογές του ηλεκτρισμού χρησιμοποιούνται πιο συχνά τα παρακάτω πολλαπλάσια και υποπολλαπλάσια του Αμπέρ.

1) Το **κιλοαμπέρ** (σύμβολο:  $kA$ ), που είναι ίσο με 1000 A:

$$1 \text{ kA} = 1000 \text{ A}$$

2) Το **μιλλιαμπέρ** (σύμβολο:  $mA$ ), που είναι ίσο με το ένα χιλιοστό του A:

$$1 \text{ mA} = \frac{1}{1000} \text{ A} = 10^{-3} \text{ A}$$

- 3) Το **μικροαμπέρ** (σύμβολο:  $\mu\text{A}$ ), που είναι ίσο με το ένα εκατομμυριοστό του A:

$$1 \mu\text{A} = \frac{1}{1.000.000} \text{ A} = 10^{-6} \text{ A}$$

Από τον τύπο (1) προκύπτει σαν παράγωγη μονάδα το κουλόμπι:

$$Q = I \cdot t \quad (3)$$

και

$$1 \text{ C} = 1\text{A} \cdot 1\text{s} \quad (4)$$

**Ένα κουλόμπι είναι το φορτίο, που περνά σε χρόνο ενός δευτερολέπτου, από τη διατομή ενός αγωγού ο οποίος διαρρέεται από ρεύμα ενός αμπέρ.**

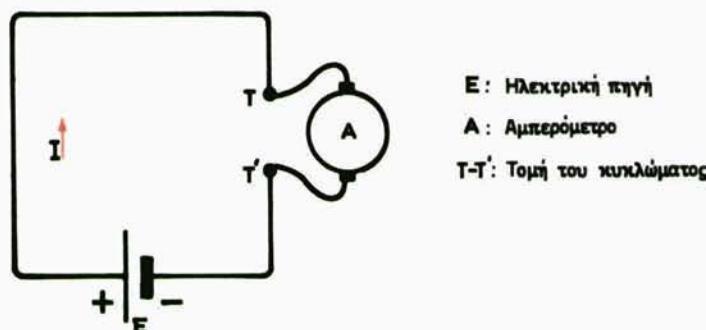
### β) Όργανα μετρήσεως της εντάσεως.

Τα όργανα, με τα οποία μετρούμε την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος, ονομάζονται **αμπερόμετρα**. Το σχήμα 2.4α δείχνει ένα κοινό τύπο αμπερόμετρου συνεχούς ρεύματος. Τα αμπερόμετρα συνεχούς ρεύματος έχουν δύο ακροδέκτες, από τους οποίους, όπως συνηθίζεται, ο ένας σημειώνεται με το σημείο (+) και ο άλλος με το (-). Επίσης, έχουν μία κλίμακα βαθμολογημένη σε A ή mA κλπ. μπροστά από την οποία κινείται μια βελόνη.



Σχ. 2.4α.

Για να μετρήσουμε την ένταση του ρεύματος, που περνά από ένα αγωγό, πρέπει να διακόψουμε κάπου το κύκλωμα και να παρεμβάλομε το αμπερόμετρο με τέτοιο τρόπο, ώστε το ρεύμα του αγωγού να περνά μέσα από το αμπερόμετρο (σχ. 2.4β). Το αμπερόμετρο συνδέεται δηλαδή σε σειρά με το κύκλωμα.



Σχ. 2.4β.

Τον ακροδέκτη (+) του αμπερομέτρου συνδέομε με το άκρο του κυκλώματος που φθάνει στο θετικό πόλο της πηγής, ενώ τον (-) με το άκρο που φθάνει στον αρνητικό. Αν συνδέσουμε αντίθετα τους ακροδέκτες, η βελόνη του οργάνου προσπαθεί να κινηθεί σε αντίθετη κατεύθυνση στην κλίμακα πέρα από την ένδειξη μηδέν, πράγμα που μας δείχνει ότι πρέπει να αντιστρέψουμε τους ακροδέκτες.

Το αμπερόμετρο μπορεί να παρεμβληθεί σε οποιοδήποτε σημείο του αγωγού, γιατί σε όλα τα σημεία του το ρεύμα έχει την ίδια ένταση, εφ' όσον δεν υπάρχει διακλάδωση του ρεύματος.

### *Αριθμητικά παραδείγματα.*

- 1) Να ευρεθεί το ηλεκτρικό φορτίο  $Q$  που περνά από τη διατομή  $S$  ενός αγωγού σε μιάμιση ώρα ( $1,5 \text{ h}$ ), όταν το ηλεκτρικό ρεύμα έχει ένταση  $I = 0,5 \text{ A}$ .

### *Αύση.*

$$t = 1,5 \text{ h} = 5400 \text{ s}$$

$$Q = It = 0,5 \text{ A} \cdot 5400 \text{ s} = 2700 \text{ As}$$

$$\underline{\underline{Q = 2700 \text{ C}}}$$

- 2) Μέσα από ένα ηλεκτρικό λαμπτήρα περνούν  $1200 \text{ C}$  σε κάθε ώρα λειτουργίας του. Ποια είναι η ένταση του ρεύματος  $I$ , που διαρρέει το λαμπτήρα;

### *Αύση.*

$$t = 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$$

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{1200}{3600} = 0,33 \text{ A}$$

Η ένταση του ρεύματος είναι:

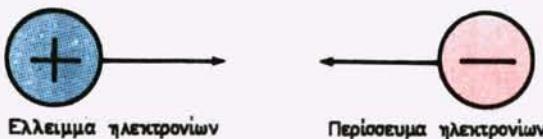
$$\underline{\underline{I = 0,33 \text{ A}}}$$

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΡΙΤΟ

### ΤΑΣΗ – ΗΛΕΚΤΡΕΓΕΡΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ – ΠΗΓΕΣ

#### 3.1 Ηλεκτρική τάση ή διαφορά δυναμικού.

Όπως περιγράψαμε στην παράγραφο 1.1 μεταξύ δύο σωμάτων, του ενός ηλεκτρισμένου θετικά και του άλλου αρνητικά, εξασκούνται ελεκτρικές δυνάμεις. Λέμε ότι μεταξύ των σωμάτων αυτών υπάρχει **ηλεκτρική τάση** (ή απλά τάση) και με αυτό εννοούμε ότι τα θετικά ηλεκτρικά φορτία του ενός **τείνουν**, δηλαδή προσπαθούν να μετακινηθούν, προς το άλλο, που είναι αρνητικά ηλεκτρισμένο, όπως επίσης και το αντίθετο (σχ. 3.1α). Βέβαια, όπως γνωρίσαμε στην παράγραφο 2.2, μόνο **ηλεκτρόνια**, δηλαδή αρνητικά φορτία μπορούν να μετακινηθούν τις περισσότερες φορές προς τα θετικά φορτία, γι' αυτό στη συνέχεια μιλούμε μόνο για μετακίνηση ηλεκτρονίων.

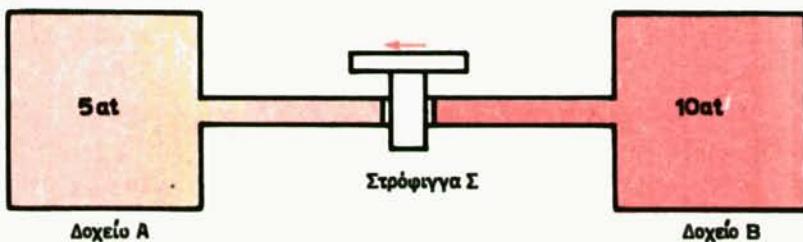


Σχ. 3.1α.

Όσο μεγαλύτερο είναι το **περίσσευμα** των **ηλεκτρονίων** που έχει το πρώτο σώμα, καθώς και όσο μεγαλύτερο είναι το **ελλειμμα**, που υπάρχει στο δεύτερο σώμα, τόσο μεγαλύτερες είναι οι ελεκτρικές δυνάμεις, που εξασκούν αμοιβαία το ένα επάνω στο άλλο, δηλαδή τόσο μεγαλύτερη είναι η **ηλεκτρική τάση**, που υπάρχει μεταξύ τους. Φυσικά, αν μεταξύ των ηλεκτρισμένων σωμάτων περεμβάλλονται μονωτικά σώματα, δεν θα μπορούν να μετακινηθούν εύκολα ηλεκτρόνια από το ένα σώμα στο άλλο, παρ' όλο που μεταξύ τους υπάρχει τάση. Αντίθετα, αν ενώσουμε τα δύο σώματα με ένα σύρμα, ηλεκτρόνια κινούνται από το αρνητικά ηλεκτρισμένο σώμα προς το θετικά ηλεκτρισμένο.

Για να καταλάβομε καλύτερα τι σημαίνει ηλεκτρική τάση, μπορούμε να πάρουμε για παράδειγμα ένα ανάλογο σχεδόν μηχανικό φαινόμενο. Σε ένα δοχείο Α βρίσκεται αέρας με πίεση π.χ. 5 ατμοσφαιρών και σε ένα άλλο Β, αέρας με πίεση 10 ατμοσφαιρών (σχ. 3.1β).

Τα δύο αυτά δοχεία συγκοινωνούν με ένα σωλήνα, που τον κλείνομε όμως ερμητικά με μία στρόφιγγα Σ.



Σχ. 3.1β.

Επειδή υπάρχει διαφορά στις πιέσεις, τα μόρια του αέρα των 10 ατμοσφαιρών έχουν την τάση να μετακινθούν προς το δοχείο των 5 ατμοσφαιρών, εμποδίζονται δύμως σε αυτό από τη στρόφιγγα. Έτσι, και το μονωτικό σώμα μεταξύ δύο ηλεκτρισμένων σωμάτων εμποδίζει τη μετακίνηση ηλεκτρονίων από το ένα σώμα στο άλλο. Η διαφορά πιέσεως μεταξύ των δύο δοχείων είναι ανάλογη με την τάση δύο σωμάτων ετερώνυμα φορτισμένων.

**Η τάση δημιουργεί τη φορά ηλεκτρονίων σε ένα κύκλωμα, δηλαδή το ηλεκτρικό ρεύμα. Άρα, η τάση είναι η «αιτία» και το ρεύμα το «αποτέλεσμα».** Ρεύμα χωρίς τάση, δεν μπορεί να υπάρχει. Αντίθετα, μπορεί να υπάρχει τάση χωρίς ρεύμα, όταν το κύκλωμα είναι ανοικτό, οπότε εμποδίζεται το ρεύμα να κυκλοφορήσει, λόγω του παρεμβαλλομένου μονωτικού (αέρας κλπ.).

**Η τάση μετριέται πάντοτε μεταξύ «δύο» σημείων, π.χ. στο κύκλωμα του σχήματος 3.1γ μεταξύ των σημείων A και B, όπως θα γνωρίσουμε αναλυτικά πιο κάτω. Έτσι, δεν μπορούμε ποτέ να πούμε ότι ένα σημείο μόνο του, π.χ. το A ή το B, έχει ορισμένη τάση.**

Την τάση μεταξύ δύο σημείων παριστάνομε με μία ευθεία γραμμή μεταξύ των σημείων (σχ. 3.1γ). Σε κάθε τάση δίνομε ορισμένη φορά, που τη σημειώνομε με ένα βέλος επάνω στην ευθεία γραμμή και τη δηλώνομε με τη διαδοχή των γραμμάτων ή των αριθμών των σημείων. Π.χ. η τάση AB έχει φορά από το A στο B, η τάση 34 έχει φορά από το 3 στο 4.

Η τάση θεωρείται θετική, όταν έχει φορά ίδια με τη φορά του ρεύματος που δημιουργεί και αρνητική, όταν έχει φορά αντίθετη με τη φορά του ρεύματος. Στο σχήμα 3.1γ π.χ. η τάση AB είναι θετική, γιατί το ρεύμα έχει φορά από το σημείο A στο σημείο B, ενώ η τάση BA είναι αρνητική. Άρα:

$$\text{Τάση } AB = -\text{Tάση } BA$$

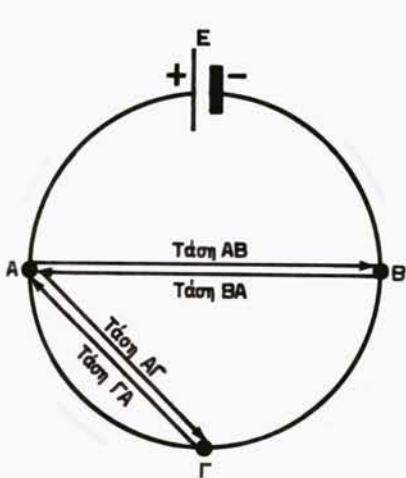
Όμοια έχομε:

$$\text{Τάση } AG = -\text{Tάση } GA$$

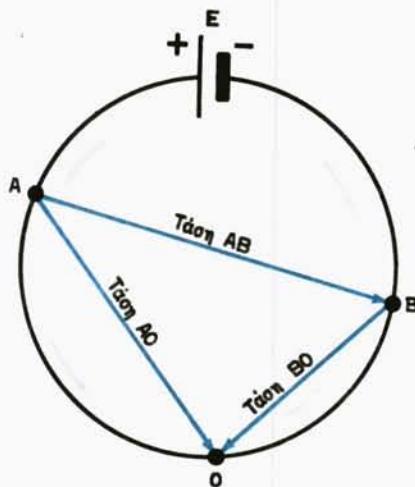
Η τάση μεταξύ δύο σημείων ενός κυκλώματος π.χ. μεταξύ των σημείων A και B του σχήματος 3.1γ ονομάζεται και **διαφορά δυναμικού** των σημείων αυτών.

Ο όρος «διαφορά δυναμικουν» προέρχεται από το ότι για κάθε σημείο του κυκλώματος, μπορούμε να ορίσουμε ένα μέγεθος, που ονομάζεται δυναμικό του σημείου αυτού και από το ότι η διαφορά των δυναμικών δύο σημείων είναι ίση με την τάση μεταξύ των σημείων αυτών.

Για τον ακριβή ορισμό του δυναμικού στη θέση αυτή δεν επαρκούν οι γνώσεις που έχουν δοθεί μέχρι τώρα. Γι' αυτό, είναι αρκετό να πούμε, ότι το δυναμικό ενός σημείου υπολογίζεται πάντα ως προς ένα άλλο σημείο, που λαμβάνεται αυθαίρετα σαν σημείο αναφοράς, π.χ. ως προς το σημείο Ο στο σχήμα 3.1δ και ότι είναι ίσο με την τάση που μετριέται μεταξύ του θεωρουμένου σημείου και του σημείου αναφοράς. Το δυναμικό του σημείου Α είναι π.χ. ίσο με την τάση ΑΟ και του σημείου Β ίσο με την τάση ΒΟ. Το δυναμικό του σημείου αναφοράς λαμβάνεται ίσο με μηδέν.



Σχ. 3.1γ.



Σχ. 3.1δ.

Όπως θα αποδείξουμε αργότερα, στην παράγραφο 5.2β, η διαφορά των δυναμικών δύο σημείων μας δίνει την τάση μεταξύ των σημείων αυτών. Π.χ.

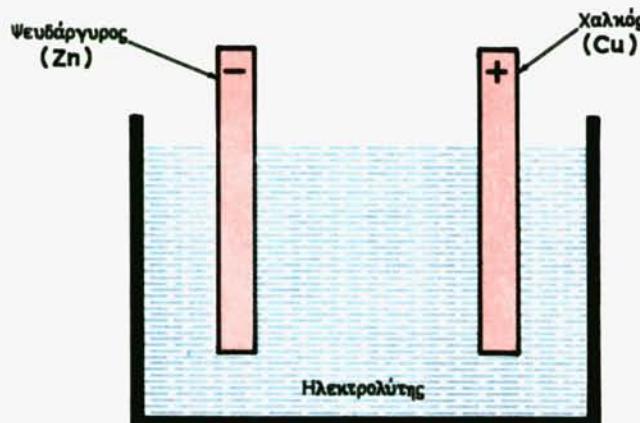
$$\begin{aligned} \text{Tάση } AB &= \text{Δυναμικό σημείου } A - \text{Δυναμικό σημείου } B \\ &= \text{Tάση } AO - \text{Tάση } BO \end{aligned} \quad (1)$$

Αν αλλάξομε το σημείο αναφοράς, αλλάζουν βέβαια τα δυναμικά όλων των σημείων, παραμένονταν όμως αμετάβλητες οι διαφορές δυναμικού, δηλαδή οι τάσεις μεταξύ των σημείων. Συχνά σαν σημείο αναφοράς λαμβάνεται η γη.

Από τη σχέση (1) προκύπτει ότι η τάση AB είναι θετική, όταν το δυναμικό του σημείου A είναι μεγαλύτερο από το δυναμικό του σημείου B. Άρα, μία τάση είναι θετική, όταν έχει φορά από υψηλότερο δυναμικό προς χαμηλότερο.

### 3.2 Ηλεκτρικά στοιχεία.

Στην ηλεκτροτεχνική σήμερα, για να δημιουργήσουμε διαφορές δυναμικού ανάμεσα σε δύο σώματα, δηλαδή για να τα ηλεκτρίσουμε, χρησιμοποιούμε ειδικές συσκευές και μηχανές που ονομάζονται **ηλεκτρικές πηγές** ή καλύτερα πηγές **ηλεκτρικού ρεύματος**. Υπάρχουν πολλών ειδών πηγές. Το πιο απλό είδος είναι τα **ηλεκτρικά στοιχεία**, που λέγονται και ηλεκτροχημικά στοιχεία. Ένα απλό ηλεκτρικό στοιχείο, που μπορούμε εύκολα να κατασκευάσουμε, αποτελείται από δύο μεταλλικά ελάσματα, από διαφορετικό μέταλλο το καθένα, π.χ. το ένα από **χαλκό** και το δεύτερο από **ψευδάργυρο** (τσίγκο). Τα ελάσματα αυτά, που ονομάζονται **ηλεκτρόδια** του στοιχείου, τα τοποθετούμε μέσα σε ένα γυάλινο δοχείο, όπου ρίχνουμε **ηλεκτρολύτη**, δηλαδή νερό μέσα στο οποίο έχει διαλυθεί κάποιο οξύ ή αλάτι π.χ. αμμωνιακό αλάτι, ή θειικό οξύ (σχ. 3.2a).



Σχ. 3.2a.

Τα εξωτερικά άκρα των ηλεκτροδίων ονομάζονται **πόλοι** του στοιχείου. Κατα την κατασκευή κάθε ηλεκτρικού στοιχείου πρέπει να προσέχουμε ώστε:

- Τα ηλεκτρόδια να μην ερχονται σε επαφή μεταξύ τους.
- Ο ηλεκτρολύτης να περιβρέχει και τα δύο ηλεκτρόδια.
- Οι πόλοι να βρίσκονται εξω από τον ηλεκτρολύτη.

Μπορούμε τότε να διαπιστώσουμε (με όργανα μετρήσεως της τάσεως, που θα περιγράψουμε πιο κάτω), ότι μεταξύ των δύο πόλων έχει δημιουργηθεί μια **διαφορά δυναμικού**, δηλαδή μια **τάση** και ότι ο χαλκός έχει ηλεκτρισθεί θετικά, ενώ ο ψευδάργυρος αρνητικά.

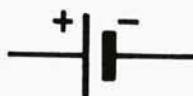
Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των ηλεκτροδίων αναπτύσσεται ως εξής:

Αμέσως με την παρασκευή του ηλεκτρολύτη, δηλαδή με τη διάλυση του οξέος ή του αλατιού στο νερό, δημιουργούνται θετικά και αρνητικά ιόντα από το οξύ ή το αλάτι. Το θειικό οξύ ( $H_2SO_4$ ) π.χ. διασπάται σε θετικά ιόντα  $H^+$  που ονομάζονται **κατιόντα** και σε αρνητικά ιόντα  $SO_4^{2-}$  που ονομάζονται **ανιόντα**.

Όταν στον ηλεκτρολύτη αυτό βυθίσουμε ένα ηλεκτρόδιο από χαλκό και ένα ηλεκτρόδιο από ψευδάργυρο συγκεντρώνονται τα κατιόντα στο ηλεκτρόδιο του χαλκού, που φορτίζεται θετικά και τα ανιόντα στο ηλεκτρόδιο του ψευδαργύρου, που φορτίζεται αρνητικά. Αποτέλεσμα είναι να εμφανισθεί ορισμένη τάση τόσο μεταξύ του θετικού ηλεκτροδίου και του ηλεκτρολύτη, όσο και μεταξύ του αρνητικού και του ηλεκτρολύτη. Η τάση αυτή ονομάζεται **ηλεκτρολυτικό δύναμικο**. Συνολικά μεταξύ των δύο ηλεκτροδίων εμφανίζεται διαφορά δύναμικού που ονομάζεται **ηλεκτρεγερτική δύναμη** του στοιχείου.

Στα ηλεκτροτεχνικά σχέδια παριστάνομε τα ηλεκτρικά στοιχεία συμβολικά με δύο μικρές γραμμές η μία από τις οποίες είναι παράλληλη προς την άλλη, αλλά μεγαλύτερή της και κάπως λεπτότερη, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.2β.

Η μικρή γραμμή παριστάνει τον αρνητικό πόλο του στοιχείου και η μεγαλύτερη το θετικό του πόλο.



Σχ. 3.2β.

Το σύμβολο αυτό γνωρίσαμε στην παράγραφο 2.2 και σαν σύμβολο της πηγής συνεχούς ρεύματος.

### 3.3 Ηλεκτρεγερτική δύναμη.

Όπως είδαμε, η διαφορά δύναμικού που αναπτύσσεται μεταξύ των ηλεκτροδίων ενός στοιχείου ονομάζεται ηλεκτρεγερτική δύναμη του στοιχείου. Την ηλεκτρεγερτική δύναμη συμβολίζομε με το γράμμα Ε και τη γράφομε συντμημένα με τα αρχικά ΗΕΔ.

Γενικά, «ηλεκτρεγερτική δύναμη» μιας πηγής είναι η τάση (διαφορά δύναμικου), που μετριέται μεταξύ των πόλων της πηγής, χωρίς να κλείσει κύκλωμα μεταξύ τους, δηλαδή χωρίς να περάσει ρεύμα από το θετικό πόλο της πηγής στον αρνητικό μέσω ενός εξωτερικού κυκλώματος.

Η τάση αυτή ονομάζεται τάση για λειτουργία της πηγής σε κενό ή απλά **τάση σε κενό**.

Στον όρο «ηλεκτρεγερτική δύναμη» χρησιμοποιούμε τη λέξη «δύναμη», επειδή για τη μεταφορά των θετικών και αρνητικών φορτίων στους αντίστοιχους πόλους, π.χ. για τη μεταφορά των κατιόντων και ανιόντων στο θετικό και αρνητικό ηλεκτρόδιο ενός στοιχείου, χρειάζεται να εξασκήσει η πηγή ορισμένη δύναμη επάνω στα φορτία. Όμως η ηλεκτρεγερτική δύναμη, όπως την ορίσαμε, δεν είναι δύναμη αλλά τάση, που μετριέται σε βόλτη και όχι σε νιούτον.

Η ΗΕΔ είναι ένα σταθερό μέγεθος, που χαρακτηρίζει την ηλεκτρική πηγή και σε αυτή οφείλεται το ρεύμα που δίνει η πηγή σε ένα εξωτερικό κύκλωμα.

Εκτός από τους τρόπους, που αναφέραμε μέχρι τώρα (ηλέκτριση με τριβή,

ηλεκτρικά στοιχεία), υπάρχουν και άλλοι πολλοί τρόποι, με τους οποίους μπορούμε να αναπτύξουμε ηλεκτρεγερτικές δυνάμεις, δηλαδή να δημιουργήσουμε έλλειμμα ηλεκτρονίων σε ένα σώμα και αντίστοιχα περίσσευμα σε ένα άλλο.

Από αυτούς, τη μεγαλύτερη σπουδαιότητα για την ηλεκτροτεχνία, έχει η αναπτυξη ηλεκτρεγερτικής δυνάμεως με ειδικές μηχανές, που λέγονται **γεννήτριες ηλεκτρικού ρεύματος**.

Μικρότερο ενδιαφέρον, σαν πηγές ηλεκτρικού ρεύματος παρουσιάζουν τα λεγόμενα θερμοηλεκτρικά στοιχεία, τα φωτοηλεκτρικά στοιχεία κλπ.

### 3.4 Μονάδες της ηλεκτρικής τάσεως και όργανα μετρήσεως της.

Την ηλεκτρική τάση μετρούμε σε μονάδες, που λέγονται βολτ, από το όνομα του Ιταλού Φυσικού *Volta* (1745 - 1827). Τον ορισμό του βολτ θα δώσουμε αργότερα, στο έκτο κεφάλαιο. Για σύμβολο της μονάδας αυτής χρησιμοποιείται το λατινικό κεφαλαίο γράμμα V.

Στις τεχνικές εφαρμογές του ηλεκτρισμού, χρησιμοποιούνται πιο συχνά τα παρακάτω πολλαπλάσια ή υποπολλαπλάσια του βολτ.

α) Το **κιλοβόλτ** (σύμβολο kV), που είναι ίσο με 1000 V:

$$1 \text{ kV} = 1000 \text{ V}$$

β) Το **μεγαβόλτ** (σύμβολο MV), που είναι ίσο με 1.000.000 V:

$$1 \text{ MV} = 1000 \text{ kV} = 1.000.000 \text{ V} = 10^6 \text{ V}$$

γ) Το **μιλλιβόλτ** (σύμβολο mV), που είναι ίσο με ένα χιλιοστό του βολτ:

$$1 \text{ mV} = \frac{1}{1000} \text{ V} = 10^{-3} \text{ V}$$

δ) Το **μικροβόλτ** (σύμβολο μV) που είναι ίσο με το ένα εκατομμυριοστό του βολτ:

$$1 \text{ } \mu\text{V} = \frac{1}{1.000.000} \text{ V} = 10^{-6} \text{ V}$$

Όπως ήδη αναφέραμε, η τάση μετριέται πάντα ανάμεσα σε δύο σημεία. Το να λέμε «τάση ενός σημείου» είναι λάθος, γιατί δεν έχει νόημα.

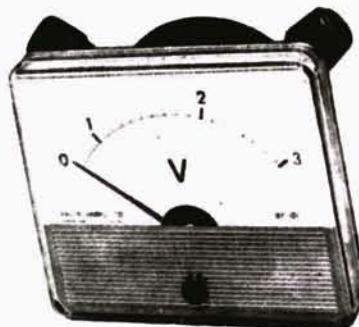
Τα όργανα μετρήσεως της ηλεκτρικής τάσεως (διαφοράς δυναμικού) ονομάζονται **βολτόμετρα**.

Το πώς λειτουργούν και πώς κατασκευάζονται τα βολτόμετρα είναι αντικείμενο άλλου μαθήματος. Εδώ δίνονται μόνο ορισμένες πληροφορίες, όσες χρειάζονται προς το παρόν.

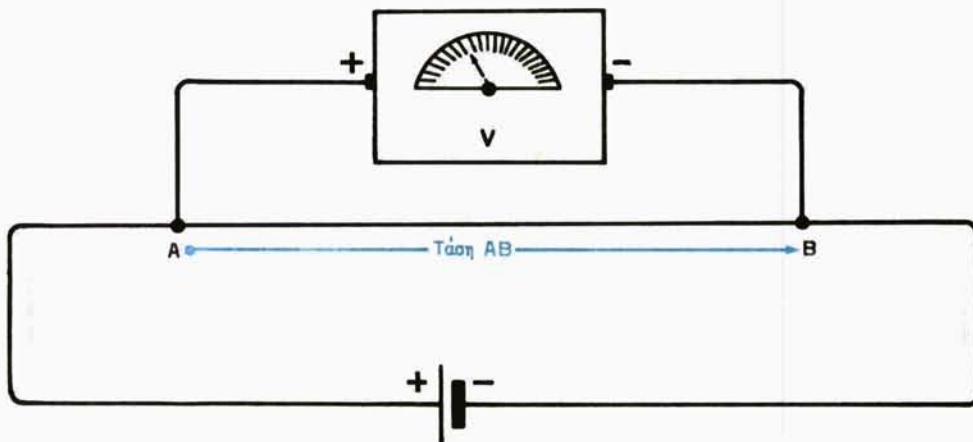
Τα βολτόμετρα έχουν εξωτερική όψη ενός μικρού κουτιού, σχήματος κυλι-

δρικού ή ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου. Μπροστά, διακρίνομε μια βαθμολογημένη κλίμακα σε βολτ και μια κινητή βελόνη, που καλύπτονται από ένα προστατευτικό γυαλί (σχ. 3.4α).

Στο πίσω μέρος του βολτομέτρου υπάρχουν δύο ακροδέκτες, που χρησιμεύουν για τη σύνδεση του οργάνου. Ο ένας σημειώνεται με (+) και ο άλλος με (-). Για να μετρήσουμε την τάση μεταξύ δύο σημείων A και B ενός κυκλώματος, συνδέομε τον ακροδέκτη (+) με το σημείο που είναι πλησιέστερα στο θετικό πόλο της πηγής και τον ακροδέκτη (-) στο σημείο που είναι πλησιέστερα στον αρνητικό (σχ. 3.4β). Η βελόνη τότε δείχνει την τάση μεταξύ των δύο σημείων.



Σχ. 3.4α.



Σχ. 3.4β.

Αν συνδέσουμε αντίθετα τους ακροδέκτες, η βελόνη του οργάνου προσπαθεί να κινηθεί σε αντίθετη κατεύθυνση στην κλίμακα, πράγμα που σημαίνει ότι πρέπει να αντιστρέψουμε τους ακροδέκτες.

Παρατηρούμε ότι το βολτόμετρο συνδέεται **παράλληλα** με το τμήμα του κυκλώματος, στα άκρα του οποίου θέλουμε να μετρήσουμε την τάση.

## ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ

### ΤΟ ΣΥΝΕΧΕΣ ΡΕΥΜΑ

#### ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΕΤΑΡΤΟ

##### Ο ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΟΗΜ – ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΑΓΩΓΙΜΟΤΗΤΑ

###### 4.1 Ηλεκτρική αντίσταση στους αγωγούς, μονωτές και ημιαγωγούς.

Την ιδιότητα, που παρουσιάζουν τα διάφορα σώματα να εμποδίζουν άλλα πολύ και άλλα λίγο, τη δημιουργία ηλεκτρικού ρεύματος σε αυτά, ονομάζομε γενικά **ηλεκτρική αντίσταση**.

Η αντίσταση εξαρτάται από τον αριθμό των ελευθέρων ηλεκτρονίων, που διαθέτει ένα σώμα και είναι τόσο μεγαλύτερη, όσο μικρότερος είναι ο αριθμός των ελευθέρων ηλεκτρονίων.

Τα σώματα, που διαθέτουν μεγάλο αριθμό ελευθέρων ηλεκτρονίων, δηλαδή παρουσιάζουν μικρή ηλεκτρική αντίσταση, ονομάζονται **αγωγοί**. Οι αγωγοί, που χρησιμοποιούνται περισσότερο στην ηλεκτροτεχνία, είναι τα διάφορα μεταλλικά σύρματα. Το ρεύμα σχηματίζεται σε αυτά (όπως περιγράψαμε και στην παράγραφο 2.2) από προσανατολισμένη ομαδική μετακίνηση του νέφους των ελευθέρων ηλεκτρονίων, τα οποία διαθέτουν.

Τα σώματα, που κρατούν αρκετά δεσμευμένα τα ηλεκτρόνια στα άτομά τους, με αποτέλεσμα να διαθέτουν μικρό αριθμό ελευθέρων ηλεκτρονίων, παρουσιάζουν πολύ μεγάλη ηλεκτρική αντίσταση και ονομάζονται **μονωτές ή μονωτικά**. Τέτοια σώματα είναι π.χ. το λάστιχο, το γυαλί, η πορσελάνη, το ορυκτέλαιο κλπ. Τα μόρια των σωμάτων αυτών έχουν τέτοια συγκρότηση, ώστε όλα σχεδόν τα ηλεκτρόνια τους να είναι δεσμευμένα. Ετσι, ο μονωτής δεν διαθέτει αξιόλογο αριθμό ελευθέρων ηλεκτρονίων και μένει πρακτικά αδιαπέρατος από το ρεύμα.

Ανάμεσα στις δύο ακραίες αυτές κατηγορίες υπάρχουν και σώματα, που διαθέτουν ένα περιορισμένο αριθμό ελευθέρων ηλεκτρονίων, δηλαδή παρουσιάζουν σχετικά μεγάλη ηλεκτρική αντίσταση. Τα σώματα αυτά τα ονομάζομε **ημιαγωγά** και τέτοια είναι π.χ. η γη, το υγρό χαρτί κλπ.

Παρατηρούμε τέλος, ότι κανένα σώμα δεν μπορεί να θεωρηθεί ως τέλειος α-

γωγός, επειδή και στο πιο αγώγιμο μέταλλο, τα ελεύθερα ηλεκτρόνια δεν είναι άπειρα. Έτσι, δεν είναι άπειρο το ρεύμα που ρέει στον αγωγό, δηλαδή εμφανίζεται κάποια αντίσταση. Επίσης κανένα σώμα δεν μπορεί να θεωρηθεί ως τέλειος μονωτής, αφού το πείραμα δείχνει ότι και το πιο μονωτικό διαθέτει έστω και ένα πολύ μικρό αριθμό ελευθέρων ηλεκτρονίων, με αποτέλεσμα να εμφανίζεται κάποιο ρεύμα.

Στον Πίνακα 4.1.1 δίνονται κατά προσέγγιση, οι αριθμοί των ελευθέρων ηλεκτρονίων ανά κυβικό μέτρο σε ορισμένους αγωγούς και μονωτές.

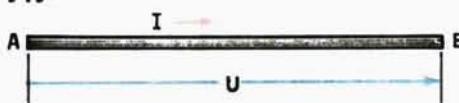
#### ΠΙΝΑΚΑΣ 4.1.1.

Αγωγοί	Άργυρος $10^{29}$	Χαλκός $0,98 \cdot 10^{29}$	Αλουμίνιο $0,6 \cdot 10^{29}$
Μονωτές	Λάστιχο $0,2 \cdot 10^6$	Παραφίνη $16 \cdot 10^6$	Γυαλί $85.000 \cdot 10^6$

## 4.2 Ο Νόμος του ΟΗΜ – Μονάδες μετρήσεως της αντιστάσεως.

### a) Ο νόμος του ΟΗΜ.

Αν στα άκρα ενός σύρματος Α-Β εφαρμόσουμε ορισμένη τάση  $U$ , θα εμφανισθεί στο σύρμα ρεύμα με ορισμένη ένταση  $I$  (σχ. 4.2a). Εφ' όσον η τάση είναι η αιτία και το ρεύμα το αποτέλεσμα, όπως γνωρίσαμε στην παράγραφο 3.1, πρέπει να υπάρχει ποσοτική σχέση μεταξύ των δύο μεγεθών. Τη σχέση αυτή προσδιορίζουμε ως εξής:



Σχ. 4.2a.

Έφαρμόζομε στα άκρα του σύρματος ορισμένη τάση, π.χ. 20 V και μετρούμε με ένα αμπερόμετρο την ένταση  $I$  του ρεύματος, που διαρρέει το σύρμα. Έστω ότι αυτή είναι 5 A. Κατόπιν διπλασιάζουμε, τριπλασιάζουμε κ.ο.κ. την τάση και μετρούμε σε κάθε περίπτωση την ένταση του ρεύματος. Παρατηρούμε ότι η ένταση γίνεται αντίστοιχα διπλάσια, τριπλάσια, κ.ο.κ., δηλαδή προκύπτουν οι τιμές που αναγράφονται στον Πίνακα 4.2.1.

#### ΠΙΝΑΚΑΣ 4.2.1.

Τάση [V]	10	20	30	40	50
Ένταση [A]	5	10	15	20	25

Αντίστροφα, αν μειώσουμε την τάση στο  $1/2$ ,  $1/3$ ,  $1/4$  της αρχικής τάσεως παρατηρούμε ότι η ένταση μειώνεται επίσης στο  $1/2$ ,  $1/3$ ,  $1/4$  κ.ο.κ. του αρχικού ρεύματος.

Οι παρατηρήσεις αυτές μας οδηγούν στο συμπέρασμα ότι η ένταση του ρεύματος είναι ανάλογη της τάσεως. Αν σχηματίσουμε το πηλίκο της τάσεως δια της αντίστοιχης εντάσεως παρατηρούμε ότι έχει την ίδια σταθερή τιμή σε όλες τις περιπτώσεις. Τη σταθερή αυτή τιμή ονομάζουμε **αντίσταση** του σύρματος και παριστάνομε με το κεφάλαιο λατινικό γράμμα R:

$$R = \frac{U}{I} \quad (1)$$

Γενικά, **αντίσταση ενός αγωγού ονομάζουμε το πηλίκο της τάσεως που εφαρμόζεται στα άκρα του, δια της εντάσεως του ρεύματος που τον διαρρέει.**

Από τη σχέση (1) παίρνομε:

$$I = \frac{U}{R} \quad (2)$$

Η σχέση (2) εκφράζει το **νόμο του Ohm** σε ένα **τμήμα κυκλώματος**, ο οποίος διατυπώνεται ως εξής:

**Η ένταση ρεύματος, που διαρρέει ένα αγωγό κυκλώματος, είναι ανάλογη της τάσεως που εφαρμόζεται στα άκρα του αγωγού και αντίστροφα ανάλογη της αντιτάσεως του.**

Η σχέση (1) γράφεται επίσης:

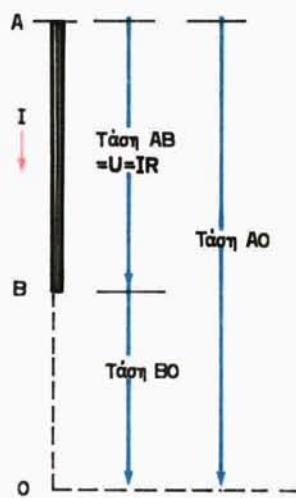
$$U = IR \quad (3)$$

Το γινόμενο  $IR$  δίνει την τάση, που επικρατεί στα άκρα ενός αγωγού με αντίσταση R, όταν αυτός διαρρέεται από ρεύμα I. Το γινόμενο αυτό ονομάζεται επίσης **πτώση τάσεως**. Ο όρος **πτώση τάσεως** γίνεται κατανοητός με τη βοήθεια της έννοιας του δυναμικού, που γνωρίσαμε στην παράγραφο 3.1. Η αρχή του σύρματος A έχει ορισμένο δυναμικό, που είναι η τάση AO του σημείου αυτού, ως προς ένα σημείο αναφοράς O (σχ. 4.2β). Το τέρμα του σύρματος B έχει δυναμικό χαμηλότερο από το A (επειδή η τάση U είναι θετική), που είναι η τάση BO. Η τάση U μεταξύ των σημείων A, B είναι η διαφορά των δυναμικών των σημείων A και B, δηλαδή η διαφορά των τάσεων AO – BO.

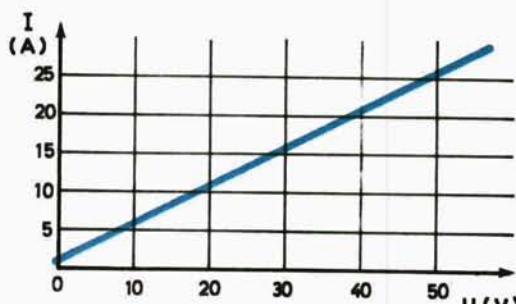
Από το σχήμα 4.2β γίνεται φανερό ότι η διέλευση του ρεύματος I από το σύρμα A – B που έχει αντίσταση R προκάλεσε μείωση τής **πτώση της τάσεως AO** κατά  $U = IR$ .

Το νόμο του Ohm μπορούμε να παραστήσουμε γραφικά, τοποθετώντας σε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων τις αντίστοιχες τιμές τάσεως και εντάσεως, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.2γ.

Παρατηρούμε ότι προκύπτει μία **ευθεία** γραμμή, που εκφράζει τη γραμμική σχέση μεταξύ τάσεως και εντάσεως.



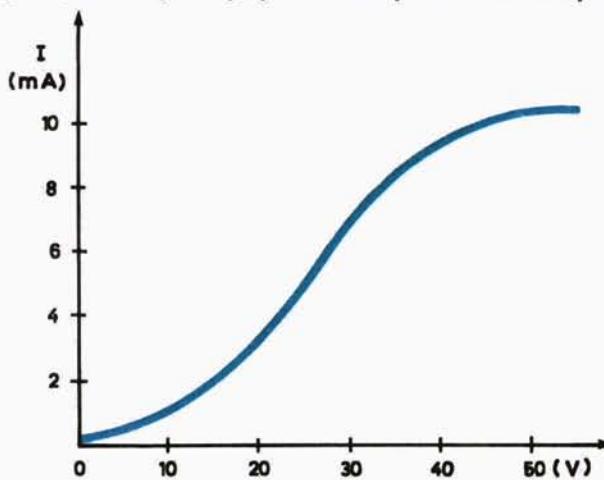
Σχ. 4.2β.



Σχ. 4.2γ.

Το μέγεθος  $R$  εκφράζει ποσοτικά την αντίσταση, που συναντά το ρεύμα, κατά τη διάβασή του από τον αγωγό. Όσο μεγαλύτερη είναι η αντίσταση του αγωγού, τόσο μικρότερο είναι το ρεύμα που τον διαρρέει, αν η τάση στα άκρα του παραμένει σταθερή.

Στην ηλεκτροτεχνία κατασκευάζομε ειδικά στοιχεία από σύρμα και από άλλα υλικά, που προβάλλουν αντίσταση στη διέλευση του ρεύματος και ονομάζονται **αντιστάτες**. Την αντίσταση ενός αντιστάτη εκφράζομε πάλι με το πηλικό της εφαρμοζόμενης τάσεως στα άκρα του δια της εντάσεως του ρεύματος, που τον διαρρέει. Όμως, ο νόμος του Ohm, μεταξύ τάσεως και εντάσεως, δεν ισχύει για όλους τους αντιστάτες, δηλαδή δεν προκύπτει σε όλους η ευθεία γραμμή του σχήματος 4.2γ, αλλά μία καμπύλη, π.χ. η καμπύλη του σχήματος 4.2δ. Στην περίπτωση αυτή, η αντίσταση του αντιστάτη δεν είναι σταθερή σε



Σχ. 4.2δ.

όλα τα ζεύγη τιμών τάσεως - εντάσεως, αλλά μεταβάλλεται, ανάλογα με την τάση, που εφαρμόζεται και με το ρεύμα, που διαρρέει τον αντιστάτη.

Όταν η αντίσταση ενός αντιστάτη είναι σταθερή και ανεξάρτητη από την ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει, ο αντιστάτης ονομάζεται **ωμικός**. Όταν η αντίσταση ενός αντιστάτη μεταβάλλεται με την ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει τότε ο αντιστάτης ονομάζεται **μη ωμικός**.

Τους ωμικούς αντιστάτες συμβολίζομε στα ηλεκτροτεχνικά σχέδια με το σύμβολο του σχήματος 4.2ε. Οι μη ωμικοί αντιστάτες παριστάνονται με διάφορα σύμβολα, ανάλογα με το είδος τους.

#### Σχ. 4.2ε.

Οι ωμικοί αντιστάτες χαρακτηρίζονται ως **γραμμικά στοιχεία**, λόγω της γραμμικής σχέσεως μεταξύ τάσεως και εντάσεως, ενώ οι μη ωμικοί ως μη **γραμμικά στοιχεία**.

Στην ηλεκτροτεχνία, χρησιμοποιούνται και άλλα στοιχεία εκτός από τους αντιστάτες, όπως οι πυκνωτές, τα πηνία, οι τρανζίστορες κλπ. Όταν η σχέση μεταξύ τάσεως και εντάσεως σε ένα στοιχείο είναι γραμμική, το στοιχείο ονομάζεται **γραμμικό στοιχείο**, ενώ, όταν δεν είναι γραμμική, **μη γραμμικό στοιχείο**.

Ενα κύκλωμα, που περιλαμβάνει μόνο γραμμικά στοιχεία, ονομάζεται **γραμμικό κύκλωμα**, ενώ, όταν περιλαμβάνει και μη γραμμικά, **μη γραμμικό**.

#### β) Μονάδες μετρήσεως της αντιστάσεως.

Από τη σχέση (1) προσδιορίζομε τη μονάδα, με την οποία μετρούμε τις αντιστάσεις. Η μονάδα αυτή ονομάζεται Ωμ προς τιμή του Γερμανού Φυσικού G. Ohm (1787 - 1854), που διετύπωσε τον ομώνυμο νόμο. Το σύμβολο της είναι το ελληνικό κεφαλαίο γράμμα Ω. Άρα:

$$1 \Omega = \frac{1 \text{ V}}{1 \text{ A}}$$

**Αντίσταση ενός ωμ (1 Ω)** έχει εκείνο το σώμα (αντιστάτης), που, όταν παρεμβάλλεται ανάμεσα σε δύο σημεία με διαφορά δυναμικού ενός βολτ (1 V), αφήνει να περνά μέσα από αυτό ρεύμα ενός αμπέρ (1 A) (σχ. 4.2στ).

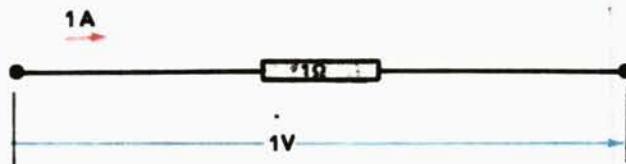
Στις τεχνικές εφαρμογές του ηλεκτρισμού χρησιμοποιούνται πιο συχνά τα παρακάτω πολλαπλάσια του ωμ:

α) Το κιλοώμ (σύμβολο kΩ), που είναι ίσο με 1000 ωμ:

$$1 \text{ k}\Omega = 1000 \Omega = 10^3 \Omega$$

β) Το μεγαώμ (σύμβολο MΩ), που είναι ίσο με 1.000.000 ωμ:

$$1 \text{ M}\Omega = 1000 \text{ k}\Omega = 10^6 \Omega$$



Σχ. 4.2 στ.

**Αριθμητικά παραδείγματα.**

- 1). Από ένα αντιστάτη  $R = 2000 \Omega$ , περνά ρεύμα εντάσεως  $I = 50 \text{ mA}$ . Να βρεθεί η τάση, που εφαρμόζεται στα άκρα του αντιστάτη.

**Λύση.**

$$I = 50 \text{ mA} = 50 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 0,05 \text{ A}$$

$$\text{Από την εξίσωση (3): } U = IR = 0,05 \cdot 2000 = 100 \text{ V.}$$

Η τάση που εφαρμόζεται στα άκρα του αντιστάτη  $R$  είναι:

$$\underline{U = 100 \text{ V}}$$

- 2) Μία ηλεκτρική θερμάστρα με ωμική αντίσταση  $R = 22 \Omega$ , συνδέεται με ρευματοδότη 220 V. Να βρεθεί η ένταση  $I$  του ρεύματος, που περνά από τον αντιστάτη της θερμάστρας.

**Λύση.**

$$\text{Από την εξίσωση (2) έχομε: } I = \frac{U}{R} = \frac{220}{22} = 10 \text{ A}$$

Ωστε, η ένταση του ρεύματος της θερμάστρας είναι:

$$\underline{I = 10 \text{ A}}$$

- 3) Η λάμπα ενός αυτοκινήτου συνδέεται με συσσωρευτή (μπαταρία) των 6 V. Όταν η λάμπα είναι αναμμένη, περνούν μέσα από αυτήν 6 A. Να βρεθεί η αντίσταση της λάμπας.

**Λύση.**

$$\text{Από την εξίσωση (1) έχομε: } R = \frac{U}{I} = \frac{6 \text{ V}}{6 \text{ A}} = 1 \Omega$$

Ωστε, η αντίσταση της λάμπας είναι:

$$\underline{R = 1 \Omega}$$

- 4.3 Ειδική αντίσταση – Υπολογισμός της ωμικής αντιστάσεως συρμάτων.**  
Εξάρτηση της αντιστάσεως από τη θερμοκρασία.

**a) Ειδική αντίσταση – Υπολογισμός αντιστάσεως συρμάτων.**

Σύρμα ονομάζομε ένα αγωγό, οι διαστάσεις της διατομής του οποίου είναι

μικρές, σε σύγκριση με το μήκος του και η διατομή του παραμένει σταθερή σε όλο το μήκος του.

Με πειράματα, διαπιστώνεται ότι η ωμική αντίσταση  $R$  ενός σύρματος εξαρτάται από τους παρακάτω παράγοντες:

α) Είναι ανάλογη προς το μήκος του σύρματος  $l$ .

β) Είναι αντίστροφα ανάλογη προς τη διατομή του σύρματος  $S$ .

γ) Εξαρτάται από το υλικό του σύρματος.

$$R = \rho \frac{l}{S} \Omega \quad (1)$$

Ο συντελεστής  $\rho$ , ονομάζεται *ειδική αντίσταση* και χαρακτηρίζει το υλικό του σύρματος. Όσο πιο μεγάλη είναι η ειδική αντίσταση ενός αγωγού τόσο μεγαλύτερη είναι η αντίστασή του, εφ' όσον το μήκος και η διατομή παραμένουν σταθερά.

Η ειδική αντίσταση  $\rho$  μεταβάλλεται με τη θερμοκρασία, άρα μεταβάλλεται και η αντίσταση  $R$  του σύρματος. Με τη μεταβολή αυτή θα ασχοληθούμε στην επόμενη παράγραφο.

Από τη σχέση (1) μπορούμε να υπολογίσουμε τη μονάδα της ειδικής αντίστασεως, επιλύνοντας ως προς  $\rho$ :

$$\rho = \frac{R \cdot S}{l} \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}} \quad (2)$$

### ΠΙΝΑΚΑΣ 4.3.1.

Υλικό	Ειδική αντίσταση $\rho$ σε 20°C [ $\Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ ]	Ειδική αγωγιμότητα $\kappa$ σε 20°C [ $\text{m}/\Omega \text{ mm}^2$ ]	Θερμικός συντελεστής $\alpha$ σε 20°C [ $(^\circ\text{C})^{-1}$ ]
<b>Υλικά καλών αγωγών</b>			
Άργυρος	0,0165	61	+3,7 · 10 <sup>-3</sup>
Χαλκός	0,0175	57	+3,9 · 10 <sup>-3</sup>
Αλουμίνιο	0,029	35	+4,7 · 10 <sup>-3</sup>
<b>Υλικά αντιστατών</b>			
Κονσταντάν (55% Cu και 45% Ni)	0,43 ... 0,51	2,33 ... 1,96	-0,05 · 10 <sup>-3</sup>
Μαγγανίνη (84% Cu, 12% Mn και 4% Ni)	0,43	2,33	+0,01 · 10 <sup>-3</sup>
Γραφίτης	40	0,025	-0,2 · 10 <sup>-3</sup>

Η ειδική αντίσταση μετριέται σε  $\Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ . Παρατηρούμε ότι κατ' εξαίρεση η διατομή  $S$  δεν μετριέται σε  $\text{m}^2$ , όπως θα έπρεπε, σύμφωνα με το σύστημα S.I., αλλά σε  $\text{mm}^2$ , γιατί έχει επικρατήσει από παλιά, να χρησιμοποιείται σε διατομές αγωγών, λόγω του μικρού μεγέθους τους το  $\text{mm}^2$ . Αυτό όμως δεν μας δημιουργεί προβλήματα. Η αντίσταση  $R$  μετριέται κανονικά σε  $\Omega$  και το μήκος  $l$  σε  $\text{m}$ .

Ο πίνακας 4.3.1 δίνει την ειδική αντίσταση σε θερμοκρασία  $20^\circ\text{C}$ , υλικών με μικρό  $\rho$ , που είναι καλοί αγωγοί του ηλεκτρισμού και χρησιμοποιούνται σε κυκλώματα για τη διοχέτευση ηλεκτρικού ρεύματος και υλικών με μεγαλύτερο  $\rho$ , που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή αντιστατών. Στον ίδιο πίνακα δίνονται επίσης οι τιμές των μεγεθών «ειδική αγωγιμότητα» και «θερμικός συντελεστής», που θα γνωρίσουμε στη συνέχεια, λόγω της σχέσεως που υπάρχει μεταξύ των τριών μεγεθών.

Την εξίσωση (1) μπορούμε να επιλύσουμε ως προς  $l$  και  $S$ , έτσι που να μπορούμε να υπολογίσουμε το μήκος και τη διατομή, όταν ξέρομε τα άλλα μεγέθη:

$$l = \frac{R \cdot S}{\rho} \text{ m} \quad (3)$$

$$S = \frac{\rho \cdot l}{R} \text{ mm}^2 \quad (4)$$

### Αριθμητικά παραδείγματα.

1) Να βρεθεί η αντίσταση ενός χάλκινου αγωγού όταν:

- Μήκος αγωγού  $l = 5 \text{ km}$  (5 χιλιόμετρα)
- Διáμετρος αγωγού  $d = 5 \text{ mm}$

— Ειδική αντίσταση του χαλκού  $\rho = 0,018 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$

### Λύση.

Μήκος  $l = 5 \text{ km} = 5000 \text{ m}$

$$\text{Διατομή } S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 5^2}{4} = 19,625 \text{ mm}^2$$

$$\text{Αντίσταση } R = \rho \frac{l}{S} = \frac{0,018 \cdot 5000}{19,625} = 4,58 \Omega$$

Ωστε η αντίσταση του αγωγού είναι:

$$\underline{R = 4,58 \Omega}$$

2) Από ένα ρολό σύρματος αλουμινίου, διαμέτρου  $d = 2 \text{ mm}$  και ειδικής αντί-

στάσεως  $\rho = 0,0314 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ , θέλομε να κόψουμε ένα κομμάτι, που να έχει αντίσταση  $R = 5 \Omega$ .

Να βρεθεί το μήκος του κομματιού αυτού.

### Λύση.

$$\text{Από την εξίσωση (3) έχομε: } l = \frac{R \cdot S}{\rho}$$

$$S = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 2^2}{4} = 3,14 \text{ mm}^2$$

$$\rho = 0,0314 \quad \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$$

$$R = 5 \Omega$$

$$l = \frac{5 \cdot 3,14}{0,0314} = 500 \text{ m}$$

Ωστε, για να έχουμε αντίσταση  $R = 5 \Omega$ , πρέπει να κόψουμε ένα κομμάτι μήκους:

$$l = 500 \text{ m}$$

3) Ένας χάλκινος αγωγός ηλεκτρικής γραμμής μήκους  $l = 500 \text{ m}$ , πρέπει να έχει αντίσταση  $R = 0,5 \Omega$ . Να βρεθεί η διατομή του  $S$ , όταν η ειδική αντίσταση του χαλκού είναι  $\rho = 0,018 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ .

### Λύση.

$$\text{Από την εξίσωση (4) έχομε: } S = \frac{\rho \cdot l}{R}$$

$$S = \frac{0,018 \cdot 500}{0,5} = 18 \text{ mm}^2$$

Ωστε, η διατομή του αγωγού πρέπει να είναι:  $S = 18 \text{ mm}^2$ .

### **β) Εξάρτηση της αντίστασεως από τη θερμοκρασία.**

Εφ' όσον η ειδική αντίσταση ενός αγωγού εξαρτάται από τη θερμοκρασία, εξαρτάται και η αντίστασή του από τη θερμοκρασία, σύμφωνα με τον τύπο (1) της παραγράφου 4.3. Η αντίσταση π.χ. του μεταλλικού νήματος μιας λυχνίας φωτισμού, είναι 10 φορές περίπου μεγαλύτερη σε θερμή παρά σε ψυχρή κατά-

σταση. Γενικά, η αντίσταση των καθαρών μετάλλων αυξάνεται με τη θερμοκρασία, ενώ η αντίσταση των κραμάτων και των ημιαγωγών συνήθως μειώνεται.

Έστω ότι η αντίσταση ενός αγωγού μεταβάλλεται κατά  $\alpha$  Ω ανά βαθμό Κελσίου και  $\Omega$ . Αν ο αγωγός έχει αντίσταση  $R_1$  σε θερμοκρασία  $\theta_1$  και η θερμοκρασία του αυξηθεί  $\theta_2$  ελαττωθεί, ώστε να φθάσει τη θερμοκρασία  $\theta_2$ , η αντίστασή του θα μεταβληθεί κατά  $\alpha (\theta_2 - \theta_1) R_1$ . Άρα, η αντίστασή του στη θερμοκρασία  $\theta_2$ , θα είναι:

$$R_2 = R_1 + \alpha (\theta_2 - \theta_1) R_1$$

$$\text{ή} \quad R_2 = R_1 [1 + \alpha(\theta_2 - \theta_1)] \Omega \quad (5)$$

Από τη σχέση αυτή παίρνομε:

$$R_1 = \frac{R_2}{1 + \alpha(\theta_2 - \theta_1)} \quad \Omega \quad (6)$$

και

$$\alpha = \frac{R_2 - R_1}{R_1 (\theta_2 - \theta_1)} \frac{1}{^{\circ}\text{C}} \quad (7)$$

Το  $\alpha$  ονομάζεται **θερμικός συντελεστής** και έχει διάσταση  $1/{}^{\circ}\text{C}$ .

Στον προηγούμενο συλλογισμό μας θεωρήσαμε σταθερό το θερμικό συντελεστή  $\alpha$ . Στην πραγματικότητα όμως ο θερμικός συντελεστής είναι διαφορετικός στις διάφορες θερμοκρασίες. Συνήθως, ο θερμικός συντελεστής δίνεται για θερμοκρασία  $20^{\circ}\text{C}$ , οπότε στους τύπους (5) - (7)  $\theta_1 = 20^{\circ}\text{C}$ . Για  $20^{\circ}\text{C}$  δίνονται επίσης οι τιμές των αντιστάσεων των αντιστατών.

Από τη σχέση (7), προκύπτει ότι ο θερμικός συντελεστής είναι **θετικός** στα μέταλλα, όπου  $R_2 > R_1$ , και συνήθως αρνητικός στα κράματα και στους ημιαγωγούς, όπου  $R_2 < R_1$ . Στον πίνακα 4.3.1 αναγράφεται ο θερμικός συντελεστής ορισμένων υλικών.

### Αριθμητικά παραδείγματα.

- Σε μια λυχνία πυρακτώσεως, εφαρμόζομε τάση  $U = 220 \text{ V}$ . Όταν η λυχνία βρίσκεται στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας (θερμή κατάσταση), μέσα από τη λυχνία περνά ρεύμα εντάσεως  $I = 220 \text{ mA}$ .

Να βρεθούν:

- Η αντίσταση της λυχνίας σε κατάσταση λειτουργίας.
- Η αντίσταση της λυχνίας σε θερμοκρασία  $15^{\circ}\text{C}$ , αν η θερμοκρασία λειτουργίας είναι  $2215^{\circ}\text{C}$  και ο θερμικός συντελεστής  $\alpha = 0,005 \text{ } 1/{}^{\circ}\text{C}$ .
- Η ένταση  $I$ , όταν η λυχνία είναι σε ψυχρή κατάσταση, δηλαδή σε  $15^{\circ}\text{C}$ .

**Λύση.**a) Τάση λειτουργίας  $U = 220 \text{ V}$ Ενταση λειτουργίας  $I = 220 \text{ mA} = 0,22 \text{ A}$ 

$$\text{Αντίσταση λειτουργίας } R_2 = \frac{U}{I} = \frac{220}{0,22} = 1000 \Omega$$

$$\underline{\text{Αντίσταση λειτουργίας } R_2 = 1000 \Omega}$$

β) Από την εξίσωση (6) έχομε:

$$R_1 = \frac{R_2}{1 + a(\theta_2 - \theta_1)}$$

 $R_2 = 1000 \Omega$  όπως υπολογίσθηκε $\theta_2 = 2215^\circ\text{C}$  $\theta_1 = 15^\circ\text{C}$ 

$$a = 0,005 \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

$$R_1 = \frac{1000}{1 + 0,005(2215 - 15)} = 83,33 \Omega$$

Η αντίσταση της λυχνίας σε θερμοκρασία  $15^\circ\text{C}$  είναι:

$$\underline{R_1 = 83,33 \Omega}$$

γ) Η τάση  $U = 220 \text{ V}$  παραμένει σταθερήΗ αντίσταση σε  $15^\circ\text{C}$  είναι  $R_1 = 83,33 \Omega$ 

Η ενταση λοιπόν θα είναι:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{220}{83,33} = 2,6 \text{ A}$$

Όταν η λυχνία είναι σε ψυχρή κατάσταση, δηλαδή  $15^\circ\text{C}$ , τότε η ενταση  $I$  είναι:

$$\underline{I = 2,6 \text{ A}}$$

Παρατηρούμε ότι σε ψυχρή κατάσταση, μόλις η λυχνία συνδεθεί σε τάση  $220 \text{ V}$ , το ρεύμα είναι περισσότερο από το δεκαπλάσιο του ρεύματος, που την διαρρέει όταν φθάσει στη μόνιμη θερμή κατάσταση λειτουργίας και η αντίστασή της είναι λιγότερη από το  $1/10$  της αντιστάσεως, σε θερμή κατάσταση.

- 2) Να βρεθεί η αντίσταση ενός χάλκινου αγωγού μήκους  $l = 1000 \text{ m}$  και διατομής  $S = 0,75 \text{ mm}^2$ , σε θερμοκρασίες  $20^\circ\text{C}$  και  $+100^\circ\text{C}$ .  
 Ειδική αντίσταση του χαλκού σε  $20^\circ\text{C}$ :  $\rho = 0,0175 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$   
 Θερμικός συντελεστής:  $\alpha = 0,0039 \text{ } 1/\text{C}$

**Λύση.**

- a) Αντίσταση του αγωγού σε θερμοκρασία  $20^\circ\text{C}$ :

$$R_1 = \frac{\rho l}{S} = \frac{0,0175 \cdot 1000}{0,75} = 23,3 \Omega$$

$$\underline{R_1 = 23,3 \Omega}$$

- b) Αντίσταση του αγωγού σε θερμοκρασία  $100^\circ\text{C}$ :

$$R_2 = R_1 [1 + \alpha (\theta_2 - \theta_1)]$$

$$R_2 = 23,3[1 + 0,0039 (100 - 20)] = 30,6 \Omega$$

$$\underline{R_2 = 30,6 \Omega}$$

Παρατηρούμε ότι η μεταβολή της αντιστάσεως μεταξύ  $20^\circ\text{C}$  και  $100^\circ\text{C}$  ανέρχεται σε  $31,2\%$ .

- 3) Η αντίσταση των χαλκίνων τυλιγμάτων μιας γεννήτριας, μετρήθηκε σε ψυχρή κατάσταση ( $\theta_1 = 20^\circ\text{C}$ ) και βρέθηκε  $R_1 = 200 \Omega$ . Υστερα από λειτουργία μιας ώρας, οπότε η θερμοκρασία της σταθεροποιήθηκε, η αντίστασή της βρέθηκε  $R_2 = 240 \Omega$ . Ο θερμικός συντελεστής του χαλκού είναι  $\alpha \approx 0,004 \text{ } 1/\text{C}$ .

Να βρεθεί η θερμοκρασία μόνιμης λειτουργίας της γεννήτριας.

**Λύση.**

Από την επίλυση της εξισώσεως (5) έχομε:

$$\theta_2 = \frac{R_2}{R_1 \cdot \alpha} - \frac{1}{\alpha} + \theta_1 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$R_2 = 240 \Omega$$

$$R_1 = 200 \Omega$$

$$\alpha = 0,004 \text{ } 1/\text{C}$$

$$\theta_1 = 20^\circ\text{C}$$

$$\theta_2 = \frac{240}{200 \cdot 0,004} - \frac{1}{0,004} + 20 = 300 - 250 + 20 = 70^\circ\text{C}$$

Η θερμοκρασία μόνιμης λειτουργίας της γεννήτριας είναι:  $\theta_2 = 70^\circ\text{C}$

#### 4.4 Η ηλεκτρική αγωγιμότητα και η ειδική αγωγιμότητα.

##### a) Ηλεκτρική αγωγιμότητα.

**Ηλεκτρική αγωγιμότητα** ή απλά **αγωγιμότητα**, ονομάζεται το αντίστροφο της ηλεκτρικής αντιστάσεως. Η ηλεκτρική αγωγιμότητα συμβολίζεται με το λατινικό κεφαλαίο γράμμα  $G$  και μετριέται σε μονάδες **σήμενς** (Siemens) ή **mho** (mho από την αντίστροφη γραφή του ohm):

$$G = \frac{1}{R}$$

$$1 \text{ σήμενς (S)} = 1 \text{ mho} = \frac{1}{\Omega}$$

Αφού αγωγιμότητα και αντίσταση είναι μεγέθη αντίστροφα, συμπεραίνομε ότι ένας αγωγός μικρής αγωγιμότητας παρουσιάζει μεγάλη αντίσταση, ενώ ένας αγωγός μεγάλης αγωγιμότητας παρουσιάζει μικρή αντίσταση.

##### b) Ειδική αγωγιμότητα.

**Ειδική αγωγιμότητα** ονομάζεται το αντίστροφο της ειδικής αντιστάσεως.

Η ειδική αγωγιμότητα συμβολίζεται με το μικρό γράμμα του ελληνικού αλφαριθμητικού και είναι:

$$\kappa = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{m}{\Omega \text{ mm}^2}$$

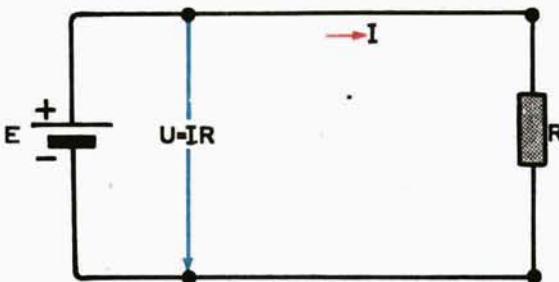
Η ειδική αγωγιμότητα μετριέται σε  $\text{m}/\Omega \text{ mm}^2$ . Ο πίνακας 4.3.1 δίνει την ειδική αγωγιμότητα ορισμένων κοινών υλικών.

#### 4.5 Ο νόμος του Ohm σε πλήρες κύκλωμα.

Στην παράγραφο 4.2 διατυπώσαμε το νόμο του  $\Omega$  για ένα **τμήμα κυκλώματος** με αντίσταση  $R$ , στο οποίο εφαρμόζεται τάση  $U$  και ρέει ρεύμα  $I$ , χωρίς να ενδιαφέρθούμε για το πώς δημιουργείται η τάση και το ρεύμα στο κύκλωμα.

Όπως ξέρομε, για να περάσει ρεύμα  $I$  από ένα αντιστάτη  $R$ , πρέπει ο αντιστάτης να συνδεθεί στους πόλους μιας ηλεκτρικής πηγής με ορισμένη ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E$ , ώστε να σχηματισθεί ένα κλειστό κύκλωμα, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.5a. Ποια σχέση συνδέει την ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E$ , το ρεύμα  $I$  και την αντίσταση  $R$  στο κλειστό αυτό κύκλωμα; Την απάντηση δίνει ο νόμος του  $\Omega$  σε πλήρες, δηλαδή **κλειστό κύκλωμα**, που προκύπτει από το νόμο του  $\Omega$  σε τμήμα κυκλώματος.

Ο αντιστάτης  $R$  μαζί με τους αγωγούς, που τον συνδέουν στους πόλους της πηγής και που θεωρούμε ότι έχουν αμελητέα αντίσταση, αποτελεί το εξωτερικό τμήμα του κυκλώματος. Στο εξωτερικό τμήμα, ξεκινά το ρεύμα από το θετικό πόλο και φθάνει στον αρνητικό πόλο της πηγής. Από τον αρνητικό πόλο, συνεχίζει το ρεύμα την πορεία του προς το θετικό μέσα στην πηγή. Η πηγή αποτελεί το εσωτερικό τμήμα του κυκλώματος. Κατά τη διέλευσή του από το τμήμα αυτό, το ρεύμα συναντά επίσης ορισμένη αντίσταση. Την αντίσταση αυτή ονομάζουμε εσωτερική αντίσταση της πηγής και τη συμβολίζουμε με το μικρό γράμμα του λατινικού αλφαριθμητού  $r$ .



Σχ. 4.5α.

Ο εξωτερικός αντιστάτης  $R$  και η εσωτερική αντίσταση  $r$  διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα  $I$ , άρα είναι συνδεδεμένοι σε σειρά. Το άθροισμά τους ονομάζεται ολική αντίσταση  $R_{ολ}$  του κυκλώματος:

$$R_{ολ} = R + r \quad (1)$$

Για να κυκλοφορήσει επομένως ρεύμα εντάσεως  $I$  μέσα στο κύκλωμα, πρέπει η ηλεκτρεγερτική δύναμη της πηγής  $E$  να έχει τέτοια τιμή, ώστε:

- a) Να καλύπτει την πτώση τάσεως  $U = IR$  στο εξωτερικό κύκλωμα.
- b) Να καλύπτει την πτώση τάσεως  $Ir$ , την οποία δημιουργεί το ρεύμα μέσα στην πηγή.

Επομένως, η ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E$  της πηγής πρέπει να είναι ίση με το άθροισμα των πτώσεων τάσεως:

$$E = IR + Ir = I(R + r) = IR_{ολ} \quad (2)$$

Από την εξίσωση (2) προκύπτει:

$$I = \frac{E}{R + r} = \frac{E}{R_{ολ}} \quad (3)$$

Το ρεύμα  $I$  σε ένα απλό κλειστό κύκλωμα, είναι ίσο με το πηλάκο της ηλεκτρεγερτικής δυνάμεως  $E$  της πηγής δια της ολικής αντιστάσεως  $R_{ολ}$  του

**κυκλώματος.** Η σχέση (3) εκφράζει το νόμο του Όμη σε πλήρες κύκλωμα και έχει την ίδια μορφή με τη σχέση (2) της παραγράφου 4.2, που δίνει το νόμο του Όμη σε τμήμα κυκλώματος.

Το γινόμενο  $IR$  στην εξίσωση (2) είναι η τάση  $U$ , που μετριέται στα άκρα του αντιστάτη  $R$ . Η τάση αυτή είναι ίση με την τάση, που μετριέται στους πόλους της πηγής, εφ' όσον οι αγωγοί συνδέσεως έχουν αμελητέα αντίσταση. Γι' αυτό ονομάζεται **πολική τάση**.

Από την (2) προκύπτει:

$$E = U + Ir \quad (4)$$

και

$$U = E - Ir \quad (5)$$

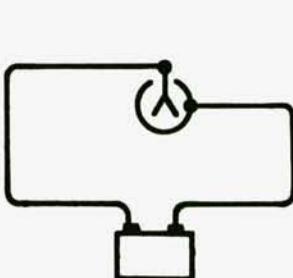
Η ηλεκτρεγερτική δύναμη μιας πηγής και η εσωτερική της αντίσταση είναι σταθερά μεγέθη, που χαρακτηρίζουν την πηγή. Αντίθετα, η πολική τάση  $U$  μεταβάλλεται με το ρεύμα, γιατί τότε μεταβάλλεται και η εσωτερική πτώση τάσεως  $Ir$ .

Η πολική τάση  $U$  της πηγής είναι ίση με την ηλεκτρεγερτική δύναμη μόνο όταν το κύκλωμα είναι ανοικτό, δηλαδή όταν η ένταση  $I = 0$ . Τότε από την παραπάνω εξίσωση (5), έχουμε:  $Ir = 0$  οπότε:

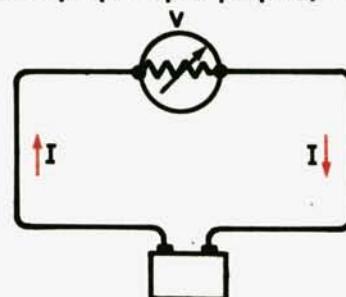
$$U = E \quad (6)$$

Από τη σχέση (6) γίνεται κατανοητός ο ορισμός της ηλεκτρεγερτικής δυνάμεως που είχαμε δώσει στην παράγραφο 3.3: Ηλεκτρεγερτική δύναμη μιας πηγής είναι η τάση που μετριέται μεταξύ των πόλων της πηγής, χωρίς να κλείσει κύκλωμα μεταξύ τους, δηλαδή χωρίς να περάσει ρεύμα από το θετικό πόλο στον αρνητικό.

Την ηλεκτρεγερτική δύναμη μπορούμε να μετρήσουμε με ειδικά **ηλεκτροστατικά βολτόμετρα**, από τα οποία δεν χρειάζεται να περάσει ρεύμα, για να λειτουργήσουν (σχ. 4.5β). Στην πράξη, μετρούμε την ηλεκτρεγερτική δύναμη μιας πηγής κατά προσέγγιση, χρησιμοποιώντας βολτόμετρο με **μεγάλη αντίσταση**. Στην περίπτωση αυτή, από το βολτόμετρο περνά ρεύμα  $I$ , όπως φαίνε-



Σχ. 4.5β.



Σχ. 4.5γ.

ται στο σχήμα 4.5γ. Το ρεύμα όμως είναι πολύ μικρό, με αποτέλεσμα η πτώση τάσεως  $I_r$  στο εσωτερικό της πηγής να είναι πολύ μικρή και η πολική τάση  $U$ , που μετρά το βολτόμετρο, να είναι σχεδόν ίση με την ΗΕΔ της πηγής  $E$ .

### **Αριθμητικά παραδείγματα.**

1) Δίνεται το κλειστό κύκλωμα του σχήματος 4.5α όπου:

$E = 1,5 \text{ V}$ , εσωτερική αντίσταση  $r = 1,5 \Omega$ , κατανάλωση  $R = 7,5 \Omega$ .

Να βρεθούν: Η ένταση  $I$  και η πολική τάση  $U$ .

**Λύση.**

$$\text{Από την εξίσωση (3) έχομε: } I = \frac{E}{R + r} = \frac{1,5}{7,5 + 1,5} = 0,167 \text{ A}$$

$$\underline{I = 0,167 \text{ A}}$$

Από την εξίσωση (4) έχομε:  $U = E - Ir$

$$U = 1,5 - 0,167 \cdot 1,5 = 1,25 \text{ V}$$

$$\underline{U = 1,25 \text{ V}}$$

2) Στο απλό κλειστό κύκλωμα του σχήματος 4.5α έχομε ΗΕΔ  $E = 1,9 \text{ V}$ , πολική τάση  $U = 1,7 \text{ V}$  και ένταση  $I = 2 \text{ A}$ .

Να βρεθούν: Η αντίσταση  $R$  του εξωτερικού κυκλώματος και η εσωτερική αντίσταση  $r$  της πηγής.

**Λύση.**

Η εσωτερική πτώση τάσεως στην πηγή είναι:  $U' = E - U = 1,9 - 1,7 = 0,2 \text{ V}$ . Αν διαιρέσουμε την εσωτερική πτώση τάσεως με το ρεύμα, βρίσκομε την εσωτερική αντίσταση της πηγής:

$$r = \frac{U'}{I} = \frac{0,2}{2} = 0,1 \Omega$$

$$\underline{r = 0,1 \Omega}$$

Η αντίσταση του εξωτερικού κυκλώματος βρίσκεται, αν διαιρέσουμε την πολική τάση με το ρεύμα:

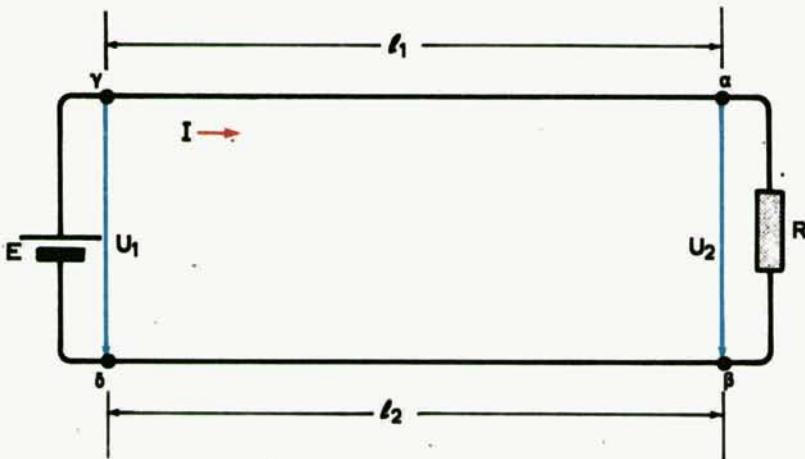
$$R = \frac{U}{I} = \frac{1,7}{2} = 0,85$$

$$\underline{R = 0,85 \Omega}$$

### **4.6 Πτώση τάσεως σε ηλεκτρικές γραμμές.**

Οι εκτεταμένες τεχνικές εφαρμογές του ηλεκτρισμού βασίζονται στο μεγάλο πλεονέκτημα της εύκολης **μεταφοράς** του ηλεκτρικού ρεύματος. Βασικά, το

ηλεκτρικό ρεύμα παράγεται από κάποια πηγή  $E$ , μεταφέρεται σε κάποια απόσταση με ένα αγωγό  $l_1$ , περνά μέσα από κάποια κατανάλωση  $R$  και κλείνει το κύκλωμα με ένα άλλο αγωγό  $l_2$  (σχ. 4.6α). Οι αγωγοί  $l_1$  και  $l_2$  σχηματίζουν μία γραμμή μεταφοράς του ηλεκτρικού ρεύματος, ή καλύτερα της ηλεκτρικής ενέργειας (την οποία θα γνωρίσουμε αργότερα).



Σχ. 4.6α.

$R_{L1}$  και  $R_{L2}$  ονομάζομε τις αντιστάσεις των αγωγών  $l_1$  και  $l_2$ .  $U_2$  ονομάζομε την τάση, που εφαρμόζομε στα άκρα της καταναλώσεως  $R$ .  $U_1$  ονομάζομε την τάση της πηγής  $E$  και  $I$  την ένταση του ρεύματος, που, στην περίπτωση της συνδεσμολογίας του σχήματος 4.6α, είναι ίδιο σε όλες τις αντιστάσεις.

Από το νόμο του Ωμ, έχουμε για την τάση μεταξύ των σημείων  $\alpha$ - $\beta$ , δηλαδή στα άκρα της καταναλώσεως  $R$ :

$$U_2 = IR$$

και για την τάση μεταξύ των σημείων  $\gamma$ - $\delta$ , δηλαδή στα άκρα της πηγής:

$$U_1 = I(R_{L1} + R + R_{L2}) \quad (1)$$

Η διαφορά των δύο αυτών τάσεων  $U_1 - U_2$  είναι η πτώση τάσεως στη γραμμή μεταφοράς:

$$U_1 - U_2 = I(R_{L1} + R_{L2}) \quad (2)$$

Αν ονομάσουμε  $R_{L1} + R_{L2} = R_L$  την ολική αντίσταση της γραμμής, τότε η εξίσωση (2) γράφεται:

$$U_1 - U_2 = IR_L \quad (3)$$

Όπως φαίνεται από τη σχέση (3), η πτώση τάσεως οφείλεται στην ολική αν-

τίσταση  $R_L$  των αγωγών  $I_1$  και  $I_2$ . Στην αντίσταση αυτή καταναλώνεται, όπως θα γνωρίσουμε αργότερα, ορισμένη ενέργεια από αυτήν που μεταφέρεται από την πηγή στην κατανάλωση. Όσο μικρότερη είναι η αντίσταση των αγωγών  $R_L$ , τόσο λιγότερη είναι και η ενέργεια που καταναλώνεται σε αυτούς. Άρα, τόσο μικρότερη είναι η πτώση τάσεως.

### Αριθμητικό παράδειγμα.

Ένας καταναλωτής αντιστάσεως  $R_2 = 20 \Omega$ , έχει κατασκευασθεί να λειτουργεί σε τάση  $U_2 = 60 \text{ V}$ . Για την τροφοδότησή του διαθέτουμε ρεύμα τάσεως  $U = 220 \text{ V}$ . Να βρεθεί ο τρόπος, που μπορεί να λειτουργήσει ο καταναλωτής  $R_2$  (οι αντιστάσεις των αγωγών δεν λαμβάνονται υπ' όψη).

### Λύση.

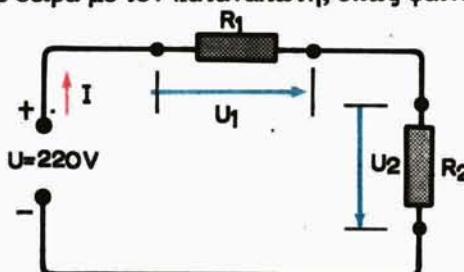
Η ένταση του ρεύματος που χρειάζεται για να λειτουργήσει ο καταναλωτής, προκύπτει από την τάση στα άκρα του και την αντίστασή του:

$$I = \frac{U_2}{R_2} = \frac{60}{20} = 3 \text{ A}$$

Την ένταση αυτή πρέπει να έχει το ρεύμα, με το οποίο θα τροφοδοτήσει η πηγή το κύκλωμα. Παρατηρούμε όμως ότι η πηγή έχει τάση 220 V, ενώ ο καταναλωτής λειτουργεί με τάση 60 V. Άρα, μεταξύ πηγής και κάταναλωτή, πρέπει να δημιουργηθεί πτώση τάσεως:

$$U_1 = U - U_2 = 220 - 60 = 160 \text{ V}$$

Εφ' όσον οι αγωγοί έχουν αμελητέα αντίσταση και δεν δημιουργούν πτώση τάσεως, την πτώση τάσεως θα πρέπει να δημιουργήσει ένας αντιστάτης  $R_1$ , που θα συνδεθεί σε σειρά με τον καταναλωτή, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.6β.



Σχ. 4.6β.

Ο αντιστάτης  $R_1$  διαρρέεται από το ίδιο ρεύμα, με το οποίο διαρρέεται και ο καταναλωτής  $R_2$ . Άρα η αντίστασή του είναι:

$$R_1 = \frac{U_1}{I} = \frac{160}{3} = 53,33 \Omega$$

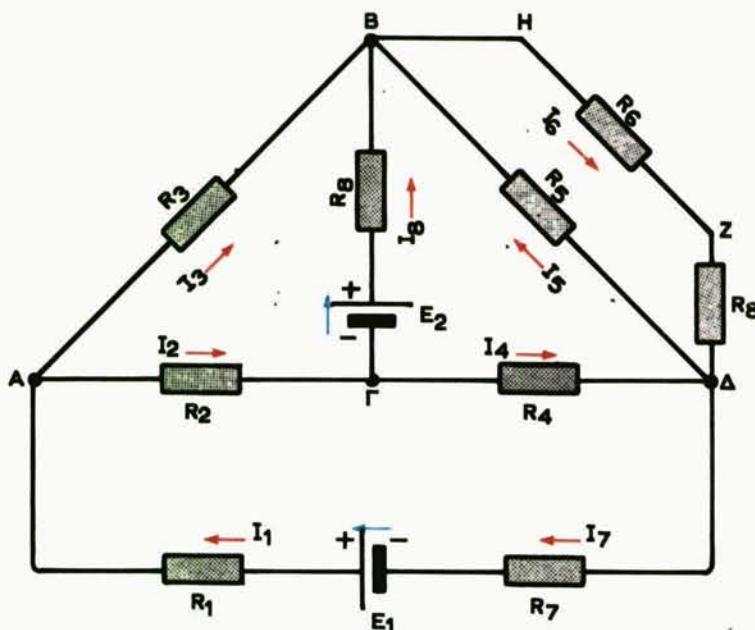
## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΕΜΠΤΟ

### ΚΑΝΟΝΕΣ ΚΑΙ ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΣΕΩΣ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

#### 5.1 Σύνθετα ηλεκτρικά κυκλώματα.

Μέχρι τώρα εξετάσαμε απλά κυκλώματα με μία μόνο πηγή και μία κατανάλωση και είδαμε πώς υπολογίζεται με το νόμο του Ohm το ρεύμα του κυκλώματος και η πτώση τάσεως στα άκρα καταναλώσεως.

Στην πράξη, τα ηλεκτρικά κυκλώματα περιλαμβάνουν συνήθως περισσότερες από μία πηγές και περισσότερες καταναλώσεις, που συνδέονται μεταξύ τους κατά διάφορους τρόπους, ώστε να σχηματίζονται κλειστές διαδρομές, όπως π.χ. φαίνεται στο σχήμα 5.1.



Σχ. 5.1.

Μία κλειστή διαδρομή, που σχηματίζεται από αγωγούς συνδέσεως, καταναλώσεις και (ή) πηγές, που συναντάμε μία μόνο φορά, όταν ξεκινήσουμε από ένα σημείο του κυκλώματος και επιστρέψουμε στο ίδιο σημείο, ονομάζεται **βρόχος**. Η διαδρομή π.χ. ABΓΑ στο σχήμα 5.1 είναι βρόχος, όπως επίσης και

η ΑΒΔΕ<sub>1</sub>Α, η ΒΓΑΕ<sub>1</sub>ΔΒ, κ.ο.κ. Αντίθετα, δεν είναι βρόχος η διαδρομή ΑΒΓΑΕ<sub>1</sub>ΔΓΑ, γιατί περνάμε δύο φορές από το τμήμα ΓΑ.

Ενα απλό κύκλωμα αποτελείται από ένα μόνο βρόχο. Ένα ηλεκτρικό κύκλωμα, που περιλαμβάνει περισσότερους από ένα βρόχους, ονομάζεται **σύνθετο κύκλωμα ή δίκτυο ή δικτύωμα**. Σύνθετα κυκλώματα είναι π.χ. τα κυκλώματα μεταφοράς και διανομής ηλεκτρικής ενέργειας, τα ηλεκτρονικά κυκλώματα των τηλεοράσεων κλπ.

Ένα σύνθετο κύκλωμα περιλαμβάνει **κλάδους και κόμβους**. Ένας **κλάδος** σχηματίζεται από μία ή περισσότερες καταναλώσεις ή (και) πηγές συνδεδεμένες σε σειρά, μεταξύ δύο διαδοχικών κόμβων. Ένας **κόμβος** είναι το σημείο συνδέσεως των άκρων τριών ή περισσοτέρων κλάδων. Το τμήμα AR<sub>3</sub>B του κυκλώματος του σχήματος 5.1 αποτελεί π.χ. κλάδο, όπως και το τμήμα AR<sub>1</sub>E<sub>1</sub>R<sub>1</sub>Δ. Τα σημεία A, B, Γ, Δ αποτελούν κόμβους. Αντίθετα, δεν αποτελεί κλάδο το τμήμα ΒΑΓ γιατί μεσολαβεί ο κόμβος A. Επίσης τα σημεία Η και Ζ δεν αποτελούν κόμβους.

**Ο προσδιορισμός των ρευμάτων και των πτώσεων τάσεως στους κλάδους ενός κυκλώματος, όταν δίνεται το κύκλωμα και είναι γνωστές οι ΗΕΔ των πηγών και οι καταναλώσεις, ονομάζεται «ανάλυση κυκλώματος».** Για την ανάλυση ενός σύνθετου κυκλώματος, δεν αρκεί ο νόμος του Ohm, γιατί το ρεύμα σε κάθε κλάδο δεν εξαρτάται από μία μόνο πηγή και μία κατανάλωση, αλλά από όλες τις πηγές και τις καταναλώσεις του κυκλώματος. Στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιούμε δύο κανόνες που επενόησε ο Γερμανός Φυσικός G. Kirchhoff.

## 5.2 Οι Κανόνες του Kirchhoff.

a) **Ο πρώτος κανόνας του Kirchhoff** αφορά στα ρεύματα σε ένα οποιοδήποτε κόμβο του κυκλώματος. Επειδή ένας κόμβος δεν είναι πηγή ενέργειας, ώστε να προσθέτει στο δίκτυο ηλεκτρικό ρεύμα, ούτε όμως απορροφά ηλεκτρικά φορτία, ώστε να αφαιρεί ηλεκτρικό ρεύμα από το κύκλωμα, το συνολικό ρεύμα, που φθάνει σε ένα κόμβο, πρέπει να τον εγκαταλείπει αμέσως. Αυτό εκφράζεται ο πρώτος κανόνας του Kirchhoff:

**Το αριθμητικό άθροισμα των ρευμάτων που φθάνουν σε ένα κόμβο, είναι ίσο με το άθροισμα των ρευμάτων που φεύγουν από αυτόν.**

Στο σχήμα 5.1 έχουμε π.χ. με τις φορές των ρευμάτων, όπως είναι σχεδιασμένες:

$$\text{Για τον κόμβο } A: I_1 = I_2 + I_3 \quad (1)$$

$$\text{Για τον κόμβο } B: I_3 + I_8 + I_5 = I_6 \quad (2)$$

$$\text{Για τον κόμβο } \Delta: I_4 + I_6 = I_5 + I_1 \quad (3)$$

Οι σχέσεις (1) έως (3) γράφονται επίσης:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad (4) \quad \text{ή} \quad I_2 + I_3 - I_1 = 0 \quad (5)$$

$$I_3 + I_8 + I_5 - I_6 = 0 \quad (6) \quad \text{ή} \quad I_6 - I_3 - I_8 - I_5 = 0 \quad (7)$$

$$I_4 + I_6 - I_5 - I_7 = 0 \quad (8) \quad \text{ή} \quad I_5 + I_7 - I_4 - I_6 = 0 \quad (9)$$

και γενικά:

$$\sum I = 0$$

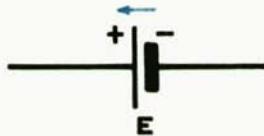
(10)

Από τις σχέσεις (4) έως (9) και τη γενική σχέση (10) εξάγεται το συμπέρασμα, ότι, αν θεωρήσουμε τα ρεύματα που φθάνουν σε ένα κόμβο θετικά και αυτά που φεύγουν αρνητικά [όπως στις εξισώσεις (4), (6) και (8)] ή αντίστροφα τα ρεύματα που φθάνουν αρνητικά και αυτά που φεύγουν θετικά [όπως στις εξισώσεις (5), (7) και (9)], μπορούμε να διατυπώσουμε ως εξής τον πρώτο κανόνα του Kirchhoff:

*Το αλγερικό αίθριοισμα των ρευμάτων που συναντώνται σε ένα κόμβο είναι ίσο με το μηδέν.*

β) *Ο δεύτερος κανόνας του Kirchhoff* αφορά στη σχέση των ηλεκτρεγερτικών δυνάμεων και των πτώσεων τάσεως σε ένα οποιοδήποτε βρόχο του κυκλώματος. Για να προσδιορίσουμε τη σχέση αυτή, εργαζόμαστε ως εξής:

1) Σε κάθε πηγή του βρόχου σημειώνομε με ένα βέλος τη συμβατική φορά, που έχει το ρεύμα, όταν διαρρέει την πηγή, δηλαδή τη φορά από τον αρνητικό πόλο προς το θετικό (σχ. 5.2a).



Σχ. 5.2a.

2) Σε κάθε κλάδο του βρόχου σημειώνομε με ένα βέλος **αυθαίρετα** τη φορά που έχει το ρεύμα στον κλάδο αυτό. Ο αυθαίρετος ορισμός της φοράς του ρεύματος είναι αναγκαίος, γιατί δεν ξέρομε από πριν ποια είναι η σωστή φορά του ρεύματος στον κλάδο. Τη σωστή φορά προσδιορίζομε, όπως θα δούμε πιο κάτω, αφού τελειώσουν οι υπολογισμοί σε ολόκληρο το κύκλωμα. Μέχρι όμως να φθάσουμε στο σημείο αυτό είναι απαραίτητο να εργασθούμε αποκλειστικά με τη φορά του ρεύματος που εκλέξαμε αυθαίρετα χωρίς να την αλλάξουμε.

3) Θεωρούμε ότι η πτώση τάσεως σε οποιαδήποτε κατανάλωση, έχει την ίδια φορά με τη φορά του ρεύματος, που διαρρέει την κατανάλωση.

4) Σημειώνομε αυθαίρετα μία φορά διαδρομής του βρόχου.

5) Θεωρούμε θετικές τις ΗΕΔ Ε των πηγών και τις πτώσεις τάσεως IR των καταναλώσεων, που έχουν την ίδια φορά με τη φορά του βρόχου και αρνητικές τις ΗΕΔ και τις πτώσεις τάσεως, που έχουν αντίθετη φορά.

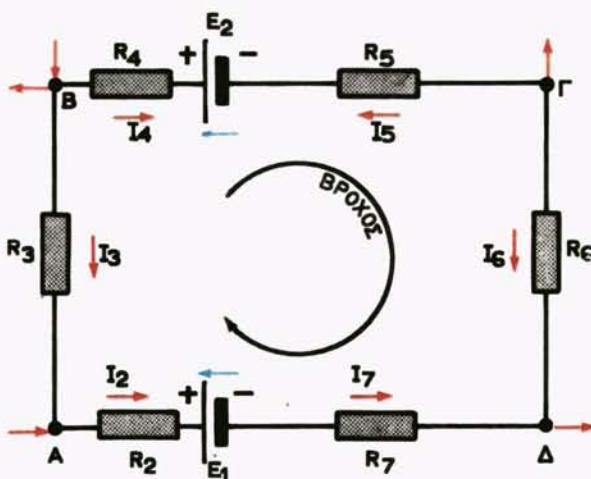
Σύμφωνα με τις παραπάνω παραδοχές ο δεύτερος κανόνας του Kirchhoff διατυπώνεται ως εξής:

Το αλγεβρικό άθροισμα των ηλεκτρεγερτικών δυνάμεων ενός βρόχου είναι ίσο με το αλγεβρικό άθροισμα των πτώσεων τάσεως στους κλάδους του βρόχου.

$$\sum E = \sum IR \quad (11)$$

Στο βρόχο του σχήματος 5.2β έχομε π.χ.:

$$E_1 - E_2 = -I_2R_2 - I_3R_3 + I_4R_4 - I_5R_5 + I_6R_6 - I_7R_7 \quad (12)$$



Σχ. 5.2β.

Για κάθε βρόχο ενός κυκλώματος, μπορούμε να γράψουμε μία εξίσωση της μορφής (11). Αν ένας βρόχος δεν περιλαμβάνει ηλεκτρεγερτικές δυνάμεις, τότε το άθροισμα των πτώσεων τάσεως στις καταναλώσεις του βρόχου είναι ίσο με μηδέν:

$$\sum IR = \sum U = 0 \quad (13)$$

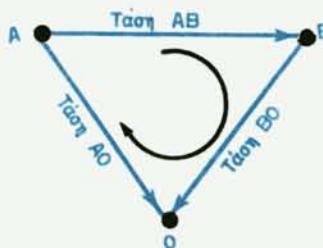
Αντί της ΗΕΔ Ε, χρησιμοποιούμε σε ορισμένες περιπτώσεις την πολική τάση  $U$  μιας πηγής, την οποία σημειώνουμε με φορά από το θετικό πόλο προς τον αρνητικό (αντίθετα δηλαδή από τη φορά της  $E$ ) και τη μεταχειρίζόμαστε σαν μία πτώση τάσεως στην εφαρμογή του δεύτερου κανόνα του Kirchhoff.

Με το δεύτερο κανόνα του Kirchhoff αποδεικνύεται αμέσως ότι η διαφορά των δυναμικών δύο σημείων είναι ίση με την τάση μεταξύ των δύο σημείων.

Όπως γνωρίσαμε στην παράγραφο 3.1, το δυναμικό ενός σημείου είναι ίσο με την τάση μεταξύ του σημείου αυτού και ενός σημείου αναφοράς, π.χ. του σημείου 0 στο σχήμα 5.2γ. Έτσι:

Δυναμικό σημείου A = Τάση AO

Δυναμικό σημείου B = Τάση BO



Σχ. 5.2γ.

Εφαρμόζοντας τη σχέση (13) στο βρόχο ABO παίρνομε:

$$\sum U = \text{Tάση } AB + \text{Tάση } BO - \text{Tάση } AO = 0$$

Άρα, Τάση AB = Τάση AO - Τάση BO =

Δυναμικό σημείου A - Δυναμικό σημείου B.

### 5.3 Εφαρμογές του νόμου του Ohm και των κανόνων του Kirchhoff.

#### a) Συνδεσμολογία αντιστατών.

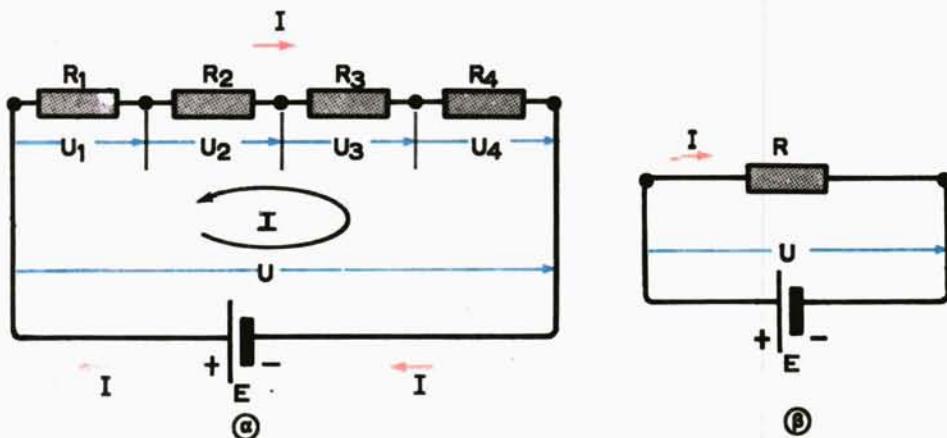
Οι αντιστάτες ενός κυκλώματος μπορούν να συνδεθούν μεταξύ τους κατά τρεις διαφορετικούς τρόπους: σε σειρά, παράλληλα και μικτά.

##### - Συνδεσμολογία σε σειρά.

Όλοι οι αντιστάτες συνδέονται στη σειρά, δηλαδή το τέλος του πρώτου αντιστάτη συνδέεται με την αρχή του δεύτερου, το τέλος του δεύτερου με την αρχή του τρίτου κ.ο.κ. Με τον ένα πόλο της ηλεκτρικής πηγής συνδέεται η αρχή του πρώτου αντιστάτη και με τον άλλο πόλο το τέλος του τελευταίου.

Ετσι, προκύπτει το κύκλωμα του σχήματος 5.3α(α). Το ρεύμα της πηγής I διαρρέει διαδοχικά όλους τους αντιστάτες και έχει την ίδια ένταση σε όλα τα σημεία του κυκλώματος, εφ' όσον δεν υπάρχει πουθενά διακλάδωση ρεύματος.

Τη συνδεσμολογία των αντιστατών σε σειρά μπορούμε να αντικαταστήσουμε με ένα μόνο αντιστάτη, εφ' όσον από αυτόν περνά το ίδιο ρεύμα I που περνά από τους αντιστάτες σε σειρά, όταν τα άκρα του συνδέονται σε τάση U, όση εί-



Σχ. 5.3a.

ναι η τάση στα άκρα της συνδεσμολογίας [σχ. 5.3a(β)]. Ο αντιστάτης αυτός ονομάζεται **ισοδύναμος αντιστάτης** της συνδεσμολογίας σέ σειρά και τα κυκλώματα (α) και (β) του σχήματος 5.3a **ισοδύναμα κυκλώματα**.

Γενικά, δύο συνδεσμολογίες αντιστατών ονομάζονται **ισοδύναμες**, όταν η **ιδια τάση στα άκρα τους δημιουργεί το ίδιο ρεύμα**.

Την αντίσταση  $R$  των ισοδύναμων αντιστάτη προσδιορίζομε ως εξής:

Στο κύκλωμα 5.3a(α) έχομε στους πόλους της πηγής την πολική τάση  $U$ , ενώ το ρεύμα  $I$  δημιουργεί στους αντιστάτες  $R_1$  ως  $R_4$  τις πτώσεις τάσεως:

$$U_1 = IR_1, \quad U_2 = IR_2, \quad U_3 = IR_3 \text{ και } U_4 = IR_4$$

Ο δεύτερος κανόνας του Kirchhoff για το κύκλωμα αυτό, δίνει:

$$\sum U = 0$$

$$\text{ή} \quad U - U_1 - U_2 - U_3 - U_4 = 0$$

$$\text{ή} \quad U = U_1 + U_2 + U_3 + U_4$$

$$\text{και} \quad U = IR_1 + IR_2 + IR_3 + IR_4 \quad (1)$$

Στο κύκλωμα 5.3a(β) έχομε με το νόμο του Ohm:

$$U = IR \quad (2)$$

Εξισώνοντας τα δεύτερα μέλη των εξισώσεων (1) και (2), παίρνομε:

$$IR = IR_1 + IR_2 + IR_3 + IR_4$$

και

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 \quad (3)$$

Από την (3) βγάζομε το συμπέρασμα ότι: **η ισοδύναμη αντίσταση μιας συνδεσμολογίας αντιστατών σε σειρά είναι ίση με το άθροισμα των αντιστάσεων των αντιστατών.**

$$R = \sum_v R_v$$

(4)

**– Παράλληλη συνδεσμολογία.**

Όλοι οι αντιστάτες του κυκλώματος συνδέονται παράλληλα, δηλαδή η αρχή κάθε αντιστάτη συνδέεται με το θετικό πόλο μιας ηλεκτρικής πηγής και το τέλος κάθε αντιστάτη συνδέεται με τον αρνητικό πόλο της πηγής [σχ. 5.3β(a)].

Στα άκρα όλων των αντιστατών επικρατεί η ίδια πολική τάση U της πηγής, ενώ το ρεύμα της πηγής I διαμοιράζεται στους αντιστάτες  $R_1$ ,  $R_2$  και  $R_3$ .

Το σχήμα 5.3β(β) δίνει το ισοδύναμο κύκλωμα της παράλληλης συνδεσμολογίας. Η ισοδύναμη αντίσταση R υπολογίζεται ως εξής:

Από τον πρώτο κανόνα του Kirchhoff στους κόμβους 1 και 2 του κυκλώματος 5.3α(α) έχομε:

$$I = I_1 + I'_1$$

και

$$I'_1 = I_2 + I_3$$

'Αρα:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad (5)$$

Από το νόμο του Ohm στους τρεις αντιστάτες παίρνομε:

$$I_1 = \frac{U}{R_1}, \quad I_2 = \frac{U}{R_2}, \quad I_3 = \frac{U}{R_3} \quad (6)$$

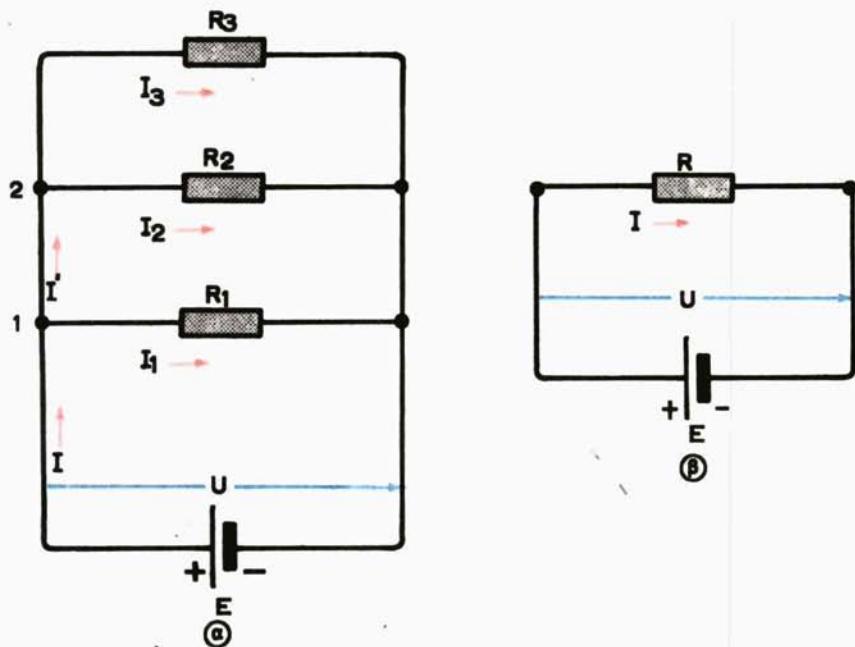
και από τις (5) και (6):

$$I = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3} \quad (7)$$

Από το νόμο του Ohm στην ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος του σχήματος 5.3β(β) έχομε:

$$I = \frac{U}{R} \quad (8)$$

Εξισώνοντας τα δεύτερα μέλη των (7) και (8) προκύπτει:



Σχ. 5.3β.

$$\frac{U}{R} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad (9)$$

και

$$G = G_1 + G_2 + G_3 \quad (10)$$

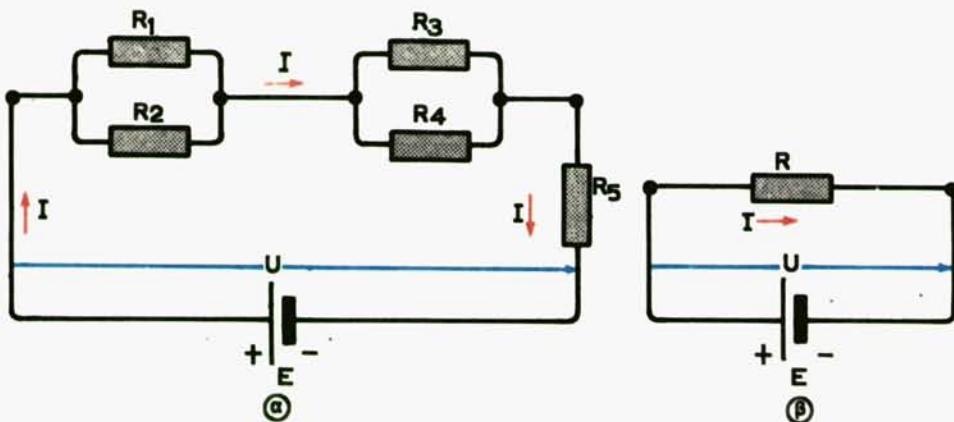
όπου  $G = \frac{1}{R}$ ,  $G_1 = \frac{1}{R_1}$ ,  $G_2 = \frac{1}{R_2}$ ,  $G_3 = \frac{1}{R_3}$ , οι αγωγιμότητες

των αντιστατών  $R$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ .

Από τη (10) εξάγομε το συμπέρασμα ότι: **η ισοδύναμη αγωγιμότητα μιας συνδεσμολογίας παραλλήλων αντιστατών είναι ίση με το άθροισμα των αγωγιμότητων τους.**

$$G = \sum_v G^v$$

(11)



Σχ. 5.3γ.

Όταν έχομε δύο μόνο παράλληλους αντιστάτες, η ισοδύναμή τους αντίσταση προκύπτει από τη σχέση:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (12)$$

ή

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (13)$$

### — Μικτή συνδεσμολογία.

Διάφοροι αντιστάτες (περισσότεροι από δύο) συνδέονται μεταξύ τους μικτά, δηλαδή παράλληλα και σε σειρά, όπως π.χ. στο σχήμα 5.3γ(α).

Για να βρούμε την ισοδύναμη αντίσταση μιας μικτής συνδεσμολογίας [σχ. 5.3γ(β)], υπολογίζουμε διαδοχικά τις ισοδύναμες αντιστάσεις των παραλλήλων συνδεσμολογιών και τις ισοδύναμες αντιστάσεις των συνδεσμολογιών σε σειρά. Στη συνέχεια, αντικαθιστούμε τις συνδεσμολογίες αυτές με τους ισοδύναμους τους αντιστάτες, ώσπου να φθάσουμε σε μία απλή παράλληλη σύνδεση ή σύνδεση αντιστατών σε σειρά, που την αντιμετωπίζουμε κατά τα γνωστά. Με τη μέθοδο αυτή, προκύπτει π.χ. ότι η ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος του σχήματος 5.3γ(α) είναι:

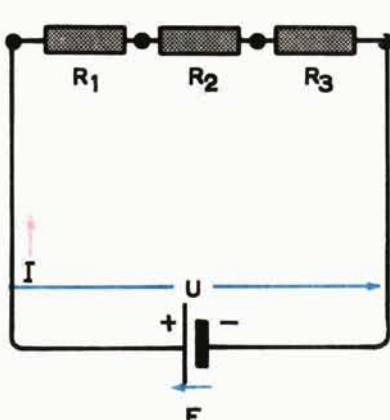
$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} + R_5$$

### Αριθμητικά παραδείγματα.

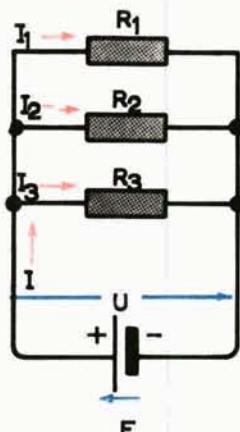
- 1) Δίνονται οι συνδεσμολογίες του σχήματος 5.3δ, όπου:  $R_1 = 4 \Omega$ ,  $R_2 = 5 \Omega$ ,  $R_3 = 20 \Omega$  και  $U = 23,2 \text{ V}$ .

Να βρεθούν:

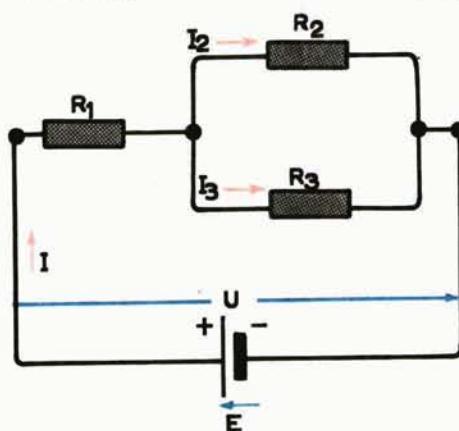
- Η ισοδύναμη αντίσταση των τριών συνδεσμολογιών.
- Η τάση στα άκρα κάθε αντιστάτη.
- Το ρεύμα, που περνά μέσα από κάθε αντιστάτη.



1. Συνδεσμολογία



2. Συνδεσμολογία



3. Συνδεσμολογία

Σχ. 5.3δ.

**Αύση.**

**Συνδεσμολογία 1.**

- Ισοδύναμη αντίσταση, σύμφωνα μέ την εξίσωση (4):

$$R = R_1 + R_2 + R_3 = 4 + 5 + 20 = 29$$

$$\underline{R = 29 \Omega}$$

β,γ) Στις συνδεσμολογίες σειράς η ένταση του ρεύματος I είναι ίδια σε όλους τους αντιστάτες:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{23,2}{29} = 0,8 \text{ A}$$

$$\underline{I = 0,8 \text{ A}}$$

Σύμφωνα με την εξίσωση (1), έχομε:

$$U = U_1 + U_2 + U_3 \quad \text{ή} \quad U = IR_1 + IR_2 + IR_3$$

$$U_1 = IR_1 = 0,8 \cdot 4 = 3,2 \text{ V}$$

$$\text{και} \quad U_2 = IR_2 = 0,8 \cdot 5 = 4,0 \text{ V}$$

$$U_3 = IR_3 = 0,8 \cdot 20 = 16 \text{ V}$$

$$\text{Επαλήθευση: } U = U_1 + U_2 + U_3 = 3,2 + 4 + 16 = 23,2 \text{ V}$$

### **Συνδεσμολογία 2.**

α) Σύμφωνα με την εξίσωση (9) έχομε:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad \text{και} \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{20} = 0,5 \Omega$$

Η ισοδύναμη αντίσταση της δεύτερης συνδεσμολογίας είναι:

$$\underline{R = 2 \Omega}$$

β) Η τάση, που εφαρμόζεται σε κάθε αντιστάτη, είναι ίδια, δηλαδή:

$$\underline{U = 23,2 \text{ V}}$$

Από το νόμο του Ohm, σε κάθε αντιστάτη παίρνομε:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{23,2}{4} = 5,8 \text{ A}$$

$$\underline{I_1 = 5,8 \text{ A}}$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{23,2}{5} = 4,64 \text{ A}$$

$$\underline{I_2 = 4,64 \text{ A}}$$

$$I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{23,2}{20} = 1,16 \text{ A}$$

$$\underline{I_3 = 1,16 \text{ A}}$$

### **Συνδεσμολογία 3.**

a) Οι αντιστάτες  $R_2$  και  $R_3$  συνδέονται παράλληλα. Από την εξίσωση (13), βρίσκομε την ισοδύναμη τους αντίσταση  $R_{2,3}$ :

$$R_{2,3} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{5 \cdot 20}{5 + 20} = 4 \Omega$$

Οι αντιστάτες  $R_{2,3}$  και  $R_1$  συνδέονται σε σειρά.  
Η ισοδύναμη αντίσταση της συνδεσμολογίας είναι:

$$R = R_{2,3} + R_1 = 4 + 4 = 8$$

$$\underline{R = 8 \Omega}$$

β) Το ολικό ρεύμα  $I$ , σύμφωνα με το νόμο του Ohm, είναι:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{23,2}{8} = 2,9 \text{ A}$$

Το ρεύμα  $I$  περνά από τον αντιστάτη  $R_1$ , άρα:

$$\underline{I_1 = I = 2,9 \text{ A}}$$

Η τάση στα άκρα του αντιστάτη  $R_1$  είναι:

$$U_1 = IR_1 = 2,9 \cdot 4 = 11,6 \text{ V}$$

Η ολική τάση  $U = U_1 + U_{2,3}$  όπου:

$$U_{2,3} = \text{η τάση στα άκρα των αντιστατών } R_2, R_3$$

$$U_{2,3} = U - U_1 = 23,2 - 11,6 = 11,6 \text{ V}$$

$$\underline{U_1 = 11,6 \text{ V}}$$

$$\underline{U_{2,3} = 11,6 \text{ V}}$$

γ) Την ένταση  $I_1$  την έχομε υπολογίσει:

$$\underline{I_1 = 2,9 \text{ A}}$$

$$I_2 = \frac{U_{2,3}}{R_2} = \frac{11,6}{5} = 2,32 \text{ A}$$

$$\underline{I_2 = 2,32 \text{ A}}$$

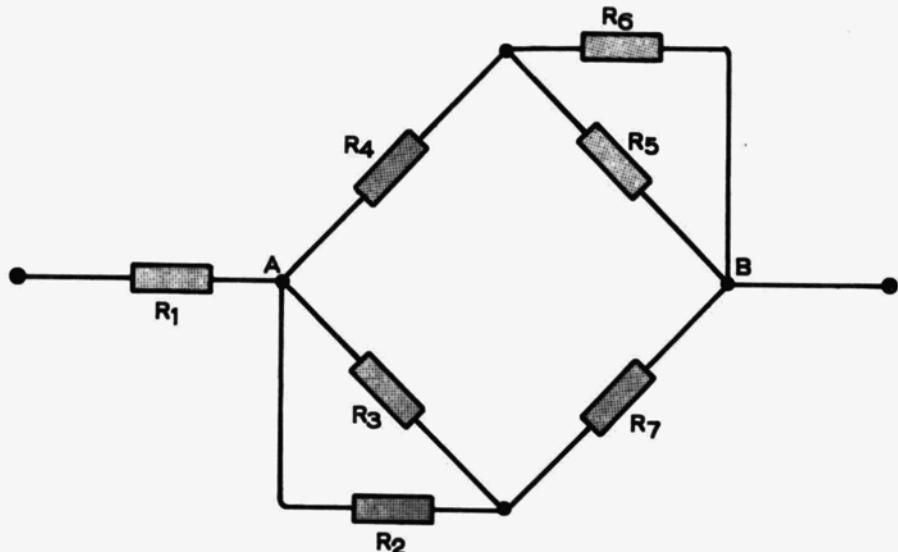
$$I_3 = \frac{U_{2,3}}{R_3} = \frac{11,6}{20} = 0,58 \text{ A}$$

$$\underline{I_3 = 0,58 \text{ A}}$$

**Επαλγήθενση.**  $I_1 = I_2 + I_3 = 2,32 + 0,58 = 2,9 \text{ A}$

- 2) Να βρεθεί η ισοδύναμη αντίσταση  $R$  της συνδεσμολογίας του παρακάτω σχήματος 5.3ε.

Δίνεται:  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R_7 = 4 \Omega$



Σχ. 5.3ε.

**Αύση.**

Οι αντιστάτες  $R_2$  και  $R_3$  συνδέονται παράλληλα:

$$R_{2,3} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{16}{8} = 2 \Omega$$

Οι αντιστάτες  $R_5$  και  $R_6$  συνδέονται παράλληλα:

$$R_{5,6} = \frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6} = 2 \Omega$$

Οι αντιστάτες  $R_{2,3}$  και  $R_7$  συνδέονται σε σειρά:

$$R_{2,3,7} = 2 + 4 = 6 \Omega$$

Οι αντιστάτες  $R_{5,6}$  και  $R_4$  συνδέονται σε σειρά:

$$R_{4,5,6} = 6 \Omega$$

Οι αντιστάτες  $R_{2,3,7}$  και  $R_{4,5,6}$  συνδέονται παράλληλα:

$$R_{A,B} = \frac{R_{2,3,7} \cdot R_{4,5,6}}{R_{2,3,7} + R_{4,5,6}} = \frac{6 \cdot 6}{6 + 6} = 3 \Omega$$

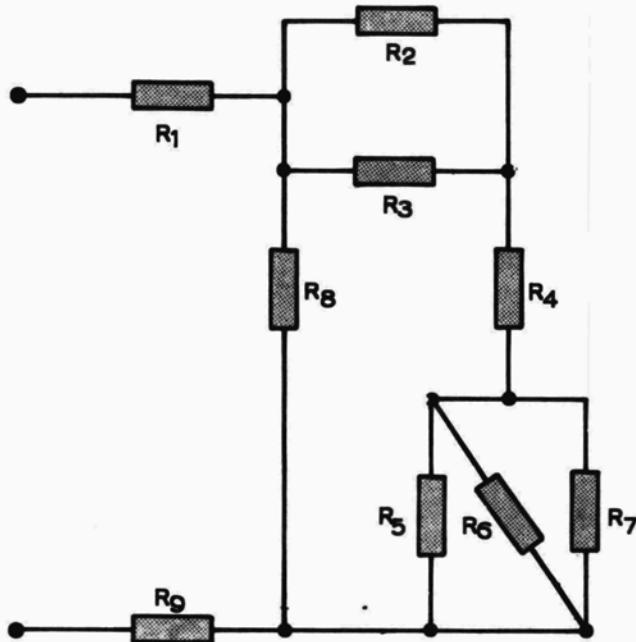
Οι αντιστάτες  $R_1$  και  $R_{A,B}$  συνδέονται σε σειρά:

$$R = R_1 + R_{A,B} = 4 + 3 = 7 \Omega$$

$$\underline{\underline{R = 7 \Omega}}$$

3) Να βρεθεί η ισοδύναμη αντίσταση  $R$  της συνδεσμολογίας του παρακάτω σχήματος 5.3στ.

Δίνονται:  $R_1 = 10 \Omega$ ,  $R_2 = 20 \Omega$ ,  $R_3 = 30 \Omega$ ,  $R_4 = 40 \Omega$ ,  $R_5 = 50 \Omega$ ,  $R_6 = 60 \Omega$ ,  $R_7 = 70 \Omega$ ,  $R_8 = 80 \Omega$ ,  $R_9 = 90 \Omega$ .



*Σχ. 5.3στ.*

*Λύση.*

Οι αντιστάτες  $R_2$  και  $R_3$  συνδέονται παράλληλα:

$$R_{2,3} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = \frac{600}{50} = 12 \Omega$$

Οι αντιστάτες  $R_5$ ,  $R_6$  και  $R_7$  συνδέονται παράλληλα:

$$\frac{1}{R_{5,6,7}} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7} = \frac{1}{50} + \frac{1}{60} + \frac{1}{70} = 0,051 \Omega$$

$$R_{5,6,7} = 19,60 \Omega$$

Οι αντιστάτες  $R_{2,3}$ ,  $R_4$  και  $R_{5,6,7}$  συνδέονται σε σειρά:

$$R_{2,3,4,5,6,7} = R_{2,3} + R_4 + R_{5,6,7} = 12 + 40 + 19,60 = 71,60 \Omega$$

Οι αντιστάτες  $R_{2,3,4,5,6,7}$  και  $R_8$  συνδέονται παράλληλα:

$$R_{2,3,4,5,6,7,8} = \frac{R_{2,3,4,5,6,7} \cdot R_8}{R_{2,3,4,5,6,7} + R_8} = \frac{71,60 \cdot 80}{71,60 + 80} = 37,8 \Omega$$

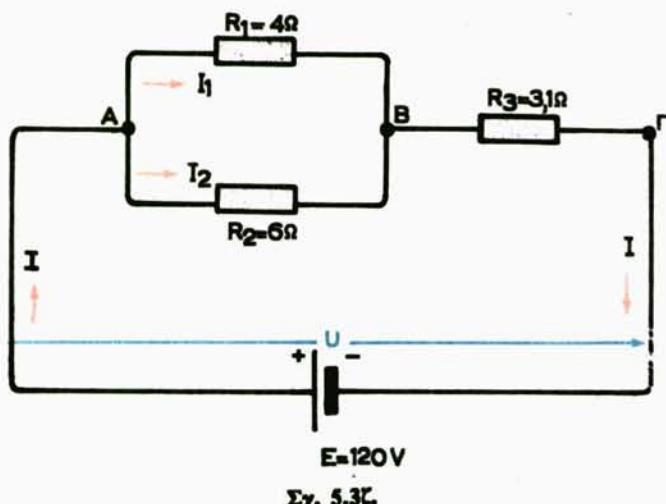
Οι αντιστάτες  $R_1$ ,  $R_{2,3,4,5,6,7,8}$  και  $R_9$  συνδέονται σε σειρά:

$$R = R_1 + R_{2,3,4,5,6,7,8} + R_9 = 10 + 37,8 + 90 = 137,8 \Omega$$

$$\underline{R = 137,8 \Omega}$$

- 4) Μία πηγή με ΗΕΔ  $E = 120$  V, και εσωτερική αντίσταση  $r = 0,5 \Omega$  τροφοδοτεί ένα κύκλωμα, όπως δείχνει το σχήμα 5.3ζ.

Να βρεθούν: α) Η πολική τάση  $U$ . β) Η πτώση τάσεως  $U'$  μέσα στην πηγή. γ) Οι εντάσεις  $I_1$  και  $I_2$ .



**Λύση.**

- α) Οι αντιστάτες  $R_1$  και  $R_2$  είναι συνδεδεμένοι παράλληλα. Από την εξίσωση (13), έχομε:

$$R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{4 \cdot 6}{4 + 6} = 2,4 \Omega$$

Οι αντιστάτες  $R_{1,2}$  και  $R_3$  είναι συνδεδεμένοι σε σειρά:

$$R_{1,2,3} = R_{1,2} + R_3 = 2,4 + 3,1 = 5,5 \Omega$$

Από την εξίσωση (3) της παραγράφου 4.5, έχομε:

$$I = \frac{E}{R + r} \quad (R = R_{1,2,3} = 5,5 \Omega)$$

Άρα:

$$I = \frac{120}{5,5 + 0,5} = 20 \text{ A}$$

Πολική τάση:  $U = IR = 20 \cdot 5,5 = 110 \text{ V}$

$$\underline{\underline{U = 110 \text{ V}}}$$

- β) Πτώση τάσεως  $U'$ :  $U' = Ir = 20 \cdot 0,5 = 10 \text{ V}$

$$\underline{\underline{U' = 10 \text{ V}}}$$

- γ) Πτώση τάσεως μεταξύ των σημείων  $B, \Gamma$ :

$$U_{B,\Gamma} = IR_3 = 20 \cdot 3,1 = 62 \text{ V}$$

$$U_{A,B} = U - U_{B,\Gamma} = 110 - 62 = 48 \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{U_{A,B}}{R_1} = \frac{48}{4} = 12 \text{ A} \quad \underline{\underline{I_1 = 12 \text{ A}}}$$

$$I_2 = \frac{U_{A,B}}{R_2} = \frac{48}{6} = 8 \quad \underline{\underline{I_2 = 8 \text{ A}}}$$

- β) **Συνδεσμολογία ηλεκτρικών πηγών.**

Κάθε ηλεκτρική πηγή παρουσιάζει ορισμένη ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E$  και

είναι κατασκευασμένη έτσι, ώστε να μπορεί να αποδίδει ορισμένο ρεύμα, όταν είναι συνδεδεμένη στην κατανάλωση, για την οποία έχει υπολογισθεί. Όταν στις διάφορες εφαρμογές της ηλεκτροτεχνίας απαιτείται μεγαλύτερη ΗΕΔ ή μεγαλύτερο ρεύμα από όσο μπορεί να διαθέσει μία πηγή, συνδέονται περισσότερες πηγές σε σειρά ή παράλληλα, ή μικτά.

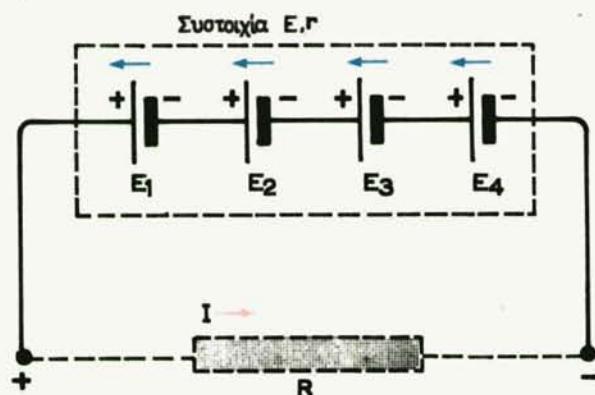
### — Σύνδεση πηγών σε σειρά.

Στη σύνδεση πηγών σε σειρά, ο αρνητικός πόλος της πρώτης πηγής συνδέεται με το θετικό πόλο της δεύτερης, ο αρνητικός της δεύτερης με το θετικό πόλο της τρίτης, κ.ο.κ. (σχ. 5.3η).

Ολόκληρο το συγκρότημα των πηγών ονομάζεται **συστοιχία**. Θετικός πόλος της συστοιχίας είναι ο θετικός πόλος της πρώτης πηγής, ενώ αρνητικός πόλος είναι ο αρνητικός πόλος της τελευταίας πηγής.

Την ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E$  και την εσωτερική αντίσταση  $r$  της συστοιχίας βρίσκομε, αν εφαρμόσουμε το δεύτερο κανόνα του Kirchhoff στο κύκλωμα του σχήματος 5.3η. Για τη συστοιχία ισχύει:

$$E = IR + Ir \quad (14)$$



Σχ. 5.3η.

Για τις ξεχωριστές πηγές  $E_1, E_2, E_3, E_4$ , με τις εσωτερικές τους αντιστάσεις  $r_1, r_2, r_3, r_4$ , παίρνομε στο ίδιο κύκλωμα:

$$E_1 + E_2 + E_3 + E_4 = IR + I(r_1 + r_2 + r_3 + r_4) \quad (15)$$

Με αντικατάσταση του γινομένου  $IR$  της (15) στη (14) παίρνομε την ταυτότητα:

$$E - Ir = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 - I(r_1 + r_2 + r_3 + r_4) \quad (16)$$

Άρα:  $E = E_1 + E_2 + E_3 + E_4$  (17)

$r = r_1 + r_2 + r_3 + r_4$  (18)

Από τις (17) και (18) εξάγομε το συμπέρασμα ότι:

*Η ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E$  μιας συστοιχίας είναι ίση με το άθροισμα των ηλεκτρεγερτικών δυνάμεων των πηγών, που την αποτελούν και η εσωτερική της αντίσταση  $r$  είναι ίση με το άθροισμα των εσωτερικών αντιστάσεων των πηγών.*

$$E = \sum_v E_v$$
 (19)

$$r = \sum_v r_v$$
 (20)

Αν έχουμε η όμοιες πηγές, όπως συμβαίνει συνήθως στην πράξη, και κάθε πηγή έχει ΗΕΔ  $E_1$  και εσωτερική αντίσταση  $r_1$ , παίρνομε:

$$E = nE_1$$
 (21)

$$r = nr_1$$
 (22)

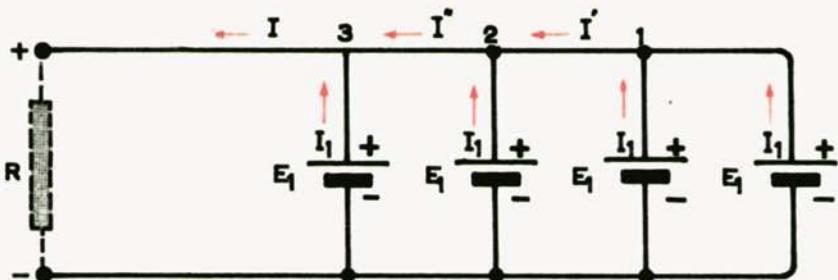
Άρα τη σύνδεση πηγών σε σειρά χρησιμοποιούμε, όταν απαιτούνται μεγαλύτερες ΗΕΔ. Το μέγιστο ρεύμα που αποδίδει η συστοιχία, δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερο από το μέγιστο ρεύμα κάθε πηγής και είναι το ίδιο σε όλες τις πηγές.

Αν κατά τη σύνδεση σε σειρά, συνδεθεί ο αρνητικός ή θετικός πόλος μιας πηγής αντίστοιχα με τον αρνητικό ή θετικό πόλο της επόμενης πηγής, λέμε ότι η πηγή αυτή συνδέεται με αντίθετη πολικότητα στη συνδεσμολογία. Οι ηλεκτρεγερτικές δυνάμεις των πηγών με αντίθετη πολικότητα αφαιρούνται από τις ΗΕΔ των υπολοίπων πηγών. Αυτό γίνεται φανερό από τον τύπο (17), στον οποίο οι πηγές με αντίθετη πολικότητα, λόγω της αντίθετης φοράς τους στο κύκλωμα, εμφανίζονται με αρνητικό σημείο. Αντίθετα, η εσωτερική αντίσταση της συστοιχίας προκύπτει από την άθροιση των εσωτερικών αντιστάσεων όλων των πηγών, ανεξάρτητα από την πολικότητά τους, σύμφωνα με τους τύπους (18) ή (22).

### — Παράλληλη σύνδεση πηγών.

Στην παράλληλη σύνδεση πηγών ενώνονται οι θετικοί πόλοι όλων των πηγών και σχηματίζουν το θετικό πόλο της συνδεσμολογίας και οι αρνητικοί τον αρνητικό (σχ. 5.3θ).

Στην παράλληλη συνδεσμολογία πρέπει όλες οι πηγές να είναι όμοιες μετα-



Σχ. 5.30.

ξύ τους. Σε αντίθετη περίπτωση, η διαφορά των ΗΕΔ σε ένα βρόχο της συνδεσμολογίας δημιουργεί ένα ρεύμα, που ρέει συνεχώς στο βρόχο, ανεξάρτητα από το αν η συνδεσμολογία είναι συνδεδεμένη ή όχι σε κατανάλωση. Αυτό έχει σαν συνέπεια απώλεια ηλεκτρικής ενέργειας. Όταν οι ΗΕΔ των πηγών είναι ίσες, δεν ρέει ρεύμα μεταξύ των πηγών, γιατί σε οποιοδήποτε βρόχο της συνδεσμολογίας το άθροισμα των ΗΕΔ κατά τον 2 κανόνα του Kirchhoff, είναι ίσο με το μηδέν.

Έστω ότι έχομε 4 ίσμοις πηγές παράλληλα συνδεδεμένες σε μία κατανάλωση  $R$  (σχ. 5.30). Κάθε πηγή δίνει ρεύμα  $I_1$ , σύμφωνα με το νόμο του Ohm:

$$I_1 = \frac{E_1}{R} \quad (23)$$

Εφαρμόζοντας τον πρώτο κανόνα του Kirchhoff στους κόμβους 1, 2 και 3, παίρνομε διαδοχικά:

$$\begin{aligned} I' &= I_1 + I_1 = 2I_1 \\ I'' &= I' + I_1 = 3I_1 \\ I &= I'' + I_1 = 4I_1 \end{aligned} \quad (24)$$

**Άρα το ολικό ρεύμα  $I$  μιας παράλληλης συνδεσμολογίας ομοίων πηγών είναι ίσο με το γινόμενο των ρεύματος μιας πηγής επί τον αριθμό των πηγών. Αν έχομε  $n$  ίσμοις παράλληλες πηγές τότε:**

$$I = nI_1 \quad (25)$$

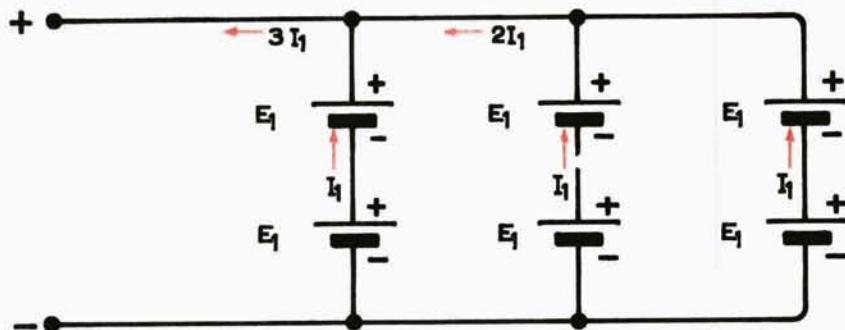
Επομένως, την παράλληλη συνδεσμολογία πηγών χρησιμοποιούμε, όταν θέλομε να αναπτύξουμε ισχυρό ρεύμα.

Οι εσωτερικές αντιστάσεις  $r_1$  των πηγών είναι παράλληλα συνδεδεμένες, άρα η ολική εσωτερική αντίσταση  $r$  μιας συνδεσμολογίας η ομοίων πηγών προκύπτει από τον τύπο:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_1} + \dots = \frac{n}{r_1} \quad (26)$$

**— Μικτή σύνδεση πηγών.**

Στη μικτή σύνδεση πηγών συνδέομε παράλληλα κλάδους πηγών, καθένας από τους οποίους σχηματίζεται από τη σύνδεση σε σειρά ίσου αριθμού ομοίων πηγών, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.3ι.



Σχ. 5.3ι.

Έστω ότι έχουμε  $n$  κλάδους και ότι ο κάθε κλάδος περιλαμβάνει  $m$  πηγές με χαρακτηριστικά  $E_1$ ,  $I_1$ ,  $r_1$ .

Η ΗΕΔ Ε της συνδεσμολογίας είναι ίση με την ΗΕΔ ενός κλάδου:

$$E = nE_1 \quad (27)$$

Η εσωτερική αντίσταση  $r$  της συνδεσμολογίας προκύπτει από την παράλληλη σύνδεση των εσωτερικών αντιστάσεων των  $n$  κλάδων:

$$r = \frac{n r_1}{m} \quad (28)$$

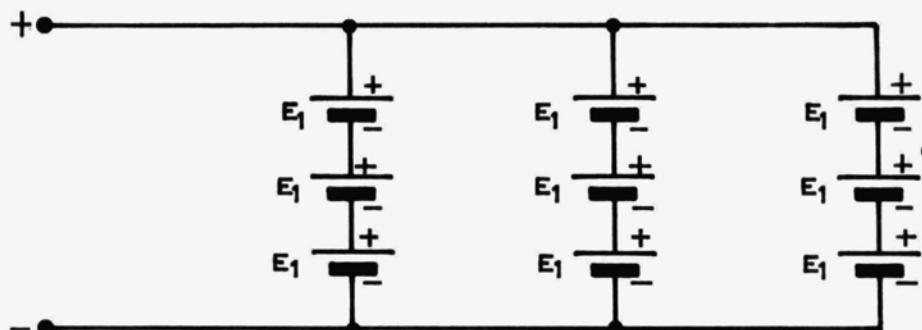
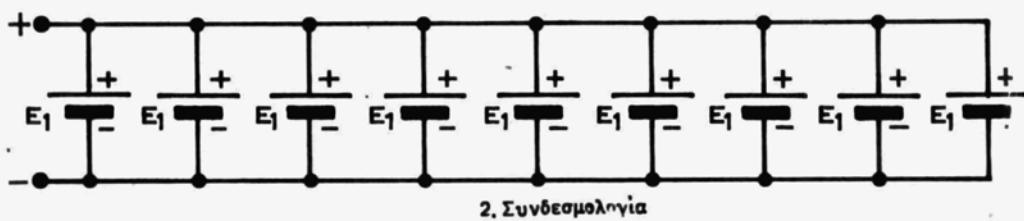
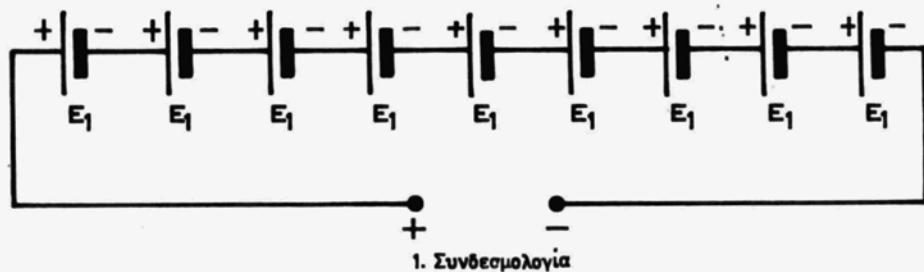
Το ολικό ρεύμα  $I$  της συνδεσμολογίας είναι  $m$  φορές μεγαλύτερο από το ρεύμα ενός κλάδου:

$$I = mI_1 \quad (29)$$

Από τις σχέσεις (27) και (29) γίνεται φανερό, ότι τη μικτή σύνδεση χρησιμοποιούμε, όταν χρειαζόμαστε ταυτόχρονα μεγάλη ΗΕΔ και ισχυρό ρεύμα.

**Αριθμητικό παράδειγμα.**

Εννέα (9) ίσμοις πηγές συνδέονται μεταξύ τους όπως δείχνουν τα σχήματα 5.3ια.



3. Συνδεσμολογία

**Σχ. 5.3ια.**

Δίνονται:

$$\text{ΗΕΔ κάθε πηγής: } E_1 = 1,5 \text{ V}$$

$$\text{Εσωτερική αντίσταση κάθε πηγής: } r_1 = 0,5 \Omega$$

$$\text{Μέγιστο ρεύμα που μπορεί να αποδίδει κάθε πηγή: } I_1 = 1 \text{ A}$$

Να βρεθούν:

- α) Η ολική ΗΕΔ Ε κάθε συνδεσμολογίας.
- β) Η ολική εσωτερική αντίσταση κάθε συνδεσμολογίας.
- γ) Η ολική ένταση I που μπορεί να αποδίδει κάθε συνδεσμολογία.

**Συνδεσμολογία 1.** Οι πηγές συνδέονται σε σειρά:

$$a) E = \sum E_1 = nE_1 = 9E_1 = 9 \cdot 1,5 = 13,5 \text{ V}$$

$$\underline{E = 13,5 \text{ V}}$$

$$\beta) r = \sum r_1 = nr_1 = 9 \cdot 0,5 = 4,5$$

$$\underline{r = 4,5 \Omega}$$

γ) Η ολική ένταση δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερη από τη μεγαλύτερη ένταση κάθε πηγής:

$$\underline{I = I_1 = 1 \text{ A}}$$

**Συνδεσμολογία 2.** Οι πηγές συνδέονται παράλληλα:

$$a) E = E_1 = 1,5 \text{ V}$$

$$\underline{E = 1,5 \text{ V}}$$

$$\beta) r = \frac{r_1}{n} = \frac{0,5}{9} = 0,0555 \Omega$$

$$\underline{r = 0,0555 \Omega}$$

$$\gamma) I = nI_1 = 9 \cdot 1 = 9$$

$$\underline{I = 9 \text{ A}}$$

**Συνδεσμολογία 3.** Οι πηγές συνδέονται μικτά, ( $n = 3$   $m = 3$ ):

$$a) E = nE_1 = 3 \cdot 1,5 = 4,5$$

$$\underline{E = 4,5 \text{ V}}$$

$$\beta) r = \frac{n r_1}{m} = \frac{3 \cdot 0,5}{3} = 0,5$$

$$\underline{r = 0,5 \Omega}$$

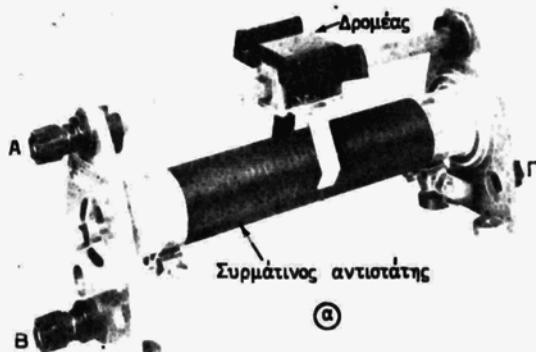
$$\gamma) I = mI_1 = 3 \cdot 1 = 3$$

$$\underline{I = 3 \text{ A}}$$

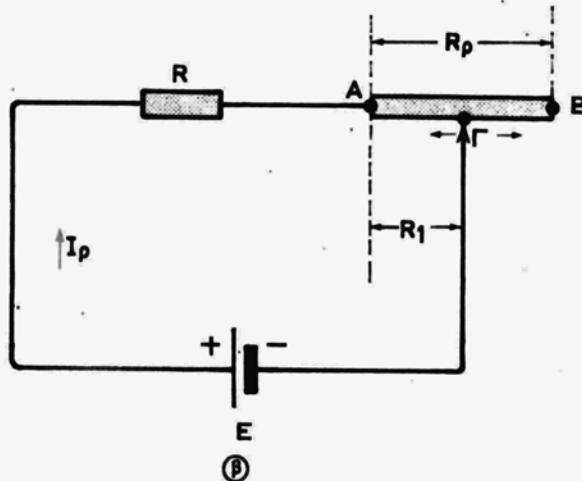
**γ) Ρύθμιση της εντάσεως του ρεύματος – Ροοστάτες.**

Για τη ρύθμιση της εντάσεως του ρεύματος σε ένα κύκλωμα, χρησιμοποιούμε ένα **μεταβλητό αντιστάτη**, δηλαδή ένα αντιστάτη με ρυθμιζόμενη αντίσταση, που ονομάζεται **ροοστάτης**. Ο ροοστάτης σχηματίζεται συνήθως από ένα σύρμα τυλιγμένο πυκνά σε ένα σωλήνα από μονωτικό υλικό (πορσελάνη κλπ.). Κατά μήκος του σωλήνα μπορεί να κινείται ένας δρομέας, που ακουμπά στο σύρμα και είναι επίσης αγώγιμα συνδεδεμένος με ένα ακροδέκτη Γ. Τα άκρα του σύρματος καταλήγουν σε δύο ακροδέκτες Α και Β [σχ. 5.3ιβ(α)].

Ο ροοστάτης συνδέεται σε σειρά στο κύκλωμα, όπως δείχνει το σχήμα 5.3ιβ(β).



(a)



(b)

Σχ. 5.3ιβ.

Εστω ότι  $R_p$  είναι η ολική αντίσταση του ροοστάτη μεταξύ των ακροδεκτών Α και Β. Είναι φανερό ότι, όταν μετακινήσουμε το δρομέα προς τα αριστερά, η αντίσταση  $R_1$  μικραίνει και, όταν φθάσει ο δρομέας στον ακροδεκτη Α, τότε  $R_1 = 0$ . Δηλαδή η αντίσταση του ροοστάτη  $R_p$  είναι ολόκληρη «εκτός κυκλώματος». Η ένταση του ρεύματος  $I$ , που διαρρέει το κύκλωμα στην περίπτωση αυτή είναι:

$$I = \frac{E}{R} \quad (30)$$

(Η αντίσταση των αγωγών του κυκλώματος και η εσωτερική αντίσταση της πηγής γ περιλαμβάνονται στην αντίσταση  $R$ ).

Αντίθετα, αν ο δρομέας μετακινηθεί, προς τα δεξιά, τότε η αντίσταση  $R_1$  μεγαλώνει και, όταν φθάσει στον ακροδέκτη  $B$  γίνεται  $R_1 = R_p$ , δηλαδή ολόκληρη η αντίσταση του ροοστάτη είναι «εντός κυκλώματος».

Η ένταση I στήν περίπτωση αυτή είναι:

$$I = \frac{E}{R + R_p} \quad (31)$$

Αν ο δρομέας βρίσκεται σε μία οποιαδήποτε ενδιάμεση θέση στο ροοστάτη, τότε η ένταση του ρεύματος  $I_p$  είναι:

$$I_p = \frac{E}{R + R_1} \quad (32)$$

όπου  $R_1$  η αντίσταση του ροοστάτη μεταξύ των ακροδεκτών  $A$  και  $G$ .

Διαιρώντας κατά μέλη τις εξισώσεις (32) και (31) παίρνομε:

$$\frac{I_p}{I} = \frac{R + R_p}{R + R_1}$$

και  $I_p = I \frac{R + R_p}{R + R_1}$  (33)

Παρατηρούμε ότι το ρεύμα του κυκλώματος εξαρτάται από την αντίσταση  $R_1$  του ροοστάτη.

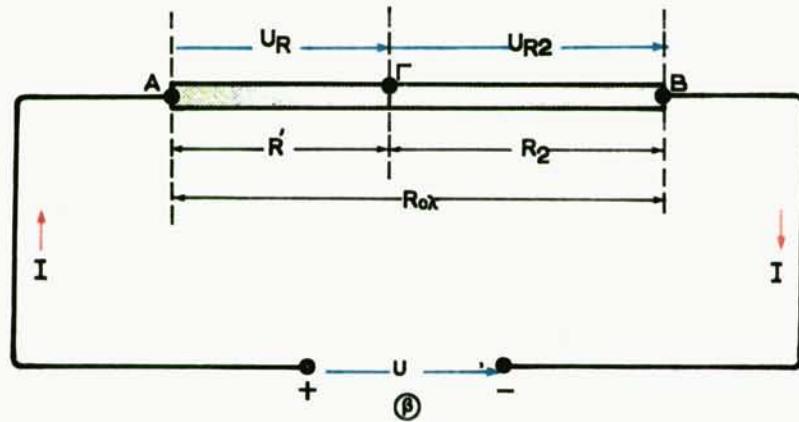
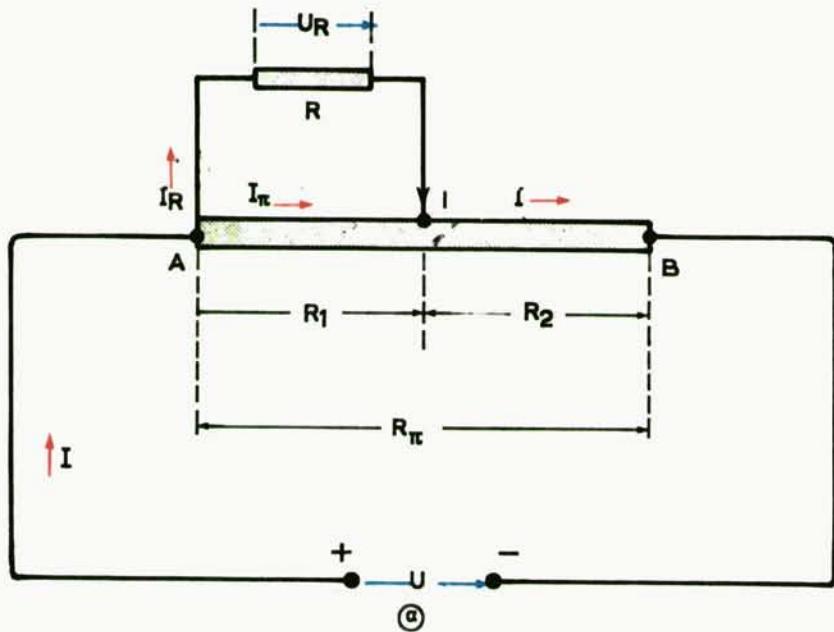
Ανάλογα λοιπόν με την αντίστασή  $R_1$ , που παρεμβάλλεται στο κύκλωμα, αυξομειώνεται το ρεύμα και ρυθμίζεται η έντασή του  $I_p$  στην επιθυμητή τιμή.

### **δ) Ρύθμιση της τάσεως – Ποτενσιόμετρα.**

Όταν θέλομε να ρυθμίσουμε την τάση στα άκρα μιας καταναλώσεως (αντίστατη)  $R$ , χρησιμοποιούμε παρόμοιες συσκευές με τους ροοστάτες, που ονομάζονται **καταμεριστές τάσεως**, ή **ποτενσιόμετρα** (από τον όρο Potential = δυναμικό). Το ποτενσιόμετρο έχει επίσης δύο ακροδέκτες  $A$  και  $B$  στα άκρα του και ένα ακροδέκτη  $G$ , συνδεδεμένο με το δρομέα.

Εστω ότι η αντίσταση του ποτενσιόμετρου μεταξύ των ακροδεκτών  $A$  και  $B$  είναι  $R_\pi$ . Οι ακροδέκτες  $A, B$  συνδέονται σε μία πηγή με πολική τάση  $U$ . Η κατανάλωση  $R$  συνδέεται με το ένα άκρο της στον ακροδέκτη  $A$  και με το άλλο στον ακροδέκτη  $G$ , δηλαδή στο δρομέα [σχ. 5.31(a)].

Όταν μετακινείται ο δρομέας  $G$  προς τα αριστερά, η αντίσταση  $R_1$  μικραί-



Σχ. 5.3ιγ.

νει, ενώ η αντίσταση  $R_2$  μεγαλώνει. Όταν ο δρομέας θα έχει φθάσει στον ακροδέκτη Α θα έχομε:

$$\begin{aligned} R_1 &= 0 & R_2 &= R_\pi \\ I_R &= 0 & I &= I_\pi \\ U_R &= 0 \end{aligned} \tag{34}$$

Όταν μετακινείται ο δρομέας Γ προς τα δεξιά, η αντίσταση  $R_1$  μεγαλώνει ενώ η αντίσταση  $R_2$  μικραίνει. Όταν ο δρομέας θα είναι στον ακροδέκτη Β, θα έχομε:

$$\begin{aligned} R_1 &= R_\pi, & R_2 &= 0 \\ I &= I_R + I_\pi \\ U_R &= U \end{aligned} \tag{35}$$

Όταν ο δρομέας βρίσκεται σε μία οποιαδήποτε ενδιάμεση θέση, οι αντιστάτες  $R$  και  $R_1$  είναι παράλληλα συνδεδεμένοι μεταξύ τους, ο δε  $R_2$  είναι συνδεδεμένος με αυτούς σε σειρά. Έτσι η ισοδύναμη ολική αντίσταση  $R_{o\lambda}$  του ποτενσιομέτρου είναι:

$$R_{o\lambda} = \frac{R R_1}{R + R_1} + R_2 = R' + R_2 \tag{36}$$

όπου  $R'$  η αντίσταση των παραλλήλων αντιστατών και μπορούμε να αντικαταστήσουμε το κύκλωμα του σχήματος 5.3ιγ(α) με το ισοδύναμο κύκλωμα του σχήματος 5.3ιγ(β).

Στα άκρα του αντιστάτη  $R'$  επικρατεί η ίδια τάση  $U_R$ , που υπάρχει στα άκρα της καταναλώσεως  $R$ , ενώ ο  $R'$  διαρρέεται από το ίδιο ρεύμα  $I$ , που διαρρέει τον αντιστάτη  $R_2$ . Άρα:

$$U_R = IR' = I \frac{R R_1}{R + R_1} \tag{37}$$

$$U = IR_{o\lambda} = I \left( \frac{R R_1}{R + R_1} + R_2 \right) \tag{38}$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις εξισώσεις (37), (38) παίρνομε:

$$\begin{aligned} \frac{U_R}{U} &= \frac{R R_1}{R(R_1 + R_2) + R_1 R_2} = \frac{R R_1}{R R_\pi + R_1 R_2} \\ \boxed{U_R = \frac{U}{\frac{R_\pi}{R_1} + \frac{R_2}{R}}} \end{aligned} \tag{39}$$

Η εξίσωση (39) μας δίνει την τάση  $U_R$  στα άκρα της καταναλώσεως  $R$  σε συνάρτηση με την τάση  $U$  στα άκρα του ποτενσιομέτρου. Παρατηρούμε ότι η

$U_R$  εξαρτάται από το φορτίο  $R$ .

Όταν  $R = \infty$ , δηλαδή όταν δεν υπάρχει κατανάλωση μεταξύ των ακροδεκτών  $A, G$  και το ποτενσιόμετρο εργάζεται σε κενό, παίρνομε από τον τύπο (39):

$$U_R = U \frac{R_1}{R_\pi} \quad (40)$$

### Αριθμητικό παράδειγμα.

Δίνεται ένα ποτενσιόμετρο αντιστάσεως  $R_\pi = 100 \Omega$ , που συνδέεται στα άκρα μιας πηγής, πολικής τάσεως  $U = 220 V$  [σχ. 5.31γ(α)].

Αν ο δρομέας του ποτενσιομέτρου βρίσκεται στη μέση του αντιστάτη  $R_\pi$ , να βρεθούν:

- a) Η τάση  $U_R$  στα άκρα της καταναλώσεως  $R$ , όταν:

$$R = 1000 \Omega \text{ και } R = 5000 \Omega$$

- b) Η τάση  $U_R$ , όταν  $R = \infty$  (λειτουργία σε κενό).

### Λύση.

- a) Επειδή ο δρομέας βρίσκεται στη μέση του ποτενσιομέτρου είναι:

$$R_1 = R_2 = 50 \Omega$$

Για κατανάλωση  $R = 1000 \Omega$ .

Από την εξίσωση (39), παίρνομε:

$$U_R = \frac{U}{\frac{R_\pi}{R_1} + \frac{R_2}{R}} = \frac{220}{\frac{100}{50} + \frac{50}{1000}} = \frac{220}{2,05} = \underline{107,31 V}$$

Για κατανάλωση  $R = 5000 \Omega$ .

$$U_R = \frac{U}{\frac{R_\pi}{R_1} + \frac{R_2}{R}} = \frac{220}{\frac{100}{50} + \frac{50}{5000}} = \frac{220}{2,01} = \underline{109,45 V}$$

- b)  $R = \infty$ .

$$\text{Από την εξίσωση (40), έχομε: } U_R = U \frac{R_1}{R_\pi} = 220 \frac{50}{100}$$

$$\underline{\underline{U_R = 110 V}}$$

### ε) Παραδείγματα αναλύσεως κυκλωμάτων.

Με τη βοήθεια του νόμου του Ohm και των δύο κανόνων του Kirchhoff, είναι δυνατή η ανάλυση οποιουδήποτε κυκλώματος, δηλαδή ο προσδιορισμός των ρευμάτων και των πτώσεων τάσεως στους κλάδους του κυκλώματος, όταν είναι γνωστές οι πηγές και οι καταναλώσεις του. Η διαδικασία, που ακολουθούμε για το σκοπό αυτό, είναι η εξής:

Έστω ότι το κύκλωμα έχει  $I$  κλάδους και  $m$  κόμβους. Σημειώνομε σε κάθε κλάδο από ένα ρεύμα ( $I_1, I_2, I_3, \dots$ ) με αυθαίρετη φορά. Προκύπτει έτσι αριθμός ρευμάτων, ίσος με τον αριθμό των κλάδων, δηλαδή  $I$  ρεύματα.

Τα ρεύματα αυτά είναι οι άγνωστοι του προβλήματος. Για να τα προσδιορίσουμε, πρέπει να σχηματίσουμε ένα σύστημα εξισώσεων, με αριθμό ανεξαρτήτων εξισώσεων ίσο με τον αριθμό των ρευμάτων. Ανεξάρτητη είναι μία εξισώση, όταν δεν προκύπτει από συνδυασμό (πρόσθεση, αφαίρεση, κλπ.) άλλων εξισώσεων του συστήματος.

Με τον πρώτο κανόνα του Kirchhoff μπορούμε να γράψουμε για κάθε κόμβο του κυκλώματος μία εξισώση:

$$\sum I = 0$$

ενώ με το δεύτερο κανόνα μπορούμε να γράψουμε για κάθε βρόχο του κυκλώματος μία εξισώση:

$$\sum E = \sum IR$$

Συνολικά προκύπτουν περισσότερες από  $I$  εξισώσεις. Από αυτές όμως, μόνο  $I$  εξισώσεις είναι ανεξάρτητες, όσα είναι δηλαδή τα άγνωστα ρεύματα. Για να λύσουμε λοιπόν το πρόβλημα, θα πρέπει να εκλέξουμε  $I$  ανεξάρτητες εξισώσεις κόμβων και βρόχων.

Από τη λύση του συστήματος, που είναι απλή, επειδή το σύστημα είναι πάντοτε πρώτου βαθμού, προκύπτει η ένταση του ρεύματος σε κάθε κλάδο με θετικό ή αρνητικό σημείο. Θετικό σημείο ενός ρεύματος, σημαίνει ότι η σωστή φορά του ρεύματος είναι αυτή, που ορίσαμε αυθαίρετα. Ενώ, αρνητικό σημαίνει ότι το ρεύμα έχει αντίθετη φορά. Αφού λύσουμε επομένως το σύστημα, πούλετε να διορθώσουμε, σύμφωνα με τα πιο πάνω, τη φορά των ρευμάτων στους κλάδους.

Οι πτώσεις τάσεως  $U$  στις καταναλώσεις  $R$  του κυκλώματος, προσδιορίζονται από το νόμο του Ohm. Για κάθε κατανάλωση ισχύει:

$$U = IR$$

όπου  $I$  η υπολογισμένη ένταση ρεύματος που διαρρέει την κατανάλωση και  $R$

η δοσμένη αντίσταση της καταναλώσεως.

Με τη βοήθεια αριθμητικών παραδειγμάτων, θα δούμε στη συνέχεια πώς γίνεται η ανάλυση διαφόρων κυκλωμάτων.

### Αριθμητικά παραδείγματα.

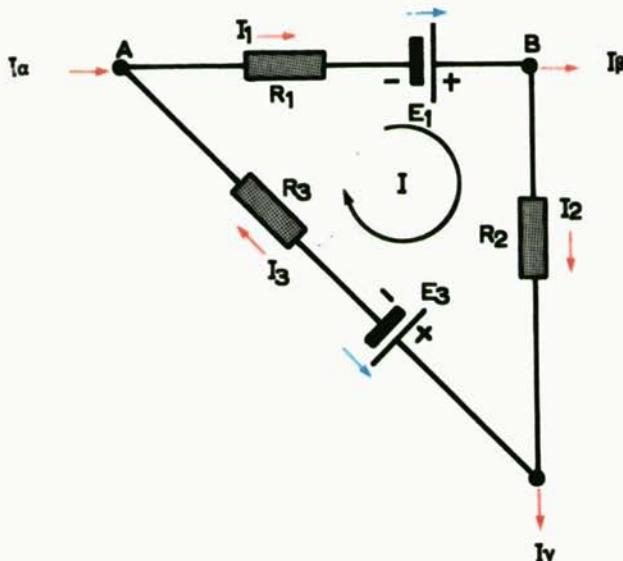
#### Παράδειγμα 1.

Δίνεται το παρακάτω δίκτυο του σχήματος 5.3ιδ.

$$\text{όπου: } I_a = 6,5 \text{ A}, \quad I_\beta = 4,8 \text{ A}$$

$$E_1 = 16 \text{ V}, \quad E_3 = 10 \text{ V}$$

$$R_1 = 2 \Omega, \quad R_2 = 5 \Omega, \quad R_3 = 0,4 \Omega$$



Σχ. 5.3ιδ.

Να βρεθούν:

α) Τα ρεύματα  $I_1$ ,  $I_2$  και  $I_3$ , που περνούν μέσα από τους αντιστάτες  $R_1$ ,  $R_2$  και  $R_3$  και το ρεύμα  $I_y$  (οι εσωτερικές αντιστάσεις των πηγών  $E_1$  και  $E_3$ , συμπεριλαμβάνονται στις αντιστάσεις  $R_1$  και  $R_3$ ).

β) Η πτώση τάσεως στους αντιστάτες  $R_1$ ,  $R_2$  και  $R_3$ .

**Λύση.**

α) Έχομε να υπολογίσουμε τέσσερα άγνωστα ρεύματα  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  και  $I_y$ . Άρα απαιτούνται τέσσερις ανεξάρτητες εξισώσεις. Εκλέγομε αυθαίρετα τη φορά των ρευμάτων  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  και τη φορά του θύραγου  $I$  (σχ. 5.3ιδ).

Σύμφωνα με τον πρώτο κανόνα του Kirchhoff, έχομε:

$$\text{Για τον κόμβο A: } I_a + I_3 - I_1 = 0 \quad (1)$$

$$\text{Για τον κόμβο B: } I_1 - I_2 - I_\beta = 0 \quad (2)$$

$$\text{Για τον κόμβο Γ: } I_2 - I_3 - I_\gamma = 0 \quad (3)$$

Σύμφωνα με το δεύτερο κανόνα του Kirchhoff, έχομε:

$$\text{Για το βρόχο I: } E_1 - E_3 = I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3 \quad (4)$$

$$\text{Από την εξίσωση (1) έχομε: } I_3 = I_1 - I_a \quad (5)$$

$$\text{Από την εξίσωση (2) έχομε: } I_2 = I_1 - I_\beta \quad (6)$$

Τις παραπάνω τιμές των ρευμάτων  $I_2$  και  $I_3$  τοποθετούμε στην εξίσωση (4) και βρίσκομε:

$$I_1 = \frac{E_1 - E_3 + I_\beta R_2 + I_a R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = 4,4 \text{ A}$$

$$\underline{I_1 = 4,4 \text{ A}}$$

Από τις εξισώσεις (6), (5) και (3) βρίσκομε:

$$\underline{I_2 = -0,4 \text{ A}}$$

$$\underline{I_3 = -2,1 \text{ A}}$$

$$\underline{I_\gamma = 1,7 \text{ A}}$$

Τα ρεύματα  $I_1$  και  $I_\gamma$  έχουν τη φορά που είναι σημειωμένη στο σχήμα 5.3ιδ, ενώ τα  $I_2$  και  $I_3$  έχουν αντίθετη φορά.

β) Πτώση τάσεως στον αντιστάτη  $R_1$ :  $I_1 R_1 = 4,4 \cdot 2 = 8,8 \text{ V}$

Πτώση τάσεως στον αντιστάτη  $R_2$ :  $I_2 R_2 = -0,4 \cdot 5 = -2 \text{ V}$

Πτώση τάσεως στον αντιστάτη  $R_3$ :  $I_3 R_3 = -2,1 \cdot 0,4 = -0,84 \text{ V}$

### *Επαλήθευση.*

Η εξίσωση (4) γράφεται:  $E_1 - E_3 - I_1 R_1 - I_2 R_2 - I_3 R_3 = 0$

$$16 - 10 - 8,8 + 2 + 0,84 \approx 0 \text{ V}$$

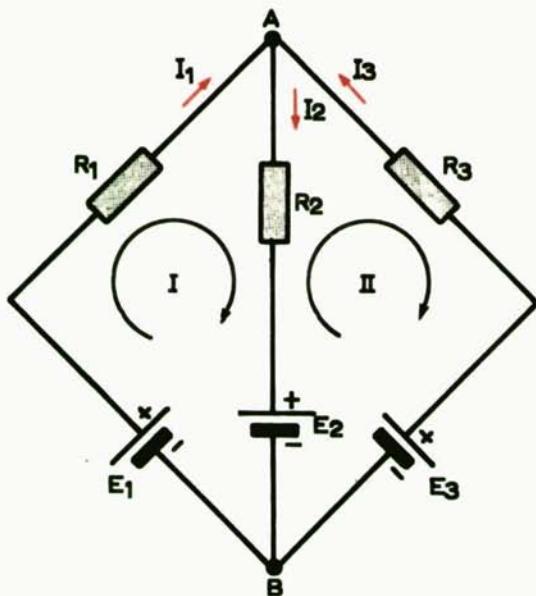
(Η διαφορά των 0,04 V είναι επιτρεπόμενο υπολογιστικό λάθος).

### *Παράδειγμα 2.*

Δίνεται προς ανάλυση το δίκτυο του σχήματος 5.3ιε, όπου:

$$\begin{aligned} E_1 &= 20 \text{ V} \\ E_2 &= 80 \text{ V} \\ E_3 &= 12,0 \text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_1 &= 2,0 \Omega \\ R_2 &= 3,0 \Omega \\ R_3 &= 4,0 \Omega \end{aligned}$$



Σχ. 5.3ε.

Να βρεθούν:

- α) Τα ρεύματα  $I_1$ ,  $I_2$  και  $I_3$ , που περνούν μέσα από τους αντιστάτες  $R_1$ ,  $R_2$  και  $R_3$ .
- β) Οι πτώσεις τάσεως  $U_1$ ,  $U_2$  και  $U_3$  στους αντίστοιχους αντιστάτες  $R_1$ ,  $R_2$  και  $R_3$ .

**Σημείωση.** Οι αντιστάτες  $R_1$ ,  $R_2$  και  $R_3$  περιλαμβάνουν τις εσωτερικές αντιστάσεις των πηγών και τις αντιστάσεις των αγωγών.

**Λύση.**

- α) Υπολογισμός τριών (3) αγνώστων ρευμάτων  $I_1$ ,  $I_2$  και  $I_3$ . Άρα απαιτούνται τρεις ανεξάρτητες εξισώσεις. Εκλέγομε αυθαίρετα τις φορές των ρευμάτων  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  και τις φορές των βρόχων I και II.
- Σύμφωνα με τον πρώτο κανόνα του Kirchhoff έχουμε:

$$\text{Για τον κόμβο A: } I_1 - I_2 + I_3 = 0 \quad (1)$$

Σύμφωνα με το δεύτερο κανόνα του Kirchhoff έχουμε:

Για το βρόχο I:  $E_1 - E_2 = I_1 R_1 + I_2 R_2$  (2)

Για το βρόχο II:  $E_2 - E_3 = -I_2 R_2 - I_3 R_3$  (3)

Από την επίλυση του παραπάνω συστήματος (3 εξισώσεις, 3 άγνωστοι) βρίσκομε:

$$\underline{I_1 = 2,768 \text{ A}}$$

$$\underline{I_2 = 2,152 \text{ A}}$$

$$\underline{I_3 = -0,616 \text{ A}}$$

β) Πτώσεις τάσεως:

$$U_1 = I_1 R_1 = 2,768 \cdot 2 = 5,536 \text{ V} \quad \underline{U_1 = 5,536 \text{ V}}$$

$$U_2 = I_2 R_2 = 2,152 \cdot 3 = 6,456 \text{ V} \quad \underline{U_2 = 6,456 \text{ V}}$$

$$U_3 = I_3 R_3 = -0,616 \cdot 4 = -2,464 \text{ V} \quad \underline{U_3 = -2,464 \text{ V}}$$

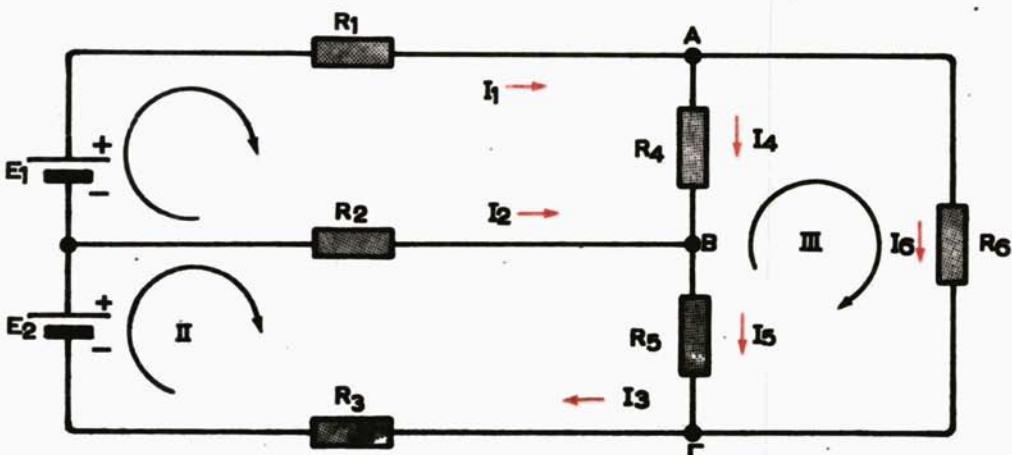
Το ρεύμα  $I_3$  έχει αντίθετη φορά από αυτή που ορίσαμε αρχικά. Οι εξισώσεις του συστήματος επαληθεύονται, αφού βέβαια λάβομε υπ' όψη ένα μικρό υπολογιστικό λάθος.

### Παράδειγμα 3.

Δίνεται προς επίλυση το παρακάτω δίκτυο του σχήματος 5.3ιστ., όπου:

$$E_1 = 110 \text{ V}, E_2 = 110 \text{ V}$$

$$R_1 = 0,1 \Omega, R_2 = 0,05 \Omega, R_3 = 0,1 \Omega, R_4 = 4 \Omega, R_5 = 5 \Omega, R_6 = 10 \Omega$$



Σχ. 5.3ιστ.

**Σημείωση.** Οι αντιστάτες  $R_1$ ,  $R_2$  και  $R_3$  περιλαμβάνουν τις εσωτερικές αντιστάσεις των πηγών και τις αντιστάσεις των αγωγών.

Να βρεθούν:

Τα ρεύματα  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ ,  $I_4$ ,  $I_5$  και  $I_6$ , που περνούν μέσα από τους αντιστάτες  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$ ,  $R_5$  και  $R_6$ .

### Λύση.

Υπολογισμός έξι (6) αγνώστων ρευμάτων  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ ,  $I_4$ ,  $I_5$ ,  $I_6$ . Άρα απαιτούνται έξι (6) ανεξάρτητες εξισώσεις. Εκλέγομε αυθαίρετα τις φορές των ρευμάτων  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ ,  $I_4$ ,  $I_5$  και  $I_6$  και των βρόχων I, II και III (σχ. 5.3ιστ).

Από τον πρώτο κανόνα του Kirchhoff έχομε:

$$\text{Για τον κόμβο A: } I_1 - I_4 - I_6 = 0 \quad (1)$$

$$\text{Για τον κόμβο B: } I_2 + I_4 - I_5 = 0 \quad (2)$$

$$\text{Για τον κόμβο Γ: } -I_3 + I_5 + I_6 = 0 \quad (3)$$

Από το δεύτερο κανόνα του Kirchhoff έχομε:

$$\text{Για το βρόχο I: } E_1 = I_1 R_1 + I_4 R_4 - I_2 R_2 \quad (4)$$

$$\text{Για το βρόχο II: } E_2 = I_2 R_2 + I_5 R_5 + I_3 R_3 \quad (5)$$

$$\text{Για το βρόχο III: } 0 = -I_4 R_4 + I_6 R_6 - I_5 R_5 \quad (6)$$

\*Λύνομε με τους γνωστούς τρόπους το παραπάνω σύστημα των έξι (6) ανεξαρτήτων εξισώσεων και βρίσκομε:

$$\underline{I_1 = 47,3 \text{ A}, I_2 = -5 \text{ A}, I_3 = 42,3 \text{ A}}$$

$$\underline{I_4 = 26,2 \text{ A}, I_5 = 21,2 \text{ A}, I_6 = 21,1 \text{ A}}$$

Το ρεύμα  $I_2$  έχει αντίθετη φορά από αυτή που αρχικά ορίσαμε.

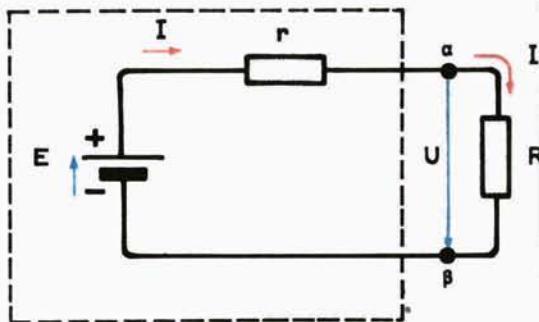
### 5.4 Ηλεκτρικές πηγές τάσεως και ρεύματος – Ιδανικές πηγές.

Στα προηγούμενα μάθαμε ότι μία ηλεκτρική πηγή χαρακτηρίζεται από την ηλεκτρεγερτική της δύναμη  $E$  και από την εσωτερική της αντίσταση  $r$ . Μία τέτοια πηγή ονομάζεται **πηγή τάσεως**. Πηγές τάσεως είναι π.χ. τα ηλεκτρικά στοιχεία, οι γεννήτριες ηλεκτρικού ρεύματος κ.ά.

Μία **ιδανική πηγή τάσεως** είναι πηγή με σταθερή  $\text{ΗΕΔ } E$  και μηδενική εσωτερική αντίσταση  $r$ . Έτσι, σε μία κατανάλωση, που συνδέεται στους πόλους της πηγής, η τάση είναι σταθερή και ανεξάρτητη από το ρεύμα, που περνά από την κατανάλωση.

Ιδανικές πηγές τάσεως δεν υπάρχουν στην πραγματικότητα, επειδή μία πηγή έχει πάντοτε ορισμένη αντίσταση. Όπως είδαμε στην περίπτωση του νόμου του Ohm σε πλήρες κύκλωμα (παράγραφος 4.5), αν συνδέσουμε μία κατανάλωση σε μία πηγή, η πολική τάση μεταβάλλεται, ανάλογα με το ρεύμα που περνά από την κατανάλωση, εξ αιτίας της πτώσεως τάσεως στην εσωτερική αντίσταση της πηγής.

*Μία πραγματική πηγή τάσεως, την παριστάνουμε στα κυκλωματικά σχέδια με μία ιδανική πηγή με σταθερή ΗΕΔ Ε και ένα αντιστάτη r ίσο με την εσωτερική αντίσταση της πηγής, συνδεδεμένο σε σειρά (σχ. 5.4a).*



Σχ. 5.4a.

Αν φαντασθούμε ότι το κύκλωμα αυτό βρίσκεται μέσα σε ένα κλειστό κουτί από το οποίο βγαίνουν μόνο οι ακροδέκτες  $\alpha$  και  $\beta$ , το κουτί αυτό θα συμπεριφέρεται όπως η πραγματική πηγή. Αν δηλαδή συνδέσουμε στους ακροδέκτες  $\alpha, \beta$ , την κατανάλωση  $R$ , ανάλογα με το μέγεθος της  $R$ , περνά ρεύμα  $I$  από το κύκλωμα και δημιουργείται πτώση τάσεως  $Ir$  στην εσωτερική αντίσταση. Η πτώση τάσεως  $U$  στην κατανάλωση, που είναι ίση με την πολική τάση της πηγής, είναι:

$$U = E - Ir \quad (1)$$

Ετσι η  $U$  δεν είναι σταθερή, όπως σε μία ιδανική πηγή, αλλά μεταβάλλεται, ανάλογα με το ρεύμα  $I$ . Όσο μικρότερη είναι η εσωτερική αντίσταση  $r$ , συγκριτικά με την κατανάλωση  $R$ , τόσο η πολική τάση  $U$  πλησιάζει στην ΗΕΔ  $E$ .

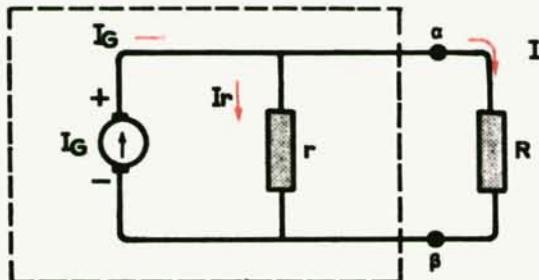
Εκτός από τις πηγές τάσεως, χρησιμοποιούνται σε ηλεκτρονικά κυκλώματα πηγές ρεύματος. Μία πηγή ρεύματος αποδίδει ρεύμα με σταθερή ένταση  $I_G$ , όταν είναι βραχυκυκλωμένη και παρουσιάζει επίσης ορισμένη εσωτερική αντίσταση  $r$ .

Μια ιδανική πηγή ρεύματος, έχει σταθερή ένταση  $I_G$  και άπειρη εσωτερική αντίσταση  $r$ . Ετσι, το ρεύμα που αποδίδει η πηγή σε μία κατανάλωση, δεν επηρεάζεται από το μέγεθος της καταναλώσεως.

Ιδανικές πηγές ρεύματος δεν υπάρχουν στην πραγματικότητα. Μία πραγ-

ματική πηγή ρεύματος είναι μία πηγή τάσεως με πολύ μεγάλη εσωτερική αντίσταση  $r$ , στην οποία συνδέεται μικρή κατανάλωση  $R$ . Στην περίπτωση αυτή, το ρεύμα που αποδίδει η πηγή, εξαρτάται ουσιαστικά από την εσωτερική αντίσταση  $r$  και δεν μεταβάλλεται αισθητά με τις μεταβολές της μικρής καταναλώσεως  $R$ .

*Την πραγματική πηγή ρεύματος παριστάνωμε στα κυκλωματικά σχέδια με μία ιδανική πηγή ρεύματος  $I_G$  και ένα αντιστάτη  $r$ , συνδεδεμένο παράλληλα στην πηγή (σχ. 5.4β).* Το κύκλωμα αυτό μπορούμε να φαντασθούμε ότι βρίσκεται επίσης σε ένα κλειστό κουτί από το οποίο βγαίνουν μόνο οι ακροδέκτες  $\alpha$  και  $\beta$ . Το κουτί αυτό συμπεριφέρεται όπως η πραγματική πηγή ρεύματος.



Σχ. 5.4β.

Αν συνδέσουμε στους ακροδέκτες  $\alpha, \beta$  της πηγής μία κατανάλωση  $R$ , η κατανάλωση αυτή θα είναι παράλληλα συνδεδεμένη με τον αντιστάτη  $r$  και το ρεύμα  $I_G$  θα διακλαδίζεται σε ένα ρεύμα  $I_r$  του αντιστάτη  $r$  και σε ένα ρεύμα  $I$  της καταναλώσεως  $R$ .

$$I_G = I_r + I \quad (2)$$

Όσο πιο μεγάλη είναι η εσωτερική αντίσταση της πηγής  $r$ , συγκριτικά με την κατανάλωση  $R$ , τόσο πιο πολύ πλησιάζει το ρεύμα  $I$  στο ρεύμα  $I_G$ .

Οι πηγές τάσεως αποδίδουν μεγάλο ρεύμα και είναι αυτές που χρησιμοποιούνται κυρίως για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας. Οι πηγές ρεύματος, αντίθετα, αποδίδουν μικρό ρεύμα.

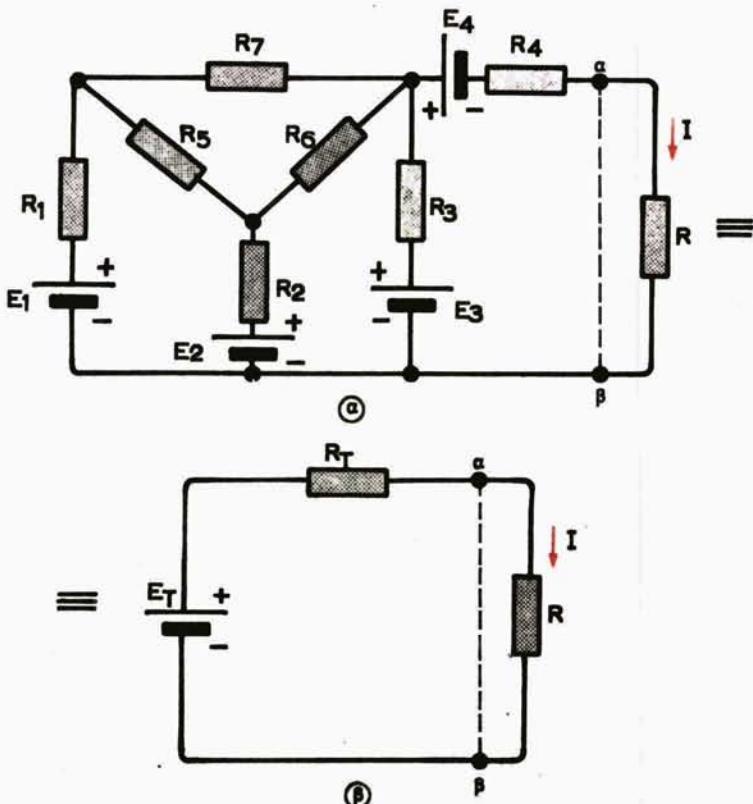
### 5.5 Το Θεώρημα του Thevenin – Εφαρμογές.

Πολλές φορές, έχομε στην πρόβλημα ένα σύνθετο κύκλωμα από πηγές και αντίστάτες και μας ενδιαφέρει να προσδιορίσουμε το ρεύμα και την πτώση τάσεως σε ένα μόνο αντιστάτη του κυκλώματος. Στην περίπτωση αυτή, μπορούμε βέβαια να επιλύσουμε το κύκλωμα με τη βοήθεια του νόμου του Ohm και των κανόνων του Kirchhoff, όπως περιγράψαμε στην παράγραφο 5.3ε). Ο τρόπος όμως αυτός είναι συνήθως επίπονος, γιατί είμαστε υποχρεωμένοι να προσδιορίσουμε τα ρεύματα και στους υπόλοιπους κλάδους του δικτύου, που δεν μας χρειάζονται.

Επίσης έχομε πολλές φορές ένα σύνθετο κύκλωμα με μία **μεταβλητή κατανάλωση** και μας ενδιαφέρει να ξέρομε το ρεύμα, που περνά από την κατανάλωση σε κάθε τιμή της. Η επίλυση με τη βοήθεια των κανόνων του Kirchhoff είναι επίσης πολύ επίπονη, επειδή θα πρέπει να επιλύσουμε γενικά το κύκλωμα ως προς το ζητούμενο ρεύμα και να προσδιορίζουμε την τιμή του για κάθε ξεχωριστή τιμή της καταναλώσεως από το γενικό τύπο, που μπορεί να είναι εξαιρετικά σύνθετος.

Όταν μας ενδιαφέρει να προσδιορίσουμε το ρεύμα σε μία μόνο κατανάλωση ή, πιο γενικά, σε ένα κλάδο από καταναλώσεις ενός κυκλώματος, μπορούμε να αντικαταστήσουμε το υπόλοιπο σύνθετο κύκλωμα, δηλαδή το κύκλωμα εκτός από την κατανάλωση ή τον κλάδο, με ένα απλό, που όμως είναι **ισοδύναμο** με το σύνθετο.

**Δύο κυκλώματα, που περιλαμβάνουν ηλεκτρικές πηγές, είναι ισοδύναμα, όταν δημιουργούν το ίδιο ρεύμα στην ίδια κατανάλωση.** Το σχήμα 5.5a π.χ. δείχνει δύο ισοδύναμα κυκλώματα (a) και (b). Και στα δύο, ρέει στην κατανάλωση R το ίδιο ρεύμα I.



Σχ. 5.5a.

Σύμφωνα με το θεώρημα του Thevenin, **οποιοδήποτε σύνθετο γραμμικό κύκλωμα, συνδεδεμένο σε δύο σημεία σε ένα άλλο κύκλωμα (π.χ. σε μία κατανάλωση), μπορεί να αντικατασταθεί με ένα απλό ισοδύναμο κύκλωμα, αποτελουμένο από μία ιδανική πηγή τάσεως  $E_T$  και ένα αντιστάτη  $R_T$  σε σειρά.** (Γραμμικό κύκλωμα λέγεται ένα κύκλωμα, που αποτελείται από γραμμικούς αντιστάτες και πηγές. Γραμμική είναι μία πηγή με γραμμική εσωτερική αντίσταση, δηλαδή αντίσταση σταθερή και ανεξάρτητη από το ρεύμα που τη διαρρέει).

Το σχήμα 5.5α δείχνει ένα σύνθετο κύκλωμα (α) και το ισοδύναμό του (β), σύμφωνα με το θεώρημα Thevenin. Το αριστερό μέρος του κυκλώματος (α) μεταξύ των ακροδεκτών α και β έχει αντικατασταθεί με την πηγή  $E_T$ , σε σειρά με τον αντιστάτη  $R_T$ . Στο δεξιό μέρος των δύο κυκλωμάτων βρίσκεται η ίδια κατανάλωση  $R$ .

Για να προσδιορίσουμε την ΗΕΔ  $E_T$  και την αντίσταση  $R_T$  του ισοδυνάμου κυκλώματος, εργαζόμαστε ως εξής:

1) Αποσυνδέομε το σύνθετο κύκλωμα, που θα απλοποιηθεί, από το υπόλοιπο κύκλωμα, ώστε να παρουσιάσει δύο ακροδεκτές α, β.

2) Υπολογίζομε την τάση σε κενό μεταξύ των ακροδεκτών α και β. Η τάση αυτή έχει ίμιη ίση με τη ζητούμενη ΗΕΔ  $E_T$ .

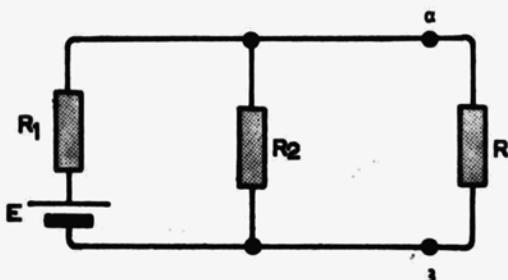
3) Βραχυκυκλώνομε τις πηγές τάσεως του κυκλώματος και ανοικτοκυκλώνομε τις πηγές ρεύματος, διατηρούμε όμως τις εσωτερικές αντιστάσεις των πηγών. Κατόπιν, υπολογίζομε την ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος, μεταξύ των ακροδεκτών α και β. Αυτή είναι η ζητούμενη αντίσταση  $R_T$ .

### **Εφαρμογή του θεωρήματος Thevenin.**

Με τη βοήθεια δύο αριθμητικών παραδειγμάτων, θα γνωρίσουμε την εφαρμογή του θεωρήματος Thevenin και τα πλεονεκτήματά του.

### **Παράδειγμα 1.**

Δίνεται το κύκλωμα του σχήματος 5.5β όπου  $E = 20 \text{ V}$ ,  $R_1 = 2 \Omega$  και  $R_2 = 2 \Omega$ . Να υπολογισθεί το ρεύμα, που διαρρέει το μεταβλητό αντιστάτη  $R$ , όταν:



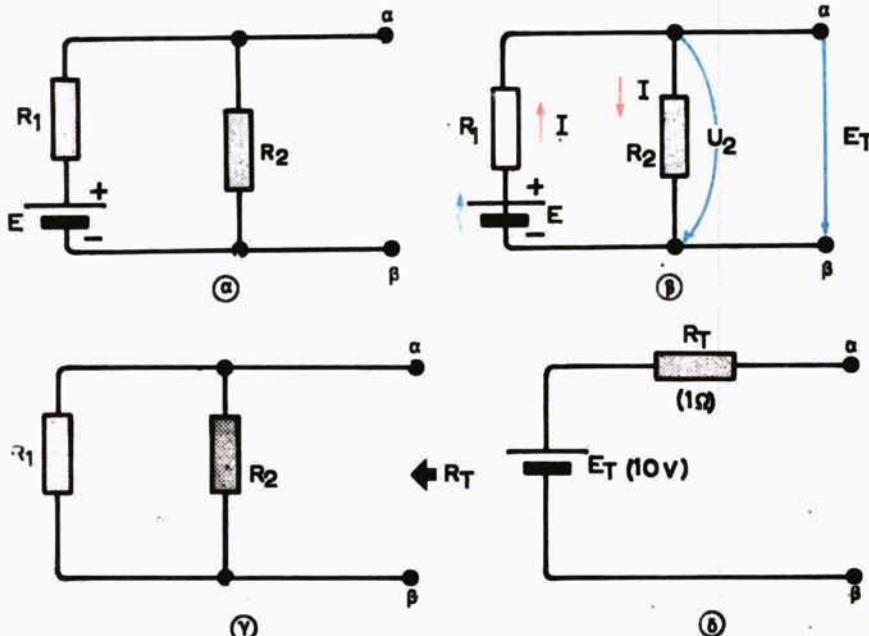
**Σχ. 5.5β.**

$R = 0 \Omega$ ,  $R = 1 \Omega$ ,  $R = 9 \Omega$  και  $R = \infty$ .

- α) Με τη βοήθεια του θεωρήματος του Thevenin.  
 β) Με τη βοήθεια των κανόνων του Kirchhoff.

**I) Λύση με το θεώρημα Thevenin.**

- α) Αποσυνδέομε τον αντιστάτη  $R$  από το κύκλωμα, ώστε να παραμείνει το σύνθετο κύκλωμα, που θα απλοποιήσουμε, με τους ακροδέκτες του  $\alpha$  και  $\beta$  [σχ. 5.5γ(α)].



Σχ. 5.5γ.

- β) Η τάση σε κενό  $E_T$  μεταξύ των ακροδεκτών  $\alpha, \beta$ , είναι ίση με την τάση  $U_2$  στα άκρα του αντιστάτη  $R_2$  [σχ. 5.5γ(β)].

$$E_T = U_2 = IR_2$$

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{20}{4} = 5 \text{ A}$$

$$E_T = 5 \cdot 2 = 10 \text{ V}$$

$$\underline{E_T = 10 \text{ V}}$$

- γ) Βραχυκυκλώνομε την πηγή τάσεως  $E$ . Έτσι, προκύπτει το κύκλωμα του σχήματος 5.5γ(γ).

Η ισοδύναμη αντίσταση  $R_T$  μεταξύ των ακροδεκτών α,β, βρίσκεται από την παράλληλη σύνδεση των αντιστατών  $R_1, R_2$ :

$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2 \cdot 2}{2 + 2} = 1 \Omega$$

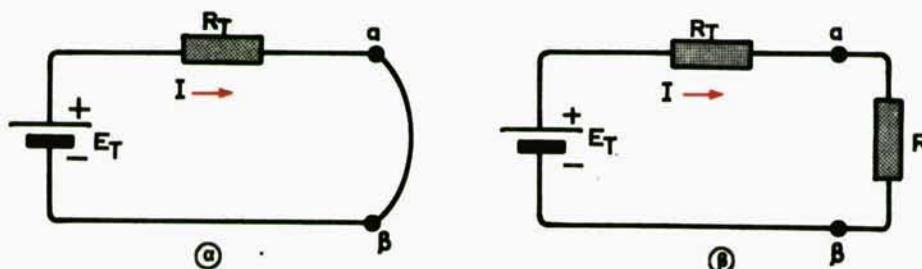
$$\underline{R_T = 1 \Omega}$$

Το σχήμα 5.5γ(δ) δίνει το ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin.

Για να προσδιορίσουμε τα ζητούμενα ρεύματα  $I$ , συνδέομε τον αντιστάτη  $R$  στους ακροδέκτες α,β. Έτσι, παίρνομε:

Για  $R = 0$  [βραχυκυκλωμένοι ακροδέκτες α,β, σχ. 5.5δ(α)]:

$$I = \frac{E_T}{R_T} = \frac{10}{1} = \underline{10 \text{ A}}$$



Σχ. 5.5δ.

Για  $R = 1 \Omega$  [σχ. 5.5δ(β)]:

$$I = \frac{E_T}{R_T + R} = \frac{10}{1 + 1} = \underline{5 \text{ A}}$$

Για  $R = 9 \Omega$  [σχ. 5.5δ(β)]:

$$I = \frac{E_T}{R_T + R} = \frac{10}{1 + 9} = \underline{1 \text{ A}}$$

Για  $R = \infty$  [σχ. 5.5γ(δ)]:

$$I = \frac{E_T}{R_T + R} = \frac{E}{\infty} = \underline{0 \text{ A}}$$

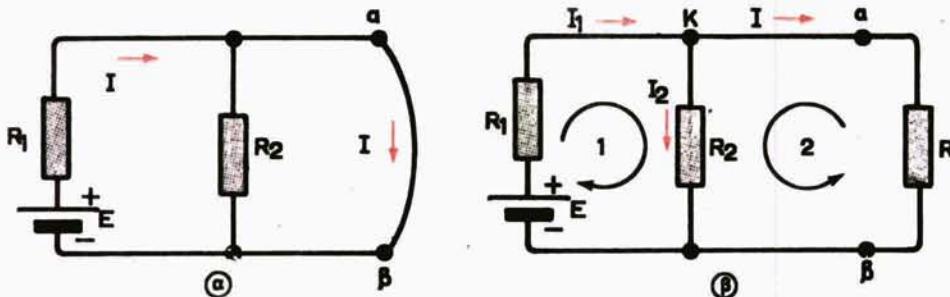
Το αποτέλεσμα είναι βέβαια αμέσως φανερό από το σχήμα 5.5γ(δ), γιατί όταν έχουμε ανοικτό κύκλωμα, δεν ρέει ρεύμα μεταξύ των ακροδεκτών α, β.

## 2) Λύση με τους κανόνες του Kirchhoff.

Για  $R = 0 \Omega$  [σχ. 5.5ε(α)].

Ο αντιστάτης  $R_2$  είναι βραχυκυκλωμένος και δεν ρέει ρεύμα από αυτόν.  
Άρα:

$$I = \frac{E}{R_1} = \frac{20}{2} = 1 \text{ A}$$



Σχ. 5.5ε.

Για  $R = I \Omega$  [σχ. 5.5ε(β)].

Το κύκλωμα έχει 3 άγνωστα ρεύματα  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I$ .

Από τον πρώτο κανόνα του Kirchhoff, στον κόμβο Κ παίρνομε:

$$I_1 = I_2 + I \quad (1)$$

Από το δεύτερο κανόνα του Kirchhoff, στους βρόχους 1 και 2 έχουμε:

$$E = I_1 R_1 + I_2 R_2 \quad (2)$$

$$I_2 R_2 - I R = 0 \quad (3)$$

Η (1) στη (2) δίνει:

$$E = (I_2 + I) R_1 + I_2 R_2 = I_2(R_1 + R_2) + I R_1$$

και

$$I_2 = \frac{E - I R_1}{R_1 + R_2} \quad (4)$$

Η (4) στην (3) δίνει:

$$\frac{E - IR_1}{R_1 + R_2} R_2 - IR = 0$$

$$\text{ή } ER_2 - IR_1 R_2 - IRR_1 - IRR_2 = 0$$

και  $I = \frac{ER_2}{R_1 R_2 + RR_1 + RR_2}$  (5)

Άρα:  $I = \frac{20 \cdot 2}{2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 2} = \frac{40}{8} = 5 \text{ A}$

Για  $R = 9 \Omega$  [σχ. 5.5ε(β)].

Εφαρμόζοντας τον τύπο (5), παίρνομε:

$$I = \frac{ER_2}{R_1 R_2 + RR_1 + RR_2} = \frac{20 \cdot 2}{2 \cdot 2 + 9 \cdot 2 + 9 \cdot 2} = \frac{40}{40} = 1 \text{ A}$$

Για  $R = \infty$  [σχ. 5.5γ(α)].

Μεταξύ των ακροδεκτών  $\alpha, \beta$  δεν ρέει ρεύμα. Άρα:

$$I = 0$$

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα, που πήραμε με τις δύο μεθόδους, διαπιστώνεμε ότι είναι τα ίδια σε κάθε περίπτωση. Με τη μέθοδο όμως του Thevenin, το ρεύμα στον αντιστάτη  $R$  υπολογίζεται αμέσως, ενώ με τους κανόνες του Kirchhoff, χρειάζεται αρκετή διαδικασία. Και η διαδικασία αυτή είναι τόσο πιο πολύπλοκη, όσο πιο σύνθετο είναι το δίκτυο που επιλύομε.

### Παράδειγμα 2.

Δίνεται το κύκλωμα του σχήματος 5.5στ.

Να υπολογισθεί το ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin.

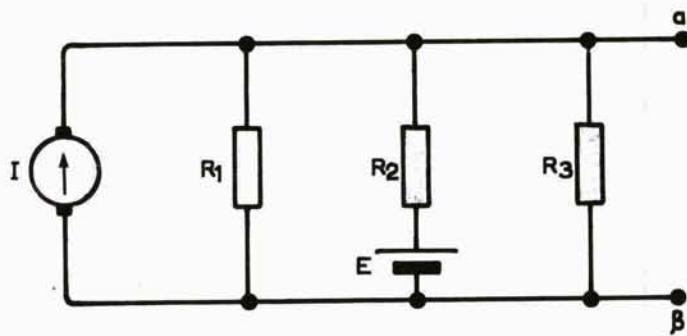
**Λύση.**

#### a) Υπολογισμός της $E_T$ .

Η  $E_T$  είναι η τάση σε κενό μεταξύ των ακροδεκτών  $\alpha$  και  $\beta$ . Η τάση αυτή είναι ίδια στα άκρα των αντιστατών  $R_1$  και  $R_3$  (σχ. 5.5).

Άρα:

$$I_1 = \frac{E_T}{R_1} \quad (6)$$



$$I = 2 \text{ A}$$

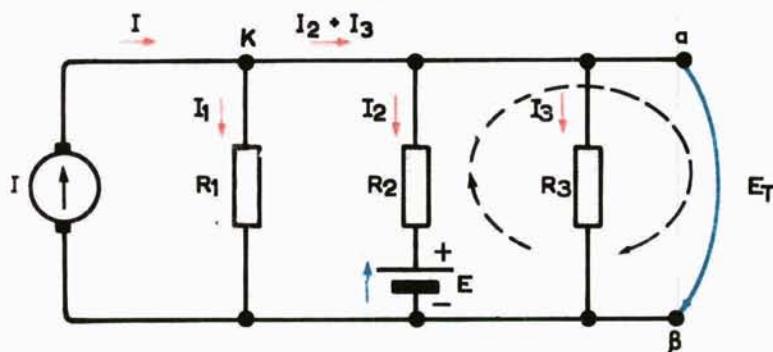
$$E = 3 \text{ V}$$

$$R_1 = 3 \Omega$$

$$R_2 = 1 \Omega$$

$$R_3 = 2 \Omega$$

Σχ. 5.5στ.



Σχ. 5.5ζ

$$I_3 = \frac{E_T}{R_3} \quad (7)$$

Για το ρεύμα  $I_2$  στον κλάδο 2 παίρνουμε, αν θεωρήσουμε το βρόχο που είναι σημειωμένος στο σχήμα 5.5ζ:

$$E = -I_2 R_2 + E_T$$

και

$$I_2 = \frac{E_T - E}{R_2} \quad (8)$$

Το ρεύμα  $I$  διαμοιράζεται στα ρεύματα  $I_1$ ,  $I_2$  και  $I_3$ . Άρα, εφαρμόζοντας τον πρώτο κανόνα του Kirchhoff στον κόμβο  $K$ , παίρνουμε:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad (9)$$

Οι εξισώσεις (6), (7), (8) στην (9) δίνουν:

$$I = \frac{E_T}{R_1} + \frac{E_T - E}{R_2} + \frac{E_T}{R_3} \quad (10)$$

ή

$$2 = \frac{E_T}{3} + \frac{E_T - 3}{1} + \frac{E_T}{2}$$

ή

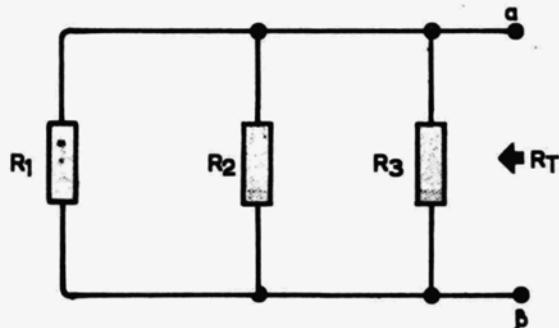
$$12 = 2E_T + 6E_T - 18 + 3E_T$$

και

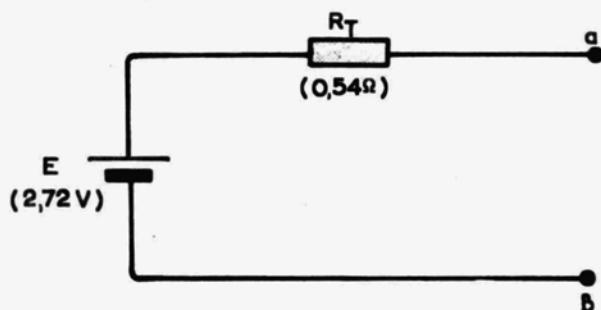
$$E_T = \frac{30}{11} = 2,72 \text{ V}$$

**β) Υπολογισμός της  $R_T$ .**

Βραχυκυκλώνομε την πηγή τάσεως  $E$  και ανοικτοκυκλώνομε την πηγή ρεύ-



Σχ. 5.5η.



Σχ. 5.5θ.

ματος I. Έτσι, προκύπτει το κύκλωμα του σχήματος 5.5η. Η αντίσταση  $R_T$  μεταξύ των ακροδεκτών α,β είναι:

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{1}{(\frac{1}{3} + 1 + \frac{1}{2})} = \frac{6}{11} = 0,54 \Omega$$

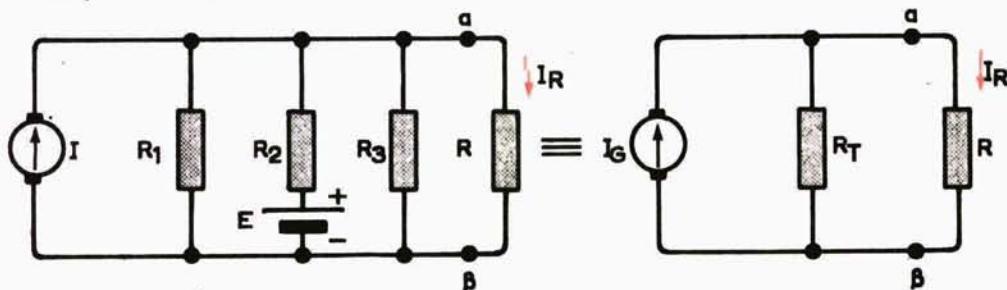
Το σχήμα 5.5θ δείχνει το ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin, του κυκλώματος 5.5στ.

### 5.6 Το θεώρημα του Norton – Εφαρμογές.

Ένα άλλο θεώρημα που μας βοηθά να προσδιορίσουμε το ρεύμα σε ένα αντιστάτη τή κλάδο ενός συνθέτου δικτύου, όπως το θεώρημα Thevenin, είναι το θεώρημα του Norton.

Σύμφωνα με το θεώρημα Norton, *οποιοδήποτε σύνθετο γραμμικό κύκλωμα, συνδεδεμένο σε δύο σημεία σε ένα άλλο κύκλωμα, μπορεί να αντικατασταθεί με ένα απλό ισοδύναμο, αποτελούμενο από μία ιδανική πηγή ρεύματος  $I_G$  και ένα αντιστάτη  $R_T$ , παράλληλα συνδεδεμένο στην πηγή.*

Το σχήμα 5.6α δείχνει ένα σύνθετο κύκλωμα και το ισοδύναμο με αυτό κύκλωμα Norton.



Σχ. 5.6α.

Για να προσδιορίσουμε το ρεύμα της πηγής  $I_G$  και την αντίσταση  $R_T$  του κυκλώματος Norton, εργαζόμαστε ως εξής:

1) Αποσυνδέομε το σύνθετο κύκλωμα, που θα απλοποιηθεί, από το υπόλοιπο κύκλωμα (κατανάλωση, κλάδο κλπ.), ώστε να παρουσιάσει δύο ακροδέκτες α και β.

2) Βραχυκυκλώνομε τους ακροδέκτες α,β, και υπολογίζομε το ρεύμα βραχυκυκλώσεως που περνά μεταξύ των ακροδεκτών. Το ρεύμα αυτό είναι ίσο με το ρεύμα  $I_G$  της πηγής ρεύματος.

3) Βραχυκυκλώνομε τις πηγές τάσεως και ανοικτοκυκλώνομε τις πηγές ρεύματος, διατηρώντας τις αντιστάσεις των πηγών, όπως ακριβώς στην περίπτωση του κυκλώματος Thevenin. Κατόπιν υπολογίζομε την ισοδύναμη αντίστα-

ση του κυκλώματος μεταξύ των ακροδεκτών  $\alpha$  και  $\beta$ . Η αντίσταση αυτή είναι η αντίσταση του κυκλώματος Norton και, επειδή είναι ίδια με εκείνη του κυκλώματος Thevenin, τη συμβολίζομε με  $R_T$ .

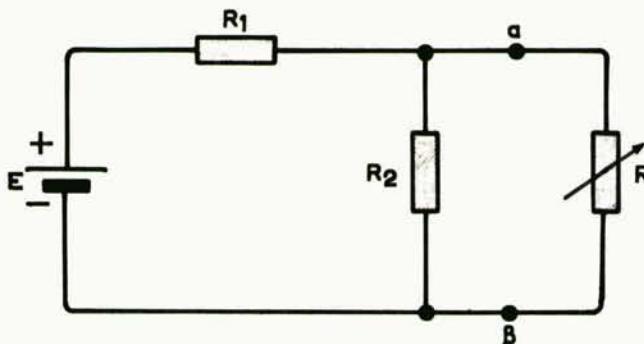
### **Εφαρμογή του Θεωρήματος Norton.**

Δύο αριθμητικά παραδείγματα θα μας βοηθήσουν να γνωρίσουμε την εφαρμογή του θεωρήματος Norton.

#### **Παράδειγμα 1.**

Δίνεται το κύκλωμα του σχήματος 5.6β, όπου  $E = 6 \text{ V}$ ,  $R_1 = 3 \Omega$  και  $R_2 = 6 \Omega$ . Να υπολογισθεί το ρεύμα, που διαρρέει το μεταβλητό αντιστάτη  $R$  όταν:  $R = 0 \Omega$ ,  $R = 2 \Omega$  και  $R = \infty$ .

- Με τη βοήθεια του θεωρήματος Norton.
- Με τη βοήθεια των κανόνων του Kirchhoff.



Σχ. 5.6β.

#### **I) Λύση με το Θεώρημα Norton.**

- Αποσυνδέομε την κατανάλωση  $R$ , ώστε να παραμείνει το σύνθετο κύκλωμα, που θα απλοποιηθεί, με τους ακροδέκτες  $\alpha$ ,  $\beta$  [σχ. 5.6γ(α)].
- Βραχυκυκλώνομε τους ακροδέκτες  $\alpha, \beta$ . Έτσι, προκύπτει το κύκλωμα του σχήματος 5.6γ(β).

Το ρεύμα  $I_G$  είναι:

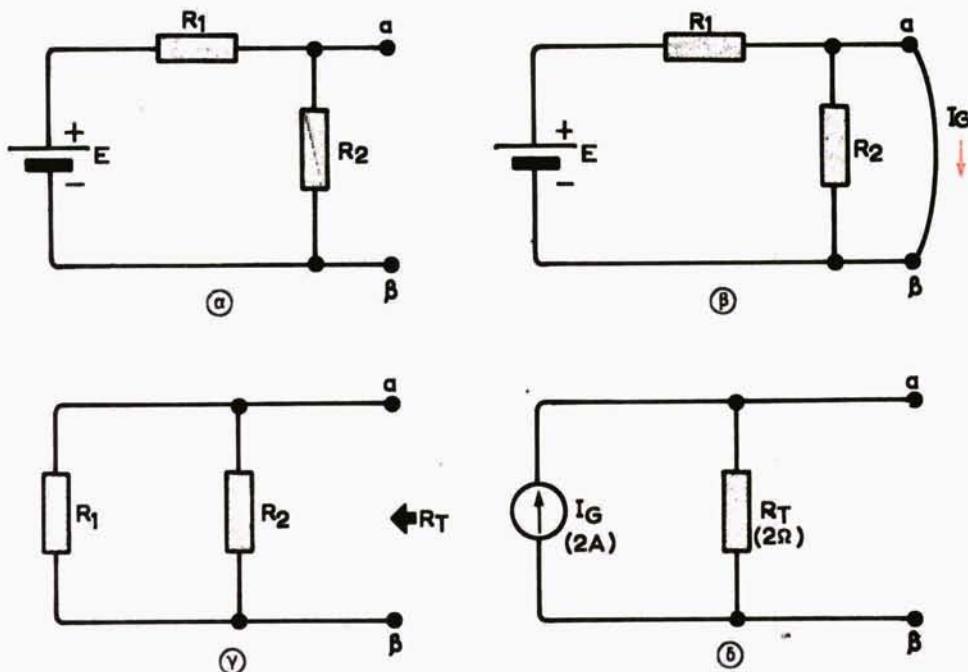
$$I_G = \frac{E}{R_1} = \frac{6}{3} = 2 \text{ A}$$

- Βραχυκυκλώνομε την πηγή τάσεως  $E$  [σχ. 5.6γ(γ)] και υπολογίζομε την  $R_T$ :

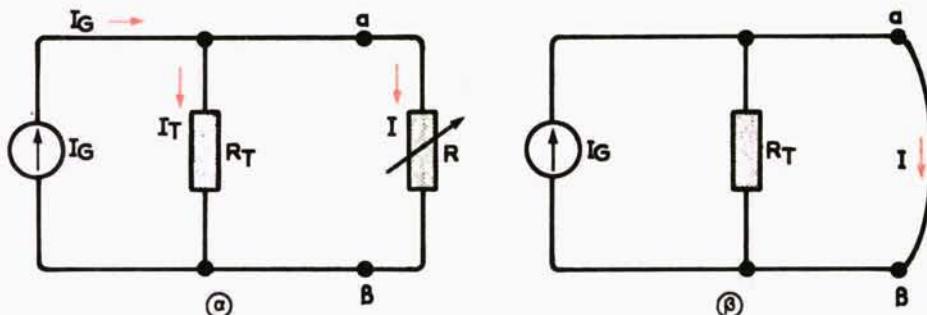
$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = \frac{18}{9} = 2 \Omega$$

Το ισοδύναμο κύκλωμα Norton φαίνεται στο σχήμα 5.6γ(δ).

Για να προσδιορίσουμε τα ζητούμενα ρεύματα  $I$ , συνδέομε το μεταβλητό αντιστάτη  $R$ , στους ακροδέκτες  $\alpha, \beta$  του ισοδυνάμου κυκλώματος [σχ. 5.6δ(α)].



Σχ. 5.6γ.



Σχ. 5.6δ.

Για  $R = 0 \Omega$  (βραχυκυκλωμένοι ακροδέκτες  $\alpha, \beta$ , σχήμα [5.6δ(β)]):

Από την  $R_T$  δεν ρέει ρεύμα. Άρα:

$$I = I_G = \underline{2 \text{ A}}$$

Για  $R = 2 \Omega$  [σχ. 5.6δ(a)].

Το ρεύμα  $I_G$  διαιμοιράζεται σε δύο ίσα ρεύματα  $I$  και  $I_T$  (επειδή  $R = R_T$ ).  
Άρα:

$$I = \frac{I_G}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ A}$$

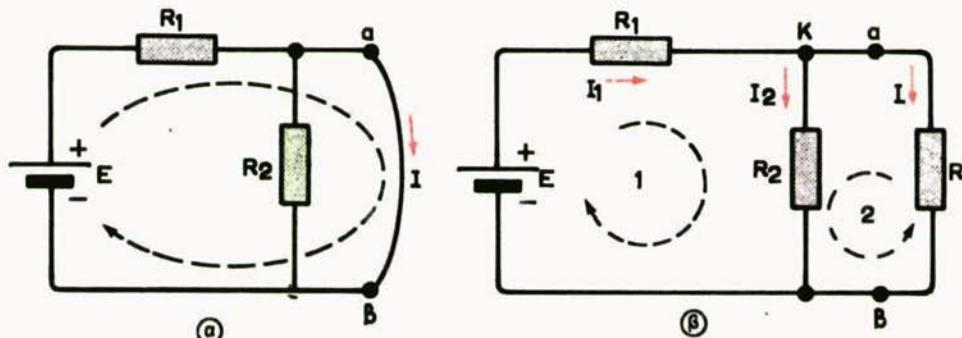
Για  $R = \infty$  [σχ. 5.6γ(δ)].

Μεταξύ των ακροδεκτών  $\alpha, \beta$ , δεν ρέει ρεύμα. Άρα:

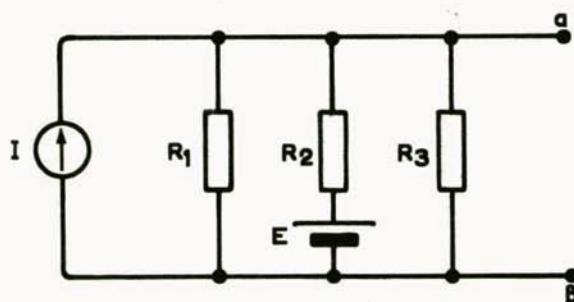
$$I = 0$$

**2) Λύση με τους κανόνες του Kirchhoff.**

Για  $R = 0 \Omega$  [σχ. 5.6ε(a)].



Σχ. 5.6ε.



Σχ. 5.6στ.

Από το βρόχο που είναι σημειωμένος στο σχήμα 5.6ε(a), έχομε:

$$E = IR_1$$

$$I = \frac{E}{R_1} = \frac{6}{3} = 2 \text{ A}$$

Για  $R = 2 \Omega$  [σχ. 5.6ε(β)].

Από τον πρώτο κανόνα του Kirchhoff, στον κόμβο Κ έχουμε:

$$I_1 = I_2 + I \quad (1)$$

Από το δεύτερο κανόνα του Kirchhoff, για τους βρόχους 1 και 2 έχουμε:

$$E = I_1 R_1 + I_2 R_2 \quad (2)$$

$$I_2 R_2 - IR = 0 \quad (3)$$

Επιλύοντας το σύστημα των εξισώσεων (1) ως (3), παίρνομε όπως στο παράδειγμα 1 του κυκλώματος Thevenin:

$$I = \frac{ER_2}{R_1 R_2 + R R_1 + R R_2} \quad (4)$$

Άρα:

$$I = \frac{6 \cdot 6}{3 \cdot 6 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 6} = \frac{36}{36} = 1 \text{ A}$$

Για  $R = \infty$  [σχ. 5.6γ(α)].

Μεταξύ των ακροδεκτών α και β δεν ρέει ρεύμα. Άρα:

$$I = 0$$

Παρατηρούμε και εδώ ότι παίρνομε τα ίδια αποτελέσματα, χρησιμοποιώντας το θεώρημα του Norton και τους κανόνες του Kirchhoff, αλλά ότι η ανάλυση του κυκλώματος είναι ευκολότερη στη πρώτη περίπτωση.

### Παράδειγμα 2.

Να υπολογισθεί το ισοδύναμο κύκλωμα Norton του κυκλώματος του σχήματος 5.6στ, όπου  $I = 2 \text{ A}$ ,  $R_1 = 3 \Omega$ ,  $R_2 = 2 \Omega$ ,  $R_3 = 1 \Omega$  και  $E = 3 \text{ V}$ .

#### α) Προσδιορισμός του ρεύματος $I_G$ .

Βραχυκυκλώνομε τους ακροδέκτες α, β. Έτσι, βραχυκυκλώνονται οι αντιστάτες  $R_1$  και  $R_3$  και δημιουργείται το κύκλωμα που δείχνει το σχήμα 5.6ζ(α).

Από τον πρώτο κανόνα του Kirchhoff, στον κόμβο Κ παίρνομε:

$$I_G = I_3 + I \quad (1)$$

Από το δεύτερο κανόνα του Kirchhoff, στο σημειωμένο βρόχο έχομε:

$$E = I_3 R_3$$

και

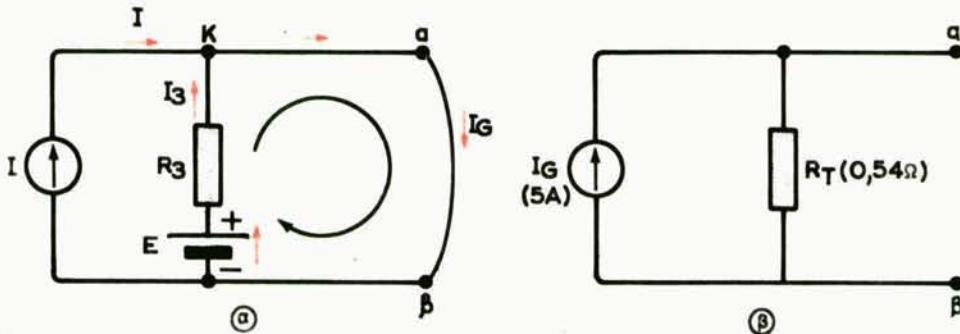
$$I_3 = \frac{E}{R_3} = \frac{3}{1} = 3 \text{ A} \quad (2)$$

Από την (1) και (2) προκύπτει:

$$I_G = 3 + 2 = 5 \text{ A}$$

### β) Προσδιορισμός της αντιστάσεως $R_T$ .

Βραχυκυκλώνοντας την  $E$  και ανοικτοκυκλώνοντας την  $I$ , παίρνομε το κύκλωμα του σχήματος 5.5η.



Σχ. 5.6ζ.

Όπως στην περίπτωση του παραδείγματος 2, των εφαρμογών του θεωρήματος Thevenin, η αντίσταση μεταξύ των ακροδεκτών  $\alpha$  και  $\beta$  είναι:

$$R_T = \frac{6}{11} = 0.54 \Omega$$

Το σχήμα 5.6ζ(β) δείχνει το ζητούμενο ισοδύναμο κύκλωμα Norton.

### 5.7 Ισοδυναμία των κυκλωμάτων Thevenin και Norton.

Στο σχήμα 5.7α, το (α) δείχνει το ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin ενός συνθέτου κυκλώματος  $A$  και το (β) το ισοδύναμο κύκλωμα Norton του ιδίου κυκλώματος.

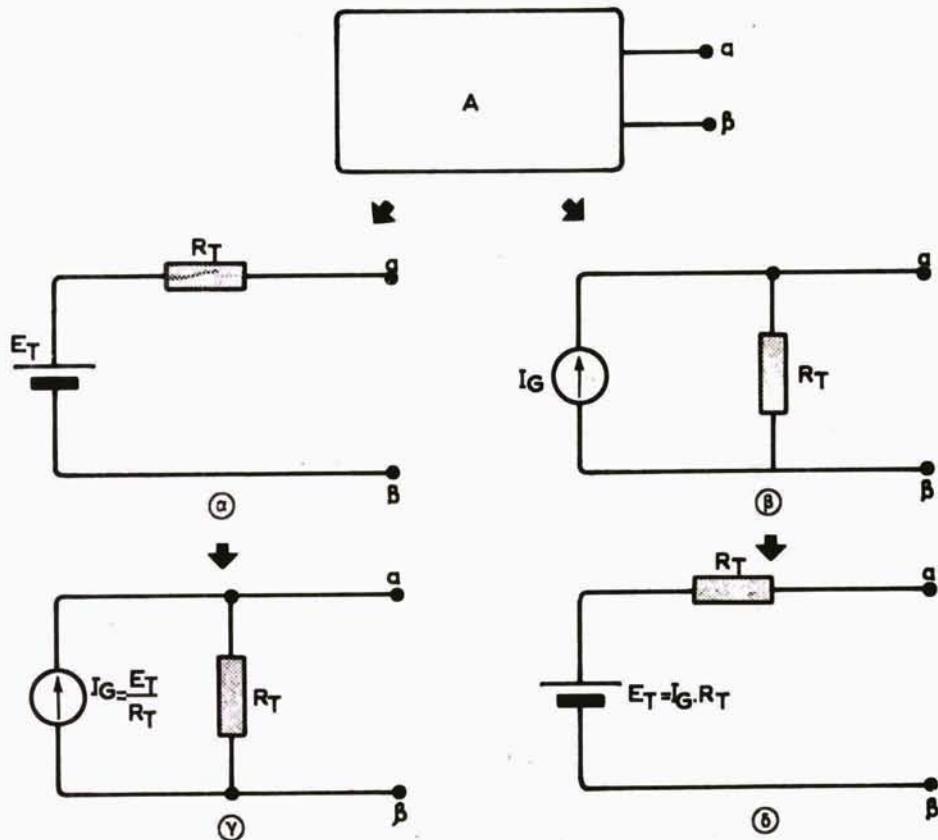
Μπορούμε να προσδιορίσουμε το ισοδύναμο Thevenin του κυκλώματος Norton, που είναι ταυτόχρονα και το ισοδύναμο Thevenin του κυκλώματος  $A$ .

Επίσης, μπορούμε να προσδιορίσουμε το ισοδύναμο Norton του κυκλώματος Thevenin, που επίσης είναι ταυτόχρονα το ισοδύναμο Norton του κυκλώματος A.

### *Ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin του κυκλώματος Norton.*

Η τάση σε κενό μεταξύ των ακροδεκτών α και β του κυκλώματος Norton [σχ. 5.7a(β)] είναι:

$$E_0 = I_G R_T \quad (1)$$



Σχ. 5.7a.

Επειδή το κύκλωμα Norton είναι ισοδύναμο με το A, η τάση σε κενό  $E_0$  είναι ίση με την τάση σε κενό μεταξύ των ακροδεκτών του κυκλώματος A, άρα ίση και με την τάση  $E_T$  του ισοδυνάμου με το A κυκλώματος Thevenin του σχήματος 5.7a(a):

$$E_0 = E_T \quad (2)$$

και

$$E_T = I_G R_T$$

(3)

Η αντίσταση  $R_T$  είναι ίδια και στα δύο κυκλώματα Thevenin και Norton όπως ήδη έχουμε αποδείξει.

Στο σχήμα 5.7a(δ) φαίνεται το ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin του κυκλώματος Norton.

Η σχέση (3) δίνει την αντιστοιχία μεταξύ τάσεως και ρεύματος των δύο κυκλωμάτων. Την ίδια σχέση παίρνομε, αν υπολογίσομε το ισοδύναμο Norton του κυκλώματος Thevenin.

#### **Ισοδύναμο κύκλωμα Norton του κυκλώματος Thevenin.**

Το ρεύμα βραχυκυκλώσεως μεταξύ των ακροδεκτών  $\alpha, \beta$  στο κύκλωμα Thevenin του σχήματος 5.7a(a) είναι:

$$I_\beta = \frac{E_T}{R_T} \quad (4)$$

Το ρεύμα αυτό είναι ίδιο με το ρεύμα βραχυκυκλώσεως μεταξύ των ακροδεκτών  $\alpha, \beta$ , του κυκλώματος A, άρα ίσο με το ρεύμα  $I_G$  του κυκλώματος Norton στο σχήμα 5.7a(β).

$$I_\beta = I_G \quad (5)$$

και

$$I_G = \frac{E_T}{R_T} \quad (6)$$

ή

$$E_T = I_G R_T \quad (3)$$

Το σχήμα 5.7a(γ) δείχνει το ισοδύναμο κύκλωμα Norton του κυκλώματος Thevenin.

Από τη σχέση (3) μπορούμε να υπολογίσομε το ισοδύναμο Thevenin ενός κυκλώματος, όταν είναι γνωστό το ισοδύναμο με αυτό κύκλωμα Norton και αντίστροφα.

#### **Αριθμητικό παράδειγμα.**

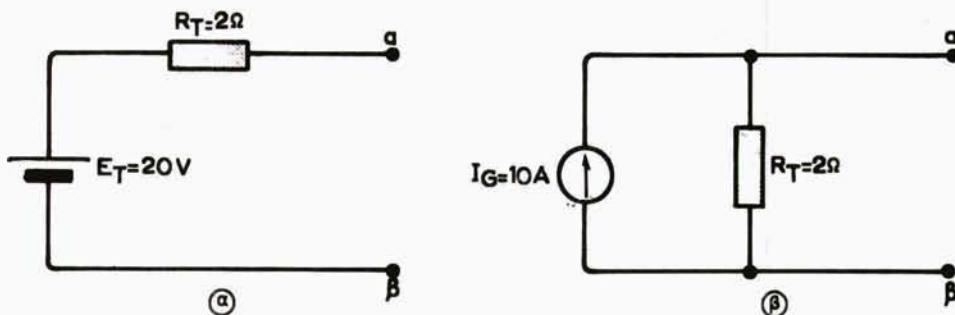
Δίνεται το ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin ενός συνθέτου κυκλώματος [σχ. 5.7β(α)].

Να υπολογισθεί το ισοδύναμο κύκλωμα Norton του κυκλώματος αυτου.

**Λύση.**

Από τη σχέση (3) έχουμε:

$$I_G = \frac{E_T}{R_T} = \frac{20}{2} = 10 \text{ A}$$



Σχ. 5.7β.

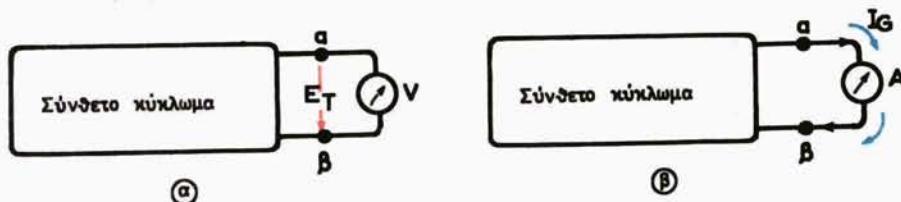
Η αντίσταση  $R_T$  είναι ίδια στα δύο κυκλώματα [σχ. 5.7β(β)].

### 5.8 Προσδιορισμός των ισοδυνάμων κυκλωμάτων Thevenin και Norton με μετρήσεις.

Μέχρι τώρα υπολογίσαμε τα ισοδύναμα κυκλώματα Thevenin και Norton από το σύνθετο κύκλωμα, το οποίο θεωρήσαμε δοσμένο με γνωστές ΗΕΔ  $E$  και αντιστάτες  $R$ . Αυτό όμως δεν είναι απαραίτητο.

Το σύνθετο κύκλωμα μπορεί να είναι κλεισμένο σε ένα κουτί, χωρίς να ξέρουμε τη δομή του, τις πηγές και τους αντιστάτες που περιλαμβάνει. Αρκεί οι ακροδέκτες  $\alpha$  και  $\beta$  του κυκλώματος να βγαίνουν από το κουτί, ώστε να μπορούμε να κάνουμε μετρήσεις σε αυτούς.

Με ένα κατάλληλο βολτόμετρο  $V$  (ηλεκτροστατικό ή με πολύ μεγάλη αντίσταση) μετρούμε την τάση σε κενό μεταξύ των ακροδεκτών  $\alpha$  και  $\beta$  του κουτιού (σχ. 5.8α και 5.8β). Η τάση αυτή είναι η ΗΕΔ  $E_T$  του κυκλώματος Thevenin.



Σχ. 5.8.

Κατόπιν βραχυκυκλώνομε τους ακροδέκτες  $\alpha, \beta$  και με ένα αμπερόμετρο  $A$ , με πολύ μικρή αντίσταση που παρεμβάλλομε, μετρούμε το ρεύμα βραχυκυκλώσεως, που περνά μεταξύ των  $\alpha$  και  $\beta$ . Το ρεύμα αυτό είναι το ρεύμα  $I_G$  του ισοδυνάμου κυκλώματος Norton. Από τα δύο μεγέθη  $E_T$  και  $I_G$  εύκολα υπολογίζεται η αντίσταση  $R_T$  των ισοδυνάμων κυκλωμάτων, με τη βοήθεια της σχέσεως (3) της παραγράφου 5.7.

$$R_T = \frac{E_T}{I_G}$$

Έτσι, έχομε και τα τρία μεγέθη που χρειάζονται, για να σχηματίσομε τα ισοδύναμα κυκλώματα Thevenin και Norton.

Με τα θεωρήματα Thevenin και Norton μπορούμε να απλοποιήσομε οποιοδήποτε σύνθετο γραμμικό κύκλωμα συνεχούς ρεύματος. Αργότερα, θα γνωρίσομε ότι τα θεωρήματα αυτά μπορούν να χρησιμοποιηθούν και σε γραμμικά κυκλώματα εναλλασσομένου ρεύματος.

---

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΚΤΟ

### ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΚΑΙ ΙΣΧΥΣ

#### 6.1 Οι διάφορες εκφράσεις της ηλεκτρικής ενέργειας.

Το ηλεκτρικό ρεύμα γίνεται αντιληπτό, όπως ξέρομε, από τα αποτελέσματά του. Ηλεκτρικό ρεύμα, που διαρρέει αγωγούς και αντιστάτες, π.χ. τους αντιστάτες μιας ηλεκτρικής θερμάστρας, ενός ηλεκτρικού φούρνου κλπ., αναπτύσσει θερμότητα, έχει δηλαδή σαν αποτέλεσμα την εμφάνιση **θερμικής ενέργειας**. Το ηλεκτρικό ρεύμα, που διαρρέει ηλεκτρολύτες (υγρά διαλύματα οξέων, βάσεων ή αλάτων) προξενεί χημικές αντιδράσεις, π.χ. την παρασκευή αερίων, μετάλλων κλπ., δηλαδή έχει σαν αποτέλεσμα την εμφάνιση **χημικής ενέργειας**. Το ρεύμα, που διοχετεύεται σε ηλεκτρικούς κινητήρες (κινητήρες ηλεκτρικών τραίνων, αντλιών, ασσανσέρ κλπ.), δημιουργεί κίνηση, που χρησιμοποιείται από τα διάφορα μηχανήματα, εμφανίζεται δηλαδή σαν **μηχανική ενέργεια**.

Σύμφωνα με την **αρχή της διατηρίσεως της ενέργειας**, ενέργεια ορισμένης μορφής δεν μπορεί να δημιουργηθεί από το μηδέν, ούτε και να χαθεί. Προέρχεται πάντοτε από ενέργεια μιας άλλης μορφής, που μετατρέπεται στη νέα μορφή, ενώ το ολικό ποσό της ενέργειας παραμένει σταθερό. Αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι το ηλεκτρικό ρεύμα, που έχει σαν αποτέλεσμα την εμφάνιση διαφόρων μορφών ενέργειας, πρέπει να αποτελεί και το ίδιο κάποια μορφή ενέργειας. Η ενέργεια αυτή, που ονομάζομε **ηλεκτρική ενέργεια**, προσφέρεται από τις ηλεκτρικές πηγές στις διάφορες καταναλώσεις και μετατρέπεται σε άλλες μορφές ενέργειας τις οποίες εκμεταλλεύμαστε στις ηλεκτροτεχνικές εφαρμογές\*.

Αντίστροφα, η **παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας απάίτε την κατανάλωση κάποιας άλλης μορφής ενέργειας**. Οι ηλεκτρικές γεννήτριες, π.χ. για να παράγουν ηλεκτρικό ρεύμα, πρέπει να καταναλώσουν μηχανική ενέργεια. Η ενέργεια αυτή χρησιμοποιείται για το διαχωρισμό των ηλεκτρικών φορτίων στο εσωτερικό της γεννήτριας και τη μεταφορά τους στους αντίστοιχους πόλους, ώστε να δημιουργηθεί ΉΕΔ.

Σε ένα υδροηλεκτρικό εργοστάσιο, τη μηχανική ενέργεια προσφέρει το νερό, που περνά με πίεση μέσα από τους υδροστρόβιλους. Τους κινεί και αυτοί

\* Με τον όρο «καταναλώσεις» εννοούμε εδώ κάθε είδους συσκευές ή μηχανές, που χρησιμοποιούν ηλεκτρικό ρεύμα για την εκτέλεση κάποιας εργασίας.

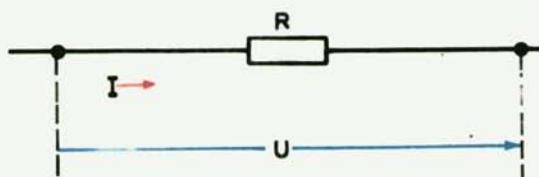
με τη σειρά τους κινούν τις γεννήτριες. Σε ένα θερμοηλεκτρικό εργοστάσιο η χημική ενέργεια των καυσίμων (πετρελαίου, άνθρακα κλπ.) μετατρέπεται κατά την καύση σε θερμική ενέργεια. Αυτή χρησιμοποιείται για τη δημιουργία ατμού υπό πίεση, ο οποίος κινεί τους ατμοστρόβιλους. Στους ατμοστρόβιλους η θερμική ενέργεια μετατρέπεται ~~σε~~ μηχανική, που προσφέρεται στις γεννήτριες για να μετατραπεί τέλος σε ηλεκτρική ενέργεια.

Την ηλεκτρική ενέργεια, που προσφέρει μία πηγή σε μία κατανάλωση, μπορούμε να υπολογίσουμε από τη θερμική, μηχανική κ.ο.κ. ενέργεια που αποδίδει η κατανάλωση αυτή, εφ' όσον ισχύει η αρχή της διατηρήσεως της ενέργειας. Με αυτό τον τρόπο υπολόγισε ο Άγγλος Φυσικός Joule, στα μέσα του περασμένου αιώνα, την ηλεκτρική ενέργεια που προσφέρεται σε ένα ωμικό αντιστάτη, μετρώντας τη θερμότητα που αποδίδει ο αντιστάτης. Γι' αυτό, η θερμότητα αυτή ονομάστηκε **θερμότητα Joule**.

Ο Joule απέδειξε ότι η ηλεκτρική ενέργεια  $A$  είναι ανάλογη του τετραγώνου της εντάσεως του ρεύματος  $I$ , της αντιστάσεως  $R$  του αντιστάτη και του χρόνου  $t$ , που διαρκεί η ροή του ρεύματος (σχ. 6.1):

$$A = cI^2Rt \quad (1)$$

όπου  $c$  μία σταθερά εξαρτώμενη από τις χρησιμοποιούμενες μονάδες των μεγεθών  $A$ ,  $I$ ,  $R$  και  $t$ .



Σχ. 6.1.

Με τις μονάδες του συστήματος S.I. προκύπτει  $c = 1$ , γι' αυτό γράφομε:

$$A = I^2Rt \quad (2)$$

Από τη σχέση (2) προκύπτει ότι η ηλεκτρική ενέργεια  $A$  είναι ανεξάρτητη από τη φορά του ρεύματος, εφ' όσον είναι ανάλογη του τετραγώνου της εντάσεως  $I$ , και ότι υπό σταθερή ένταση  $I$  είναι τόσο μεγαλύτερη, όσο μεγαλύτερη είναι η αντίσταση  $R$  της καταναλώσεως και όσο μεγαλύτερο είναι το διάστημα  $t$  κατά το οποίο ρέει το ρεύμα. Από την (2) προκύπτει επίσης ότι:

$$I = \sqrt{\frac{A}{Rt}} \quad (3)$$

Η σχέση (3) εκφράζει το γεγονός ότι, όταν δοθεί ορισμένο ποσό ενέργειας σε μία κατανάλωση  $R$  σε ορισμένο χρόνο  $t$ , το ρεύμα που αναπτύσσεται είναι αντίστροφα ανάλογο της αντιστάσεως της καταναλώσεως. Αυτό ερμηνεύεται ως εξής:

Το ποσό της ηλεκτρικής ενέργειας, που προσφέρεται στην κατανάλωση  $R$ , χρησιμοποιείται για να μεταφέρει τα ηλεκτρόνια από την αρχή στο τέρμα της. Από εκεί, μέσω των αγωγών συνδέσεως και της πηγής του κυκλώματος, επιστρέφουν πάλι στην αρχή της καταναλώσεως. Κατά τη μετακίνηση αυτή, συγκρούονται τα ηλεκτρόνια με τα άτομα και τα ιόντα του υλικού της καταναλώσεως και αποδίδουν σε αυτά ένα μέρος της ενέργειάς τους. Για να διατηρείται επομένως η ροή του ρεύματος, πρέπει η πηγή να αναπληρώνει συνεχώς την ενέργεια, που χάνουν τα ηλεκτρόνια με τις κρούσεις. Η ενέργεια που προσλαμβάνουν τα άτομα και ιόντα, αιχάνει την κινητική ενέργεια των μορίων τους, με αποτέλεσμα να αυξηθεί η θερμοκρασία της καταναλώσεως.

Η αντίσταση  $R$  ενός υλικού, που, όπως είδαμε στην παράγραφο 4.1, εξαρτάται από τον αριθμό των ελευθέρων ηλεκτρονίων του υλικού, αποτελεί μέτρο της δυσκολίας που αντιμετωπίζουν τα ηλεκτρόνια στη μετακίνησή τους, εξ αιτίας των κρούσεων. Η δυσκολία αυτή εκφράζεται με την ενέργεια που πρέπει να προσφέρεται συνεχώς στα ηλεκτρόνια, για τη διατήρηση της ροής. Όσο μεγαλύτερη είναι η δυσκολία, που συναντούν τα ηλεκτρόνια στη μετακίνησή τους, τόσο μεγαλύτερη είναι η αντίσταση του υλικού και τόσο μεγαλύτερο ποσό ενέργειας πρέπει να προσφέρεται για τη διατήρηση της ροής του ρεύματος  $\dot{J}$ , αντίθετα, τόσο μικρότερο ρεύμα μπορεί να αναπτυχθεί, όταν προσφέρεται σταθερό ποσό ηλεκτρικής ενέργειας.

Επειδή:

$$I = \frac{U}{R}$$

όπου  $U$  η τάση στα άκρα της καταναλώσεως  $R$ ,  
η σχέση (2) γράφεται επίσης:

$$A = \frac{U^2}{R} t \quad (4)$$

και

$$A = UIt \quad (5)$$

Η ηλεκτρική ενέργεια, που απορροφά οποιαδήποτε κατανάλωση, είναι ίση με το γινόμενο της τάσεως στα άκρα της καταναλώσεως, της εντάσεως του ρεύματος που τη διαρρέει και του χρόνου που διαρκεί η ροή.

## 6.2 Ηλεκτρική ισχύς.

Από τις σχέσεις (1) ή (5) γίνεται φανερό ότι μπορεί να αποδοθεί από μία

ηλεκτρική πηγή ή να απορροφηθεί από μία κατανάλωση οποιοδήποτε ποσό ενέργειας, αρκεί να είναι αρκετά μεγάλο το χρονικό διάστημα, που θα λειτουργήσει η πηγή ή η κατανάλωση.

Ωστόσο στην τεχνική δεν ενδιαφέρει το ολικό ποσό ενέργειας, που αποδίδεται ή καταναλώνεται σε οποιοδήποτε χρονικό διάστημα, αλλά το ποσό ενέργειας, που μπορεί να αποδοθεί ή να καταναλωθεί στη μονάδα του χρόνου, δηλαδή σε ένα δευτερόλεπτο. Το ποσό αυτό ονομάζεται **ισχύς** και είναι χαρακτηριστικό μέγεθος μιας πηγής ή καταναλώσεως, γιατί αποτελεί μέτρο για το πόσο γρήγορα μπορεί να αποδώσει ενέργεια μία πηγή ή να καταναλώσει ενέργεια μία κατανάλωση.

Σύμφωνα με τα ανωτέρω, η **ισχύς**, που συμβολίζεται με το λατινικό γράμμα  $P$ , δίνεται από το πηλικό της ενέργειας  $A$ , που αποδίδεται ή απορροφάται σε ορισμένο χρονικό διάστημα  $t$ , δια του διαστήματος αυτού:

$$P = \frac{A}{t} \quad (1)$$

Από τον τύπο (1) και τους τύπους (2), (4), (5) της παραγράφου 6.1 προκύπτουν οι σχέσεις:

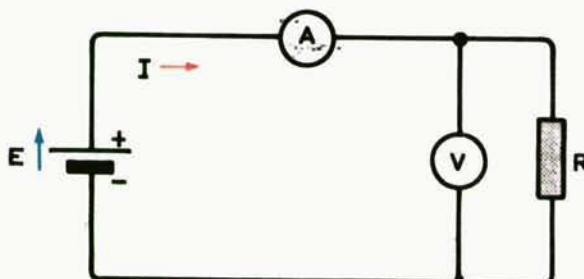
$$P = I^2 R \quad (2)$$

$$P = \frac{U^2}{R} \quad (3)$$

και

$$P = UI \quad (4)$$

Η τελευταία σχέση ορίζει την ισχύ του ηλεκτρικού ρεύματος ως το γινόμενο της τάσεως στους πόλους μιας πηγής ή στα άκρα μιας καταναλώσεως επί το ρεύμα, που δημιουργεί η τάση αυτή.



Σχ. 6.2.

Από τη σχέση (4) μπορούμε να υπολογίσουμε την ισχύ, μετρώντας την τάση με ένα βολτόμετρο και την ένταση με ένα αμπερόμετρο, όπως φαίνεται στο σχήμα 6.2 και πολλαπλασιάζοντας τις τιμές τους. Την ισχύ μπορούμε να μετρήσουμε επίσης κατ' ευθείαν με ειδικό όργανο, που ονομάζεται **βαττόμετρο**.

### 6.3 Μονάδες της ηλεκτρικής ισχύος.

Από την εξίσωση (4) της παραγράφου 6.2 έχουμε για την ηλεκτρική ισχύ:

$$P = UI$$

Στο σύστημα S.I. η τάση U μετριέται σε βολτ(V) και η ένταση I σε αμπέρ(A). Εποι, το γινόμενο VA δίνει στο σύστημα αυτό τη μονάδα μετρήσεως της ισχύος, το **βαττ** (Watt), που συμβολίζεται με το λατινικό γράμμα W:

$$1 \text{ W} = 1 \text{ VA} \quad (1)$$

$$(1 \text{ βαττ} = 1 \text{ βολταμπέρ})$$

*Ισχύ ενός βαττ έχει ηλεκτρικό ρεύμα τάσεως ενός βολτ και εντάσεως ενός αμπέρ.*

Στις τεχνικές εφαρμογές του ηλεκτρισμού χρησιμοποιούνται πιο συχνά τα παρακάτω πολλαπλάσια ή υποπολλαπλάσια του βαττ:

a) Το κιλοβάττ (kW), που είναι ίσο με χίλια W:

$$1 \text{ kW} = 1000 \text{ W} = 10^3 \text{ W}$$

β) Το μεγαβάττ (MW), που είναι ίσο με ένα εκατομμύριο βαττ:

$$1 \text{ MW} = 1.000.000 \text{ W} = 10^6 \text{ W}$$

γ) Το μιλλιβάττ (mW), που είναι ίσο με ένα χιλιοστό του βαττ:

$$1 \text{ mW} = \frac{1}{1000} \text{ W} = 10^{-3} \text{ W}$$

Στην τεχνική συναντάται επίσης συχνά σαν μονάδα ισχύος ο **έπος** (σύμβολο PS ή HP ή CV). Η αντιστοιχία μεταξύ ίππου και κιλοβάττ είναι:

$$1 \text{ PS} = 0,736 \text{ kW}$$

$$1 \text{ kW} = 1,36 \text{ PS} \quad (2)$$

Στην παράγραφο 6.5 θα εξηγήσουμε πώς προκύπτουν οι σχέσεις (2), όταν θα περιγράψουμε το νόμο του Joule.

#### 6.4 Μονάδες της ηλεκτρικής ενέργειας.

Από τη σχέση (5) της παραγράφου 6.1 και τη σχέση (1) της παραγράφου 6.2. παίρνομε για την ηλεκτρική ενέργεια:

$$\boxed{\mathbf{A} = UIt = Pt} \quad (1)$$

Από τη σχέση αυτή προκύπτει σαν μονάδα ηλεκτρικής ενέργειας στο σύστημα S.I. το Joule (σύμβολο J), όταν τα μεγέθη U,I,P και t μετριούνται αντίστοιχα με τις μονάδες του συστήματος αυτού V,A,W και s.

$$\boxed{1 \text{ Joule} = 1 \text{ J} = 1 \text{ VAs} = 1 \text{ Ws}} \quad (2)$$

Στην επόμενη παράγραφο θα αναφερθούμε πιο αναλυτικά στη μονάδα Joule.

Η μονάδα Joule είναι μικρή για τις πρακτικές εφαρμογές και γι' αυτό στην τεχνική χρησιμοποιούνται βασικά οι μονάδες **βαττώρα** (Wh) και **κιλοβαττώρα** (kWh). Οι μονάδες αυτές προκύπτουν επίσης από τη σχέση (1), όταν η ισχύς P μετριέται σε W ή kW και ο χρόνος t σε ώρες (h).

**Ενέργεια μιας βαττώρας (Wh) καταναλώνεται σε διάστημα μιας ώρας (1h) από μία κατανάλωση με ισχύ ενός βαττ (W).** **Ενέργεια μιας κιλοβαττώρας (kWh) καταναλώνεται σε διάστημα μιας ώρας από μία κατανάλωση με ισχύ ενός κιλοβάττ (kW).**

Επειδή 1h = 3600 s έχομε:

$$1 \text{ Wh} = 3600 \text{ Ws} = 3600 \text{ J} \quad (3)$$

$$1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Ws} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Σύμφωνα με όσα περιγράψαμε στην παράγραφο 2.3, έχομε:

$$1 \text{ As} = 1 \text{ C}$$

Άρα:

$$1 \text{ J} = 1 \text{ Ws} = 1 \text{ VAs} = 1 \text{ VC} \quad (4)$$

Συνοπτικά, σύμφωνα με τα ανωτέρω ισχύει:

$$\boxed{1 \text{ kWh} = 10^3 \text{ Wh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Ws} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}} \quad (5)$$

#### 6.5 Ο νόμος του Joule.

Στην παράγραφο 6.1 είδαμε ότι η ηλεκτρική ενέργεια, που προσφέρεται σε οποιαδήποτε κατανάλωση, μετατρέπεται σε άλλη μορφή ενέργειας.

Αν μία κατανάλωση αποτελείται αποκλειστικά από ωμικούς αντιστάτες, η ηλεκτρική ενέργεια που της προσφέρεται, μετατρέπεται ολόκληρη σε θερμότητα. Αυτό συμβαίνει π.χ. σε μία ηλεκτρική θερμάστρα, σε ένα ηλεκτρικό σίδερο,

αλλά και στους ωμικούς αντιστάτες οποιουδήποτε ηλεκτρονικου κυκλώματος.

Σέ αλλες, πιο σύνθετες καταναλώσεις, η ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται βασικά σε άλλες μορφές ενέργειας, π.χ. σε ένα ηλεκτροκινητήρα σε μηχανική ενέργεια, πάντοτε όμως ένα μικρό μέρος της μετατρέπεται σε θερμότητα. Αυτό οφείλεται στο ότι οι αγωγοί του ηλεκτρικού ρεύματος και άλλα στοιχεία της καταναλώσεως παρουσιάζουν ορισμένη ωμική αντίσταση και ένα ποσό ενέργειας καταναλώνεται στην υπερνίκηση αυτής της αντίστασεως.

Η θερμότητα αυτή είναι άχρηστη για την κύρια λειτουργία της συσκευής και αντιπροσωπεύει μία **απώλεια ενέργειας**, που ονομάζεται **απώλεια Joule**. Ακόμα, είναι και επιβλαβής, γιατί μπορεί να προξενήσει ζημία στις μονάδεις των αγωγών και σε άλλα εξαρτήματα της καταναλώσεως και πρέπει να λαμβάνονται μέτρα για τη διοχετευσή της στο περιβάλλον, ώστε να μην υπερθερμαίνεται η συσκευή. Αυτό βέβαια αυξάνει συνήθως το κατασκευαστικό κόστος της καταναλώσεως.

Η θερμική ενέργεια (ή θερμότητα) μετριέται στο σύστημα S.I. σε **χιλιοθερμίδες** (Kilokalories), που έχουν ως σύμβολο το kcal. Μία χιλιοθερμίδα ορίζεται ως το ποσό της θερμότητας που απαιτείται για την ανύψωση της θερμοκρασίας ενός χιλιογράμμου μάζας καθαρού νερού κατά ένα βαθμό Κελσίου ( $1^{\circ}\text{C}$ ) (για την ακρίβεια από  $14,5$  σε  $15,5^{\circ}\text{C}$ ).

Το ποσό της θερμότητας, που αποδίδει η ηλεκτρική ενέργεια, όταν μετατρέπεται εντελώς σε θερμότητα, προσδιόρισε πειραματικά, όπως αναφέραμε στην παράγραφο 6.1, ο Άγγλος Φυσικός **Joule**, ο οποίος, από το ποσό αυτό διετύπωσε και τη σχέση:

$$A = cI^2Rt$$

που συνδέει την ηλεκτρική ενέργεια  $A$  με τα μεγέθη  $I$ ,  $R$  και  $t$ .

Ο **Joule** βρήκε ότι η μονάδα της ηλεκτρικής ενέργειας — 1 Joule — ισοδυναμεί με  $0,000239$  kcal.

$$1 \text{ Joule} = 1 \text{ J} = 0,000239 \text{ kcal}$$

$$\boxed{1 \text{ kcal} = 4184 \text{ J}} \quad (1)$$

Αυτό σημαίνει ότι ηλεκτρικό ρεύμα  $1 \text{ A}$  αποδίδει σε αντιστάτη  $1 \Omega$ , σε διάστημα  $1\text{s}$ , θερμότητα  $0,000239$  kcal.

Από τις σχέσεις (2), (4) και (5) της παραγράφου 6.1, που δίνουν την ηλεκτρική ενέργεια και τη σχέση (1) της ισοδυναμίας ηλεκτρικής - θερμικής ενέργειας, προσδιορίζεται η θερμότητα  $Q$ , που αποδίδεται από το ηλεκτρικό ρεύμα σε χρονικό διάστημα  $t$  δευτερολέπτων:

$$Q = 0,239 \cdot 10^{-3} I^2 Rt \quad \text{kcal} \quad (2)$$

$$\boxed{Q = 0,239 \cdot 10^{-3} \frac{U^2}{R} t \quad \text{kcal}} \quad (3)$$

$$\text{ή} \quad Q = 0,239 \cdot 10^{-3} \text{ UIt} \quad \text{kcal} \quad (4)$$

$$\text{ή} \quad Q = 0,239 \cdot 10^{-3} \text{ Pt} \quad \text{kcal} \quad (5)$$

Οι σχέσεις (2) έως (5) εκφράζουν το **θερμικό νόμο του Joule**. Στις σχέσεις αυτές, όλα τα μεγέθη μετριούνται με τις μονάδες του συστήματος S.I. (Ισχύς P σε W, τάση U σε V, ένταση I σε A, αντίσταση R σε Ω, χρόνος t σε s).

Ο νόμος του Joule όπως δίνεται από τη σχέση (2), λέγει ότι:

a) Αν έχομε σταθερή αντίσταση (R) και ορισμένο χρόνο λειτουργίας (t), τότε η θερμότητα που αναπτύσσεται είναι ανάλογη του τετραγώνου της εντάσεως του ρεύματος ( $I^2$ ).

β) Αν έχομε σταθερή ένταση (I) και ορισμένο χρόνο λειτουργίας (t), τότε η θερμότητα που αναπτύσσεται είναι ανάλογη της αντιστάσεως (R).

γ) Αν έχομε σταθερή ένταση (I) και σταθερή αντίσταση (R), τότε η θερμότητα που αναπτύσσεται είναι ανάλογη με το χρόνο λειτουργίας (t).

Από τη σχέση (3) της παραγράφου 6.4:

$$1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

και τη σχέση (1):

$$1 \text{ J} = 0,000239 \text{ kcal}$$

προκύπτει ότι:

$$1 \text{ kWh} = 860 \text{ kcal} \quad (6)$$

Η ισοδυναμία αυτή χρησιμοποιείται πολύ συχνά στους τεχνικούς υπολογισμούς.

Στην παράγραφο 6.3. αναφέραμε και τον **έπιπο**, ως μονάδα ηλεκτρικής ισχύος. Στην πράξη, η ισχύς των ηλεκτροκινητήρων μετριέται συχνά και σε ίππους (σύμβολο PS), μία μονάδα ισχύος, που δεν ανήκει σε κανένα σύστημα μονάδων. Ένας ίππος είναι η ισχύς που απαιτείται για ανύψωση βάρους 75 κιλογράμμων (75 kp) σε ύψος 1 μέτρου (1 m) μέσα σε χρόνο ενός δευτερολέπτου (1 s). Δηλαδή:

$$1 \text{ PS} = 75 \frac{\text{mkp}}{\text{s}} \quad (7)$$

Για να μετατρέπομε τη θερμότητα (ή και την ηλεκτρική ενέργεια) σε μηχανική ενέργεια, χρησιμοποιούμε τη γνωστή πειραματική σχέση της φυσικής:

$$1 \text{ kcal} = 426,9 \text{ mkp} \quad (8)$$

Από τις εξισώσεις (1) και (7) έχομε:

$$1 \text{ Ws} = 1 \text{ J} = \frac{426,9}{4184} \text{ mkp} = 0,102 \text{ mkp}$$

$$\eta = 102 \frac{\text{mfp}}{\text{s}}$$

Επομένως:

$$1 \text{ kW} = 1,36 \text{ PS} \quad (9)$$

η

$$1 \text{ PS} = 0,736 \text{ kW} \quad (10)$$

Ο παρακάτω πίνακας 6.5.1 δίνει συγκεντρωτικά τη σχέση των διαφόρων μονάδων μεταξύ τους.

*Πίνακας 6.5.1.*

	Ws (J)	kWh	kcal	mfp
1 Ws (J) =	1	$0,275 \cdot 10^{-6}$	$0,239 \cdot 10^{-3}$	0,102
1 kWh =	$3,6 \cdot 10^6$	1	860	$0,367 \cdot 10^6$
1 kcal =	4184	$1,163 \cdot 10^{-3}$	1	426,9
1 mfp	9,81	$2,72 \cdot 10^{-6}$	$3,34 \cdot 10^{-3}$	1

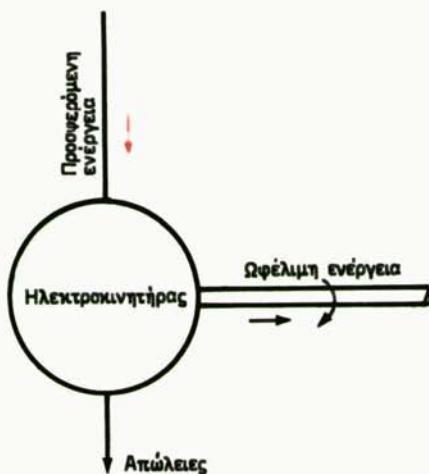
## 6.6 Βαθμός αποδόσεως.

Οποιαδήποτε συσκευή ή μηχανή λειτουργεί με ηλεκτρικό ρεύμα, απορροφά ορισμένη ηλεκτρική ενέργεια και τη μετατρέπει στη μορφή ενέργειας, που είναι κατάλληλη για την εργασία που εκτελεί.

Αν εξαρέσομε τις ωμικές καταναλώσεις, στις οποίες ολόκληρη η προσφερόμενη ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται πρακτικά σε θερμότητα, στα άλλα είδη καταναλώσεων ένα μόνο τμήμα από την προσφερόμενη ηλεκτρική ενέργεια Α<sub>πρ</sub> μετατρέπεται στη μορφή ενέργειας που εξυπηρετεί το σκοπό της καταναλώσεως. Αυτή ονομάζεται **ωφέλιμη ενέργεια A<sub>ωφ</sub>**. Η υπόλοιπη μετατρέπεται σε άλλες μορφές ενέργειας, που είναι άχρηστες για τον προορισμό της καταναλώσεως και γι' αυτό ονομάζονται **απώλειες A<sub>απ</sub>**.

Σε ένα ηλεκτροκινητήρα π.χ. η προσφερόμενη ηλεκτρική ενέργεια μετατρέπεται κατά το μεγαλύτερο μέρος της σε ωφέλιμη μηχανική ενέργεια, που εξυπηρετεί το σκοπό του ηλεκτροκινητήρα, δηλαδή την παροχή κινήσεως. Η υπόλοιπη μετατρέπεται σε άχρηστη για το σκοπό του κινητήρα θερμότητα Joule, θερμότητα τριβών κ.ο.κ. που αποτελούν τις απώλειες. Το σχήμα 6.6 δείχνει παραστατικά την κατανομή των ενεργειών στον ηλεκτροκινητήρα.

Επειδή μία κατανάλωση δεν παράγει η ίδια ηλεκτρική ενέργεια, αλλά μόνο



Σχ. 6.6.

μετατρέπει την ενέργεια που της προσφέρεται, σύμφωνα με την αρχή της διατηρήσεως της ενέργειας ισχύει πάντοτε η σχέση:

$$A_{\pi\rho} = A_{\omega\varphi} + A_{a\pi} \quad (1)$$

Αν στην κατανάλωση προσφέρεται σταθερή ηλεκτρική ενέργεια σε κάθε δευτερόλεπτο, δηλαδή σταθερή ισχύς  $P_{\pi\rho}$ , τότε και η αποδιδόμενη ωφέλιμη ενέργεια σε κάθε δευτερόλεπτο — η ωφέλιμη ισχύς  $P_{\omega\varphi}$  — είναι σταθερή και οι απώλειες σε κάθε δευτερόλεπτο — η ισχύς απωλειών  $P_{a\pi}$  — είναι σταθερές. Έτσι, μπορούμε να γράψουμε:

$$P_{\pi\rho} = P_{\omega\varphi} + P_{a\pi} \quad (2)$$

Το λόγο της αποδιδόμενης ωφέλιμης ισχύος  $P_{\omega\varphi}$  προς την προσφερόμενη ηλεκτρική ισχύ ονομάζουμε «βαθμό ή συντελεστή αποδόσεως» της καταναλώσεως και τον συμβολίζουμε με το μικρό γράμμα η του ελληνικού αλφαβήτου.

$$\eta = \frac{P_{\omega\varphi}}{P_{\pi\rho}} = \frac{P_{\omega\varphi}}{P_{\omega\varphi} + P_{a\pi}} \quad (3)$$

Ο βαθμός αποδόσεως αποτελεί μέτρο της ικανότητας της καταναλώσεως να

χρησιμοποιεί αποτελεσματικά την προσφερόμενη ηλεκτρική ενέργεια, για το σκοπό που έχει κατασκευασθεί.

Ο βαθμός αποδόσεως είναι αδιάστατο μέγεθος και είναι πάντοτε μικρότερος ή ίσος με τη μονάδα, εφ' όσον η ωφέλιμη ισχύς, στην καλύτερη περίπτωση, μπορεί να είναι ίση με την προσφερόμενη ισχύ, όταν δηλαδή δεν υπάρχουν απώλειες. Συχνά ο βαθμός αποδόσεως δίνεται όχι σαν απόλυτος αριθμός, αλλά σε ποσοστά %, π.χ. αντί  $\eta = 0,85$  δίνεται  $\eta = 85\%$ .

Για τον προσδιορισμό του βαθμού αποδόσεως, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε, αντί των ισχύων, την προσφερόμενη ηλεκτρική ενέργεια  $A_{\pi\rho}$  και την αποδιδόμενη ωφέλιμη ενέργεια  $A_{\omega\rho}$  σε ορισμένο χρονικό διάστημα. Έτσι, έχουμε:

$$\eta = \frac{A_{\omega\rho}}{A_{\pi\rho}} \quad (4)$$

Αν η προσφερόμενη ισχύς είναι σταθερή, ο λόγος (4) είναι ίσος με το λόγο των ισχύων (3). Αν η ισχύς δεν παραμένει σταθερή σε ολόκληρο το διάστημα t, ο βαθμός αποδόσεως μεταβάλλεται με κάθε μεταβολή της ισχύος και η σχέση (4) δίνει το μέσο βαθμό αποδόσεως στο διάστημα t.

## 6.7 Υπολογισμοί καταναλισκόμενης ισχύος και ενέργειας από διάφορες ηλεκτρικές συσκευές.

Με τη βοήθεια μερικών παραδειγμάτων, εξηγείται στη συνέχεια πώς χρησιμοποιούνται οι σχέσεις που γνωρίσαμε στις προηγούμενες παραγράφους για τον υπολογισμό της καταναλισκόμενης ισχύος και ενέργειας από διάφορες ηλεκτρικές συσκευές.

### Παράδειγμα 1.

Ένας ηλεκτρικός λαμπτήρας φωτισμού ισχύος 100 W, τοποθετείται μέσα σε ένα δοχείο γεμάτο με νερό μάζας 4 kg.

Αν παραδεχθούμε ότι δεν υπάρχει καμία απώλεια θερμότητας προς το περιβάλλον, να βρεθούν:

- Η θερμότητα, που αποδίδει ο λαμπτήρας σε χρόνο λειτουργίας μιας ώρας (1 h) και η ηλεκτρική ενέργεια A, που προσφέρεται σε αυτόν.
- Κατά πόσους βαθμούς Κελσίου Δθ θα ανυψωθεί η θερμοκρασία του νερού, σε χρόνο λειτουργίας μιας ώρας (1 h).

### Λύση.

$$P = 100 \text{ W}, \quad t = 1h = 3600 \text{ s}$$

- Από τον τύπο (5) της παραγράφου 6.5 έχουμε:

$$Q = 0,239 \cdot 10^{-3} \cdot P \cdot t = 0,239 \cdot 10^{-3} \cdot 100 \cdot 3600 = \underline{86,0 \text{ kcal}}$$

Σχεδόν ολόκληρη η προσφερόμενη ηλεκτρική ενέργεια στο λαμπτήρα μετατρέπεται σε θερμότητα (1-2% μόνο μετατρέπεται σε φως). Επομένως δεχόμαστε ότι ο βαθμός αποδόσεως του λαμπτήρα είναι  $\eta = 1$  (100%), οπότε η προσφερόμενη ενέργεια  $A$  στο λαμπτήρα είναι ίση με την αποδιδόμενη ενέργεια  $Q$ .

Από τον τύπο (6) της παραγράφου 6.5 έχουμε:  $1 \text{ kWh} = 860 \text{ kcal}$

$$1 \text{ kcal} = 1,163 \cdot 10^{-3} \text{ kWh}$$

Άρα, η προσφερόμενη ενέργεια είναι:

$$A = 1,163 \cdot 10^{-3} \cdot Q = 1,163 \cdot 10^{-3} \cdot 86,0 = \underline{0,1 \text{ kWh}}$$

- β) Το ένα (1) kcal ανυψώνει τη θερμοκρασία ενός (1) kg νερού κατά  $1^\circ\text{C}$ . Επομένως τα  $Q$  kcal θα ανυψώσουν τη θερμοκρασία των  $m = 4 \text{ kg}$  νερού κατά  $\Delta\theta$ , όπου:

$$\Delta\theta = \frac{Q}{m} = \frac{Q}{4} = \frac{86}{4} = 21,5^\circ\text{C}$$

Άρα η θερμοκρασία θα αυξηθεί κατά  $\Delta\theta = 21,5^\circ\text{C}$ .

Αν η αρχική θερμοκρασία π.χ. είναι  $\theta_1 = 15^\circ\text{C}$ , η τελική  $\theta_2$  θα είναι:  $\theta_2 = \theta_1 + 21,5 = 36,5^\circ\text{C}$ . Προϋπόθεση βέβαια είναι ότι δεν λαμβάνονται υπ' όψη οι απώλειες θερμότητας προς το περιβάλλον.

### Παράδειγμα 2.

Ένας ηλεκτρικός βραστήρας, χωρητικότητας 5 λίτρων καθαρού νερού, έχει βαθμό αποδόσεως  $\eta = 80\%$  και βράζει το νερό μέσα σε 10 λεπτά.

Αν η αρχική θερμοκρασία του νερού είναι  $\theta_1 = 20^\circ\text{C}$ , να βρεθεί η ισχύς του βραστήρα.

### Λύση.

Ένα λίτρο είναι ίσο με  $1000 \text{ cm}^3$  και μπορεί να περιλάβει καθαρό νερό 1 kg. Άρα ο βραστήρας γεμίζει με 5 kg καθαρού νερού. Αφού ο βρασμός του νερού γίνεται στους  $100^\circ\text{C}$  και η αρχική θερμοκρασία είναι  $20^\circ\text{C}$ , τότε, για να βράσει το νερό των 5 kg, απαιτείται ωφέλιμη θερμότητα, σύμφωνα με όσα αναφέραμε στην παράγραφο 6.5:

$$Q = m (100 - \theta_1) = 5 (100 - 20) = 400 \text{ kcal}$$

Η ενέργεια, που δίνει η ηλεκτρική πηγή στο βραστήρα, είναι μεγαλύτερη, γιατί ένα μέρος της προσφερόμενης ενέργειας δεν καταναλώνεται για την ανύ-

ψωση της θερμοκρασίας του νερού. Σύμφωνα με τον τύπο 4 της παραγράφου 6.6, έχομε:

$$\text{Προσφερόμενη ενέργεια} = \frac{\text{ωφέλιμη ενέργεια}}{\eta} = \frac{400}{0,8} = 500 \text{ kcal, ή}$$

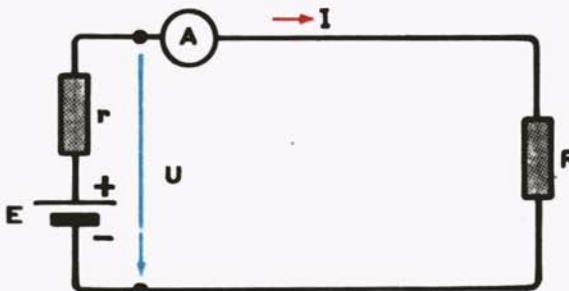
$$\text{προσφερόμενη ενέργεια} = 1,163 \cdot 10^{-3} \cdot 500 = \underline{0,5814 \text{ kWh}}$$

Η ενέργεια των 500 kcal (0,5814 kWh) προσφέρεται μέσα σε 10 λεπτά = 1/6 ώρες. Άρα η πηγή προσφέρει σε μία ώρα ενέργεια  $6 \cdot 500 = 3000 \text{ kcal} = 3,488 \text{ kWh}$ . Η ενέργεια αυτή είναι ίση αριθμητικά με την ισχύ του βραστήρα.

*Ισχύς του βραστήρα:  $P = 3,488 \text{ kW} \approx 3,5 \text{ kW}$*

### Παράδειγμα 3.

Ένας συσσωρευτής, ηλεκτρεγερτικής δυνάμεως (ΗΕΔ)  $E = 12 \text{ V}$  και εσωτερικής αντιστάσεως  $r = 0,015 \Omega$ , τροφοδοτεί μία κατανάλωση  $R$ . Με ένα αμπερόμετρο μετράμε, σε κατάσταση λειτουργίας  $I = 100 \text{ A}$  (σχ. 6.7a).



Σχ. 6.7a.

Να βρεθούν:

- a) Η κατανάλωση.
- β) Η πολική τάση του συσσωρευτή.
- γ) Η συνολική ισχύς που καταναλώνεται.

### Αύση.

α) Σύμφωνα με τον τύπο (2) της παραγράφου 4,5, είναι:

$$E = I \cdot (R + r) \quad \text{ή} \quad R = \frac{E}{I} - r = \frac{12}{100} - 0,015 = 0,105 \Omega$$

$$\underline{R = 0,105 \Omega}$$

β) Σύμφωνα με τον τύπο (5) της παραγράφου 4.5, είναι:

$$U = E - Ir = 12 - 100 \cdot 0,015 = 10,5 \text{ V}$$

Το ίδιο αποτέλεσμα βρίσκομε και από τον τύπο:

$$U = IR = 100 \cdot 0,105 = 10,5 \text{ V}$$

$$\underline{U = 10,5 \text{ V}}$$

γ) Η ισχύς στην κατανάλωση  $R$ , σύμφωνα με τον τύπο (2) της παραγράφου 6.2, είναι:

$$P_R = I^2 R = 100^2 \cdot 0,105 = 1050 \text{ W} = 1,05 \text{ kW}$$

Ισχύς στην εσωτερική αντίσταση  $r$ :

$$P_r = I^2 r = 100^2 \cdot 0,015 = 150 \text{ W} = 0,15 \text{ kW}$$

$$\text{Σύνολο της ισχύος: } \underline{P = P_R + P_r = 1,2 \text{ kW}}$$

### **Επαλήθευση.**

Η πηγή δίνει συνολικά ισχύ  $P = EI = 12 \cdot 100 = 1200 = 1,2 \text{ kW}$

### **Παράδειγμα 4.**

Ένας ηλεκτρικός λαμπτήρας, ισχύος 180 W, τοποθετείται μέσα σε ένα δοχείο που περιέχει νερό μάζας  $m = 1 \text{ kg}$ . Όταν ο λαμπτήρας λειτουργήσει επί  $10/3 \text{ min}$  η θερμοκρασία του νερού ανυψώνεται κατά  $8,4^\circ\text{C}$ .

Να βρεθεί πόσο τοις εκατό (%) της ενέργειας, που προσφέρεται στο λαμπτήρα, μετατρέπεται σε φως, αν παραδεχθούμε ότι δεν υπάρχουν άλλες απώλειες θερμότητας.

### **Λύση.**

$$P = 180 \text{ W} = 0,18 \text{ kW}$$

$$t = \frac{10}{3} \text{ min} = \frac{10}{3} \cdot 60 = 200 \text{ s}$$

Προσφερόμενη ηλεκτρική ενέργεια στο λαμπτήρα:  $A_{πρ} = 0,18 \cdot 200 = 36 \text{ kWs}$ .

Θερμότητα, που δίνει ο λαμπτήρας, για να ανυψωθεί η θερμοκρασία του νερού κατά  $8,4^\circ\text{C}$  ( $\theta_2 - \theta_1 = 8,4^\circ\text{C}$ ):

$$Q = \frac{\theta_2 - \theta_1}{m} = 8,4 \text{ kcal}$$

ή

$$Q = 0,9767 \cdot 10^{-2} \text{ kWh}$$

ή

$$Q = 35,16 \text{ kWs}$$

Προσφερόμενη ενέργεια:  $A_{\pi\rho} = \text{Θερμότητα (Q)} + \text{ενέργεια φωτός (A_\varphi)}$

$$36,00 \text{ kWs} = 35,16 + \text{ενέργεια φωτός (A_\varphi)}$$

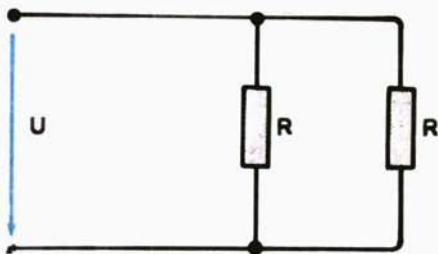
και

$$A_\varphi = 36,00 - 35,16 = 0,84 \text{ kWs}$$

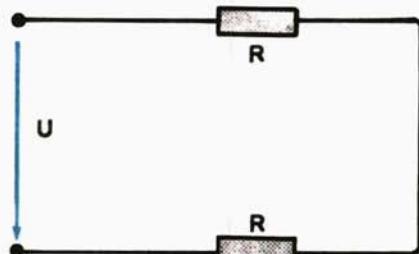
Άρα μετατρέπεται σε φως ποσοστό  $\frac{0,84}{36} 100 = \underline{\underline{2,33 \%}}$   
της προσφερόμενης ενέργειας.

### Παράδειγμα 5.

Μία ηλεκτρική συσκευή, π.χ. ένα ηλεκτρικό μαξιλάρι, αποτελείται από δύο όμοιους ωμικούς αντιστάτες  $R$ , που συνδέονται πότε παράλληλα (σχ. 6.7β) και πότε σε σειρά (σχ. 6.7γ).



Σχ. 6.7β.



Σχ. 6.7γ.

Η συσκευή αυτή συνδέεται με μία ηλεκτρική πηγή πολικής τάσεως  $U = 220 \text{ V}$  και, όταν οι δύο αντιστάτες είναι συνδεδεμένοι παράλληλα, καταναλώνει ισχύ  $P = 80 \text{ W}$ .

Να βρεθούν:

- Η τιμή της ωμικής αντιστάσεως  $R$ .
- Η ισχύς που καταναλώνει η συσκευή, όταν οι αντιστάτες συνδέονται σε σειρά.

### Λύση.

- a) Αφού οι δύο αντιστάτες είναι ίσοι, πρέπει ο καθένας να καταναλώνει ισχύ  $P_R = P/2 = 80/2 = 40 \text{ W}$ .

Από τον τύπο 3 της παραγράφου 6.2, έχομε:

$$R = \frac{U^2}{P_R} = \frac{220^2}{40} = 1210 \Omega$$

$$\underline{\underline{R = 1210 \Omega}}$$

β) Ισχύς στη σύνδεση σειράς:

$$R' = R + R = 2 \cdot 1210 = 2420 \Omega$$

$$P = \frac{U^2}{R'} = \frac{220^2}{2420} = 20 \text{ W}$$

P = 20 W

---

## ΤΡΙΤΟ ΜΕΡΟΣ

### ΤΟ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

#### ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΒΔΟΜΟ

##### ΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

###### 7.1 Φυσικοί και τεχνητοί μαγνήτες.

Από τα πολύ παλαιά χρόνια, είχε παρατηρηθεί ότι ένα ορισμένο ορυκτό είχε την ιδιότητα να έλκει μικρά κομμάτια από σίδηρο που είχαν τοποθετηθεί σε μικρή απόσταση από αυτό. Ακόμα, είχε παρατηρηθεί ότι δύο μακρόστενα κομμάτια από το ίδιο ορυκτό άλλοτε έλκονταν και άλλοτε απωθούσε το ένα το άλλο, ανάλογα με τα άκρα τους, τα οποία βρίσκονταν το ένα απέναντι στο άλλο. Το ορυκτό αυτό οι αρχαίοι Έλληνες το ονόμασαν *μαγνήτη λίθο*, επειδή πρωτοβρέθηκε στη Μαγνησία της Μικράς Ασίας και αναφέρεται ήδη το 500 π.Χ. από το Θαλή το Μιλήσιο.

*Ως μαγνήτη χαρακτηρίζουμε σήμερα κάθε σώμα ή διάταξη, που έχει την ιδιότητα να έλκει και να απωθεί κομμάτια σιδήρου, όπως ο μαγνήτης λίθος. Το φαινόμενο αυτό ονομάζουμε «μαγνητισμό».*

Τους μαγνήτες διακρίνομε σε φυσικούς και τεχνητούς. Οι φυσικοί προέρχονται, όπως και ο μαγνήτης λίθος, από το ορυκτό *μαγνητίτη*, ένα οξείδιο του σιδήρου ( $Fe_3O_4$ ), που βρίσκεται σήμερα σε μεγάλες ποσότητες στη Σουηδία, Νορβηγία, Ρουμανία, στα Ουράλια όρη και στις Η.Π.Α. Στην τεχνική, οι φυσικοί μαγνήτες δεν έχουν σήμερα σημασία, γιατί μπορούμε να κατασκευάσουμε τεχνητούς, με πολύ καλύτερες μαγνητικές ιδιότητες.

Οι τεχνητοί μαγνήτες κατασκευάζονται, όπως θα γνωρίσουμε αργότερα, συνήθως με τη βοήθεια ηλεκτρικού ρεύματος είτε από σκληρό χάλυβα (χάλυβα που σκληρύνθηκε με κατάλληλη θερμική επεξεργασία), είτε από μαλακό σίδηρο. Οι μαγνήτες από σκληρό χάλυβα λέγονται *μόνιμοι μαγνήτες*, επειδή διατηρούν και με την πάροδο του χρόνου τις μαγνητικές τους ιδιότητες. Οι μαγνήτες, από μαλακό σίδηρο λέγονται *ηλεκτρομαγνήτες*, επειδή συμπεριφέρονται σαν μαγνήτες, μόνο όσο διαρκεί η ροή του ηλεκτρικού ρεύματος.

Αν πάρομε ένα μαγνήτη με μορφή ράβδου και τον βυθίσουμε μέσα σε ξύσματα (ρινίσματα) σιδήρου, θα παρατηρήσουμε ότι στα δύο άκρα του μαγνήτη σχη-

ματίζονται σωροί από ξύσματα που προσκολλώνται σε αυτά, ενώ στη μέση του δεν υπάρχουν κολλημένα ξύσματα (σχ. 7.1α).

Το ίδιο θα παρατηρήσομε στα áκρα και στη μέση ενός **πεταλοειδούς μαγνήτη** [σχ. 7.1β(α)] τή ενός μαγνήτη με οποιαδήποτε άλλη μορφή, π.χ. σε μία **μαγνητική βελόνη**, που είναι ένας πολύ λεπτός και ελαφρός μαγνήτης σε σχήμα ρόμβου [σχ. 7.1β(β)].



Σχ. 7.1α.



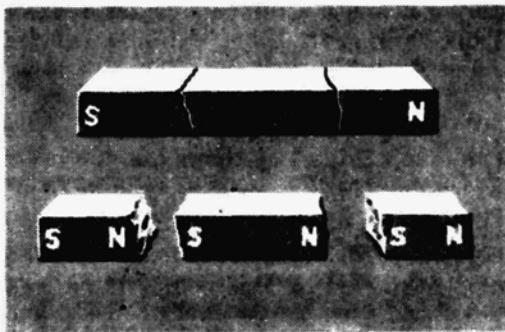
Σχ. 7.1β.

Τα δύο áκρα του μαγνήτη, στα οποία παρουσιάζεται η μεγαλύτερη μαγνητική δράση, ονομάζονται **πόλοι**, ενώ η περιοχή, όπου δεν εμφανίζεται τέτοια, λέγεται **ουδέτερη ζώνη**.

Αν τώρα κρεμάσομε μία μαγνητική βελόνη με νήμα από το κέντρο βάρους της, ώστε να μπορεί να περιστρέφεται ελεύθερα, θα παρατηρήσομε ότι, αφού πραγματοποιήσει μερικές ταλαντώσεις, ισορροπεί πάντοτε στην ίδια θέση, ανεξάρτητα από τη θέση από όπου ξεκίνησε. Στη θέση αυτή, ο ένας πόλος της δείχνει προς το βορρά και γι' αυτό τον ονομάζομε **βόρειο πόλο** και ο άλλος προς το νότο και το λέμε **νότιο πόλο**. Το βόρειο πόλο συμβολίζομε με το γράμμα N (από τη λέξη Nord = βορράς), τό νότιο με το γράμμα S (από τη λέξη Sud = νότος). Την ιδιότητα της μαγνητικής βελόνης χρησιμοποιούμε, όπως θα δούμε πιο κάτω, για να προσανατολιζόμαστε με τη βοήθεια ειδικών οργάνων, που ονομάζονται πυξίδες.

Κάθε μαγνήτης, ανεξάρτητα από τη μορφή του, έχει δύο πόλους, ένα βόρειο και ένα νότιο, που προσδιορίζονται όπως οι πόλοι της μαγνητικής βελόνης. Οι

πόλοι των μαγνητών εμφανίζονται πάντοτε κατά ζεύγη και δεν μπορούν να ξεχωρισθούν. Αν κόψουμε ένα μαγνήτη στη μέση, θα δημιουργηθούν δύο μαγνήτες με βόρειο και νότιο πόλο ο καθένας (σχ. 7.1γ). Αυτό συμβαίνει πάντοτε σε όσο μικρά κομμάτια και αν τεμαχίσομε ένα μαγνήτη και μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι κάθε μόριο, αλλά και κάθε άτομο του μαγνήτη είναι και αυτό ένας στοιχειώδης μαγνήτης με βόρειο και νότιο πόλο.



Σχ. 7.1γ.

Αν πλησιάσουμε τους πόλους δύο μαγνητών, παρατηρούμε ότι, αν οι πόλοι είναι **ομώνυμοι**, δηλαδή και οι δύο βόρειοι ή νότιοι, **απωθούνται**, ενώ αν είναι **ετερώνυμοι**, δηλαδή ο ένας βόρειος και ο άλλος νότιος, **ελκούνται**. Αν οι πόλοι βρίσκονται κοντά, η έλξη ή άπωση είναι πιο ισχυρή από ότι είναι όσο απομακρύνονται μεταξύ τους. Ακόμα, παρατηρούμε το εξής, όταν ο ένας μαγνήτης είναι σταθερά τοποθετημένος σε κάποια θέση στο χώρο, ενώ ο άλλος μπορεί να περιστρέφεται ελεύθερα, γύρω από ένα σταθερό σημείο στο χώρο (ας φαντασθούμε π.χ. μία μαγνητική βελόνη, αναρτημένη από το κέντρο βάρους της σε κάποιο σημείο κοντά στον πρώτο μαγνήτη): Ο δεύτερος αυτός μαγνήτης στρέφεται και **προσανατολίζεται** σε μία διεύθυνση που εξαρτάται από τη θέση του στο χώρο. Δηλαδή άλλη διεύθυνση παίρνει σε ένα σημείο του χώρου και άλλη σε άλλο.

Αν στον πόλο ενός μαγνήτη πλησιάσουμε μία σιδερένια ή χαλύβδινη ράβδο, παρατηρούμε ότι ο μαγνήτης έλκει τη ράβδο και ακόμα ότι η ράβδος **μαγνητίζεται**, γίνεται δηλαδή και αυτή μαγνήτης, αλλά με πόλους αντίθετους από τους πόλους του αρχικού μαγνήτη. Αν το άκρο της πλησιάσει το βόρειο πόλο γίνεται νότιος πόλος, ενώ αν πλησιάσει το νότιο γίνεται βόρειος. Ανάλογα με το υλικό από το οποίο είναι φτιαγμένη η ράβδος, μαγνητίζεται μόνιμα ή παροδικά. Ράβδοι από σκληρό χάλυβα διατηρούν τις μαγνητικές τους ιδιότητες και όταν απομακρυνθούν από το μαγνήτη, ενώ ράβδοι από μαλακό σίδηρο τις χάνουν σύντομα. Τη μαγνήτιση αυτή ονομάζομε **μαγνήτιση από επιδραση**.

Φαινόμενα μαγνητίσεως παρατηρούνται όχι μόνο στο σίδηρο και χάλυβα, που αναφέραμε προηγουμένως, αλλά και σε μία σειρά άλλων υλικών, όπως

στο νικέλιο, στο κοβάλτιο, σε διάφορα κράματα κλπ. Τα υλικά αυτά ονομάζονται **σιδηρομαγνητικά υλικά**.

Την ερμηνεία του φαινομένου της μαγνητίσεως θα γνωρίσουμε αργότερα, όταν θα έχομε εξηγήσει πού οφείλεται ο μαγνητισμός και θα ασχοληθούμε με τη μαγνητική συμπεριφορά των διαφόρων υλικών. Προκαταβολικά, σημειώνομε εδώ, ότι μαγνητικά φαινόμενα δημιουργούνται πάντοτε και μόνο όταν έχομε **ροή ηλεκτρικού ρεύματος** και γενικά κίνηση ηλεκτρικών φορτίων. Το ηλεκτρικό ρεύμα είναι δηλαδή εκείνο που δημιουργεί το μαγνητισμό. Στην περίπτωση των μονίμων μαγνητών ο μαγνητισμός οφείλεται στα στοιχειώδη ηλεκτρικά ρεύματα, που δημιουργούνται από την περιστροφή των ηλεκτρονίων μέσα στα άτομα του υλικού.

## 7.2 Μαγνητικό πεδίο και μαγνητικές γραμμές.

Από όσα αναφέραμε προηγουμένως, γίνεται φανερό ότι ένας μαγνήτης εξασκεί δύναμη σε άλλους μαγνήτες και σε κομμάτια σιδηρομαγνητικών υλικών, που βρίσκονται στο χώρο γύρω του και ότι η δύναμη αυτή προκαλεί άλλοτε την έλξη και άλλοτε την άπωσή τους.

**Το χώρο, μέσα στον οποίο ασκούνται μαγνητικές δυνάμεις, ονομάζουμε γενικά μαγνητικό πεδίο.**

Από τα προηγούμενα, προκύπτει ακόμα, ότι η δύναμη, που ασκεί ένας μαγνήτης, είναι διαφορετική κατά **μέτρο** και **διεύθυνση** στα διάφορα σημεία του χώρου γύρω του. Το μέτρο της έχει π.χ. μεγάλη τιμή κοντά στους πόλους και ελάχιστη κοντά στην ουδέτερη ζώνη. Επίσης, η διεύθυνσή της αλλάζει στα διάφορα σημεία, εφ' όσον διαφορετικά προσανατολίζεται, όπως ειπαμε, ένας μαγνήτης ανάλογα με τη θέση του στο χώρο.

Ένα μαγνητικό πεδίο μπορούμε να το περιγράψουμε, αν ξέρομε τη δύναμη που ασκεί σε κάθε σημείο του στον πόλο ενός μαγνήτη, με το μέτρο, τη διεύθυνσή της και τη φορά της.

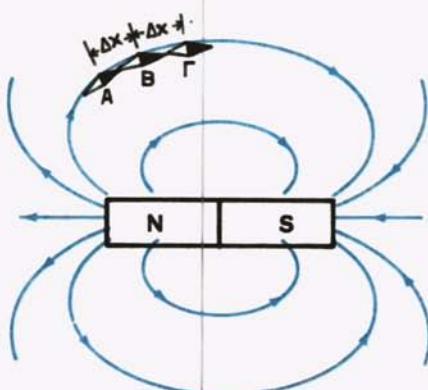
Για τον προσδιορισμό της δυνάμεως αυτής, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη μαγνητική βελόνη που γνωρίσαμε προηγουμένως. Αν αναρτήσουμε τη βελόνη από τό κέντρο βάρους της σε τυχόν σημείο του πεδίου, ώστε να μπορεί να περιστρέφεται ελεύθερα, θα ασκηθεί στο βόρειο πόλο της ορισμένη δύναμη και μία ίστη και αντίθετη δύναμη στο νότιο. Οι δύο δυνάμεις δημιουργούν ροπή στρέψεως, με αποτέλεσμα να εκτελέσει η βελόνη **ταλαντώσεις** περί τον άξονά της και τελικά να ισορροπήσει στη **διεύθυνση**, που ασκείται η δύναμη του μαγνητικού πεδίου στο σημείο αυτό.

Η φορά της δυνάμεως ορίζεται **συμβατικά** από το νότιο προς το βόρειο πόλο της βελόνης. Ετσι, προσδιορίζουμε, τη διεύθυνση και τη φορά της μαγνητικής δυνάμεως, δηλαδή τη διεύθυνση και τη φορά του μαγνητικού πεδίου σε οποιοδήποτε σημείο του (σχ. 7.2a).

Για τον προσδιορισμό του **μέτρου** της δυνάμεως, μπορούμε π.χ. να χρησιμο-



Σχ. 7.2α.

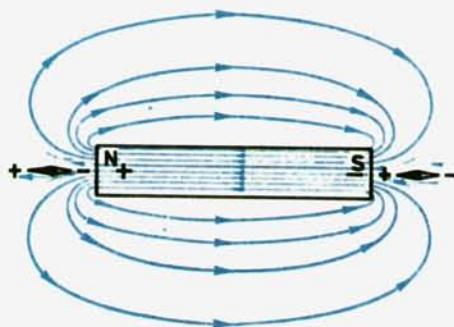


Σχ. 7.2β.

ποιήσομε τον αριθμό των ταλαντώσεων, που πραγματοποιεί η βελόνη σε ορισμένο χρονικό διάστημα, π.χ. σε 1 δευτερόλεπτο. Όσο πιο μεγάλη είναι η δύναμη, τόσο πιο γρήγορα πάλλεται η βελόνη και τόσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός των ταλαντώσεών της ανά δευτερόλεπτο.

Αν τώρα, ξεκινώντας από ένα οποιοδήποτε σημείο Α του πεδίου, προχωρήσομε τη μαγνητική βελόνη στη διεύθυνση, που έχει το πεδίο στο σημείο αυτό, κατά μία πολύ μικρή απόσταση  $\Delta x$  ως το σημείο Β, η βελόνη θα τοποθετηθεί γενικά σε μία νέα διεύθυνση (σχ. 7.2β). Προχωρώντας στη νέα διεύθυνση πάλι κατά απόσταση  $\Delta x$  ως το σημείο Γ, θα πάρομε νέα διεύθυνση. Επαναλαμβάνοντας διαδοχικά τη διαδικασία αυτή και ενώνοντας τα σημεία Α,Β,Γ... παίρνομε μία καμπύλη, σε κάθε σημείο της οποίας η διεύθυνση του πεδίου δίνεται από την εφαπτομένη της καμπύλης στο θεωρούμενο σημείο. Η καμπύλη, που προκύπτει με αυτό τον τρόπο, ονομάζεται **μαγνητική γραμμή της επαγωγής του πεδίου** ή, απλά, **μαγνητική γραμμή**.

Ξεκινώντας από ένα άλλο σημείο του πεδίου, παίρνομε μία δεύτερη μαγνητική γραμμή κ.ο.κ. Σχεδιάζοντας αρκετές μαγνητικές γραμμές σε ένα επίπεδο γύρω από ένα μαγνήτη, όπως φαίνεται στο σχήμα 7.2γ, παίρνομε μία πολύ πα-



Σχ. 7.2γ.

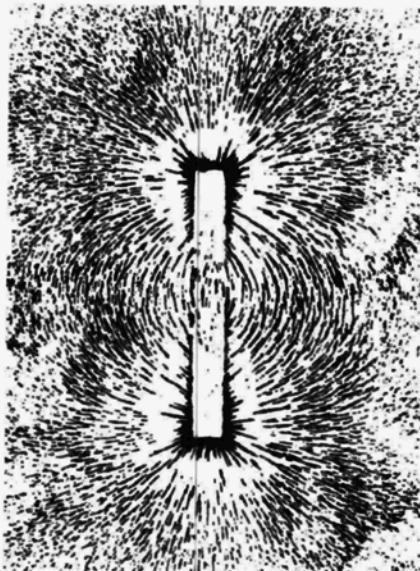
ραστατική εικόνα της μορφής του μαγνητικού πεδίου στο επίπεδο αυτό. Ανάλογη εικόνα παίρνουμε πειραματικά, αν στο επίπεδο αυτό σκορπίσουμε ξύσματα σιδήρου. Τα ξύσματα προσανατολίζονται σύμφωνα με τη διεύθυνση του πεδίου σε κάθε σημείο σχηματίζοντας μαγνητικές γραμμές όπως φαίνεται στο σχήμα 7.2δ.

Οι μαγνητικές γραμμές δεν μας δείχνουν μόνο τη διεύθυνση του πεδίου, αλλά αποτελούν και ένδειξη για το μέτρο της μαγνητικής δυνάμεως. Συγκεκριμένα, παρατηρούμε ότι στα σημεία, όπου η δύναμη είναι μεγαλύτερη, π.χ. κοντά στους πόλους, οι μαγνητικές γραμμές είναι πυκνότερες, ενώ, όπου είναι ασθενέστερη, οι μαγνητικές γραμμές είναι αραιότερες.

Σε κάθε μαγνητική γραμμή σημειώνουμε τη συμβατική φορά της δυνάμεως, που ασκείται σε μία μαγνητική βελόνη επάνω στη γραμμή. Ετσι, οι μαγνητικές γραμμές δείχνουν και τη φορά του μαγνητικού πεδίου σε κάθε σημείο του χώρου.

Στο σχήμα 7.2γ βλέπουμε ότι οι μαγνητικές γραμμές, σύμφωνα με τη συμβατική φορά του πεδίου, «βγαίνουν» από το βόρειο πόλο του μαγνήτη και «μπαίνουν» στο νότιο πόλο. Όπως θα γνωρίσουμε αργότερα, οι μαγνητικές γραμμές σχηματίζουν πάντοτε κλειστές καμπύλες, χωρίς αρχή και τέλος. Ετσι, δεχόμαστε ότι οι μαγνητικές γραμμές συνεχίζονται στο εσωτερικό του μαγνήτη, κατευθυνόμενες από το νότιο προς το βόρειο πόλο σχηματίζοντας τις κλειστές διαδρομές που φαίνονται στο σχήμα.

Για να αποφύγομε παρεξηγήσεις, πρέπει να τονισθεί ότι οι μαγνητικές γραμμές μας βοηθούν να αποκτήσουμε μία παραστατική εικόνα του μαγνητικού πεδίου, δεν αποτελούν όμως οι ίδιες ένα φυσικό μέγεθος. Ο αριθμός των μαγνητικών γραμμών, που σχεδιάζομε σε ένα επίπεδο, εκλέγεται αυθαίρετα, ανάλογα με την κλίμακα σχεδιάσεως που μας εξυπηρετεί. Μπορούμε π.χ. να σχεδιάσουμε 1 γραμμή ανά cm ή 2 γραμμές ανά cm στο εσωτερικό του μαγνήτη (σχ. 7.2γ) και να συνεχίσουμε τις μαγνητικές γραμμές στο εξωτερικό του, με τη διαδικασία της μαγνητικής βελόνης που περιγράψαμε. Ετσι, προκύπτουν πεδία με διαφορετικό αριθμό γραμμών, που έχουν όμως την ίδια μορφή. Επίσης, πειρα-



Σχ. 7.2δ.

ματικά προκύπτει διαφορετικός αριθμός μαγνητικών γραμμών, ανάλογα με το πάχος των ξυσμάτων του σιδήρου, που χρησιμοποιούμε στο πείραμα.

Όπως θα γνωρίσουμε αργότερα, τις μαγνητικές γραμμές χρησιμοποιούμε για να εκφράσουμε ένα βασικό μέγεθος του μαγνητισμού, τη **μαγνητική επαγωγή**.

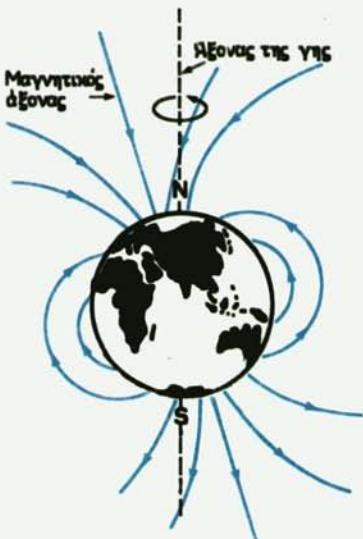
### 7.3 Γήινος μαγνητισμός – Μαγνητική πυξίδα.

Όπως γνωρίσαμε στην παράγραφο 7.1, σε οποιοδήποτε σημείο της γης μία μαγνητική βελόνη, ελεύθερα αναρτημένη, προσανατολίζεται πάντοτε στην κατεύθυνση βορρά - νότου. Αυτό αποδεικνύει την ύπαρξη ενός **γήινου μαγνητικού πεδίου**, που επιδρά επάνω στη βελόνη.

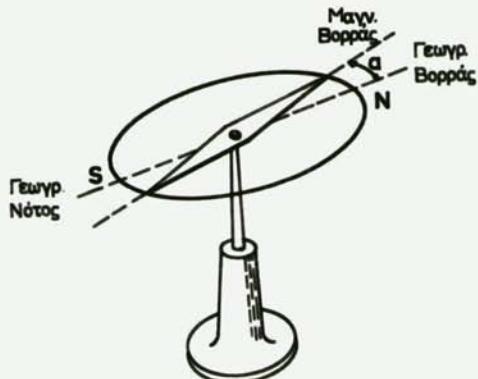
Η γη συμπεριφέρεται σαν ένας τεράστιος μαγνήτης. Οι πόλοι του μαγνήτη αυτού δεν συμπίπτουν ακριβώς με τους γεωγραφικούς πόλους, όπως φαίνεται στο σχήμα 7.3α. Έτσι, η διεύθυνση βορρά - νότου, που δείχνει η μαγνητική βελόνη, πρέπει να διορθωθεί, για να δώσει τη διεύθυνση του γεωγραφικού βορρά - νότου. Η επίπεδη γωνία α ή η αντίστοιχή της δίεδρη γωνία, που σχηματίζεται από τα επίπεδα του γεωγραφικού μεσημβρινού και του μαγνητικού μεσημβρινού, ονομάζεται **απόκλιση** (σχ. 7.3β).

Εφ' όσον έχομε ορίσει ως βόρειο πόλο της μαγνητικής βελόνης τον πόλο που δείχνει προς το βορρά και είναι επίσης γνωστό ότι ετερώνυμοι πόλοι έλκονται, έπειτα, ότι κοντά στο βόρειο γεωγραφικό πόλο είναι ο νότιος μαγνητικός πόλος και κοντά στο νότιο γεωγραφικό ο βόρειος μαγνητικός.

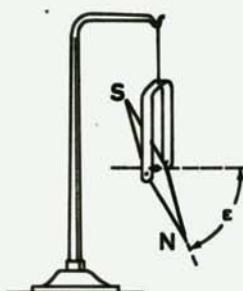
Η μορφή του γηίνου μαγνητικού πεδίου γίνεται φανερή από τις μαγνητικές του γραμμές. Οι γραμμές αυτές δεν συναντούν τήν επιφάνεια της γης κάθετα,



Σχ. 7.3α.



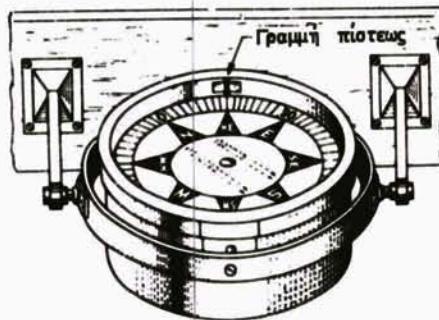
Σχ. 7.3β.



Σχ. 7.3γ.

αλλά λοξά, εκτός από τις περιοχές των μαγνητικών πόλων. Έτσι, μία μαγνητική βελόνη στην επιφάνεια της γης, επειδή προσανατολίζεται στη διεύθυνση των μαγνητικών γραμμών, σχηματίζει ορισμένη γωνία ε ως προς το οριζόντιο επίπεδο. Η γωνία αυτή ονομάζεται **έγκλιση** και κυμαίνεται από  $0^\circ$  στον ισημερινό, όπου οι μαγνητικές γραμμές είναι οριζόντιες στην επιφάνεια της γης, ως  $90^\circ$  στους πόλους, όπου είναι κάθετες (σχ. 7.3γ).

Για τον προσανατολισμό με τη βοήθεια του μαγνητικού πεδίου της γης, αναρτάται η μαγνητική βελόνη στο κέντρο ενός κυλινδρικού κουτιού. Στη βάση του κουτιού είναι σχεδιασμένα τα σημεία του ορίζοντα, δηλαδή το ανεμολόγιο, ενώ η οροφή του κλείνει με διαφανές καπάκι. Έτσι, δημιουργείται ένα όργανο που ονομάζεται **πυξίδα**.



Σχ. 7.3δ.

Στις ναυτικές πυξίδες, το ανεμολόγιο είναι σχεδιασμένο σε δίσκο που περιστρέφεται μαζί με τη βελόνη (σχ. 7.3δ). Η πυξίδα είναι αναρτημένη έτσι, ώστε να διατηρεί πάντοτε την οριζόντια θέση. Στο εσωτερικό τοίχωμά της έχει σημειωμένη μία γραμμή, που δείχνει το διαμήκη άξονα του πλοίου. Η γραμμή αυτή ονομάζεται *γραμμή πίστεως* του πλοίου. Όταν το πλοίο στρέφεται, στρέφεται μαζί του και η γραμμή πίστεως ενώ το ανεμολόγιο διατηρεί αμετάβλητη τη θέση του. Το σημείο του ορίζοντα, που συμπίπτει με τη γραμμή πίστεως, δίνει την πορεία του πλοίου.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΟΓΔΟΟ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

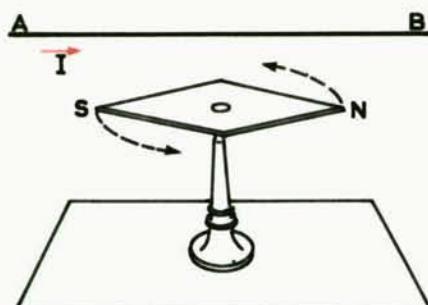
Το 1819 ο Δανός Φυσικός *H.C. Oersted* ανεκάλυψε ότι το ηλεκτρικό ρεύμα, που διαρρέει αγωγούς, προκαλεί μαγνητικές δράσεις, όπως ένας μαγνήτης. Τα μαγνητικά φαινόμενα, που οφείλονται στο ηλεκτρικό ρεύμα αγωγών, ονομάζονται *ηλεκτρομαγνητικά* και με τα φαινόμενα αυτά θα ασχοληθούμε στη συνέχεια.

Στην αρχή, θα εξετάσουμε το μαγνητικό πεδίο, που δημιουργείται από ένα ευθύγραμμο αγωγό και το πεδίο, που δημιουργείται από ένα πηνίο, όταν αγωγός και πηνίο διαρρέονται από ρεύμα. Κατόπιν, θα ορίσουμε τα μεγέθη και τις μονάδες, με τις οποίες περιγράφονται τα μαγνητικά πεδία και παράλληλα θα γνωρίσουμε τις βασικές τους ιδιότητες.

### 8.1 Το μαγνητικό πεδίο ευθύγραμμου αγωγού και πηνίου.

#### a) *Ευθύγραμμος αγωγός.*

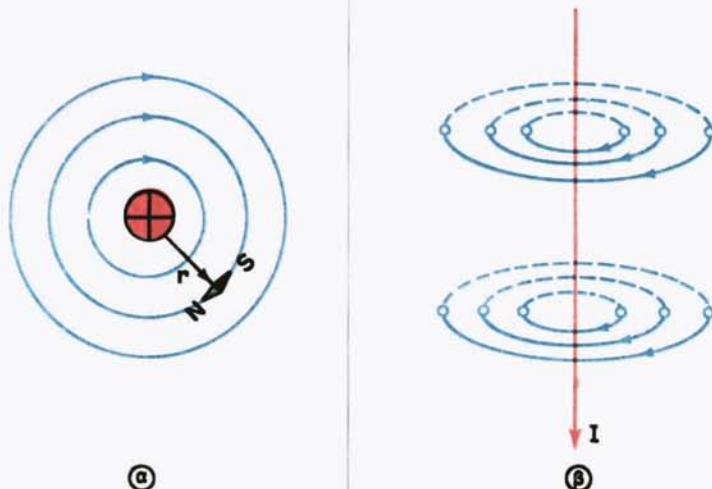
Εξετάζουμε ένα μακρύ ευθύγραμμο αγωγό που διαρρέεται από συνεχές ρεύμα εντάσεως I (σχ. 8.1a). Αν, σε οποιοδήποτε σημείο κοντά στον αγωγό, τοποθετήσουμε μία μαγνητική βελόνη, ελεύθερα αναρτημένη από το κέντρο βάρους της, θα παρατηρήσουμε ότι εκτελεί ταλαντώσεις και τελικά ισορροπεί σε ορισμένη θέση, ανεξάρτητη από την αρχική. Αν ο αγωγός δεν διαρρέεται από ρεύμα, παρατηρούμε ότι η βελόνη δεν μετακινείται από την αρχική της θέση.



Σχ. 8.1a.

Αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι στη βελόνη ασκείται μαγνητική δύναμη από μαγνητικό πεδίο, που δημιουργεί τη ροή του ρεύματος στον αγωγό.

Εξετάζοντας τη θέση, στην οποία ισορροπεί η βελόνη, παρατηρούμε ότι βρίσκεται σε ένα επίπεδο κάθετο στον αγωγό και ότι η διεύθυνσή της είναι κάθετη στην ευθεία που ενώνει επάνω στο επίπεδο αυτό το κέντρο βάρους της με τον αγωγό. Στο σχήμα 8.1β(α) ο αγωγός διαπερνά κάθετα το επίπεδο του χαρτιού. Στο επίπεδο αυτό ισορροπεί η βελόνη με διεύθυνση κάθετη στην ακτίνα  $r$ .



Σχ. 8.1β.

Αν σχεδιάσουμε τις μαγνητικές γραμμές του πεδίου με τη βοήθεια μιας μαγνητικής βελόνης, όπως κάναμε στην παράγραφο 7.2, θα παρατηρήσουμε ότι προκύπτουν ομόκεντροι κύκλοι με κέντρο τον αγωγό, οι οποίοι βρίσκονται σε επίπεδα κάθετα προς αυτόν [σχ. 8.1β(β)].

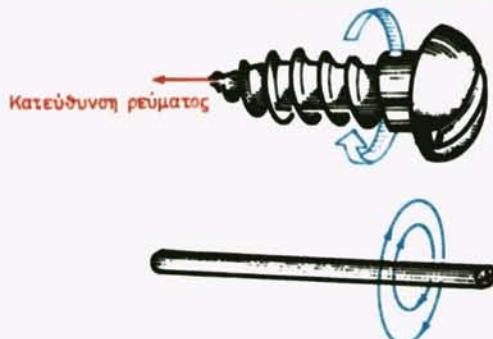
Η φορά των μαγνητικών γραμμών εξαρτάται από τη φορά του ρεύματος στον αγωγό και αντιστρέφεται όταν αυτή αλλάξει. Στο σχήμα 8.1β(α) το ρεύμα μπαίνει στο επίπεδο του βιβλίου και η φορά των μαγνητικών γραμμών συμπίπτει με τη φορά κινήσεως των δεικτών του ρολογιού.

Τη φορά των μαγνητικών γραμμών προσδιορίζουμε εύκολα με τη βοήθεια ενός δεξιόστροφου κοχλία (βίδας). *Αν φαντασθούμε ότι ο κοχλίας περιστρέφεται, ώστε να προχωρεί κατά μήκος του αγωγού στη φορά του ρεύματος, η φορά περιστροφής του συμπίπτει με τη φορά των μαγνητικών γραμμών (σχ. 8.1γ) (κανόνας δεξιόστροφου κοχλία).*

Πειραματικά, αποδεικνύεται ότι το μέτρο  $F$  της δυνάμεως  $\vec{F}$ , που ασκείται επάνω στη μαγνητική βελόνη, είναι ανάλογο της εντάσεως του ρεύματος  $I$  και αντίστροφα ανάλογο της κάθετης αποστάσεως  $r$  από τον αγωγό:

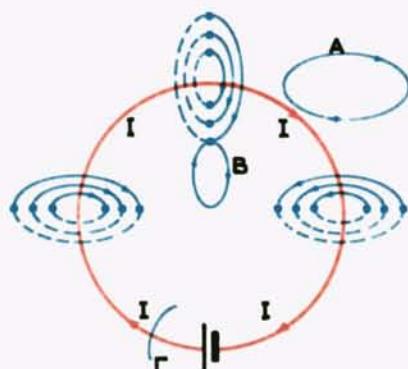
$$F \sim \frac{I}{r}$$

## Κατεύδυνση μαγνητικῶν γραμμῶν



Σχ. 8.1γ.

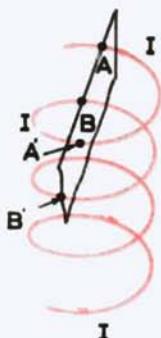
Αν τώρα, αντί ενός ευθύγραμμου αγωγού, εξετάσομε ένα κυκλικό ή ένα αγωγό με οποιαδήποτε άλλη μορφή, θα παρατηρήσομε πάλι, ότι οι μαγνητικές γραμμές περιβάλλουν τον αγωγό σε οποιαδήποτε σημείο του και ότι η φορά τους προκύπτει πάλι με τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλία (σχ. 8.1δ). Πουθενά δηλαδή δεν πρόκειται να συναντήσομε μαγνητικές γραμμές της μορφής Α ή Β ή Γ, που να είναι ανοικτές ή που να μην περνά ο αγωγός από μέσα τους. Αυτό μας οδηγεί στο σπουδαίο συμπέρασμα ότι οι **μαγνητικές γραμμές είναι πάντοτε κλειστές** και ότι συνδέονται με το ρεύμα που τις προκαλεί, διότι οι κρίκοι μιας αλυσίδας. Ετσι, λέμε ότι ρεύμα και γραμμές είναι αλληλοδεμένες και ονομάζομε το φαινόμενο αυτό **αλληλένδεση**.



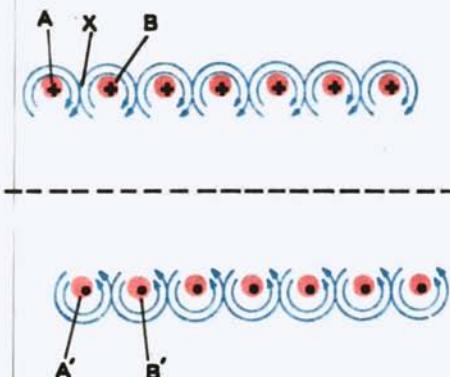
Σχ. 8.1δ.

**β) Πηνίο.**

Εξετάζουμε τώρα ένα πηνίο, διαρρεόμενο από συνεχές ρεύμα, εντάσεως I. Για να προσδιορίσουμε τη μορφή του μαγνητικού του πεδίου, φανταζόμασθε ότι το πηνίο κόβεται κατά μήκος του άξονά του από ένα επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα 8.1ε. Κάθε σπείρα του πηνίου κόβει το επίπεδο αυτό σε δύο σημεία, π.χ. τα A, A', τα B, B', κ.ο.κ., στα οποία το ρεύμα έχει *αντίθετη* φορά. Αντίθετα, σε δύο γειτονικές σπείρες το ρεύμα έχει την ίδια φορά, όπως φαίνεται π.χ. στα σημεία A, B και A', B'.



Σχ. 8.1ε.

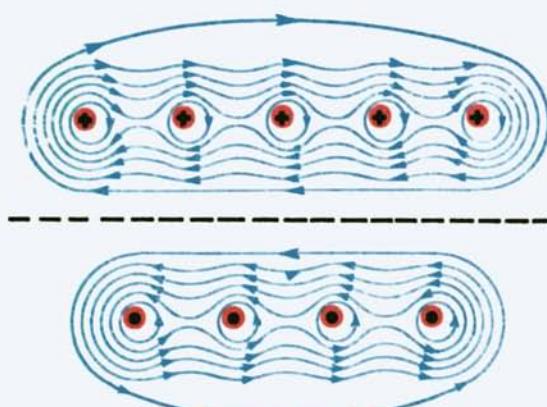


Σχ. 8.1στ.

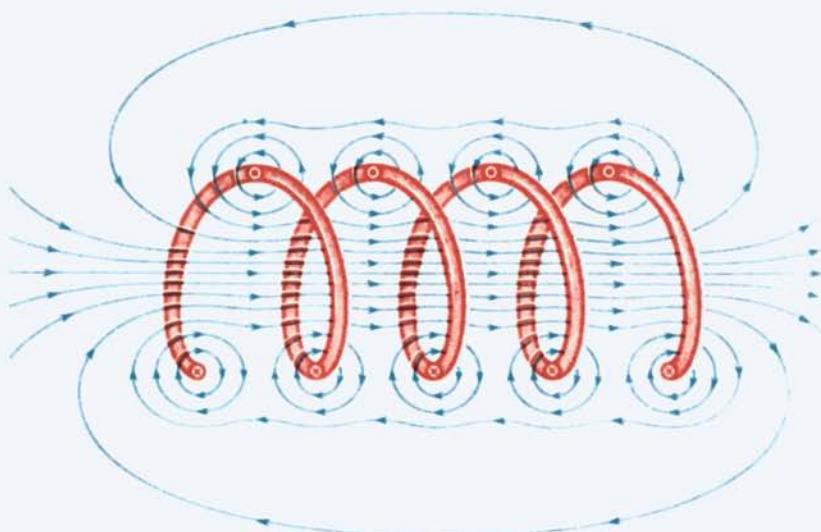
Το σχήμα 8.1στ δίνει την τομή των σπειρών του πηνίου με το επίπεδο της σελίδας του βιβλίου και το μαγνητικό πεδίο, που σχηματίζεται γύρω από κάθε αγωγό. Στα σημεία A, B κ.ο.κ. υποθέτουμε ότι το ρεύμα μπαίνει στο επίπεδο της σελίδας, ενώ στα σημεία A', B' κ.ο.κ. ότι βγαίνει. Παρατηρούμε ότι στον ενδιάμεσο χώρο μεταξύ δύο σπειρών, π.χ. στο χώρο X, τα μαγνητικά πεδία έχουν αντίθετες φορές. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να εξουδετερώνονται τα πεδία ολικά ή μερικά, όπως οι αντίθετες μηχανικές δυνάμεις. Ακριβώς στο κέντρο μεταξύ των δύο αγωγών, τα πεδία είναι ίσα και αντίθετα και το ολικό πεδίο μηδέν. Στο χώρο AX υπερισχύει το πεδίο του αγωγού A, ενώ στο XB το πεδίο του B.

Από τη σύνθεση των πεδίων μεταξύ των σπειρών, δηλαδή από τη διανυσματική πρόσθεση των δυνάμεων, που δημιουργούν τα πεδία, προκύπτει ότι οι μαγνητικές γραμμές του πηνίου έχουν τη μορφή, που δείχνει το σχήμα 8.1ζ. Το σχήμα 8.1η δείχνει πιο παραστατικά τη μορφή του πεδίου.

Οι μαγνητικές γραμμές είναι κλειστές και περιβάλλουν όλους, ή μεγάλο αριθμό των αγωγών του πηνίου. Όταν οι σπείρες απέχουν μεταξύ τους, όπως στα σχήματα 8.1ζ και 8.1η, οι μαγνητικές γραμμές παρουσιάζουν μία κυμάτωση στο χώρο μεταξύ των σπειρών, που όμως μειώνεται, όσο απομακρυνόμαστε



Σχ. 8.1ζ.



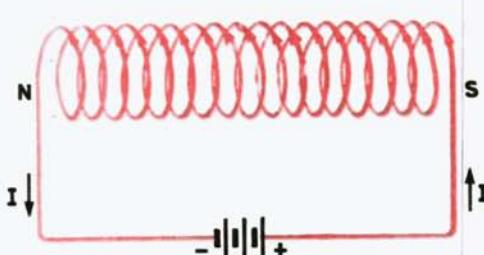
Σχ. 8.1η.

από τους αγωγούς. Όταν οι σπείρες είναι πολύ κοντά η μία στην άλλη, όπως στο πηνίο του σχήματος 8.1θ, προκύπτει το μαγνητικό πεδίο του σχήματος 8.1ι.

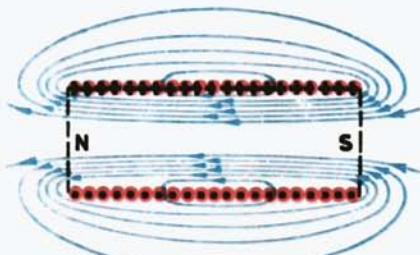
Οι μαγνητικές γραμμές διασχίζουν το εσωτερικό του πηνίου σε μία κατεύθυνση. Στο άκρο του χωρίζονται και επιστρέφουν μέσα από τον εξωτερικό χώρο στο άλλο άκρο. Σε ένα αρκετά μακρύ πηνίο, συγκριτικά με τη διάμετρό του, μπορούμε να θεωρήσουμε κατά προσέγγιση ότι οι μαγνητικές γραμμές στο εσωτερικό του πηνίου είναι **παράλληλες** μεταξύ τους και ότι ο αριθμός τους είναι ίδιος σε οποιαδήποτε κάθετη τομή στον άξονα του πηνίου.

Συγκρίνοντας το μαγνητικό πεδίο του πηνίου με το πεδίο ενός μόνιμου μα-

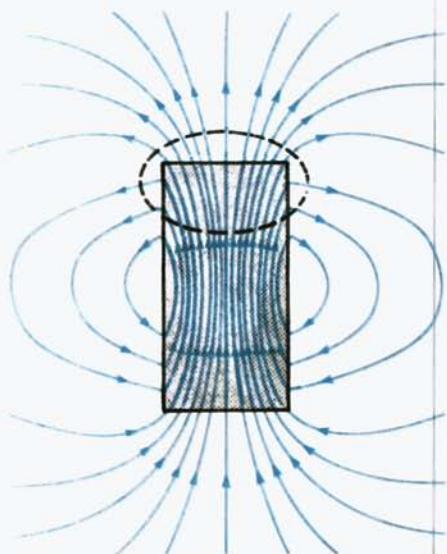
γνήτη, που έχει μορφή πρισματικής ράβδου, παρατηρούμε ότι τα δύο πεδία παρουσιάζουν πάρα πολύ μεγάλη ομοιότητα [σχ. 8.1α(α,β)]. Έτσι συμπεραίνουμε ότι η ράβδος και το πηνίο πρέπει να έχουν την ίδια μαγνητική συμπεριφορά. Και αυτό επιβεβαιώνεται πειραματικά.



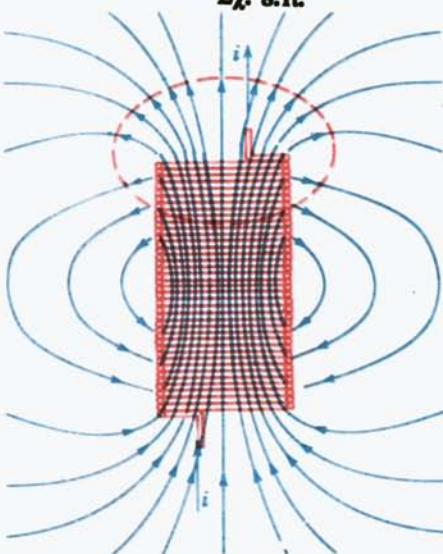
Σχ. 8.10.



Σχ. 8.11.



(a)



(b)

Σχ. 8.11α.

α) Πεδίο πρισματικής ράβδου. β) Πεδίο πηνίου.

Όπως και στο μόνιμο μαγνήτη, ως βόρειο πόλο  $N$  του πηνίου χαρακτηρίζομε το άκρο του, από όπου εξέρχονται οι μαγνητικές γραμμές και νότιο το άκρο, από όπου εισέρχονται. Η φορά των μαγνητικών γραμμών προσδιορίζεται εύκολα με τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλία. Αν περιστρέψουμε τον κοχλία στη φορά που ρέει το ρεύμα στις σπείρες, ο κοχλίας θα προχωρήσει προς το βόρειο πόλο του πηνίου.

Ένα πηνίο διαρρεόμενο από ρεύμα έλκει τη απωθεί άλλο πηνίο επίσης διαρρεόμενο από ρεύμα ή ένα μόνιμο μαγνήτη, όπως ακριβώς συμβαίνει με δύο μό-

νιμους μαγνήτες. Αντίθετα όμως με αυτούς, η μαγνητική δράση του πηνίου διαρκεί μόνο όσο ρέει το ρεύμα από αυτό. Το μαγνητικό πεδίο εξαφανίζεται, όταν σταματήσει η ροή του ρεύματος.

## 8.2 Μεγέθη και μονάδες του μαγνητικού πεδίου.

### a) *Μαγνητική επαγωγή – Μαγνητική ροή.*

Η δύναμη  $\vec{F}$ , που ασκεί το μαγνητικό πεδίο σε ένα τυχόν σημείο του στον πύλο ενός μαγνήτη, αποδεικνύεται ότι είναι ανάλογη ενός μεγέθους, που χαρακτηρίζει το πεδίο στο σημείο αυτό και που ονομάζεται *μαγνητική επαγωγή*. Η μαγνητική επαγωγή είναι διανυσματικό μέγεθος και γι' αυτό συμβολίζεται ως  $\vec{B}$  και το μέτρο της με  $B$ . Η διεύθυνση και η φορά της είναι ίδιες με τη διεύθυνση και τη φορά των μαγνητικών γραμμών, δηλαδή του μαγνητικού πεδίου, γιατί οι μαγνητικές γραμμές δίνουν, όπως ήδη γνωρίσαμε, τη διεύθυνση και τη φορά της μαγνητικής δυνάμεως, σε κάθε σημείο του πεδίου.

Μονάδα της μαγνητικής επαγωγής είναι στο σύστημα S.I. το Tesla (T):

$$1 \text{ Tesla} = 1 \text{ T} = 1 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \quad (1)$$

και προκύπτει από σχέση που θα γνωρίσουμε πιο κάτω.

Τη μαγνητική επαγωγή σε οποιοδήποτε σημείο του πεδίου, μπορούμε να παραστήσουμε με τη βοήθεια των μαγνητικών γραμμών, αν τις σχεδιάσουμε έτσι, ώστε ο αριθμός αυτών που περνούν κάθετα από μία επιφάνεια ενός  $\text{m}^2$  (τοποθετημένη στο θεωρούμενο σημείο), να είναι ανάλογος του *μέτρου της επαγωγής  $B$* . Π.χ. μπορούμε να σχεδιάζουμε μία μαγνητική γραμμή ανά  $\text{m}^2$  εκεί, όπου η  $B$  έχει μέτρο ίσο με  $1 \text{ Vs/m}^2$ , 5 μαγνητικές γραμμές ανά  $\text{m}^2$  εκεί, όπου  $B = 5 \text{ Vs/m}^2$  κ.ο.κ.

Άρα ο αριθμός των μαγνητικών γραμμών, που περνά από μία επιφάνεια ενός  $\text{m}^2$  τοποθετημένη κάθετα προς τις γραμμές σε ένα σημείο του πεδίου, μας δίνει το *μέτρο της μαγνητικής επαγωγής  $B$*  στο σημείο αυτό. Η διεύθυνση και η φορά των μαγνητικών γραμμών στο σημείο αυτό μας δίνει τη διεύθυνση και τη φορά της μαγνητικής επαγωγής.

Όταν η μαγνητική επαγωγή  $\vec{B}$  είναι σταθερή χρονικά σε κάθε σημείο του πεδίου, το πεδίο ονομάζεται *μόνιμο ή στατικό μαγνητικό πεδίο*. Σε αντίθετη περίπτωση, ονομάζεται *μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο*.

Το μαγνητικό πεδίο, που οφείλεται σε συνεχές ρεύμα είναι μόνιμο, ενώ αν οφείλεται σε εναλλασσόμενο είναι μεταβαλλόμενο.

Όταν η μαγνητική επαγωγή  $\vec{B}$  ενός πεδίου είναι σταθερή χρονικά και ίδια παντού, δηλαδή έχει το ίδιο μέτρο, την ίδια διεύθυνση και την ίδια φορά σε όλα τα σημεία του πεδίου, τότε το πεδίο ονομάζεται *ομογενές ή ομοιόμορφο*. Σε αντίθετη περίπτωση ονομάζεται *ανομοιόμορφο*.

Ομογενές είναι π.χ. το πεδίο στο εσωτερικό ενός μακρόστενου πηνίου, που διαρρέεται από ρεύμα, ενώ ανομοιόμορφο είναι το πεδίο γύρω από ένα ρευματοφόρο αγωγό.

### β) Μαγνητική ροή.

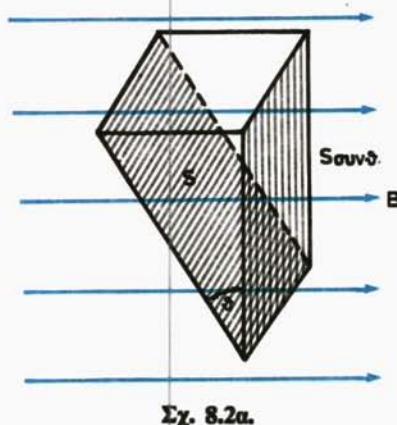
Εφ' όσον η μαγνητική επαγωγή  $B$  δίνει τον αριθμό των μαγνητικών γραμμών, που περνούν κάθετα από μία επιφάνεια ενός  $m^2$ , εύκολα υπολογίζεται ο αριθμός των μαγνητικών γραμμών, που διαπερνούν μία επιφάνεια  $S m^2$ .

**Ο ολικός αριθμός των μαγνητικών γραμμών, που διαπερνά μία επιφάνεια, ονομάζεται μαγνητική ροή της μαγνητικής επαγωγής  $B$  ή απλά «μαγνητική ροή» και συμβολίζεται με το γράμμα  $\Phi$ .**

Αν η επιφάνεια είναι κάθετη στις μαγνητικές γραμμές και το πεδίο είναι ομογενές σε όλα τα σημεία της επιφάνειας, τότε:

$$\boxed{\Phi = B \cdot S} \quad (2)$$

Αν η επιφάνεια  $S$  σχηματίζει ορισμένη γωνία  $\theta$  με το επίπεδο, που είναι κάθετο προς τις μαγνητικές γραμμές, για να υπολογίσουμε τη ροή  $\Phi$  που τη διαπερνά, υπολογίζομε τη ροή που διαπερνά την κάθετη επιφάνεια προς τις μαγνητικές γραμμές  $S_{\text{συνθ}}$  και που είναι ίδια με τη ροή  $\Phi$ , όπως φαίνεται από το σχήμα 8.2a.



Σχ. 8.2a.

Εφ' όσον το πεδίο είναι ομοιογενές, η  $\Phi$  δίνεται από τον τύπο:

$$\boxed{\Phi = B \cdot S_{\text{συνθ}}} \quad (3)$$

Αν η  $B$  δεν είναι ίδια σε όλη την επιφάνεια  $S$ , δηλαδή το πεδίο είναι ανομοιόμορφο, παίρνομε ένα πολύ μικρό τμήμα της επιφάνειας  $dS$  (στοιχειώδες τμήμα), στο οποίο μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η  $B$  είναι σταθερή και εφαρμόζομε τους τύπους (2) και (3), για να υπολογίσουμε τη στοιχειώδη μαγνητική ροή  $d\Phi$ , που διαπερνά την επιφάνεια  $dS$ .

Όταν το πεδίο είναι κάθετο στην επιφάνεια  $dS$ , έχουμε:

$$d\Phi = BdS \quad (4)$$

ενώ, όταν η  $dS$  σχηματίζει γωνία  $\theta$  με το επίπεδο που είναι κάθετο στο πηνίο:

$$d\Phi = B \sin \theta dS \quad (5)$$

Η ολική ροή  $\Phi$  βρίσκεται, αν προσθέσουμε όλες τις στοιχειώδεις ροές  $d\Phi$  της επιφάνειας  $S$ , ή, όπως λέμε, αν *αλογιληράσουμε* τις σχέσεις (4) και (5) σε όλη την επιφάνεια  $S$ . Άρα έχουμε από τη σχέση (4):

$$\boxed{\Phi = \int_S BdS} \quad (6)$$

και από τη σχέση (5):

$$\boxed{\Phi = \int_S B \sin \theta dS} \quad (7)$$

Μονάδα της μαγνητικής ροής είναι στο σύστημα S.I. το Vs (βολτδευτερόλεπτο), που προκύπτει από σχέση που δίνεται αργότερα στην παράγραφο 10.3. Το Vs ονομάζεται Weber και συμβολίζεται με Wb.

Από τη σχέση (2) προκύπτει η μονάδα της μαγνητικής επαγωγής 1T (Tesla) = 1 Vs/m<sup>2</sup>, που αναφέραμε προηγουμένως:

$$\boxed{[B] = \frac{[\Phi]}{[S]} = \frac{Vs}{m^2} \quad (\text{Tesla})}$$

### **Αριθμητικά παραδείγματα.**

#### **Παράδειγμα 1.**

Δίνεται ένα μακρόστενο πηνίο με διάμετρο  $d = 2 \text{ cm}$ , διαρρεόμενο από συνεχές ρεύμα. Η μαγνητική επαγωγή  $B$  στο εσωτερικό του πηνίου είναι  $0.1 \text{ T}$ . Να υπολογισθεί η μαγνητική ροή  $\Phi$  στο εσωτερικό του πηνίου.

#### **Λύση.**

Χρησιμοποιούμε τον τύπο (2):

$$\Phi = B \cdot S$$

Η επιφάνεια  $S$  του πηνίου, που είναι κάθετη προς τις μαγνητικές γραμμές και τη διαπερνά όλη η μαγνητική ροή, είναι η διατομή του πηνίου με εμβαδό:

$$S = \frac{\pi d^2}{4}$$

Άρα  $\Phi = B \frac{\pi d^2}{4} = 0,1 \frac{\pi \cdot 0,02^2}{4} = 3,14 \cdot 10^{-5}$

$\Phi = 3,14 \cdot 10^{-5}$  Vs

### Παράδειγμα 2.

Η μαγνητική ροή που διαπερνά το επίπεδο  $S = 80 \text{ cm}^2$  του μαγνητικού πεδίου του σχήματος 8.2α είναι:  $\Phi = 0,0076 \text{ Vs}$ . Να υπολογισθεί η μαγνητική επαγωγή  $B$  του πεδίου, αν η γωνία, που σχηματίζει το επίπεδο  $S$  με το κάθετο προς τις μαγνητικές γραμμές επίπεδο, είναι  $\theta = 30^\circ$ .

Λύση.

Χρησιμοποιούμε τον τύπο (3):

$$\Phi = B \cdot S \sin \theta$$

$$B = \frac{\Phi}{S \sin \theta} = \frac{0,0076}{80 \cdot 10^{-4} \cdot 0,866} = 1,1 \text{ Vs/m}^2$$

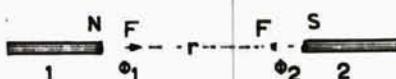
$B = 1,1 \text{ T}$

### γ) Μαγνητοστατικός νόμος του Coulomb-Συντελεστής μαγνητικής διαπερατότητας.

Όταν δύο μόνιμοι μαγνήτες ή δύο πηνία διαρρεόμενα από ρεύμα έχουν μετάξιο μήκος και μικρή διατομή και ακόμα βρίσκονται σε μεγάλη απόσταση μεταξύ τους, συγκριτικά με τις διαστάσεις τους, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι δύναμη ασκείται μόνο μεταξύ των πόλων που βρίσκονται απέναντι και όχι μεταξύ του άλλου ζεύγους των πόλων (σχ. 8.2β). Το μέτρο της δυνάμεως, που ασκείται μεταξύ των δύο απέναντι πόλων, βρίσκεται πειραματικά ότι είναι αναλογικό του γινομένου των μαγνητικών ροών  $\Phi_1$  και  $\Phi_2$  των δύο πόλων και αντιστροφα ανάλογο του τετραγώνου της αποστάσεως  $r$ , (οι ροές  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$  υπολογίζονται για επιφάνειες που περιβάλλουν τους πόλους).

$$F = \frac{1}{\mu} \frac{\Phi_1 \Phi_2}{r^2}$$

(9)



Σχ. 8.2β.

Ο συντελεστής μ ονομάζεται **μαγνητική διαπερατότητα** και εξαρτάται από το υλικό μεταξύ των δύο πόλων, μέσα στο οποίο αναπτύσσεται το μαγνητικό πεδίο και από το σύστημα μονάδων που χρησιμοποιείται για τα μεγέθη F, Φ και r.

Η μαγνητική διαπερατότητα του κενού χώρου συμβολίζεται με  $\mu_0$  και έχει στο σύστημα S.I. την τιμή:

$$\boxed{\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}} \quad (10)$$

Η τιμή αυτή προκύπτει από σχέση που θα γνωρίσουμε στην παράγραφο 11.3.

Η μονάδα Vs/Am προκύπτει από τη σχέση (9), αν θέσουμε τη ροή Φ σε Vs, τη δύναμη F σε νιούτον (N) και λάβομε υπ' όψη μας ότι  $1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} = 1 \text{ J} = 1 \text{ VAs}$ . Δηλαδή:

$$[\mu_0] = \frac{\text{V}^2 \text{s}^2}{\text{VA sm}} = \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \quad (11)$$

Για οποιοδήποτε υλικό, δίνεται η μαγνητική διαπερατότητα μ από τη σχέση:

$$\boxed{\mu = \mu_0 \mu_r} \quad (12)$$

Ο συντελεστής  $\mu_r$  ονομάζεται «σχετική μαγνητική διαπερατότητα» και ορίζει πόσες φορές η μαγνητική διαπερατότητα του υλικού είναι μεγαλύτερη από τη διαπερατότητα του κενού:

$$\boxed{\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}} \quad (13)$$

Από τη σχέση (13) προκύπτει ότι η  $\mu_r$  είναι αδιαστατο μέγεθος. Ετσι η μέχει την ίδια μονάδα με τη  $\mu_0$ , δηλαδή το Vs/Am.

Η μαγνητική διαπερατότητα μ του αέρα και ορισμένων άλλων υλικών, όπως του ξύλου, του χαλκού, του αργύρου κλπ. είναι ίση σχεδόν με τη διαπερατότητα  $\mu_0$  του κενού. Ετσι, η σχετική διαπερατότητα  $\mu_r$  των υλικών αυτών ελάχιστα διαφέρει από τη μονάδα.

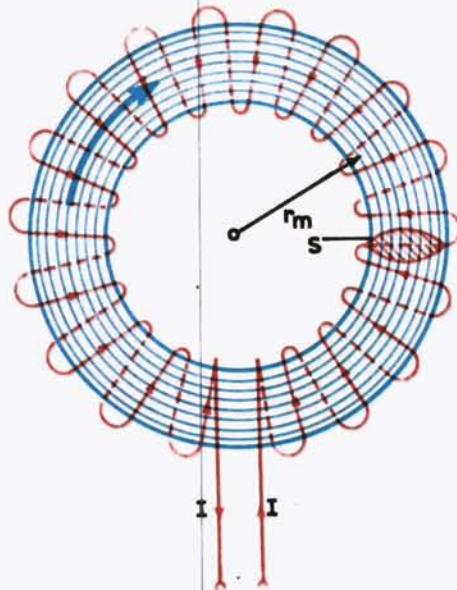
Αντίθετα, στα μέταλλα της κατηγορίας των **σιδηρομαγνητικών υλικών**, όπως το σίδηρο, νικέλιο, κοβάλτιο κλπ. η  $\mu_r$  έχει πάρα πολύ μεγάλες τιμές. Στα μέταλλα αυτά δημιουργείται, όπως θα δούμε πιο κάτω, πολύ ισχυρή μαγνητική ροή, γι' αυτό και έχουν μεγάλη σημασία για την ηλεκτροτεχνία.

Ο τύπος (9) είναι ανάλογος του ηλεκτροστατικού νόμου του Coulomb, που δίνει την ασκούμενη δύναμη μεταξύ δύο ηλεκτρικών φορτίων σε ηρεμία. Γι' αυτό, ονομάζεται **μαγνητοστατικός νόμος του Coulomb**.

### δ) Μαγνητική αντίσταση – Τύπος του Hopkinson.

Στα προηγούμενα, γνωρίσαμε τη μαγνητική επαγωγή και τη μαγνητική ροή και είδαμε ποια σχέση συνδέει τα δύο αυτά μεγέθη. Για να γνωρίσουμε πώς δημιουργείται στην πράξη η μαγνητική ροή και από ποια μεγέθη εξαρτάται, σχηματίζουμε τις εξής πολύ απλές διατάξεις:

Το πηνίο του σχήματος 8.1θ το κάμπτομε, ώστε τα δύο άκρα του να έλθουν σε πολύ μικρή απόσταση μεταξύ τους και να σχηματισθεί ένα δακτυλίδι όπως φαίνεται στο σχήμα 8.2γ. Εστω  $r_m$  η μέση ακτίνα του δακτυλιδίου και  $S$  η διατομή του. Το εσωτερικό του δακτυλιδίου είναι άδειο και έτσι μπορούμε με κατάλληλα όργανα να κάνουμε μετρήσεις σε αυτό.



Σχ. 8.2γ.

Κατόπιν παίρνομε διάφορα υλικά, όπως ξύλο, σίδηρο, χαλκό κλπ. και κατασκευάζομε δακτυλίδια με διαφορετικές διαστάσεις  $r_m$  και  $S$  το καθένα. Στα δακτυλίδια αυτά τυλίγομε αγώγιμο, μονωμένο σύρμα, ώστε να δημιουργηθεί στο καθένα ένα πηνίο, αλλά με διαφορετικό αριθμό σπειρών. Κάθε πηνίο το συνδέομε σε πηγή συνεχούς ρεύματος  $E$  και με ένα μεταβλητό αντιστάτη  $R$  ρυθμίζομε να περνά από αυτό ρεύμα με ορισμένη ένταση  $I$ .

Σαν αποτέλεσμα της ροής του ρεύματος, αναπτύσσεται σε κάθε πηνίο ορισμένο μαγνητικό πεδίο, όπως γνωρίσαμε στην παράγραφο 8.1β. Σε αντίθεση όμως με το ανοικτό πηνίο του σχήματος 8.1θ, διαπιστώνομε εδώ με τη βοήθεια μιας μαγνητικής βελόνης, ότι δεν υπάρχει μαγνητικό πεδίο στον εξωτερικό χώρο των πηνίων. Άρα όλες οι μαγνητικές γραμμές πρέπει να περνούν από το

εσωτερικό των πηνίων και μέσα από το υλικό κάθε δακτυλιδιού. Αυτό μπορούμε να το επιβεβαιώσουμε πειραματικά, τοποθετώντας τη μαγνητική βελόνη στο εσωτερικό του άδειου πηνίου. Η διεύθυνση των μαγνητικών γραμμών προκύπτει και εδώ με τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλία.

Το πεδίο, που δημιουργείται στο εσωτερικό των πηνίων που περιγράψαμε, είναι πρακτικά ομοιόμορφο, όταν η ακτίνα  $r_m$  είναι αρκετά μεγάλη, συγκριτικά με την ακτίνα της διατομής S. Εποιητική ροή Φ, που περνά αποκλειστικά από το εσωτερικό κάθε πηνίου, δίνεται από τη σχέση (2):

$$\Phi = B \cdot S$$

όπου B το μέτρο της μαγνητικής επαγωγής στο εσωτερικό του πηνίου και S η διατομή του.

Τα μεγέθη B και Φ μπορούν να μετρηθούν με κατάλληλα όργανα. Εποιητικής είναι δυνατό να προσδιορίσουμε πειραματικά τα μεγέθη αυτά στα διάφορα δακτυλίδια και να βρούμε τη σχέση που τα συνδέει με τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά μεγέθη των δακτυλιδιών, δηλαδή με τις γεωμετρικές τους διαστάσεις, με το υλικό τους, με τον αριθμό των σπειρών και με το ρεύμα I, που περνά από αυτές.

Από σειρά μετρήσεων στα διάφορα δακτυλίδια και με διαφορετικές εντάσεις ρεύματος I στο καθένα, προκύπτει ότι η μαγνητική ροή Φ είναι:

- α) ανάλογη της εντάσεως του ρεύματος I και του ολικού αριθμού των σπειρών π του πηνίου,
- β) ανάλογη της διατομής S και αντίστροφα ανάλογη του μέσου μήκους l του δακτυλιδιού ( $l = 2\pi r_m$ , όπου  $r_m$  η μέση ακτίνα του δακτυλιδιού),
- γ) ανάλογη της μαγνητικής διαπερατότητας μ του υλικού του δακτυλιδιού.

Τα συμπεράσματα αυτά συνοψίζονται στον εξής τύπο:

$$\boxed{\Phi = In \frac{S}{l} \mu} \quad (14)$$

Ο τύπος (14) γράφεται επίσης:

$$\boxed{\Phi = \frac{In}{\frac{l}{S\mu}}} \quad (15)$$

Στη μορφή αυτή, παρατηρούμε ότι ο παρονομαστής εξαρτάται αποκλειστικά από τις διαστάσεις και το υλικό του δακτυλιδιού και ότι είναι εντελώς ανάλογος στη δομή του με την ηλεκτρική αντίσταση ενός σύρματος με μήκος l, διατομή S και ειδική αγωγιμότητα κ.

Για το λόγο αυτό, χαρακτηρίζεται ο παρονομαστής ανάλογα μαγνητική αντίσταση  $R_m$ :

$$R_m = \frac{l}{S\mu} \quad (16)$$

Άρα ο τύπος (15) γίνεται:

$$\Phi = \frac{In}{R_m} \quad \text{ή} \quad R_m = \frac{In}{\Phi} \quad (15a)$$

από το οποίο προκύπτει ότι η μαγνητική αντίσταση μετριέται σε A/Vs =  $\frac{1}{\Omega s}$

Όπως φαίνεται από τον τύπο (16) η μαγνητική διαπερατότητα μ έχει τη θέση μιας **ειδικής μαγνητικής αγωγμότητας**. Όσο μεγαλύτερη είναι η μ, τόσο μικρότερη είναι η αντίσταση  $R_m$ , που συναντούν οι μαγνητικές γραμμές κατά τη διάβασή τους από το υλικό και τόσο μεγαλύτερη είναι η μαγνητική ροή  $\Phi$ , που αναπτύσσεται υπό σταθερό γινόμενο  $In$ .

Η σημασία του αριθμητή στον τύπο (15) γίνεται αντιληπτή αν συγκρίνουμε τον τύπο αυτό με το νόμο του Ohm:

$$I = \frac{E}{R} \quad (17)$$

Αν θεωρήσουμε ότι η μαγνητική ροή  $\Phi$  είναι ένα είδος μαγνητικού ρεύματος, που κυκλοφορεί στο δακτυλίδι υπερνικώντας τη μαγνητική αντίσταση  $R_m$ , τότε οι σπείρες και το ρεύμα που τις διαρρέει, πρέπει να θεωρηθούν ως η αιτία της εμφανίσεως μαγνητικής ροής, όπως η ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E$  είναι η αιτία της εμφανίσεως ηλεκτρικού ρεύματος σε ένα ηλεκτρικό κύκλωμα. Γι' αυτό, το γινόμενο ρεύματος και σπειρών  $In$ , που ονομάζεται **αμπεροστροφές** ή **αμπερελίγματα**, χαρακτηρίζεται **μαγνητεγερτική δύναμη (ΜΕΔ)M**.

$$M = In \quad (18)$$

Η μαγνητεγερτική δύναμη μετριέται σε A.

Έτσι ο τύπος (15) γίνεται τελικά:

$$\Phi = \frac{M}{R_m} \quad (19)$$

Ο τύπος αυτός ονομάζεται **τύπος του Hopkinson** και χαρακτηρίζεται ως ο νόμος του Ohm της μαγνητικής ροής σε ένα μαγνητικό κύκλωμα. **Μαγνητικό κύκλωμα ονομάζομε κάθε κλειστή διαδρομή μιας δέσμης μαγνητικών γραμμών, δηλαδή μαγνητικής ροής.**

Οπωσδήποτε πρέπει να τονισθεί ότι η αναλογία μεταξύ ηλεκτρικού ρεύματος και μαγνητικής ροής είναι μόνο τυπική, γιατί δεν πραγματοποιείται στην

περίπτωση της μαγνητικής ροής οποιαδήποτε ροή σωματιδίων, όπως συμβαίνει με το ηλεκτρικό ρεύμα. Η τυπική αυτή συσχέτιση όμως μας βοηθά να αντιμετωπίσουμε σύνθετα προβλήματα του ηλεκτρομαγνητισμού, με τις απλές μεθόδους των κυκλωμάτων του ηλεκτρικού ρεύματος.

Ακόμα, θα πρέπει να παρατηρήσουμε εδώ ότι η μαγνητική διαπερατότητα μ δεν είναι σταθερή σε όλα τα υλικά. Στα **σιδηρομαγνητικά υλικά**, που μας ενδιαφέρουν ιδιαίτερα, η μ εξαρτάται από τη μαγνητική ροή  $\Phi$ . Έτσι, δεν μπορούμε να υπολογίσουμε την  $\Phi$  από τον τύπο (15), αφού είναι άγνωστη η μ στη ζητούμενη μαγνητική ροή. Στην περίπτωση αυτή, η  $\Phi$  υπολογίζεται διαφορετικά, όπως θα δούμε στην παράγραφο 9.5.

### **Αριθμητικό παράδειγμα.**

Το δακτυλίδι του σχήματος 8.2γ είναι κατασκευασμένο από μαλακό σίδηρο και έχει διατομή  $S = 10 \text{ cm}^2$ . Στο δακτυλίδι είναι τυλιγμένο ένα πηνίο με  $n = 100$  σπείρες, που διαρρέεται από ρεύμα  $10 \text{ A}$ . Υποθέτομε ότι όλη η μαγνητική ροή περνά αποκλειστικά από το εσωτερικό του δακτυλιδίου. Το μέσο μήκος των μαγνητικών γραμμών στο δακτυλίδι είναι  $l = 100 \text{ cm}$ , ενώ η μαγνητική διαπερατότητα του υλικού βρίσκεται με μέτρηση ότι είναι  $\mu_r = 1000$  (όπως αναφέραμε η μαγνητική διαπερατότητα των σιδηρομαγνητικών υλικών δεν είναι σταθερή, αλλά εξαρτάται από τη μαγνητική ροή  $\Phi$ , που διαπερνά το υλικό. Έτσι, μόνο για ορισμένη  $\Phi$  (ή  $B$ ) μπορούμε να δώσουμε τη  $\mu_r$ ). Να υπολογισθεί η μαγνητική ροή  $\Phi$  στο εσωτερικό του δακτυλιδίου.

### **Λύση.**

Εφαρμόζομε τον τύπο (15a):

$$\Phi \doteq \frac{In}{R_m} = \frac{In}{\frac{l}{S\mu_0\mu_r}}$$

όπου  $In$  οι αμπεροστροφές,  $R_m$  η μαγνητική αντίσταση του δακτυλιδίου,

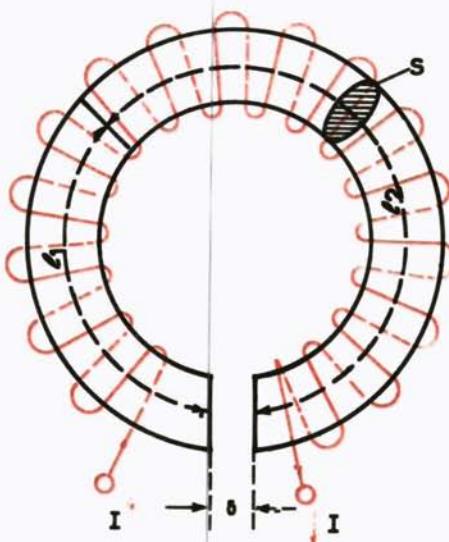
$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \quad [\text{μαγνητική διαπερατότητα κενού χώρου - τύπος (10)]:$$

$$\Phi = \frac{10 \cdot 100}{\frac{1}{10 \cdot 10^{-4} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1000}} = 4\pi \cdot 10^{-4} = 12,56 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}$$

$$\underline{\Phi = 12,56 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}}$$

### ε) Μαγνητική τάση.

Εξετάζουμε ένα πηνίο με η σπείρες, τυλιγμένο επάνω σε ένα δακτυλίδι και διαρρεόμενο από συνεχές ρεύμα  $I$ . Το δακτυλίδι είναι κατασκευασμένο από δύο κομμάτια (1 και 2) διαφορετικού υλικού το καθένα, με μαγνητική διαπερατότητα αντίστοιχα  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ , που έχουν την ίδια διατομή  $S$  αλλά διαφορετικά μήκη  $l_1, l_2$ . Το δακτυλίδι είναι επίσης κομμένο σε ένα μικρό τμήμα του, ώστε να δημιουργείται ένα πολύ στενό διάκενο αέρα με μήκος  $\delta$  (σχ. 8.2δ).



Σχ. 8.2δ.

Όπως προηγουμένως, η μαγνητεγερτική δύναμη  $I\Phi$  δημιουργεί στο δακτυλίδι μαγνητική ροή  $\Phi$ . Επειδή οι μαγνητικές γραμμές είναι πάντοτε κλειστές, θα πρέπει, στην περίπτωσή μας, να περάσουν μέσα από το κομμάτι 1, από τα κομμάτια 2 και από το διάκενο του αέρα για να κλείσει η διαδρομή τους. Τα τρία όμως αυτά τμήματα έχουν διαφορετικές μαγνητικές αντιστάσεις  $R_{m1}$ ,  $R_{m2}$  και  $R_{m3}$  συνδεδεμένες σε σειρά. Συγκεκριμένα:

$$\begin{aligned} R_{m1} &= \frac{l_1}{S\mu_1} \\ R_{m2} &= \frac{l_2}{S\mu_2} \\ R_{m3} &= \frac{\delta}{S\mu_0} \end{aligned} \tag{20}$$

Άρα η ΜΕΔ  $M = In$  θα πρέπει να υπερνικήσει την ολική μαγνητική αντίσταση του δακτυλιδιού  $R_m$ , όπου:

$$R_m = R_{m1} + R_{m2} + R_{m3}, \quad (21)$$

και η ροή, που θα δημιουργήσει, θα προκύπτει από τον τύπο (15a):

$$\Phi = \frac{In}{R_{m1} + R_{m2} + R_{m3}} \quad (22)$$

Από τον τύπο αυτό παίρνομε:

$$M = In = \Phi R_{m1} + \Phi R_{m2} + \Phi R_{m3} \quad (23)$$

Στην περίπτωση ενός ηλεκτρικού κυκλώματος με 3 αντιστάτες σε σειρά, διαρρεόμενους από ρεύμα  $I$ , που δίνει πηγή ΗΕΔ  $E$ , έχομε την ανάλογη σχέση:

$$E = IR_1 + IR_2 + IR_3, \quad (24)$$

$$\text{ή} \quad E = U_1 + U_2 + U_3, \quad (25)$$

Στη σχέση (24) τα γινόμενα  $IR$  παριστάνουν τις **πτώσεις τάσεως** στις αντιστάσεις  $R$ , ενώ η πηγή  $E$  χρησιμεύει στην υπερνίκηση των πτώσεων τάσεως και στη διατήρηση της ροής του ρεύματος.

Η σχέση (25) εκφράζει το ίδιο γεγονός, αλλά κάπως διαφορετικά. Εδώ φαίνεται ότι η ΗΕΔ  $E$  διαμοιράζεται σε τρεις τάσεις  $U_1, U_2, U_3$ . Κάθε τάση δρα στα άκρα ενός αντιστάτη και προκαλεί τη ροή ρεύματος  $I$  από αυτόν.

Συγκρίνοντας τις σχέσεις (23) και (24), βλέπομε ότι τη θέση των πτώσεων τάσεως  $IR$  του ηλεκτρικού κυκλώματος έχουν στο μαγνητικό κύκλωμα τα γινόμενα  $\Phi R_m$ . Μπορούμε επομένως να θεωρήσουμε ότι τα γινόμενα αυτά παριστάνουν **μαγνητικές πτώσεις τάσεως**, τις οποίες υπερνικά η ΜΕΔ  $M$ .

Ανάλογα με τον τύπο (25) μπορούμε επίσης να γράψουμε τον τύπο (23):

$$M = In = U_{m1} + U_{m2} + U_{m3}, \quad (26)$$

και να θεωρήσουμε ότι η ΜΕΔ  $M$  διαμοιράζεται σε **μαγνητικές τάσεις  $U_m$** , που δρουν στα άκρα των μαγνητικών αντιστάσεων  $R_m$  και δημιουργούν τη μαγνητική ροή  $\Phi$ .

Γενικά, χαρακτηρίζουμε σαν μαγνητική τάση  $U_m$  το γινόμενο  $\Phi R_m$ :

$$U_m = \Phi R_m \quad (27)$$

σε αναλογία με την ηλεκτρική τάση:

$$U = IR \quad (28)$$

Η μαγνητική τάση μετριέται με ειδικά όργανα, τους **μετρητές μαγνητικής τάσεως**, που συνδέονται, όπως τα βολτόμετρα, στα άκρα του τμήματος που έλομε να μετρήσουμε τη μαγνητική του τάση.

Η τυπική αναλογία μεταξύ ενός ηλεκτρικού και ενός μαγνητικού κυκλώματος, που περιγράψαμε, δεν είναι πλήρης. Μεταξύ των δύο κυκλωμάτων υπάρχει μία σημαντική διαφορά.

Σε ένα κλειστό ηλεκτρικό κύκλωμα, το άθροισμα των πτώσεων τάσεως είναι πάντοτε ίσο με μηδέν:

$$\sum_v U_v = 0 \quad (29)$$

Αυτό συμβαίνει αναγκαστικά, επειδή η πηγή είναι **μέρος του κυκλώματος** και η πολική τάση, που μετράμε στα άκρα της, η  $U = E - Ir$  (όπου  $I$  η πτώση τάσεως στην εσωτερική αντίσταση της πηγής), έχει **αντίθετη φορά** από το ρεύμα  $I$  και από τις πτώσεις τάσεως στις αντιστάσεις του κυκλώματος. Έχει επίσης τιμή ακριβώς ίση με το άθροισμα των πτώσεων τάσεως. Ετσι, πολική τάση πηγής και εξωτερικές πτώσεις τάσεως εξουδετερώνονται. Αντίθετα, σε ένα μαγνητικό κύκλωμα, το άθροισμα των μαγνητικών πτώσεων τάσεως είναι πάντοτε ίσο με τη μαγνητεγερτική δύναμη  $In$ :

$$\boxed{\sum_v U_m = In = M} \quad (30)$$

Αυτό οφείλεται στο ότι μπορούμε να μετρήσουμε **σε ολόκληρο το κύκλωμα** δηλαδή και στο κομμάτι, όπου είναι τυλιγμένο το πηνίο που δημιουργεί τη ΜΕΔ, τις μαγνητικές πτώσεις τάσεως, χωρίς να εμφανισθεί πουθενά αντίθετη πτώση τάσεως από την ΜΕΔ. Το άθροισμα των πτώσεων τάσεως, που μετρούμε, προκύπτει ότι είναι ίσο με το γινόμενο  $In$ , δηλαδή με τη ΜΕΔ του κυκλώματος.

### **Αριθμητικά παραδείγματα.**

#### **Παράδειγμα 1.**

Στο δακτυλίδι του σχήματος 8.2δ το πηνίο έχει 200 σπείρες, το τμήμα 1 έχει μέσο μήκος  $l_1 = 30 \text{ cm}$  και  $\mu_{r1} = 1000$ , το τμήμα 2  $l_2 = 70 \text{ cm}$  και  $\mu_{r2} = 3000$ , το δε διάκενο αέρα  $\delta = 0,2 \text{ cm}$ . Η διατομή του πηνίου είναι  $15 \text{ cm}^2$ . Να βρεθεί το ρεύμα  $I$ , που περνά από το πηνίο, αν η μαγνητική ροή  $\Phi$  είναι  $200 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}$ .

**Λύση.**

Από τον τύπο (22) έχομε:

$$\Phi = \frac{In}{R_{m1} + R_{m2} + R_{m3}}$$

και

$$I = \frac{\Phi(R_{m1} + R_{m2} + R_{m3})}{n}$$

$$R_{m1} = \frac{l_1}{S\mu_0\mu_r} = \frac{0,3}{15 \cdot 10^{-4} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^3} = 15,92 \cdot 10^4 \text{ 1/Ωs}$$

$$R_{m2} = \frac{l_2}{S\mu_0\mu_r} = \frac{0,7}{15 \cdot 10^{-4} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3 \cdot 10^3} = 12,38 \cdot 10^4 \text{ 1/Ωs}$$

$$R_{m3} = \frac{\delta}{S\mu_0} = \frac{0,2 \cdot 10^{-2}}{15 \cdot 10^{-4} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = 106,15 \cdot 10^4 \text{ 1/Ωs}$$

$$I = \frac{200 \cdot 10^{-4} (15,92 + 12,38 + 106,15) 10^4}{200} =$$

$$= \frac{200 \cdot 134,45}{200} = 134,45 \text{ A}$$

**Παράδειγμα 2.**

$$I = 134,45 \text{ A}$$

Στο δακτυλίδι του σχήματος 8.2δ μετριέται μαγνητική τάση στο τμήμα 1,  $U_{m1} = 12 \text{ A}$ , στο τμήμα 2,  $U_{m2} = 8 \text{ A}$  και στο διάκενο αέρα  $U_\delta = 30 \text{ A}$ . Αν από το πηνίο του δακτυλιδιού περνά ρεύμα  $I = 1 \text{ A}$ . να βρεθεί ο αριθμός των σπειρών π του πηνίου.

**Λύση.**

Από τον τύπο (26) έχομε:

$$M = In = U_{m1} + U_{m2} + U_\delta$$

και

$$n = \frac{U_{m1} + U_{m2} + U_\delta}{I} = \frac{12 + 8 + 30}{1} = 50$$

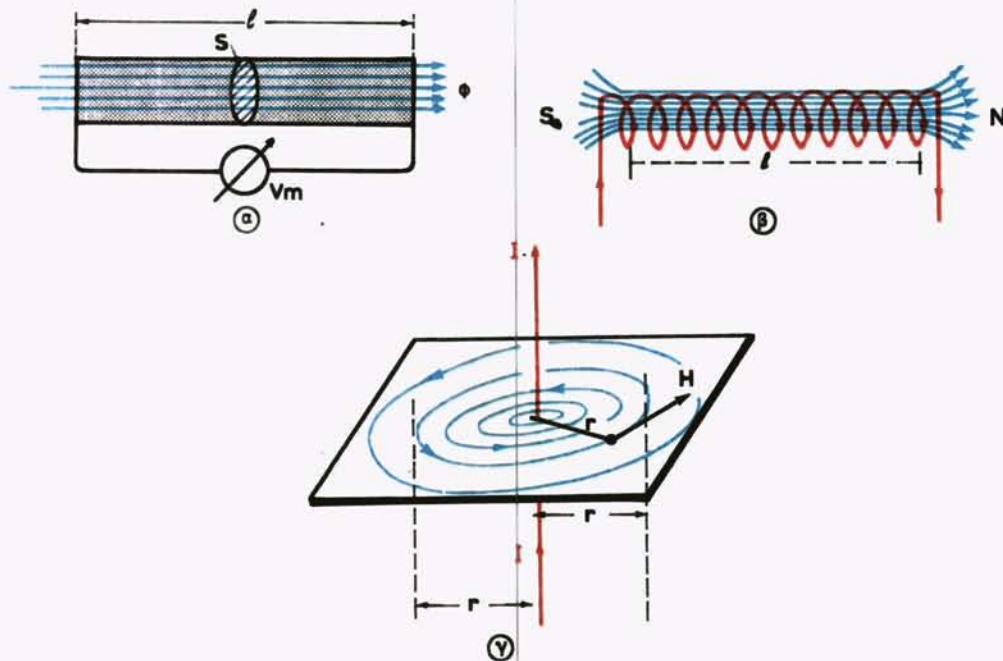
$$\underline{n = 50}$$

**στ) Ενταση μαγνητικου πεδίου – Θεώρημα του Ampère.**

Θεωρούμε ένα τμήμα μαγνητικού κυκλώματος με μήκος  $l$ , διατομή  $S$  και υλικό μαγνητικής διαπερατότητας  $\mu$ , μέσα από το οποίο περνά ομοιόμορφα μαγνητική ροή  $\Phi$  [σχ. 8.2e(a)].

Για την υπερνίκηση της αντιστάσεως  $R_m$  του τμήματος αυτού, πρέπει να δρα στα άκρα του μαγνητική τάση  $U_m$ , σύμφωνα με τον τύπο:

$$U_m = \Phi R_m = \Phi \frac{l}{S\mu} \quad (31)$$



Σχ. 8.2e.

Η τάση αυτή θα πρέπει να μετριέται με ένα μετρητή μαγνητικής τάσεως  $V_m$  στα άκρα του τμήματος.

Εισάγοντας στον τύπο (31) τη μαγνητική επαγωγή του κυκλώματος:

$$B = \frac{\Phi}{S} \quad (32)$$

παίρνομε:

$$U_m = B \frac{l}{\mu} \quad (33)$$

$$\text{ή} \quad \frac{U_m}{l} = \frac{B}{\mu} \quad (34)$$

Το πηλίκο  $U_m/l$  μας δίνει τη μαγνητική τάση ανά μονάδα μήκους του κυκλώματος, δηλαδή ανά μονάδα μήκους των μαγνητικών γραμμών. Το πηλίκο αυτό αποτελεί το μέτρο  $H$  ενός διανυσματικού μεγέθους, που συμβολίζομε με  $\vec{H}$  και το ονομάζομε **ένταση του μαγνητικού πεδίου**. Άρα:

$$H = \frac{U_m}{l} = \frac{B}{\mu} \quad (35)$$

Η ένταση του μαγνητικού πεδίου  $\vec{H}$  έχει την ίδια διεύθυνση με τη μαγνητική επαγωγή  $\vec{B}$  και επομένως μπορούμε να γράψουμε:

$$\boxed{\vec{B} = \mu \vec{H}} \quad (36)$$

**Η ένταση του μαγνητικού πεδίου εμφανίζεται, σύμφωνα με τα προηγούμενα, ως η κινητήρια δύναμη ανά μέτρο της διαδρομής των μαγνητικών γραμμών, η οποία δημιουργεί την πυκνότητα των μαγνητικών γραμμών  $\vec{B}$ . Τα μεγέθη  $H$  και  $\vec{B}$  έχουν δηλαδή μεταξύ τους τη σχέση αιτίας και αποτελέσματος.**

Η σχέση (36) είναι από τις πιο βασικές του ηλεκτρομαγνητισμού. Όπως φαίνεται, είναι ανεξάρτητη από τις διαστάσεις του σώματος που μαγνητίζεται και εξαρτάται μόνο από το υλικό του.

Από τη σχέση (35) προκύπτει ότι μονάδα της  $H$  είναι το A/m:

$$[H] = \frac{\frac{Vs}{m^2}}{\frac{Vs}{Am}} = \frac{A}{m} \quad (37)$$

Από τη σχέση (36) γίνεται φανερό ότι μπορούμε να παραστήσουμε γραφικά την ένταση του πεδίου  $\vec{H}$  με γραμμές, όπως παραστήσαμε τη μαγνητική επαγωγή  $\vec{B}$ . Οι γραμμές αυτές ονομάζονται **δυναμικές γραμμές της εντάσεως του μαγνητικού πεδίου** και έχουν την ίδια μορφή με τις μαγνητικές γραμμές της επαγωγής. Το μόνο που αλλάζει είναι η κλίμακα, με την οποία απεικονίζονται.

Το σχήμα 8.2e(β) δείχνει τις δυναμικές γραμμές της εντάσεως μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό ενός μακρόστενου πηνίου, ενώ το σχήμα 8.2e(γ) στο χώρο γύρω από ένα μακρύ ευθύγραμμο αγωγό.

Η ένταση του πεδίου  $\vec{H}$  σε οποιοδήποτε σημείο στο εσωτερικό του πηνίου έχει μέτρο:

$$H = \frac{nI}{l} \quad (38)$$

όπου  $n$  ο αριθμός των σπειρών του πηνίου,  $l$  το μήκος του και  $I$  το ρεύμα που το διαρρέει. Η διεύθυνση και η φορά της  $H$  είναι ίδια με τη διεύθυνση και τη φορά της επαγωγής  $B$  στο εσωτερικό του πηνίου, δηλαδή από το νότιο προς το βόρειο πόλο του πηνίου.

Η ένταση του πεδίου  $H$  σε ένα σημείο του χώρου στο εξωτερικό του ευθύγραμμου αγωγού έχει μέτρο:

$$H = \frac{I}{2\pi r} \quad (39)$$

όπου  $I$  το ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό και  $r$  η κάθετη απόσταση του σημείου από τον αγωγό. Η διεύθυνση και η φορά της  $H$  είναι ίδια με τη διεύθυνση και φορά της  $B$  και προκύπτει με τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλία.

### *Αριθμητικά παραδείγματα.*

#### *Παράδειγμα 1.*

Μέσα από ένα μακρόστενο κυλινδρικό πηνίο με μήκος  $l = 80$  cm και  $n = 1440$  σπείρες από χάλκινο μονωμένο σύρμα, ρέει ρεύμα  $I = 8$  A [σχ. 8.2ε(β)]. Αν το πηνίο έχει διάμετρο  $d = 12$  cm, να υπολογισθούν:

- a) Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του πηνίου.
- b) Η μαγνητική ροή στο εσωτερικό του πηνίου.

#### *Λύση.*

a) Από τον τύπο (38) έχομε:

$$H = \frac{nI}{l} = \frac{1440 \cdot 8}{0,8} = 14400 \text{ A/m}$$

$$\underline{\underline{H = 14400 \text{ A/m}}}$$

b) Από τους τύπους (2) και (36) έχομε:

$$\Phi = B \cdot S = \mu_0 H S$$

όπου  $H$  η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του πηνίου και  $S$  η επιφάνεια μιας κάθετης τομής του πηνίου.

$$S = \frac{\pi d^2}{4}, \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am} \quad [\text{τύπος (10)}]$$

$$\text{Άρα } \Phi = \mu_0 H \frac{\pi d^2}{4} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 14400 \frac{\pi (0,12)^2}{4} = 2,05 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}$$

$$\underline{\Phi = 2,05 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}}$$

### Παράδειγμα 2.

Ένας μακρύς ευθύγραμμος αγωγός διαρρέεται από ρεύμα  $I = 900 \text{ A}$  [σχ. 8.2ε(γ)]. Να υπολογισθεί το μέτρο της εντάσεως του μαγνητικού πεδίου σε κάθετη απόσταση  $l = 15 \text{ cm}$  από τον αγωγό.

**Λύση.**

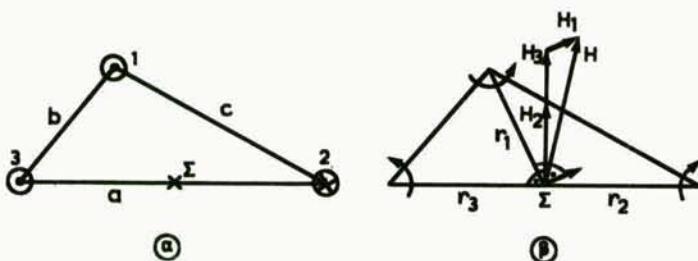
Ο τύπος (39) δίνει:

$$H = \frac{I}{2\pi r} = \frac{1}{2\pi} \frac{900}{0,15} = 955 \text{ A/m}$$

$$\underline{H = 955 \text{ A/m}}$$

### Παράδειγμα 3.

Τρεις παράλληλοι αγωγοί με αποστάσεις μεταξύ τους  $a = 830 \text{ mm}$ ,  $b = 400 \text{ mm}$  και  $c = 650 \text{ mm}$  διαρρέονται από ρεύματα  $I_1 = 20 \text{ A}$ ,  $I_2 = 55 \text{ A}$  και  $I_3 = 35 \text{ A}$  (σχ. 8.2στ). Η φορά των ρευμάτων  $I_1$  και  $I_2$  είναι από το επίπεδο του βιβλίου προς τον αναγνώστη, ενώ του  $I_3$  από τον αναγνώστη προς το επίπεδο του βιβλίου. Να προσδιορισθεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο μέσο της αποστάσεως μεταξύ των αγωγών 2 και 3 (σημείο  $\Sigma$ ).



Σχ. 8.2στ.

**Λύση.**

Η ένταση του μαγνητικού πεδίου  $H$  στο σημείο  $\Sigma$  είναι ίση με το διανυσματικό άθροισμα των εντάσεων  $H_1$ ,  $H_2$  και  $H$ , των τριών μαγνητικών πεδίων στο σημείο αυτό.

Τα μέτρα των εντάσεων  $\vec{H}_1$ ,  $\vec{H}_2$ ,  $\vec{H}_3$  προκύπτουν από τον τύπο (39) με γ την απόσταση του σημείου Σ από κάθε αγωγό. Η απόσταση  $r_1$  υπολογίζεται εύκολα από το τρίγωνο 1 - 2 - 3, αν σχεδιάσουμε τις πλευρές του υπό κλίμακα. Αν π.χ. 1 cm  $\hat{=} 200$  mm, μετρώντας την  $r_1$  βρίσκομε ότι είναι 1,7 cm. Άρα  $r_1 = 1,7 \cdot 200 = 340$  mm.

$$H_1 = \frac{I_1}{2\pi r_1} = \frac{20}{2\pi \cdot 0,34} \cong 10 \text{ A/m}$$

$$H_2 = \frac{I_2}{2\pi r_2} = \frac{55}{2\pi \cdot 0,415} = 21,1 \text{ A/m}$$

$$H_3 = \frac{I_3}{2\pi r_3} = \frac{35}{2\pi \cdot 0,415} = 13,4 \text{ A/m}$$

Τα διανύσματα  $\vec{H}_1$ ,  $\vec{H}_2$ ,  $\vec{H}_3$  είναι κάθετα, αντίστοιχα στις ακτίνες  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$ , και η φορά τους προκύπτει σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλία. Για να τα προσθέσουμε, σχεδιάζομε τα μέτρα τους υπό κλίμακα, όπως φαίνεται στο σχήμα 8.2στ(β). Αν π.χ. 1cm = 20 A/m, το μέτρο του διανύσματος  $\vec{H}$ , που προκύπτει από την πρόσθεση των διανυσμάτων  $\vec{H}_1$ ,  $\vec{H}_2$ ,  $\vec{H}_3$ , βρίσκομε ότι είναι 2 cm. Άρα:  $H = 2 \cdot 20 = 40 \text{ A/m}$ .

$$\underline{H = 40 \text{ A/m}}$$

Η φορά της εντάσεως  $H$  φαίνεται στο σχήμα 8.2στ(β).

### Ω Θεώρημα του Ampère ή νόμος του διαρρεύματος.

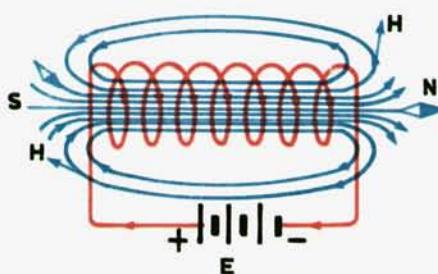
Αν θέσουμε στον τύπο (30):

$$U_{mv} = H_v l_v \quad (40)$$

όπου  $H_v$  το μέτρο της εντάσεως του μαγνητικού πεδίου στο τμήμα v του μαγνητικού κυκλώματος και  $l_v$  το μήκος των μαγνητικών γραμμών, στα άκρα των οποίων μετριέται η μαγνητική τάση  $U_{mv}$ , παίρνομε για **ολόκληρο** το μαγνητικό κύκλωμα:

$\sum_v U_{mv} = \sum_v H_v l_v = I_{in}$	(41)
---	------

Το σχήμα 8.2ζ δείχνει ένα πηνίο με οι σπείρες διαρρεόμενο από ρεύμα I και μερικές δυναμικές γραμμές του πεδίου, που δημιουργεί. Παρατηρούμε ότι κάθε



Σχ. 8.2ζ.

δυναμική γραμμή περνά μέσα από κάθε σπείρα, δηλαδή κάθε σπείρα είναι συνδεδεμένη με μία δυναμική γραμμή, όπως οι κρίκοι μιας αλυσίδας. Επειδή τώρα από κάθε σπείρα περνά ρεύμα  $I$ , η δυναμική γραμμή περικλείει  $I$  ρεύματα της ίδιας φοράς. Στο σχήμα 8.2ζ π.χ., τα  $I$  ρεύματα περνούν τη δυναμική γραμμή από κάτω προς τα πάνω. Το γινόμενο  $I$  είναι δηλαδή το ολικό ρεύμα, με το οποίο είναι αλληλοδεμένη η δυναμική γραμμή.

Άρα η σχέση (41) μιας λέει ότι *το άθροισμα των μαγνητικών τάσεων κατά μήκος μιας κλειστής δυναμικής γραμμής, είναι ίσο με το άθροισμα των ρευμάτων, τα οποία περικλείει η δυναμική γραμμή και με τα οποία είναι αλληλοδεμένη όπως οι κρίκοι μιας αλυσίδας.* Ο κανόνας αυτός ονομάζεται *θεώρημα του Ampère* ή *νόμος του διαφρεύματος* και διατυπώνεται γενικά από τη σχέση:

$$\sum_v H_v l_v = \sum_{\mu} I_{\mu} = \Theta \quad (42)$$

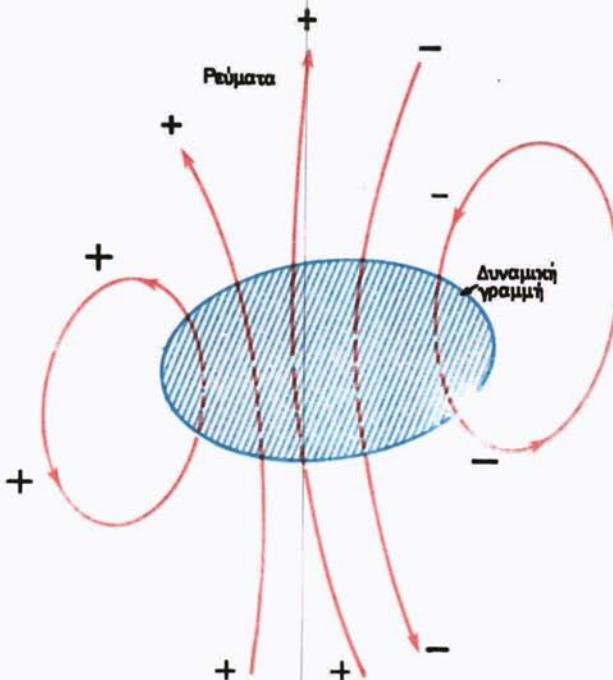
Στον τύπο (42) το άθροισμα των ρευμάτων είναι αλγεβρικό. Για να το υπολογίσουμε, θεωρούμε όλα τα ρεύματα που περικλείει η δυναμική γραμμή θετικά προς μία κατεύθυνση και τα αθροίζομε και αρνητικά προς την αντίθετη και τα αφαιρούμε (σχ. 8.2η).

Αν σχηματίσουμε το άθροισμα των μαγνητικών τάσεων όχι κατά μήκος μιας κλειστής δυναμικής γραμμής, αλλά οποιασδήποτε άλλης κλειστής διαδρομής μέσα στο μαγνητικό πεδίο, το άθροισμα αυτό θα είναι πάλι ίσο με το άθροισμα των ρευμάτων, που περικλείει η διαδρομή. Αν η διαδρομή δεν περικλείει ρεύματα, το άθροισμα των μαγνητικών τάσεων θα είναι ίσο με μηδέν.

### *Αριθμητικό παράδειγμα.*

Το σιδερένιο δακτυλίδι του σχήματος 8.2γ έχει εσωτερική διάμετρο  $d_1 = 200$  mm, εξωτερική  $d_2 = 400$  mm και φέρει 4 πηνία (τυλίγματα), 1 ως 4, με:

$$\begin{aligned} n_1 &= 14 \text{ σπείρες} & \text{και } I_1 &= 25 \text{ A} \\ n_2 &= 70 \text{ σπείρες} & \text{και } I_2 &= 5 \text{ A} \\ n_3 &= 200 \text{ σπείρες} & \text{και } I_3 &= 6 \text{ A} \\ n_4 &= 50 \text{ σπείρες} & \text{και } I_4 &= 10 \text{ A} \end{aligned}$$



Σχ. 8.2η.

Να υπολογισθεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου  $\vec{H}$  στο μέσο του δακτυλίου, αν η φορά του ρεύματος:

- είναι ίδια και στα 4 πηνία,
- είναι ίδια, όπως προηγουμένως, στα πηνία 1,2 και αντίθετη στα πηνία 3,4.

### Λύση.

Μία δυναμική γραμμή στο μέσο του δακτυλιδιού έχει μήκος:

$$l_1 = \pi d_3 = \pi (d_1 + \frac{d_2 - d_1}{2})$$

και περικλείει τα ρεύματα:

$$I_1 n_1, \quad I_2 n_2, \quad I_3 n_3, \quad I_4 n_4$$

Εφαρμόζομε τον τύπο (42) του διαρρεύματος:

$$\sum_v H_v l_v = \sum_\mu I_\mu = \Theta$$

Εδώ έχομε ένα μόνο τμήμα ( $v = 1$ ) με μήκος  $l_1$  και την ίδια ένταση  $H_1$  σε όλα τα σημεία του  $l_1$ .

α) Θεωρώντας θετική τη φορά των ρευμάτων  $I_1$  ως  $I_4$  έχομε:

$$H_1 \pi d_3 = I_1 n_1 + I_2 n_2 + I_3 n_3 + I_4 n_4$$

$$H_1 \pi \cdot 0,3 = 25 \cdot 14 + 5 \cdot 70 + 6 \cdot 200 + 10 \cdot 50 = 350 + 350 + 1200 + 500 = 2400$$

$$H_1 = \frac{2400}{0,942} = 2547,8 \text{ A/m}$$

$$\underline{H_1 = 2547,8 \text{ A/m}}$$

Η διεύθυνση της  $\vec{H}_1$ , σε οποιοδήποτε σημείο της  $l_1$ , συμπίπτει με την εφαπτομένη της  $l_1$  στο σημείο αυτό.

Η φορά της  $H_1$  προσδιορίζεται από τη φορά των ρευμάτων  $I_1$  ως  $I_4$ , σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλία.

β) Τα ρεύματα  $I_1, I_2$  έχουν την ίδια φορά, όπως προηγουμένως και υπολογίζονται θετικά, ενώ τα  $I_3, I_4$  έχουν αντίθετη φορά και υπολογίζονται αρνητικά:

$$H_1 \pi d_3 = I_1 n_1 + I_2 n_2 - I_3 n_3 - I_4 n_4$$

$$\tilde{\eta} H_1 \pi \cdot 0,3 = 25 \cdot 14 + 5 \cdot 70 - 6 \cdot 200 - 10 \cdot 50 = 350 + 350 - 1200 - 500 = 700 - 1700 = - 1000$$

$$H_1 = - \frac{1000}{0,942} = - 1061,6 \text{ A/m}$$

$$\underline{H_1 = - 1061,6 \text{ A/m}}$$

Το αρνητικό αλγεβρικό σημείο της  $H_1$  σημαίνει ότι η φορά της εντάσεως του μαγνητικού πεδίου  $\vec{H}$  στο εσωτερικό του πηνίου προσδιορίζεται από τη φορά των ρευμάτων  $I_3$  και  $I_4$ , που υπερισχύουν στα ρεύματα  $I_1$  και  $I_2$ .

### η) Μαγνητική ροπή.

Όπως ειδαμε στα προηγούμενα, σε μία μαγνητική βελόνη και γενικά σε ένα μακρόστενο μαγνήτη ασκείται μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο **μηχανική ροπή**, που τον αναγκάζει να στραφεί και να προσανατολισθεί στη διεύθυνση του πεδίου.

Όπως ξέρομε, οι δύο πόλοι ενός μαγνήτη εμφανίζονται πάντοτε κατά ζεύγη και δεν μπορούν να διαχωρισθούν. Αν όμως η δράση του ενός είναι πρακτικά ανεξάρτητη από τη δράση του άλλου πόλου, όπως π.χ. συμβαίνει σε ένα πολύ λεπτό και μακρύ μαγνήτη, μπορούμε να υποθέσουμε ότι έχομε δύο ανεξάρτητους πόλους με μαγνητική ροή  $\Phi$  ο καθένας, επάνω στους οποίους ασκούνται από το πεδίο δύο αντίθετες δυνάμεις  $\vec{F}$  (σχ. 8.2θ).

Αν υποθέσουμε ακόμα ότι η μαγνητική ροή  $\Phi$  κάθε πόλου είναι συγκεντρωμένη σε ένα σημείο, π.χ. στο άκρο του μαγνήτη, τότε παίρνουμε δύο **σημειακούς μαγνητικούς πόλους** με ίδια σταθερή ροή  $\Phi$  και σταθερή απόσταση  $l$  μεταξύ τους. Το σύστημα αυτό ονομάζεται **μαγνητικό διπόλο**.

Η μηχανική ροπή  $\vec{M}$ , που ασκείται από το ζεύγος δυνάμεων  $\vec{F}$  στο μαγνητικό διπόλο, είναι διάνυσμα με μέτρο:

$$M = Fd = F/l \cdot \mu \theta \quad (41)$$

όπου  $\theta$  η γωνία που σχηματίζει η ένταση του μαγνητικού πεδίου  $H$  με τη διεύθυνση βορρά - νότου του διπόλου.

Αποδεικνύεται τώρα ότι η δύναμη  $F$ , που ασκείται σε ένα πόλο, είναι ίση με τη μαγνητική ροή  $\Phi$  του πόλου επί την ένταση  $H$  του πεδίου:

$$F = \Phi H \quad (42)$$

Η σχέση (42) στην (41) δίνει:

$$M = \Phi l \cdot \mu \theta = p_m H \cdot \mu \theta \quad (43)$$

όπου

$$p_m = \Phi l \quad (44)$$

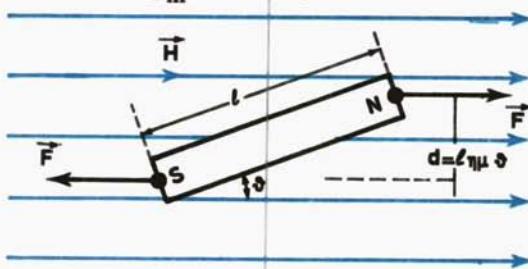
Το γινόμενο της μαγνητικής ροής  $\Phi$  ενός πόλου επί την απόσταση  $l$  των δύο πόλων είναι το μέτρο  $p_m$  ενός διανύσματος  $\vec{p}_m$ , που ονομάζεται **μαγνητική ροπή του διπόλου**.

Το διάνυσμα  $\vec{p}_m$  έχει διεύθυνση την ευθεία, που ενώνει τους δύο σημειακούς πόλους και φορά από το νότιο προς το βόρειο πόλο του διπόλου.

Η μηχανική ροπή  $\vec{M}$  έχει διεύθυνση κάθετη στο επίπεδο των  $\vec{p}_m$  και  $\vec{B}$  και η φορά της προκύπτει σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλία, όταν περιστρέψουμε το διάνυσμα  $\vec{p}_m$  στην κατεύθυνση της  $\vec{B}$  από το συντομότερο δρόμο (σχ. 8.2θ).

Από τον τύπο (44) προκύπτει η μονάδα της μαγνητικής ροπής του διπόλου:

$$[p_m] = [\Phi] [l] = 1 \text{ Vs m}$$



Σχ. 8.2θ.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΝΑΤΟ

### ΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΥΛΙΚΑ – ΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ

Στο κεφάλαιο αυτό θα εξετάσουμε τη συμπεριφορά των υλικών στο μαγνητισμό και ιδιαίτερα των σιδηρομαγνητικών υλικών, που παρουσιάζουν το μεγαλύτερο ενδιαφέρον στην ηλεκτροτεχνία. Τέτοια υλικά είναι ο σίδηρος, το κοβάλτιο, το νικέλιο και διάφορα κράματα. Στο ίδιο κεφάλαιο, θα μελετήσουμε τη δημιουργία μαγνητικών κυκλωμάτων, θα διατυπώσουμε τα προβλήματα που παρουσιάζουν και θα αναφέρουμε τις μεθόδους που χρησιμοποιούνται για την επίλυσή τους.

#### 9.1 Διαμαγνητικά, παραμαγνητικά και σιδηρομαγνητικά υλικά.

Ανάλογα με τη μαγνητική συμπεριφορά τους, διακρίνομε τα υλικά σε 3 μεγάλες κατηγορίες: σε διαμαγνητικά, παραμαγνητικά και σιδηρομαγνητικά υλικά.

— Τα **διαμαγνητικά υλικά** έχουν μαγνητική διαπερατότητα μη ελάχιστα μικρότερη από 1, ανεξάρτητη από μεταβολές της θερμοκρασίας και από την επίδραση εξωτερικού μαγνητικού πεδίου. Τέτοια υλικά είναι ο χαλκός, ο άργυρος, ο μόλυβδος, το νερό κλπ.

— Τα **παραμαγνητικά υλικά** έχουν μαγνητική διαπερατότητα μη ελάχιστα μεγαλύτερη από 1 και ανεξάρτητη από την επίδραση εξωτερικού μαγνητικού πεδίου. Αύξηση της θερμοκρασίας προκαλεί μείωση της μαγνητικής διαπερατότητάς τους. Τέτοια υλικά είναι το αλουμίνιο, το βιολφράμιο, το μαγνήσιο κ.ά..

— Τα **σιδηρομαγνητικά υλικά** έχουν μαγνητική διαπερατότητα μη πολύ μεγαλύτερη από 1, μέχρι και 100.000. Η μαγνητική τους διαπερατότητα μεταβάλλεται με τη θερμοκρασία, με την ένταση εξωτερικού μαγνητικού πεδίου και εξαρτάται επίσης από τη μαγνητική επεξεργασία, που έχει υποστεί προηγουμένως το υλικό.

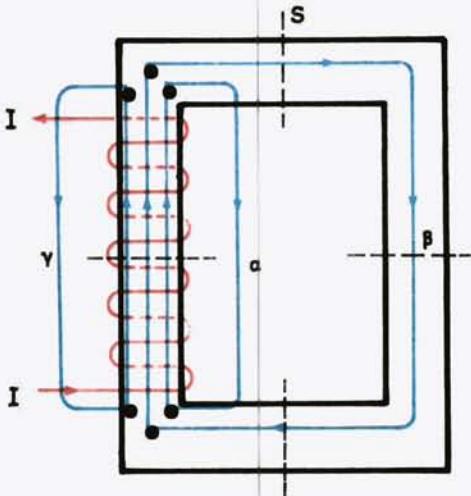
Στα σιδηρομαγνητικά υλικά ανήκει ο σίδηρος, το νικέλιο, το κοβάλτιο και διάφορα κράματα, όπως το *permalloy* (79% νικέλιο, 21% σίδηρος), το *permendur* (50% σίδηρος, 50% κοβάλτιο) κλπ.

#### 9.2 Μαγνητική ροή μέσα από σιδηρομαγνητικά υλικά.

Παίρνομε ένα πλαίσιο από σιδηρομαγνητικό υλικό, όπως αυτό που χρησι-

μοποιείται π.χ. σε ένα μετασχηματιστή (σχ. 9.2).

Στο ένα σκέλος του πλαισίου τοποθετούμε ένα πηνίο και αφήνομε να περάσει από αυτό συνεχές ρεύμα, εντάσεως I. Αποτέλεσμα της ροής του ρεύματος είναι η δημιουργία μαγνητικής ροής  $\Phi$  στο πηνίο. Μας ενδιαφέρει να διαπιστώσουμε πού κατευθύνεται η μαγνητική ροή και πώς κλείνουν οι μαγνητικές γραμμές.



Σχ. 9.2.

Οι διαδρομές που μπορεί να ακολουθήσει η μαγνητική ροή είναι τρεις: οι  $\alpha$  και  $\gamma$ , που περνούν κατά μεγάλο μέρος μέσα από τον αέρα και η  $\beta$  που περνά αποκλειστικά μέσα από το σιδηρομαγνητικό υλικό.

Για να προσδιορίσουμε τη διαδρομή ή τις διαδρομές που θα ακολουθηθούν, πρέπει να εκτιμήσουμε τη μαγνητική αντίσταση που παρουσιάζουν οι τρεις διαδρομές στη διέλευση των μαγνητικών γραμμών. Σε αυτό μας βοηθά ο τύπος (16) του προηγουμένου κεφαλαίου, που δίνει τη μαγνητική αντίσταση μιας διαδρομής:

$$R_m = \frac{l}{S\mu} = \frac{l}{S\mu_0\mu_r} \quad (1)$$

Οι διαδρομές  $\alpha$  και  $\gamma$ , που κλείνουν μέσα από τον αέρα, έχουν μικρότερο μήκος  $l$  από τη  $\beta$ . Επομένως, αν υποθέσουμε ότι η διατομή  $S$  είναι περίπου ίδια και στις τρεις περιπτώσεις, θα έπρεπε να έχουν μικρότερη αντίσταση από τη  $\beta$ , εφ' όσον η σχετική μαγνητική διαπερατότητα  $\mu_r$  θα ήταν η ίδια στον αέρα και στο σιδηρο. Όμως η  $\mu_r$  του αέρα είναι σχεδόν 1, ενώ η  $\mu_r$  των σιδηρομαγνητικών υλικών είναι πάρα πολύ μεγάλη. Σε ειδικά κράματα σιδή-

ρου και νικελίου, όπως το permalloy η μ<sub>r</sub> φθάνει τιμές μέχρι 100.000. Ετσι, η αντίσταση της διαδρομής μέσα από το πλαίσιο είναι κατά πολύ μικρότερη από τις αντιστάσεις των διαδρομών μέσα από τον αέρα, και αυτή τη διαδρομή ακολουθεί βασικά η μαγνητική ροή.

Βέβαια, οι διαδρομές α και γ είναι παράλληλες με τη β και όπως στην περίπτωση παραλλήλων αντιστάσεων σε κυκλώματα ηλεκτρικού ρεύματος, περνά και από αυτές ένα τμήμα της μαγνητικής ροής. Το τμήμα όμως αυτό είναι πολύ μικρό συγκριτικά με τη ροή μέσα από το πλαίσιο. Και γίνεται μικρότερο, όσο μεγαλύτερη είναι η μαγνητική διαπερατότητα του σιδηρομαγνητικού υλικού, που χρησιμοποιείται.

Με σιδηρομαγνητικά υλικά μεγάλης μαγνητικής διαπερατότητας, μπορούμε να διοχετεύσουμε τη μαγνητική ροή, όπως διοχετεύομε το ηλεκτρικό ρεύμα μέσα από αγωγούς. Τη ροή, που περνά μέσα από το υλικό ονομάζουμε **κύρια ροή**, ενώ τη ροή που κλείνει μέσα από τον αέρα **ροή σκεδάσεως**.

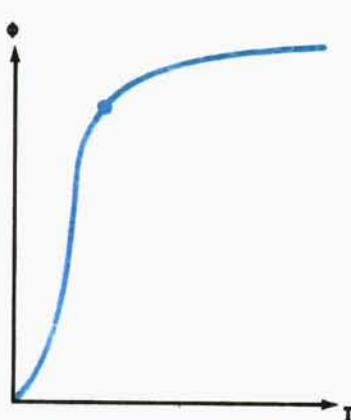
### 9.3 Μαγνήτιση και απομαγνήτιση σιδηρομαγνητικών υλικών.

#### a) *Μαγνήτιση υλικών.*

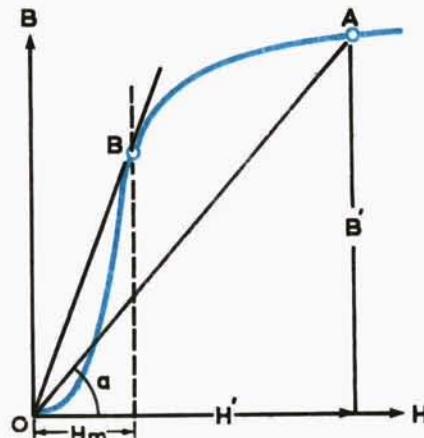
Εξ αιτίας της ικανότητάς τους να επιτρέπουν τη διέλευση της μαγνητικής ροής με πολύ μικρή αντίσταση, τα σιδηρομαγνητικά υλικά μας ενδιαφέρουν στα μαγνητικά κυκλώματα, πολύ περισσότερο από οποιαδήποτε άλλα υλικά. Τις μαγνητικές ιδιότητες ενός σιδηρομαγνητικού υλικού μπορούμε να μελετήσουμε με ένα δακτυλίδι από το υλικό, όμοιο με αυτό που γνωρίσαμε στην παράγραφο 8.2, γύρω από το οποίο έχομε τυλίξει ένα πηνίο (σχ. 8.2γ).

Από το πηνίο αφήνομε να περάσει συνεχές ρεύμα, ξεκινώντας από την τιμή  $I = 0$  και προχωρώντας διαδοχικά προς μεγαλύτερες εντάσεις. Σε κάθε ένταση  $I$  μετράμε τη μαγνητική ροή  $\Phi$ , που δημιουργείται. Τις αντίστοιχες τιμές  $I$  και  $\Phi$  τοποθετούμε σε ένα σύστημα ορθογωνίων συντεταγμένων, με τετμημένη το  $I$  και τεταγμένη το  $\Phi$ . Ενώνοντας κατόπιν τα διαδοχικά σημεία, παίρνομε μία καμπύλη, που απεικονίζει τη συνάρτηση  $\Phi = f(I)$  και έχει τη μορφή που δείχνει το σχήμα 9.3α. Η καμπύλη αυτή ονομάζεται **καμπύλη μαγνητίσεως** του σιδηρομαγνητικού υλικού της, με πιο μεγάλη ακρίβεια, όπως θα δούμε πιο κάτω, **παρθενική καμπύλη μαγνητίσεως** του υλικού αυτού.

Στην καμπύλη μαγνητίσεως παρατηρούμε, ότι η μαγνητική ροή  $\Phi$  δεν αυξάνεται ανάλογα με το ρεύμα  $I$ . Στην αρχή αυξάνεται αργά, κατόπιν απότομα, ύστερα πάλι αργά και τέλος, για μεγάλες τιμές  $I$ , η αύξηση είναι ελάχιστη. Την τελευταία αυτή κατάσταση, στην οποία φθάνει το σιδηρομαγνητικό υλικό, ονομάζομε **μαγνητικό κόρο**, γιατί το υλικό συμπεριφέρεται σαν να μπορεί να περιλάβει ορισμένο μόνο αριθμό μαγνητικών γραμμών και, αφού τον φθάσει, αύξηση του ρεύματος δεν προκαλεί πια ουσιαστική αύξηση της μαγνητικής ροής.



Σχ. 9.3α.



Σχ. 9.3β.

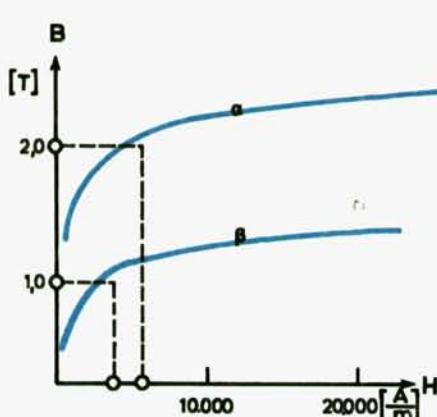
Επειδή η μαγνητική ροή  $\Phi$  είναι ανάλογη της μαγνητικής επαγωγής  $B$  [τύπος (2) της 8.2] και η ένταση του ρεύματος  $I$  είναι ανάλογη της εντάσεως του μαγνητικού πεδίου  $H$  ( $I_n = \frac{\Phi l}{S_\mu} = \frac{Bl}{\mu} = HI$ ), η καμπύλη  $\Phi = f(I)$  δίνει με άλλη κλίμακα τη συνάρτηση  $B = f(H)$  (σχ. 9.3β).

Από την καμπύλη αυτή γίνεται φανερό ότι η μαγνητική διαπερατότητα μ δεν είναι σταθερή, αλλά εξαρτάται από την ένταση  $H$  του πεδίου. Για ορισμένο  $H'$  παίρνομε το  $\mu$  από την κλίση της ευθείας  $OA$ , η οποία συνδέει την αρχή των συντεταγμένων  $O$  με το σημείο  $A$  της καμπύλης, που αντιστοιχεί στην ένταση  $H'$ .

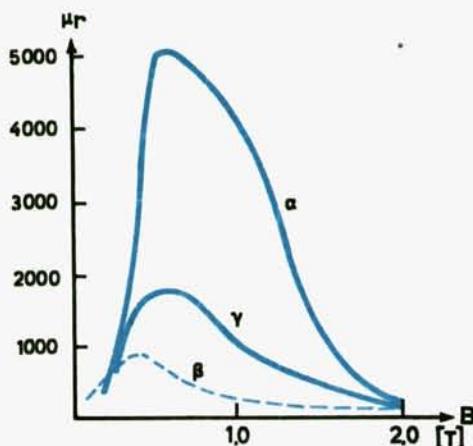
$$\text{tga} = \frac{B'}{H'} = \mu \quad (1)$$

Η μεγαλύτερη διαπερατότητα  $\mu$  παρουσιάζεται για  $H = H_m$  στο σημείο  $B$ , όπου η κλίση της  $OA$  είναι μέγιστη, ενώ για μικρότερες και μεγαλύτερες εντάσεις πεδίου  $H$  από την  $H_m$ , η  $\mu$  μειώνεται απότομα. Είναι αξιοσημείωτο ότι για μεγάλες εντάσεις  $H$  η  $\mu$  είναι πολύ μικρή, γεγονός που σημαίνει ότι ισχυρά μαγνητισμένο σιδηρομαγνητικό υλικό, δεν διαφέρει στη συμπεριφορά του πολύ από το κενό ή τον αέρα.

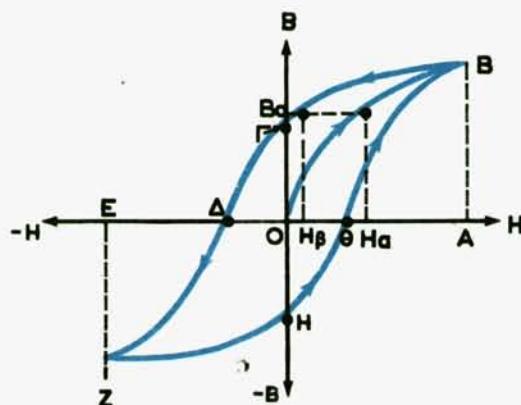
Τα διάφορα κράματα σιδήρου έχουν διαφορετικές καμπύλες μαγνητίσεως. Ιδιαίτερη σημασία στη διαμόρφωση της καμπύλης έχει η περιεκτικότητα σε άνθρακα του κράματος. Στο σχήμα 9.3γ η καμπύλη  $\alpha$  είναι για ελάσματα δυναμό και χυτοχάλυβα, η  $\beta$  για καλής ποιότητας χυτοσίδηρο. Το σχήμα 9.3δ δείχνει τη μεταβολή του  $\mu_r$  σε δύο διαφορετικά είδη χυτοχάλυβα (καμπύλες  $\alpha, \gamma$ ) και σε χυτοσίδηρο (καμπύλη  $\beta$ ). Σε ειδικά κράματα, όπως στο permalloy, η αρχική σχετική μαγνητική διαπερατότητα  $\mu_r$  είναι περίπου 12.000, ενώ η μέγιστη  $\mu_r$  φθάνει τιμές 80.000 ως 100.000.



Σχ. 9.3γ.



Σχ. 9.3δ.



Σχ. 9.3ε.

Στον κοινό χυτοσίδηρο, η μέγιστη  $\mu_r$  δεν φθάνει περισσότερο από 200 ως 250.

### β) Απομαγνήση υλικών – Βρόχος υστερήσεως.

Ας υποθέσουμε ότι από κάποιο σημείο της παρθενικής καμπύλης μαγνητίσων (στο οποίο έχουμε φθάσει αυξάνοντας την ένταση του πεδίου  $H$ ), π.χ. από το σημείο  $B$ , αρχίζουμε να ελαττώνομε την ένταση του πεδίου  $H$ , ελαττώνοντας την ένταση του ρεύματος  $I$  του πηνίου (σχ. 9.3ε). Θα παρατηρήσουμε ότι μειώνεται η μαγνητική επαγωγή  $B$ , δηλαδή ο σίδηρος αρχίζει να **απομαγνητίζεται**. Κατά την απομαγνήση όμως αυτή, διαπιστώνομε ότι δεν ακολουθείται πια η καμπύλη  $OB$  αλλά μία νέα καμπύλη  $GB$ , στην οποία οι τιμές επαγωγής  $B$  είναι υψηλότερες από τις αντίστοιχες της καμπύλης  $OB$  για τις ίδιες έντάσεις  $H$ . Με άλλα λόγια, το σιδηρομαγνητικό υλικό αποκτά μία ορισμένη τιμή επαγωγής  $B_a$  της καμπύλης  $OB$ , όχι στην αντίστοιχη ένταση  $H_a$  της καμπύλης  $OB$ , αλλά με καθυστέρηση σε μία τιμή  $H_b$ , που είναι μικρότερη από την  $H_a$ . Οι

τιμές επαγωγής Β μένουν πίσω κατά την απομαγνήτιση, συγκριτικά με τις τιμές της παρθενικής καμπύλης. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται **μαγνητική υστέρηση**.

Αποτέλεσμα της υστερήσεως είναι ότι, όταν φθάσουμε σε τιμή  $H = 0$ , δηλαδή για  $I = 0$ , η μαγνητική επαγωγή Β δεν έχει μηδενισθεί, αλλά έχει ορισμένη τιμή ΟΓ. Αυτό σημαίνει ότι ο σίδηρος εξακολουθεί να παραμένει μαγνητισμένος, δηλαδή έχει μόνιμος μαγνήτης. Η επαγωγή ΟΓ, που παραμένει, ονομάζεται **παραμένων μαγνητισμός**.

Τοποθετώντας σε ένα πηνίο ένα αμαγνήτιστο κομμάτι σιδηρομαγνητικού υλικού και κατόπιν κλείνοντας και ανοίγοντας το κύκλωμα του ρεύματος του πηνίου, μπορούμε να μαγνητίσουμε μόνιμα το υλικό αυτό. Το μέγεθος του μαγνητισμού, που παραμένει, αποτελεί μέτρο για το πόσο ισχυρά μαγνητίσθηκε το υλικό.

Για να απομαγνητίσουμε εντελώς το υλικό, εξουδετερώνοντας το μαγνητισμό που παραμένει σε αυτό, πρέπει να αλλάξουμε τη φορά του πεδίου  $H$ , δηλαδή να διοχετεύσουμε ρεύμα στο πηνίο σε **αντίθετη φορά**. Παρατηρούμε τότε ότι η Β εξακολουθεί να μειώνεται, σύμφωνα με την καμπύλη  $\Gamma\Delta$  και ότι μηδενίζεται για ορισμένη τιμή του πεδίου ΟΔ. Την τιμή αυτή της εντάσεως  $H$  ονομάζουμε **συνεκτική δύναμη** του σιδηρομαγνητικού υλικού. Το μέγεθος της συνεκτικής δυνάμεως αποτελεί μέτρο της ικανότητας του υλικού να διατηρεί το μαγνητισμό του. Όσο πιο μεγάλη είναι η συνεκτική δύναμη, τόσο πιο δύσκολα απομαγνητίζεται το υλικό, δηλαδή τόσο πιο μεγάλη είναι η ένταση του πεδίου, που πρέπει να εφαρμοσθεί για την απομαγνήτισή του.

Αν εξακολουθήσουμε να αυξάνομε την ένταση του πεδίου σε αντίθετη φορά, παρατηρούμε ότι αυξάνει η Β σε αντίθετη φορά, δηλαδή το υλικό μαγνητίζεται πάλι, αλλά οι μαγνητικές γραμμές έχουν αντίθετη φορά από πριν. Στην τιμή του πεδίου  $H = \text{ΟΕ} = \text{ΟΑ}$  παρατηρούμε ότι  $B = EZ = AB$ .

Ελαττώνοντας τώρα πάλι την ένταση  $H$ , με σταδιακή μείωση του ρεύματος  $I$ , παρατηρούμε ότι η  $B$  διαγράφει την καμπύλη  $ZH$  και ότι σε ένταση  $H = 0$  το υλικό παρουσιάζει ορισμένη επαγωγή  $\text{ΟΗ}$ , όπου  $\text{ΟΗ} = \text{ΟΓ}$ , δηλαδή το μαγνητισμό που παραμένει, όπως το συναντήσαμε προηγουμένως, αλλά με αντίθετη φορά.

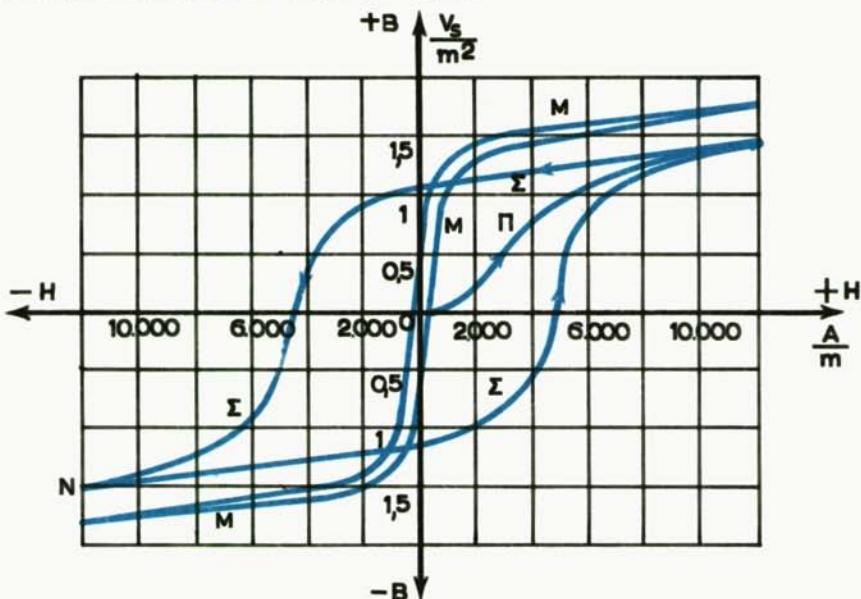
Για να απομαγνητίσουμε πάλι εντελώς το υλικό, πρέπει να αλλάξουμε τη φορά του πεδίου  $H$ , διοχετεύοντας στο πηνίο ρεύμα στην αρχική φορά. Η  $B$  μειώνεται και, για ένταση πεδίου  $\text{ΟΘ}$ , μηδενίζεται. Η  $\text{ΟΘ}$  είναι ίση με την  $\text{ΟΔ}$ , δηλαδή με τη συνεκτική δύναμη του υλικού. Συνεχίζοντας την αύξηση της εντάσεως  $H$ , φθάνουμε για  $H = \text{ΟΑ}$  στο σημείο  $B$ , από το οποίο ξεκινήσαμε την απομαγνήτιση. Έτσι, συμπληρώνεται μία κλειστή διαδρομή  $\text{ΒΓΔΖΗΘΒ}$ . Την κλειστή αυτή καμπύλη, που σχηματίζεται στο επίπεδο  $B - H$ , κατά τη διαδοχική μαγνήτιση και απομαγνήτιση ενός σιδηρομαγνητικού, ονομάζομε **βρόχο υστερήσεως**.

Αν επαναλάβομε ακριβώς τη διαδικασία που περιγράψαμε, θα συγκαταίσομε

πάλι τον προηγούμενο βρόχο υστερήσεως, χωρίς να περάσουμε από την αρχική καμπύλη μαγνητίσεως ΟΒ. Γι' αυτό, η καμπύλη μαγνητίσεως ΟΒ, που σχηματίζεται κατά την αρχική μαγνήτιση ενός αμαγνήτιστου υλικού, ονομάζεται **παρθενική καμπύλη μαγνητίσεως**.

Την παρθενική καμπύλη μαγνητίσεως μπορούμε να ξαναπάρομε, αν διακόψουμε τη διαδικασία στα σημεία Δ ή Θ, στα οποία το υλικό έχει απομαγνητισθεί εντελώς και ξεκινήσουμε τη μαγνήτιση από την αρχή. Επίσης, μπορούμε να φθάσουμε διαδοχικά στο αρχικό σημείο Ο με **κυκλική μαγνήτιση - απομαγνήτιση**, αν μειώνομε βαθμιαία τις εντάσεις του πεδίου ΟΑ και ΟΕ, έως ότου μηδενίσουν. Σε μικρότερες τιμές ΟΑ (ΟΕ) αντιστοιχούν μικρότερες τιμές ΑΒ (ΕΖ) και έτσι σχηματίζονται διαδοχικά μικρότεροι βρόχοι υστερήσεως, ώσπου ο βρόχος ταυτίζεται με το σημείο Ο. Η κυκλική αυτή μαγνήτιση - απομαγνήτιση μπορεί να πραγματοποιηθεί με εναλλασσόμενο ρεύμα, στο οποίο μειώνεται σταδιακά το πλάτος.

Από όσα περιγράψαμε γίνεται φανερό ότι σε ορισμένη τιμή της εντάσεως Η του μαγνητικού πεδίου δεν αντιστοιχεί πάντοτε η ίδια τιμή Β, αλλά, ανάλογα με την προϊστορία του υλικού που εξετάζομε, προκύπτει και διαφορετική τιμή. Αυτό σημαίνει ότι ανάλογα προκύπτουν και διαφορετικές τιμές της μαγνητικής διαπερατότητας μ, εφ' όσον  $\mu = B/H$ .



$\Sigma$  = Σκληρός χάλυβας  
 $M$  = Μαλακός σίδηρος

Σχ. 9.3στ.

Η μορφή του βρόχου υστερήσεως εξαρτάται από το είδος του σιδηρομαγνητικού υλικού και είναι χαρακτηριστική για κάθε υλικό. Ο σκληρός χάλυβας παρουσιάζει πλατύ βρόχο με μεγάλο παραμένοντα μαγνητισμό και μεγάλη

συνεκτική δύναμη. Αντίθετα, ο μαλακός σίδηρος παρουσιάζει στενό βρόχο, μικρό παραμένοντα μαγνητισμό και μικρή συνεκτική δύναμη (σχ. 9.3στ). Από αυτό, γίνεται φανερό ότι ο σκληρός χάλυβας είναι κατάλληλος για τη δημιουργία μονίμων μαγνητών με μαγνήτιση, ενώ ο μαλακός σίδηρος είναι ακατάλληλος, γιατί και μικρή μαγνήτιση επιτυγχάνομε με αυτόν και πολύ εύκολα χάνει το μαγνητισμό του.

Αντίθετα, ο μαλακός σίδηρος είναι απαραίτητος σε μαγνητικά κυκλώματα, που εργάζονται με εναλλασσόμενο ρεύμα, π.χ. σε μετασχηματιστές, σε κινήτρες και γεννήτριες εναλλασσομένου ρεύματος κλπ. στα οποία αναγκαστικά έχουμε συνεχή μαγνήτιση και απομαγνήτιση του υλικού. Η μαγνήτιση και απομαγνήτιση δημιουργεί απώλειες ενέργειας, τις *απώλειες υστερήσεως*, που πρέπει να καλύπτει η πηγή τροφοδοτήσεως. Οι απώλειες υστερήσεως, που εμφανίζονται σαν απώλειες τριβής και προκαλούν θέρμανση του υλικού, αποδεικνύεται ότι είναι ανάλογες του εμβαδού του βρόχου υστερήσεως. Έτσι, μαλακά μαγνητικά υλικά με στενό βρόχο υστερήσεως έχουν μικρές απώλειες υστερήσεως και είναι κατάλληλα για λειτουργία σε μεταβαλλόμενα μαγνητικά πεδία.

Στα μαλακά μαγνητικά υλικά, επειδή ο βρόχος υστερήσεως είναι στενός, μπορούμε στην πράξη να θεωρήσουμε ότι ο βρόχος αυτός ταυτίζεται με την παρθενική καμπύλη μαγνητίσεως του υλικού. Έτσι, για κάθε ένταση  $H$  του πεδίου έχουμε μία μόνο τιμή μαγνητικής επαγωγής  $B$ . Την παρθενική καμπύλη μαγνητίσεως ονομάζομε, στην περίπτωση αυτή, απλά *καμπύλη μαγνητίσεως* του υλικού.

#### 9.4 Ερμηνεία του μαγνητισμού.

Η μαγνητική συμπεριφορά των υλικών εξηγείται σύντομα ως εξής:

Κάθε άτομο οποιουδήποτε υλικού περιλαμβάνει, όπως ξέρομε, ηλεκτρόνια, που περιστρέφονται γύρω από τον πυρήνα του ατόμου και γύρω από τον άξονά τους. Οι κινήσεις αυτές των ηλεκτρονίων ισοδυναμούν με στοιχειώδη ηλεκτρικά ρεύματα, που δημιουργούν στοιχειώδη μαγνητικά πεδία. Έτσι, κάθε ηλεκτρόνιο παρουσιάζει ορισμένη μαγνητική ροπή  $\vec{p}_m$ , εξ αιτίας της περιστροφής του γύρω από τον πυρήνα του ατόμου και ορισμένη μαγνητική ροπή  $\vec{p}_m^*$ , εξ αιτίας της περιστροφής γύρω από τον άξονά του. Με διανυσματική πρόσθεση των μαγνητικών ροπών των ηλεκτρονίων ενός ατόμου, προκύπτει η *ολική μαγνητική ροπή του ατόμου*.

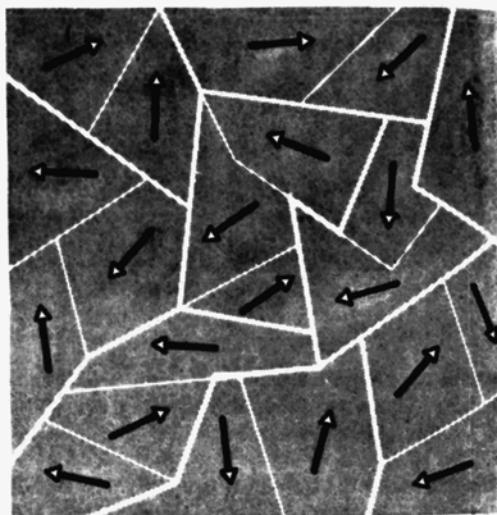
Στα *διαμαγνητικά υλικά*, οι μαγνητικές ροπές των ηλεκτρονίων κάθε ατόμου αλληλοαναρρούνται, λόγω της δομής των ατόμων. Η ολική μαγνητική ροπή κάθε ατόμου ξεχωριστά, όπως βέβαια και του υλικού ολοκλήρου, μηδενίζεται, όταν το υλικό βρίσκεται εξω από την επίδραση μαγνητικού πεδίου. Κάτω από την επίδραση μαγνητικού πεδίου, εμφανίζεται στα άτομα μικρή μαγνητική ροπή, *αντίθετη* από τη διεύθυνση του εξωτερικού πεδίου. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα τη μείωση κάπως της μαγνητικής ροής των εξωτερικού πεδίου, που περνά

από το υλικό και την εμφάνιση μαγνητικής διαπερατότητας, ελάχιστα μικρότερης από τη μονάδα.

Στα παραμαγνητικά υλικά, κάθε άτομο, από τη δομή του, παρουσιάζει ορισμένη μαγνητική ροπή, ακόμα και όταν βρίσκεται εξω από την επίδραση μαγνητικού πεδίου. Κάθε άτομο συμπεριφέρεται σαν ένας στοιχειώδης μαγνήτης. Οι μαγνητικές ροπές όμως των ατόμων, είναι τυχαία προσανατολισμένες και αλληλοαναρρούνται, με αποτέλεσμα το υλικό να μη παρουσιάζει μαγνήτιση.

Όταν εφαρμοσθεί εξωτερικό μαγνητικό πεδίο, οι μαγνητικές ροπές των ατόμων προσανατολίζονται κάπως προς τη διεύθυνση του εξωτερικού πεδίου. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να ενισχύσουν λίγο με τη ροή τους την εξωτερική μαγνητική ροή και να εμφανισθεί το υλικό με μαγνητική διαπερατότητα, που είναι ελάχιστα μεγαλύτερη από το 1.

Στα σιδηρομαγνητικά υλικά επίσης, κάθε άτομο, από τη δομή του, παρουσιάζει ορισμένη μαγνητική ροπή, όπως στα παραμαγνητικά υλικά. Εδώ όμως, οι μαγνητικές ροπές των ατόμων εμφανίζονται εντελώς προσανατολισμένες, μέσα σε πολύ μικρές περιοχές του υλικού, που ονομάζονται περιοχές Weiss. Οι ολικές μαγνητικές ροπές των διαφόρων περιοχών είναι τυχαία προσανατολισμένες και αλληλοαναρρούνται, ώστε το υλικό να εμφανίζεται πάλι αμαγνήτιστο. Στο σχήμα 9.4 διακρίνονται οι κρύσταλλοι ενός σιδηρομαγνητικού υλικού (χονδρή διαχωριστική γραμμή) και οι περιοχές Weiss μέσα στους κρυστάλλους (λεπτή διαχωριστική γραμμή).



Σχ. 9.4.

Κάτω από την επίδραση εξωτερικού μαγνητικού πεδίου, οι μαγνητικές ροπές των περιοχών Weiss προσανατολίζονται και το υλικό μαγνητίζεται. Ο προσανατολισμός των ροπών συντελείται σταδιακά, ώσπου, κάτω από την επί-

δραση ισχυρού πεδίου, να προσανατολισθούν όσο είναι δυνατόν οι ροπές και το υλικό να φθάσει στην κατάσταση του **μαγνητικού κόρου**.

Κατά την απομαγνήτιση του υλικού, οι περιοχές δεν επιστρέφουν απόλυτα στην αρχική τους κατάσταση με τους εντελώς τυχαίους προσανατολισμούς, γιατί αντιδρούν δυνάμεις μεταξύ των κρυστάλλων του υλικού. Ετσι ορισμένες περιοχές μένουν προσανατολισμένες και εμφανίζεται **ο παραμένων μαγνητισμός**.

Η αύξηση της **θερμοκρασίας** δεν επηρεάζει τη μαγνητική διαπερατότητα των διαμαγνητικών υλικών, γιατί το μαγνητικό φαινόμενο συντελείται στο εσωτερικό των ατόμων και δεν επηρεάζεται από τη θερμική τους κίνηση. Η κίνηση αυτή, αντίθετα, επηρεάζει τα παραμαγνητικά υλικά, γιατί εμποδίζει τον πλήρη προσανατολισμό των στοιχειωδών μαγνητών, που αποτελούν τα άτομα. Επίσης, επηρεάζει τα σιδηρομαγνητικά υλικά, γιατί εμποδίζει τον πλήρη προσανατολισμό των στοιχειωδών μαγνητικών ροπών, μέσα στις περιοχές Weiss.

Όταν η θερμοκρασία υπερβεί ορισμένο όριο στα σιδηρομαγνητικά υλικά, εξαφανίζεται ο προσανατολισμός των μαγνητικών ροπών στις περιοχές Weiss και το υλικό μετατρέπεται σε παραμαγνητικό, με ταυτόχρονη αλλαγή της κρυσταλλικής του δομής. Η θερμοκρασία αυτή ονομάζεται **θερμοκρασία Curie** και είναι π.χ. για το σίδηρο  $785^{\circ}\text{C}$ , για το νικέλιο  $305^{\circ}\text{C}$  κ.ο.κ.

## 9.5 Επίλυση μαγνητικών κυκλωμάτων.

Ένα μαγνητικό κύκλωμα σχηματίζεται από κλειστές διαδρομές μαγνητικής ροής. Η μαγνητική ροή είναι δυνατό να περνά είτε μέσα από τον αέρα, είτε μέσα από διάφορα υλικά. Στην πράξη, αποφεύγομε τις διαδρομές μέσα από τον αέρα, εκτός αν υπάρχει ειδικός λόγος που να το επιβάλλει. Αυτό, γιατί ο αέρας έχει πολύ μεγάλη μαγνητική αντίσταση. Τη μαγνητική ροή διοχετεύουμε μέσα από σιδηρομαγνητικά υλικά, που έχουν πολύ μικρή μαγνητική αντίσταση. Βέβαια, σε οποιοδήποτε μαγνητικό κύκλωμα, ορισμένο τμήμα της μαγνητικής ροής, **η ροή σκεδάσεως**, περνά πάντοτε μέσα από τον αέρα, παρά τη θέλησή μας. Η ροή σκεδάσεως μειώνει την **κύρια ροή**, που περνά αποκλειστικά μέσα από το σιδηρομαγνητικό υλικό. Έτσι, πρέπει να λαμβάνεται υπ' όψη στούς υπολογισμούς των κυκλωμάτων, όταν δεν είναι πολύ μικρή, συγκριτικά με την κύρια ροή. Εμείς υποθέτομε στα επόμενα, για λόγους απλουστεύσεως, ότι ολόκληρη η μαγνητική ροή, που δημιουργείται σε ένα μαγνητικό κύκλωμα, περνά αποκλειστικά μέσα από το σιδηρομαγνητικό υλικό και από τα κενά αέρα, που σκόπιμα κατασκευάζομε. Η υπόθεση αυτή ισχύει επίσης στα λυμένα παραδείγματα και στις ασκήσεις προς λύση, στο τέλος του βιβλίου.

Το σχήμα 9.5α δείχνει, για παράδειγμα, ένα μαγνητικό κύκλωμα, που σχηματίζεται από ένα μεταλλικό πλαίσιο με 3 σκέλη. Στα δύο από τα 3 σκέλη υπάρχουν πηνία, που διαρρέονται από ρεύμα και δημιουργούν μαγνητική ροή.

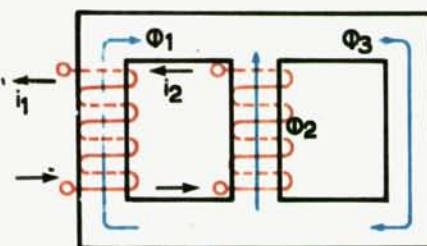
Με βάση το κύκλωμα αυτό, θα γνωρίσουμε τους βασικούς κανόνες που χρησιμοποιούνται για την επίλυση των μαγνητικών κυκλωμάτων.

Τα προβλήματα, που αντιμετωπίζουμε στα μαγνητικά κυκλώματα, είναι δύο ειδών:

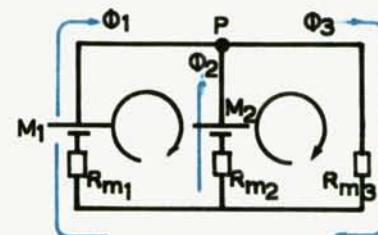
α) Δίνεται το κύκλωμα με τις διαστάσεις και το υλικό, από το οποίο είναι κατασκευασμένο, καθώς και οι μαγνητεγερτικές του δυνάμεις  $M = I_n$  και ζητείται η μαγνητική ροή  $\Phi$  στα διάφορα τμήματα του κυκλώματος.

β) Αντίστροφα, δίνεται το κύκλωμα, πάλι με τις διαστάσεις και το υλικό του, καθώς και οι μαγνητικές ροές  $\Phi$ , που πρέπει να δημιουργηθούν στα διάφορα τμήματά του, από πηνία που είναι τοποθετημένα σε ορισμένες θέσεις και ζητούνται οι απαιτούμενες μαγνητεγερτικές δυνάμεις  $M = I_n$  των πηνίων.

Η δεύτερη περίπτωση έχει στην πράξη μεγαλύτερη σπουδαιότητα, γιατί συνήθως είναι γνωστή ή υπολογίζεται η μαγνητική ροή, που είναι απαραίτητη για τη λειτουργία μιας μηχανής ή συσκευής. Το πρόβλημα είναι να προσδιορισθούν οι απαιτούμενες αμπεροστροφές, για να δημιουργηθεί αυτή η ροή. Οι διαστάσεις και το υλικό του μαγνητικού κυκλώματος, που θεωρούνται γνωστά στα προηγούμενα προβλήματα, υπολογίζονται από τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της μηχανής και οπωσδήποτε επίσης με οικονομικά κριτήρια, ώστε να κατασκευασθεί η μηχανή με ορισμένες προδιαγραφές, αλλά με το χαμηλότερο δυνατό κόστος.



Σχ. 9.5α.



Σχ. 9.5β.

Στο κύκλωμα του σχήματος 9.5α είναι σχεδιασμένη η φορά των ρευμάτων στα δύο πηνία και η φορά των μαγνητικών ροών. Το κύκλωμα αυτό είναι απλοποιημένο, στο σχήμα 9.5β. Είναι τυπικά ισοδύναμο προς ένα ηλεκτρικό κύκλωμα με δύο, παράλληλα συνδεδεμένες πηγές, που δημιουργούν ρεύματα  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$ , υπερνικώντας τις αντιστάσεις  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ .

Εξετάζομε το **πρώτο είδος** προβλημάτων με γνωστές τις μαγνητεγερτικές δυνάμεις  $M_1$ ,  $M_2$  και τις αντιστάσεις  $R_{m1}$ ,  $R_{m2}$ ,  $R_{m3}$  και άγνωστες τις ροές  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$ ,  $\Phi_3$ . Ξεκινώντας από την τυπική αναλογία μεταξύ ηλεκτρικών και μαγνητικών κυκλωμάτων, χρησιμοποιούμε για την επίλυση του κυκλώματος τους δύο κανόνες του Kirchhoff. Ετσι, έχομε για το σημείο  $P$  ότι το άθροισμα των μαγνητικών ροών  $\Phi$  είναι ίσο με μηδέν:

$$\Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 = 0 \quad (1)$$

Για τους δύο βρόχους του κυκλώματος, έχομε ότι το άθροισμα των μαγνητεγερτικών δυνάμεων σε κάθε βρόχο είναι ίσο με το άθροισμα των μαγνητικών πτώσεων τάσεως:

$$M_1 - M_2 = \Phi_1 R_m - \Phi_2 R_m \quad (2)$$

$$M_2 = \Phi_2 R_m + \Phi_3 R_m \quad (3)$$

Από την επίλυση του συστήματος των τριών εξισώσεων (1) - (3), προσδιορίζονται οι 3 άγνωστες μαγνητικές ροές  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$ ,  $\Phi_3$ .

Η χρησιμοποίηση των κανόνων του Kirchhoff για τον προσδιορισμό των ροών  $\Phi$ , έχει σαν προϋπόθεση ότι οι μαγνητικές αντιστάσεις  $R_m$  είναι γνωστές. Οι αντιστάσεις αυτές υπολογίζονται σύμφωνα με τον τύπο (16) της 8.2 από τη σχέση:

$$R_m = \frac{l_m}{S\mu}$$

όπου  $l_m$  το μέσο μήκος της μαγνητικής διαδρομής,  $S$  η διατομή της και  $\mu$  η μαγνητική διαπερατότητα του υλικού.

Για τον αέρα, τα διαμαγνητικά και τα παραμαγνητικά υλικά, το  $\mu$  είναι ανεξάρτητο από τη μαγνητική ροή  $\Phi$  και ίσο, πρακτικά, με τη μαγνητική διαπερατότητα του κενού  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$ . Στα υλικά αυτά μπορούμε, επομένως, να χρησιμοποιήσουμε τους κανόνες του Kirchhoff. Στα σιδηρομαγνητικά όμως υλικά το  $\mu$  δεν είναι σταθερό, αλλά εξαρτάται, όπως γνωρίσαμε, από τη ροή  $\Phi$ . Κατά κανόνα, δεν μπορεί να ορισθεί προκαταβολικά, ωστε να υπολογίσουμε τις αντιστάσεις.

Ετσι στην πράξη, δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε σε κυκλώματα από σιδηρομαγνητικό υλικό τις εξισώσεις του Kirchhoff, με τον τρόπο που περιγράψαμε προηγουμένως. Στην περίπτωση αυτή, οι μαγνητικές ροές προσδιορίζονται **έμμεσα** με γραφικό τρόπο, που βασίζεται στη λύση του δευτέρου είδους προβλημάτων.

Στο **δεύτερο είδος** προβλημάτων δίνονται οι μαγνητικές ροές  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$ ,  $\Phi_3$ , οι διαστάσεις και το υλικό του πλαισίου καθώς και οι θέσεις των πηνίων 1 και 2 και ζητούνται οι μαγνητεγερτικές δυνάμεις  $M_1$  και  $M_2$  (σχ. 9.5a). Για τη λύση του προβλήματος αυτού, εργαζόμαστε ως εξής:

Από τις ροές  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$ ,  $\Phi_3$  και τη διατομή  $S$  του πλαισίου, υπολογίζομε τις μαγνητικές επαγωγές  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$  στις 3 διαδρομές τις μαγνητικής ροής:

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{S}, \quad B_2 = \frac{\Phi_2}{S}, \quad B_3 = \frac{\Phi_3}{S} \quad (4)$$

Από τις επαγωγές  $B_1, B_2, B_3$  και την καμπύλη μαγνητίσεως του υλικού του

πλαισίου, που πρέπει επίσης να είναι γνωστή, υπολογίζομε τις εντάσεις του μαγνητικού πεδίου  $H_1, H_2, H_3$  στις 3 διαδρομές.

Η ένταση επί το μέσο μήκος  $l_m$  μιας διαδρομής, δίνει τη μαγνητική τάση στα άκρα της και, σε μία κλειστή διαδρομή, το άθροισμα των μαγνητικών τάσεων είναι ίσο με το άθροισμα των μαγνητεγερτικών δυνάμεων  $I_p$ , σύμφωνα με το νόμο του διαρρεύματος [τύπος (41) της 8.2]. Άρα για τους δύο βρόχους του κυκλώματος, έχομε:

$$M_1 - M_2 = H_1 l_{m1} - H_2 l_{m2} \quad (5)$$

$$M_2 = H_2 l_{m2} + H_3 l_{m3} \quad (6)$$

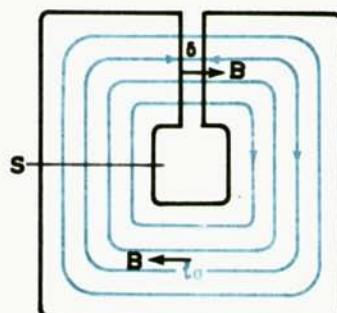
Από τις εξισώσεις (5) και (6) προσδιορίζονται οι άγνωστες μαγνητεγερτικές δυνάμεις:

$$M_1 = I_1 n_1 \quad \text{και} \quad M_2 = I_2 n_2$$

Σημειώνομε ότι για τις 3 ροές  $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3$  πρέπει να ισχύει στο σημείο P η σχέση (1). Άρα αρκεί να δοθούν δύο ροές, οπότε υπολογίζεται η τρίτη από τη σχέση αυτή.

Όταν έχομε να λύσουμε σε σιδηρομαγνητικό κύκλωμα ένα πρόβλημα του πρώτου είδους, εργαζόμαστε ως εξής:

Εστω ότι μας δίνεται το πλαίσιο του σχήματος 9.5γ με τις διαστάσεις του, την καμπύλη μαγνητίσεως του υλικού, από το οποίο είναι κατασκευασμένο και η μαγνητεγερτική δύναμη  $M^*$  του πηνίου. Μας ζητείται να προσδιορίσουμε τη μαγνητική ροή  $\Phi^*$  που περνά από το κύκλωμα.



Σχ. 9.5γ.

Επειδή δεν μπορούμε να υπολογίσουμε άμεσα τη μαγνητική αντίσταση  $R_m$  του κυκλώματος και να εφαρμόσουμε τον τύπο του Hopkinson:

$$\Phi = \frac{M}{R_m} \quad (7)$$

εφ' όσον η μαγνητική διαπερατότητα  $\mu_r$  του σιδηρομαγνητικού υλικού είναι άγνωστη, προχωρούμε έμμεσα, δίνοντας αυθαίρετες τιμές  $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \dots$  στή μαγνητική ροή και υπολογίζοντας τις αντίστοιχες μαγνητεγερτικές δυνάμεις  $M_1, M_2, M_3, \dots$ , όπως σε ένα πρόβλημα του δευτέρου ειδους.

Για ορισμένη τιμή  $\Phi$  υπολογίζεται η  $M$ , σύμφωνα με τη διαδικασία που περιγράψαμε προηγουμένως:

Από τη  $\Phi$  και τη διατομή  $S$  του πλαισίου υπολογίζομε τη μαγνητική επαγωγή  $B$  του κυκλώματος:

$$B = \frac{\Phi}{S} \quad (8)$$

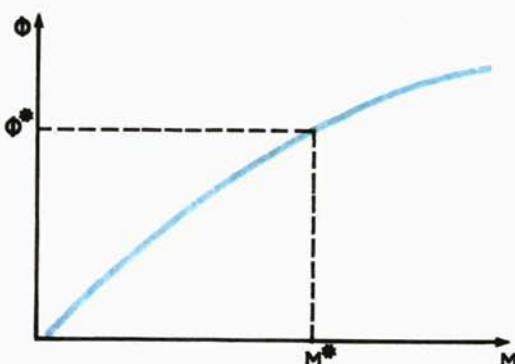
Από τη  $B$  και την καμπύλη μαγνητίσεως του υλικού βρίσκομε την ένταση  $H_\sigma$  του πεδίου για το τμήμα της ροής, που περνά μέσα από το σιδηρομαγνητικό υλικό. Η ένταση του πεδίου  $H_\delta$  στο διάκενο υπολογίζεται από τη σχέση (35) της 8.2:

$$H_\delta = \frac{B}{\mu_0} \quad (9)$$

Σύμφωνα με το νόμο του διαρρεύματος, έχομε:

$$M = In = H_\sigma l_\sigma + H_\delta l_\delta \quad (10)$$

Τα ζεύγη τιμών  $\Phi - M$ , που υπολογίζομε κατά τα ανωτέρω, τοποθετούμε σε να σύστημα ορθογωνίων συντεταγμένων και σχεδιάζομε την καμπύλη  $\Phi = (M)$ . Η καμπύλη αυτή ονομάζεται **μαγνητική χαρακτηριστική** του κυκλώματος (σχ. 9.5δ).



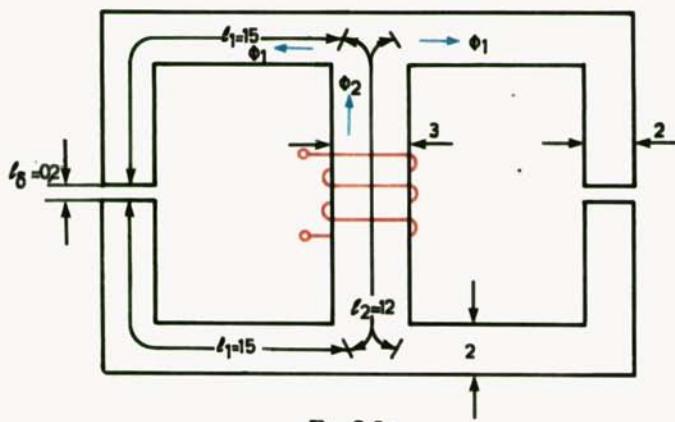
Σχ. 9.5δ.

Από τη μαγνητική χαρακτηριστική, βρίσκομε κατόπιν τη μαγνητική ροή  $\Phi^*$ , η οποία αντιστοιχεί στη συγκεκριμένη τιμή  $M^*$  που μας δόθηκε αρχικά.

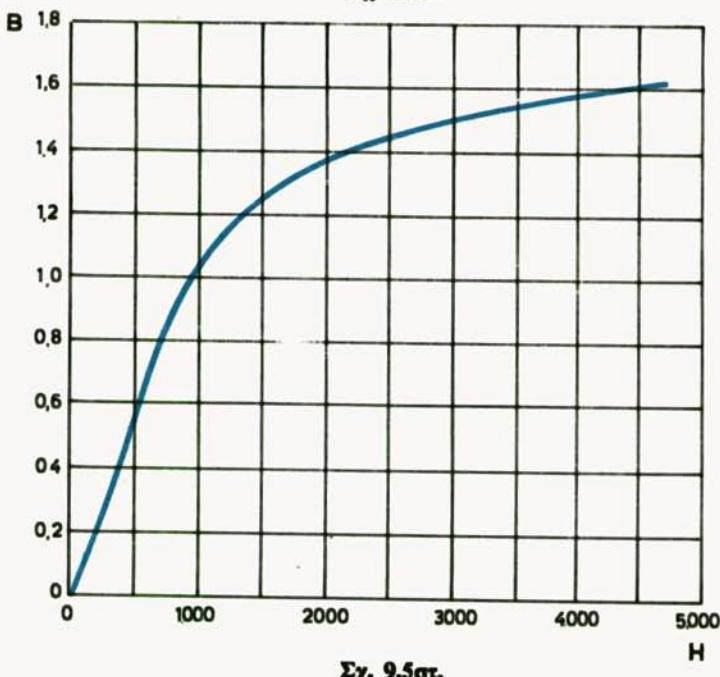
### Αριθμητικά παραδείγματα.

#### Παράδειγμα 1.

Στο διπλό πλαίσιο του σχήματος 9.5ε να υπολογισθεί η μαγνητεγρητική δύναμη  $M$ , που απαιτείται για να δημιουργηθεί μαγνητική ροή  $\Phi_1 = 0,8 \cdot 10^{-3}$  Vs σε κάθε διάκενο αέρα. Το πλαίσιο είναι κατασκευασμένο από μαλακό σίδηρο, που η καμπύλη μαγνητίσεώς του δίνεται στο σχήμα 9.5στ και έχει πάχος, σε όλα του τα σημεία, 5 cm. Οι διαστάσεις στο σχήμα είναι σε cm.



Σχ. 9.5ε.



Σχ. 9.5στ.

### Λύση.

Από τον τύπο (35) της παραγράφου 8.2, έχουμε για τη μαγνητική επαγωγή  $B_1$  στα πλευρικά σκέλη και στα διάκενα αέρα:

$$B_1 = B_0 = \frac{\Phi_1}{S_1} = \frac{0,8 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = 0,8 \text{ T}$$

Από την καμπύλη μαγνητίσεως παίρνομε για  $B_1 = 0,8 \text{ T}$  ένταση μαγνητικού πεδίου στα πλευρικά σκέλη  $H_1 = 700 \text{ A/m}$ . Η ένταση του πεδίου στα διάκενα είναι, σύμφωνα με τον τύπο (35) της παραγράφου 8.2:

$$H_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} = \frac{0,8}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 6,37 \cdot 10^5 \text{ A/m}$$

Στο κεντρικό σκέλος έχουμε διπλάσια μαγνητική ροή  $\Phi_2$ , που διαμοιράζεται σε δύο ίσες ροές  $\Phi_1$ :

$$\Phi_2 = 2\Phi_1 = 2 \cdot 0,8 \cdot 10^{-3} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ Vs}$$

Άρα η μαγνητική επαγωγή εδώ είναι:

$$B_2 = \frac{\Phi_2}{S_2} = \frac{1,6 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = 1,07 \text{ T}$$

Από την καμπύλη μαγνητίσεως παίρνομε για  $B_2 = 1,07 \text{ T}$

$$H_2 = 1100 \text{ A/m}$$

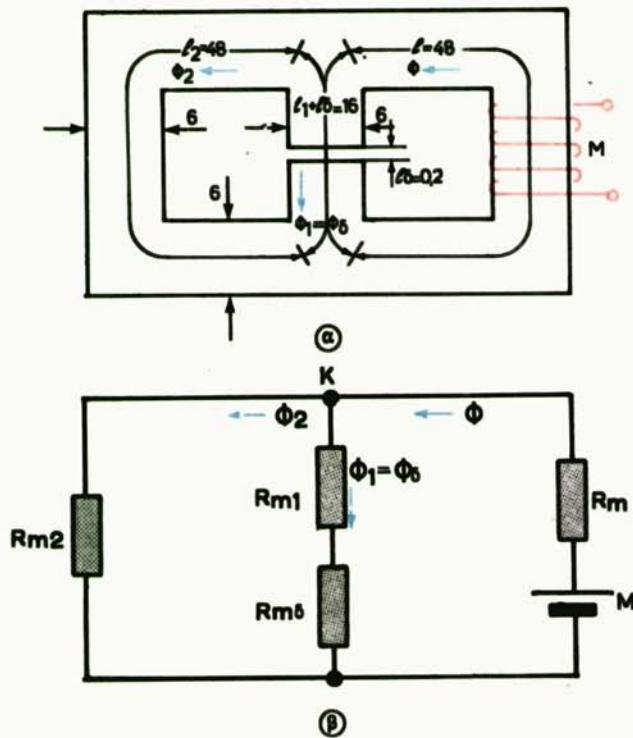
Εφαρμόζομε τώρα τον τύπο (41) του διαρρεύματος της παραγράφου 8.2, στη σχεδιασμένη κλειστή διαδρομή:

$$M = I_n = \sum_v H_v l_v = 2H_1 l_1 + H_\delta l_\delta + H_2 l_2 = 2 \cdot 700 \cdot 15 \cdot 10^{-2} + \\ 6,37 \cdot 10^5 \cdot 0,2 \cdot 10^{-2} + 1100 \cdot 12 \cdot 10^{-2} = 210 + 1274 + 132 = 1616 \text{ αμπεροστροφές}$$

$$M = 1616 \text{ αμπερόστροφες}$$

### Παράδειγμα 2.

Δίνεται το μαγνητικό κύκλωμα του σχήματος 9.5ζ(α). Να υπολογισθεί το ρεύμα I του πηνίου, που απαιτείται για να δημιουργηθεί μαγνητική ροή στο διάκενο αέρα  $\Phi_\delta = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Vs}$ , αν το πηνίο είναι τυλιγμένο στο δεξιό σκέλος



Σχ. 9.5ζ.

και έχει 1000 σπείρες. Το κύκλωμα έχει σε όλα του τα σημεία πάχος 10 cm. Η μαγνητική καμπύλη του υλικού του δίνεται στο σχήμα 9.5στ. (Διαστάσεις στο σχήμα σε cm).

**Άνση.**

Το σχήμα 9.5ζ(β) δίνει απλοποιημένα το μαγνητικό κύκλωμα του σχήματος 9.5ζ(α). Στο κεντρικό σκέλος έχομε:

$$B_1 = \frac{\Phi_\delta}{S_\delta} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = 0,33 \text{ T}$$

Από τη μαγνητική καμπύλη παίρνομε για  $B_1 = 0,33 \text{ T}$  την ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σιδερένιο τμήμα του μεσαίου σκέλους:

$$H_1 = 300 \text{ A/m}$$

Η ένταση  $H_\delta$  στο διάκενο υπρά του μεσαίου σκέλους είναι:

$$H_\delta = \frac{B_1}{\mu_0} = \frac{0,33}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 262.800 \text{ A/m}$$

Από τον τύπο (41) έχομε για την ολική μαγνητική τάση στο μεσαίο σκέλος:

$$U_m = U_{m1} + U_{m\delta} = H_1 l_1 + H_\delta l_\delta = 300 (16 - 0,2) \cdot 10^{-2} + 262.800 \cdot 0,2 \cdot 10^{-2} = 47,4 + 525,6 = 573 \text{ A}$$

Η μαγνητική τάση  $U_m$  είναι ίση με τη μαγνητική τάση στα άκρα του αριστερού σκέλους, εφ' όσον τα δύο σκέλη είναι παράλληλα συνδεδεμένα και δεν υπάρχει σε αυτά μαγνητεγερτική δύναμη. Άρα:

$$U_m = H_2 l_2$$

και

$$H_2 = \frac{U_m}{l_2} = \frac{573}{48 \cdot 10^{-2}} \approx 1200 \text{ A/m}$$

Από το διάγραμμα παίρνομε για  $H_2 = 1200 \text{ A/m}$ :

$$B_2 = 1,15 \text{ T}$$

Η μαγνητική ροή  $\Phi_2$  στο αριστερό σκέλος είναι:

$$\Phi_2 = B_2 \cdot S_2 = 1,15 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 10^{-4} = 6,9 \cdot 10^{-3} \text{ Vs}$$

Από τον κόμβο Κ έχομε για τη μαγνητική ροή  $\Phi$  στο δεξιό σκέλος:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = 2 \cdot 10^{-3} + 6,9 \cdot 10^{-3} = 8,9 \cdot 10^{-3} \text{ Vs}$$

Άρα η μαγνητική επαγωγή εδώ είναι:

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{8,9 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = 1,48 \text{ T}$$

Για  $B = 1,48 \text{ T}$  παίρνομε από το διάγραμμα:

$$H = 2800 \text{ A/m}$$

Στα κλειστά κυκλώματα που περιλαμβάνουν τη Μ, έχομε:

$$M = Hl + H_1 l_1 = 1344 + 573 = 1917 \text{ A}$$

και

$$M = Hl + H_2 l_2 = 1344 + 573 = 1917 \text{ A}$$

Άρα, με οποιοδήποτε από τα δύο κυκλώματα προσδιορίζομε τη Μ.

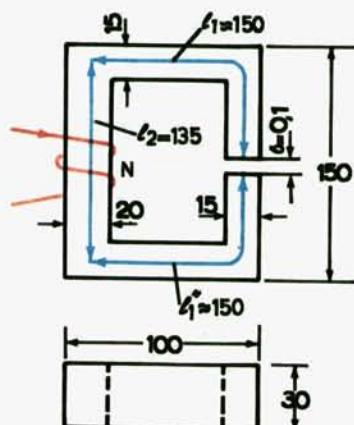
Επειδή τώρα  $M = In$ , παίρνομε για το ρεύμα I:

$$I = \frac{M}{n} = \frac{1917}{1000} \approx 1,92 \text{ A}$$

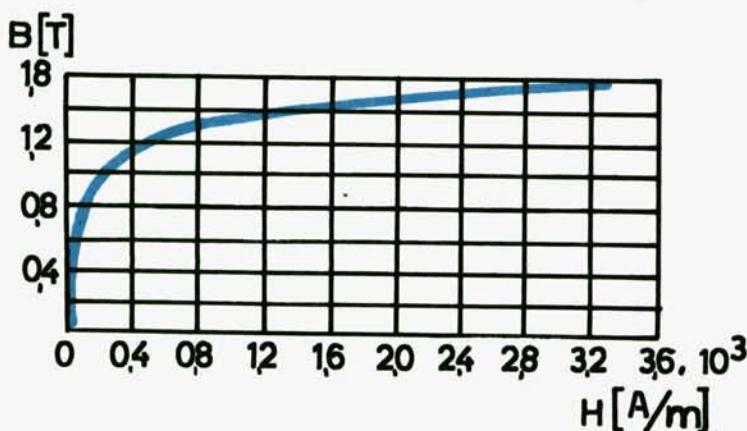
$$I \approx 1,92 \text{ A}$$

### Παράδειγμα 3.

Δίνεται το μαγνητικό κύκλωμα του σχήματος 9.5η. Οι σημειωμένες διαστάσεις είναι σε mm. Το πηνίο έχει 350 σπείρες και διαρρέεται από ρεύμα  $I = 1 \text{ A}$ . Η μαγνητική καμπύλη του υλικού του κυκλώματος δίνεται στο σχήμα 9.5θ. Να βρεθεί η μαγνητική επαγωγή  $B_d$  στο διάκενο αέρα.



Σχ. 9.5η.



Σχ. 9.5θ.

### Λύση.

Εδώ έχομε ένα πρόβλημα δευτέρου ειδούς. Για να το λύσουμε, δίνομε αυθαίρετα τιμές  $0.5 - 1.1 - 1.2$  και  $1.3 \text{ Wb/m}^2$  στη μαγνητική επαγωγή  $B_d$  του

διακένου αέρα και υπολογίζομε για κάθε τιμή τις αντίστοιχες αμπεροστροφές, δηλαδή τη μαγνητεγερτική δύναμη  $M$  και τη μαγνητική ροή  $\Phi$ . Η  $M$  και η  $\Phi$  για ορισμένη  $B_\delta$ , π.χ. για  $B_\delta = 0,5 \text{ Wb/m}^2$  βρίσκονται ως εξής:

Στο κύκλωμα του σχήματος 9.5η έχομε:

$$l_1 = l'_1 + l''_1 = 30 \text{ cm} \quad S_1 = 4,5 \text{ cm}^2$$

$$l_2 = 13,5 \text{ cm} \quad S_2 = 6 \text{ cm}^2$$

$$l_\delta = 0,01 \text{ cm} \quad S_\delta = 4,5 \text{ cm}^2$$

$$\Phi = B_\delta \cdot S_\delta = 0,5 \cdot 10^{-4} \cdot 4,5 = 22,5 \cdot 10^{-5} \text{ Wb}$$

$B_1 = B_\delta = 0,5 \text{ Wb/m}^2$  επειδή η διατομή στο τμήμα 1 και στο διάκενο αέρα είναι ίδια:

$$B_2 = \frac{\Phi}{S_2} = \frac{22,5 \cdot 10^{-5}}{6 \cdot 10^{-4}} = 0,375 \text{ Wb/m}^2$$

Από τη μαγνητική καμπύλη 9.5θ παίρνομε:

$$\text{για } B_1 = 0,5 \text{ Wb/m}^2, \quad H_1 = 50 \text{ A/m}$$

$$\text{για } B_2 = 0,375 \text{ Wb/m}^2, \quad H_2 = 25 \text{ A/m}$$

$$H_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} = \frac{0,5}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 4 \cdot 10^5 \text{ A/m}$$

$$M = I_n = \sum H_l$$

$$M = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_\delta \delta = 50 \cdot 0,3 + 25 \cdot 0,135 + 4 \cdot 10^5 \cdot 0,01 \cdot 10^{-2} = 58,38$$

αμπεροστροφές

Ετσι υπολογίζομε τη  $M$  και  $\Phi$  και για τις υπόλοιπες τιμές  $B$ . Ο πίνακας 9.5.1 δίνει τις ενδιάμεσες και τελικές τιμές υπολογισμού.

Πίνακας 9.5.1.

$B_\delta (\text{Wb/m}^2)$	0,5	1,1	1,2	1,3
$B_1 \text{ Wb/m}^2$	0,5	1,1	1,2	1,3
$B_2 \text{ Wb/m}^2$	0,375	0,825	0,9	0,975
$H_1 \text{ A/m}$	50	460	700	1020
$H_2 \text{ A/m}$	25	150	200	300
$H_\delta \text{ A/m}$	$4 \cdot 10^5$	$8,8 \cdot 10^5$	$9,6 \cdot 10^5$	$10,4 \cdot 10^5$
$\Sigma H / A$	58,3	246,3	333	450,5
$\Phi / \text{Wb}$	$22,5 \cdot 10^{-5}$	$49,5 \cdot 10^{-5}$	$54 \cdot 10^{-5}$	$58,5 \cdot 10^{-5}$

Από τις αντίστοιχες τιμές  $M - \Phi$ , σχεδιάζομε τη μαγνητική χαρακτηριστική του κυκλώματος  $\Phi = f(M)$  και παίρνομε από αυτήν για:

$$M = I_n = 1 \cdot 350 = 350 \text{ A}$$

$$\Phi = 55 \cdot 10^{-5} \text{ Wb/m}^2$$

Η ζητούμενη μαγνητική επαγωγή  $B_\delta$  είναι:

$$B_\delta = \frac{\Phi}{S_\delta} = \frac{55 \cdot 10^{-5}}{4,5 \cdot 10^{-4}} = 1,21 \text{ Wb/m}^2$$

$$\underline{B_\delta = 1,21 \text{ Wb/m}^2}$$

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ

### ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΕΠΑΓΩΓΗ

Στο κεφάλαιο αυτό εξετάζομε τα φαινόμενα που παρουσιάζονται σε αγωγούς και σε κλειστά κυκλώματα, όταν μεταβάλλεται η μαγνητική ροή, που τα διαπερνά. Τα φαινόμενα αυτά ονομάζονται γενικά φαινόμενα ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής ή, απλά, **ηλεκτρομαγνητική επαγωγή**.

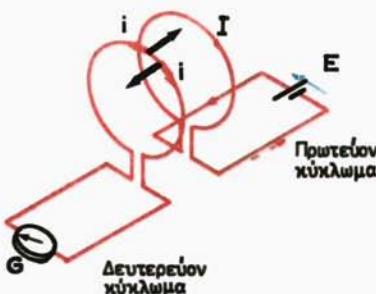
Την ηλεκτρομαγνητική επαγωγή, ανακάλυψε και διατύπωσε μαθηματικά ο Αγγλος ερευνητής *M. Faraday* το 1831. Ο *Faraday* θεωρείται ο πατέρας της σύγχρονης ενεργειακής τεχνικής, γιατί από αυτόν ανακαλύφθηκαν και εφαρμόσθηκαν για πρώτη φορά όλες οι βασικές αρχές, πάνω στις οποίες στηρίζεται η τεχνική αυτή.

#### 10.1 Βασικά πειράματα ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής – Επαγωγικό ρεύμα.

Για την κατανόηση του φαινομένου της επαγωγής, εκτελούμε τα εξής τέσσερα απλά πειράματα:

##### Πείραμα 1.

Σχηματίζομε δύο κλειστά κυκλώματα από σύρμα, όπως φαίνεται στο σχήμα 10.1a. Στο ένα κύκλωμα, που ονομάζομε **πρωτεύον**, τοποθετούμε μία πηγή συνεχούς ρεύματος  $E$ . Στο δεύτερο κύκλωμα, που ονομάζομε **δευτερεύον**, συνδέομε ένα γαλβανόμετρο  $G$ . Το γαλβανόμετρο είναι ένα πολύ ευαίσθητο όργανο, με το οποίο μπορούμε να ελέγχουμε το μέγεθος και τη φορά πολύ μικρών ρευμάτων. Τα δύο αυτά κυκλώματα μπορούμε να θεωρήσουμε ότι είναι πηνία (ή τυλίγματα) με μία μόνο σπείρα (στροφή).



Σχ. 10.1a.

Όταν τα δύο κυκλώματα είναι ακίνητα, παρατηρούμε ότι στο πρωτεύον ρέει ορισμένο ρεύμα I, ενώ στο δευτερεύον δεν ρέει, εφ' όσον στο κύκλωμα αυτό δεν υπάρχει πηγή ρεύματος.

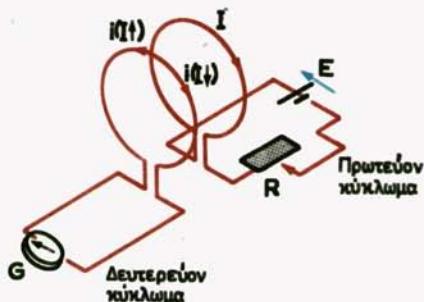
Αν πλησιάσουμε γρήγορα το πρωτεύον στο δευτερεύον κύκλωμα ή αντιστροφα το δευτερεύον στο πρωτεύον ή και τα δύο ταυτόχρονα, θα παρατηρήσουμε ότι ο δείκτης του γαλβανομέτρου αποκλίνει. Αυτό δείχνει ότι από το δευτερεύον περνά ρεύμα i. Η ροή του ρεύματος i διαρκεί, όσο διαρκεί η κίνηση του ενός ή των δύο κυκλωμάτων και σταματά μόλις αυτή σταματήσει.

Αν τώρα απομακρύνουμε το πρωτεύον από το δευτερεύον ή αντιστροφα ή και τα δύο ταυτόχρονα, θα παρατηρήσουμε πάλι ότι ρέει ορισμένο ρεύμα i από το δευτερεύον, αλλά με αντίθετη φορά από προηγουμένως. Ενώ όταν πλησιάσαμε τα κυκλώματα, το ρεύμα i είχε αντίθετη φορά από το ρεύμα I του πρωτεύοντος, τώρα, που τα απομακρύνουμε, το ρεύμα i έχει την ίδια φορά με το I.

Ακόμα, παρατηρούμε ότι η ένταση του ρεύματος i είναι τόσο μεγαλύτερη, όσο μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα, με την οποία κινούμε (πλησιάζομε ή απομακρύνουμε) τα κυκλώματα.

## Πείραμα 2.

Σχηματίζουμε πάλι δύο κλειστά κυκλώματα, όπως στο πρώτο πείραμα, αλλά τοποθετούμε στο πρωτεύον επί πλέον ένα μεταβλητό αντιστάτη, ώστε να μπορούμε να μεταβάλλομε το ρεύμα I του κυκλώματος αυτού. Τα δύο κυκλώματα κρατούμε ακίνητα σε μικρή απόσταση μεταξύ τους (σχ. 10.1β).



Σχ. 10.1β.

Παρατηρούμε ότι, εφ' όσον το ρεύμα I στο πρωτεύον είναι σταθερό, στο δευτερεύον δεν ρέει ρεύμα. Αν όμως μεταβάλλομε απότομα το ρεύμα I με το μεταβλητό αντιστάτη, παρατηρούμε ότι στο δευτερεύον εμφανίζεται ρεύμα i. Αυξάνοντας το ρεύμα I, παρατηρούμε ότι το i έχει αντίθετη φορά από το I. Αντίθετα αν ελαττώσομε το I, το i θα έχει την ίδια φορά. Η ροή του ρεύματος i διαρκεί όσο διαρκεί η μεταβολή του ρεύματος I.

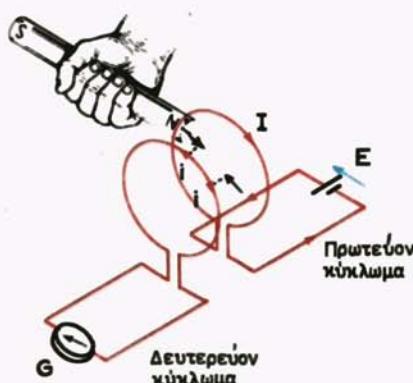
Η ένταση του ρεύματος i στο δευτερεύον είναι τόσο μεγαλύτερη όσο ταχύτερα μεταβάλλομε την αντίσταση R του αντιστάτη στο πρωτεύον.

### Πείραμα 3.

Τα δύο κυκλώματα του πρώτου πειράματος κρατούμε ακίνητα σε μικρή απόσταση μεταξύ τους, κινούμε όμως ένα μόνιμο μαγνήτη στο ενδιάμεσο διάστημα (σχ. 10.1γ).

Παρατηρούμε ότι όσο διαρκεί η κίνηση του μαγνήτη, εμφανίζεται στο δευτερεύον ρεύμα i. Η φορά του είναι αντίθετη προς τη φορά του I, όταν πλησιάζουμε το μαγνήτη στα κυκλώματα, ενώ θα είναι ίδια, όταν τον απομακρύνουμε.

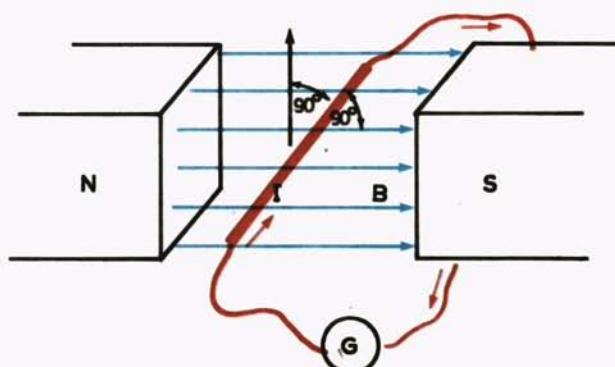
Η ένταση του ρεύματος i στο δευτερεύον είναι τόσο μαγαλύτερη, όσο ταχύτερα κινούμε το μαγνήτη.



Σχ. 10.1γ.

### Πείραμα 4.

Παίρνομε ένα ευθύγραμμο αγωγό και τον τοποθετούμε κάθετα προς τις μαγνητικές γραμμές ενός πεδίου, που σχηματίζεται μεταξύ των πόλων N και S δύο μονίμων μαγνητών ή ενός πεταλοειδούς μαγνήτη, όπως φαίνεται στο σχήμα 10.1δ. Τον αγωγό συνδέομε με ένα γαλβανόμετρο, που βρίσκεται έξω από το πεδίο.



Σχ. 10.1δ.

Όσο ο αγωγός είναι ακίνητος, δεν παρατηρούμε ροή ρεύματος στο γαλβανόμετρο. Αν όμως τον κινήσουμε γρήγορα, σε διεύθυνση κάθετη προς τις μαγνητικές γραμμές, παρατηρούμε ότι ρέει ρεύμα i από αυτόν. Η ροή ρεύματος διαρκεί όσο διαρκεί η κίνηση του αγωγού, ενώ η ένταση του ρεύματος είναι τόσο μεγαλύτερη, όσο ταχύτερα κινούμε τον αγωγό.

Στο πείραμα αυτό παίρνομε τα ίδια αποτελέσματα, αν μετακινήσουμε αντί τον αγωγό τους πόλους N και S, δηλαδή το μαγνητικό πεδίο, μέσα στο οποίο βρίσκεται ο αγωγός.

Το φαινόμενο της εμφανίσεως ρεύματος στο δευτερεύον κύκλωμα και στον αγωγό ονομάζεται **ηλεκτρομαγνητική επαγωγή** ή απλά, **επαγωγή**, ενώ το ρεύμα, που οφείλεται σε επαγωγή, ονομάζεται **επαγωγικό ρεύμα**.

Από τις τέσσερις περιπτώσεις που περιγράψαμε, σχηματίζεται η εντύπωση ότι επαγωγικό ρεύμα εμφανίζεται κάθε φορά, κατά τη διάρκεια της μεταβολής ενός διαφορετικού μεγέθους: είτε της αποστάσεως μεταξύ των κυκλωμάτων, είτε της εντάσεως του ρεύματος I στο πρωτεύον, είτε της αποστάσεως του μόνιμου μαγνήτη από τα δύο κυκλώματα, είτε της θέσεως του αγωγού μέσα στο μόνιμο μαγνητικό πεδίο. Στην πραγματικότητα όμως πρόκειται για τη μεταβολή ενός μόνο μεγέθους: της **μαγνητικής ροής**, που διαπερνά το κύκλωμα, στο οποίο εμφανίζεται το επαγωγικό ρεύμα.

Στο πρώτο πείραμα, το δευτερεύον κύκλωμα βρίσκεται στο μόνιμο μαγνητικό πεδίο του πρωτεύοντος, που δημιουργείται από το ρεύμα I, και ορισμένες μαγνητικές γραμμές του πεδίου αυτού, δηλαδή, ορισμένη μαγνητική ροή το διαπερνά. Όταν πλησιάσουμε ή απομακρύνουμε τα κυκλώματα, αυξάνεται ή ελαττώνεται η μαγνητική ροή αυτή. Όπως ξέρομε, οι μαγνητικές γραμμές του πρωτεύοντος είναι πυκνότερες κοντά στον αγωγό (όπου η επαγωγή  $\vec{B}$  και η ένταση του πεδίου  $\vec{H}$  είναι μεγαλύτερες). Οι γραμμές καθίστανται αραιότερες, όσο απομακρυνόμαστε από τον αγωγό (οπότε η  $\vec{B}$  και η  $\vec{H}$  μειώνονται).

Στο δεύτερο πείραμα, η ένταση του πεδίου  $\vec{H}$  του πρωτεύοντος μεταβάλλεται, όταν μεταβάλλεται το ρεύμα I. Έτσι, μεταβάλλεται η μαγνητική επαγωγή  $\vec{B}$  και η μαγνητική ροή, που διαπερνά το δευτερεύον.

Στο τρίτο πείραμα, το δευτερεύον βρίσκεται μέσα στο μόνιμο μαγνητικό πεδίο του πρωτεύοντος, οπότε το διαπερνά ορισμένη ροή. Η ροή αυτή μεταβάλλεται, όταν πλησιάζουμε ή απομακρύνουμε το μόνιμο μαγνήτη, γιατί το πεδίο του μαγνήτη προστίθεται στο πεδίο του πρωτεύοντος. Το ολικό πεδίο έχει διαφορετική ένταση και επαγωγή, ανάλογα με τη θέση του μόνιμου μαγνήτη.

Στο τελευταίο τέλος πείραμα, είναι φανερή η μεταβολή της μαγνητικής ροής, που διαπερνά το κύκλωμα του αγωγού, όταν ο αγωγός κινείται. Το κύκλωμα αυτό σχηματίζεται από τον ευθύγραμμο αγωγό, μέσα στο πεδίο και τους εξωτερικούς αγωγούς, που τον συνδέουν με το γαλβανόμετρο.

Από όλα τα πειράματα, γίνεται φανερό ότι επαγωγικό ρεύμα δημιουργείται, όταν η μαγνητική ροή, που διαπερνά ένα κύκλωμα, **μεταβάλλεται** με οποιοδή ποτε τρόπο.

## 10.2 Ο νόμος της επαγωγής.

Στα προηγούμενα πειράματα, διαπιστώσαμε ότι η ένταση του επαγωγικού ρεύματος είναι ανάλογη της **ταχύτητας**, με την οποία μεταβάλλεται σε κάθε περίπτωση ορισμένο μέγεθος, π.χ. η απόσταση μεταξύ των κυκλωμάτων, η ένταση του ρεύματος στο πρωτεύον, κ.ο.κ. Εφ' όσον το μεταβαλλόμενο μέγεθος προκαλεί όπως είδαμε, μεταβολή της μαγνητικής ροής στο κύκλωμα που επάγεται το ρεύμα, γίνεται φανερό ότι η ένταση του επαγωγικού ρεύματος είναι ανάλογη της ταχύτητας, με την οποία μεταβάλλεται η μαγνητική ροή στο κύκλωμα αυτό.

Αν η μαγνητική ροή μεταβάλλεται **ομοιόμορφα** σε ορισμένο χρονικό διάστημα  $t$  από την τιμή  $\Phi_1$  στην τιμή  $\Phi_2$ , η ταχύτητα μεταβολής της είναι σταθερή και δίνεται από το πηλίκο:

$$v_\phi = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t} = \frac{\Phi}{t} \quad (1)$$

όπου  $\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ . Στην περίπτωση αυτή η ένταση του επαγωγικού ρεύματος  $I$  είναι σταθερή σε όλο το διάστημα και ανάλογη του πηλίκου  $\Phi/t$ :

$$I \sim \frac{\Phi}{t} \quad (2)$$

Αν τώρα η μεταβολή της μαγνητικής ροής δεν είναι ομοιόμορφη, η ταχύτητα μεταβολής της δεν είναι σταθερή χρονικά. Στη γενική αυτή περίπτωση, μπορούμε να ορίσουμε μόνο τη **στιγμαία ταχύτητα μεταβολής της μαγνητικής ροής**  $v_\phi$ , κάποια χρονική στιγμή  $t$ . Η  $v_\phi$  δίνεται από το πηλίκο:

$$v_\phi = \frac{d\Phi}{dt} \quad (3)$$

όπου  $d\Phi$  η μεταβολή της μαγνητικής ροής σε ένα πολύ μικρό διάστημα  $dt$ , που έχει αρχή τη χρονική στιγμή  $t$ . Στο στοιχειώδες αυτό διάστημα, θεωρούμε ότι η ροή μεταβάλλεται ομοιόμορφα, δηλαδή ότι η ταχύτητα μεταβολής της είναι σταθερή. Έτσι, μπορούμε να εφαρμόσουμε τον τύπο (1).

Η ένταση του ρεύματος επαγωγής μεταβάλλεται τώρα κάθε χρονική στιγμή και η **στιγμαία ένταση του  $i$**  είναι ανάλογη της στιγμαίας ταχύτητας μεταβολής της ροής  $v_\phi$ :

$$i \sim \frac{d\Phi}{dt} \quad (4)$$

Για να προσδιορίσουμε το συντελεστή αναλογίας μεταξύ ρεύματος  $i$  και πηλίκου  $d\Phi/dt$ , κατασκευάζουμε σε κάθε πείραμα (1 ως 3 της προηγούμενης παραγράφου) αρκετά όμοια στις διαστάσεις τους δευτερεύοντα κυκλώματα, αλλά από διαφορετικό υλικό, π.χ. από σίδηρο, χαλκό, αλουμίνιο κλπ., ώστε κάθε τέτοιο κύκλωμα να παρουσιάζει και διαφορετική ωμική αντίσταση  $R$ .

Αν επαναλάβουμε κάθε πείραμα με διαφορετικό δευτερεύοντα κύκλωμα, παρατηρούμε ότι κάθε φορά, με την ίδια ακριβώς διαδικασία, εμφανίζεται διαφορετικό επαγωγικό ρεύμα  $i$ , ανάλογα με την αντίσταση του κυκλώματος. Όσο μεγαλύτερη είναι η αντίσταση, τόσο μικρότερο είναι το επαγωγικό ρεύμα. Σε όλες όμως τις περιπτώσεις, το γινόμενο  $iR$  του ρεύματος επί την αντίσταση παραμένει σταθερό. Μπορούμε επομένως να γράψουμε:

$$iR = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (5)$$

Το αρνητικό σημείο στον τύπο (5) έχει σχέση με τη φορά του επαγωγικού ρεύματος. Τη σημασία του θα εξηγήσουμε στην παράγραφο 10.4.

Αν το δευτερεύον κύκλωμα δεν έχει μία μόνο, αλλά η σπείρες, δημιουργείται σε κάθε σπείρα ρεύμα  $i$ . Επειδή, στην περίπτωση αυτή, η ολική αντίσταση του κυκλώματος  $R_{ολ}$  είναι η φορές μεγαλύτερη από την  $R$ :

$$R_{ολ} = nR \quad (6)$$

θα πρέπει να ισχύει:

$$iR_{ολ} = inR = - n \frac{d\Phi}{dt} \quad (7)$$

Η σχέση (7), που επαληθεύεται πειραματικά, εκφράζει το νόμο της επαγωγής, που διατύπωσε το 1831 ο *M. Faraday*, ερμηνεύοντας πλήρως το φαινόμενο της επαγωγής.

### *Αριθμητικό παράδειγμα.*

Ένας αγωγός με αντίσταση  $0,2 \Omega$  σχηματίζει ένα κλειστό κυκλικό κύκλωμα με διáμετρο  $5 \text{ cm}$ , που διαρρέεται κάθετα από τις μαγνητικές γραμμές πεδίου με μαγνητική επαγωγή  $B_1 = 1 \text{ Vs/m}^2$ .

Να υπολογισθεί το ρεύμα  $I$ , που εμφανίζεται στον αγωγό, όταν διακόπτεται το πεδίο και η επαγωγή  $B_1$  μεταβάλλεται ομοιόμορφα από την τιμή  $1 \text{ Vs/m}^2$  στην τιμή  $B_2 = 0$  μέσα σε διάστημα  $0,05 \text{ s}$ .

### *Λύση.*

Εφαρμόζουμε τον τύπο (7):

$$iR_{o\lambda} = -n \frac{d\Phi}{dt}$$

Επειδή η  $B_1$ , και επομένως η  $\Phi_1$ , μεταβάλλεται ομοιόμορφα, έχουμε:

$$IR_{o\lambda} = -n \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t} = -n \frac{0 - \Phi_1}{t} = n \frac{\Phi_1}{t}$$

και με  $\Phi_1 = B_1 \cdot S$

$$IR_{o\lambda} = nS \frac{B_1}{t}$$

Άρα:  $I = \frac{nSB_1}{R_{o\lambda} t} = \frac{1 \cdot 2\pi \cdot 5^2 \cdot 10^{-4} \cdot 1}{0,2 \cdot 0,05} = 1,57 \text{ A}$

$I = 1,57 \text{ A}$

### 10.3 Ηλεκτρεγερτική δύναμη εξ επαγωγής.

Αν συγκρίνουμε τη σχέση (7) της παραγράφου 10.2 με το νόμο του Ohm σε ένα απλό κύκλωμα με ολική αντίσταση  $R_{o\lambda}$ , μέσα από την οποία ρέει ρεύμα  $I$ , από μία πηγή ηλεκτρεγερτικής δυνάμεως  $E$ :

$$E = IR_{o\lambda} \quad (1)$$

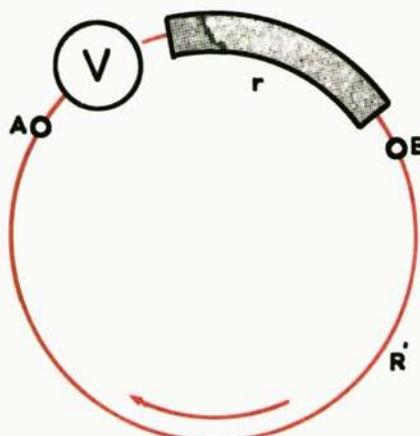
βλέπουμε ότι το πηλίκο  $nd\Phi/dt$  μπορεί να θεωρηθεί ως η ηλεκτρεγερτική δύναμη (ΗΕΔ) $e$ , που δημιουργεί το ρεύμα  $i$  (χρησιμοποιούμε εδώ το μικρό γράμμα  $e$ , για να δηλώσουμε ότι πρόκειται για στιγματιά ΗΕΔ, δηλαδή ΗΕΔ που μεταβάλλεται χρονικά). Την ΗΕΔ αυτή ονομάζουμε **ηλεκτρεγερτική εξ επαγωγής**:

$$e = -n \frac{d\Phi}{dt}$$

(2)

Η σχέση (2) εκφράζει επίσης το **νόμο της επαγωγής** του Faraday. Την  $e$  μπορούμε να μετρήσουμε στα άκρα A - B του δευτερεύοντος κυκλώματος (σχ. 10.3), με ένα βολτόμετρο, που έχει πολύ μεγάλη αντίσταση  $r$  συγκριτικά με την αντίσταση  $R'$  του κυκλώματος αυτού. Έτσι:

$$e = iR_{o\lambda} = ir + R' \approx ir = -n \frac{d\Phi}{dt}$$



Σχ. 10.3.

Η ε μετριέται σε βόλτ, ώστε από τη σχέση (2) προκύπτει η μονάδα της μαγνητικής ροής  $1 \text{ Vs} = 1 \text{ Weber}$ , που είχαμε γνωρίσει στην παράγραφο 8.2, χωρίς να δώσουμε τον τύπο, από τον οποίο προέρχεται:

$$[\Phi] = [e] [t] = \text{Vs}$$

Ο νόμος της επαγωγής με τη μορφή (2) μας εξυπηρετεί πολύ, γιατί μπορούμε να μεταχειρισθούμε την ε στα διάφορα κυκλώματα, όπου εμφανίζονται φαινόμενα επαγωγής, όπως μία κοινή ΗΕΔ. Ετσι, μπορούμε να εφαρμόσουμε ανάλογα τους γνωστούς κανόνες αναλύσεως κυκλωμάτων, όπως το νόμο του Ohm, τους κανόνες του Kirchhoff κλπ. Όμως δεν πρέπει να ξεχνάμε ότι η σχέση μεταξύ της ΗΕΔ μας πηγής ηλεκτρικού ρεύματος και της ΗΕΔ εξ επαγωγής είναι καθαρά *ποικιλή*. Δεν μπορούμε εξ άλλου να ορίσουμε συγκεκριμένα πού δημιουργείται η ΗΕΔ εξ επαγωγής. Μπορεί κανείς να θεωρήσει ότι δημιουργείται σε ολόκληρο το κύκλωμα, ή και σε ένα μόνο σημείο του.

### Αριθμητικό παράδειγμα.

Ένα πηνίο με 20 σπείρες και  $50 \text{ cm}^2$  διατομή βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο, με μαγνητική επαγωγή  $B_1 = 120 \cdot 10^{-4} \text{ Vs/m}^2$ . Οι μαγνητικές γραμμές του πεδίου διαπερνούν κάθετα τη διατομή του πηνίου. Να υπολογισθεί η ηλεκτρεγερτική δύναμη εξ επαγωγής, που εμφανίζεται στα άκρα του πηνίου, ύστερα από διακοπή του πεδίου, όταν η  $B_1$  μεταβάλλεται ομοιόμορφα από την τιμή που δώσαμε στην τιμή  $B_2 = 0$ , μέσα σε διάστημα  $t = 0,1 \text{ s}$ .

### Αύση.

Από τον τύπο (2) έχουμε:

$$e = -n \frac{d\Phi}{dt}$$

και επειδή η  $B_1$ , άρα και η  $\Phi_1$  μεταβάλλεται ομοιόμορφα:

$$E = -n \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t} = -n \frac{0 - \Phi_1}{t} = n \frac{\Phi_1}{t}$$

Με  $\Phi_1 = B_1 \cdot S$ , παίρνομε:

$$E = nS \frac{B_1}{t}$$

Άρα:  $E = 20 \cdot 50 \cdot 10^{-4} \frac{120 \cdot 10^{-4}}{0,1} = 0,012 \text{ V}$

$E = 0,012 \text{ V}$

### 10.4 Φορά του επαγωγικού ρεύματος — Ο νόμος του Lenz.

Στα πειράματα 1 ως 3, που περιγράψαμε στην παράγραφο 10.1, ορίσαμε τη φορά του επαγωγικού ρεύματος στο δευτερεύον κύκλωμα, σε σχέση με τη φορά του ρεύματος I στο πρωτεύον. Είδαμε ότι τα ρεύματα άλλοτε έχουν την ίδια φορά και άλλοτε είναι αντίθετα.

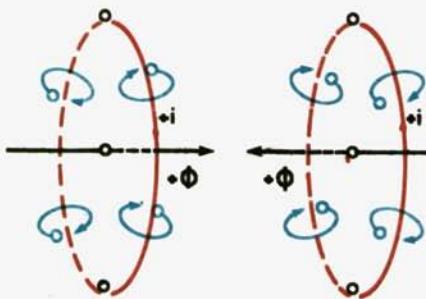
Αν εξετάσουμε τη **μαγνητική ροή**, που διαπερνά τα δευτερεύοντα κυκλώματα, θα διαπιστώσουμε ότι σε όλα τα πειράματα, τα δύο ρεύματα έχουν την ίδια φορά, όταν η ροή στο δευτερεύον ελαττώνεται. Τότε, το πηλίκο  $d\Phi/dt$  είναι αρνητικό. Αντίθετη φορά έχουν, όταν η ροή στο δευτερεύον αυξάνεται. Τότε, το πηλίκο  $d\Phi/dt$  είναι θετικό.

Όταν τα δύο ρεύματα, στο πρωτεύον και δευτερεύον, έχουν την ίδια φορά, σημαίνει ότι οι μαγνητικές ροές, που δημιουργούν, έχουν την ίδια φορά, σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλία. Επομένως προστίθενται.

Όταν τα ρεύματα έχουν αντίθετη φορά, οι μαγνητικές τους ροές είναι αντίθετες. Επομένως αφαιρούνται (σχ. 10.4).

Συνδυάζοντας τις πιο πάνω παρατηρήσεις, εξάγομε τα εξής συμπεράσματα:

— Αύξηση της μαγνητικής ροής  $\Phi$ , που διαπερνά το δευτερεύον κύκλωμα (δηλαδή θετικό  $d\Phi/dt$ ), δημιουργεί επαγωγικό ρεύμα i, με αντίθετη φορά ως προς το ρεύμα I του πρωτεύοντος κυκλώματος. Το επαγωγικό ρεύμα προκαλεί μαγνητική ροή, η οποία είναι αντίθετη προς την αυξανόμενη μαγνητική ροή  $\Phi$ . Έτσι, την ελαττώνει. Το αρνητικό σημείο στον τύπο (5) της παραγράφου



Σχ. 10.4.

10.2 εκφράζει την αντίθετη φορά του επαγωγικού ρεύματος i ως προς το ρεύμα I, που δημιουργεί την αυξανόμενη μαγνητική ροή  $\Phi$ .

— Μείωση της μαγνητικής ροής που διαπερνά το δευτερεύον κύκλωμα (δηλαδή αρνητικό  $d\Phi/dt$ ), δημιουργεί επαγωγικό ρεύμα i με φορά ίδια με τη φορά του ρεύματος I του πρωτεύοντος κυκλώματος. Το επαγωγικό ρεύμα προκαλεί μαγνητική ροή, η οποία έχει την ίδια φορά με την ελαττούμενη μαγνητική ροή. Έτσι, την αυξάνει. Το αρνητικό σημείο στον τύπο (5) της παραγράφου 10.2, μαζί με το αρνητικό σημείο του πηλίκου  $d\Phi/dt$ , δίνει θετικό σημείο. Αυτό εκφράζει ότι το επαγωγικό ρεύμα έχει την ίδια φορά με το ρεύμα I, που δημιουργεί την ελαττούμενη μαγνητική ροή.

Τη φορά του επαγωγικού ρεύματος μπορούμε να ερμηνεύσουμε ως εξής:

Κάθε κύκλωμα προσπαθεί να διατηρήσει σταθερή τη μαγνητική ροή, που το διαπερνά. Έτσι, αντιδρά σε κάθε μεταβολή της, δημιουργώντας ένα επαγωγικό ρεύμα. Αυτό προκαλεί μαγνητική ροή, με τέτοια φορά, ώστε να αντισταθμίζεται κατά το δυνατό η μεταβολή της μαγνητικής ροής. Το φαινόμενο αυτό είναι εντελώς ανάλογο με το φαινόμενο της αδράνειας στη μηχανική: Κάθε σώμα προσπαθεί να διατηρήσει την ταχύτητα που έχει, αντιδρώντας σε μία εξωτερική δύναμη, που προκαλεί μεταβολή της (επιτάχυνση ή επιβράδυνση). Έτσι, αναπτύσσει μία δύναμη αδράνειας, αντίθετη προς την εξωτερική δύναμη.

Το φαινόμενο της φοράς του ρεύματος ερμήνευσε το 1834 ο Lenz με ένα άλλο τρόπο: 'Όπως θα γνωρίσουμε πιο κάτω, σε κάθε αγωγό, διαρρεόμενο από ρεύμα μέσα σε μαγνητικό πεδίο, ασκείται ορισμένη δύναμη από το πεδίο. Ειδαμε, εξ άλλου, ότι σε ένα κινούμενο αγωγό, μέσα σε μαγνητικό πεδίο, αναπτύσσεται επαγωγικό ρεύμα i. Ο Lenz απέδειξε ότι η δύναμη, που ασκείται επάνω στον αγωγό, εξ αιτίας της ροής του επαγωγικού ρεύματος i μέσα στο μαγνητικό πεδίο, έχει αντίθετη φορά από τη δύναμη, που κινεί τον αγωγό μέσα στο πεδίο. Η διαπίστωση αυτή συνοψίζεται στον εξής γενικό κανόνα του Lenz, που εκφράζει επίσης όσα είπαμε προηγουμένως, για τη φορά του επαγωγικού ρεύματος: «**Το επαγωγικό ρεύμα έχει τέτοια φορά, ώστε με το μαγνητικό πεδίο, που δημιουργεί, να εναντιώνεται στην αιτία που το προκαλεί.**

## 10.5 Αυτεπαγωγή – Συντελεστής αυτεπαγωγής.

### a) Ορισμός της αυτεπαγωγής και του συντελεστή αυτεπαγωγής.

Όταν σε ένα κύκλωμα μεταβάλλεται η ένταση του ρεύματος, μεταβάλλεται και η μαγνητική ροή, που δημιουργεί το ρεύμα αυτό. Η μεταβαλλόμενη ροή διαπερνά τις σπείρες του κυκλώματος. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα τη δημιουργία, στο ίδιο το κύκλωμα, ηλεκτρεγερτικής δυνάμεως εξ επαγωγής, σύμφωνα με το νόμο της επαγωγής που γνωρίσαμε. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται **αυτεπαγωγή**. Η ΗΕΔ επίσης ονομάζεται **ηλεκτρεγερτική δύναμη εξ αυτεπαγωγής**, επειδή οφείλεται στη μεταβολή του ίδιου του μαγνητικού πεδίου του κυκλώματος.

Αν  $\Phi$  είναι η μαγνητική ροή, που δημιουργείται σε ένα κύκλωμα (πηνίο) με η σπείρες, όταν περνά ρεύμα  $I$ , η ολική μαγνητική ροή, που διαπερνά τις σπείρες του κυκλώματος, είναι  $n\Phi$ . Η ροή αυτή ονομάζεται **ροή αλληλενδέσεως**, για να διακρίνεται από τη ροή  $\Phi$ .

Όταν η μαγνητική ροή, που δημιουργεί το ρεύμα  $I$ , περνά αποκλειστικά ή κατά το μεγαλύτερο μέρος της μέσα από τον αέρα ή μέσα από υλικό με σταθερή μαγνητική διαπερατότητα (μιανεξάρτητο από τη ροή  $\Phi$ ), η ροή αλληλενδέσεως είναι ανάλογη του ρεύματος  $I$ :

$$n\Phi = LI \quad (1)$$

Ο συντελεστής αναλογίας  $L$  ονομάζεται **συντελεστής αυτεπαγωγής**, ή, απλά, **αυτεπαγωγή** του κυκλώματος.

Η αυτεπαγωγή  $L$  είναι μία σταθερή του κυκλώματος και εξαρτάται από τις γεωμετρικές διαστάσεις και τη μαγνητική διαπερατότητα του υλικού, μέσα από το οποίο περνά η μαγνητική ροή. Από τον τύπο (1) προκύπτει η αυτεπαγωγή ως το πηλίκο της ροής αλληλενδέσεως διά του ρεύματος:

$$L = \frac{n\Phi}{I} \quad (2)$$

Ο τύπος (2) δίνει τη μονάδα της αυτεπαγωγής, που ονομάζεται **henry** και συμβολίζεται με το κεφαλαίο γράμμα **H**:

$$[L] = \frac{[\Phi]}{[I]} = \frac{Vs}{A} = \Omega s = H(\text{henry})$$

Από την (1) παίρνομε:

$$\Phi = \frac{LI}{n} \quad (4)$$

Αντικαθιστώντας την (1) στη σχέση (2) της παραγράφου 10.3, προκύπτει:

$$\boxed{e = -n \frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{di}{dt}} \quad (5)$$

Η σχέση (5) μας δίνει την ΗΕΔ εξ αυτεπαγωγής, που εμφανίζεται σε ένα κύκλωμα με αυτεπαγωγή  $L$ , όταν μεταβάλλεται το ρεύμα  $i$  που διαρρέει το κύκλωμα αυτό.

### β) Υπολογισμός της αυτεπαγωγής $L$ κυκλωμάτων.

Σε κυκλώματα, που έχουν σταθερή μαγνητική αντίσταση  $R_m$  ( $R_m$  ανεξάρτητη της ροής  $\Phi$ ), υπολογίζεται η αυτεπαγωγή από τον τύπο (2), ύστερα από αντικατάσταση της μαγνητικής ροής  $\Phi$ , όπως αυτή δίνεται από τους τύπους (15) και (15a) της παραγράφου 8.2:

$$\Phi = \frac{nI}{R_m} \quad (6)$$

$$\text{Άρα: } L = \frac{n\Phi}{I} = \frac{n^2}{R_m} \quad (7)$$

Σε ένα πηνίο με μεγάλο μήκος, συγκριτικά με τη διατομή του, δίνεται η μαγνητική αντίσταση  $R_m$  από τον τύπο:

$$R_m = \frac{l}{\mu S} \quad (8)$$

όπου  $l$  το μήκος του πηνίου,  $S$  η διατομή του και  $\mu$  η μαγνητική διαπερατότητα του υλικού στο εσωτερικό του πηνίου. (Η αντίσταση της μαγνητικής ροής στο εξωτερικό του πηνίου είναι πολύ μικρή ώστε δεν λαμβάνεται υπ' όψη. Και αυτό, επειδή η διατομή  $S'$ , μέσα από την οποία περνά αυτή η ροή είναι πολύ μεγάλη, συγκριτικά με τη διατομή  $S$ .

Αντικαθιστώντας στον τύπο (7) τη μαγνητική αντίσταση  $R_m$  του τύπου (8), παίρνομε για την αυτεπαγωγή  $L$  του μακρόστενου πηνίου:

$$L = \frac{\mu n^2 S}{l} \quad (9)$$

### Αριθμητικό παράδειγμα.

Να υπολογισθεί η αυτεπαγωγή  $L$  ενός μακρόστενου πηνίου με αέρα στο εσωτερικό του: μήκος  $l = 18 \text{ cm}$ , ακτίνα  $r = 6 \text{ cm}$  και αριθμός σπειρών  $n = 1000$ .

Ιτοια ΗΕΔ εμφανίζεται στα άκρα του πηνίου αυτού, όταν διακόπτεται το ρεύ-

μα  $i_1 = 5 \text{ A}$ , που περνά από το πηνίο, με αποτέλεσμα να φθάσει το ρεύμα αυτό την τιμή  $i_2 = 0$ , μέσα στο χρονικό διάστημα  $t = 10^{-3} \text{ s}$ , με ομοιόμορφη μεταβολή;

### Λύση.

Για τον αέρα στο εσωτερικό του πηνίου έχομε  $\mu_r \approx 1$

$$\text{Άρα: } \mu = \mu_r \mu_0 \approx \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-4} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

Από τον τύπο (9) προκύπτει για την αυτεπαγωγή:

$$L = \frac{\mu n^2 S}{l} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1000^3 \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 10^{-4}}{18 \cdot 10^{-2}} = 0,08 \text{ H}$$

Η επαγόμενη ΗΕΔ δίνεται από τον τύπο (5) με:

$$\frac{di}{dt} = \frac{I_2 - I_1}{t} = \frac{0 - I_1}{t} = - \frac{I_1}{t} \text{ επειδή έχομε ομοιόμορφη μεταβολή του ρεύματος}$$

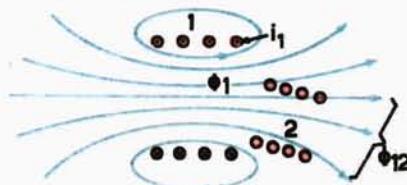
$$e = - L \frac{di}{dt} = L \frac{I_1}{t} = 0,08 \cdot \frac{5}{10^{-3}} = 400 \text{ V}$$

$$\underline{L = 0,08 \text{ H}}, \quad \underline{e = 400 \text{ V}}$$

### 10.6 Αμοιβαία επαγωγή — Συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής.

Όταν σε ένα κύκλωμα 1 μεταβάλλεται το ρεύμα, δημιουργείται σε ένα γειτονικό κύκλωμα 2 ηλεκτρεγερτική δύναμη εξ επαγωγής. Αντίστροφα, όταν στο κύκλωμα 2 μεταβάλλεται το ρεύμα, δημιουργείται στο 1 ΗΕΔ εξ επαγωγής. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται **αμοιβαία επαγωγή** ή **αλληλεπαγωγή** και η ΗΕΔ που δημιουργείται σε κάθε κύκλωμα ηλεκτρεγερτική δύναμη εξ αμοιβαίας επαγωγής.

Για τη μελέτη της αμοιβαίας επαγωγής θεωρούμε ένα πηνίο 1 διαρρεόμενο από μεταβαλλόμενο ρεύμα  $i_1$ , ώστε να δημιουργείται μεταβαλλόμενη μαγνητική ροή  $\Phi_1$ , και ένα δεύτερο πηνίο 2, που βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο του 1 (σχ. 10.6).



Σχ. 10.6.

Συμβολίζομε με  $\Phi_{12}$  τη μαγνητική ροή του πηνίου 1, η οποία διαπερνά το 2. Αν το 2 έχει  $n_2$  σπείρες, η ροή αλληλενδέσεώς του είναι  $n_2\Phi_{12}$ . Εφ' όσον το μαγνητικό πεδίο του 1 αναπτύσσεται μέσα στον αέρα ή σε υλικό με σταθερή μαγνητική διαπερατότητα, η ροή αλληλενδέσεως  $n_2\Phi_{12}$  είναι ανάλογη του ρεύματος  $i_2$ , που διαρρέει το πηνίο 1 κάθε χρονική στιγμή:

$$n_2\Phi_{12} = M_{12}i_1 \quad (1)$$

Ο συντελεστής αναλογίας  $M_{12}$  ονομάζεται **συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής** μεταξύ των κυκλωμάτων 1 και 2 ή, απλά, αμοιβαία επαγωγή των κυκλωμάτων 1 και 2.

Αντίστροφα, άν το πηνίο 2 διαρρέεται από μεταβαλλόμενο ρεύμα  $I_2$  και  $\Phi_{21}$  είναι η μαγνητική του ροή, η οποία διαπερνά τις  $n_1$  σπείρες του πηνίου 1, ισχύει η σχέση:

$$n_1\Phi_{21} = M_{21}i_2 \quad (2)$$

Η ροή αλληλενδέσεως  $n_1\Phi_{21}$  του πηνίου 1 είναι ανάλογη με το ρεύμα  $I_2$  του πηνίου 2. Ο συντελεστής αναλογίας  $M_{21}$  είναι ο συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής μεταξύ των πηνίων 2 και 1 ή, απλά, η αμοιβαία επαγωγή των πηνίων 2 και 1.

Αποδεικνύεται τώρα ότι:

$$M_{12} = M_{21} = M \quad (3)$$

Άρα οι σχέσεις (1) και (2) γίνονται:

$$n_2\Phi_{12} = Mi_1 \quad (4)$$

και

$$n_1\Phi_{21} = Mi_2 \quad (5)$$

Από την (4) ή (5) προκύπτει για τη μονάδα της αμοιβαίας επαγωγής:

$$[M] = \frac{[\Phi]}{[i]} = \frac{Vs}{A} = \Omega s = H \quad (6)$$

Άρα η αμοιβαία επαγωγή μετριέται, όπως η αυτεπαγωγή, σε henry.

Από τους τύπους (4) και (5) προκύπτει:

$$\Phi_{12} = \frac{M}{n_2} i_1 \quad (7)$$

και

$$\Phi_{12} = \frac{M}{n_1} i_2 \quad (8)$$

Αν αντικαταστήσουμε τον τύπο (7) στον τύπο (2) της παραγράφου 10.3, παίρνομε την ΗΕΔ εξ αμοιβαίας επαγωγής στο πηνίο 2, όταν μεταβάλλεται το ρεύμα στο πηνίο 1:

$$e_2 = -n_2 \frac{d\Phi_{12}}{dt} = -M \frac{di_1}{dt} \quad (9)$$

Ανάλογα, προκύπτει από τους τύπους (8) και (21) της παραγράφου 10.3 η ΗΕΔ εξ αμοιβαίας επαγωγής στο πηνίο 1, όταν μεταβάλλεται το ρεύμα στο πηνίο 2:

$$e_1 = -n_1 \frac{d\Phi_{21}}{dt} = -M \frac{di_2}{dt} \quad (10)$$

Αν, ταυτόχρονα και στα δύο κυκλώματα 1 και 2, ρέουν μεταβαλλόμενα ρεύματα, δημιουργείται σε κάθε κύκλωμα ΗΕΔ εξ αυτεπαγωγής και ΗΕΔ εξ αμοιβαίας επαγωγής. Η συνολική ΗΕΔ προκύπτει από την άθροιση των δύο ΗΕΔ:

$$e_1 = -(L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}) \quad (11)$$

$$e_2 = -(L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}) \quad (12)$$

### **Αριθμητικό παράδειγμα.**

Ένα πηνίο 1 διαρρέεται από συνεχές ρεύμα  $I_1 = 2$  A. Τιμήμα της μαγνητικής ροής του πηνίου αυτού  $\Phi_{12} = 0,03$  Vs διαπερνά ένα δεύτερο πηνίο 2 με  $n_2 = 50$  σπειρες. Και τα δύο πηνία βρίσκονται μέσα σε αέρα.

Όταν το ρεύμα  $I_1$  διακόπτεται, φθάνει από την τιμή 2 A, με ομοιόμορφη μεταβολή, στην τιμή  $I_2 = 0$ , σε χρόνο 0,1 s.

Να υπολογισθούν:

- Η αμοιβαία επαγωγή των πηνίων 1 και 2.
- Η ΗΕΔ εξ αμοιβαίας επαγωγής, που εμφανίζεται στο πηνίο 2, μετά τη διακοπή του ρεύματος στο πηνίο 1.

### **Λύση.**

a) Από τον τύπο (4) έχομε:

$$M = \frac{n_2 \Phi_{12}}{I_1} = \frac{50 \cdot 0,03}{2} = 0,75 \text{ H}$$

β) Ο τύπος (9) δίνει με:  $\frac{di_1}{dt} = \frac{I_2 - I_1}{t} = -\frac{I_1}{t}$  λόγω της ομοιόμορφης  
μεταβολής του ρεύματος:

$$e_2 = -M \frac{di_1}{dt} = M \frac{I_1}{t} = 0,75 \frac{2}{0,1} = 15 \text{ V}$$

$$\underline{\underline{M = 0,75 \text{ H}}}, \quad \underline{\underline{e_2 = 15 \text{ V}}}$$

---

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΝΔΕΚΑΤΟ

### ΤΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΡΕΥΜΑ ΣΕ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

Το 1820 ο *Oersted* ανακάλυψε, όπως ήδη αναφέραμε, ότι ένας αγωγός, που διαρρέεται από ρεύμα, δημιουργεί γύρω του μαγνητικό πεδίο και ασκεί μηχανικές δυνάμεις επάνω σε μαγνητικές βελόνες. Την ίδια χρονιά, ο *Ampère* ανακάλυψε το αντίθετο φαινόμενο: ότι το μαγνητικό πεδίο ασκεί δύναμη επάνω σε ήιαρρεόμενο από ρεύμα αγωγό και όρισε τη διεύθυνσή και φορά της ασκούμενης δυνάμεως. Ανακάλυψε ακόμα ότι μεταξύ παραλλήλων ρευματοφόρων αγωγών ασκούνται ελκτικές ή απωστικές δυνάμεις, ανάλογα με τη φορά των ρευμάτων στους δύο αγωγούς.

Αργότερα, ο *Laplace*, στηριζόμενος σε πειράματα που είχαν εκτελέσει οι *Biot* και *Savart*, προσδιόρισε θεωρητικά τη δύναμη, που ασκείται από μαγνητικό πεδίο επάνω σε ευθύγραμμο αγωγό διαρρεόμενο από ρεύμα.

Στο κεφάλαιο αυτό εξετάζομε τη δύναμη που ασκείται από μαγνητικό πεδίο επάνω σε κινούμενο ηλεκτρικό φορτίο καθώς και σε ρευματοφόρο αγωγό, που βρίσκεται μέσα στο πεδίο. Εξετάζομε ακόμα τις δυνάμεις, που ασκούνται μεταξύ δύο παραλλήλων ρευματοφόρων αγωγών.

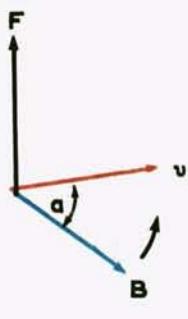
#### 11.1 Κίνηση φορτίου σε μαγνητικό πεδίο.

Σε ένα ηλεκτρικό φορτίο  $Q$ , που κινείται με ταχύτητα  $\vec{v}$  μέσα σε μαγνητικό πεδίο με επαγωγή  $\vec{B}$ , ασκείται ορισμένη δύναμη  $\vec{F}$ . Το μέτρο  $F$  της δυνάμεως  $\vec{F}$  αποδεικνύεται πειραματικά ότι είναι ανάλογο με το φορτίο  $Q$ , με το μέτρο  $B$  της μαγνητικής επαγωγής, με το μέτρο  $v$  της ταχύτητας και με το ημίτονο της γωνίας  $\alpha$ , που σχηματίζει η ταχύτητα  $\vec{v}$  με το μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}$  (σχ. 11.1a):

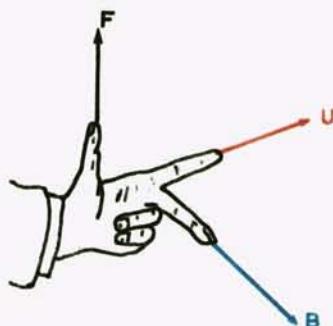
$$F = QBv \sin \alpha \quad (1)$$

Στον τύπο (1) η δύναμη  $F$  προκύπτει σε νιούτον ( $N$ ), όταν η  $B$  μετριέται σε  $Vs/m^2$  το φορτίο  $Q$  σε κουλόμπ (C) και η ταχύτητα  $v$  σε m/s.

Η δύναμη  $F$  έχει τιμή μηδέν για  $\eta\mu\alpha = 0$  ή  $\alpha = 0$ , όταν δηλαδή το φορτίο κινείται παράλληλα προς τις μαγνητικές γραμμές. Έχει τη μέγιστη τιμή της για  $\eta\mu\alpha = 1$  ή  $\alpha = 90^\circ$ , όταν το φορτίο κινείται κάθετα προς τις μαγνητικές γραμμές.



Σχ. 11.1α.



Σχ. 11.1β.

Η διεύθυνση της δυνάμεως  $\vec{F}$  είναι πάντοτε κάθετη προς τη διεύθυνση της  $\vec{B}$  και της  $\vec{u}$ , δηλαδή κάθετη στο επίπεδο που σχηματίζουν η  $B$  και η  $u$ . Η φορά της εξαρτάται από το είδος του φορτίου  $Q$  (θετικό ή αρνητικό φορτίο). Για αρνητικό φορτίο  $Q$ , προκύπτει η φορά της  $\vec{F}$ , σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλία: Αν τοποθετήσουμε τον κοχλία κάθετα προς το επίπεδο  $\vec{B} - \vec{u}$  και τον περιστρέψουμε στη φορά περιστροφής του διανύσματος  $\vec{B}$  προς το διάνυσμα  $\vec{u}$  από το συντομότερο διόδο, ο κοχλίας προχωρεί στη φορά της δυνάμεως  $\vec{F}$  (σχ. 11.1α).

Ενα αλλο τρόπο για τον προσδιορισμό της φοράς της δυνάμεως  $\vec{F}$  δίνει ο **κανόνας των αριστερού χεριού**. Αν με τον αντίχειρα, το δείκτη και το μέσο δάκτυλο του αριστερού χεριού σχηματίσουμε ένα τρισορθογώνιο σύστημα αξόνων και ο δείκτης δείχνει στη φορά της ταχύτητας  $\vec{u}$ , ενώ ο μεσαίος στη φορά του πεδίου  $B$ , τότε ο αντίχειρας δείχνει στη φορά της δυνάμεως  $\vec{F}$  (σχ. 11.1β).

Για θετικό φορτίο  $Q$ , η φορά της δυνάμεως  $\vec{F}$  είναι **αγνήτη** από τη φορά, που ορίζεται για αρνητικό φορτίο με τους πιο πάνω κανόνες.

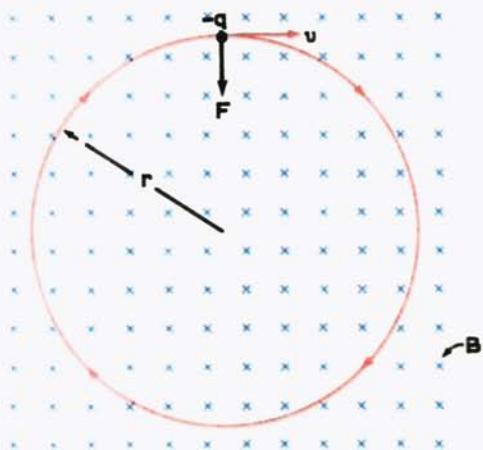
Η δύναμη  $\vec{F}$  είναι πάντοτε **κάθετη** προς την ταχύτητα  $u$  και έχει σταθερό μέτρο, κατά τη σχέση (1). Γι' αυτό δρα σαν κεντρομόλος δύναμη επάνω σε ένα σωματίδιο με φορτίο  $q$ , που κινείται κάθετα προς τις μαγνητικές γραμμές  $B$  του μαγνητικού πεδίου. Αποτέλεσμα είναι να διαγράφει το σωματίδιο κυκλική τροχιά με ομαλή κίνηση στο επίπεδο των διανυσμάτων  $u$  και  $\vec{F}$  όπως φαίνεται στο σχήμα 11.1γ.

Στο σχήμα αυτό, το φορτίο  $q$  θεωρείται αρνητικό και οι μαγνητικές γραμμές  $B$  εισχωρούν κάθετα προς το επίπεδο του βιβλίου.

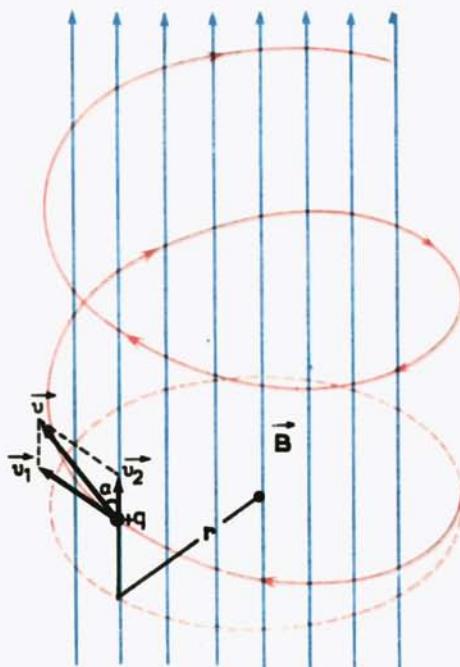
Αν η ταχύτητα  $\vec{u}$  του σωματιδίου δεν είναι κάθετη προς τις μαγνητικές γραμμές, αλλά σχηματίζει με αυτές ορισμένη γωνία  $\alpha$ , μπορούμε να αναλύσουμε την  $\vec{u}$  σε δύο συνιστώσες: Μία συνιστώσα  $\vec{u}_1$ , κάθετη προς τις μαγνητικές γραμμές και μία  $\vec{u}_2$  παράλληλη προς αυτές (σχ. 11.1δ).

Κάτω από την επίδραση της κάθετης  $\vec{u}_1$  και της μαγνητικής επαγωγής  $\vec{B}$  του πεδίου, το σωματίδιο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, όπως στην προηγού-

μενη περίπτωση. Ταυτόχρονα, εξ αιτίας της  $\vec{v}_2$ , κινείται παράλληλα προς τη διεύθυνση των μαγνητικών γραμμών τόυ πεδίου. Αποτέλεσμα των δύο αυτών κινήσεων είναι να διαγράφει το σωματίδιο ελικοειδή τροχιά, όπως φαίνεται στο σχήμα 11.1δ.



Σχ. 11.1γ.



Σχ. 11.1δ.

### Αριθμητικό παράδειγμα.

Ένα ομοιόμορφο μαγνητικό πεδίο έχει μαγνητική επαγωγή  $B = 1,5 \text{ Vs/m}^2$  και οι μαγνητικές του γραμμές είναι παράλληλες προς το επίπεδο του βιβλίου, με φορά προς τα άνω. Ένα ηλεκτρόνιο κινείται κάθετα προς τις μαγνητικές γραμμές, με φορά από τον αναγνώστη προς το βιβλίο και με ταχύτητα  $v = 3,1 \cdot 10^7 \text{ m/s}$ . Να προσδιορισθεί η δύναμη  $F$ , που ασκείται από το πεδίο στο ηλεκτρόνιο. Ποια δύναμη  $F$  ασκείται σε ένα πρωτόνιο, που κινείται με τον ίδιο τρόπο στο πεδίο;

### Λύση.

Το ηλεκτρόνιο έχει φορτίο σύμφωνα με τον τύπο (1.7) της παραγράφου 1.2:

$$q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Ετσι από τον τύπο (1) προκύπτει για το μέτρο της δυνάμεως  $F$  με  $\alpha = 90^\circ$  και  $\eta = 1$ :

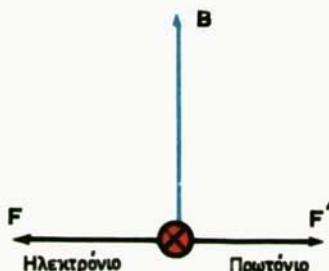
$$F = qBv\eta\alpha = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,5 \cdot 3,1 \cdot 10^7 \cdot 1 = \underline{\underline{7,44 \cdot 10^{-12} \text{ N}}}$$

Η διεύθυνση της δυνάμεως  $F$  είναι κάθετη προς το επίπεδο των  $B$  -  $v$  και η φορά της προκύπτει από τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλία (σχ. 11.1ε). Το πρωτόνιο έχει φορτίο  $q'$  ίσο και αντίθετο του φορτίου του ηλεκτρονίου:

$$q' = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Άρα:  $F' = -F$

Η δύναμη  $F'$  είναι ίση και αντίθετη της  $F$ .



Σχ. 11.1ε.

## 11.2 Δύναμη Laplace σε ρευματοφόρο αγωγό μέσα στο μαγνητικό πεδίο.

Σε ένα αγωγό μήκους  $l$ , που διαρρέεται από ρεύμα  $I$  μέσα σε μαγνητικό πεδίο  $B$ , ασκείται από το πεδίο δύναμη  $F$ . Η δύναμη  $F$  ονομάζεται **δύναμη Laplace**. Το μέτρο της δυνάμεως  $F$  δίνεται από τον τύπο:

$$F = IB/l \text{ ημα} \quad (1)$$

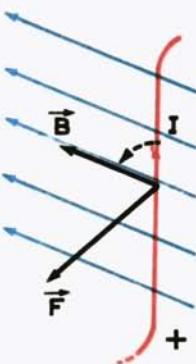
όπου  $a$  η γωνία μεταξύ του ρεύματος  $\vec{I}$  και του πεδίου  $\vec{B}$ .

Η διεύθυνση της δυνάμεως  $\vec{F}$  είναι κάθετη προς το επίπεδο που σχηματίζουν τα  $\vec{I}$  και  $\vec{B}$  και η φορά τους προκύπτει και εδώ, σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλία (σχ. 11.2α).

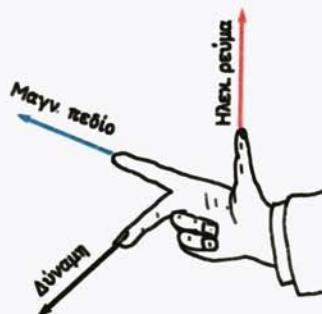
Αν περιστρέψουμε τον κοχλία στη διεύθυνση περιστροφης του διανύσματος  $\vec{I}$  προς το διάνυσμα  $\vec{B}$  από το συντομότερο δρόμο, θα προχωρήσει ο κοχλίας στη φορά της δυνάμεως  $\vec{F}$ .

Τη φορά της δυνάμεως  $\vec{F}$  μπορούμε επίσης να προσδιορίσουμε με τον **κανόνα του δεξιού χεριού**, που είναι ανάλογος με τον κανόνα του αριστερού χεριού: Αν ο αντίχειρας του δεξιού χεριού δείχνει στη φορά του ρεύματος  $\vec{I}$ , ο δεκτης στη φορά του μαγνητικού πεδίου  $\vec{B}$ , τότε ο μέσος δάκτυλος δείχνει στη φορά της δυνάμεως  $\vec{F}$  (σχ. 11.2β).

Η φορά του ρεύματος  $I$  είναι η συμβατική φορά, δηλαδή αντίθετη προς τη φορά κινήσεως των ηλεκτρονίων. Αν τοποθετήσουμε το ρεύμα  $I$  με την πραγματική του φορά στη διεύθυνση της ταχύτητας  $v$  των ηλεκτρονίων, προκύπτει η περίπτωση κινήσεως φορτίου σε μαγνητικό πεδίο της προηγούμενης παραγράφου. Η φορά της δυνάμεως  $\vec{F}$  προσδιορίζεται όπως ήδη περι-



Σχ. 11.2α.



Σχ. 11.2β.

γράψαμε εκεί, με το ίδιο ακριβώς αποτέλεσμα που δίνουν οι πιο πάνω κανόνες.

Ο τύπος (1) προκύπτει από τον τύπο (1) της παραγράφου 11.1, που δίνει την αισκούμενη από το μαγνητικό πεδίο δύναμη, επάνω σε κινούμενο φορτίο Q. Το φορτίο Q αγωγού, μήκους l, σε κάποια χρονική στιγμή βρίσκεται ως εξής:

Έστω υ η ταχύτητα με την οποία κινούνται τα φορτία (ηλεκτρόνια) στον αγωγό. Ένα ηλεκτρόνιο διασχίζει τον αγωγό σε χρόνο:

$$t = \frac{l}{v} \quad (2)$$

Στο διάστημα αυτό, περνά από μία διατομή στην αρχή του αγωγού φορτίο:

$$Q = It \quad (3)$$

Το φορτίο Q καλύπτει το μήκος l του αγωγού και είναι, ο φορτίο που βρίσκεται στον αγωγό l σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή. Άρα, από τον τύπο (1) της παραγράφου 11.1 και τους τύπους (2) και (3) έχουμε:

$$F = QBv\etaμα = ItB \frac{l}{t} \cdot \etaμα \quad (4)$$

και

$$F = IBl \cdot \etaμα \quad (5)$$

### Αριθμητικό παράδειγμα.

Αγωγός, μήκους 80 cm, διαρρεόμενος από ρεύμα I = 3 A, βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο, εντάσεως  $B = 2,5 \text{ Vs/m}^2$  και σχηματίζει γωνία  $45^\circ$  με τις μαγνητικές γραμμές. Να προσδιορισθεί η δύναμη  $\vec{F}$  που ασκείται επάνω στον αγωγό.

### Λύση.

Από τον τύπο (1) έχουμε για το μέτρο της δυνάμεως  $F$  με  $a = 30^\circ$  και  $\eta \mu 30^\circ = 0,5$ :

$$F = IB/\eta \mu a = 3 \cdot 2,5 \cdot 80 \cdot 10^{-2} \cdot 0,5 = \underline{3 \text{ N}}$$

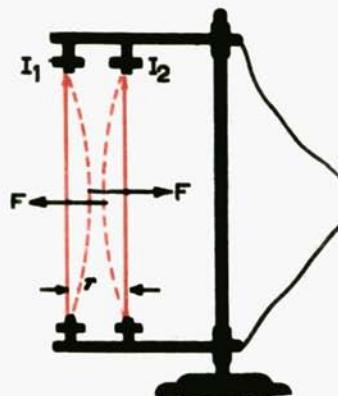
Η  $\vec{F}$  είναι κάθετη στο επίπεδο των  $I - B$  και η φορά της προκύπτει από τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλία (σχ. 11.2γ).



Σχ. 11.2γ.

### 11.3 Δυνάμεις Laplace μεταξύ δύο ρευματοφόρων αγωγών.

Θεωρούμε δύο παράλληλους αγωγούς (1 και 2) με το ίδιο μήκος  $l$ , διαρρεόμενους από ρεύματα  $I_1$  και  $I_2$ . Μεταξύ των δύο αγωγών ασκείται δύναμη Laplace  $\vec{F}$  (σχ. 11.3).



Σχ. 11.3.

Το μέτρο της δυνάμεως  $\vec{F}$  βρίσκεται ως εξής:

Ο αγωγός 1 δημιουργεί μαγνητικό πεδίο επαγωγής  $\vec{B}_1$ , μέσα στο οποίο βρί-

σκεται ο 2. Άρα στον αγωγό 2 ασκείται δύναμη Laplace, σύμφωνα με τον τύπο:

$$F = B_1 I_2 l \quad (1)$$

Για τη επαγωγή  $B_1$  έχομε από τους τύπους (36) και (38) της παραγράφου 8.2:

$$B_1 = \mu_0 H_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1}{r} \quad (2)$$

όπου  $H_1$  η ένταση του μαγνητικού πεδίου του αγωγού 1 και  $r$  η απόσταση μεταξύ των δύο αγωγών (σχ. 11.3).

Ο τύπος (2) στον τύπο (1) δίνει:

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{r} l \quad (3)$$

Ο ίδιος τύπος (3) προκύπτει, αν υπολογίσουμε τη δύναμη που ασκείται στον αγωγό 1 από το μαγνητικό πεδίο του 2.

Η δύναμη Laplace μεταξύ δύο παραλλήλων ρευματοφόρων αγωγών είναι ανάλογη του γινομένου των ρευμάτων που τους διαρρέουν.

Η διεύθυνση και η φορά της δυνάμεως  $\vec{F}$  σε κάθε αγωγό βρίσκονται ως εξής:

Πρώτα προσδιορίζομε τη διεύθυνση και τη φορά του πεδίου  $\vec{B}_1$ , που δημιουργεί ο αγωγός 1 σε υποιοδήποτε σημείο του 2, κατά τα γνωστά. Κατόπιν από την  $\vec{B}_1$  και το ρεύμα  $\vec{I}_2$  στον αγωγό 2 βρίσκομε τη δύναμη  $\vec{F}$ , που ασκείται επάνω σε αυτόν, σύμφωνα με όσα αναφέραμε προηγουμένως.

Η δύναμη  $F$  στον αγωγό 1 βρίσκεται με τον ίδιο τρόπο, από την επαγωγή  $\vec{B}_2$  που δημιουργεί ο 2 στον αγωγό 1 και από το ρεύμα  $\vec{I}_1$  του αγωγού αυτού.

Προσδιορίζοντας έτσι τις δυνάμεις  $F$  στους δύο αγωγούς, διαπιστώνομε ότι είναι **αντίθετες μεταξύ τους** και ότι προκαλούν έλξη των αγωγών, όταν τα δύο ρεύματα έχουν την ίδια φορά και άπωσή τους, όταν τα ρεύματα είναι αντίθετα.

Η δύναμη  $F$ , η οποία αναπτύσσεται μεταξύ δύο παραλλήλων αγωγών που διαρρέονται από το **ΐδιο ρεύμα**, χρησιμεύει για τον προσδιορισμό της μονάδας Ampère (A) του ρεύματος:

**Ένταση 1 Ampère έχει το ρεύμα το οποίο σταν διαρρέει δύο παράλληλους αγωγούς, τοποθετημένους στο κενό, σε απόσταση 1 m ο ένας από τον άλλον, δημιουργεί δύναμη μεταξύ τους  $2 \cdot 10^{-7} N$  ανά μέτρο μήκους των αγωγών.**

Με τον ορισμό αυτό, προκύπτει από τον τύπο (3) η τιμή της μαγνητικής διαπερατότητας του κενού  $\mu_0$ , που ήδη γνωρίσαμε στην παράγραφο 8.2γ:

$$\mu_0 = \frac{2\pi rF}{I^2 l} = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$$

(1N = 1VAs/m)

---

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

#### ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΡΩΤΟ

- 1) Δύο μικρές μεταλλικές σφαίρες είναι τοποθετημένες σε απόσταση 10 cm μεταξύ τους και φέρουν θετικά φορτία  $6,66 \cdot 10^{-3}$  μC και  $10 \cdot 10^{-3}$  μC. Μεταξύ των σφαιρών παρεμβάλλεται αέρας. Να υπολογισθεί η δύναμη F, με την οποία απωθούνται οι σφαίρες.

*Απάντηση.*

$$F \approx 6 \cdot 10^{-5} \text{ N}$$

- 2) Να υπολογισθεί η δύναμη F, με την οποία ηλεκτρικό φορτίο 1 C έλκει μέσα στον αέρα ετερόνυμο φορτίο, επίσης 1 C, που βρίσκεται σε απόσταση 100 m από αυτό.

*Απάντηση.*

$$F \approx 90 \text{ t}$$

- 3) Δύο μικρές μεταλλικές σφαίρες βρίσκονται σε απόσταση 100 cm μεταξύ τους και η μία φέρει διπλάσιο θετικό φορτίο από την άλλη. Οι σφαίρες απωθούνται με δύναμη  $F = 0,32 \cdot 10^{-5}$  N. Να υπολογισθεί το φορτίο κάθε σφαίρας, αν μεταξύ τους παρεμβάλλεται αέρας.

*Απάντηση.*

$$Q_1 = 1,33 \cdot 10^{-2} \text{ μC}, Q_2 = 2,66 \cdot 10^{-2} \text{ μC}$$

#### ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΥΤΕΡΟ

- 4) Από τη διατομή S ενός αγωγού περνά σε χρόνο t = 3 s ηλεκτρικό φορτίο  $Q = 18,75 \cdot 10^{18}$ -e [C]. Ποια είναι η ένταση I του ρεύματος στον αγωγό;

*Απάντηση.*

$$I = 1 \text{ A}$$

- 5) Μία ηλεκτρική πηγή εργάζεται 3 ημέρες συνεχώς, με ένταση ρεύματος I = 1 A. Να βρεθεί το ηλεκτρικό φορτίο Q, που αποδίδει.

**Απάντηση.**

$$Q = 259,2 \cdot 10^3 \text{ C} \quad \text{ή} \quad Q = 72 \text{ Ah}$$

- 6) Συστοιχία συσσωρευτών (ηλεκτρική μπαταρία) έχει ηλεκτρικό φορτίο  $Q = 302,4 \cdot 10^3 \text{ C}$  και τροφοδοτεί λαμπτήρες με ένταση  $I = 1,8 \text{ A}$ . Να βρεθεί σε πόσο χρόνο  $t$  θα αποφορτισθεί.

**Απάντηση.**

$$t = 46,67 \text{ h}$$

- 7) Μέσα από ένα ηλεκτρικό λαμπτήρα, περνούν  $10^{22} \cdot e[\text{C}]$  σε κάθε ώρα λειτουργίας του. Να βρεθεί η ένταση  $I$  του ρεύματος λειτουργίας.

**Απάντηση.**

$$I = 0,444 \text{ A}$$

- 8) Συστοιχία συσσωρευτών αυτοκινήτου (μπαταρία), με χωρητικότητα (αποθηκευμένο φορτίο)  $75 \text{ Ah}$ , αποφορτίζεται, όταν λειτουργήσει  $37 \text{ h}$  και  $30 \text{ min}$ . Να βρεθεί η ένταση  $I$  του ρεύματος λειτουργίας της.

**Απάντηση.**

$$I = 2 \text{ A}$$

- 9) Συνεχές ρεύμα εντάσεως  $84,78 \text{ mA}$  διαρρέει κυλινδρικό αγωγό, με ακτίνα διατομής  $3 \text{ mm}$ . Να βρεθεί η πυκνότητα του ρεύματος  $j$  στον αγωγό.

**Απάντηση.**

$$j = 3 \cdot 10^{-3} \text{ A/mm}^2$$

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΡΙΤΟ**

- 10) Τα σημεία  $A, B, G$  ενός αγωγού διαρρεόμενου από ρεύμα, έχουν δυναμικό ως προς τη γη αντίστοιχα  $72,5 - 50$  και  $83 \text{ V}$ . Να υπολογισθούν οι τάσεις  $U_{AB}, U_{BG}$  και  $U_{AG}$  και να δοθεί η φορά του ρεύματος, από σημείο σε σημείο.

**Απάντηση.**

$$U_{AB} = 22,5 \text{ V}, U_{BG} = -33 \text{ V}, U_{AG} = -10,5 \text{ V}. \text{ Φορά ρεύματος: } G - A - B.$$

- 11) Σε ένα ηλεκτρικό στοιχείο ψευδαργύρου - χαλκού, το ηλεκτρόδιο του ψευδαργύρου εμφανίζει, ως προς τον ηλεκτρολύτη, αρνητικό ηλεκτρολυτικό δυναμικό  $-0,77 \text{ V}$ , ενώ το ηλεκτρόδιο του χαλκού θετικό  $+0,33 \text{ V}$  (ο ηλεκτρολύτης είναι το σημείο αναφοράς των δυναμικών). Να βρεθεί η τάση μεταξύ των δύο ηλεκτροδίων σε κενό, δηλαδή η ηλεκτρεγερτική δύναμη του στοιχείου  $E$ .

**Απάντηση.**

$$E = 1,1 \text{ V}$$

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΕΤΑΡΤΟ**

- 12) Από ένα κομμάτι χαλκού βάρους 25 kp, κατασκευάζομε σύρμα με διάμετρο

$$d = 2 \text{ mm}.$$

Ειδική αντίσταση του χαλκού:  $\rho = 0,0178 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$

Ειδικό βάρος του χαλκού:  $\gamma = 8,9 \cdot 10^3 \text{ kp/m}^3$ .

Να υπολογισθούν:

- Η διατομή του σύρματος  $S$  σε  $\text{mm}^2$  και  $\text{m}^2$ .
- Το μήκος του σύρματος  $l$  σε  $\text{m}$ .
- Η αντίσταση του σύρματος  $R$  σε  $\Omega$ .

**Απάντηση.**

$$\text{a)} S = 3,14 \text{ mm}^2 = 3,14 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\text{b)} l = 894,5 \text{ m}$$

$$\text{c)} R = 5,07 \Omega$$

- 13) Η αντίσταση ενός σύρματος, μήκους  $l = 9,2 \text{ m}$  και διαμέτρου  $d = 2 \text{ mm}$ , είναι  $R = 1,23 \Omega$ . Να υπολογισθούν:

- Η ειδική αντίσταση του υλικού του σύρματος  $\rho$  σε  $\Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ .
- Η ειδική αγωγιμότητα  $\kappa$  του σύρματος σε  $\text{m}/\Omega \text{ mm}^2$ .

**Απάντηση.**

$$\text{a)} \rho = 0,42 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$$

$$\text{b)} \kappa = 2,38 \text{ m}/\Omega \text{ mm}^2$$

- 14) Ένας χάλκινος αγωγός έχει μήκος  $l = 2000 \text{ m}$  και διατομή  $S = 44 \text{ mm}^2$ . Η ειδική αντίσταση του χαλκού σε θερμοκρασία  $20^\circ\text{C}$  είναι  $\rho = 0,0175 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ .

Ο θερμικός συντελεστής του χαλκού σε  $20^\circ\text{C}$  είναι  $\alpha = 3,92 \cdot 10^{-3} 1/\text{^\circ C}$ .

Να υπολογισθεί η αντίσταση  $R_{60}$  του αγωγού, σε θερμοκρασία  $60^\circ\text{C}$ .

**Απάντηση.**

$$R_{60} = 10,122 \Omega$$

- 15) Μετρήθηκε η αντίσταση ενός χάλκινου αγωγού και βρέθηκε  $R_1 = 500 \Omega$ , σε θερμοκρασία  $\theta_1 = 20^\circ\text{C}$ . Αφού αφήσαμε να περάσει από τον αγωγό η-λεκτρικό ρεύμα για ορισμένο χρονικό διάστημα, μετρήσαμε πάλι την αντίστασή του και βρήκαμε ότι είναι  $R_2 = 600 \Omega$ . Ο θερμικός συντελεστής του χαλκού είναι  $\alpha = 3,92 \cdot 10^{-3} 1/\text{^\circ C}$ . Να βρεθεί κατά πόσους βαθμούς αυξήθηκε η θερμοκρασία του αγωγού και πόση είναι η τελική θερμοκρασία του  $\theta_2$ .

**Απάντηση.**

$$\theta_2 - 20 = 50^\circ\text{C}$$

$$\theta_2 = 70^\circ\text{C}$$

- 16) Πόσο επιτρέπεται να αυξηθεί η θερμοκρασία ενός χάλκινου αγωγού, χωρίς τη αύξηση της αντιστάσεώς του να υπερβεί το 0,5% της αντιστάσεώς του σε  $20^\circ\text{C}$  ( $\alpha = 3,92 \cdot 10^{-3} \text{ } 1/\text{ } ^\circ\text{C}$ ); Ποια είναι η μέγιστη θερμοκρασία  $\theta_2$  που επιτρέπεται να φθάσει ο αγωγός;

**Απάντηση.**

$$\theta_2 - \theta_1 = 1,27^\circ\text{C}$$

$$\theta_2 = 21,27^\circ\text{C}$$

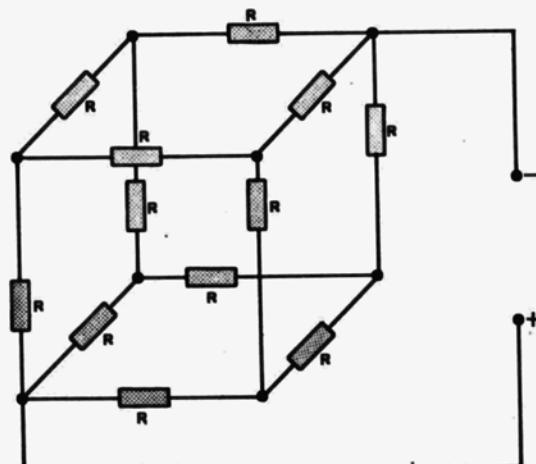
- 17) Ένας χάλκινος αγωγός, διατομής  $S = 10 \text{ mm}^2$ , πρέπει να αντικατασταθεί με ένα αγωγό από αλουμίνιο, που να έχει το ίδιο μήκος και ίδια αντίσταση ( $\rho_{Cu} = 0,0175 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ ,  $\rho_{Al} = 0,029 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ ). Να βρεθεί η διατομή του αλουμινένιου αγωγού  $S_{Al}$ .

**Απάντηση.**

$$S_{Al} = 16 \text{ mm}^2$$

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΕΜΠΤΟ**

- 18) Δώδεκα άμοιοι αντιστάτες συνδέονται, όπως δείχνει το παρακάτω σχήμα  
 1. Η αντίσταση κάθε αντιστάτη είναι  $R = 1 \Omega$ . Να βρεθεί η ισοδύναμη αντίσταση της συνδεσμολογίας  $R_{o\lambda}$ .

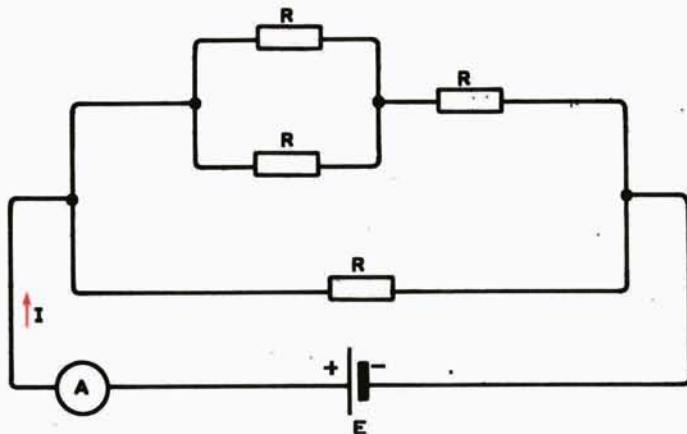


Σχ. 1.

**Απάντηση.**

$$R_{o\lambda} = 0,83 \Omega$$

- 19) Η παρακάτω συνδεσμολογία συνδέεται σε πηγή ηλεκτρικού ρεύματος με ΗΕΔ  $E = 12 \text{ V}$  και αμελητέα εσωτερική αντίσταση (σχ. 2). Το αμπερόμετρο δείχνει ότι η ένταση του ρεύματος  $I$  είναι  $5 \text{ A}$ . Να βρεθεί η αντίσταση  $R$  των αντιστατών.



Σχ. 2.

**Απάντηση.**

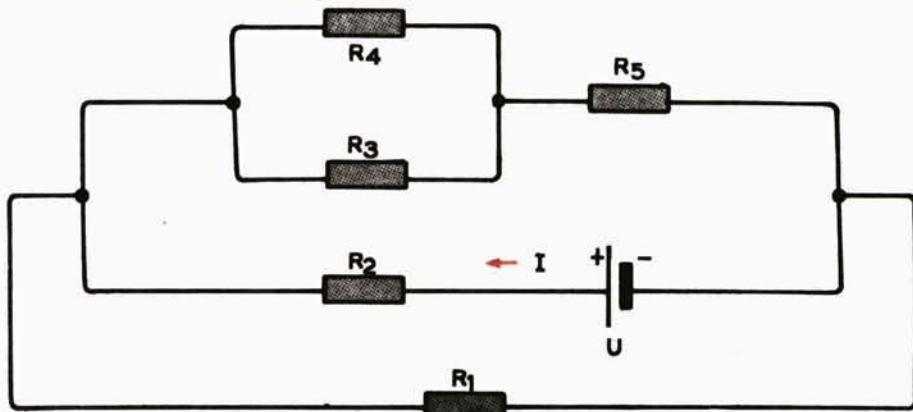
$$R = 4 \Omega$$

- 20) Να βρεθεί η ισοδύναμη αντίσταση  $R_{\text{ολ}}$  και η ένταση του ρεύματος  $I$  της συνδεσμολογίας του σχήματος 3, όπου:

Πολική τάση της πηγής:  $U = 5 \text{ V}$

$$R_1 = R_4 = 4 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 8 \text{ k}\Omega, R_3 = 6 \text{ k}\Omega, R_5 = 1,6 \text{ k}\Omega$$



Σχ. 3.

**Απάντηση.**

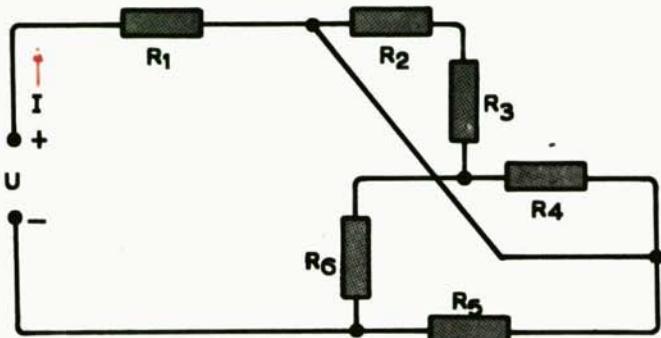
$$R_{\text{ολ}} = 10 \text{ k}\Omega, I = 0,5 \text{ mA}$$

V

- 21) Να βρεθεί η ισοδύναμη αντίσταση  $R_{\text{ol}}$  και η ένταση του ρεύματος  $I$  της συνδεσμολογίας του σχήματος 4, όπου:

Πολική τάση:  $U = 8 \text{ V}$

$R_1 = 160 \Omega$ ,  $R_2 = 100 \Omega$ ,  $R_3 = 100 \Omega$ ,  $R_4 = 600 \Omega$ ,  $R_5 = 1200 \Omega$ ,  $R_6 = 175 \Omega$



Σχ. 4.

**Απάντηση.**

$$R_{\text{ol}} = 415,73 \Omega, I = 19,24 \text{ mA}$$

- 22) Μία συστοιχία αποτελείται από τρεις ηλεκτρικές πηγές, συνδεδεμένες σε σειρά. Η ΗΕΔ κάθε πηγής είναι  $E = 1,5 \text{ V}$  και η εσωτερική αντίσταση  $r = 0,4 \Omega$ . Η συστοιχία αυτή, σε κατάσταση λειτουργίας, τροφοδοτεί κατανάλωση  $R = 6,5 \Omega$ . Να βρεθούν:

- Η ολική ΗΕΔ  $E_{\text{ol}}$  της συστοιχίας.
- Η ένταση του ρεύματος  $I$  της συστοιχίας.
- Η πολική τάση  $U$  της συστοιχίας.

**Απάντηση.**

$$\text{a)} E_{\text{ol}} = 4,5 \text{ V}, \text{b)} I = 0,5844 \text{ A}, \text{c)} U = 3,8 \text{ V}$$

- 23) Μία συστοιχία αποτελείται από 12 ηλεκτρικές πηγές, συνδεδεμένες σε σειρά. Η ΗΕΔ κάθε πηγής είναι  $E = 1,95 \text{ V}$  και η εσωτερική αντίσταση  $r = 0,03 \Omega$ .

Η συστοιχία αυτή, σε κατάσταση λειτουργίας, τροφοδοτεί μέσω μιας γραμμής κατανάλωση  $R = 600 \Omega$  σε απόσταση  $l = 60 \text{ km}$ . Η διάμετρος των αγωγών της γραμμής είναι  $d = 2,5 \text{ mm}$  και η ειδική αντίστασή τους  $\rho = 0,021 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ .

Να βρεθούν:

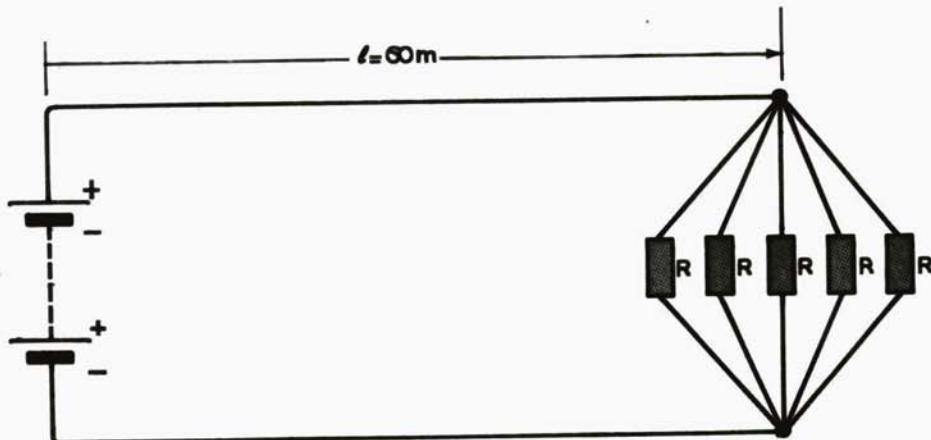
- Η ένταση του ρεύματος  $I$  της συστοιχίας.
- Η τάση στα άκρα της καταναλώσεως  $U_R$ .

**Απάντηση.**

$$\text{a)} I = 21 \text{ mA}, \text{b)} U_R = 12,6 \text{ V}$$

24) Μία συστοιχία αποτελείται από 6 πηγές συνδεδεμένες σε σειρά. Η ΗΕΔ κάθε πηγής είναι  $E = 2,0 \text{ V}$  και η εσωτερική αντίσταση  $r = 0,003 \Omega$ . Η συστοιχία τροφοδοτεί μέσω γραμμής μία συνδεσμολογία παραλλήλων αντιστατών σε απόσταση  $l = 60 \text{ m}$ , στην οποία κάθε αντιστάτης έχει αντίσταση  $R = 2,85 \Omega$  (σχ. 5). Η διατομή των αγωγών της γραμμής είναι  $6 \text{ mm}^2$  και η ειδική αντίσταση τους  $\rho = 0,0178 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ . Να βρεθούν:

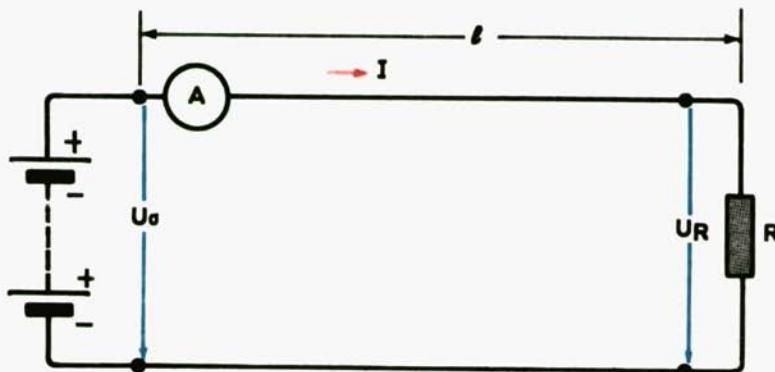
- a) Η ηλεκτρεγερτική δύναμη της συστοιχίας  $E_c$ .
- β) Η εσωτερική της αντίσταση  $r_\sigma$ .
- γ) Η αντίσταση στο εξωτερικό κύκλωμα  $R_e$ .
- δ) Η ένταση του ρεύματος  $I$  σε κατάσταση λειτουργίας.
- ε) Η πολική τάση της συστοιχίας  $U_\sigma$ .
- στ) Η πτώση τάσεως  $U_r$  μέσα στη συστοιχία.
- ζ) Η πτώση τάσεως  $U_\gamma$  στη γραμμή.
- η) Η τάση  $U_R$ , που εφαρμόζεται στα άκρα των αντιστατών.



#### Απάντηση.

- α)  $E_\sigma = 12 \text{ V}$ , β)  $r_\sigma = 0,018 \Omega$ , γ)  $R_e = 0,926 \Omega$ , δ)  $I = 12,71 \text{ A}$ , ε)  $U_\sigma = 11,771 \text{ V}$ , στ)  $U_r = 0,229 \text{ V}$ , ζ)  $U_\gamma = 4,524 \text{ V}$ , η)  $U_R = 7,247 \text{ V}$
- 25) Μία συστοιχία αποτελείται από 60 πηγές συνδεδεμένες σε σειρά. Η ΗΕΔ κάθε πηγής είναι  $E = 2 \text{ V}$  και η εσωτερική αντίσταση  $0,8 \cdot 10^{-3} \Omega$ . Η συστοιχία τροφοδοτεί μέσω γραμμής μία κατανάλωση  $R$  σε απόσταση  $l = 300 \text{ m}$ . Ένα αμπερόμετρο, που τοποθετείται στη γραμμή, δείχνει ότι από την κατανάλωση περνά ρεύμα εντάσεως  $I = 20 \text{ A}$  (σχ. 6). Οι αγωγοί της γραμμής έχουν διάμετρο  $d = 4 \text{ mm}$  και ειδική αντίσταση  $\rho = 0,01754 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ . Να βρεθούν:

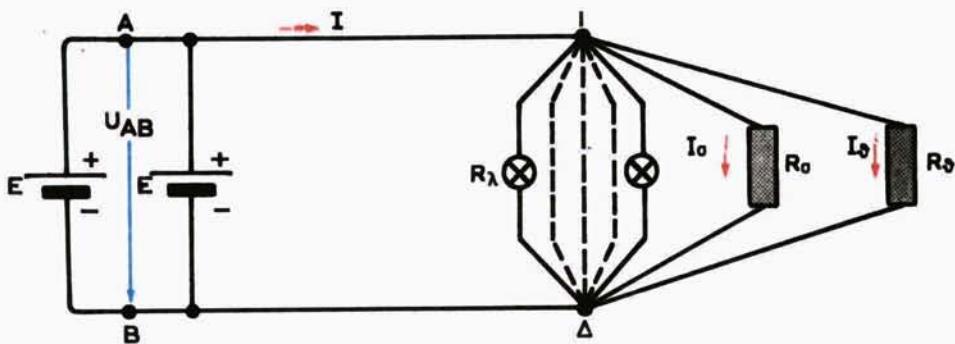
- a) Η αντίσταση της γραμμής  $R_y$  και η εσωτερική αντίσταση της συστοιχίας.
- β) Η ΗΕΔ  $E_\sigma$  της συστοιχίας και η πολική της τάση  $U_\sigma$ .
- γ) Η τάση στα άκρα της καταναλώσεως  $U_R$ .
- δ) Η τιμή της καταναλώσεως  $R$ .
- ε) Αν δύο πηγές της συστοιχίας συνδέονται με αντίθετη πολικότητα, να υπολογισθεί η ΗΕΔ της ξ' και η πολική της τάση  $U'$ , όταν η κατανάλωση  $R$  εξακολουθεί να εργάζεται με ένταση  $I = 20 \text{ A}$ .



Σχ. 6.

**Απάντηση.**

- α)  $R_y = 0,84 \Omega$ ,  $r_\sigma = 48 \cdot 10^{-3} \Omega$ , β)  $E_\sigma = 120 \text{ V}$ ,  $U_\sigma = 119,04 \text{ V}$ , γ)  $U_R = 102,24 \text{ V}$ , δ)  $R = 5,11 \Omega$ , ε)  $E'_\sigma = 112 \text{ V}$ ,  $U'_\sigma = 111,04 \text{ V}$
- 26) Δύο ηλεκτρικές πηγές, με ίδια ΗΕΔ  $E = 126 \text{ V}$  και ίδια εσωτερική αντίσταση  $r = 0,4 \Omega$ , λειτουργούν παράλληλα. Οι πηγές αυτές τροφοδοτούν τις παρακάτω καταναλώσεις, όπως δείχνει το σχήμα 7.
- 40 λαμπτήρες συνδεδεμένους παράλληλα, με αντίσταση κάθε λαμπτήρα  $R_\lambda = 240 \Omega$ .
  - Μία ηλεκτρική θερμάστρα, με αντίσταση  $R_\sigma = 12 \Omega$ .
  - Ένα θερμοσίφωνα, με αντίσταση  $R_\theta = 6 \Omega$ .
- Η συνολική αντίσταση της συνδετικής γραμμής είναι  $R_y = 0,2 \Omega$ . Να υπολογισθούν:
- Η ΗΕΔ της παράλληλης συνδεσμολογίας των πηγών  $E_{\text{ol}}$ .
  - Η εσωτερική αντίσταση της παράλληλης συνδεσμολογίας  $r_{\text{ol}}$ .
  - Η ισοδύναμη αντίσταση των λαμπτήρων  $R_\lambda$ .
  - Η ισοδύναμη αντίσταση  $R_{\lambda, \text{σθ}}$  των παραλλήλων αντιστατών  $R_\lambda$ ,  $R_\sigma$  και  $R_\theta$ .
  - Η ένταση του ρεύματος  $I$ .
  - Η πολική τάση των πηγών  $U_{AB}$ .



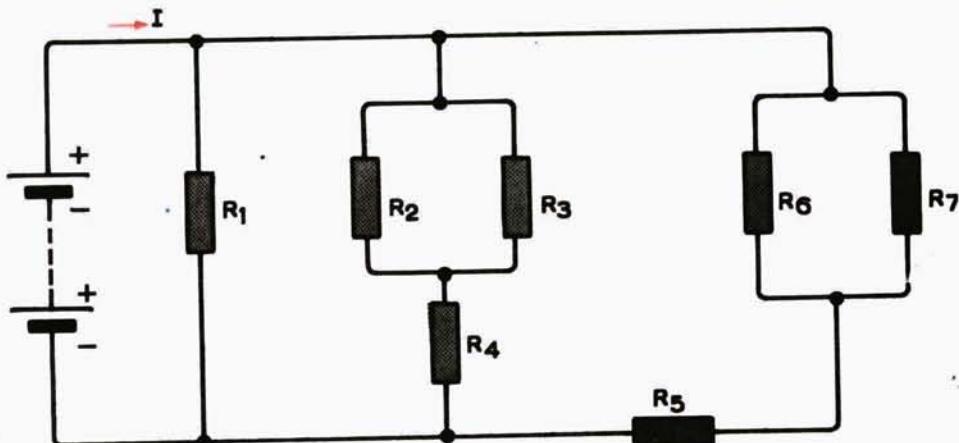
Σχ. 7.

- ζ) Η πτώση τάσεως στη συνδετική γραμμή  $U_\gamma$ .  
 η) Η τάση στα άκρα των καταναλώσεων  $U_{\Gamma\Delta}$ .  
 θ) Οι εντάσεις  $I_\sigma$  και  $I_\theta$ .

**Απάντηση.**

- α)  $E_{o\lambda} = E = 126 \text{ V}$ , β)  $r_{o\lambda} = 0,2 \Omega$ , γ)  $R_\lambda = 6 \Omega$ ,  
 δ)  $R_{\lambda\sigma\theta} = 2,4 \Omega$ , ε)  $I = 45 \text{ A}$ , στ)  $U_{AB} = 117 \text{ V}$ ,  
 ζ)  $U_\gamma = 9 \text{ V}$ , η)  $U_{\Gamma\Delta} = 108 \text{ V}$ , θ)  $I_\theta = 18 \text{ A}$ ,  $I_\sigma = 9 \text{ A}$

- 27) Μία συστοιχία αποτελείται από 50 ηλεκτρικά στοιχεία συνδεδεμένα σε σειρά. Η ΗΕΔ κάθε στοιχείου είναι  $E = 2,0 \text{ V}$  και η εσωτερική αντίσταση αμελητέα ( $r = 0$ ). Η συστοιχία τροφοδοτεί διάφορες καταναλώσεις, όπως δείχνει το σχήμα 8. Δίνονται:  $R_1 = 200 \Omega$ ,  $R_2 = R_3 = R_4 = 400 \Omega$ ,  $R_5 = 100 \Omega$ ,  $R_6 = R_7 = 240 \Omega$ . Η αντίσταση των συνδετικών γραμμών δεν λαμβάνεται υπ' όψη.



Σχ. 8.

Να υπολογισθούν:

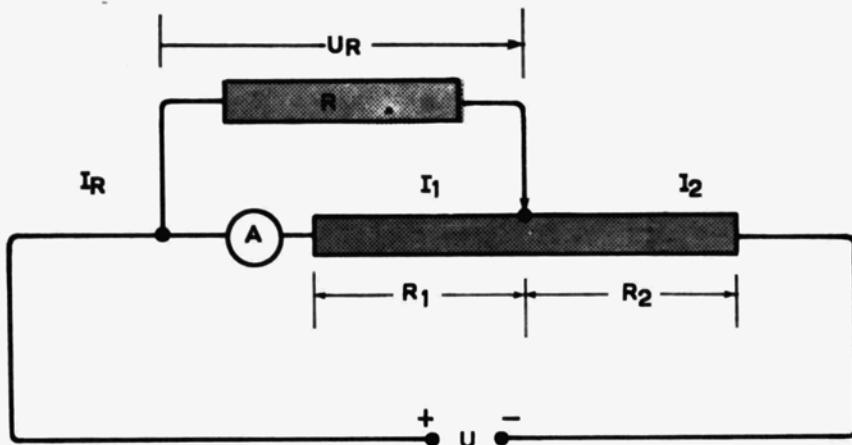
- Η ισοδύναμη αντίσταση της συνδεσμολογίας  $R_{ολ}$ .
- Η ολική ΗΕΔ της συστοιχίας  $E_{ολ}$  και η πολική τάση της  $U_{σ}$ .
- Το ρεύμα  $I$ .
- Η πτώση τάσεως  $U_{R_4}$  στον αντιστάτη  $R_4$ .

**Απάντηση.**

- $R_{ολ} = 90 \Omega$ , β)  $E_{ολ} = 100 \text{ V}$  και  $U_{σ} = 100 \text{ V}$  γιατί  $r = 0$
- $I = 1,111 \text{ A}$ , δ)  $U_{R_4} = 66,66 \text{ V}$

- 28) Το ποτενσιόμετρο του σχήματος 9 συνδέεται με μία ηλεκτρική πηγή πολικής τάσεως  $U = 200 \text{ V}$ . Η κατανάλωση είναι  $R = 200 \Omega$ . Ένα αμπερόμετρο δείχνει ότι από τον αντιστάτη  $R_1$  περνά ρεύμα, με ένταση  $I_1 = 1 \text{ A}$ . Να βρεθούν:

- Η ένταση  $I_R$ , ώστε στα άκρα της καταναλώσεως  $R$  να εφαρμόζεται μία σταθερή τάση  $U_R = 100 \text{ V}$ .
- Οι αντιστάσεις  $R_1$  και  $R_2$ .

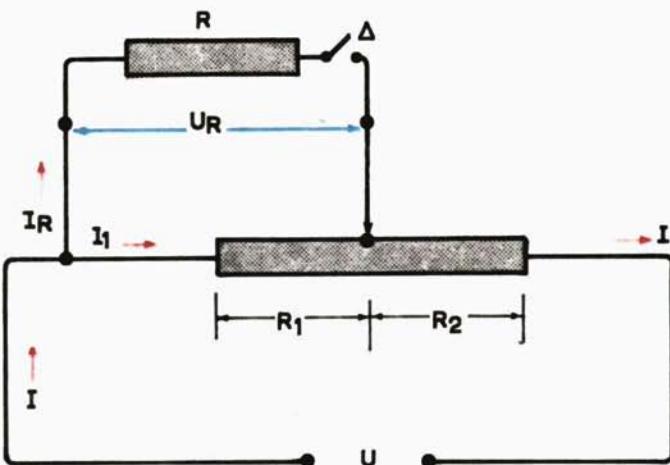


Σχ. 9.

**Απάντηση.**

- $I_R = 0,5 \text{ A}$ , β)  $R_1 = 100 \Omega$ ,  $R_2 = 66,66 \Omega$

- 29) Ένα ποτενσιόμετρο συνδέεται με μία ηλεκτρική πηγή, πολικης τάσεως  $U$  (σχ. 10). Η τάση στα άκρα της καταναλώσεως  $R$  είναι  $U_R = 50 \text{ V}$ , όταν η ένταση  $I_R$ , που περνά από την κατανάλωση  $R$  είναι  $I_R = 0$  (διακόπτης  $\Delta$  ανοικτός). Όταν η ένταση που περνά από την κατανάλωση  $R$  γίνει  $I_R = 0,5 \text{ A}$ , τότε η τάση στα άκρα της καταναλώσεως είναι  $U_R = 45 \text{ V}$  (διακόπτης  $\Delta$  κλειστός). Να βρεθούν:



Σχ. 10.

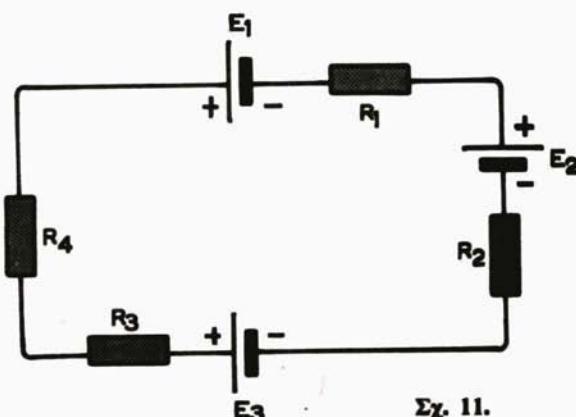
- Η τιμή των αντιστάσεων  $R_1$  και  $R_2$ , όταν η πολική τάση της πηγής είναι  $U = 150$  V.
- Η τιμή των αντιστάσεων  $R_1$  και  $R_2$ , όταν η πολική τάση της πηγής είναι  $U = 60$  V.

**Απάντηση.**

- $R_1 = 15 \Omega$ ,  $R_2 = 30 \Omega$
- $R_1 = 60 \Omega$ ,  $R_2 = 12 \Omega$

30) Δίνεται το κύκλωμα του σχήματος 11, όπου:

$$E_1 = 35 \text{ V}, E_2 = 25 \text{ V}, E_3 = 160 \text{ V}$$



Σχ. 11.

$$R_1 = 6,5 \Omega, R_2 = 12,5 \Omega, R_3 = 27,5 \Omega, R_4 = 3,5 \Omega$$

Να βρεθούν οι πτώσεις τάσεως  $U_{R_1}, U_{R_2}, U_{R_3}$  και  $U_{R_4}$  στους αντιστάτες  $R_1, R_2, R_3$  και  $R_4$ .

### Απάντηση.

$$U_{R_1} = 13 \text{ V}, U_{R_2} = 25 \text{ V}, U_{R_3} = 55 \text{ V}, U_{R_4} = 7 \text{ V}$$

31) Δίνεται το δίκτυο του σχήματος 12 όπου:

$$E = 102 \text{ V}$$

$$I = 6 \text{ A}, I_1 = 1,5 \text{ A}$$

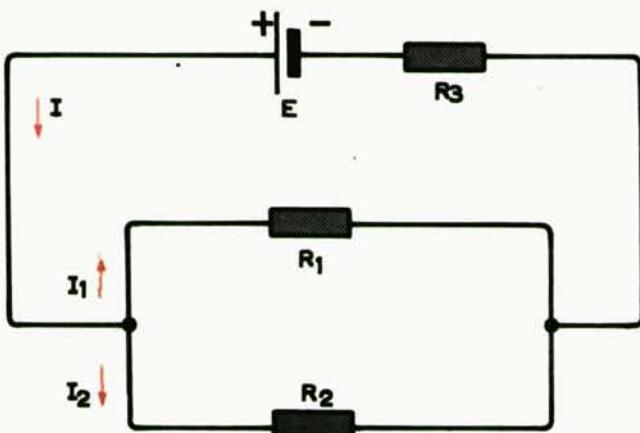
$$R_2 = 20 \Omega, R_3 = 2 \Omega$$

Να βρεθούν:

$$\alpha) \text{ Η ένταση } I_2.$$

$$\beta) \text{ Οι πτώσεις τάσεως } U_1 \text{ και } U_2 \text{ στους αντιστάτες } R_1 \text{ και } R_2.$$

$$\gamma) \text{ Η ολική αντίσταση του δικτύου } R_{\text{ολ}}.$$



Σχ. 12.

### Απάντηση.

$$\alpha) I_2 = 4,5 \text{ A}, \beta) U_1 = U_2 = 90 \text{ V}, \gamma) R_{\text{ολ}} = 17 \Omega$$

32) Δίνεται το δίκτυο του σχήματος 13, όπου:

$$E = 220 \text{ V}, R_1 = 35 \Omega, R_2 = 20 \Omega, R_3 = 15 \Omega, R_4 = 25 \Omega$$

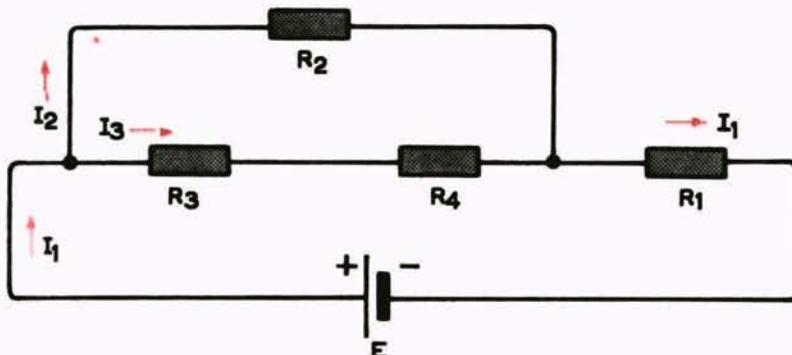
Εσωτερική αντίσταση της πηγής:  $r = 0$

Να υπολογισθούν:

$$\alpha) \text{ Τα ρεύματα } I_1, I_2, \text{ και } I_3.$$

$$\beta) \text{ Οι πτώσεις τάσεως } U_1, U_2, U_3 \text{ και } U_4.$$

$$\gamma) \text{ Η ολική αντίσταση του κυκλώματος } R_{\text{ολ}}.$$



Σχ. 13.

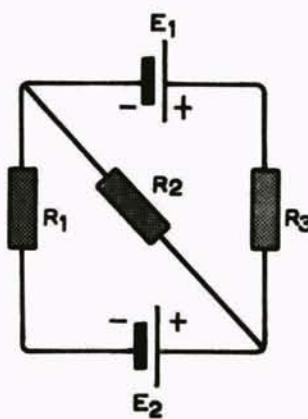
**Απάντηση.**

- a)  $I_1 = 4,55 \text{ A}$ ,  $I_2 = 3,0 \text{ A}$ ,  $I_3 = 1,5 \text{ A}$   
 β)  $U_1 = 159,3 \text{ V}$ ,  $U_2 = 61,7 \text{ V}$ ,  $U_3 = 22,5 \text{ V}$ ,  $U_4 = 37,5 \text{ V}$   
 γ)  $R_{\text{ολ}} = 48,3 \Omega$
- 33) Δίνεται το δίκτυο του σχήματος 14, δπου:

$$E_1 = 6 \text{ V}, E_2 = 2 \text{ V}$$

$$R_1 = R_2 = 2 \Omega, R_3 = 4 \Omega$$

Να βρεθεί η ένταση του ρεύματος  $I_2$ , που περνά μέσα από την αντίσταση  $R_2$ .

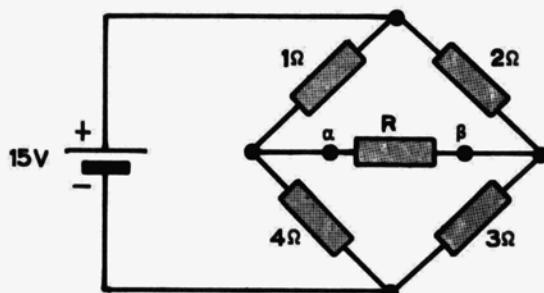


Σχ. 14.

**Απάντηση.**

$$I_2 = 1 \text{ A}$$

- 34) Να υπολογισθεί το ισοδύναμο κύκλωμα Thevenin για τους ακροδέκτες  $\alpha, \beta$  του κυκλώματος του σχήματος 15. Να βρεθεί η τιμή της αντιστάσεως  $R$ , που απαιτείται για να ρέει ρεύμα  $I = 1$  A μεταξύ των ακροδεκτών.

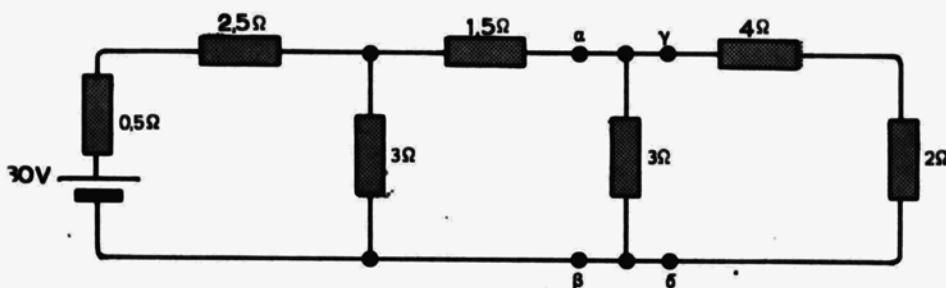


Σχ. 15.

**Απάντηση.**

$$E_T = 3 \text{ V}, R_T = 2 \Omega, R = 1 \Omega$$

- 35) Να βρεθεί η πτώση τάσεως  $U$  στα άκρα του αντιστάτη  $2 \Omega$  (σχ. 16), με διαδοχική εφαρμογή του θεωρήματος Thevenin. [Πρώτα να υπολογισθεί το κύκλωμα Thevenin  $(\alpha, \beta)$  για τους ακροδέκτες  $\alpha, \beta$ . Κατόπιν με το κύκλωμα Thevenin  $(\alpha, \beta)$  συνδεδεμένο στους ακροδέκτες αυτούς, να υπολογισθεί το κύκλωμα Thevenin  $(\gamma, \delta)$  για τους ακροδέκτες  $\gamma, \delta$ ].



Σχ. 16.

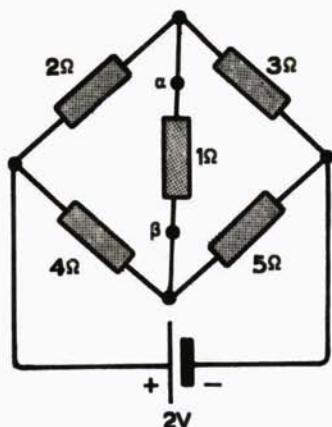
**Απάντηση.**

$$U = 2 \text{ V}$$

- 36) Να υπολογισθεί το ισοδύναμο κύκλωμα Norton για τους ακροδέκτες  $\alpha, \beta$  του κυκλώματος του σχήματος 17 και να βρεθεί το ρεύμα  $I$ , που διαρρέει τον αντιστάτη  $1 \Omega$ .

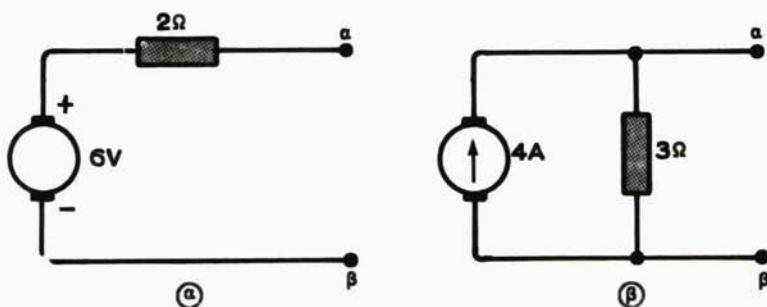
**Απάντηση.**

$$I_G = 0,026 \text{ A}, R_T = 3,42 \Omega, I = 0,02 \text{ A}$$



Σχ. 17.

- 37) Να μετασχηματισθούν, η πηγή τάσεως του σχήματος 18(a) σε ισοδύναμη πηγή ρεύματος και η πηγή ρεύματος του σχήματος 18(b) σε ισοδύναμη πηγή τάσεως, με τη βοήθεια των θεωρημάτων Norton και Thevenin.



Σχ. 18.

*Απάντηση.*

$$I_G = 3 \text{ A}, R_T = 2 \Omega$$

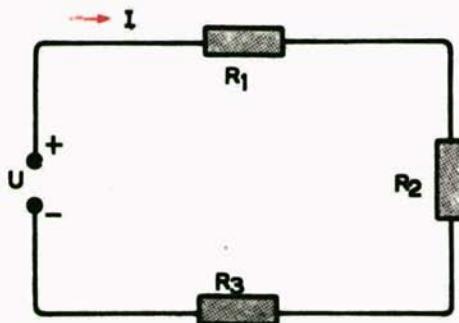
$$E_T = 12 \text{ V}, R_T = 3 \Omega$$

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΚΤΟ

- 38) Στο κύκλωμα του σχήματος 19, να γίνει ισολογισμός των ισχύων. (Να συγκριθεί η ισχύς, που αποδίδει η πηγή, με την ισχύ, που καταναλώνεται στους αντιστάτες). Δίνονται:

$$U = 12,0 \text{ V}$$

$$R_1 = 10 \Omega, R_2 = 9 \Omega, R_3 = 5 \Omega$$



Σχ. 19.

**Απάντηση.**

$P_1 = 2,5 \text{ W}$

$P_2 = 2,25 \text{ W}$

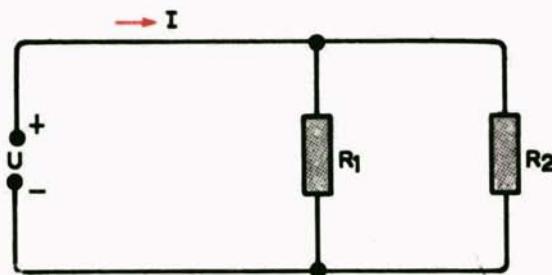
$P_3 = 1,25 \text{ W}$

**Σύνολο  $P = 6,0 \text{ W}$**

- 39) Στο κύκλωμα του σχήματος 20, να γίνει ισολογισμός των ισχύων. Δίνονται:

$U = 10 \text{ V}$

$R_1 = 5 \Omega, R_2 = 10 \Omega$



Σχ. 20.

**Απάντηση.**

$P_1 = 20 \text{ W} P_2 = 10 \text{ W}$

**Σύνολο:  $P = P_1 + P_2 = 30 \text{ W}$**

- 40) Μία ηλεκτρική συσκευή αποτελείται από δύο ωμικούς αντιστάτες  $R_1 = 80 \Omega$  και  $R_2 = 40 \Omega$ . Η συσκευή συνδέεται με μία πηγή πολικής τάσεως  $U = 220 \text{ V}$ . Κάνοντας διάφορους συνδυασμούς στη συνδεσμολογία των

αντιστατών παίρνομε, όπως είναι φυσικό, διάφορες ισχείς από την πηγή. Να βρεθούν όλες οι δυνατές συνδεσμολογίες των αντιστατών και η ισχύς σε κάθε περίπτωση.

### Απάντηση.

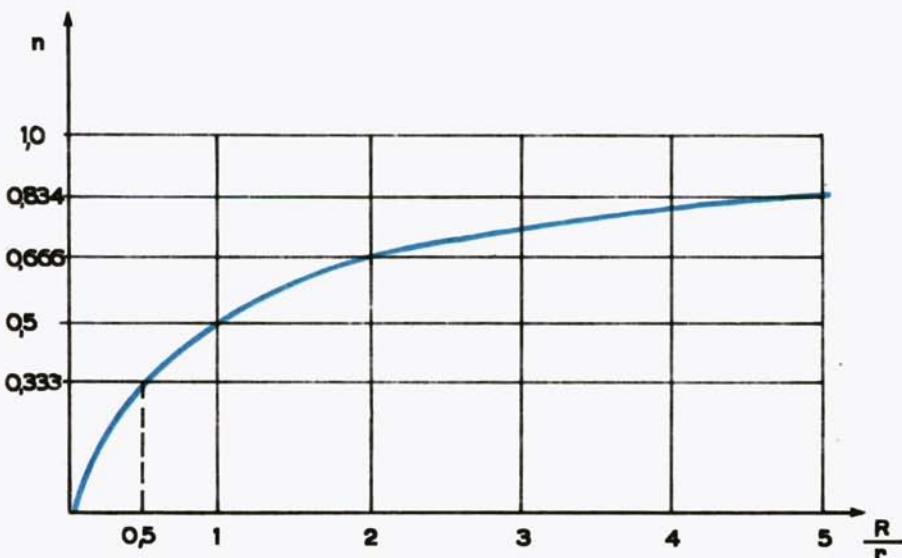
- 1)  $R_1$  και  $R_2$  σε σειρά:  $P = 403,3 \text{ W}$
- 2)  $R_1$  σε λειτουργία και  $R_2$  εκτός λειτουργίας:  $P = 605 \text{ W}$
- 3)  $R_2$  σε λειτουργία και  $R_1$  εκτός λειτουργίας:  $P = 1210 \text{ W}$
- 4)  $R_1$  και  $R_2$  σε παράλληλη σύνδεση:  $P = 1815 \text{ W}$

- 41) Μία συσκευή ισχύος 1200 W, είναι κατασκευασμένη για να λειτουργεί σε τάση  $U = 120 \text{ V}$ . Στη διάθεσή μας όμως έχουμε μία ηλεκτρική πηγή, πολικής τάσεως  $U' = 220 \text{ V}$ . Να βρεθεί η αντίσταση  $R$  του αντιστάτη, που πρέπει να συνδέσομε σε σειρά στη συσκευή, ώστε να μπορέσει να λειτουργήσει. Να βρεθεί και η ισχύς, που καταναλώνεται στον αντιστάτη  $R$ .

### Απάντηση.

$$R = 10 \Omega, P = 1000 \text{ W}$$

- 42) Μία συστοιχία συσσωρευτών με ΗΕΔ  $E = 20 \text{ V}$  και εσωτερική αντίσταση  $r = 0,5 \Omega$ , τροφοδοτεί ένα μεταβλητό αντιστάτη  $R$ , που παίρνει τις τιμές  $R = 1/2 r$ ,  $R = r$ ,  $R = 2r$ ,  $R = 5r$ . Να παρασταθεί γραφικά ο βαθμός αποδόσεως του κυκλώματος  $\eta$  σε συνάρτηση του λόγου  $R/r$  [ $\eta = f(R/r)$ ].



Σχ. 21.

### Απάντηση.

Σχήμα 21.

- 43) Ένας θερμοσίφωνας, χωρητικότητας 40 λίτρων καθαρού νερού, συνδέεται με μία πηγή ηλεκτρικού ρεύματος, πολικής τάσεως  $U = 220 \text{ V}$ . Ο βαθμός αποδόσεως του θερμοσίφωνα είναι  $\eta = 0,9$ . Να βρεθούν:
- Η ενέργεια  $A_\pi$ , που χρειάζεται για να θερμάνει ο θερμοσίφωνας το νερό από  $15^\circ\text{C}$  σε  $60^\circ\text{C}$ .
  - Πόσο θα στοιχίσει για να θερμάνομε τα 40 αυτά λίτρα (από  $15^\circ\text{C}$  σε  $60^\circ\text{C}$ ), αν η αξία κάθε  $\text{kWh}$  είναι 2 δρχ.
  - Πόση είναι η ισχύς του θερμοσίφωνα  $P_\theta$ , η ένταση λειτουργίας του  $I_\theta$  και η αντίστασή του  $R_\theta$ , αν θερμαίνει τα 40 αυτά λίτρα νερού μέσα σε τρία τέταρτα της ώρας ( $0,75 \text{ h}$ ).

**Απάντηση.**

- $A_\pi = 2000 \text{ kcal}$
- $\text{Κόστος} = 4,65 \text{ δρχ.}$
- $P_\theta = 3,1 \text{ kW}$   
 $I_\theta = 14,1 \text{ A}$   
 $R_\theta = 15,6 \Omega$

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΟΓΔΟΟ

- 44) Ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο μέσα σε αέρα έχει μαγνητική επαγωγή  $B = 25,10 \cdot 10^{-2} \text{ Wb/m}^2$ . Να υπολογισθεί η ένταση του πεδίου  $H$ .

**Απάντηση.**

$$H = 2 \cdot 10^6 \text{ A/m}$$

- 45) Ένας μακρύς ευθύγραμμος αγωγός διαρρέεται από ρεύμα εντάσεως  $I = 300 \text{ A}$ . Να υπολογισθεί το μέτρο της εντάσεως του μαγνητικού πεδίου  $H$  και το μέτρο της μαγνητικής επαγωγής  $B$ , σε απόσταση 15 cm από τον αγωγό.

**Απάντηση.**

$$H = 318,2 \text{ A/m}, B = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ Wb/m}^2$$

- 46) Ένα πηνίο με 1500 σπείρες είναι τυλιγμένο σε ένα ξύλινο δακτυλίδι, με μέση περιφέρεια 30 cm και διατομή 4 cm<sup>2</sup>. Το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα 0,4 A. Να υπολογισθούν:
- Η μαγνητική επαγωγή  $B$  στο δακτυλίδι.
  - Η μαγνητική ροή  $\Phi$  στο δακτυλίδι.  
 (Μαγνητική διαπερατότητα του ξύλου  $\mu_r \approx 1$ )

**Απάντηση.**

$$\text{a)} B = 2,513 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2, \text{ b)} \Phi = 1,005 \cdot 10^{-6} \text{ Wb}$$

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΝΑΤΟ

- 47) Το μαγνητικό κύκλωμα ενός ηλεκτρομαγνήτη έχει μήκος 30 cm και διατομή 3 cm<sup>2</sup>. Για να δημιουργηθεί η απαραίτητη μαγνητική ροή στο κύκλωμα, πρέπει να περάσει ρεύμα 0,9 A από το πηνίο του ηλεκτρομαγνήτη, που έχει 500 σπείρες. Το σιδηρομαγνητικό υλικό του κυκλώματος έχει τις εξής τιμές B - H:

$H \left[ \frac{A}{m} \right]$	500	800	1500
$B \left[ \frac{Wb}{m^2} \right]$	0,8	1,0	1,2

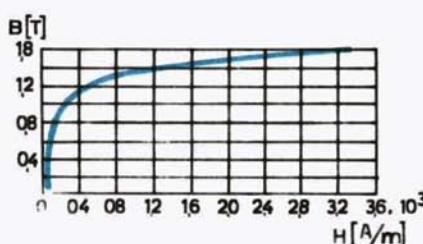
Να βρεθεί η μαγνητική επαγωγή B και η μαγνητική ροή Φ του κυκλώματος.

**Απάντηση.**

$$B = 1,2 \text{ Wb/m}^2, \Phi = 3,6 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

- 48) Σε ένα δακτυλίδι από σιδηρομαγνητικό υλικό με μέση ακτίνα r = 10 cm και διατομή S = 2 cm<sup>2</sup>, είναι τυλιγμένο πηνίο με 200 σπείρες. Από το πηνίο περνά ρεύμα I = 1 A. Η μαγνητική καμπύλη του υλικού του δακτυλιδιού δίνεται στο σχήμα 22.

Να προσδιορισθεί η μαγνητική ροή Φ στο δακτυλίδι.

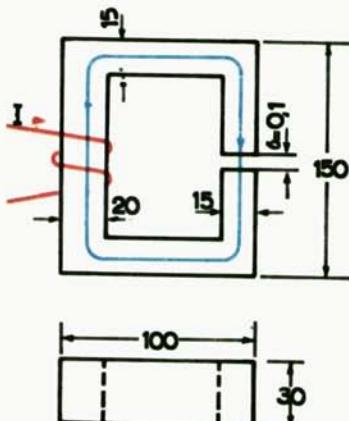


Σχ. 22.

**Απάντηση.**

$$\Phi = 20,4 \cdot 10^{-5} \text{ Wb}$$

- 49) Δίνεται το μαγνητικό κύκλωμα του σχήματος 23. Οι σημειωμένες διαστάσεις είναι σε mm. Η μαγνητική καμπύλη του υλικού του κυκλώματος παρουσιάζεται στο σχήμα 22. Να υπολογισθεί το ρεύμα I, που πρέπει να ρέει σε πηνίο 500 σπειρών, για να δημιουργείται μαγνητική επαγωγή B = 1 Wb/m<sup>2</sup> στο διάκενο αέρα.

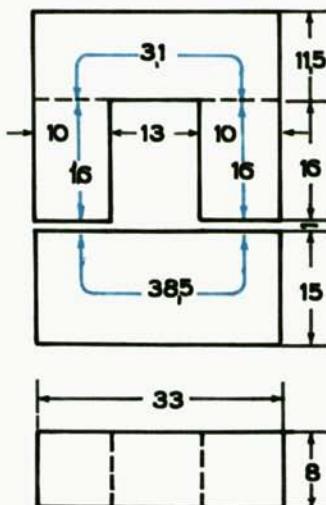


Σχ. 23.

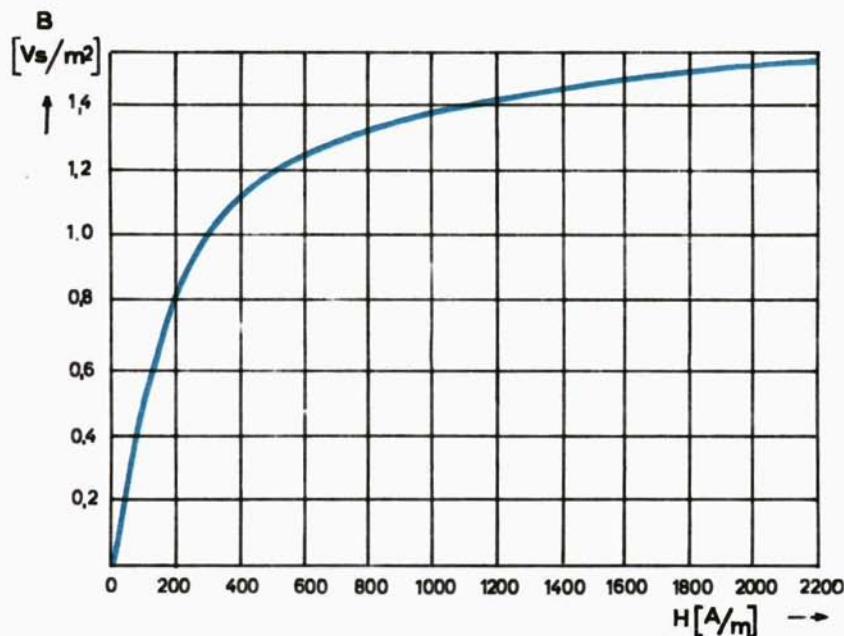
**Απάντηση.**

$$I = 0,371 \text{ A}$$

- 50) Δίνεται το μαγνητικό κύκλωμα του σχήματος 24. Στα διάκενα αέρα η μαγνητική επαγωγή πρέπει να έχει τιμή  $B = 0,9 \text{ Wb/m}^2$ . Να υπολογισθεί η απαιτούμενη μαγνητεγερτική δύναμη  $M = In$ . Οι διαστάσεις του κυκλώματος δίνονται σε cm. Η μαγνητική καμπύλη του υλικού του φαίνεται στο σχήμα 25.



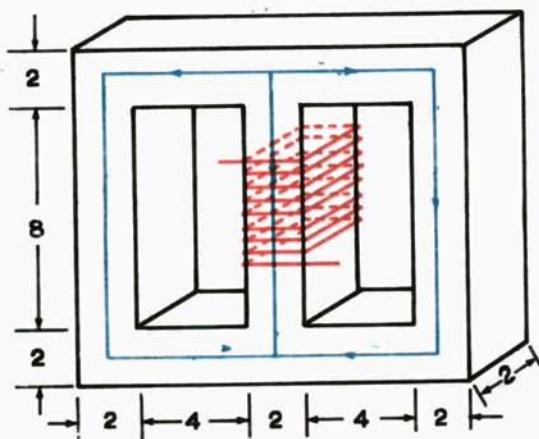
Σχ. 24.



Σχ. 25.

**Απάντηση.** **$M = 5362$  Αμπεροστροφές**

- 51) Δίνεται το μαγνητικό κύκλωμα του σχήματος 26. Να υπολογισθεί η απαιτούμενη μαγνητεγερτική δύναμη  $M$  (αριθμός αμπεροστροφών), για να δημιουργηθεί στο μεσαίο σκέλος του κυκλώματος μαγνητική επαγωγή  $B =$



Σχ. 26.

$1 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$ . Οι διαστάσεις του κυκλώματος δίνονται σε cm. Οι απαραίτητες τιμές  $\beta = H$  του υλικού είναι:

$H \left[ \frac{\text{Wb}}{\text{m}} \right]$	0,3	0,5	1,0
$H \left[ \frac{\text{A}}{\text{m}} \right]$	11,94	15,92	39,8

**Απάντηση.**

$$M = In = 75,2 \text{ Αμπεροστροφές}$$

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ

52) Από ένα σύρμα μήκους  $a = 6 \text{ m}$ , κατασκευάζεται ένα κυλινδρικό πηνίο, μήκους  $l = 8 \text{ cm}$ . Να υπολογισθεί η αυτεπαγωγή  $L$  του πηνίου.

**Απάντηση.**

$$L = 4,5 \cdot 10^{-5} \text{ H}$$

53) Η μαγνητική ροή στο εσωτερικό ενός μακρόστενου πηνίου αέρα, είναι  $2 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$ . Το πηνίο έχει 1000 σπείρες και διαρρέεται από ρεύμα 2 A. Να υπολογισθεί η αυτεπαγωγή  $L$  του πηνίου.

**Απάντηση.**

$$L = 0,1 \text{ H}$$

54) Γύρω από το πηνίο της ασκήσεως 53, τυλίγεται ένα δεύτερο πηνίο με 500 σπείρες. Αν όλη η μαγνητική ροή του πρώτου διαπερνά και το δεύτερο, να βρεθεί η αμοιβαία επαγωγή  $M$  των δύο πηνίων.

**Απάντηση.**

$$M = 0,05 \text{ H}$$

55) Το ρεύμα  $i$  που διαρρέει ένα πηνίο με αυτεπαγωγή  $L = 0,144 \text{ H}$ , αυξάνεται ομοιόμορφα με ρυθμό 250 A ανά δευτερόλεπτο. Να βρεθεί η ΗΕΔ εξ επαγωγής, που εμφανίζεται στα άκρα του πηνίου.

**Απάντηση.**

$$E = -36 \text{ V}$$

56) Ο αγωγός του σχήματος 10.1δ έχει μήκος 60 cm και κινείται κάθετα προς τις μαγνητικές γραμμές του πεδίου, που έχει μαγνητική επαγωγή  $B = 2 \text{ Wb/m}^2$ , με ταχύτητα  $v = 50 \text{ cm/s}$ . Να βρεθεί η ΗΕΔ εξ επαγωγής, που εμφανίζεται στα άκρα του αγωγού.

**Απάντηση.**

$$E = 0,6 \text{ V}$$

- 57) Ένα πηνίο με 1000 σπείρες είναι τυλιγμένο γύρω από ένα ξύλινο δακτυλίδι ( $\mu_r = 1$ ), με μέση διάμετρο 40 cm και διατομή 3 cm<sup>2</sup>. Το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα 3,98 A, που μειώνεται ομοιόμορφα σε 3,94 A σε χρόνο 0,001 s. Να υπολογισθούν η αυτεπαγωγή L του πηνίου και η ΗΕΔ εξ επαγωγής, που εμφανίζεται στα άκρα του.

**Απάντηση.**

$$L = 0,3 \text{ mH}, E = 12 \text{ mV}$$

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΝΔΕΚΑΤΟ

- 58) Ευθύγραμμος αγωγός μήκους 10 cm διαρρέεται από ρεύμα 100 A. Ο αγωγός είναι τοποθετημένος κάθετα προς τις μαγνητικές γραμμές πεδίου με μαγνητική επαγωγή  $B = 1 \text{ Vs/m}^2$ . Να υπολογισθεί η δύναμη F, που ασκείται στον αγωγό από το πεδίο.

**Απάντηση.**

$$F = 10 \text{ N}$$

- 59) Ένα ηλεκτρόνιο κινείται με ταχύτητα  $10^5 \text{ km/s}$ , κάθετα προς τις μαγνητικές γραμμές ενός πεδίου με μαγνητική επαγωγή  $B = 4 \cdot 10^{-5} \text{ Vs/cm}^2$ . Να υπολογισθεί η δύναμη F, που ασκεί τό πεδίο στο ηλεκτρόνιο ( $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ).

**Απάντηση.**

$$F = 6,4 \cdot 10^{-12} \text{ N}$$

- 60) Να βρεθεί η δύναμη F, που ασκείται σε κάθε μέτρο μήκους δύο παραλλήλων αγωγών, οι οποίοι βρίσκονται σε απόσταση 15 cm ο ένας από τον άλλο και διαρρέονται από ρεύμα 300 A ο καθένας.

**Απάντηση.**

$$F = 0,12 \text{ N}$$

# ΗΛΕΚΤΡΟΤΕΧΝΙΑ

## ΠΡΩΤΟ ΜΕΡΟΣ ΟΙ ΠΡΩΤΕΣ ΒΑΣΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΡΩΤΟ

Ηλεκτρικές ιδιότητες της υλής — Ηλεκτρικό φορτίο — Ο νόμος του Coulomb

1.1 Οι ηλεκτρικές ιδιότητες της υλής και το ηλεκτρικό φορτίο .....	1
1.2 Ο Νόμος του Coulomb και η διηλεκτρική σταθερά .....	4

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΥΤΕΡΟ

Ρεύμα — Ένταση

2.1 Η κίνηση των ηλεκτρικών φορτίων .....	7
2.2 Το ηλεκτρικό ρεύμα .....	8
2.3 Η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος — Πυκνότητα του ηλεκτρικού ρεύματος .....	10
2.4 Μονάδες της εντάσεως του ρεύματος και όργανα μετρήσεώς της .....	12

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΡΙΤΟ

Τάση — Ηλεκτρεγερτική δύναμη — Πηγές

3.1 Ηλεκτρική τάση ή διαφορά δυναμικού .....	15
3.2 Ηλεκτρικά στοιχεία .....	18
3.3 Ηλεκτρεγερτική δύναμη .....	19
3.4 Μονάδες της ηλεκτρικής τάσεως και όργανα μετρήσεώς της .....	20

### ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ

#### ΤΟ ΣΥΝΕΧΕΣ ΡΕΥΜΑ

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΕΤΑΡΤΟ

Ο νόμος του Ohm — Ηλεκτρική αντίσταση — Ηλεκτρική αγωγιμότητα

4.1 Ηλεκτρική αντίσταση στους αγωγούς, μονωτές και ημιαγωγούς .....	22
4.2 Ο νόμος του Ohm — Μονάδες μετρήσεως της αντιστάσεως .....	23
4.3 Ειδική αντίσταση — Υπολογισμός της αμικής αντιστάσεως συρμάτων Εξάρτηση της αντιστάσεως από τη θερμοκρασία .....	27
4.4 Η ηλεκτρική αγωγιμότητα και η ειδική αγωγιμότητα .....	34
4.5 Ο νόμος του Ohm σε πλήρες κύκλωμα .....	34
4.6 Πτώση τάσεως σε ηλεκτρικές γραμμές .....	37

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΕΜΠΤΟ

Κανόνες και θεωρήματα αναλύσεως κυκλωμάτων

5.1 Σύνθετα ηλεκτρικά κυκλώματα .....	40
---------------------------------------	----

5.2 Οι Κανόνες του Kirchhoff .....	41
5.3 Εφαρμογές του νόμου του Ohm και των κανόνων του Kirchhoff .....	44
5.4 Ηλεκτρικές πηγές τάσεως και ρεύματος — Ιδανικές πηγές .....	72
5.5 Το θεόρημα του Thevenin — Εφαρμογές .....	74
5.6 Το θεόρημα του Norton — Εφαρμογές .....	83
5.7 Ισοδυναμία των κυκλωμάτων Thevenin και Norton .....	88
5.8 Προσδιορισμός των ισοδυνάμων κυκλωμάτων Thevenin και Norton με μετρήσεις .....	91

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΚΤΟ

### Ηλεκτρική ενέργεια και ισχύς

6.1 Οι διάφορες εκφράσεις της ηλεκτρικής ενέργειας .....	93
6.2 Ηλεκτρική ισχύς .....	95
6.3 Μονάδες της ηλεκτρικής ισχύος .....	97
6.4 Μονάδες της ηλεκτρικής ενέργειας .....	98
6.5 Ο νόμος του Joule .....	98
6.6 Βαθμός αποδόσεως .....	101
6.7 Υπολογισμοί καταναλισκόμενης ισχύος και ενέργειας από διάφορες ηλεκτρικές συσκευές .....	103

## ΤΡΙΤΟΣ ΜΕΡΟΣ

### ΤΟ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΒΔΟΜΟ

### Μαγνητισμός

7.1 Φυσικοί και τεχνητοί μαγνήτες .....	109
7.2 Μαγνητικό πεδίο και μαγνητικές γραμμές .....	112
7.3 Γήινος μαγνητισμός — Μαγνητική πυξίδα .....	115

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΟΓΔΟΟ

### Ηλεκτρομαγνητισμός

8.1 Το μαγνητικό πεδίο ευθύγραμμου αγωγού και πηνίου .....	118
8.2 Μεγέθη και μονάδες του μαγνητικού πεδίου .....	124

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΝΑΤΟ

### Μαγνητικά υλικά — Μαγνητικά κυκλώματα

9.1 Διαμαγνητικά, παραμαγνητικά και σιδηρομαγνητικά υλικά .....	146
9.2 Μαγνητική ροή μέσα από σιδηρομαγνητικά υλικά .....	146
9.3 Μαγνήτιση και απομαγνήτιση σιδηρομαγνητικών υλικών .....	148
9.4 Ερμηνεία του μαγνητισμού .....	153
9.5 Επίλυση μαγνητικών κυκλωμάτων .....	155

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ

### Ηλεκτρομαγνητική επαγωγή

10.1 Βασικά πειράματα ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής — Επαγωγικό ρεύμα .....	167
10.2 Ο νόμος της επαγωγής .....	171
10.3 Ηλεκτρεγερτική δύναμη εξ επαγωγής .....	173
10.4 Φορά του επαγωγικού ρεύματος — Ο νόμος του Lenz .....	175

10.5 Αυτεπαγωγή – Συντελεστής αυτεπαγωγής .....	177
10.6 Αμοιβαία επαγωγή – Συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής .....	179

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΝΔΕΚΑΤΟ

### Το ηλεκτρικό ρεύμα σε μαγνητικό πεδίο

11.1 Κίνηση φορτίου σε μαγνητικό πεδίο .....	183
11.2 Δύναμη Laplace σε ρευματοφόρο αγωγό μέσα στο μαγνητικό πεδίο .....	186
11.3 Δυνάμεις Laplace μεταξύ δύο ρευματοφόρων αγωγών .....	188

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

<b>ΑΣΚΗΣΕΙΣ .....</b>	<b>191</b>
-----------------------	------------

