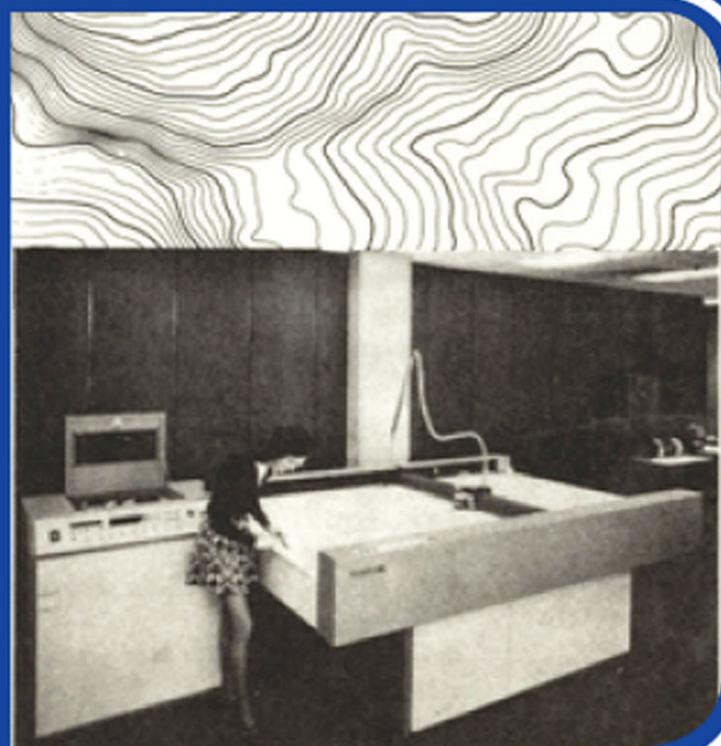




ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑ II

Περικλή Γ. Παπαματθαίου

ΠΟΛΙΤΙΚΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ Ε.Μ.Π.





1954

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ
ΧΡΥΣΟΥΝ ΜΕΤΑΛΛΙΟΝ ΑΚΑΔΗΜΙΑΣ ΑΘΗΝΩΝ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ ΙΔΡΥΜΑΤΟΣ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ

Ο Ευγένιος Ευγενίδης, ο ιδρυτής και χορηγός του «Ιδρύματος Ευγενίδου», πολύ νωρίς προέβλεψε και σχημάτισε την πεποίθηση ότι η άρτια κατάρτιση των τεχνικών μας, σε συνδυασμό με την εθνική αγωγή, θα ήταν αναγκαίος και αποφασιστικός παράγων για την πρόοδο του Έθνους μας.

Την πεποίθησή του αυτή ο Ευγενίδης εκδήλωσε με τη γενναιόφρονα πράξη ευεργεσίας, να κληροδοτήσει σεβαστό ποσό για τη σύσταση Ιδρύματος, που θα είχε ως σκοπό να συμβάλλει στην τεχνική εκπαίδευση των νέων της Ελλάδας.

Έτσι, το Φεβρουάριο του 1956 συστήθηκε το «Ίδρυμα Ευγενίδου», του οποίου τη διοίκηση ανέλαβε η αδελφή του Μαρ. Σίμου, σύμφωνα με την επιθυμία του διαθέτη. Το έργο του Ιδρύματος συνεχίζει από το 1981 ο κ. Νικόλαος Βερνίκος - Ευγενίδης.

Από το 1956 έως σήμερα η συμβολή του Ιδρύματος στην τεχνική εκπαίδευση πραγματοποιείται με διάφορες δραστηριότητες. Όμως απ' αυτές η σημαντικότερη, που κρίθηκε από την αρχή ως πρώτης ανάγκης, είναι η έκδοση βιβλίων για τους μαθητές των Τεχνικών και Επαγγελματικών Σχολών και Λυκείων.

Μέχρι σήμερα, με τη συνεργασία με τα Υπουργεία Εθνικής Παιδείας και Θρησκευμάτων και Εμπορικής Ναυτιλίας, εκδόθηκαν εκατοντάδες τόμοι βιβλίων, που έχουν διατεθεί σε πολλά εκατομμύρια αντίτυπα. Τα βιβλία αυτά κάλυπταν ή καλύπτουν ανάγκες των Κατωτέρων και Μέσων Τεχνικών Σχολών του Υπ. Παιδείας, των Σχολών του Οργανισμού Απασχολήσεως Εργατικού Δυναμικού (ΟΑΕΔ), των Τεχνικών και Επαγγελματικών Λυκείων, των Τεχνικών Επαγγελματικών Σχολών και των Δημοσίων Σχολών Εμπορικού Ναυτικού.

Μοναδική φροντίδα του Ιδρύματος σ' αυτή την εκδοτική του προσπάθεια ήταν και είναι η συγγραφή και έκδοση βιβλίων ποιότητας, από άποψη όχι μόνον επιστημονική, παιδαγωγική και γλωσσική, αλλά και ως προς την εμφάνιση, ώστε το βιβλίο να αγαπηθεί από τους μαθητές.

Για την επιστημονική και παιδαγωγική αρτιότητα των βιβλίων τα κείμενα υποβάλλονται σε πολλές επεξεργασίες και βελτιώνονται πριν από κάθε νέα έκδοση συμπληρούμενα καταλλήλως.

Ιδιαίτερη σημασία απέδωσε το Ίδρυμα από την αρχή στη γλωσσική διατύπωση των βιβλίων, γιατί πιστεύει ότι και τα τεχνικά βιβλία, όταν είναι γραμμένα σε γλώσσα σωστή και ομοιόμορφη αλλά και κατάλληλη για τη στάθμη των μαθητών, μπορούν να συμβάλλουν στη γλωσσική κατάρτιση των μαθητών.

Έτσι, με απόφαση που ίσχυσε ήδη από το 1956, όλα τα βιβλία της Βιβλιοθήκης του Τεχνίτη, δηλαδή τα βιβλία για τις τότε Κατώτερες Τεχνικές Σχολές, όπως αργότερα και για τις Σχολές του ΟΑΕΔ, ήταν γραμμένα σε γλώσσα δημοτική, με βάση τη γραμματική του Τριανταφυλλίδη, ενώ όλα τα άλλα βιβλία ήταν γραμμένα στην απλή καθαρεύουσα. Σήμερα ακολουθείται η γραμματική που διδάσκεται στα σχολεία της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσεως. Η γλωσσική επεξεργασία των βιβλίων ανατίθε-

ται σε φιλολόγους του Ιδρύματος και έτσι εξασφαλίζεται η ενιαία σύνταξη και ορολογία κάθε κατηγορίας βιβλίων.

Η ποιότητα του χαρτιού, το είδος των τυπογραφικών στοιχείων, τα σωστά σχήματα, η καλαίσθητη σελιδοποίηση, το εξώφυλλο και το μέγεθος του βιβλίου, περιλαμβάνονται και αυτά στις φροντίδες του Ιδρύματος και συμβάλλουν στη σωστή «λειτουργικότητα» των βιβλίων.

Το Ίδρυμα θεώρησε ότι είναι υποχρέωσή του, σύμφωνα με το πνεύμα του ιδρυτή του, να θέση στη διάθεση του Κράτους όλη αυτή την πείρα του των 20 ετών, αναλαμβάνοντας το 1978 και την έκδοση των βιβλίων για τις νέες Τεχνικές Επαγγελματικές Σχολές και τα Τεχνικά και Επαγγελματικά Λύκεια, σύμφωνα πάντοτε με τα εγκεκριμένα Αναλυτικά Προγράμματα του Π.Ι. και του ΥΠΕΠΘ.

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΕΚΔΟΣΕΩΝ ΙΔΡΥΜΑΤΟΣ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ

Μιχαήλ Αγγελόπουλος, ομ. καθηγητής ΕΜΠ, Πρόεδρος.

Αλέξανδρος Σταυρόπουλος, ομ. καθηγητής Πανεπιστημίου Πειραιώς, Αντιπρόεδρος.
Ιωάννης Τεγόπουλος, καθηγητής ΕΜΠ.

Σταυρόπης Παλαιοκρασάς, Ηλεκτρολόγος Μηχανικός, Σύμβουλος Παιδαγωγικού Ινστιτούτου.
Χρήστος Σιγάλας, Δι/ντής Στ. Δευτ. Εκπαιδεύσεως ΥΠΕΠΘ.

Σύμβουλος εκδόσεων του Ιδρύματος Κ. Α. Μανόφης, καθηγ. Φιλ. Σχολής Παν/μίου Αθηνών.
Γραμματέας της Επιτροπής, Γεώργιος Ανδρέακος.

Δικτελέσαντα μέλη ή σύμβουλοι της Επιτροπής

Γεώργιος Κακριδής (1955-1959) Καθηγητής ΕΜΠ, Άγγελος Καλογεράς (1957-1970) Καθηγητής ΕΜΠ,
Δημήτριος Νίκαιος (1957-1965) Καθηγητής ΕΜΠ, Μιχαήλ Σπιετούέρης (1958-1959), Νικόλαος Βασιώτης (1960-1967), Θεόδωρος Κουζέλης (1968-1976) Μηχ. Ηλ. ΕΜΠ, Παναγιώτης Χατζηκαΐνου (1977-1982) Μηχ. Ηλ. ΕΜΠ, Αλέξανδρος Ι. Παππάς (1955-1983) Καθηγητής ΕΜΠ, Χριστόδοσιος Καρβουνίδης (1955-1984) Μηχ. Ηλ. ΕΜΠ, Γεώργιος Ρούσσος (1970-1987) Χημ.-Μηχ. ΕΜΠ,
Δρ. Θεοδόσιος Παπαθεοδοσίου (1982-1984) Δι/ντής Σπουδών Δευτεροβάθμιας Εκπαιδεύσεως ΥΠΕΠΘ, Ιγνάτιος Χατζηευστρατίου (1985-1988) Μηχανολόγος, Δι/ντής Σπουδών Δευτεροβάθμιας Εκπαιδεύσεως ΥΠΕΠΘ, Γεώργιος Σταματίου (1988-1990) Ηλεκτρολόγος ΕΜΠ, Δι/ντής Σπουδών Δευτεροβάθμιας Εκπαιδεύσεως ΥΠΕΠΘ, Σωτ. Γκλαβάς (1989-1993) Φιλόλογος, Δι/ντής Σπουδών Δευτεροβάθμιας Εκπαιδεύσεως ΥΠΕΠΘ.





ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑ II

ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΠΟΤΥΠΩΣΕΙΣ

ΠΕΡΙΚΛΗ Γ. ΠΑΠΑΜΑΤΘΑΙΟΥ
ΠΟΛΙΤΙΚΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ Ε.Μ.Π.

ΑΘΗΝΑ
1998





ΕΥΓΕΝΙΔΟΣ
ΑΡΧΑΙΑ
1954

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η ύλη της Τοπογραφίας καταχωρίθηκε σε δύο τόμους: στον πρώτο τόμο (Τοπογραφία I) με τίτλο «Στοιχειώδεις τοπογραφικές εργασίες» και στο δεύτερο τόμο (Τοπογραφία II) με τίτλο «Τοπογραφικές Αποτυπώσεις».

Ο δεύτερος τόμος αναφέρεται στην κυρίως ύλη της Τοπογραφίας, δηλαδή στην Οριζόντια, στην Κατακόρυφη και στη Μικτή Αποτύπωση. Για να γίνει πιο εύκολα αντιληπτή η ύλη αυτή, και ιδίως η ύλη της Οριζόντιας Αποτυπώσεως, που είναι και το σημαντικότερο από τα τρία είδη αποτυπώσεων, θεωρήθηκε σκόπιμο να προταχθούν στον πρώτο τόμο διάφορες απλές τοπογραφικές εργασίες, δημοσιεύσεις ή οι χαράξεις ευθυγραμμιών και καθέτων γωνιών ή οι μετρήσεις οριζοντίων αποστάσεων και οριζοντίων γωνιών, που και νόημα έχουν ως αυτοτελείς τοπογραφικές εργασίες και χρησιμεύουν ως βοηθητικές για τις τοπογραφικές αποτυπώσεις. Κατά την εξέταση των στοιχειωδών αυτών εργασιών εξετάσθηκαν και τα περισσότερα τοπογραφικά δργανά. Τα μόνα δργανά που εξετάζονται στο δεύτερο τόμο είναι εκείνα που χρησιμοποιούνται αποκλειστικά για την Κατακόρυφη Αποτύπωση, δηλαδή οι χωροβάτες και τα βαρόμετρα.

Και στους δύο τόμους (στο δεύτερο λιγότερο από τον πρώτο) δίδονται στους μαθητές ορισμένες γνώσεις πέρα από εκείνες που πρέπει να διδαχθούν σύμφωνα με το επίσημο αναλυτικό πρόγραμμα. Στις περιπτώσεις αυτές τα γράμματα του βιβλίου είναι μικρότερα από τα κανονικά.

Επίσης, όπως στον πρώτο τόμο, έτσι και στο δεύτερο υποδεικνύονται τα εξής κεφάλαια και παράγραφοι της διδακτέας ύλης που μπορούν να παραλειφθούν, αν παραστεί ανάγκη, χωρίς να παρουσιασθούν σημαντικά κενά στις γνώσεις που πρέπει να αποκτήσει ο μαθητής:

– Τα κεφάλαια σύγδος (Τριγωνισμός) και δωδέκατο (Βαρομετρική χωροστάθμηση).

– Οι παράγραφοι 7.6, 7.7 και 7.9, που αφορούν τον υπολογισμό μερικών από τους πιο περίπλοκους τύπους πολυγωνικών οδεύσεων.

– Η παράγραφος 7.12 που αναφέρεται σε πολυγωνικές οδεύσεις με πυξίδα.

– Οι παράγραφοι 10.7 και 10.8, όπου εξετάζονται οι σύγχρονοι τύποι χωροβατών, σχεδόν ανύπαρκτοι στα περισσότερα ελληνικά τεχνικά γραφεία.

– Η μέτρηση των υψομετρικών διαφορών με αυταναγωγά ταχύμετρα (κεφ. δέκατο τρίτο).

Τελειώνοντας θέλω να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στους συνεργάτες του Ιδρύματος Ευγενίδου, που τόσο πολύ συνέβαλαν στην αρτίστητη προσέλευση. Ευχαριστώ επίσης τον Τοπογράφο Μηχανικό κ. Αστέριο Σαμαρά για τις πολύτιμες υποδείξεις του, χάρη στις οποίες βελτιώθηκε σημαντικά το περιεχόμενο του βιβλίου.

Ο Συγγραφέας

A' ΕΚΔΟΣΗ 1979

B' ΕΚΔΟΣΗ 1985



ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ

ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΑΠΟΤΥΠΩΣΗ

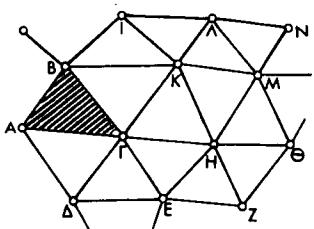
ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΡΩΤΟ

ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΟΡΙΖΟΝΤΙΑΣ ΑΠΟΤΥΠΩΣΕΩΣ

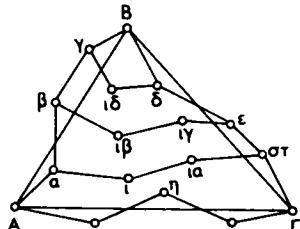
Οριζόντια αποτύπωση είναι το σύνολο των τοπογραφικών εργασιών, ήτοι μετρήσεων, υπολογισμών κλπ., που χρειάζονται για να προσδιορισθούν οι οριζόντιες προβολές των διαφόρων σημείων του εδάφους. Η εργασία της οριζόντιας αποτυπώσεως σε γενικές γραμμές γίνεται ως εξής:

Πρώτα-πρώτα προσδιορίζομε τις οριζόντιες προβολές διαφόρων χαρακτηριστικών σημείων του τμήματος της γήινης επιφάνειας, που θέλομε να αποτυπώσομε. Τα σημεία αυτά τα διαλέγομε συνήθως στις κορυφές λόφων ή βουνών, ώστε να είναι ορατά από μακριά. Αφ' ετέρου πρέπει να σχηματίζουν μεταξύ τους περίπου ισόπλευρα τρίγωνα, με πλευρές από 1000 ως 3000 m.

Για να προσδιορίσουμε τις οριζόντιες προβολές των σημείων, που διαλέξαμε, κάνομε μετρήσεις στο έδαφος και υπολογισμούς στο γραφείο. Επειδή κατά τους υπολογισμούς αυτούς εφαρμόζεται η Τριγωνομετρία, τα σημεία ονομάζονται **τριγωνομετρικά** και η όλη διαδικασία για τον προσδιορισμό των οριζόντιων προβολών τους ονομάζεται **τριγωνισμός**.



Σχ. 1α.



Σχ. 1β.

Τα τρίγωνα, που σχηματίζουν τα τριγωνομετρικά σημεία, αποτελούν ένα είδος δίκτυου, που καλύπτει το αποτυπωτέο τμήμα της γήινης επιφάνειας (σχ. 1α). Το δίκτυο αυτό όμως είναι πολύ αραιό. Το πυκνώνομε λοιπόν με διάφορες τεθλασμένες γραμμές όπως είναι οι γραμμές Α-α-β-γ-Β, Β-δ-ε-στ-Γ, Α-ζ-η-θ-Γ, α-ι-ια-στ, β-ιβ-ιγ-ε και γ-ιδ-δ του σχήματος 1β. Διευκρινίζομε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ

του σχήματος 1β είναι το διαγραμμισμένο τρίγωνο του τριγωνομετρικού δικτύου, που παριστάνει το σχήμα 1α.

Με παρόμοιες τεθλασμένες γραμμές καλύπτομε την επιφάνεια όλου του τμήματος του εδάφους, που θέλουμε να αποτυπώσουμε. Οι τεθλασμένες αυτές γραμμές ονομάζονται **πολυγωνικές οδεύσεις**, οι κορυφές των πολυγωνικών οδεύσεων **πολυγωνομετρικά σημεία** και η διαδικασία που αποβλέπει στον προσδιορισμό των οριζόντιων προβολών των πολυγωνομετρικών σημείων ονομάζεται **πολυγωνομετρία**.

Με βάση τις πλευρές των πολυγωνικών οδεύσεων είναι δυνατόν να προσδιορίσουμε τις οριζόντιες προβολές **οποιωνδήποτε** σημείων του αποτυπωτέου τμήματος. Τα σημεία αυτά, που δεν είναι ούτε τριγωνομετρικά ούτε πολυγωνομετρικά, δεν έχουν δηλαδή κανένα ιδιαίτερο χαρακτηριστικό, θα τα ονομάζομε στο εξής **κοινά σημεία**.

Ο όρος αυτός δεν είναι καθιερωμένος στην Τοπογραφία. Τον χρησιμοποιούμε εδώ για διευκόλυνση των μαθητών, επειδή δεν υπάρχει αντίστοιχος καθιερωμένος όρος. Η διαδικασία προσδιορισμού των οριζόντιων προβολών των κοινών σημείων ονομάζεται **γηπεδομετρία**.

Ακριβέστερα γηπεδομετρία ονομάζεται το μέρος εκείνο της Τοπογραφίας, του ασχολείται με την οριζόντια αποτύπωση τμημάτων της επιφάνειας του εδάφους τόσο μικρών, ώστε να μη χρειάζεται η εγκατάσταση ούτε τριγωνομετρικού ούτε πολυγωνομετρικού δικτύου. Έτσι άλλωστε εξηγείται και ο όρος **γηπεδομετρία**, δηλαδή **μέτρηση γηπέδων**. Επειδή όμως με τα ίδια όργανα και τις ίδιες μεθόδους, που χρησιμοποιεί η γηπεδομετρία, γίνεται και η οριζόντια αποτύπωση των κοινών σημείων ενός μεγάλου τμήματος της επιφάνειας της γης, περιλαμβάνομε και την αποτύπωση αυτή στο αντικείμενο της γηπεδομετρίας.

Αντίστοιχα προς τις τρεις διαφορετικές διαδικασίες, που χρειάζονται για την οριζόντια αποτύπωση ενός τμήματος της επιφάνειας της γης, η Οριζόντια Αποτύπωση, σαν μέρος της Τοπογραφίας, υποδιαιρείται σε τρία ομώνυμα τμήματα με τίτλους: **Τριγωνισμός, Πολυγωνομετρία και Γηπεδομετρία**.

Κατά την ανάπτυξη όμως των τμημάτων αυτών θα ακολουθήσουμε την αντίστροφη σειρά, δηλαδή πρώτα θα εξετάσουμε τη Γηπεδομετρία, θα ακολουθήσει η Πολυγωνομετρία και θα τελειώσουμε με τον Τριγωνισμό. Με τη σειρά αυτή οι μέθοδοι και τα όργανα οριζόντιας αποτυπώσεως προχωρούν από τα απλούστερα προς τα πολυπλοκότερα και έτσι διευκολύνεται η αφομοίωση της ύλης.

Τ Μ Η Μ Α Α'
(ΠΡΩΤΟΥ ΜΕΡΟΥΣ)

ΓΗΠΕΔΟΜΕΤΡΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΥΤΕΡΟ

ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΑΠΟΤΥΠΩΣΗ ΚΟΙΝΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ

2.1 Συσχέτιση κοινών σημείων προς πολυγωνομετρικά.

Όπως αναφέραμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, για να προσδιορίσουμε τις οριζόντιες προβολές των διαφόρων σημείων της επιφάνειας του εδάφους, που περιλαμβάνεται μέσα στο τρίγωνο ΑΒΓ (σχ. 1.β), των «κοινών» σημείων, όπως τα χαρακτηρίσαμε, πρέπει να έχουμε προσδιορίσει προηγουμένως τις οριζόντιες προβολές των κορυφών των πολυγωνικών οδεύσεων Α-α-β-γ-Β, Β-δ-ε-στ-Γ κλπ. Για τις μεθόδους και τα όργανα αποτυπώσεως των κορυφών αυτών θα γίνει λόγος στο έπόμενο τμήμα του βιβλίου με τίτλο: Πολυγωνομετρία. Ήδη δεχόμαστε ότι η αποτύπωση αυτή έχει γίνει και θα εξετάσουμε πώς θα προσδιορίσουμε τις οριζόντιες προβολές των κοινών σημείων, που βρίσκονται εκατέρωθεν μιας από τις πολυγωνικές οδεύσεις, π.χ. της Α-α-β-γ-Β και ακόμη ειδικότερα, εκατέρωθεν της πλευράς α-β της οδεύσεως αυτής. Ό,τι πούμε για τα σημεία αυτά θα ισχύει και για όλα τα άλλα κοινά σημεία του τριγώνου ΑΒΓ.

2.2 Κλίμακα σχεδιάσεως.

Το να αποτυπώσουμε μια ομάδα σημείων της επιφάνειας του εδάφους δεν σημαίνει τίποτε άλλο παρά να συντάξουμε ένα σχέδιο, όπου να εμφανίζονται τα σημεία αυτά. Η αποτύπωση είναι ακριβής, όταν η εικόνα, που παρουσιάζουν τα σημεία επάνω στο σχέδιο, είναι όμοια εντελώς με την εικόνα, που παρουσιάζουν οι οριζόντιες προβολές τους επάνω στο επίπεδο του ορίζοντα. Έτσι, αν πρόκειται να αποτυπώσουμε τα σημεία Α, Β, Γ, Δ, Ε και Ζ του εδάφους, πρέπει το πολύγωνο ΑΒΓΔΕΖ, που σχηματίζεται στο σχέδιο, να είναι όμοιο (με τη γεωμετρική σημασία της λέξεως) προς το πολύγωνο Α'Β'Γ'Δ'Ε'Ζ', που σχηματίζεται στο επίπεδο του ορίζοντα. Συνεπώς θα έχουμε αφ' ενός μεν ισότητα των γωνιών των δύο πολυγώνων, αφ' ετέρου δε αναλογία πλευρών και διαγωνίων. Η αναλογία αυτή εκφράζεται με την πολλαπλή ισότητα:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BG}{B'G'} = \frac{GD}{G'D'} = \dots = \frac{AG}{A'G'} = \frac{AD}{A'D'} = \dots = \frac{BD}{B'D'} = \frac{BE}{B'E'} \dots$$

κλπ. Και η πολλαπλή αυτή ισότητα μπορεί να διατυπωθεί ως εξής:

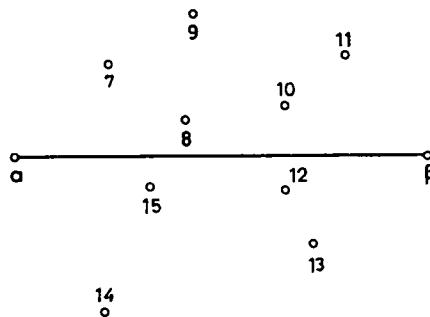
Η απόσταση δύο σημείων επάνω στο χαρτί σχεδιάσεως έχει σταθερό λόγο προς την οριζόντια απόσταση των αντιστοίχων σημείων της επιφάνειας του εδάφους.

Ο σταθερός λόγος αυτός ονομάζεται **κλίμακα σχεδιάσεως**.

Όταν ο σταθερός λόγος των δύο αποστάσεων ισούται με $\frac{1}{1000}$, τότε η κλίμακα σχεδιάσεως εκφράζεται με το συμβολισμό 1:1000. Ανάλογα έχουμε τις κλίμακες 1:2000, 1:5000, 1:10.000 κ.ο.κ. ή 1:500, 1:100, 1:50 κ.ο.κ. Όσο ο παρονομαστής του αντίστοιχου κλάσματος μικραίνει, τόσο το κλάσμα, δηλαδή η κλίμακα μεγαλώνει. Και αντίστροφα, όσο ο παρονομαστής μεγαλώνει, τόσο η κλίμακα μικραίνει. Μεγάλες είναι οι κλίμακες 1:50, 1:10 κλπ. Μικρές είναι οι κλίμακες 1:20.000, 1:50.000, 1:100.000 κλπ.

2.3 Σύνταξη σχεδίου.

Ας ξαναγυρίσουμε τώρα στην οριζόντια αποτύπωση των σημείων 7, 8, 9, ..., 13, 14 και 15, που βρίσκονται εκατέρωθεν της πλευράς α-β της πολυγωνομετρικής οδεύσεως Α-α-β-γ-Β (σχ. 2.3a). Όπως είπαμε, θα έχει προηγηθεί η οριζόντια αποτύπωση, δηλαδή η τοποθέτηση επάνω στο σχέδιο των κορυφών α και β, σύμφωνα με όσα αναφέρονται στο Τμήμα Β': Πολυγωνομετρία. Αν επιτύχομε να συσχετίσουμε τα σημεία 7, 8, 9 ... 13, 14 και 15 προς τις κορυφές α και β, θα έχουμε τη δυνατότητα να τοποθετήσουμε και τα σημεία αυτά επάνω στο σχέδιο. Η συσχέτιση γίνεται με δύο τρόπους. Με τις **ορθογώνιες συντεταγμένες** ή με τις **πολικές συντεταγμένες**.



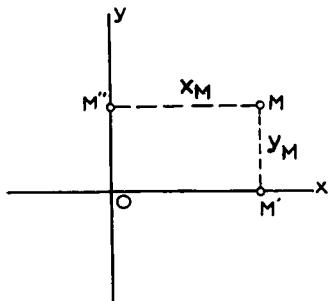
Σχ. 2.3.

2.4 Συσχέτιση με τις ορθογώνιες συντεταγμένες.

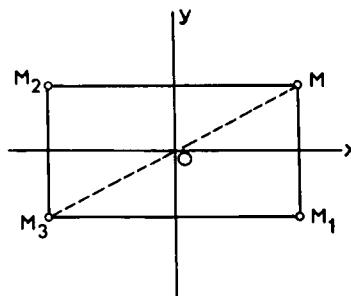
Για να καταλάβομε αυτό τον τρόπο συσχετίσεως πρέπει προηγουμένως να εξη-

γήσομε τι είναι **ορθογώνιες συντεταγμένες**.

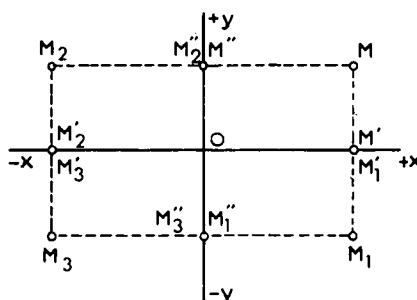
Ας υποθέσουμε ότι δίνονται δύο ευθείες (άξονες), οι x και y , που τέμνονται κάθετα στο σημείο O , και ένα σημείο M , που κείται επάνω στο επίπεδο των δύο ευθειών (σχ. 2.4α). Αφού η θέση του σημείου M σε σχέση με τις δύο ευθείες είναι ορισμένη, έπειτα ότι μπορούμε να προσδιορίσουμε τις αποστάσεις MM' και MM'' του σημείου από αυτές.



Σχ. 2.4α.



Σχ. 2.4β.



Σχ. 2.4γ.

Ας εξετάσουμε τώρα την αντίθετη περίπτωση. Έστω ότι γνωρίζομε τις αποστάσεις MM' και MM'' . Τίθεται το ερώτημα: έχομε τη δυνατότητα να προσδιορίσουμε τη θέση του σημείου M σε σχέση με τις δύο ευθείες x και y ;

Η απάντηση είναι: όχι, αν τα MM' και MM'' μας είναι γνωστά μόνο σαν ευθύγραμμα τμήματα, γιατί τότε, εκτός από το M , υπάρχουν και άλλα τρία σημεία, που έχουν τις ίδιες αποστάσεις από τις ευθείες x και y . Το M_1 , που είναι συμμετρικό του M ως προς την ευθεία x , το M_2 , που είναι συμμετρικό του M ως προς την ευθεία y και το M_3 , που είναι συμμετρικό του M ως προς το σημείο O (σχ. 2.4β).

Αν όμως οι αποστάσεις από τις ευθείες x και y μας είναι γνωστές και σαν διανύσματα, δηλαδή με το πρόσημο $+$ ή $-$, τότε σε κάθε ζεύγος MM' και MM'' θα αντιστοιχεί ένα μόνο από τα τέσσερα σημεία M, M_1, M_2 και M_3 . Για να επιτύχομε αυτή τη **μονοσήμαντη αντιστοιχία**, όπως την ονομάζουμε, αρκεί να χωρίσουμε τις δύο ευθείες x και y σε θετικές και αρνητικές ημιευθείες (σχ. 2.4γ), οπότε:

α) Το σημείο M , που βρίσκεται μέσα στη γωνία των ημιευθειών $+y$ και $+x$, έχει και τις δύο αποστάσεις MM' και MM'' θετικές.

β) Το σημείο M_2 , που βρίσκεται μέσα στη γωνία των ημιευθειών $-x$ και $+y$, έχει την απόσταση $M_2M_2' = M_2''O$ θετική και την $M_2M_2'' = M_2'O$ αρνητική.

γ) Το σημείο M_3 , που βρίσκεται μέσα στη γωνία των ημιευθειών $-x$ και $-y$, έχει και τις δύο αποστάσεις M_3M_3' και M_3M_3'' αρνητικές.

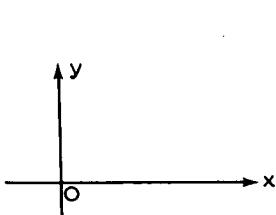
δ) Τέλος το σημείο M_1 , που βρίσκεται μέσα στη γωνία των ημιευθειών $-y$ και $+x$, έχει την απόσταση $M_1M_1' = M_1''O$ αρνητική και την $M_1'M_1 = OM_1$ θετική.

Αν τώρα τα ίσα ευθύγραμμα τμήματα $MM' = M_1M_1' = M_2M_2' = M_3M_3'$, που είναι παράλληλα προς την ευθεία y , τα ονομάσομε y_M και τα ίσα ευθύγραμμα τμήματα $MM'' = M_1M_1'' = M_2M_2'' = M_3M_3''$, που είναι παράλληλα προς την ευθεία x , τα ονομάσομε x_M , η ίδια μακροσκελής πρόταση διατυπώνεται συντομότερα ως εξής:

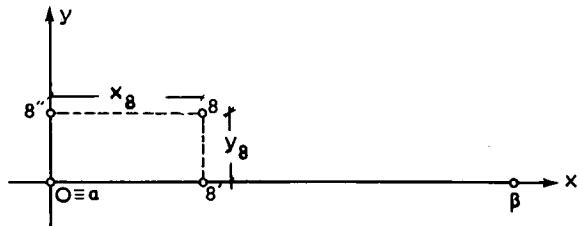
Το σημείο M , που βρίσκεται μέσα στη γωνία των $+y$ και $+x$ έχει και το x_M και το y_M θετικά· το σημείο M_2 , που βρίσκεται μέσα στη γωνία των $-x$ και $+y$, έχει το x_M αρνητικό και το y_M θετικό· το σημείο M_3 , που βρίσκεται μέσα στη γωνία των $-x$ και $-y$, έχει και το x_M και το y_M αρνητικά και τέλος το σημείο M_1 , που βρίσκεται μέσα στη γωνία των $-y$ και $+x$, έχει το x_M θετικό και το y_M αρνητικό.

Παρατηρούμε λοιπόν ότι η γνώση των αλγεβρικών τιμών των αποστάσεων x_M και y_M μας οδηγεί στο μονοσήμαντο προσδιορισμό του M , δηλαδή στον προσδιορισμό του σημείου M μόνο και κανενός άλλου.

Το x_M ονομάζεται **τετημένη** του σημείου M , το y_M **τεταγμένη** του σημείου M . Και τα δύο μεγέθη μαζί ονομάζονται **συντεταγμένες** ή πληρέστερα **ορθογώνιες συντεταγμένες** του σημείου M . Αφ' ετέρου το ζεύγος των καθέτων ευθειών x και y ονομάζεται **σύστημα ορθογωνίων αξόνων**. Ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων μπορεί επίσης να παρασταθεί και με τον τρόπο του σχήματος 2.4δ, δηλαδή χωρίς τα πρόσημα $+$ και $-$, τα οποία εννοούνται.



Σχ. 2.4δ.

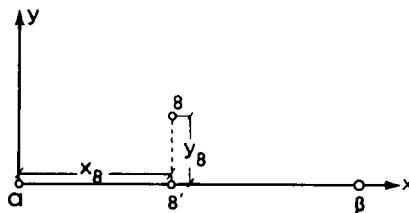


Σχ. 2.4ε.

Για να συσχετίσουμε τα κοινά σημεία $7,8,9, \dots, 13,14$ και 15 του σχήματος 2.3 ως προς τις κορυφές α και β , πρέπει πριν από όλα να ορίσουμε το σύστημα των ορθογωνίων συντεταγμένων. Πάιρνομε λοιπόν σαν άξονα x την πλευρά $\alpha-\beta$ με θετική φορά από το α προς το β και σαν άξονα y την κάθετη στο σημείο α προς την $\alpha-\beta$. Ας δουμε τώρα πώς προσδιορίζεται στο σχέδιο η θέση ενός από τα διάφορα αυτά σημεία, π.χ. η θέση του σημείου 8 , όταν γνωρίζομε τις ορθογώνιες συντεταγμένες του x_8 και y_8 (σχ..2.4ε).

Οι συντεταγμένες αυτές θα είναι προφανώς θετικές, γιατί το σημείο 8 βρίσκεται μέσα στη γωνία των θετικών ημιαξόνων. Αφ' ετέρου $8''-8 = a-8' = x_8$.

'Αρα επάνω στον ημιάξονα $+x$ παίρνομε τμήμα ίσο με τη γνωστή τετμημένη x_8 και προσδιορίζομε το σημείο $8'$. Στο σημείο αυτό υψώνομε κάθετη προς το μέρος του ημιάξονα $+y$ και επάνω στην κάθετη αυτή παίρνομε τμήμα ίσο με την τεταγμένη y_8 . Με αυτό τον τρόπο προσδιορίζομε το σημείο 8 (σχ. 2.4στ.).



Σχ. 2.4στ.

Για να προσδιορίσουμε όμως τις συντεταγμένες x_8 και y_8 του σημείου 8, πρέπει προηγουμένως να έχομε μετρήσει τις αντίστοιχες αποστάσεις επάνω στο έδαφος και κατόπιν να τις αναγάγομε στην κλίμακα του σχεδίου.

Για να το επιτύχουμε αυτό, πρέπει κατά την εργασία εδάφους να χαράξομε την κάθετη από το σημείο 8 προς την ευθυγραμμία $a-\beta$ και έπειτα να μετρήσουμε τόσο την απόσταση $8-8'$, όσο και την απόσταση $a-8'$. Η κάθετη χαράζεται με το ορθόγωνο, ενώ οι αποστάσεις μετρούνται με τη μετροταινία.

Με την ίδια ακριβώς διαδικασία μπορούμε να προσδιορίσουμε και τα υπόλοιπα κοινά σημεία του σχήματος 2.3.

Παράδειγμα.

Έστω ότι κατά τη μέτρηση επάνω στο έδαφος βρήκαμε $a-8' = 54,30$ m και $8-8' = 32,50$ m. Άν η κλίμακα σχεδιάσεως είναι 1:500, τότε τα αντίστοιχα x και y θα είναι $x_8 = 108,60$ mm και $y_8 = + 65$ mm. Στη συνέχεια κατασκευάζομε το σχήμα 2.4στ με το υποδεκάμετρο.

2.5 Συσχέτιση με τις πολικές συντεταγμένες.

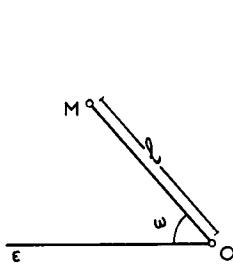
Η συσχέτιση με τις ορθογώνιες συντεταγμένες έχει ένα μειονέκτημα. Πρέπει το έδαφος, στο οποίο βρίσκονται τα κοινά σημεία, να είναι σχετικά οριζόντιο. Ειδεμή θα δυσκολευθούμε πολύ να χαράξομε τις κάθετες με το ορθόγωνο. Όταν λοιπόν το έδαφος είναι ανώμαλο, χρησιμοποιούμε τις πολικές συντεταγμένες.

Ας δούμε όμως πρώτα τι είναι **πολικές συντεταγμένες**.

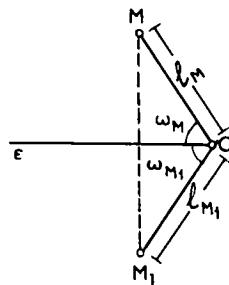
Έστω Οε μία ευθεία που κείται επάνω σε ένα επίπεδο και M ένα σημείο του επιπέδου αυτού. Μπορούμε να συσχετίσουμε το σημείο M προς την ευθεία Οε, αρκεί να ξέρουμε την απόσταση l του σημείου M από το σημείο Ο και τη γωνία ω , που σχηματίζει η MO με την ευθεία Οε (σχ. 2.5α).

Παρατηρούμε όμως ότι με τα απόλυτα μεγέθη ω και l δεν καθορίζεται μονοσή-

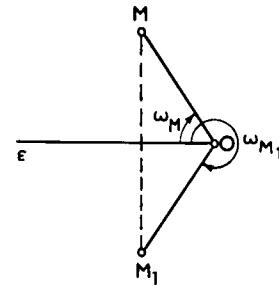
μάντα η θέση του σημείου M , γιατί τα ίδια αυτά μεγέθη αναφέρονται και στο σημείο M_1 , που είναι συμμετρικό του M προς την ημιευθεία Oe . Έχουμε δηλαδή $\omega_M = \omega_{M_1}$, και $l_M = l_{M_1}$, (σχ. 2.5β). Για να επιτύχουμε τη μονοσήμαντη αντιστοιχία που θέλομε, καθορίζομε επί πλέον και τη φορά μετρήσεως των γωνιών ω (στο σχήμα 2.5γ η φορά αυτή είναι δεξιόστροφη). Με αυτό τον τρόπο η γωνία ω_M , (σχ. 2.5γ) διαφοροποιείται ως προς τη γωνία ω_M , αφού $\omega_{M_1} = 360^\circ - \omega_M$.



Σχ. 2.5α.



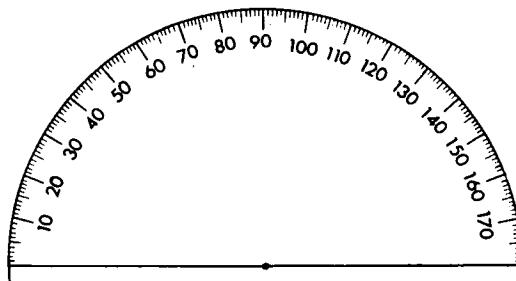
Σχ. 2.5β.



Σχ. 2.5γ.

Το σημείο O ονομάζεται **πόλος**, η ημιευθεία Oe **πολική ακτίνα** και τα μεγέθη ω_M και l_M **πολικές συντεταγμένες** του σημείου M .

Υστέρα από αυτές τις διευκρινίσεις ας ξαναγυρίσουμε στον προσδιορισμό των κοινών σημείων του σχήματος 2.3 με τις πολικές συντεταγμένες. Θεωρούμε σαν πόλο το πολυγωνικό σημείο B και σαν πολική ακτίνα την πλευρά $B-A$. Για να προσδιορίσουμε τις πολικές συντεταγμένες ω και l των σημείων, πρέπει προηγουμένως να έχουμε μετρήσει επάνω στο έδαφος τις αντίστοιχες οριζόντιες γωνίες και οριζόντιες αποστάσεις. Για τη μέτρηση των οριζόντιων γωνιών χρησιμοποιούμε το θεοδόλιχο και εφαρμόζομε την απλή μέθοδο μετρήσεως κατά διευθύνσεις (εδάφιο 2, παράγραφος 7.13 πρώτου τόμου). Για τη μέτρηση των οριζόντιων αποστάσεων χρησιμοποιούμε τη μετροταινία.



Σχ. 2.5δ.

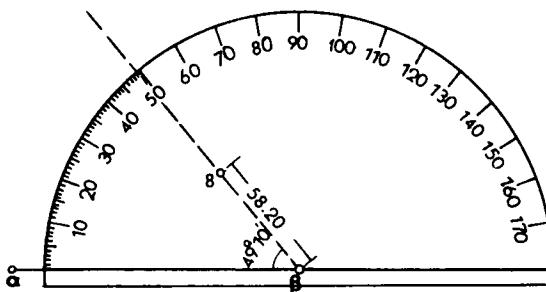
Η μεταφορά των οριζόντιων γωνιών στο σχέδιο γίνεται με ένα μοιρογνωμόνιο (σχ. 2.5δ) ή ένα βαθμογνωμόνιο, ανάλογα με το είδος των διαιρέσεων που φέρει ο οριζόντιος δίσκος του θεοδόλιου. Πρόκειται για ένα ημικύκλιο ακτίνας 10 μέχρι

15 cm από ζελατίνα, που η ημιπεριφέρειά του είναι χωρισμένη σε μοίρες ή σε βαθμούς.

Οι οριζόντιες αποστάσεις μεταφέρονται στο σχέδιο, με βάση την κλίμακα, με το υποδεκάμετρο.

Παράδειγμα.

Έστω ότι οι πολικές συντεταγμένες του σημείου 8 είναι $\omega_8 = 49^\circ 10'$ και $l_8 = 58,20$ m και ότι η κλίμακα σχεδιάσεως είναι 1:1000. Για να μεταφέρομε τη γωνία ω_8 στο σχέδιο, τοποθετούμε το μοιρογνωμόνιο με τέτοιο τρόπο, ώστε το κέντρο του να συμπέσει με την κορυφή β και η ακτίνα, που αντιστοιχεί στην υποδιαίρεση



Σχ. 2.5ε.

Ο του μοιρογνωμόνιου, να συμπέσει με την πλευρά β-α. Κατόπιν σημειώνομε μέτο μολύβι μας, στο χαρτί σχεδιάσεως, το σημείο που αντιστοιχεί στο $1/6$ του τόξου μεταξύ των υποδιαιρέσεων 49 και 50 της ημιπεριφέρειας του μοιρογνωμόνιου.

Ενώνομε το σημείο αυτό με την κορυφή β και μετρούμε το τμήμα β-8 ίσο με 58,20 mm. Έτσι ορίζομε τη θέση του σημείου 8 (σχ. 2.5ε).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΡΙΤΟ

ΑΠΟΤΥΠΩΣΗ ΓΗΠΕΔΩΝ

3.1 Γενικότητες.

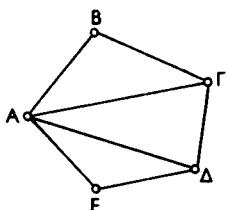
Η αποτύπωση γηπέδων, χωρίς να χρειάζεται η εγκατάσταση πολυγωνομετρικού ή τριγωνομετρικού δικτύου, δηλαδή με μεθόδους και όργανα που χρησιμοποιεί αποκλειστικά και μόνο η γηπεδομετρία, είναι εφικτή, εφ' όσον και η έκταση των γηπέδων είναι μικρή. Πόσο μικρή ακριβώς δεν μπορούμε να το προσδιορίσουμε, γιατί παίζει μεγάλο ρόλο η μορφή του εδάφους. Γενικά η έκταση των γηπέδων, που μπορούν να αποτυπωθούν με όργανα και μεθόδους της γηπεδομετρίας είναι μεγαλύτερη στα πεδινά εδάφη παρά στα ορεινά.

Κατά την αποτύπωση ενός γηπέδου μας ενδιαφέρει κυρίως να αποτυπώσουμε τα όριά του. Τα όρια αυτά είναι συνήθως τεθλασμένες και σπανιότερα καμπύλες γραμμές. Στην πρώτη περίπτωση αποτυπώνουμε όλες τις καρυφές της τεθλασμένης γραμμής. Στη δεύτερη περίπτωση αποτυπώνουμε τόσα σημεία της καμπύλης, όσα χρειάζονται για να αποδοθεί στο σχέδιο η πραγματική μορφή της.

Ας εξετάσουμε τώρα τις διάφορες μεθόδους αποτυπώσεως ενός γηπέδου.

3.2 Μέθοδος αποτυπώσεως με γεωμετρικές κατασκευές (Μέθοδος γεωμετρικών κατασκευών).

Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται, όταν θέλομε να αποτυπώσουμε μικρά γήπεδα, που έχουν μικρό αριθμό πλευρών. Ένα τέτοιο γήπεδο είναι το πεντάγωνο ΑΒΓΔΕ, που εικονίζεται στο σχήμα 3.2. Μετρούμε επάνω στο έδαφος όλες τις πλευρές



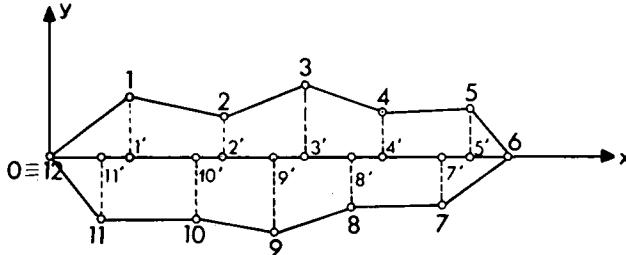
Σχ. 3.2.

καθώς και όλες τις διαγώνιες του γηπέδου. Κατόπιν, με βάση τις πλευρές και τις 2 από τις 4 διαγώνιες, π.χ. τις ΑΓ και ΑΔ, σχεδιάζομε το γήπεδο κατασκευάζοντας τα παρακείμενα τρίγωνα ΑΒΓ, ΑΓΔ και ΑΔΕ. Στη συνέχεια, και με βάση τις υπόλοιπες

διαγώνιες, ελέγχομε την ακρίβεια τόσο των μετρήσεων, όσο και των γεωμετρικών κατασκευών. Εννοείται ότι η αναγωγή των μηκών που μετρήσαμε επάνω στο έδαφος, στα μήκη που μετρούμε επάνω στο σχέδιο, γίνεται με βάση την κλίμακα σχεδιάσεως.

3.3 Μέθοδος αποτυπώσεως με τις ορθογώνιες συντεταγμένες (Μέθοδος ορθογώνιων συντεταγμένων).

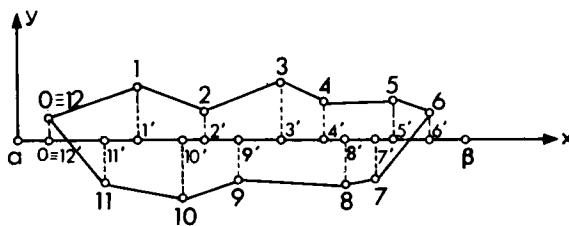
Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται όταν το γήπεδο, που θέλομε να αποτυπώσουμε, είναι μακρουλό και έχει πολλές πλευρές (σχ. 3.3α).



Σχ. 3.3α.

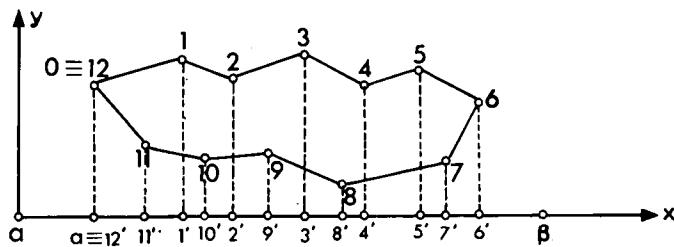
Διαλέγομε μία από τις διαγώνιες του γηπέδου, κατά προτίμηση τη μεγαλύτερη, και συσχετίζομε ως προς τη διαγώνια αυτή τις κορυφές του γηπέδου με τις ορθογώνιες συντεταγμένες τους. Δηλαδή η κορυφή 1 συσχετίζεται με τις συντεταγμένες $x_1 = 0-1'$, και $y_1 = 1-1'$, η κορυφή 2 με τις συντεταγμένες $x_2 = 0-2'$ και $y_2 = 2-2'$, κ.ο.κ.

Μετρούμε τις συντεταγμένες επάνω στο έδαφος και καθορίζομε τις κορυφές του γηπέδου επάνω στο σχέδιο ακολουθώντας τη διαδικασία που αναφέραμε στην παράγραφο 2.4.



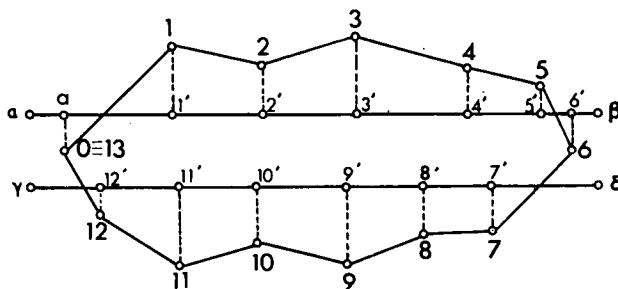
Σχ. 3.3β.

Είναι δυνατόν επίσης αντί για τη διαγώνια 0-6 να θεωρήσουμε σαν άξονα συσχετίσεως των κορυφών του γηπέδου μια τυχούσα ευθυγραμμία $\alpha-\beta$, που ενδέχεται να τέμνει (σχ. 3.3β) ή να μην τέμνει (σχ. 3.3γ) το γήπεδο. Για την αποτύπωση και στις περιπτώσεις αυτές ακολουθούμε τινά ίδια διαδικασία, όπως και στην πρώτη περίπτωση.



Σχ. 3.3γ.

Και στις τρεις περιπτώσεις αποτυπώσεως το **μέγιστο μήκος καθέτων, που φέρομε από τις κορυφές των γηπέδων προς τον άξονα x , δηλαδή το μέγιστο μήκος των τεταγμένων y , δεν πρέπει να υπερβαίνει τα 25 ως 30 m, ειδεμή η χάραξη των καθέτων θα είναι ανακριβής. Για να πετύχομε αυτό τον περιορισμό χρησιμοποιούμε, αντί για μία, δύο ευθυγραμμίες, παράλληλες μεταξύ τους, π.χ. τις α - β και γ - δ (σχ. 3.3δ), οπότε οι μεν κορυφές 0, 1, 2, 3, 4, 5 και 6 συσχετίζονται ως προς την α - β , οι δε κορυφές 7, 8, 9, 10, 11 και 12 ως προς τη γ - δ .**

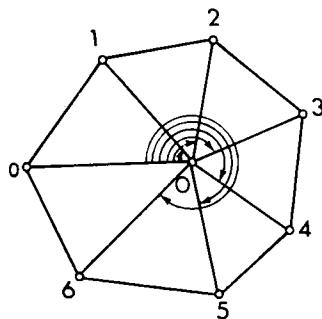


Σχ. 3.3δ.

3.4 Μέθοδος αποτυπώσεως με τις πολικές συντεταγμένες (Μέθοδος πολικών συντεταγμένων).

Αν το σχήμα και η έκταση του γηπέδου δεν μας επιτρέπουν να αναχθούμε σε μία από τις τρεις προηγούμενες περιπτώσεις ή αν το έδαφος του γηπέδου είναι ανώμαλο, τότε εφαρμόζομε τη μέθοδο των πολικών συντεταγμένων. Κατά την εφαρμογή αυτής της μεθόδου διαλέγομε τον πόλο συσχετίσεως κοντά στο κέντρο του γηπέδου και έτσι, ώστε να βλέπομε από εκεί όλες τις κορυφές του. Σαν πολική ακτίνα μπορούμε να θεωρήσουμε μία από τις ευθείες, που ενώνουν τον πόλο με τις κορυφές του γηπέδου. Στο σχήμα 3.4 πολική ακτίνα είναι η ευθεία 0-0. Είναι φανερό και εδώ ότι η μέγιστη απόσταση των κορυφών του γηπέδου από τον πόλο συσχετίσεως δεν πρέπει να υπερβαίνει την απόσταση ευκρινούς οράσεως του

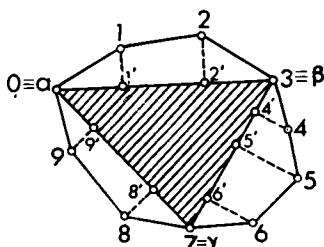
θεοδόλιχου. Για την αποτύπωση εργαζόμαστε σύμφωνα με όσα είπαμε στην παράγραφο 2.5.



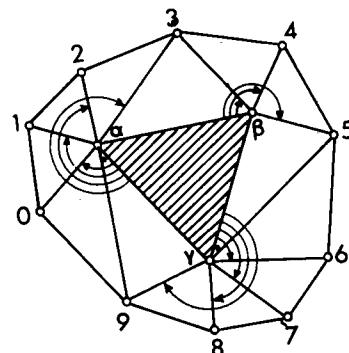
Σχ. 3.4.

3.5 Μικτή μέθοδος αποτυπώσεως.

Αν το γήπεδο που θέλομε να αποτυπώσομε, είναι πολύ μεγάλο, τότε επιδιώκουμε να σχηματίσουμε ένα εσωτερικό πολύγωνο συσχετίσεως, όπως το τρίγωνο $\alpha\beta\gamma$ στα σχήματα 3.5α και 3.5β, ως προς το οποίο συσχετίζομε τα όρια του γηπέδου. Το εσωτερικό αυτό πολύγωνο μπορούμε να το αποτυπώσουμε με τη μέθοδο



Σχ. 3.5α.



Σχ. 3.5β.

των γεωμετρικών κατασκευών. Όσο για τις κορυφές του γηπέδου, τις αποτυπώνομε, ανάλογα με τη μορφή του, είτε με τη μέθοδο των ορθογωνίων συντεταγμένων (σχ. 3.5α), οπότε οι πλευρές του εσωτερικού πολυγώνου χρησιμεύουν σαν άξονες συσχετίσεως, είτε με τη μέθοδο των πολικών συντεταγμένων (σχ. 3.5β), οπότε οι κορυφές του εσωτερικού πολυγώνου χρησιμεύουν σαν πόλοι συσχετίσεως.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΕΤΑΡΤΟ

ΕΜΒΑΔΟΜΕΤΡΗΣΗ ΓΗΠΕΔΩΝ

4.1 Γενικά.

Συχνά, στην καθημερινή ζωή, παρίσταται ανάγκη να μετρήσουμε το εμβαδό ενός τμήματος της επιφάνειας της γης. Αυτό π.χ. συμβαίνει κατά τις αγοραπωλησίες οικοπέδων, χωραφιών και γενικά γηπέδων. Η **εμβαδομέτρηση** δεν αφορά αυτό καθευτό το τμήμα της γηνίνης επιφάνειας με τα υψώματά του και τα βαθουλώματά του, αλλά την ορθή προβολή του τμήματος επάνω στο επίπεδο του ορίζοντα.

Επειδή για να εμβαδομετρήσουμε ένα γήπεδο χρησιμοποιούμε τις ίδιες μεθόδους και τα ίδια όργανα, με τα οποία και το αποτυπώνομε, γι' αυτό και η εμβαδομέτρηση γηπέδων υπάγεται στη γηπεδομετρία.

Προτού αναπτύξουμε τις διάφορες μεθόδους εμβαδομετρήσεως, θα υπενθυμίσουμε ορισμένα πράγματα σχετικά με τις μονάδες επιφάνειας.

4.2 Μονάδες επιφάνειας.

Η βασική μονάδα επιφάνειας στο δεκαδικό σύστημα είναι το τετραγωνικό μέτρο (m^2), δηλαδή το εμβαδόν τετραγώνου, που έχει πλευρά ίση με ένα μέτρο.

Άλλες μονάδες επιφάνειας του ίδιου συστήματος είναι:

α) Πολλαπλάσιες.

άριο = 100 m^2 (τετράγωνο πλευράς 10 m)

στρέμμα = 1000 m^2 (τετράγωνο πλευράς $\sqrt{1000} = 31,623$ m)

εκτάριο = 10.000 m^2 (τετράγωνο πλευράς 100 m)

τετραγ. χιλιόμετρο (km^2) = $1.000.000 \text{ m}^2$ (τετράγ. πλευράς 1000 m).

β) Υποπολλαπλάσιες.

τετραγ. εκατοστόμετρο (cm^2) = $\frac{1}{10.000} \text{ m}^2$ (τετράγωνο πλευράς 1 cm)

τετραγ. χιλιοστόμετρο (mm^2) = $\frac{1}{1.000.000} \text{ m}^2$ (τετράγωνο πλευράς 1 mm)

Ως μονάδα επιφάνειας κατά τις αγοραπωλησίες γηπέδων χρησιμοποιούνταν μέχρι πριν λίγες δεκαετίες και ο τετραγωνικός τεκτονικός πήχης. Η αντίστοιχη μονάδα μήκους, δηλαδή ο τεκτονικός πήχης, ισούται με 75 cm, δηλαδή $\frac{3}{4}$ του m. Άρα ο τετραγωνικός τεκτονικός πήχης ισούται με:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16} \text{ του m}^2$$

Στο αγγλοσαξονικό σύστημα οι κυριότερες μονάδες επιφάνειας είναι το τετραγωνικό πόδι, ίσο με $0,3048^2 = 0,092903 \text{ m}^2$, η τετραγωνική γυάρδα, ίση με 9 τετραγωνικά πόδια, δηλαδή $9 \times 0,3048^2 = 0,83613 \text{ m}^2$, και η τετραγωνική ίντσα, ίση με $2,54^2 = 6,452 \text{ cm}^2$ περίπου. Πολλαπλάσιο του τετραγωνικού ποδιού είναι η μονάδα acre, ίση με 4840 τετραγωνικές γυάρδες, ίση περίπου με 4000 m^2 .

4.3 Μέθοδοι εμβαδομετρήσεως.

Κατά την εμβαδομέτρηση γίνονται διάφορες αριθμητικές πράξεις χρησιμοποιώντας ορισμένα μεγέθη. Αν τα μεγέθη αυτά μετρήθηκαν εξ ολοκλήρου επάνω στο έδαφος ή προέκυψαν μετά από υπολογισμούς από άλλα τέτοια μεγέθη, τότε η αντίστοιχη μέθοδος εμβαδομετρήσεως ονομάζεται **αναλυτική**. Αν, αντίθετα, μετρήθηκαν εξ ολοκλήρου επάνω στο σχέδιο αποτυπώσεως του τμήματος της γήινης επιφάνειας που μας ενδιαφέρει, η μέθοδος εμβαδομετρήσεως ονομάζεται **γραφική**. Τέλος, αν μερικά μόνο από τα μεγέθη, που μας δίνουν το εμβαδόν του τμήματος, μετρήθηκαν επάνω στο σχέδιο αποτυπώσεως και τα υπόλοιπα επάνω στο έδαφος, η μέθοδος εμβαδομετρήσεως ονομάζεται **ημιγραφική**.

4.4 Αναλυτική μέθοδος εμβαδομετρήσεως.

Η αναλυτική μέθοδος εφαρμόζεται κυρίως στις περιπτώσεις εμβαδομετρήσεως τμημάτων της επιφάνειας της γης, που μπορούν να αποτυπωθούν εύκολα με όργανα και μεθόδους της γηπεδομετρίας. Οι περιπτώσεις αυτές αντιστοιχούν προς τα παραδείγματα αποτυπώσεως, που εξετάσαμε στο κεφάλαιο 3.

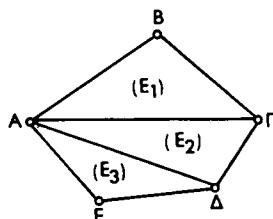
Ας δούμε λοιπόν την κάθε μία περίπτωση χωριστά:

1) Εμβαδομέτρηση μικρών γηπέδων. (Περίπτωση παραγράφου 3.2).

Το εμβαδόν του πενταγώνου ΑΒΓΔΕ (σχ. 4.4a) προσδιορίζεται σαν άθροισμα των εμβαδών E_1 , E_2 και E_3 των τριγώνων ΑΒΓ, ΑΓΔ και ΑΔΕ. Αφ' ετέρου τα εμβαδά E_1 , E_2 και E_3 υπολογίζονται με τον τύπο του Ήρωνα:

$$E = \sqrt{\tau(\tau - a)(\tau - b)(\tau - c)}$$

όπου a , b , c οι πλευρές των αντιστοίχων τριγώνων και τ η ημιπερίμετρός τους.



Σχ. 4.4a.

Συνεπώς, για να υπολογίσουμε το εμβαδόν του πενταγώνου ΑΒΓΔΕ, υποδιαιρούμε το πεντάγωνο στα τρίγωνα ΑΒΓ, ΑΓΔ και ΑΔΕ, μετρούμε επάνω στο έδαφος τις

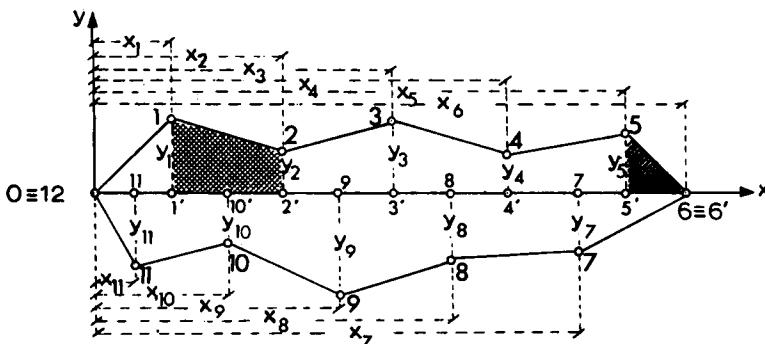
πλευρές των τριγώνων αυτών, υπολογίζομε τα εμβαδά τους E_1 , E_2 και E_3 με τον τύπο του Ήρωνα και τέλος ορίζομε το άθροισμα $E_1 + E_2 + E_3$.

2) Εμβαδομέτρηση μακρουλών γηπέδων με πολλές πλευρές. (Περίπτωση παραγράφου 3.3).

Αν ως άξονα συσχετίσεως των κορυφών του πολυγώνου 0-1-2-3 ... 10-11-12 διαλέξουμε τη διαγώνια 0-6, τότε ο άξονας συσχετίσεως και οι κάθετες 1-1', 2-2', 3-3' κλπ. χωρίζουν το όλο σχήμα σε ορθογώνια τρίγωνα και ορθογώνια τραπέζια (σχ. 4.4β). (Ορθογώνιο ονομάζεται ένα τραπέζιο, όταν οι δύο βάσεις του είναι κάθετες προς μία από τις πλευρές του). Συνεπώς το εμβαδόν του γηπέδου ισούται με το άθροισμα των εμβαδών όλων αυτών των τριγώνων και τραπεζίων.

Ας εξετάσουμε πρώτα πώς προσδιορίζεται το εμβαδόν των ορθογώνιων τραπεζίων. Ξέρομε από τη Γεωμετρία ότι το εμβαδόν ενός τραπεζίου ισούται με το ημιάθροισμα των δύο βάσεων επί το ύψος. Έτσι το εμβαδόν του διαγραμμισμένου τραπεζίου στο σχήμα 4.4β ισούται με:

$$\frac{y_1 + y_2}{2} [1' - 2'] \quad \text{ή με} \quad \frac{1}{2} (y_1 + y_2) (x_2 - x_1)$$



Σχ. 4.4β.

Ας έρθομε τώρα στα ορθογώνια τρίγωνα. Το εμβαδόν του διαγραμμισμένου τριγώνου ισούται με:

$$\frac{1}{2} y_5 (x_6 - x_5) \quad \text{ή με} \quad \frac{1}{2} (y_5 + y_6) (x_6 - x_5) \quad \text{αφού} \quad y_6 = 0$$

Με άλλα λόγια, τριγώνων και τραπεζίων το εμβαδόν μπορεί να εκφρασθεί με την κοινή παράσταση:

$$\frac{1}{2} (y_v + y_{v+1}) (x_{v+1} - x_v).$$

Όσο για το εμβαδόν του όλου γηπέδου, δίνεται από τον τύπο:

$$E = \frac{1}{2} \sum (y_v + y_{v+1}) (x_{v+1} - x_v)$$

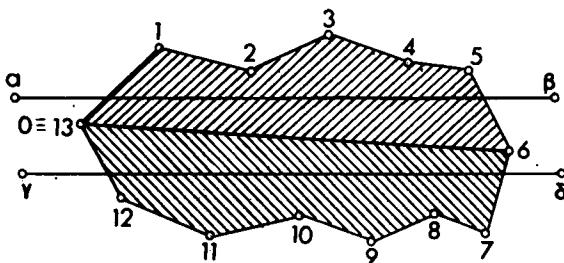
(1)

όπου \sum σημαίνει άθροισμα διαφόρων προσθετέων της ίδιας μορφής. Εδώ οι προσθετέοι είναι τα δώδεκα γινόμενα της μορφής $(y_v + y_{v+1})(x_{v+1} - x_v)$, που σχηματίζονται όταν το v πάρει τις τιμές από 0 ως 11.

Αποδεικνύεται ότι ο τύπος (1) είναι γενικός, ισχύει δηλαδή είτε πάρομε σαν άξονα συσχετίσεως τη διαγώνια 0-6, είτε οποιαδήποτε ευθυγραμμία, που τέμνει (σχ. 3.3β) ή δεν τέμνει (σχ. 3.3γ) το γήπεδο.

Αν τέλος χρησιμοποιήσουμε δύο ευθυγραμμίες σαν άξονες συσχετίσεως (σχ. 4.4γ), τότε το εμβαδόν του γηπέδου 0-1-2 ... 10-11-12-13 βρίσκεται προσθέτοντας τα εμβαδά των πολυγώνων 0-1-2-3-4-5-6-13 και 0-6-7-8-9-10-11-12-13.

Εννοείται ότι πρέπει να έχουμε μετρήσει επάνω στο έδαφος τις συντεταγμένες των σημείων 0 και 6 και ως προς την ευθυγραμμία α-β και ως προς την ευθυγραμμία γ-δ.



Σχ. 4.4γ.

Αριθμητική εφαρμογή.

Έστω ότι θέλουμε να έμβαδομετρήσουμε το πολύγωνο 0-1-2-3 ... 10-11-12 του σχήματος 4.4δ (άξονες συσχετίσεως τυχούσα ευθυγραμμία). Πριν από όλα μετρούμε επάνω στο έδαφος τις συντεταγμένες y και x των κορυφών του και αναγράφουμε τις αλγεβρικές τους τιμές στις αντίστοιχες στήλες του Πίνακα 4.4.1. Έπειτα βρίσκουμε τα αθροίσματα $y_v + y_{v+1}$, και τις διαφορές $x_{v+1} - x_v$, για $v = 0$ ως $v = 11$, που επίσης αναγράφουμε στις αντίστοιχες στήλες.

Π.χ. για $v = 0$ προκύπτει:

$$y_0 + y_1 = -6,80 + 13,50 = +6,70$$

$$\text{και } x_1 - x_0 = +32,90 - 12,50 = +20,40$$

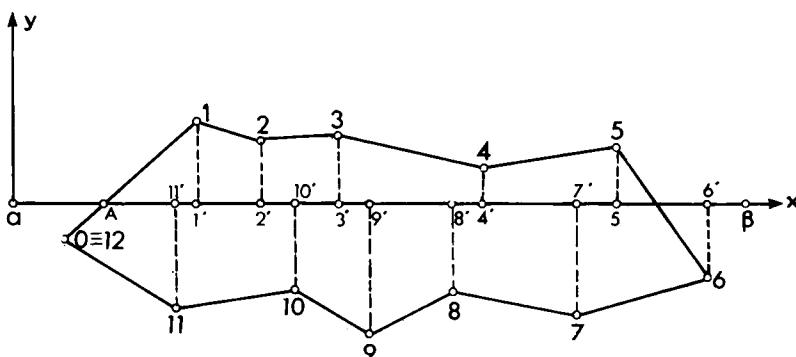
Στη συνέχεια κάνουμε τους πολλαπλασιασμούς $(y_v + y_{v+1})(x_{v+1} - x_v)$ και αναγράφουμε τα αποτελέσματα στη στήλη + ή - του πίνακα, ανάλογα αν τα αντίστοιχα γινόμενα είναι θετικά ή αρνητικά. Τελικά αθροίζουμε τα γινόμενα των δύο στηλών και με αναγωγή των αντίστοιχων αθροίσμάτων προκύπτει το διπλάσιο εμβαδόν του γηπέδου, ίσο με $5458,29 \text{ m}^2$ και άρα $E = 2729,15 \text{ m}^2$.

3) Εμβαδομέτρηση γηπέδων σε ανώμαλο έδαφος (πέριπτωση παραγράφου 3.4).

Το εμβαδόν του πολυγώνου 0 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 (σχ. 4.4δ) ισούται με το ά-

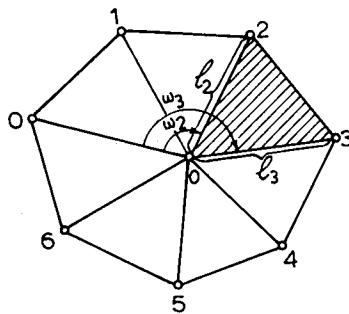
ΠΙΝΑΚΑΣ 4.4.1.

Αριθμός κορυφής	γ	x	$\gamma_v + \gamma_{v+1}$	$x_{v+1} - x_v$	2E	
					+	-
0	- 6,80	+ 12,50	+ 6,70	+ 20,40	136,68	
1	+ 13,50	+ 32,90	+ 21,60	+ 12,70	274,32	
2	+ 8,10	+ 45,60	+ 21,30	+ 12,50	266,25	
3	+ 13,20	+ 58,10	+ 20,10	+ 24,60	494,46	
4	+ 6,90	+ 82,70	+ 15,60	+ 21,70	338,52	
5	+ 8,70	+ 104,40	- 4,20	+ 22,10		92,82
6	- 12,90	+ 126,50	- 33,30	- 26,80	892,44	
7	- 20,40	+ 99,70	- 38,10	- 21,50	819,15	
8	- 17,70	+ 78,20	- 40,20	- 15,60	627,12	
9	- 22,50	+ 62,60	- 39,70	- 10,90	432,73	
10	- 17,20	+ 51,70	- 37,00	- 21,80	806,60	
11	- 19,80	+ 29,90	- 26,60	- 17,40	462,84	
12	- 6,80	+ 12,50	-	-		
					+ 5 551,11	- 92,82
					2E = 5 458,29	
					E = 2 729,15	



Σχ. 4.46.

Θροισμα των εμβαδών των τριγώνων 0 - 0 - 1, 1 - 0 - 2, 2 - 0 - 3 κλπ. Ξέρομε όμως από την Τριγωνομετρία ότι το εμβαδόν ενός τριγώνου ισούται με το μισό γινόμενο δύο πλευρών του επί το ημίτονο της γωνίας που σχηματίζουν. Έτσι το εμβαδόν του τριγώνου 2 - 0 - 3 ισούται με $\frac{1}{2} l_2 l_3 \omega_3$ ημ ($\omega_3 - \omega_2$), όπου l_2 , l_3 οι πολικές συντεταγμένες του σημείου 2 και l_3 , ω_3 οι πολικές συντεταγμένες του σημείου 3. Με τον ίδιο τρόπο υπολογίζομε τα εμβαδά και των άλλων τριγώνων και, αν τα αθροίσουμε, βρίσκομε το εμβαδόν του γηπέδου.



Σχ. 4.4ε.

4) Εμβαδομέτρηση πολύ μεγάλων γηπέδων. (Περίπτωση παραγράφου 3.5).

Στην περίπτωση του σχήματος 3.5α, το εμβαδόν του γηπέδου προκύπτει αν αθροίσομε το εμβαδόν του τριγώνου $\alpha - \beta - \gamma$ με τα εμβαδά των πολυγώνων 0-1-2-3-0, 3-4-5-6-7-3 και 7-8-9-0-7. Το εμβαδόν του τριγώνου το υπολογίζομε με τον τύπο του 'Ηρωνα, ενώ τα εμβαδά των πολυγώνων τα υπολογίζομε με τον τύπο:

$$E = \frac{1}{2} \sum (y_v + y_{v+1})(x_{v+1} - x_v)$$

Στην περίπτωση του σχήματος 3.5β βρίσκομε το εμβαδόν του γηπέδου σαν άθροισμα του διεγραμμισμένου τριγώνου $\alpha - \beta - \gamma$ και των υπολοίπων τριγώνων 0 - α - 1, 1 - α - 2, 2 - α - 3 κλπ.

Το εμβαδόν του διεγραμμισμένου τριγώνου το υπολογίζομε και πάλι με τον τύπο του 'Ηρωνα, ενώ για τον υπολογισμό των εμβαδών των άλλων τριγώνων χρησιμοποιούμε τον τύπο της Τριγωνομετρίας:

$$E = \frac{1}{2} ab \sin C$$

4.5 Γραφική μέθοδος εμβαδομετρήσεως.

Η γραφική μέθοδος εμβαδομετρήσεως ενός τμήματος της επιφάνειας της γης εφαρμόζεται, όταν τα μεγέθη εκείνα, που μας δίνουν το εμβαδόν του τμήματος αυτού, δεν έχουν μετρηθεί επάνω στο έδαφος. Αυτό συμβαίνει συνήθως, όταν το τμήμα, που θέλομε να εμβαδομετρήσουμε, έχει σχηματισθεί εκ των υστέρων, αφού δηλαδή ενώσομε διάφορα σημεία του σχεδίου μεταξύ τους.

Η γραφική μέθοδος εμβαδομετρήσεως εφαρμόζεται επίσης σε κάθε περίπτωση, όπου χρειάζεται να υπολογίσουμε το εμβαδόν ενός επίπεδου σχήματος, ασχέτως αν το σχήμα αυτό παριστάνει την οριζόντια αποτύπωση κάποιου τμήματος της γήινης επιφάνειας ή όχι.

Οι διάφοροι τρόποι εμβαδομετρήσεως με τη γραφική μέθοδο αναφέρονται κυρίως σε δύο περιπτώσεις. Στην πρώτη περίπτωση το περίγραμμα του σχήματος, που πρόκειται να εμβαδομετρήσουμε, είναι μία πολυγωνική γραμμή. Στη δεύτερη περίπτωση το περίγραμμα είναι μία καμπύλη.

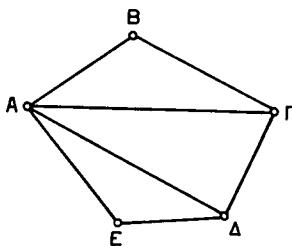
1) Περίγραμμα: Πολυγωνική γραμμή.

Ας υποθέσουμε ότι θέλουμε να εμβαδομετρήσουμε το πεντάγωνο ΑΒΓΔΕ (σχ. 4.5α). Χωρίζομε το σχήμα στα τρίγωνα ΑΒΓ, ΑΓΔ και ΑΔΕ και μετρούμε επάνω στο σχέδιο όλες τι πλευρές των τριγώνων. Κατόπιν εφαρμόζομε τον τύπο του Ήρωνα:

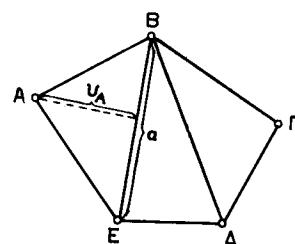
$$E = \frac{1}{2} \sqrt{(t-a)(t-\beta)(t-\gamma)}$$

για κάθε τρίγωνο χωριστά, αθροίζομε τα εμβαδά των τριγώνων και βρίσκομε το εμβαδόν του πενταγώνου.

Είναι φανερό ότι τόσο τα εμβαδά των τριγώνων, όσο και το εμβαδόν του πενταγώνου θα αναφέρονται στα αντίστοιχα σχήματα του σχεδίου. Συνεπώς θα έχουν βρεθεί σε τετραγωνικά χιλιοστόμετρα (mm^2). Για να υπολογίσουμε τώρα το εμβαδόν του πραγματικού σχήματος, που παριστάνεται στο σχέδιο, πρέπει να πολλαπλασιάσουμε το εμβαδόν του πενταγώνου του σχεδίου επί K^2 , όπου K είναι ο παρονομαστής της κλίμακας σχεδιάσεως. Έτσι, αν το εμβαδόν του πενταγώνου στο σχέδιο είναι π.χ. $376 mm^2$ και η κλίμακα σχεδιάσεως $1:500$, έπειτα ότι το εμβαδόν του πραγματικού σχήματος θα είναι $376 \times 500^2 = 94.000.000 mm^2$ ή $94m^2$.



Σχ. 4.5α.



Σχ. 4.5β.

Για να ελέγξουμε την ακρίβεια των υπολογισμών μας χωρίζομε το πεντάγωνο σε μία νέα ομάδα τριγώνων, π.χ. στα τρίγωνα $B\Gamma\Delta$, $B\Delta E$ και BEA (σχ. 4.5β). Επαναλαμβάνομε την ίδια διαδικασία και βρίσκομε ξανά τον εμβαδόν του πενταγώνου. Αν η διαφορά των δύο τιμών E_1 και E_2 του εμβαδού του πενταγώνου πέφτει μέσα στα ανεκτά όρια, όπως καθορίζονται στον Πίνακα 4.9.1, τότε θεωρούμε σαν τελικό εμβαδόν του πενταγώνου το μέσο όρο των δύο τιμών, δηλαδή το ημιάθροισμα $\frac{E_1 + E_2}{2}$. Αν η διαφορά πέφτει έξω από τα ανεκτά όρια, αυτό σημαίνει ότι μία από τις δύο τιμές ή και οι δύο δεν υπολογίσθηκαν σωστά, οπότε πρέπει να επαναλάβουμε τους υπολογισμούς.

Ο υπολογισμός των εμβαδών των τρίγωνων, στα οποία χωρίζομε το πεντάγωνο του σχήματος, μπορεί να γίνει και με τον τύπο $E = \frac{1}{2} a \cdot u_A$ (σχ. 4.5β). Στην περίπτωση αυτή μετρούμε στο σχέδιο μόνο μία πλευρά κάθε τριγώνου και το αντίστοιχο ύψος.

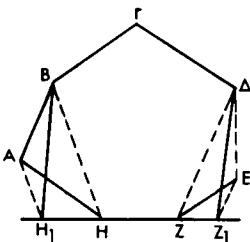
Με τον ίδιο τρόπο εργαζόμαστε και όταν το σχήμα, που θέλουμε να εμβαδομετρήσουμε είναι ένα οποιοδήποτε πολύγωνο. Ο χωρισμός του πολυγώνου σε τρίγω-

να και στη συνέχεια η άθροιση των εμβαδών των τριγώνων, για να βρεθεί το εμβαδόν του πολυγώνου, είναι ο συνηθέστερος τρόπος εμβαδομετρήσεως κατά τη γραφική μέθοδο.

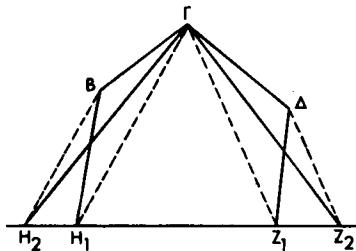
Μπορούμε όμως να εφαρμόσουμε και ένα άλλο τρόπο, δηλαδή να μετατρέψουμε το πολύγωνο, που θέλομε να εμβαδομετρήσουμε, σε ένα ισοδύναμο, δηλαδή ίσου εμβαδού, τρίγωνο ή τετράπλευρο. Η μετατροπή αυτή γίνεται, αν επαναλάβουμε πολλές φορές μία γεωμετρική κατασκευή, όπου ένα πολύγωνο με αριθμό πλευρών n μετατρέπεται σε άλλο ισοδύναμο, με αριθμό πλευρών $n - 2$. Με αυτό τον τρόπο, αν το n είναι περιπτώς αριθμός, καταλήγομε τελικά σε τρίγωνο. Αν το n είναι άρτιος, καταλήγομε σε τετράπλευρο, δηλαδή σε δύο τρίγωνα.

Τη γεωμετρική αυτή κατασκευή θα εφαρμόσουμε στο σχήμα 4.5γ, όπου θα μετατρέψουμε το επτάγωνο $AB\Gamma EZH$ στο ισοδύναμο πεντάγωνο $H_1B\Gamma Z_1$. Από τις κορυφές A και E του επταγώνου φέρομε την AH_1 , παράλληλη προς τη BH και την EZ_1 , παράλληλη προς τη ΔZ (τα σημεία H_1 και Z_1 βρίσκονται επάνω στις προεκτάσεις της HZ). Παρατηρούμε ότι τα τρίγωνα ABH και $H_1B\Gamma$ είναι ισοδύναμα, γιατί έχουν τη BH κοινή και τα αντίστοιχα υψη ίσα. Αντίστοιχα το τρίγωνο $\Delta Z Z_1$ είναι ισοδύναμο προς το ΔZ_1Z . Άρα το επτάγωνο $AB\Gamma EZH$ είναι ισοδύναμο προς το πεντάγωνο $H_1B\Gamma Z_1$.

Αν τώρα θέλομε να συνεχίσουμε τη μετατροπή του πενταγώνου σε τρίγωνο, δεν έχουμε παρά από τις κορυφές B και Γ να φέρομε τη BH_2 παράλληλη προς τη ΓH_1 , και τη ΔZ_2 παράλληλη προς τη Z_1Z . (Τα



Σχ. 4.5γ.



Σχ. 4.5δ.

σημεία H_2 και Z_2 βρίσκονται και αυτά επάνω στις προεκτάσεις της HZ). Το τρίγωνο $H_2\Gamma Z_2$ είναι το τελικό ισοδύναμο του αρχικού επταγώνου (σχ. 4.5δ).

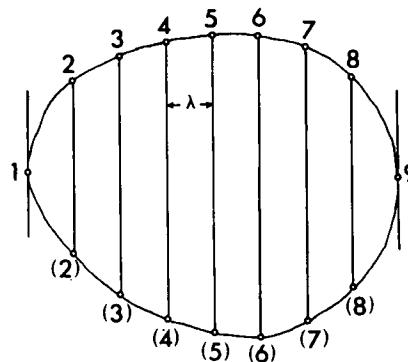
Ο δεύτερος αυτός τρόπος εμβαδομετρήσεως πλεονεκτεί απέναντι του πρώτου ως προς την ταχύτητα, γιατί χρειάζεται ο υπολογισμός του εμβαδού ενός μόνο ή το πολύ δύο τριγώνων. Μειονεκτεί όμως ως προς το εξής: Ενδέχεται κατά τις γεωμετρικές κατασκευές να γίνουν λάθη και να μην προκύψουν τα σωστά ισοδύναμα τρίγωνα. Πρέπει συνεπώς να κάνουμε τις γεωμετρικές κατασκευές με μεγάλη προσοχή.

2) Περίγραμμα: Καμπύλη γραμμή.

Οι κυριότερες μέθοδοι εμβαδομετρήσεως στην περίπτωση καμπύλου περιγράμματος είναι τρεις: α) **Η μέθοδος των τραπεζίων.** β) **Η μέθοδος Simpson.** γ) **Η μέθοδος Poncelet.**

Και στις τρεις αυτές μεθόδους χωρίζομε το σχήμα, που θέλομε να εμβαδομετρήσουμε, σε λωρίδες ίσου πλάτους λ με παράλληλες ευθείες (σχ. 4.5ε). Κατόπιν προσπαθούμε να προσδιορίσουμε το εμβαδόν των διαφόρων λωρίδων με όσο το δυνατόν μεγαλύτερη προσέγγιση. Για το σκοπό αυτό κάνουμε ορισμένες παραδο-

χές, διαφορετικές στην κάθε μία μέθοδο.



Σχ. 4.5ε.

α) Μέθοδος τрапεζίων.

Όταν εφαρμόζουμε τη μέθοδο αυτή, δεχόμαστε ότι το εμβαδόν μιας τυχαίας ενδιάμεσης λωρίδας, π.της 4-5-(5)-(4) (σχ. 4.5ε), ισούται με το εμβαδόν του αντίστοιχου τραπεζίου 4-5-(5)-(4). Επίσης ότι τα εμβαδά των ακραίων λωρίδων 1-2-(2) και 8-9-(8) είναι ίσα με τα εμβαδά των αντιστοίχων τριγώνων 1-2-(2) και 8-9-(8).

Με βάση τις παραδοχές αυτές και αν θέσομε:

$$2 - (2) = \mu_2$$

$$3 - (3) = \mu_3$$

$$4 - (4) = \mu_4 \text{ κλπ.}$$

$$8 - (8) = \mu_8$$

και

ορίζομε το εμβαδόν E του σχήματος από τη σχέση:

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} \lambda [\mu_2 + (\mu_2 + \mu_3) + (\mu_3 + \mu_4) + \dots + (\mu_7 + \mu_8) + \mu_8] \\ &= \frac{1}{2} \lambda (2\mu_2 + 2\mu_3 + 2\mu_4 + \dots + 2\mu_8) \\ &= \lambda(\mu_2 + \mu_3 + \mu_4 + \dots + \mu_8) \end{aligned}$$

Και αν έχομε ν λωρίδες αντί 8, προκύπτει ο γενικός τύπος:

$$E = \lambda(\mu_2 + \mu_3 + \mu_4 + \dots + \mu_v)$$

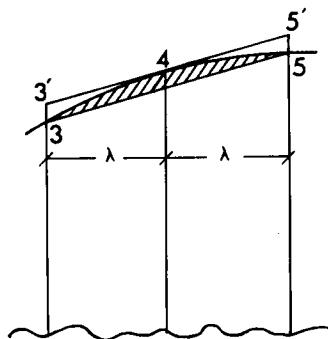
Είναι φανερό ότι όσο αυξάνει το v , τόσο τα εμβαδά των λωρίδων πλησιάζουν περισσότερο προς τα εμβαδά των αντιστοίχων τραπεζίων και τριγώνων και άρα το E υπολογίζεται με μεγαλύτερη ακρίβεια. Από το άλλο μέρος όμως αυξάνει και ο χρόνος μετρήσεως των διαφόρων μ και συνεπώς ο χρόνος υπολογισμού του E .

β) Μέθοδος Simpson.

Ο αριθμός των λωρίδων, στις οποίες χωρίζομε το σχήμα, όταν εφαρμόζουμε τη μέθοδο Simpson, πρέπει να είναι άρτιος.

Ας θεωρήσουμε τώρα ένα ζεύγος γειτονικών λωρίδων, από τις οποίες η αριστερή να είναι περιπτής και η δεξιά άρτιας τάξεως. Στο σχήμα 4.5ε τέτοιες είναι οι λωρίδες 3 - 4 - (4) - (3) και 4 - 5 - (5) - (4). Φέρομε την εφαπτόμενη του περιγράμματος στο σημείο 4. Αν 3' και 5' είναι τα σημεία τομής της εφαπτόμενης αυτής με τις παράλληλες ευθείες, που αντιστοιχούν στα σημεία 3 και 5 του περιγράμματος, παραδεχόμαστε ότι το εμβαδόν του διαγραμμισμένου τρήματος (σχ. 4.5στ) ισούται με τα δύο τρίτα του εμβαδού του τραπεζίου 3' - 5' - 5 - 3.

Με βάση την παραδοχή αυτή και ύστερα από μία σειρά μαθηματικών συλλογισμών, που δεν συν-



Σχ. 4.5στ.

τρέχει λόγος να τους παρουσιάσουμε εδώ, καταλήγομε στο γενικό τύπο:

$$E = \frac{1}{3} \lambda [4(\mu_2 + \mu_4 + \dots + \mu_{2v}) + 2(\mu_3 + \mu_5 + \dots + \mu_{2v-1})]$$

όπου ν ισούται με το μισό του αριθμού των λωρίδων, στις οποίες χωρίσαμε το σχήμα.

γ) Μέθοδος Poncelet.

Η μέθοδος Poncelet στηρίζεται στην παραδοχή ότι το εμβαδόν, που περικλείεται από μία κλειστή καμπύλη, ισούται με το μέσο όρο των εμβαδών ενός εγγεγραμμένου πολύγωνου της καμπύλης και του αντίστοιχου περιγεγραμμένου. Το εγγεγραμμένο πολύγωνο σχηματίζεται αν ενώσουμε μεταξύ τους διάφορα σημεία της καμπύλης, ενώ το αντίστοιχο περιγεγραμμένο αν φέρομε τις εφαπτόμενες στα σημεία αυτά.

Χωρίζομε και πάλι το σχήμα που θέλομε να εμβαδομετρήσουμε σε λωρίδες ίσου πλάτους και μάλιστα άρτιου αριθμού, όπως και στη μέθοδο Simpson.

Από το σχετικό σχήμα 4.5ζ αποδεικνύεται εύκολα ότι το εμβαδόν E_ϵ του εγγεγραμμένου πολύγωνου (δεκαγώνου στην περίπτωση του σχήματος) δίνεται από τη σχέση:

$$E_\epsilon = \lambda \left(\frac{3}{2} \mu_2 + 2\mu_4 + 2\mu_6 + \frac{3}{2} \mu_8 \right)$$

Αφ' ετέρου το εμβαδόν E_π του περιγεγραμμένου δεκαγώνου δίνεται από τη σχέση:

$$E_\pi = \lambda(2\mu_2 + 2\mu_4 + 2\mu_6 + 2\mu_8)$$

Συνδυάζοντας αυτές τις δύο σχέσεις με την:

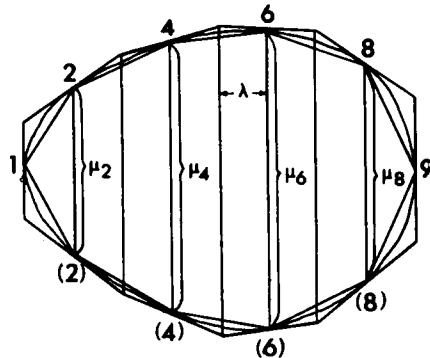
$$E = \frac{E_\epsilon + E_\pi}{2}$$

Καταλήγομε στον τύπο:

$$E = \lambda[2(\mu_2 + \mu_4 + \mu_6 + \mu_8) - \frac{1}{4}(\mu_2 + \mu_8)]$$

που, όταν αντί 8 έχουμε $2v$ λωρίδες, εκφράζεται με τη γενική μορφή:

$$E = \lambda[2(\mu_2 + \mu_4 \dots + \mu_{2v-2} + \mu_{2v}) - \frac{1}{4}(\mu_2 + \mu_{2v})]$$



Σχ. 4.5.

δ) Σύγκριση μεταξύ των τριών μεθόδων.

Οι μέθοδοι Simpson και Roncelet πλεονεκτούν απέναντι στη μέθοδο των τραπεζίων ως προς την ακρίβεια. Αυτό σημαίνει ότι για τον ίδιο αριθμό σημείων του περιγράμματος, δηλαδή για τον ίδιον χρόνο απασχολήσεως σε μετρήσεις επάνω στο σχέδιο και σε υπολογισμούς, καθορίζομε με μεγαλύτερη ακρίβεια το εμβαδόν του σχήματος, που θέλομε να εμβαδομετρήσομε.

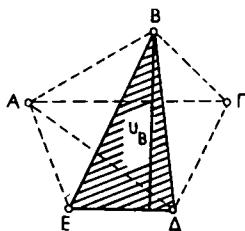
4.6 Ημιγραφική μέθοδος.

Η ημιγραφική μέθοδος εμβαδομετρήσεως ενός τμήματος της επιφάνειας της γης έφαρμόζεται, όταν άλλα μεν μεγέθη από εκείνα, που μπορούν να μας δώσουν το εμβαδόν του τμήματος αυτού, έχουν μετρηθεί επάνω στο έδαφος, προτού γίνει

η αποτύπωση, και άλλα μετρούνται επάνω στο σχέδιο με βάση την κλίμακα σχεδιάσεως, μετά την αποτύπωση.

Παράδειγμα.

Έστω ότι κάναμε την αποτύπωση του πενταγώνου $A B \Gamma \Delta E$ με τη μέθοδο των γεωμετρικών κατασκευών (σχ. 4.6). Αυτό σημαίνει ότι μετρήσαμε προηγουμένως επάνω στο έδαφος τις πλευρές των τριγώνων $A B \Gamma$, $A \Gamma \Delta$ και $A \Delta E$ και τις μεταφέραμε στο σχέδιο. Θέλομε τώρα να εμβαδομετρήσουμε ένα μέρος του πενταγώνου, π.χ. το τρίγωνο $B \Delta E$. Για το σκοπό αυτό εφαρμόζομε τον τύπο $E = \frac{1}{2} E \Delta$. Ή όπου η μεν πλευρά $E \Delta$ έχει μετρηθεί επάνω στο έδαφος, το δε ύψος u_B μετρείται επάνω στο σχέδιο.



Σχ. 4.6.

Γενικά κατά την ημιγραφική μέθοδο χωρίζομε το τμήμα, που θέλομε να εμβαδομετρήσουμε, σε τρίγωνα ή τραπέζια και υπολογίζομε τα εμβαδά των σχημάτων αυτών με βάση τους αντίστοιχους τύπους.

4.7 Μηχανική εμβαδομέτρηση.

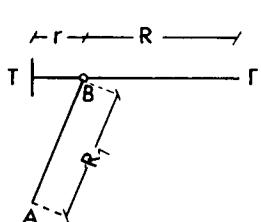
Εκτός από τις τρεις μεθόδους, που περιγράψαμε ως τώρα, δηλαδή την αναλυτική, τη γραφική και την ημιγραφική, υπάρχει και τέταρτη μέθοδος εμβαδομετρήσεως, που ονομάζεται **μηχανική εμβαδομέτρηση**.

Η εμβαδομέτρηση αυτή εφαρμόζεται, όπως και η γραφική μέθοδος, επάνω στο σχέδιο και χρησιμοποιείται, όταν το σχήμα που θέλομε να εμβαδομετρήσουμε περιορίζεται από τόσες πολλές και ακανόνιστες γραμμές, ώστε η εφαρμογή οποιασδήποτε άλλης μεθόδου να είναι πολύ δύσκολη. Επίσης χρησιμοποιείται, όταν μας ενδιαφέρει περισσότερο η ταχύτητα και λιγότερο η ακρίβεια της εμβαδομετρήσεως.

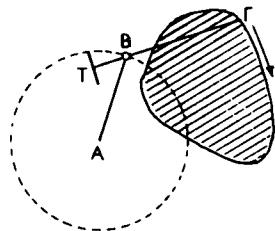
Η μηχανική εμβαδομέτρηση μπορεί να εφαρμοσθεί για οποιοδήποτε σχήμα ενός σχεδίου, του οποίου θέλουμε να μάθομε το εμβαδόν, είτε αυτό παριστάνει την οριζόντια αποτύπωση ενός τμήματος της γήινης επιφάνειας, είτε οχι. Ονομάζεται δε μηχανική, γιατί δεν γίνεται με χαράξεις γραμμών επάνω στο σχέδιο και με υπολογισμούς, αλλά με τη χρήση ορισμένων οργάνων, που ονομάζονται **εμβαδόμετρα**.

Ο συνηθέστερος τύπος εμβαδόμετρου είναι το **πολικό εμβαδόμετρο περιαγωγής**. Αποτελείται από δύο βραχίονες, τον AB που ονομάζεται **πολικός βραχίονας**

και τον ΒΓ που ονομάζεται **περιαγόμενος βραχίονας** (σχ. 4.7α). Οι δύο βραχίονες συνδέονται με μία άρθρωση στο σημείο Β. Επίσης ο περιαγόμενος βραχίονας είναι εφοδιασμένος με τον τροχίσκο Τ, που σε άλλα μεν εμβαδόμετρα τοποθετείται στην προέκταση της ΒΓ, όπως στο σχήμα 4.7α, σε άλλα δε μεταξύ των σημείων Β και Γ. Συνήθως ο άξονας περιστροφής του τροχίσκου είναι παράλληλος προς τον περιαγόμενο βραχίονα και δεν συμπίπτει με αυτόν, όπως για λόγους απλουστεύσεως φαίνεται στο σχήμα μας. Πραγματική εικόνα πολικού εμβαδόμετρου έχομε στο σχήμα 4.7δ.

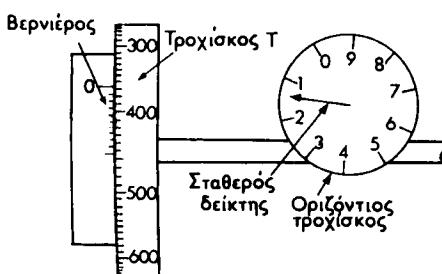


Σχ. 4.7α.



Σχ. 4.7β.

Όταν εμβαδομετρούμε ένα σχήμα, κρατούμε το άκρο Α του βραχίονα ΑΒ σταθερό και περιφέρομε το άκρο Γ του βραχίονα ΒΓ, που καταλήγει σε μίαν ακή, επάνω στο περίγραμμα του σχήματος (σχ. 4.7β). Κατά την περιφορά αυτή, που γίνεται με τη φορά των δεικτών του ρολογιού, το σημείο Β διαγράφει μία περιφέρεια, ενώ ο τροχίσκος Τ κυλά επάνω στο χαρτί σχεδίσεως και περιστρέφεται πότε κατά τη μία και πότε κατά την άλλη έννοια. Εμείς ενδιαφερόμαστε για την ολική περιστροφή του τροχίσκου Τ, εκείνη δηλαδή, που αντιστοιχεί σε μία πλήρη περιφορά του άκρου Γ επάνω στο περίγραμμα του σχήματος.



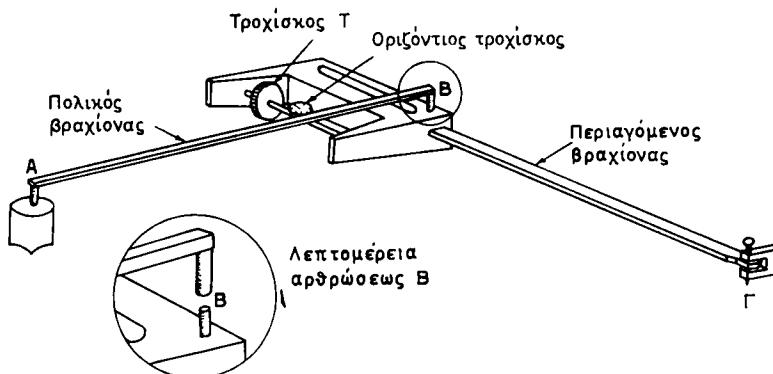
Σχ. 4.7γ.

Για τη μέτρηση αυτής της περιστροφής η περιφέρεια του τροχίσκου Τ είναι διαιρεμένη σε εκατό ίσα μέρη. Επειδή όμως η μέτρηση γίνεται σε χιλιοστά της περιφέρειας, ο τροχίσκος Τ είναι εφοδιασμένος με ένα βερνιέρα, που μας δίνει τα δέκατα κάθε διαιρέσεως (σχ. 4.7γ). Αφ' ετέρου η κίνηση του τροχίσκου Τ μεταδίδεται σε έναν άλλο οριζόντιο τροχίσκο με δέκα υποδιαιρέσεις ούτως, ώστε, όταν ο πρώτος τροχίσκος διαγράφει μία πλήρη περιστροφή, ο δεύτερος να προχωρεί κατά

μία υποδιάίρεση. Με αυτό τον τρόπο μπορούν να καταγραφούν ως δέκα πλήρεις περιστροφές του τροχίσκου Τ.

Ας υποθέσουμε ότι το σχήμα 4.7γ δίνει την εικόνα των δύο τροχίσκων ύστερα από μία πλήρη περιφορά του άκρου Γ του περιαγόμενου βραχίονα επάνω στο περίγραμμα του σχήματος. Η αντίστοιχη ανάγνωση είναι 1366. Αυτό σημαίνει ότι η συνολική περιστροφή του τροχίσκου Τ ισούται με 1366 χιλιοστά της περιφέρειάς του. Υποτίθεται φυσικά ότι πριν από την περιφορά του άκρου Γ η ανάγνωση ήταν μηδέν.

Προτού περιγράψουμε πώς γίνεται η μηχανική εμβαδομέτρηση και πώς, από την ανάγνωση που κάνομε στο σύστημα των τροχίσκων, καταλήγομε στο εμβαδόν που θέλομε να προσδιορίσουμε, θα αναλύσουμε το σχήμα 4.7δ. Το σχήμα αυτό παριστάνει την πραγματική εικόνα ενός πολικού εμβαδόμετρου, όπου ο τροχίσκος Τ βρίσκεται στην προέκταση της ΒΓ, ενώ ο άξονας του τροχίσκου είναι παράλληλος προς αυτή. Στο ίδιο σχήμα φαίνεται η ακή του άκρου Γ καθώς και το σύστημα των δύο τροχίσκων. Κάτω από το άκρο Α, που ονομάζεται και **πόλος** του εμβαδόμετρου, υπάρχει μία αιχμή για να σταθεροποιείται ο πόλος επάνω στο σχέδιο κατά τη διάρκεια της εμβαδομετρήσεως. Η αιχμή δεν φαίνεται στο σχήμα 4.7δ.



Σχ. 4.7δ.

Και τώρα θα περιγράψουμε πώς γίνεται η μηχανική εμβαδομέτρηση. Διακρίνομε δύο χαρακτηριστικές περιπτώσεις:

1) Όταν το σχήμα, που θέλομε να εμβαδομετρήσουμε, έχει τόσο μικρές διαστάσεις, ώστε να είναι εφικτή η περιφορά της ακής Γ επάνω στο περίγραμμα, ενώ ο πόλος Α βρίσκεται έξω από το σχήμα.

2) Όταν το σχήμα, που θέλομε να εμβαδομετρήσουμε, έχει τόσο μεγάλες διαστάσεις, ώστε ο πόλος να χρειάζεται να τοποθετηθεί μέσα στο σχήμα. Θα εξετάσουμε την κάθε μία περίπτωση χωριστά.

Περίπτωση 1. (Ο πόλος έξω από το σχήμα).

Πρώτα-πρώτα κάνομε μία δοκιμαστική περιφορά, αφού σταθεροποιήσουμε τον πόλο σε κατάλληλη θέση, για να διαπιστώσουμε, αν το άκρο Γ φθάνει σε όλα τα σημεία του περιγράμματος. Κατά τη δοκιμαστική αυτή περιφορά ελέγχομε, αν η γω-

νία, που σχηματίζουν οι δύο βραχίονες του εμβαδόμετρου, γίνεται μικρότερη από 45° ή μεγαλύτερη από 135° . Αν συμβαίνει αυτό, αλλάζουμε τη θέση του πόλου, γιατί διαφορετικά η εμβαδομέτρηση δεν θα είναι όσο πρέπει ακριβής.

Μετά τη δοκιμαστική αρχίζει η κανονική περιφορά του άκρου Γ, αφού προηγουμένως φέρομε το σύστημα αναγνώσεως των τροχίσκων στο μηδέν.

Έστω ν η ανάγνωση στο σύστημα των τροχίσκων, όταν ξαναγυρίσομε στο σημείο της αφετηρίας, ύστερα από μία πλήρη περιφορά. Αποδεικνύεται ότι το εμβαδόν ε του σχήματος, που θέλομε να εμβαδομετρήσομε, δίνεται από τη σχέση:

$$\epsilon = R \frac{2\pi r}{1000} \cdot v$$

όπου R το μήκος του περιαγόμενου βραχίονα BG και r η ακτίνα του τροχίσκου T.

Και, αν θέσομε R $\frac{2\pi r}{1000} = M$, προκύπτει τελικά

$$\boxed{\epsilon = M \cdot v}$$

Η πάρασταση M είναι, όπως λέμε, μία **σταθερά** του οργάνου, γιατί δεν μεταβάλλεται κατά τη διάρκεια των διαφόρων εμβαδομετρήσεων. Αφ' ετέρου το μήκος R του περιαγόμενου βραχίονα κανονίζεται με τέτοιο τρόπο, ώστε το M να ισούται με ένα στρογγυλό αριθμό, π.χ. με 10, και συνεπώς το M . v να υπολογίζεται εύκολα. Εννοείται ότι το γινόμενο M . v προκύπτει σε τετραγωνικά χιλιοστόμετρα (mm^2), γιατί τόσο το r, όσο και το R δίνονται σε mm.

Ας έρθομε τώρα στον υπολογισμό του πραγματικού εμβαδού E του τμήματος της γήινης επιφανειας στο έδαφος. Αν η κλίμακα σχεδίου είναι $\frac{1}{K}$, τότε το E θα προκύπτει από τη σχέση

$$E = \epsilon \cdot \frac{K^2}{1000} \quad \text{και θα εκφράζεται σε } m^2$$

Αριθμητικό παράδειγμα. (Με βάση συγκεκριμένο τύπο πολικού εμβαδόμετρου).

Από το πινακίδιο του εμβαδόμετρου εκλέγομε R = 166,7 mm, οπότε M = 10.

Έστω v = 823, οπότε $\epsilon = 8230 \text{ mm}^2$. Και, αν η κλίμακα του σχεδίου είναι 1:1000, προκύπτει τελικά E = 8230 m^2 .

Περίπτωση 2. (Ο πόλος μέσα στο σχήμα).

Στην περίπτωση αυτή τοποθετούμε τον πόλο του εμβαδόμετρου περίπου στο κέντρο του σχήματος και κάνομε και πάλι μία πλήρη περιφορά του άκρου Γ. Εννοείται ότι έχει προηγηθεί και εδώ η δοκιμαστική περιφορά, κατά την οποία επιδιώκομε η γωνία των δύο βραχίονων να κυμαίνεται μεταξύ 45° και 135° .

Το εμβαδόν του σχήματος, που θέλομε να εμβαδομετρήσομε, δίνεται αυτή τη φορά από τη διπλή σχέση:

$$\boxed{\epsilon = q \pm M \cdot v}$$

όπου M η γνωστή μας σταθερά του οργάνου ίση με R $\frac{2\pi r}{1000}$ και q μία άλλη σταθε-

ρά ίση με $R_1^2 + R^2 + 2rR$, αν ο τροχίσκος T κείται στην προέκταση του βραχίονα

BG , ή $\mu \epsilon R_1^2 + R^2 - 2rR$, αν ο τροχίσκος T κείται επάνω στο βραχίονα, μεταξύ των B και G . Ως προς τους νέους συμβολισμούς R_1 και r , αυτοί σημαίνουν: ο πρώτος το μήκος του πολικού βραχίονα και ο δεύτερος την απόσταση του τροχίσκου T από την άρθρωση των δύο βραχιόνων.

Ερχόμαστε τώρα στη διπλή σχέση $\epsilon = q \pm M . v$. Το πρόσημο $+ \text{ή} -$ ισχύει εφόσον η συνολική περιφορά του τροχίσκου T είναι θετική ή αρνητική. Αυτό το καταλαβαίνομε, αν κατά την έναρξη της περιφοράς τοποθετήσουμε το σύστημα αναγνώσεως των τροχίσκων όχι στο O , αλλά σε μία άλλη διαίρεση, π.χ. στη διαίρεση 5000. Αν η τελική ανάγνωση είναι μικρότερη από 5000, αυτό σημαίνει ότι πρέπει να αφαιρέσουμε το $M . v$ από τη σταθερά q . Αν η ανάγνωση είναι μεγαλύτερη, αντί για αφαίρεση πρέπει να κάνουμε πρόσθεση.

Αριθμητικό παράδειγμα. (Με βάση συγκεκριμένο τύπο πολικού εμβαδόμετρου).

Από το πινακίδιο του εμβαδόμετρου εκλέγομε $R = 166,7 \text{ mm}$ οπότε $M = 10$ και $q = 231.660 \text{ mm}^2$.

Έστω $v = + 1336$

Άρα $\epsilon = 231.660 + 13.360 = 245.020 \text{ mm}^2$

Και, αν η κλίμακα του σχεδίου είναι 1:500, προκύπτει:

$$E = 245020 \frac{500^2}{1000^2} = \frac{245020}{4} = 61255 \text{ m}^2$$

Σε όλες τις περιπτώσεις μηχανικής εμβαδομετρήσεως πραγματοποιούμε δύο τουλάχιστον περιφορές του άκρου G με διαφορετική θέση του πόλου A και διαφορετική αφετηρία. Αν διαπιστώσουμε ότι η διαφορά δ μεταξύ των ακραίων τιμών του εμβαδού E βρίσκεται μέσα στα όρια ανοχής, που καθορίζονται από τον Πίνακα 4.9.1, τότε δεχόμαστε τις μετρήσεις και παίρνουμε σαν τιμή του v το μέσο όρο των αντιστοίχων αναγνώσεων. Διαφορετικά θεωρούμε τις μετρήσεις εσφαλμένες και τις επαναλαμβάνομε.

Συνθήκες ακρίβειας εμβαδόμετρου.

Οι συνθήκες ακρίβειας του εμβαδόμετρου είναι οι εξής

α) Ο τροχίσκος T πρέπει να στρέφεται εντελώς ελεύθερα.
β) Το επίπεδο του τροχίσκου πρέπει να είναι ακριβώς κάθετο προς το βραχίονα BG .

γ) Ο άξονας περιστροφής του τροχίσκου πρέπει να συμπίπτει ή να είναι παράλληλος προς το βραχίονα BG .

δ) Οι διαιρέσεις του τροχίσκου πρέπει να είναι ακριβείς.

Πριν από κάθε σειρά μετρήσεων θα πρέπει να ελέγχουμε αν το εμβαδόμετρο εκπληρώνει αυτές τις συνθήκες ακρίβειας. Για το σκοπό αυτόν εμβαδομετρούμε έναν κύκλο γνωστής ακτίνας ή ένα τετράγωνο γνωστής πλευράς με το εμβαδόμετρο και κατόπιν συγκρίνουμε το αποτέλεσμα που προκύπτει από τον αντίστοιχο υπολογισμό. Ανάλογα με τα συμπεράσματα στα οποία θα καταλήξουμε, διορθώνουμε ή όχι το εμβαδόμετρο.

4.8 Ακρίβεια εμβαδομετρήσεως.

Οι εμβαδομετρήσεις υποδιαιρούνται σε τρεις κατηγορίες ανάλογα με την ακρίβεια που θέλομε να πετύχουμε:

Κατηγορία I (μεγάλη ακρίβεια).

Κατηγορία II (μέση ακρίβεια).

Κατηγορία III (μικρή ακρίβεια).

Θα πρέπει να έχουμε υπόψη μας ότι η ακρίβεια της εμβαδομετρήσεως εξαρτάται από την αξία του γηπέδου, που πρόκειται να εμβαδομετρήσουμε. Αν πρόκειται π.χ. για χωράφι, θα επιδιώξουμε μικρή ακρίβεια. Αντίθετα, αν πρόκειται για οικόπεδο, και μάλιστα μεγάλης πόλεως, θα επιδιώξουμε μεγάλη ακρίβεια.

Ανάλογα με την ακρίβεια, που πρέπει να έχει η εμβαδομέτρηση, εκλέγομε τόσο τη μέθοδο εμβαδομετρήσεως, όσο και την κλίμακα οριζόντιας αποτυπώσεως.

Οι εμβαδομετρήσεις της κατηγορίας I γίνονται συνήθως με την αναλυτική μέθοδο και στην ανάγκη με την ημιγραφική. Οι κατάλληλες κλίμακες αποτυπώσεως, για την ημιγραφική μέθοδο, κυμαίνονται από 1:200 ώς 1:500.

Οι εμβαδομετρήσεις της κατηγορίας II γίνονται είτε με την ημιγραφική μέθοδο, είτε με το εμβαδόμετρο. Και για τα δύο είδη εμβαδομετρήσεως οι κατάλληλες κλίμακες αποτυπώσεως κυμαίνονται από 1:500 ώς 1:2500.

Τέλος οι εμβαδομετρήσεις της κατηγορίας III γίνονται είτε με τη γραφική μέθοδο, είτε με το εμβαδόμετρο. Εδώ οι κατάλληλες κλίμακες αποτυπώσεως κυμαίνονται από 1:2500 ώς 1:10.000.

4.9 Όρια σφαλμάτων εμβαδομετρήσεως.

Για όλα τα είδη εμβαδομετρήσεως και όλες τις κατηγορίες πρέπει να γίνουν τουλάχιστον δύο εμβαδομετρήσεις. Αν Ε είναι ο μέσος όρος των εμβαδομετρήσεων, δη διαφορά μεταξύ των ακραίων τιμών τους και Κ ο παρονομαστής της κλίμακας αποτυπώσεως, τότε το δ πρέπει να είναι πάντοτε μικρότερο από τις τιμές, που σημειώνεται στον Πίνακα 4.9.1.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.9.1.

Κατηγορία I ($200 < K < 500$)	Αναλυτικά ή Ημιγραφικά	$\delta = 0$ $\delta = 0,003 \cdot K\sqrt{E}$
Κατηγορία II ($500 < K < 2500$)	Ημιγραφικά ή με το εμβαδόμετρο	$\delta < 0,0004 \cdot K\sqrt{E}$
Κατηγορία III ($2500 < K < 10.000$)	Γραφικά ή με το εμβαδόμετρο	$\delta < 0,0004 \cdot K\sqrt{E}$

Παράδειγμα.

Έστω ότι το εμβαδόν Ε ενός γηπέδου υπολογίσθηκε με την ημιγραφική μέθοδο και έγιναν τρεις εμβαδομετρήσεις. Οι αντίστοιχες τιμές του Ε ήταν:

$$E_1 = 8821 \text{ m}^2, \quad E_2 = 8830 \text{ m}^2 \quad \text{και} \quad E_3 = 8833 \text{ m}^2$$

Η κλίμακα του σχεδίου είναι 1:1000. Να ελεγχθεί αν το δ βρίσκεται μέσα στα ανεκτά όρια.

Το εμβαδόν Ε θα ισούται με το μέσο ορο των τιμών E_1 , E_2 και E_3 , ήτοι με 8828 m^2 . Αφ' ετέρου $\delta = 8833 - 8821 = 12 \text{ m}^2$.

Πρέπει:

$$\begin{aligned} \delta &= 12 < 0,0004 \times 1000 \sqrt{8828} \\ &\text{ή } 12 < 0,0004 \times 1000 \times 94 \\ &\text{ή } 12 < 37,60 \end{aligned}$$

Άρα η μέτρηση θεωρείται ακριβής.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΕΜΠΤΟ

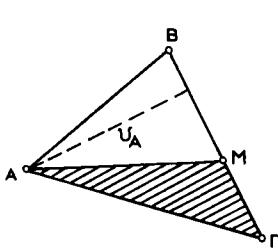
ΔΙΑΝΟΜΗ ΓΗΠΕΔΩΝ

5.1 Απλές περιπτώσεις διανομής.

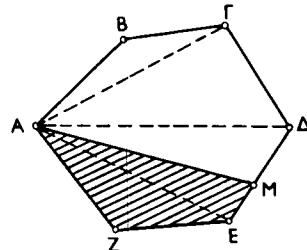
Εκτός από την εμβαδομέτρηση, αντικείμενο της γηπεδομετρίας αποτελεί και η **διανομή γηπέδων**. Συχνά δηλαδή παρίσταται ανάγκη να μαιράσομε ένα γήπεδο σε δύο ή περισσότερα μέρη, ίσα ή άνισα. Οι αντίστοιχες περιπτώσεις διανομής είναι πολλές και διάφορες. Μερικές από αυτές μάλιστα είναι αρκετά πολύπλοκες. Εδώ θα εξετάσουμε ένα μικρό αριθμό περιπτώσεων, από τις πιο απλές, αλλά και τις πιο χαρακτηριστικές.

Περίπτωση 1.

Δίνεται ένα τριγωνικό γήπεδο $ABΓ$. Ζητείται να ορισθεί επάνω στην πλευρά $BΓ$ ένα σημείο M τέτοιο, ώστε το τρίγωνο $AMΓ$ να έχει ορισμένο εμβαδόν ϵ (σχ. 5.1α).



Σχ. 5.1α.



Σχ. 5.1β.

Για να ορίσομε το M , αρκεί να υπολογίσομε το μήκος GM . Ξέρομε ότι το εμβαδόν ϵ προκύπτει από τη σχέση:

$$\epsilon = \frac{1}{2} GM \cdot u_A$$

$$\text{Συνεπώς } GM = \frac{2\epsilon}{u_A} \text{ (τό } u_A \text{ μπορεί να μετρηθεί).}$$

Περίπτωση 2.

Δίνεται το ίδιο πρόβλημα για πολυγωνικό γήπεδο (σχ. 5.1β).

Έστω ότι το εμβαδόν ϵ είναι μεγαλύτερο από το εμβαδόν του τριγώνου AEZ και μικρότερο από το εμβαδόν του τετράπλευρου $AΔEZ$. Δηλαδή:

$$\epsilon_{\text{μβ}}(\text{AEZ}) < \epsilon < \epsilon_{\text{μβ}}(\text{ADEZ})$$

Από τη σχέση αυτή συμπεραίνομε ότι το σημείο M θα κείται επάνω στην πλευρά ΔΕ και σε τόση απόσταση από το σημείο E, ώστε:

$$\epsilon_{\text{μβ}}(\text{AME}) = \epsilon - \epsilon_{\text{μβ}}(\text{AEZ}) = \epsilon_1$$

Συνεπώς η λύση ανάγεται στη λύση του προηγούμενου προβλήματος.

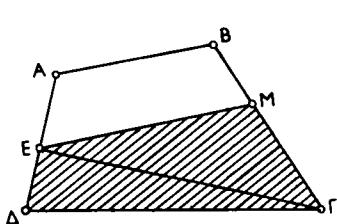
Περίπτωση 3.

Δίνεται ένα γήπεδο ΑΒΓΔ με σχήμα τετράπλευρο. Ζητείται να φέρομε από ορισμένο σημείο E της πλευράς ΑΔ την ευθεία EM τέτοια, ώστε το τετράπλευρο ΕΜΓΔ να έχει ορισμένο εμβαδόν ϵ (σχ. 5.1γ).

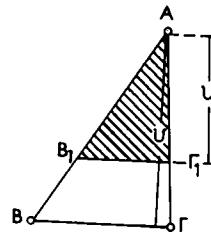
Προφανώς ισχύει η σχέση:

$$\epsilon_{\text{μβ}}(\text{EMΓ}) = \epsilon_{\text{μβ}}(\text{EMΓΔ}) - \epsilon_{\text{μβ}}(\text{EΓΔ}) = \epsilon_1$$

Αλλά το εμβαδόν του τριγώνου EΓΔ μπορεί να μετρηθεί, σύμφωνα με όσα μάθαμε. Μπορούμε συνεπώς να υπολογίσουμε το εμβαδόν ϵ_1 , οπότε αναγόμαστε και πάλι στη λύση του πρώτου προβλήματος.



Σχ. 5.1γ.



Σχ. 5.1δ.

Περίπτωση 4.

Δίνεται τριγωνικό γήπεδο ΑΒΓ. Ζητείται να φέρομε ευθεία $B_1\Gamma_1$, παράλληλη προς τη $B\Gamma$ τέτοια, ώστε το τρίγωνο $AB_1\Gamma_1$ να έχει ορισμένο εμβαδόν ϵ_1 (σχ. 5.1δ).

Από τα όμοια τρίγωνα $AB_1\Gamma_1$ και $AB\Gamma$ έχομε την σχέση:

$$\frac{\epsilon_{\text{μβ}}(AB_1\Gamma_1)}{\epsilon_{\text{μβ}}(AB\Gamma)} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon} = \frac{u_1^2}{u^2}$$

$$\text{Συνεπώς: } u_1 = u \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon}} \quad \text{και αν} \quad \epsilon_1 = \frac{\epsilon}{2} \quad \text{έπειται ότι} \quad u_1 = \frac{\epsilon}{\sqrt{2}}$$

Περίπτωση 5.

Δίνεται το γήπεδο ΑΒΓΔ με σχήμα τετράπλευρο. Ζητείται να φέρομε την EZ πα-

ράλληλη προς τη $\Delta\Gamma$ έτσι, ώστε το τραπέζιο $EZ\Gamma\Delta$ να έχει ορισμένο εμβαδόν ϵ (σχ. 5.1ε).

Στην προκειμένη περίπτωση δεν υπάρχει γεωμετρική κατασκευή, που να μας δίνει τη θέση της EZ ακριβώς. Εφαρμόζομε λοιπόν την εξής προσεγγιστική λύση.

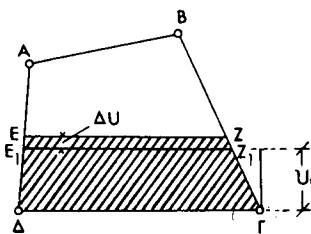
Φέρομε αρχικά την E_1Z_1 έτσι, ώστε $u_1 = \frac{\epsilon}{\Delta\Gamma}$. Προφανώς η E_1Z_1 δεν είναι η ακριβής θέση της ευθείας EZ, γιατί το εμβαδόν του τραπεζίου $E_1Z_1\Gamma\Delta$ δίνεται από τον τύπο:

$$\text{εμβ} (E_1Z_1\Gamma\Delta) = \frac{E_1Z_1 + \Delta\Gamma}{2} u_1 = \epsilon_1$$

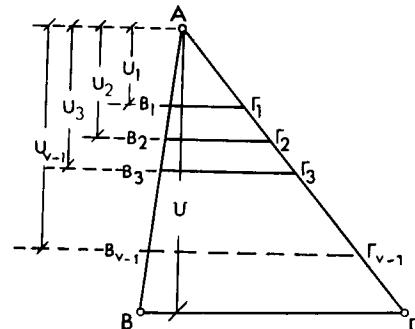
Το ϵ_1 διαφέρει από το ϵ και έστω ότι η διαφορά $\epsilon - \epsilon_1$ ισούται με Δ_ϵ . Το Δ_ϵ εκφράζει το εμβαδόν του τραπεζίου EZZ_1E_1 . Αν με Δ_u παραστήσομε το ύψος του τραπεζίου αυτού, τότε έχομε περίπου:

$$\Delta_\epsilon = E_1Z_1 \cdot \Delta_u \quad \text{και} \quad \Delta_u = \frac{\Delta_\epsilon}{E_1Z_1}$$

Μετατοπίζομε λοιπόν την ευθεία E_1Z_1 προς τα επάνω κατά Δ_u , οπότε προκύπτει μία νέα ευθεία, η E_2Z_2 , που δεν δείχνεται στο σχήμα, παράλληλη και πολύ κοντά στην EZ, χωρίς όμως να συμπίπτει με αυτήν. Ανάλογα προς το μέγεθος του γηπέδου ABΓΔ ενδέχεται να χρειασθεί και νέα προσέγγιση της EZ με την ίδια διαδικασία.



Σχ. 5.1ε.



Σχ. 5.1στ.

Περίπτωση 6.

Δίνεται τριγωνικό γήπεδο ABΓ. Ζητείται να διαιρεθεί σε ν ισοδύναμα (δηλαδή ίσου εμβαδού) μέρη με ευθείες παράλληλες προς τη BG (σχ. 5.1στ).

Τα τρίγωνα $AB_1\Gamma_1$, $AB_2\Gamma_2$, $AB_3\Gamma_3$ κλπ. είναι όμοια μεταξύ τους και με το ABΓ. Συνεπώς, αν θέσομε:

$\text{εμβ} (AB_1\Gamma_1) = \epsilon_1$, $\text{εμβ} (AB_2\Gamma_2) = \epsilon_2$, $\text{εμβ} (AB_3\Gamma_3) = \epsilon_3$ κλπ., $\text{εμβ} (AB_{v-1}\Gamma_{v-1}) = \epsilon_{v-1}$ και $\text{εμβ} (AB\Gamma) = \epsilon_1$,

θα ισχύουν οι σχέσεις:

$$\frac{\epsilon_1}{\epsilon} = \frac{1}{v} = \frac{u_1^2}{u^2} \quad \text{άρα} \quad u_1 = \frac{u}{\sqrt{v}}$$

$$\frac{\epsilon_2}{\epsilon} = \frac{2}{v} = \frac{u_2^2}{u^2} \quad \text{άρα} \quad u_2 = \frac{u\sqrt{2}}{\sqrt{v}}$$

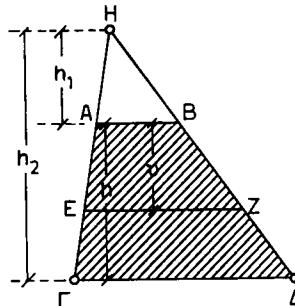
$$\frac{\epsilon_3}{\epsilon} = \frac{3}{v} = \frac{u_3^2}{u^2} \quad \text{άρα} \quad u_3 = \frac{u\sqrt{3}}{\sqrt{v}} \quad \text{κλπ.}$$

και $\frac{\epsilon_{v-1}}{\epsilon} = \frac{v-1}{v} = \frac{u_{v-1}^2 - 1}{u^2} \quad \text{άρα} \quad u_{v-1} = \frac{u\sqrt{v-1}}{\sqrt{v}}$

Από τα διάφορα υ ορίζομε τις παράλληλες, που ζητάμε.

Περίπτωση 7.

Δίνεται γήπεδο ΑΒΔΓ σχήματος τραπεζίου. Ζητείται να διαιρεθεί σε ν ισοδύναμα μέρη με ευθείες παράλληλες προς τις πλευρές ΑΒ και ΓΔ (σχ. 5.1ζ).



Σχ. 5.1ζ.

Έστω EZ μία από τις παράλληλες αυτές ευθείες. Αν προεκτείνομε τις ΑΓ και ΒΔ, θα σχηματισθούν τα όμοια τρίγωνα HAB, HEZ και HGΔ.

Από την ομοιότητα των δύο πρώτων τριγώνων ισχύει η σχέση:

$$\frac{\epsilon_{μβ}(HEZ)}{\epsilon_{μβ}(HAB)} = \frac{(h_1 + u)^2}{h_1^2}$$

Και αν εφαρμόσουμε τις ιδιότητες των αναλογιών προκύπτει:

$$\frac{\epsilon_{μβ}(HEZ) - \epsilon_{μβ}(HAB)}{\epsilon_{μβ}(HAB)} = \frac{h_1^2 + u^2 + 2h_1u - h_1^2}{h_1^2}$$

Ήτοι: $\frac{\epsilon_{μβ}(ABZE)}{\epsilon_{μβ}(HAB)} = \frac{u^2 + 2h_1u}{h_1^2} \quad (1)$

Κατ' αντιστοιχία, από την ομοιότητα των τριγώνων HAB και HGΔ θα προκύψει:

$$\frac{\epsilon_{μβ}(ABΔΓ)}{\epsilon_{μβ}(HAB)} = \frac{h^2 + 2h_1h}{h_1^2} \quad (2)$$

Και εάν διαιρέσομε τις σχέσεις (1) και (2), καταλήγομε ότι:

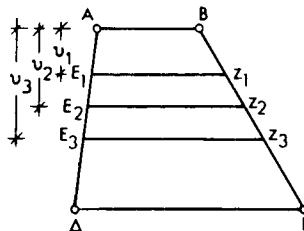
$$\frac{\epsilon \mu \beta (ABZE)}{\epsilon \mu \beta (AB\Delta\Gamma)} = \frac{u^2 + 2h_1 u}{h^2 + 2h_1 h} \quad (3)$$

Θέτομε: $\epsilon \mu \beta (ABZE) = \frac{H}{v} \epsilon \mu \beta (AB\Delta\Gamma)$, όπου παίρνει τις τιμές από 1 έως $v-1$,

οπότε η σχέση (3) γίνεται:

$$\frac{\mu}{v} = \frac{u^2 + 2h_1 u}{h^2 + 2h_1 h}$$

$$\text{και } u_2 + 2h_1 u - \frac{\mu h(h_1 + h_2)}{v} = 0$$



Σχ. 5.1η.

Συνεπώς τα ύψη $u_1, u_2, u_3 \dots u_{v-1}$ (σχ. 5.1η) των τραπεζίων διανομής θα είναι ρίζες των αντιστοίχων δευτεροβαθμίων εξισώσεων:

$$u_1^2 + 2h_1 u_1 - \frac{1 \cdot h (h_1 + h_2)}{v} = 0$$

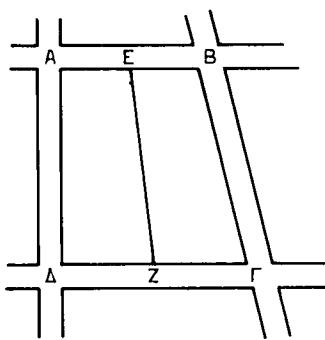
$$u_2^2 + 2h_1 u_2 - \frac{2h (h_1 + h_2)}{v} = 0$$

$$u_3^2 + 2h_1 u_3 - \frac{3h (h_1 + h_2)}{v} = 0 \text{ κλπ.}$$

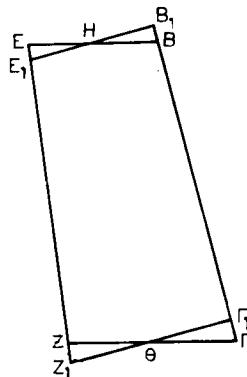
$$\text{και } u_{v-1}^2 + 2h_1 u_{v-1} - \frac{(v-1)(h_1 + h_2)}{v} = 0$$

5.2 Παράδειγμα διανομής.

Δίνεται το γήπεδο $AB\Gamma\Delta$, που περιβάλλεται από τέσσερεις δρόμους ως εξής: Οι



Σχ. 5.2α.



Σχ. 5.2β.

δύο (οι ΑΒ και ΔΓ) είναι παράλληλοι μεταξύ τους και κάθετοι προς τον τρίτο ΑΔ. Αφ' ετέρου ο τέταρτος ΒΓ είναι λοξός ως προς τους δύο πρώτους (σχ. 5.2α). Ζητείται να διαιρεθεί το γήπεδο σε 2n ισοδύναμα οικόπεδα, από τα οποία τα n να έχουν πρόσωψη προς την πλευρά ΑΔ και τα υπόλοιπα n να έχουν πρόσωψη προς την πλευρά ΒΓ. Επί πλέον, και των δύο σειρών οικοπέδων τα ενδιάμεσα άριστα να είναι κάθετα προς την αντίστοιχη πλευρά.

Ενώνομε το μέσο Ε της πλευράς ΑΒ με το μέσο Ζ της πλευράς ΔΓ, οπότε προκύπτει:

$$\text{εμβ} (\text{AEZΔ}) = \text{εμβ} (\text{EBΓΖ})$$

Κατόπιν διαιρούμε το τραπέζιο AEZΔ σε n ισοδύναμα μέρη με ευθείες παράλληλες προς ΑΕ // ΔΖ και άρα κάθετες προς ΑΔ, σύμφωνα με την Περίπτωση 7. Προκειμένου όμως να διαιρέσουμε και το τραπέζιο EBΓΖ σε n ισοδύναμα μέρη, παρατηρούμε ότι οι ευθείες διαιρέσεως, οι παράλληλες προς ΕΒ // ΖΓ, δεν είναι και κάθετες προς ΒΓ. Για να χαράξομε τις κατάλληλες ευθείες αρκεί να μετατρέψουμε το τραπέζιο EBΓΖ στο ισοδύναμο του E₁B₁Γ₁Z₁, όπου οι E₁B₁ και Z₁Γ₁ είναι κάθετες προς τη ΒΓ (σχ. 5.2β). Η μετατροπή γίνεται με διαδοχικές προσεγγιστικές κάθετες, ως ότου προκύψουν ίσα εμβαδά για τα τρίγωνα EHE₁ και HB₁B αφ' ενός και για τα τρίγωνα Z₁ZΓ₁ και ΘΓ₁Γ αφ' ετέρου. (Κατά την πρώτη προσέγγιση φέρομε τις κάθετες E₁B₁ και Z₁Γ₁, να περνούν από τα μέσα των EB και ZΓ αντιστοίχως). Άκολουθεί διαιρεση του τραπεζίου E₁B₁Γ₁Z₁ σε n ίσα μέρη με παράλληλες προς τις E₁B₁ και Z₁Γ₁, σύμφωνα με την Περίπτωση 7.

ΤΜΗΜΑ Β'
(ΠΡΩΤΟΥ ΜΕΡΟΥΣ)

ΠΟΛΥΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΚΤΟ

ΠΟΛΥΓΩΝΙΚΕΣ ΟΔΕΥΣΕΙΣ

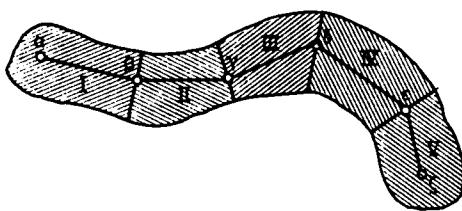
Για το αντικείμενο της πολυγωνομετρίας και των πολυγωνικών οδεύσεων έγινε λόγος γενικά στο Κεφάλαιο 1. Σύμφωνα με όσα αναφέραμε εκεί, οι πολυγωνικές οδεύσεις εφαρμόζονται κατά την οριζόντια αποτύπωση μεγάλων περιοχών της γήινης επιφάνειας, οπότε συνδυάζονται με διάφορα τριγωνομετρικά σημεία.

Οι οδεύσεις όμως αυτές εφαρμόζονται επίσης και κατά την οριζόντια αποτύπωση εδαφικών περιοχών, ο οποίες είναι τόσο μικρές, ώστε να μη χρειάζεται η εγκατάσταση τριγωνομετρικού δικτύου, αλλά και τόσο μεγάλες, ώστε να μη μπορούν να αποτυπωθούν με τις γνωστές μεθόδους της γηπεδομετρίας. Αυτό π.χ. συμβαίνει με την περίπτωση του σχήματος 6α. Παρατηρούμε ότι το καθένα από τα τμήματα I, II, III κλπ., στα οποία υποδιαιρέθηται η περιοχή, θα μπορούσε να αποτυπωθεί χωριστά με τις μεθόδους της γηπεδομετρίας και με ανεξάρτητους άξονες συσχετισμού, τις ευθείες α-β, β-γ, γ-δ, κ.ο.κ. Αν όμως θελήσουμε να αποτυπώσουμε την περιοχή σαν ενιαίο σύνολο, τότε πρέπει να συσχετίσουμε τους άξονες αυτούς μεταξύ τους. Με αυτό τον τρόπο δημιουργείται η πολυγωνική όδευση α-β-γ-δ-ε-ζ, που αποτελεί ένα είδος σκελετού αποτυπώσεως της περιοχής.

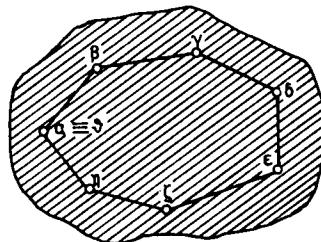
Συμπέρασμα: Στην πράξη ενδέχεται να έχομε πολυγωνικές οδεύσεις μεμονωμένες και πολυγωνικές οδεύσεις σε συνδυασμό με τριγωνομετρικά σημεία.

Ος προς τη μορφή, οι πολυγωνικές οδεύσεις διακρίνονται σε ανοικτές και κλειστές. **Ανοικτή** λέγεται μία πολυγωνική όδευση, όταν τα άκρα της δεν συμπίπτουν. Αντίθετα, **κλειστή** ονομάζεται μία όδευση, όταν τα άκρα της συμπίπτουν. Οι πολυγωνικές οδεύσεις, που συνδυάζονται με τριγωνομετρικά σημεία, είναι συνήθως ανοικτές (σχ. 6γ). Αφ' έτέρου μία μεμονωμένη όδευση, δηλαδή μία όδευση που δεν συνδυάζεται με τριγωνομετρικά σημεία, είναι ανοικτή ή κλειστή ανάλογα με το σχήμα της εδαφικής περιοχής. Αν η περιοχή έχει σχήμα μακρουλό, τότε η όδευση είναι ανοικτή (σχ. 6α). Αν η περιοχή έχει ίσες περίπου διαστάσεις κατά τις δύο διευθύνσεις, η όδευση είναι κλειστή (σχ. 6β).

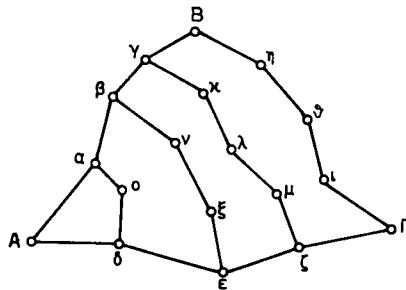
Εκτός από την κατάταξη σε ανοικτές και κλειστές, οι πολυγωνικές οδεύσεις διακρίνονται επίσης σε **ανεξάρτητες** και **εξαρτημένες**. Ανεξάρτητη λέγεται μία όδευση, όταν είναι μεμονωμένη, δηλαδή όταν δεν συσχετίζεται με άλλες πολυγωνι-



Σχ. 6α.



Σχ. 6β.



Σχ. 6γ.

κές οδεύσεις ή με κάποιο τριγωνομετρικό δίκτυο. Εξαρτημένη λέγεται μία όδευση, όταν τα άκρα της είναι κορυφές είτε κάποιου τριγωνομετρικού δικτύου, είτε κάποιας άλλης πολυγωνικής οδεύσεως, που έχει αποτυπωθεί ήδη.

Στην πρώτη περίπτωση οι οδεύσεις ονομάζονται **πρωτεύουσες**, στη δεύτερη **δευτερεύουσες**. Π.χ. στο σχήμα διγ πρωτεύουσες είναι οι οδεύσεις Α-α-β-γ-Β, Α-δ-ε-ζ-Γ και Β-η-θ-ι-Γ, ενώ δευτερεύουσες είναι οι γ-κ-λ-μ-ζ, β-ν-ξ-ε και α-ο-δ. Εξυπακούεται ότι στις κλειστές εξαρτημένες οδεύσεις τα γνωστά άκρα συμπίπτουν σε ένα σημείο, που είναι συγχρόνως αρχή και τέλος της οδεύσεως.

Μία ειδική περίπτωση εξαρτημένης οδεύσεως είναι η **πλήρως εξαρτημένη δέευση** ή, όπως λέγεται αλλιώς, η **εξαρτημένη δέευση με προσανατολισμό**. Στην περίπτωση αυτή εκτός από τα άκρα της οδεύσεως έχουν αποτυπωθεί ήδη και άλλα δύο σημεία, που ενδέχεται να είναι κορυφές του ίδιου τριγωνομετρικού δικτύου ή κορυφές άλλων οδεύσεων. Περισσότερες εξηγήσεις για τα θέματα αυτά θα δώσουμε, όταν φθάσομε στους υπολογισμούς των διαφόρων τύπων οδεύσεων.

Ας εξετάσομε τώρα τον τρόπο, με τον οποίο γίνεται η οριζόντια αποτύπωση μιας πολυγωνικής οδεύσεως, δηλαδή των κορυφών της. Υπενθυμίζομε ότι οριζόντια αποτύπωση ενός σημείου της επιφάνειας της γης είναι ο προσδιορισμός της ορθής προβολής του επάνω στο επίπεδο του ορίζοντα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΒΔΟΜΟ

ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΑΠΟΤΥΠΩΣΗ ΠΟΛΥΓΩΝΙΚΩΝ ΟΔΕΥΣΕΩΝ

7.1 Γενικά.

Όπως είδαμε στην αρχή του τμήματος «Γηπεδομετρία», για να προσδιορίσουμε τις οριζόντιες προβολές των κοινών σημείων ενός τμήματος της γήινης επιφάνειας, πρέπει να έχομε προσδιορίσει προηγουμένως τις οριζόντιες προβολές των κορυφών της αντίστοιχης πολυγωνικής οδεύσεως. Ο λόγος είναι ότι συσχετίζομε τις οριζόντιες προβολές των κοινών σημείων είτε με τις πλευρές των πολυγωνικών οδεύσεων (περίπτωση ορθογωνίων συντεταγμένων), είτε με τις κορυφές τους (περίπτωση πολικών συντεταγμένων).

Αλλά όταν λέμε «προσδιορισμός της οριζόντιας προβολής ενός σημείου της επιφάνειας της γης», εννοούμε τον προσδιορισμό της θέσεως του σημείου αυτού επάνω στο χαρτί σχεδιάσεως. Με άλλα λόγια πρέπει να προσδιορίσουμε τις θέσεις των κορυφών μιας πολυγωνικής οδεύσεως κλειστής ή ανοικτής, εξαρτημένης ή ανεξάρτητης, επάνω στο χαρτί σχεδιάσεως.

Ο προσδιορισμός αυτός θα είναι ακριβής, όταν η τεθλασμένη γραμμή α-β-γ-δ κλπ. του χαρτιού σχεδιάσεως είναι εντελώς όμοια προς την αντίστοιχη τεθλασμένη γραμμή του επιπέδου του ορίζοντα, όταν δηλαδή συμβαίνουν τα εξής:

1) Οι αντίστοιχες πλευρές της πολυγωνικής οδεύσεως στο χαρτί σχεδιάσεως και στο επίπεδο του ορίζοντα έχουν λόγο σταθερό και ίσο με την κλίμακα $\frac{1}{K}$ του σχεδίου.

2) Οι γωνίες μεταξύ των αντιστοίχων πλευρών της πολυγωνικής οδεύσεως στο χαρτί σχεδιάσεως και στο επίπεδο του ορίζοντα είναι ίσες.

Αυτή η ομοιότητα, που θα πρέπει να υφίσταται μεταξύ των δύο τεθλασμένων γραμμών, μας δίνει μία πρώτη ιδέα για τη μέθοδο, με την οποία μπορούμε να προσδιορίσουμε τις θέσεις των κορυφών της πολυγωνικής οδεύσεως. Σκεπτόμαστε δηλαδή ότι, αν έχομε μετρήσει επάνω στο έδαφος τόσο τις πλευρές, όσο και τις γωνίες της πολυγωνικής οδεύσεως, είναι δυνατόν να κατασκευάσουμε την αντίστοιχη τεθλασμένη γραμμή επάνω στο χαρτί σχεδιάσεως. Προς τούτο αρκεί να κατασκευάσουμε τις μεν αντίστοιχες πλευρές με το υποδεκάμετρο, με βάση την κλίμακα του σχεδίου, τις δε αντίστοιχες γωνίες με το μοιρογνωμόνιο ή το βαθμογνωμόνιο. Κάτι ανάλογο είχαμε κάνει και στη γηπεδομετρία, όταν επρόκειτο να προσδιορίσουμε τις θέσεις των κοινών σημείων με τις πολικές συντεταγμένες.

Αυτή η μέθοδος όμως δεν προσφέρεται για τις πολυγωνικές οδεύσεις, γιατί η

χάραξη των γωνιών με τὸ μοιρογνωμόνιο ἡ τὸ βαθμογνωμόνιο δὲν παρέχει αρκετή ακρίβεια. Και στην περίπτωση μεν των κοινών σημείων η ἔλλειψη ακρίβειας δεν βλάπτει, γιατί περιορίζεται σε καθένα σημείο χωριστά. Στην περίπτωση όμως των πολυγωνικών οδεύσεων βλάπτει, γιατί δὲν περιορίζεται μόνο στην πλευρά ἡ την κορυφή, όπου γίνεται το λάθος, αλλά μεταδίδεται και σε όλα τα κοινά σημεία, που συσχετίζονται με αυτές. Πρέπει λοιπόν να αναζητήσουμε μία άλλη μέθοδο προσδιορισμού, που να μας εξασφαλίζει την αναγκαία ακρίβεια.

7.2 Μέθοδος των ὀρθογωνίων συντεταγμένων.

Μία τέτοια μέθοδος είναι η γνωστή μας μέθοδος των ορθογωνίων συντεταγμένων, που είχαμε χρησιμοποιήσει και στη γηπεδομετρία. Εκεί σαν άξονα x είχαμε θεωρήσει την πλευρά της πολυγωνικής οδεύσεως, ως προς την οποία έγινε ο συσχετισμός των κοινών σημείων, ενώ ο άξονας y ήταν κάθετος προς αυτή.

Εδώ, όπως θα δούμε, η εκλογή των άξονων εξαρτάται από το αν η άδευση είναι ανεξάρτητη ή εξαρτημένη. Φυσικά οι δύο άξονες είναι και πάλι κάθετοι μεταξύ τους και έχουν τη διάταξη που παριστάνει το σχήμα 2.4γ. Εκείνο, που πρέπει επίσης να τονίσουμε, είναι ότι οι συντεταγμένες των κορυφών των οδεύσεων δεν μετρούνται επάνω στο έδαφος, όπως στη γηπεδομετρία, αλλά προκύπτουν ύστερα από υπολογισμούς, που κάνομε στο γραφείο. Ο λόγος είναι απλός: Μέτρηση των συντεταγμένων και ειδικότερα των τεταγμένων επάνω στο έδαφος θα γινόταν κατ' ανάγκην με ορθόγωνα, οπότε, όπως αναφέρθηκε στην παράγραφο 3.3, οι τεταγμένες θα υπερέβαιναν τα 25 ως 30 m και συνεπώς θα είχαμε μεγάλη ανακρίβεια ως προς την αποτύπωση.

Ο τρόπος υπολογισμού των συντεταγμένων είναι πολύ εύκολος, όπως θα δούμε, αρκεί να γνωρίζομε τα μήκη των πλευρών και τις γωνίες που σχηματίζουν μεταξύ τους οι πλευρές της πολυγωνικής οδεύσεως. Οι γωνίες και οι πλευρές μετρούνται επάνω στο έδαφος με τη βοήθεια των αντιστοίχων οργάνων και μεθόδων μετρήσεως. Ο υπολογισμός των συντεταγμένων στηρίζεται σε δύο θεμελιώδη προβλήματα.

7.3 Πρώτο θεμελιώδες πρόβλημα.

Δίνεται ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων και δύο σημεία A και B (σχ. 7.3). Κατ' αρχήν ονομάζομε γωνία διευθύνσεως A προς B τη γωνία α, που διαγράφει η ευθεία του σημείου A, η παράλληλη και ομόρροπη προς τον άξονα y, αν στραφεί γύρω από το A με τη φορά των δεικτών του ρολογιού, έως όπου συμπέσει με την ευθεία AB. Προφανώς, αν ο άξονας y διευθύνεται προς το βορρά, τότε η γωνία διευθύνσεως A προς B συμπίπτει με το αζιμούθιο της διευθύνσεως AB. Ας υποθέσουμε τώρα ότι γνωρίζομε τη γωνία διευθύνσεως α, το μήκος S της AB και τις συντεταγμένες x_A και y_A του σημείου A. Ζητούνται οι συντεταγμένες x_B και y_B του σημείου B.

Αν στο σχήμα 7.3 φέρομε την AΓ παράλληλη προς τον άξονα x, προκύπτουν οι ισότητες:

$$x_B = x_A + A\Gamma \quad (1)$$

και

$$y_B = y_A + BG$$

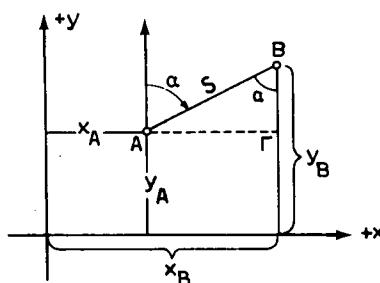
(2)

Αλλά από το ορθογώνιο τρίγωνο ABG έχομε:

$$AG = AB \text{ ημα}$$

και

$$BG = AB \text{ συνα}$$



Σχ. 7.3.

Επομένως οι ισότητες (1) και (2) γίνονται:

$$x_B = x_A + S \text{ ημα} \quad (3)$$

$$y_B = y_A + S \text{ συνα} \quad (4)$$

Οι σχέσεις (3) και (4) μας δίνουν τις συντεταγμένες του σημείου B συναρτήσει γνωστών μεγεθών, δηλαδή των συντεταγμένων του σημείου A , του μήκους της AB και της γωνίας διευθύνσεως a . Μολονότι προκύπτουν από τις ισότητες (1) και (2), ισχύουν για κάθε τιμή της γωνίας a , γιατί ανάλογα με την τιμή αυτή αλλάζει το πρόσημο (+ ή -) του ημιτόγου και συνημιτόνου, συνεπώς αλλάζει το πρόσημο των όρων $S \text{ ημα}$ και $S \text{ συνα}$.

Οι δύο αυτοί όροι υπολογίζονται είτε με άμεσο πολλαπλασιασμό του μήκους S επί ημα και συνα, είτε με τους λογάριθμούς. Στην πρώτη περίπτωση βρίσκομε το ημίτονο και συνημίτονο της γωνίας a από ειδικούς Πίνακες των Φυσικών Τριγωνομετρικών Αριθμών. Επειδή όμως οι τριγωνομετρικοί αριθμοί έχουν πολλά δεκαδικά ψηφία, χάνομε χρόνο κατά την εκτέλεση του πολλαπλασιασμού, εκτός αν διαθέτομε αριθμομηχανή. Αν δεν διαθέτομε, προτιμάμε να εργασθούμε με τους λογάριθμους ως εξής: Ξέρομε ότι ο λογάριθμος ενός γινομένου ισούται με το άθροισμα των λογαρίθμων των παραγόντων του. Συνεπώς:

$$\log S \text{ ημα} = \log S + \log \text{ ημα}$$

και

$$\log S \text{ συνα} = \log S + \log \text{ συνα}$$

Αλλά τόσο ο λογάριθμος του μήκους S , όσο και οι λογάριθμοι των τριγωνομετρικών αριθμών ημα και συνα δίνονται από τους Λογαριθμικούς Πίνακες. Βρίσκομε λοιπόν τους αντίστοιχους λογάριθμους, κάνομε τις προσθέσεις και προκύπτουν οι λογάριθμοι των όρων $S \text{ ημα}$ και $S \text{ συνα}$. Από τους λογάριθμους αυτούς με τη

βοήθεια και πάλι των Λογαριθμικών Πίνακων βρίσκομε αυτούς καθεαυτούς τους όρους Σημα και Συνα. Φυσικά πρέπει να ξέρομε καλά τη χρήση των Λογαριθμικών Πίνακων.

Εκείνο που προκαλεί κάποια δυσκολία κατά τους υπολογισμούς είναι ότι, και οι Πίνακες των Φυσικών Τριγωνομετρικών Αριθμών και οι Λογαριθμικοί Πίνακες δεν περιέχουν όλες τις γωνίες, δηλαδή από 0° ως 360° , αλλά μόνο τις οξείες γωνίες. Και αυτό συμβαίνει, γιατί, όπως είναι γνωστό από την Τριγωνομετρία, για κάθε γωνία α μεγαλύτερη από 90° υπάρχει μία αντίστοιχη οξεία γωνία α^* , που έχει ίσους ή αντίθετους τριγωνομετρικούς αριθμούς με την α.

Αρκεί, συνεπώς να ξέρομε:

Πρώτο: Ποια είναι η αντίστοιχη οξεία γωνία α^* , πράγμα που εξαρτάται από τη θέση της γωνίας α στον τριγωνομετρικό κύκλο, και

Δεύτερο: Ποια σχέση συνδέει τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των δύο γωνιών.

Σε αυτό βοηθά ο Πίνακας 7.3.1, που τη χρήση του εξηγεί το ακόλουθο παράδειγμα:

Έστω ότι $\alpha = 227^\circ 31' 42''$, δηλαδή κείται μεταξύ 180° και 270° . Άρα $\alpha^* = \alpha - 180^\circ = 47^\circ 31' 42''$, ημα = − ημα* και συνα = − συνα*. Εργαζόμαστε λοιπόν με τη γωνία $\alpha^* = 47^\circ 31' 42''$, αλλά βάζομε εμπρός από τους όρους Σημα* και Συνα* το πρόσημο πλην (−).

ΠΙΝΑΚΑΣ 7.3.1.

α	α^*	ημ α	συν α
$0^\circ < \alpha < 90^\circ$	α	ημα*	συνα*
$90^\circ < \alpha < 180^\circ$	$180^\circ - \alpha$	ημα*	−συνα*
$180^\circ < \alpha < 270^\circ$	$\alpha - 180$	−ημα*	−συνα*
$270^\circ < \alpha < 360^\circ$	$360^\circ - \alpha$	−ημα*	συνα*

Αριθμητική εφαρμογή. (Με τους λογάριθμους).

Δίνονται: $x_A = 255,63$ m
 $y_A = 48,90$ m
 $S = 128,15$ m
 $\alpha = 134^\circ 18' 56''$

Αφού: $90^\circ < \alpha < 180^\circ$
 τότε $\alpha^* = 180 - \alpha = 45^\circ 41' 4''$

Από τους Λογαριθμικούς Πίνακες βρίσκομε:

$$\begin{aligned} \text{λογ ημ } 45^\circ 41' 4'' &= 1,85461 \\ \text{λογ συν } 45^\circ 41' 4'' &= 1,84423 \\ \text{λογ } 128,15 &= 2,10772 \end{aligned}$$

Συνεπώς:

$$\text{λογ}(128,15 \cdot \text{ημ} 45^{\circ}41'4'') = \text{λογ } 128,15 + \text{λογ } \text{ημ} 45^{\circ}41'4'' = 1,96233$$

$$\text{λογ}(128,15 \cdot \text{συν} 45^{\circ}41'4'') = \text{λογ } 128,15 + \text{λογ } \text{συν} 45^{\circ}41'4'' = 1,95195$$

και τελικά:

$$128,15 \cdot \text{ημ} 45^{\circ}41'4'' = 91,69$$

$$128,15 \cdot \text{συν} 45^{\circ}41'4'' = -89,53$$

Επειδή στην προκειμένη περίπτωση ημα = ημα* και συνα = - συνα*, έπειται ότι:

$$128,15 \cdot \text{ημ} 134^{\circ}18'56'' = 91,69$$

$$128,15 \cdot \text{συν} 134^{\circ}18'56'' = -89,53$$

Άρα:

$$x_B = 255,63 + 91,69 = 347,32$$

$$y_B = 48,90 - 89,53 = -40,63$$

7.4 Δεύτερο Θεμελιώδες πρόβλημα.

Αυτή τη φορά δίνονται οι συντεταγμένες των σημείων A και B και ζητούνται:

1) Η γωνία διευθύνσεως α και 2) το μήκος S της πλευράς AB (σχ. 7.3).

Όπως είναι φανερό, ισχύουν πάντοτε οι σχέσεις (3) και (4) του πρώτου θεμελιώδους προβλήματος. Από τις σχέσεις αυτές έχομε:

$$\text{Σημα} = x_B - x_A \quad (5)$$

$$\text{Συνα} = y_B - y_A \quad (6)$$

Διαιρούμε τις ισότητες (5) και (6) κατά μέλη και προκύπτει:

$$\boxed{\epsilonφα = \frac{x_B - x_A}{y_B - y_A}} \quad (7)$$

Από τη σχέση (7) βρίσκεται η τιμή της γωνίας α με τη βοήθεια των Πινάκων των Φυσικών Τριγωνομετρικών Αριθμών ή των Λογαρίθμων. Η τιμή όμως αυτή είναι στην ουσία η τιμή της γωνίας α*.

Για να υπολογίσουμε την πραγματική γωνία α πρέπει προηγουμένως να καθορίσουμε τη θέση της στον τριγωνομετρικό κύκλο. Η θέση αυτή καθορίζεται από το πρόσημο, που έχουν οι όροι του κλάσματος

$$\frac{x_B - x_A}{y_B - y_A}$$

Αν π.χ. ο όρος $x_B - x_A$ είναι θετικός και ο όρος $y_B - y_A$ αρνητικός, τότε η γωνία α.κείται στο δεύτερο τεταρτημέριο του τριγωνομετρικού κύκλου, δηλαδή είναι μεγαλύτερη από 90° και μικρότερη από 180° . Στον καθορισμό βοηθά ο Πίνακας 7.4.1.

ΠΙΝΑΚΑΣ 7.4.1.

$x_B - x_A$	$y_B - y_A$	α
+	+	$0^\circ < \alpha < 90^\circ$
+	-	$90^\circ < \alpha < 180^\circ$
-	-	$180^\circ < \alpha < 270^\circ$
-	+	$270^\circ < \alpha < 360^\circ$

Κατόπιν ερχόμαστε στον υπολογισμό του μήκους της πλευράς AB. Αν διαιρέσομε τα μέλη της σχέσεως (5) με ημα, προκύπτει:

$$S = \frac{x_B - x_A}{\text{ημα}} \quad (8)$$

Αφ' ετέρου, αν διαιρέσομε τα μέλη της ισότητας (6) με συνα, προκύπτει:

$$S = \frac{y_B - y_A}{\text{συνα}} \quad (9)$$

Φυσικά για τον υπολογισμό του S μας αρκεί μία από τις δύο σχέσεις (8) και (9), π.χ. η (8). Και αυτή τη φορά εργαζόμαστε είτε με άμεσο πολλαπλασιασμό, είτε με τους λογάριθμους. Στη δεύτερη περίπτωση ξέρομε ότι ο λογάριθμος ενός κλάσματος ισούται με το λογάριθμο του αριθμητή μείον το λογάριθμο του παρονομαστή. Άρα:

$$\log S = \log(x_B - x_A) - \log \text{ημα} \quad (10)$$

Βρίσκομε από τους Λογαριθμικούς Πίνακες το λογάριθμο της διαφοράς $x_B - x_A$ και το λογάριθμο του ημα, αφαιρούμε το δεύτερο από τον πρώτο και προκύπτει ο λογάριθμος του μήκους S.

Διερεύνηση.

Επειδή το S σαν γεωμετρικό μέγεθος είναι πάντοτε θετικό, έπειται ότι και το κλάσμα $\frac{x_B - x_A}{\text{ημα}}$ θα είναι πάντοτε θετικό. Πραγματικά, όταν η διαφορά $x_B - x_A$ είναι θετική, τότε και το ημα είναι θετικό, δηλαδή η γωνία α κυμαίνεται μεταξύ 0° και 180° . Όταν όμως η διαφορά $x_B - x_A$ είναι αρνητική, τότε και το ημα είναι αρνητικό, δηλαδή η γωνία α κυμαίνεται μεταξύ 180° και 360° . Συμπεραίνομε λοιπόν ότι δεν θα προκύψει καμία διαφορά στον υπολογισμό του μεγέθους S, αν κατά την εφαρμογή των σχέσεων (8) ή (10) αφ' ενός μεν πάρομε τη διαφορά $x_B - x_A$ χωρίς πρόσημο, αφ' ετέρου δε αντί για τη γωνία α χρησιμοποιήσομε την αντίστοιχη της α^* , που έχουμε ήδη υπολογίσει.

Αριθμητική εφαρμογή. (Με τους φυσικούς τριγωνομετρικούς αριθμούς).

Δίνονται:

$$\begin{aligned}x_A &= + 145,66 \\y_A &= + 31,25 \\x_B &= - 18,52 \\y_B &= + 57,60\end{aligned}$$

Ζητείται το μήκος S και η γωνία διευθύνσεως A προς B . Από τη σχέση (7) έχουμε:

$$\epsilon \phi a = \frac{-18,52 - 145,66}{+ 57,60 - 31,25} = \frac{-164,18}{+ 26,35} = -6,2307$$

οπότε από τους Πίνακες των Φυσικών Τριγωνομετρικών Αριθμών βρίσκομε:

$$a^* = 80^\circ 52' 56''$$

Αφ' ετέρου από τον Πίνακα 7.4.1. προκύπτει ότι η πραγματική γωνία α κείται μεταξύ 270° και 360° .

$$\text{Συνεπώς: } a = 360^\circ - a^* = 279^\circ 7' 4''$$

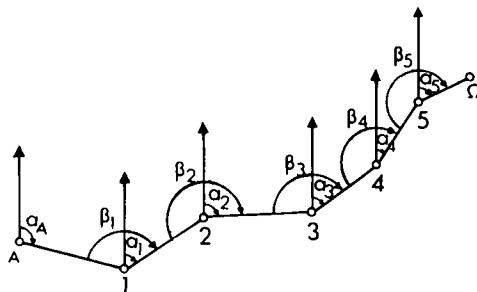
'Οσον αφορά το μήκος S , από τη σχέση (8) παίρνομε:

$$S = \frac{+145,66 + 18,52}{0,9874} = 166,28 \text{ m}$$

7.5 Υπολογισμός ανεξάρτητης ανοικτής οδεύσεως.

Ας εξετάσουμε τώρα πώς γίνεται ο υπολογισμός των διαφόρων τύπων πολυγωνικών οδεύσεων με βάση τα προηγούμενα δύο θεμελιώδη προβλήματα.

Θα περιγράψουμε πρώτα τον υπολογισμό μιας ανεξάρτητης ανοικτής οδεύσεως. Όταν λέμε «υπολογισμός μιας οδεύσεως», εννοούμε τον υπολογισμό των συντεταγμένων των κορυφών της. Έστω λοιπόν η άδευση $A-1-2-3-4-5-\Omega$ (σχ. 7.5a).



Σχ. 7.5a.

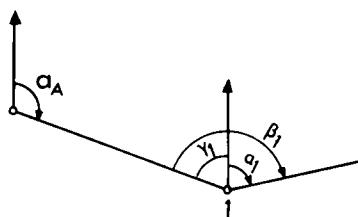
(Δεν συμβολίζομε πια τις κορυφές της οδεύσεως με μικρά γράμματα, όπως κάναμε ως τώρα, επειδή για τον υπολογισμό οι αριθμοί μας διευκολύνουν περισσότερο).

Τα άκρα της οδεύσεως τα συμβολίζομε με τα κεφαλαία γράμματα A και Ω για να υποδηλώσουμε έτσι ότι πρόκειται για την αρχή και το τέλος της οδεύσεως.

Είπαμε ήδη ότι για να υπολογίσουμε τις συντεταγμένες των κορυφών μιας οδεύ-

σεως πρέπει να έχομε μετρήσει επάνω στο έδαφος τόσο τα μήκη των πλευρών $A-1 = S_A$, $1-2 = S_1$, $2-3 = S_2$ κλπ., όσο και τις γωνίες β_1 , β_2 , β_3 , κλπ., μεταξύ των πλευρών της οδεύσεως. Διευκρινίζομε ότι οι γωνίες β μετρούνται με το θεοδόλιχο. Συνεπώς θεωρούμε ότι έχουν φορά τη φορά των δεικτών του ρολογιού.

Αν αντί για τις γωνίες β_1 , β_2 , β_3 κλπ. γνωρίζαμε τις γωνίες διευθύνσεως a_A , a_1 , a_2 κλπ., τότε θα είχαμε τη δυνατότητα από τις συντεταγμένες της καθεμίας κορυφής της οδεύσεως να υπολογίσουμε τις συντεταγμένες της αρέσως επόμενης. Αυτό θα γινόταν με διαδοχική εφαρμογή του πρώτου θεμελιώδους προβλήματος. Άλλα η γνώση των γωνιών β_1 , β_2 , β_3 κλπ. μπορεί να μας οδηγήσει στον υπολογισμό των γωνιών a_1 , a_2 , a_3 κλπ. με την προϋπόθεση ότι ξέρουμε και τη γωνία a_A . Ο υπολογισμός των a_1 , a_2 , a_3 κλπ. γίνεται ως εξής:



Σχ. 7.5β.

Από το σχήμα 7.5β έχομε την ισότητα:

$$a_1 = \beta_1 - \gamma_1 \quad (1)$$

Άλλα $\gamma_1 = 180^\circ - a_A$

Και με αντικατάσταση της γ_1 στην ισότητα (1) προκύπτει:

$$a_1 = a_A + \beta_1 - 180^\circ$$

Αντίστοιχα:

$$a_2 = a_1 + \beta_2 - 180^\circ$$

$$a_3 = a_2 + \beta_3 - 180^\circ \text{ κλπ.}$$

και $a_v = a_{v-1} + \beta_v - 180^\circ \quad (2)$

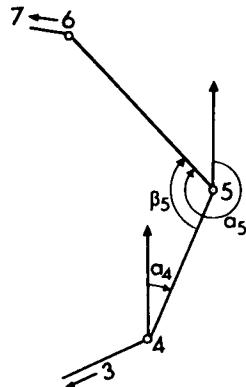
Αν προσθέσουμε κατά μέλη τις ισότητες αυτές και κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων, θα έχομε:

$$a_v = a_A + (\beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_v) - v \cdot 180^\circ \quad (3)$$

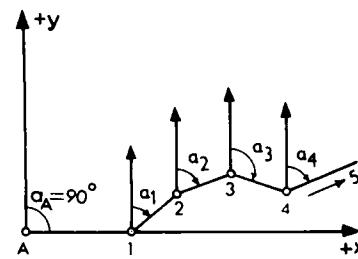
Εδώ πρέπει να διευκρινίσουμε ότι σε ορισμένες περιπτώσεις, όπως στην περίπτωση του σχήματος 7.5γ, η σχέση (2) δεν μας δίνει την πραγματική γωνία διευθύνσεως a_v , αλλά μία γωνία, που διαφέρει από την πραγματική κατά 360° . [Στην περίπτωση του σχήματος 7.5γ και ειδικότερα για την κορυφή 5 η σχέση (2) γίνεται $a_v = a_{v-1} + \beta_v + 180^\circ$]. Αυτό όμως δεν μας ενοχλεί, γιατί, όπως ξέρουμε από την

Τριγωνομετρία, όταν δύο γωνίες διαφέρουν κατά 360° , έχουν τους ίδιους τριγωνομετρικούς αριθμούς. Μπορούμε λοιπόν να δεχθούμε ότι η σχέση (2) και συνεπώς η σχέση (3) έχουν γενική ισχύ.

Από τις σχέσεις (2) και (3), την πρώτη τη χρησιμοποιούμε για να υπολογίσουμε τις γωνίες διευθύνσεως, δεδομένου ότι ο υπολογισμός είναι διαδοχικός, δηλαδή η κάθε μία γωνία προκύπτει από την αμέσως προηγούμενη, και τη δεύτερη για το λογιστικό έλεγχο της τελευταίας γωνίας. Υπολογίζομε δηλαδή την τελευταία γωνία εφαρμόζοντας τη σχέση (3) και εξετάζομε, αν η τιμή που βρίσκομε συμπίπτει με την τιμή που μας έδωσε ο διαδοχικός υπολογισμός.



Σχ. 7.55.



Σχ. 7.56.

Αλλά τόσο η σχέση (2), όσο και η σχέση (3) δεν αρκούν να μας δώσουν τις γωνίες διευθύνσεως, αν δεν ξέρομε την αρχική γωνία, δηλαδή την α_A . Αυτό έχει άμεση σχέση με τον καθορισμό των αξόνων των ορθογωνίων συντεταγμένων. Σκεπτόμαστε όμως ότι η γωνία α_A πρέπει να είναι γεωμετρικά κατασκευάσιμη έτσι, ώστε ο συσχετισμός της οδεύσεως με τους αξόνες των συντεταγμένων επάνω στο χαρτί σχεδιάσεως να γίνει με απόλυτη ακρίβεια. Αφ' ετέρου προκειμένου να εφαρμόσουμε το πρώτο θεμελιώδες πρόβλημα πρέπει να ξέρομε τις συντεταγμένες της πρώτης κορυφής, δηλαδή του σημείου A. Ορίζουμε λοιπόν για αξόνα x την πλευρά A-1 και για αξόνα y την κάθετη στο σημείο A (σχ. 7.5δ). Παρατηρούμε τότε ότι η μεν γωνία α_A θα ισούται με 90° , οι δε συντεταγμένες και της πρώτης και της δεύτερης κορυφής προκύπτουν ευκολότατα. Έχουμε δηλαδή:

$$\begin{aligned} x_A &= 0 & y_A &= 0 \\ x_1 &= S_A & y_1 &= 0 \end{aligned}$$

Στη συνέχεια βρίσκομε τις συντεταγμένες της κορυφής 2 με βάση τις συντεταγμένες της κορυφής 1, τη γωνία α_1 , και το μήκος S_1 , κατόπιν τις συντεταγμένες της κορυφής 3 με βάση τις συντεταγμένες της κορυφής 2, τη γωνία α_2 , και το μήκος S_2 κ.ο.κ., έως ότου ολοκληρώσουμε την ανεξάρτητης ανοικτής οδεύ-

σεως. Αν θελήσομε να προσανατολίσομε την όδευση ως προς το βορρά, δεν εχομε παρά να μετρήσομε το αζιμούθιο της πρώτης πλευράς A-1 σύμφωνα με την παράγραφο 8.5 του πρώτου τόμου.

Αριθμητική εφαρμογή. (Με τους λογάριθμους).

Δίνονται:

$$\begin{array}{ll}
 S_A = 219,45 & \\
 S_1 = 191,10 & \beta_1 = 142^\circ 23' 40'' \\
 S_2 = 163,22 & \beta_2 = 226^\circ 23' 40'' \\
 S_3 = 228,97 & \beta_3 = 207^\circ 29' 20'' \\
 S_4 = 137,18 & \beta_4 = 195^\circ 33' 20'' \\
 S_5 = 178,70 & \beta_5 = 150^\circ 32' 20'' \\
 \end{array}$$

Επειδή κατά τον υπολογισμό των οδεύσεων μας συμφέρει η εργασία να γίνει δυστο άντα ταχύτερα, και η ταχύτητα συνήθως είναι αποτέλεσμα τάξεως, γι' αυτό συντάσσομε ένα πίνακα, τον Πίνακα 7.5.1, όπου εγγράφομε τα διάφορα δεδομένα και τα αποτέλεσμα του υπολογισμού με την εξής καθιερωμένη σειρά:

α) Εγγράφομε στις αντίστοιχες στήλες και σειρές του πίνακα τα δεδομένα του προβλήματος. Προφανώς στις σειρές των κορυφών A και Ω δεν θα εγγραφεί γωνία β.

β) Επακολουθεί ο υπολογισμός των γωνιών διευθύνσεως α και η εγγραφή τους στην ίδια στήλη με τις γωνίες β. Συγκεκριμένα στη σειρά της κορυφής A εγγράφεται η γωνία $\alpha_A = 90^\circ$. Έπειτα προσθέτομε τις γωνίες α_A και β_1 , αφαιρούμε 180° και προκύπτει η γωνία α_1 , που την εγγράφομε κάτω ακριβώς από τη γωνία β_1 . Με τον ίδιο τρόπο υπολογίζομε και εγγράφομε τη μία ύστερα από την άλλη και τις υπόλοιπες γωνίες διευθύνσεως. Η τελευταία γωνία α_5 ελέγχεται με βάση τη σχέση (3).

γ) Μετά τις γωνίες διευθύνσεως εγγράφομε τους λογάριθμους του ημα, S και συνα, που αντιστοιχούν σε κάθε μία κορυφή της οδεύσεως, τον ένα κάτω από τον άλλο και με το λογάριθμο του S μεταξύ των δύο άλλων λογαρίθμων. Αυτή η διάταξη μας διευκολύνει να προσθέτομε το λογάριθμο του S με τους λογάριθμους του ημα και συνα χωριστά, δίχως να χρειαζόμαστε δύο διαφορετικές στήλες που να αντιστοιχούν προς τις δύο αθροίσεις. Τα δύο αυτά αθροίσματα, δηλαδή οι λογάριθμοι των γινομένων Σημα και Συνα, εγγράφονται στην επόμενη στήλη επίσης το ένα κάτω από το άλλο. Η εγγραφή των λογαρίθμων και των αθροισμάτων τους δεν είναι υπάγκη να ακολουθήσει τη σειρά διαδοχής των κορυφών. Αντίθετα για λόγους ταχύτητας ενδείκνυται να εγγραφούν πρώτα οι λογάριθμοι των μηκών S και έπειτα οι λογάριθμοι του ημιτόνου και συνημιτόνου των γωνιών α.

δ) Αφού εγγράψωμε τους λογάριθμους Σημα και Συνα, βρίσκομε από τους Λογαριθμικούς Πίνακες αυτά καθεαυτά τα γινόμενα Σημα και Συνα, που στον πίνακα αναφέρονται με τους συμβολισμούς Δx και Δy αντίστοιχα. Ο συμβολισμός Δx σημαίνει διαφορά των τετμημένων x δύο διαδοχικών κορυφών. Ήτοι $\Delta x = x_v - x_{v-1}$. Αφ' ετέρου ο συμβολισμός Δy σημαίνει διαφορά των τεταγμένων y δύο διαδοχικών κορυφών. Ήτοι $\Delta y = y_v - y_{v-1}$. Από τις σχέσεις (5) και (6) του δεύτερου θεμελιώδους προβλήματος προκύπτει πραγματικά ότι Σημα = Δx και

ΠΙΝΑΚΑΣ 7.5.1.

Πινακας υπολογισμού ανεξάρτητης συνοπτικής αδεύσεως

Σημεία	Γωνίες β Γωνίες α	Μήκη S	λογ ημα λογ S λογ συνα	λογ S πισ λογ S συνα	x Δx	y Δy
A	—	219,45	0,000 00 2,341 34 ∞	2,341 34 ∞	0,00 + 219,45	0,00 0,00
1	142°23'40" 52°23'40"	191,10	1,898 85 2,281 26 1,785 51	2,180 11 2,066 77	+ 219,45 + 151,39	0,00 + 116,62
2	226°23'40" 98°47'20"	163,22	1,994 88 2,212 77 1,184 38	2,207 65 1,397 15	+ 370,84 + 161,31	+ 116,62 — 24,95
3	207°29'20" 126°16'40"	228,97	1,906 45 2,359 79 1,772 05	2,266 24 2,131 84	+ 532,15 + 184,60	+ 91,67 — 135,47
4	195°33'20" 141°50'00"	137,18	1,790 95 2,137 28 1,895 54	1,928 23 2,032 82	+ 716,75 + 84,77	— 43,80 — 107,85
5	150°32'20" 112°22'20"	178,70	1,966 01 2,252 12 1,580 60	2,218 13 1,832 72	+ 801,52 + 165,25	— 151,65 — 68,03
Ω	—	—	—	—	+ 966,77 —	— 219,68 —

$\Sigma \text{υνα} = \Delta y$. Τα Δx και Δy εγγράφονται στις δύο τελευταίες στήλες του πίνακα.

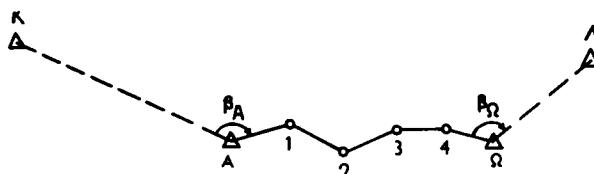
ε) Ο πίνακας συμπληρώνεται με τις συντεταγμένες των κορυφών της οδεύσεως. Πρώτα πρώτα εγγράφομε τις συντεταγμένες $x_A = 0$ και $y_A = 0$ της κορυφής A. Ακολουθεί η αθροιστή του x_A με το αντίστοιχο $\Delta x = + 219,45$ και του y_A με το αντίστοιχο $\Delta y = 0$. Τα αντίστοιχα αθροίσματα μας δίνουν τις συντεταγμένες x_1 , και y_1 , της κορυφής 1. Η τετμήμενη $x_1 = + 219,45$ εγγράφεται επάνω από τη διαφορά $\Delta x = + 151,39$, ενώ η τεταγμένη $y_1 = 0$ εγγράφεται επάνω από τη διαφορά $\Delta y = + 116,62$. Μετά αθροίζομε το x_1 με το αντίστοιχο Δx και το y_1 με το αντίστοιχο Δy και βρίσκομε τις συντεταγμένες $x_2 = + 370,84$ και $y_2 = + 166,62$, τις οποίες και εγγράφομε επάνω από τις αντίστοιχες διαφορές $\Delta x = + 161,31$ και $\Delta y = - 24,95$. Ακολουθούν οι αθροίσεις του x με το Δx και του y με το Δy της δεύτερης κορυφής, οπότε βρίσκομε τις συντεταγμένες της τρίτης. Με αυτό τον τρόπο ολοκληρώνεται ο υπολογισμός και η εγγραφή των συντεταγμένων των υπόλοιπων κορυφών.

7.6 Υπολογισμός πλήρως εξαρτημένης ανοικτής οδεύσεως.

Το μειονέκτημα των ανεξαρτήτων ανοικτών οδεύσεων είναι ότι δεν μας παρέχουν τη δυνατότητα να ελέγχουμε την ακρίβεια των μετρήσεων, που κάνομε επάνω στο έδαφος. Ενδέχεται δηλαδή να έχουν γίνει σφάλματα και μάλιστα χονδροειδή κατά τη μέτρηση τόσο των μηκών S, όσο και των γωνιών β και τα σφάλματα αυτά να μεταφερθούν στον υπολογισμό των συντεταγμένων των κορυφών της οδεύσεως, χωρίς να μπορούμε ούτε να τα επισημάνομε ούτε φυσικά να τα διορθώσουμε.

Το μειονέκτημα αυτό δεν υπάρχει σχεδόν καθόλου στις εξαρτημένες ανοικτές οδεύσεις και μάλιστα στις πλήρως εξαρτημένες, που τις έχουμε ονομάσει επίσης και εξαρτημένες οδεύσεις με προσανατολισμό.

Η πλήρως εξαρτημένη όδευση είναι ο τύπος πολυγωνικής οδεύσεως, που εφαρμόζομε συνηθέστερα, όταν πρόκειται για την αποτύπωση μεγάλων τμημάτων της επιφάνειας της γης, οπότε προηγείται αναγκαστικά η εγκατάσταση κάποιου τριγωνομετρικού δίκτυου. Οι κορυφές του δίκτυου αυτού, τα τριγωνομετρικά δηλαδή σημεία, αποτυπώνονται στο χαρτί σχεδίασεως με ορθογώνιες συντεταγμένες, όπως ακριβώς και οι κορυφές των πολυγωνικών οδεύσεων. Συνεπώς έχει ήδη προσδιορισθεί ένα αντίστοιχο σύστημα ορθογώνιων αξόνων, στο οποίο αναφέρονται οι συντεταγμένες των τριγωνομετρικών σημείων.

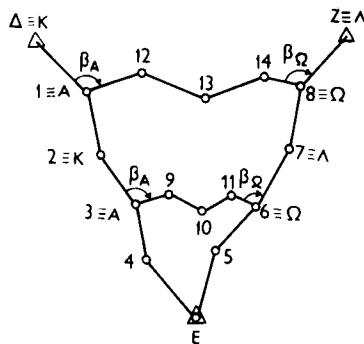


Σχ. 7.6α.

Ας θεωρήσουμε τώρα την πρωτεύουσα όδευση A-1-2-3-4-Ω (σχ. 7.6α). Υπενθυμίζομε ότι πρωτεύουσα λέγεται μία όδευση, όταν τα άκρα της είναι τριγωνομε-

τρικά σημεία. Σύμφωνα με όσα είπαμε, γνωρίζομε τις συντεταγμένες των άκρων A και Ω της οδεύσεως ως προς το αντίστοιχο σύστημα ορθογωνίων αξόνων. Η γνώση όμως των συνταγμένων των άκρων της αποτελεί το χαρακτηριστικό μιας εξαρτημένης οδεύσεως. Επί πλέον είμαστε σε θέση να γνωρίζομε και τις γωνίες $\beta_A = K-A-1$ και $\beta_\Omega = 4-\Omega-\Lambda$, όπου K και Λ δύο άλλα τριγωνομετρικά σημεία με επίσης γνωστές συντεταγμένες, αρκεί φυσικά να έχομε μετρήσει τις γωνίες β_A και β_Ω επάνω στο έδαφος. Η πρόσθετη αυτή γνώση αποτελεί το χαρακτηριστικό της **πλήρως εξαρτημένης οδεύσεως**. Τελικά καταλήγομε στο συμπέρασμα ότι στην εξαρτημένη οδευση γνωρίζομε μόνο τις συντεταγμένες των άκρων της, ενώ στην πλήρως εξαρτημένη γνωρίζομε επί πλέον και τις γωνίες προσανατολισμού προς δύο άλλα σημεία με επίσης γνωστές τις συντεταγμένες τους.

Εκτός από τις πρωτεύουσες οδεύσεις σαν πλήρως εξαρτημένη μπορεί να θεωρηθεί και μία δευτερεύουσα οδευση (σχ. 7.6β), αρκεί τα μεν άκρα της να ανήκουν σε πρωτεύουσες οδεύσεις, τα δε σημεία προσανατολισμού K και Λ είτε να ανήκουν και αυτά σε πρωτεύουσες οδεύσεις (όδευση 3-9-10-11-6), είτε να είναι τριγωνομετρικά σημεία (όδευση 1-12-13-14-8). Εννοείται και πάλι ότι θα έχουν μετρηθεί προηγουμένως επάνω στο έδαφος οι γωνίες προσανατολισμού β_A και β_Ω .



Σχ. 7.6β.

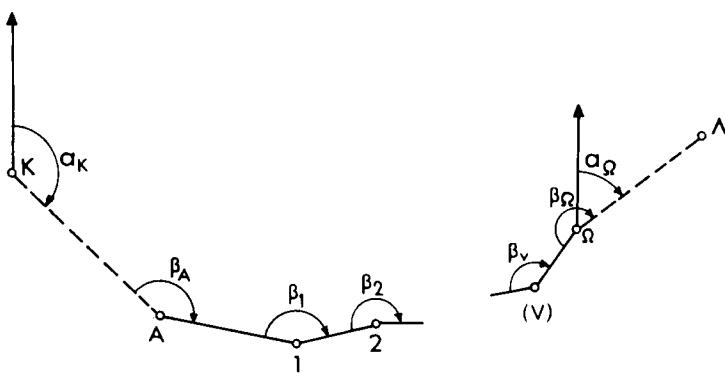
Αυτοί οι δύο είναι οι χαρακτηριστικοί τύποι των πλήρως εξαρτημένων ανοικτών οδεύσεων. Ας εξετάσουμε τώρα πώς γίνεται ο υπολογισμός μιας τέτοιας οδεύσεως.

Κατ' αρχήν σαν σύστημα ορθογωνίων αξόνων θα θεωρήσουμε το σύστημα στο οποίο αναφέρονται οι γνωστές συντεταγμένες των σημείων K , A , Ω και Λ , δηλαδή το σύστημα αναφοράς του τριγωνομετρικού δικτύου.

Για να εξαρτήσουμε την άδευση από το σύστημα αυτό, αρκεί να εφαρμόσουμε το δεύτερο θεμελιώδες πρόβλημα για τα σημεία K και A . Παρατηρούμε ότι έτσι υπολογίζομε τη γωνία διευθύνσεως K προς A , δηλαδή την a_K (σχ. 7.6γ). Κατόπιν υπολογίζομε τη γωνία διευθύνσεως a_Ω με βάση τον τύπο:

$$a_\Omega = a_K + \beta_A + \beta_1 + \beta_2 \dots + \beta_v + \beta_\Omega - (v+2) 180^\circ$$

όπου v ο αριθμός των ενδιαμέσων κορυφών της οδεύσεως εκτός από τις A και Ω .



Σχ. 7.6γ.

Η τιμή αυτή της γωνίας α_Q πρέπει να είναι ίση με την τιμή της ίδιας γωνίας, που θα προκύψει, αν εφαρμόσομε το δεύτερο θεμελιώδες πρόβλημα και για τα σημεία Ω και Λ . Ελέγχοντας την ισότητα των δύο αυτών τιμών ελέγχομε και την ακρίβεια των μετρήσεων των γωνιών β της οδεύσεως.

Φυσικά οι δύο τιμές της α_Q δεν θα είναι ποτέ ακριβώς ίσες, αλλά θα παρουσιάζουν κάποια διαφορά. Αν η διαφορά αυτή, που ονομάζεται **ολικό γωνιώδες σφάλμα ω_β** , δεν υπερβαίνει τα όρια που καθορίζονται στον Πίνακα 7.6.1, τότε είναι παραδεκτή και μοιράζεται εξ ίσου σε όλες τις γωνίες β της οδεύσεως, μεταξύ των οποίων περιλαμβάνονται και οι β_A και β_Q . Με αυτό τον τρόπο γίνεται η διόρθωση των γωνιών β . Αν το ολικό γωνιώδες σφάλμα υπερβαίνει τα αντίστοιχα όρια, η μέτρηση πρέπει να επαναληφθεί. Συνεπώς ο σχετικός έλεγχος πρέπει να γίνεται όσο διαρκούν οι εργασίες εδάφους, ώστε να υπάρχει δυνατότητα επαναληψεως των μετρήσεων.

ΠΙΝΑΚΑΣ 7.6.1.

Όρια ολικού γωνιώδους σφάλματος

	Ακρίβεια μετρήσεως Τάξη οδεύσεως	Ολικό γωνιώδες σφάλμα σε πρώτα λεπτά της μοίρας
I	Μεγάλη: α) Πρωτεύουσες οδεύσεις β) Δευτερεύουσες οδεύσεις	$0,5' \sqrt{v}$ $0,8' \sqrt{v}$
II	Μέτρια: α) Πρωτεύουσες οδεύσεις β) Δευτερεύουσες οδεύσεις	$1,0' \sqrt{v}$ $1,5' \sqrt{v}$
III	Μικρή: α) Πρωτεύουσες οδεύσεις β) Δευτερεύουσες οδεύσεις	$1,5' \sqrt{v}$ $2,3' \sqrt{v}$
Σημείωση: v είναι το πλήθος των γωνιών β		

Μετά τη διόρθωση των γωνιών β υπολογίζονται οι συντεταγμένες των κορυφών 1,2,3, ... Ω, όπως ακριβώς και στην περίπτωση ανεξάρτητης ανοικτής οδεύσεως. Παρατηρούμε όμως ότι οι συντεταγμένες x_Ω και για της κορυφής Ω, που θα προκύψουν από τη διαδοχική εφαρμογή του πρώτου θεμελιώδους προβλήματος, πρέπει να είναι ίσες με τις συντεταγμένες X_Ω και Y_Ω , που μας δίνονται. Η διαπίστωση της ισότητας αυτής αποτελεί ένα δεύτερο έλεγχο, που αναφέρεται στην ακρίβεια της μετρήσεως των πλευρών S της οδεύσεως. Βέβαια με οσηδήποτε ακρίβεια και αν έγινε αυτή η μέτρηση, δεν είναι ποτέ δυνατόν να έχομε απόλυτη ισότητα. Δεν πρέπει όμως πάλι οι διαφορές ανάμεσα στις αντίστοιχες συντεταγμένες να υπερβαίνουν ορισμένα όρια. Συγκεκριμένα, αν με ω_x παραστήσουμε τη διαφορά $X_\Omega - x_\Omega$ και με ω_y τη διαφορά $Y_\Omega - y_\Omega$, δεν πρέπει η ποσότητα $\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}$, που ονομάζεται **ολικό γραμμικό σφάλμα**, να υπερβαίνει τα όρια που καθορίζονται στον Πίνακα 7.6.2.

ΠΙΝΑΚΑΣ 7.6.2.

Όρια ολικού γραμμικού σφάλματος

	Ακρίβεια μετρήσεως Τάξη οδεύσεως	Ολικό γραμμικό σφάλμα σε m
I	Μεγάλη: α) Πρωτεύουσες οδεύσεις β) Δευτερεύουσες οδεύσεις	$0,005\sqrt{\Sigma S} + 0,05$ $0,01\sqrt{\Sigma S} + 0,05$
II	Μέτρια: α) Πρωτεύουσες οδεύσεις β) Δευτερεύουσες οδεύσεις	$0,01\sqrt{\Sigma S} + 0,10$ $0,02\sqrt{\Sigma S} + 0,10$
III	Μικρή: α) Πρωτεύουσες οδεύσεις β) Δευτερεύουσες οδεύσεις	$0,04\sqrt{\Sigma S} + 0,20$ $0,08\sqrt{\Sigma S} + 0,20$

Αν δεν τα υπερβαίνει, τότε οι διαφορές ω_x και ω_y μοιράζονται στις αντίστοιχες συντεταγμένες των ενδιαμέσων κορυφών, δηλαδή τό ω_x στις τετμημένες x και το ω_y στις τεταγμένες y. Το μοίρασμα όμως δεν γίνεται εξ ίσου, αλλά ανάλογα με τα μήκη S των πλευρών της οδεύσεως, από όπου προέκυψαν οι συντεταγμένες της καθεμιάς κορυφής. Οι συντεταγμένες π.χ. της κορυφής 3 προκύπτουν από το μήκος S_3 . Συνεπώς τα μερίδια, που αντιστοιχούν στις συντεταγμένες αυτές, θα είναι:

$$\frac{S_3 \cdot \omega_x}{\sum S} \text{ για την τετμημένη και } \frac{S_3 \cdot \omega_y}{\sum S} \text{ για την τεταγμένη, όπου } \sum S \text{ το άθροισμα των μηκών όλων των πλευρών της οδεύσεως από την αρχή A ως το τέλος } \Omega.$$

Σωστότερο ακόμα θα ήταν η διανομή των διαφόρων ω_x και ω_y να γίνει ανάλογα με τις προβολές των μηκών S επάνω στους αντίστοιχους άξονες, δηλαδή ανάλογα με τα Δx και Δy .

Αν το ολικό γραμμικό σφάλμα υπερβαίνει τα καθορισμένα όρια, η μέτρηση των μηκών S πρέπει να επαναληφθεί. Με άλλα λόγια ολόκληρος ο υπολογισμός της οδεύσεως πρέπει να γίνει όσο διαρκούν οι εργασίες εδάφους, ώστε να υπάρχει η δυνατότητα, αν παραστεί ανάγκη, να επαναληφθούν οι μετρήσεις όχι μόνο των γωνιών β , αλλά και των μηκών S .

Αριθμητική εφαρμογή. (Με τους φυσικούς τριγωνομετρικούς αριθμούς).

Δίνονται:

$$\begin{array}{ll} X_K = -365,72 & X_\Omega = +1373,47 \\ Y_K = +2347,90 & Y_\Omega = +2276,45 \\ X_A = +412,92 & X_\Lambda = +2046,07 \\ Y_A = +2073,66 & Y_\Lambda = +3033,14 \end{array}$$

Αφ' ετέρου:

$$\begin{array}{ll} S_A = 163,24 & \beta_A = 149^\circ 13' 20'' \\ S_1 = 201,60 & \beta_1 = 240^\circ 2' 70'' \\ S_2 = 181,81 & \beta_2 = 158^\circ 66' 80'' \\ S_3 = 223,90 & \beta_3 = 227^\circ 21' 40'' \\ S_4 = 240,52 & \beta_4 = 185^\circ 11' 10'' \\ & \beta_\Omega = 164^\circ 54' 60'' \end{array}$$

Υποθέτομε ότι η όδευση είναι πρωτεύουσα και θέλομε να κάνομε τον υπολογισμό με μεγάλη ακρίβεια. Συντάσσομε και πάλι ένα πίνακα (Πίνακας 7.6.3), περίπου όμοιο με τον πίνακα υπολογισμού της ανεξάρτητης ανοικτής οδεύσεως, αλλά με τις εξής διαφορές:

1) Κοινή στήλη των γωνιών β και α δεν είναι η πρώτη, αλλά η δεύτερη στήλη του πίνακα. Η πρώτη στήλη περιέχει τις αρχικές τιμές των γωνιών β , που τις μεταφέρομε στη δεύτερη αφού κάνομε τις σχετικές διορθώσεις.

2) Αντί για τις δύο στήλες,

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{λογ ημα} \\ \text{λογ } S \\ \text{λογ συνα} \end{array} \right. \quad \text{και} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{λογ Σημα} \\ \text{λογ Συνα} \end{array} \right.$$

έχομε τώρα μία στήλη:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{ημα} \\ \text{συνα} \end{array} \right.$$

επειδή εργαζόμαστε με τους φυσικούς τριγωνομετρικούς αριθμούς και βρίσκομε τα γινόμενα Σημα και Συνα απευθείας. Φυσικά, αν επρόκειτο να εργασθούμε με τους λογάριθμους, θα είχαμε και πάλι δύο στήλες, όπως στην προηγούμενη περίπτωση.

3) Στις δύο τελευταίες στήλες δεν περιέχονται μόνο οι συντεταγμένες των κορυφών με τις αντίστοιχες διαφορές Δx και Δy , αλλά και τα αντίστοιχα μερίδια των διορθώσεων ω_x και ω_y . Με αυτό τον τρόπο οι συντεταγμένες κάθε κορυφής προκύπτουν από την άθροιση των τριών αλγεβρικών αριθμών της προηγούμενης σειράς.

Αφ' ετέρου η σειρά των ενεργειών, που κάνομε κατά τη σύνταξη του πίνακα υπολογισμού, είναι η εξής:

ΠΙΝΑΚΑΣ 7.6.3.

Πίνακας υπολογισμού πλήρως εξαρτημένης αναστήθησης σε διάφορους γεωμετρικούς παραγόντες

β που μετρήθηκαν Διόρθωση	β που διορθώθηκαν Γνωστές α	S	ημ. α στην α	ημ. α στην α	x Δx	y Δy	
K	149 13 20	121 55 80		0,895 878	+ 365,72	+ 2 347,90	
A	+ 5	70 69 05	163,24	0,444 300	+ 412,92 + 146,243	+ 2 073,66 + 72,528	
1	240 2 70	240 2 75	201,60	0,985 861	+ 198,750 + 24	+ 2 146,164 - 33,781	
2	158 66 80	158 66 85	181,81	0,886 590	+ 757,956 + 161,191	+ 2 112,354 + 84,097	
3	227 21 40	227 21 45	223,90	0,998 575	+ 919,169 + 223,581	+ 2 196,424 + 11,949	
4	185 11 10	185 11 15	240,52	0,959 024	+ 1 142,777 + 230,664	+ 2 208,340 + 68,146	
Ω	164 54 60	164 54 65	46 25 90	0,283 325	+ 29	- 35	
Λ					+ 1 373,47	+ 2 276,45	
					+ 2 046,07	+ 3 033,14	
$\epsilon_{\text{φακ}} = \frac{X_A - X_K}{Y_A - Y_K} = - \frac{778,64}{274,24} = - 2,839,27$		$\epsilon_{\text{φακ}} = \frac{X_A - X_Q}{Y_A - Y_Q} = + \frac{672,60}{756,69} = 0,888,871$	πρόστιμο : $\alpha_Q = 46^\circ$ 25° 90° πρόστιμο : $X_Q = + 1 373,47$ είναι : $\alpha_Q = 46^\circ$ 25° 60° είναι : $x_Q = + 1 373,349$ $\omega_B = + 30^\circ < 0,5^\circ \sqrt{6} = 1,2^\circ$ $\pi_{\text{φακ}} : Y_Q = 121 \text{ mm}$ $\frac{\omega_B}{\sqrt{2}} = + 5^\circ$ είναι : $y_Q = + 2 276,45$ είναι : $y_Q = + 2 276,598$ $\omega_y = - 148 \text{ mm}$				
$\omega_5 = \sqrt{12^\circ + 16^\circ} \approx 19 \text{ cm} < 0,006 \sqrt{25} + 0,5 = 0,006 \sqrt{1011,07} + 0,05 = 21 \text{ cm.}$							

α) Βρίσκομε τις γωνίες διευθύνσεως a_K και a_Ω από τους τύπους:

$$\epsilon \text{φα}_K = \frac{X_A - X_K}{Y_A - Y_K} \quad \text{καὶ} \quad \epsilon \text{φα}_\Omega = \frac{X_\Lambda - X_\Omega}{Y_\Lambda - Y_\Omega}$$

(χρησιμοποιούμε τους Πίνακες των Φυσικών Τριγωνομετρικών Αριθμών).

β) Υπολογίζομε τη γωνία διευθύνσεως a_Ω απ' την a_K και απ' το άθροισμα των γωνιών β , όπως τις μετρήσαμε πάνω στο έδαφος ($a_\Omega = a_K + \sum \beta - 6 \times 200$).

γ) Αναγράφομε στο κάτω μέρος του πίνακα υπολογισμού τις δύο τιμές της γωνίας a_Ω και συγκεκριμένα απέναντι από τη λέξη «πρέπει» την τιμή που προκύπτει

από τον τύπο: $\epsilon \text{φα}_\Omega = \frac{X_\Lambda - X_\Omega}{Y_\Lambda - Y_\Omega}$ και απέναντι από τη λέξη «είναι» την τιμή, που

προκύπτει από τον τύπο $a_\Omega = a_K + \sum \beta - 6 \times 200$. Η διαφορά ω_β μεταξύ των δύο τιμών είναι στο παράδειγμά μας 30^{cc} , δηλαδή πολύ μικρότερη από το αντίστοιχο όριο. Συνεπώς το μερίδιο της καθεμίας γωνίας β είναι $30 : 6 = 5^{\text{cc}}$. Το μερίδιο αυτό αναγράφεται στην πρώτη στήλη κάτω από τις αρχικές τιμές των γωνιών β .

4) Μεταφέρομε τις διορθωμένες γωνίες β στή δεύτερη στήλη και με βάση αυτές βρίσκομε τις γωνίες διευθύνσεως a . Αν δεν γίνουν λογιστικά λάθη, πρέπει η τιμή της γωνίας a_Ω , που θα προκύψει από τη διαδοχική εφαρμογή του τύπου $a_v = a_{v-1} + \beta_v - 200$, να ισούται με $46^g 25^c 90^{\text{cc}}$.

5) Από τους Πίνακες Φυσικών Τριγωνομετρικών Αριθμών βρίσκομε τα ημίτονα και συνημίτονα των γωνιών διευθύνσεως και τα αναγράφομε στην τέταρτη στήλη. Κατόπιν πολλαπλασιάζομε κάθε μια πλευρά με το απέναντι ημίτονο καὶ συνημίτονο και το μεν γινόμενο Σημα = Δx γράφεται στη μέση της σειράς και στην προτελευταία στήλη, το δε γινόμενο Συνυ = Δy στη μέση της σειράς και στην τελευταία στήλη. Π.χ. το Δx , που αντιστοιχεί στην κορυφή 3, δηλαδή ο αριθμός $+223,581$, είναι αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού $223,90 \times 0,998575$, ενώ το Δy της ίδιας κορυφής, δηλαδή ο αριθμός $+11,949$, προκύπτει από το πολλαπλασιασμό $223,90 \times 0,053366$.

Προφανώς οι πολλαπλασιασμοί αυτοί πρέπει να γίνονται με αριθμομηχανή, γιατί διαφορετικά και πολύ χρόνο χρειαζόμαστε και δεν είμαστε απόλυτα βέβαιοι για την ορθότητα των πράξεων.

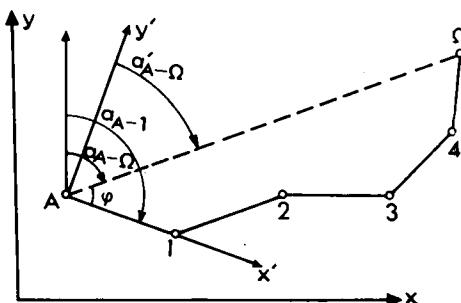
6) Υπολογίζομε την τετμημένη x_Ω σαν αλγεβρικό άθροισμα της τετμημένης X_A και των διαφορών Δx . Επίσης υπολογίζομε την τεταγμένη y_Ω σαν αλγεβρικό άθροισμα της τεταγμένης Y_A και των διαφορών Δy . Με βάση τα μεγέθη $\omega_x = X_\Omega - x_\Omega = + 121$ mm και $\omega_y = Y_\Omega - y_\Omega = - 148$ mm υπολογίζομε το ολικό γραμμικό σφάλμα ω_S και βεβαιωνόμαστε ότι δεν υπερβαίνει το αντίστοιχο όριο. Κατανέμομε τα ω_x και ω_y ανάλογα με το μήκος των πλευρών S και εγγράφομε τα μερίδια στις αντίστοιχες στήλες. Τέλος βρίσκομε τις συντεταγμένες των διαφόρων κορυφών με διαδοχικές αθροίσεις. Π.χ. η τετμημένη $x_3 = + 919,169$ προκύ-

πτει όταν αθροίσομε την τετμημένη $x_2 = + 757,956$, την αντίστοιχη διαφορά $\Delta x = + 161,191$ και το αντίστοιχο μερίδιο $\frac{w_x \cdot S_2}{\sum S} = + 22$.

7.7 Υπολογισμός εξαρτημένης ανοικτής οδεύσεως.

Εξηγήσαμε ήδη στην προηγούμενη παράγραφο ποια είναι η διαφορά ανάμεσα σε μια εξαρτημένη και μία πλήρως εξαρτημένη ανοικτή όδευση. Της εξαρτημένης γνωρίζουμε μόνο τις συντεταγμένες των άκρων A και Ω , ενώ της πλήρως εξαρτημένης γνωρίζουμε επί πλέον και τις γωνίες προσανατολισμού β_A και β_Ω προς δύο άλλα σημεία, τα K και Λ , με επίσης γνωστές συντεταγμένες.

Ας έρθομε τώρα στον υπολογισμό μιας εξαρτημένης ανοικτής οδεύσεως. Η προσπάθειά μας αποβλέπει στο να εξαρτήσουμε την όδευση, που θέλομε να υπολογίσουμε, από το σύστημα αξόνων στο οποίο αναφέρονται οι συντεταγμένες των άκρων A και Ω , ώστε να έχουμε δυνατότητα να ελέγχουμε την ακρίβεια των μετρήσεων. Θα ελέγχουμε δηλαδή αν οι συντεταγμένες x και y , που θα προκύψουν από τη διαδοχική εφαρμογή του πρώτου θεμελιώδους προβλήματος, συμπίπουν με τις γνωστές συντεταγμένες X_Ω και Y_Ω .



Σχ. 7.7α.

Από το σχήμα 7.7α προκύπτει η ισότητα:

$$\alpha_{A-1} = \alpha_{A-\Omega} + \phi$$

Από τις δύο γωνίες του δεύτερου μέλους της ισότητας η $\alpha_{A-\Omega}$ βρίσκεται, αν εφαρμόσουμε το πρώτο θεμελιώδες πρόβλημα για τα σημεία A και Ω . Για να προσδιορίσουμε τώρα τη γωνία ϕ υπολογίζουμε την όδευση σαν ανεξάρτητη με άξονα x' την πλευρά $A-1$, καταλήγομε, σύμφωνα με όσα ξέρομε, στις συντεταγμένες του άκρου Ω και εφαρμόζοντας το δεύτερο θεμελιώδες πρόβλημα βρίσκουμε τη γωνία διευθύνσεως $\alpha'_{A-\Omega}$ ως προς το σύστημα αξόνων της ανεξάρτητης οδεύσεως, δηλαδή ως προς το σύστημα x' και y' . Από την $\alpha'_{A-\Omega}$ προκύπτει η γωνία ϕ ανάλογα με τη θέση του σημείου Ω ως προς τους άξονες x' και y' . Π.χ. στο σχήμα 7.7α η ϕ είναι συμπληρωματική της $\alpha'_{A-\Omega}$. Με αυτό τον τρόπο βρίσκεται η γωνία διευθύνσεως α_{A-1} , δηλαδή γίνεται η εξάρτηση της οδεύσεως από το σύστημα αξόνων x και y .

Ακολουθεί ο κυρίως υπολογισμός της οδεύσεως, που είναι όμοιος με τον υπολογισμό της πλήρως εξαρτημένης ανοικτής οδεύσεως, και, όταν φθάσουμε στο σημείο Ω , ελέγχομε αν οι συντεταγμένες x και y του υπολογισμού συμπίπτουν αντίστοιχα με τις γνωστές συντεταγμένες X_Ω και Y_Ω . Στην πράξη ελέγχομε αν το ολικό γραμμικό σφάλμα ω δεν υπερβαίνει τα όρια του Πίνακα 7.6.2, όπως κάναμε και για την πλήρως εξαρτημένη οδευση. Επακολουθεί η κατανομή των ω_x και ω_y και για την πλήρως εξαρτημένη οδευση.

Από τη σύντομη αυτή περιγραφή του υπολογισμού αντιλαμβάνεται κανείς εύκολα ως προς τι μειονεκτεί η εξαρτημένη ανοικτή οδευση σε σύγκριση με την πλήρως εξαρτημένη. Μειονεκτεί κατά το ότι δεν προσφέρει τη δυνατότητα ελέγχου και διορθώσεως των γωνιών β . Ενδέχεται συνεπώς ή το ολικό γραμμικό σφάλμα να υπερβαίνει τα αντίστοιχα όρια ή, αν δεν τα υπερβαίνει, η διόρθωση των συντεταγμένων των ενδιαμέσων κορυφών να μην είναι αυτή που πρέπει. Στην πράξη οι εξαρτημένες ανοικτές οδεύσεις δεν παρουσιάζονται συχνά, γιατί, όταν γνωρίζομε τις συντεταγμένες των άκρων μιας οδεύσεως, το πιθανότερο είναι να γνωρίζομε και τις συντεταγμένες δύο άλλων σημείων, οπότε έχομε να κάνομε με πλήρως εξαρτημένη οδευση.

Αριθμητική εφαρμογή.

Δίνονται και πάλι τα ίδια στοιχεία οδεύσεως, που είχαν δοθεί στην αριθμητική εφαρμογή της ανεξάρτητης ανοικτής οδεύσεως, δηλαδή τα ίδια S και β (παράγρ. 7.6).

$$\begin{array}{ll} \text{Επί πλέον δίνονται:} & X_A = + 676,64 \quad X_\Omega = + 1472,71 \\ & Y_A = + 1212,60 \quad Y_\Omega = + 621,59 \end{array}$$

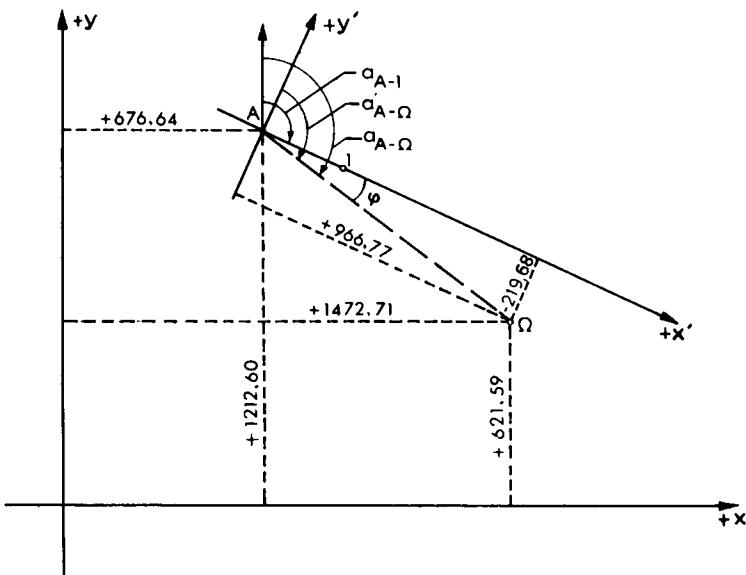
Σχεδιάζομε το σύστημα των ορθογωνίων βξόνων x και y και ορίζομε πρόχειρα τις θέσεις των σημείων A και Ω με βάση τις συντεταγμένες τους. Κατόπιν συντάσσουμε ένα πρώτο πίνακα υπολογισμού, σαν η οδευση που μας δόθηκε να ήταν ανεξάρτητη, και με τη βοήθεια του πίνακα αυτού προσδιορίζομε τις συντεταγμένες x' και y'_Ω (υπενθυμίζομε ότι η τομή των αξόνων x' και y' συμπίπτει με το άκρο A της οδεύσεως και ο άξονας x' με την πλευρά $A-1$).

Για το παράδειγμά μας ο πίνακας δεν είναι άλλος από τον Πίνακα 7.5.1. Συνεπώς και οι αντίστοιχες συντεταγμένες των άκρων A και Ω της οδεύσεως θα είναι:

$$\begin{array}{ll} x'_A = 0 & x'_\Omega = + 966,77 \\ y'_A = 0 & y'_\Omega = - 219,68 \end{array}$$

Με βάση τις συντεταγμένες αυτές σχεδιάζομε και πάλι πρόχειρα και τους άξονες x' και y' . Από το σχήμα 7.7β προκύπτει:

$$\begin{array}{ll} a_{A-1} = a_{A-\Omega} - \phi \\ \text{Αλλά} & \phi = a'_{A-\Omega} - 90^\circ \\ \text{Συνεπώς:} & a_{A-1} = a_{A-\Omega} - a'_{A-\Omega} + 90^\circ \end{array} \quad (1)$$



Σχ. 7.7β.

Η γωνία διευθύνσεως $\alpha_{A-\Omega}$ βρίσκεται, αν εφαρμόσομε το δεύτερο θεμελιώδες πρόβλημα ως προς το σύστημα των αξόνων x και y. Έχομε δηλαδή:

$$\text{εφ} \alpha_{A-\Omega} = \frac{X_\Omega - X_A}{Y_\Omega - Y_A} = \frac{+1472,71 - 676,64}{+621,59 - 1212,60} = \frac{766,07}{-591,01} = -1,347$$

και $\alpha_{A-\Omega} = 126^\circ 35' 23''$

Αφ' ετέρου η γωνία $\alpha'_{A-\Omega}$ βρίσκεται, αν εφαρμόσομε το δεύτερο θεμελιώδες πρόβλημα ως προς το σύστημα των αξόνων x' και y'.

Άρα:

$$\text{εφ} \alpha'_{A-\Omega} = \frac{+966,77 - 0}{-219,68 - 0} = -4,4008$$

και $\alpha'_{A-\Omega} = 102^\circ 49' 7''$

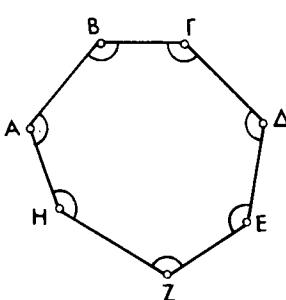
Αν αντικαταστήσομε τις τιμές των γωνιών $\alpha_{A-\Omega}$ και $\alpha'_{A-\Omega}$ στη σχέση (1), θα προκύψει τελικά η γωνία διευθύνσεως α_{A-1} :

$$\alpha_{A-1} = 126^\circ 35' 23'' - 102^\circ 49' 7'' + 90^\circ = 113^\circ 46' 16''$$

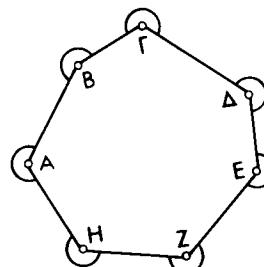
Τέλος συντάσσομε ένα δεύτερο πίνακα όμοιο εντελώς με τον πίνακα υπολογισμού της πλήρως εξαρτημένης ανοικτής οδεύσεως (Πίνακας 7.6.3), με τη διαφορά ότι δεν κάνομε (γιατί δεν είμαστε σε θέση να κάνομε) έλεγχο και διόρθωση των γωνιών β .

7.8 Υπολογισμός ανεξάρτητης κλειστής οδεύσεως.

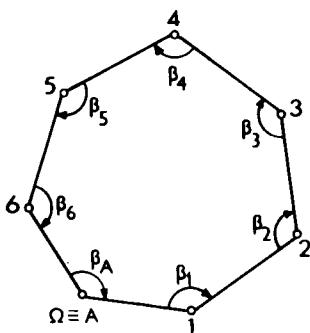
Εκτός από τις εξαρτημένες και τις πλήρως εξαρτημένες ανοικτές οδεύσεις και στις ανεξάρτητες κλειστές οδεύσεις, παρ' όλο που δεν εξαρτώνται από σημεία γνωστών συντεταγμένων, έχουμε τη δυνατότητα να κάνουμε έλεγχο της ακρίβειας των μετρήσεων και μάλιστα διπλό έλεγχο, όπως συμβαίνει μόνο με τις πλήρως εξαρτημένες ανοικτές οδεύσεις. Ας εξετάσουμε πριν απ' όλα πως γίνεται ο έλεγχος και η αντίστοιχη διόρθωση των γωνιών β στις οδεύσεις του είδους αυτού. Γνωρίζουμε από τη Γεωμετρία ότι οι γωνίες ενός πολυγώνου έχουν άθροισμα ίσο με $(n-2) \cdot 180^\circ$, αν πρόκειται για τις εσωτερικές γωνίες (σχ. 7.8α) και με $2(n-2)$, αν πρόκειται για τις εξωτερικές γωνίες (σχ. 7.8β). Το άθροισμα π.χ. των εσωτερικών γωνιών ενός πενταγώνου θα είναι ίσο με $2(5-2) = 6$ ορθές, ενώ το άθροισμα των εξωτερικών γωνιών του θα ισούται με $2(5+2) = 14$ ορθές.



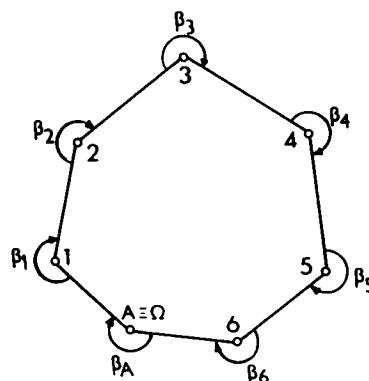
Σχ. 7.8α.



Σχ. 7.8β.



Σχ. 7.8γ.



Σχ. 7.8δ.

Παρατηρούμε τώρα ότι μία κλειστή οδεύση δεν είναι παρά ένα πολύγωνο και οι γωνίες β της κλειστής οδεύσεως αντιστοιχούν προς τις εσωτερικές ή τις εξωτερικές γωνίες του πολυγώνου ανάλογα με τη φορά οδεύσεως (σχήματα 7.8γ και

7.8δ). Συνεπώς το άθροισμα των γωνιών β μιάς κλειστής οδεύσεως με ν πλευρές θα πρέπει να ισούται με $2(v - 2)$ ορθές στην περίπτωση του σχήματος 7.8γ και με $2(v + 2)$ ορθές στην περίπτωση του σχήματος 7.8δ.

Φυσικά μεταξύ των γωνιών β περιλαμβάνεται και η γωνία β_A , που σχηματίζεται ανάμεσα στην πρώτη και την τελευταία πλευρά της κλειστής οδεύσεως.

Με βάση την παρατήρηση αυτή κάνομε τον πρώτο έλεγχο του υπολογισμού της οδεύσεως, δηλαδή αθροίζομε τις γωνίες β και βλέπομε αν το άθροισμά τους ισούται με το αντίστοιχο πολλαπλάσιο της ορθής γωνίας. Η διαφορά ανάμεσα στο άθροισμα και το αντίστοιχο πολλαπλάσιο είναι το ολικό γωνιώδες σφάλμα ω_B της κλειστής οδεύσεως. Τό ωβ ελέγχεται και μοιράζεται εξ ίσου μεταξύ των γωνιών β, όπως και στην περίπτωση της πλήρως εξαρτημένης ανοικτής οδεύσεως. Μετά τη διόρθωση των γωνιών β εκλέγομε για άξονα x την πρώτη πλευρά A-1 της οδεύσεως και υπολογίζομε τόσο τις γωνίες διευθύνσεως α, όσο και τις ορθογώνιες συντεταγμένες των κορυφών, όπως ακριβώς στην περίπτωση ανοικτής ανεξάρτητης οδεύσεως. Ο δεύτερος έλεγχος ακρίβειας των μετρήσεων συνίσταται στο ότι οι συντεταγμένες του τέλους Ω της οδεύσεως πρέπει να συμπίπουν με τις συντεταγμένες της αρχής A. Άλλα οι συντεταγμένες του τέλους οποιασδήποτε οδεύσεως δίνονται από τις σχέσεις:

$$x_\Omega = x_A + \sum \Delta x$$

$$\text{και} \quad y_\Omega = y_A + \sum \Delta y \quad (2)$$

όπου $\sum \Delta x$ και $\sum \Delta y$ είναι τα αθροίσματα των διαφορών Δx και Δy , που βρίσκομε κατά την πορεία του υπολογισμού. Άρα στις κλειστές οδεύσεις, όπου $x_\Omega = x_A$ και $y_\Omega = y_A$ οι σχέσεις (1) και (2) γίνονται:

$$\sum \Delta x = 0 \quad (3)$$

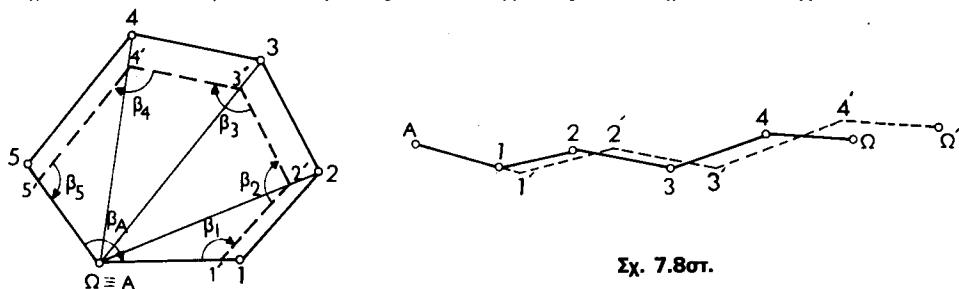
$$\text{και} \quad \sum \Delta y = 0 \quad (4)$$

Αθροίζομε λοιπόν όλα τα Δx και Δy , που έχομε εγγράψει στο σχετικό πίνακα υπολογισμού, προτού αρχίσομε το διαδοχικό υπολογισμό των συντεταγμένων, οπότε τα αντίστοιχα αθροίσματα θα είναι τα γνωστά μας μεγέθη ω_x και ω_y .

Το $\omega_S = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}$ είναι αφ' ετέρου το ολικό γραμμικό σφάλμα της οδεύσεως και ελέγχεται, σαν να επρόκειτο για εξαρτημένη ανοικτή οδευση. Με όμιο τρόπο γίνεται και η κατανομή των ω_x και ω_y στις ενδιάμεσες κορυφές. Τέλος υπολογίζομε τις συντεταγμένες των κορυφών, όπως και στις εξαρτημένες ανοικτές οδεύσεις.

Εκ πρώτης όψεως φαίνεται ότι η ανεξάρτητη κλειστή οδευση έχει τα ίδια πλεονεκτήματα με την πλήρως εξαρτημένη ανοικτή, αφού, όπως και εκείνη, παρέχει την δυνατότητα για διπλό έλεγχο. Αυτό όμως δεν είναι αλήθεια. Ο διπλός έλεγχος της κλειστής οδεύσεως δεν μας εξασφαλίζει από τα συστηματικά σφάλματα μετρήσεως των πλευρών. Αν π.χ. η μετροτανία μας έχει μήκος 19,70 m αντί 20,00 m και δεν το έχομε αντιληφθεί κατά την εργασία εδάφους, ο διπλός έλεγχος ενδέχεται να μας δώσει θετικά αποτελέσματα παρά την εσφαλμένη μέτρηση των πλευρών. Αυτό εξηγείται από το γεγονός ότι το πολύγωνο A-1'-2'-3'-4'-5'-Ω, που θα έ-

χομε αποτυπώσει αντί για το πραγματικό πολύγωνο $\alpha-1-2-3-4-5-\Omega$, θα είναι όμοιο με το πραγματικό. Κατά συνέπεια τίποτε δεν εμποδίζει αφ' ενός μεν τις γωνίες β να επαληθεύουν τη σχέση $\sum \beta = 2(v \pm 2)$, αφ' ετέρου δε τις συντεταγμένες του σημείου Ω να συμπέσουν με τις συντεταγμένες του σημείου A (σχ. 7.8ε).



Σχ. 7.8ε.

Σχ. 7.8στ.

Αντίθετα ένα τέτοιο συστηματικό σφάλμα θα γινόταν ευκολότατα αντιληπτό στις εξαρτημένες ανοικτές οδεύσεις, γιατί αντί για το σημείο Ω θα προέκυπτε το σημείο Ω' (σχ. 7.8στ), οπότε το ολικό γραμμικό σφάλμα της οδεύσεως θα υπερέβαινε κατά πολύ το αντίστοιχο όριο.

Εύκολα μάλιστα παρατηρεί κανείς ότι όσο πιο «τεταμένη» είναι η άδευση, δηλαδή όσο περισσότερο πλησιάζει την ευθεία γραμμή, τόσο η απόσταση ανάμεσα στα σημεία Ω' και Ω γίνεται μεγαλύτερη. Συνεπώς έχομε μεγαλύτερη δυνατότητα να διαπιστώσουμε συστηματικά σφάλματα κατά τη μέτρηση των μηκών. Γι' αυτό ακριβώς επιδιώκουμε να εφαρμόζομε τεταμένες ανοικτές οδεύσεις, δηλαδή οδεύσεις με γωνίες β , που ισούνται περίπου με δύο ορθές.

Και την κλειστή ανεξάρτητη άδευση είναι δυνατό να την προσανατολίσουμε ως προς το βορρά, αν μετρήσουμε το αζιμούθιο μιας από τις πλευρές της.

Αριθμητική εφαρμογή (Με τους λογάριθμους).

Δίνονται:	$S_A = 207,20$	$\beta_A = \beta_\Omega = 116^\circ 00' 00''$
	$S_1 = 205,21$	$\beta_1 = 151^\circ 12' 20''$
	$S_2 = 243,45$	$\beta_2 = 111^\circ 53' 00''$
	$S_3 = 218,70$	$\beta_3 = 128^\circ 25' 40''$
	$S_4 = 240,31$	$\beta_4 = 121^\circ 49' 20''$
	$S_5 = 145,92$	$\beta_5 = 139^\circ 5' 20''$
	$A_6 = 243,72$	$\beta_6 = 131^\circ 32' 40''$

Ο πίνακας υπολογισμού 7.8.1, που πρόκειται να συντάξουμε, είναι απόλυτα όμοιος με τον πίνακα υπολογισμού της πλήρως εξαρτημένης ανοικτής οδεύσεως. Η μόνη διαφορά ανάμεσα στους πίνακες των δύο αριθμητικών παραδειγμάτων συνίσταται στο το ότι αντί για

τη στήλη	$\left\{ \begin{array}{l} \text{ημα} \\ \text{συνα} \end{array} \right.$	έχομε τις στήλες	$\left\{ \begin{array}{l} \text{λογημα} \\ \text{λογS} \\ \text{λογσυνα} \end{array} \right.$	και	$\left\{ \begin{array}{l} \text{λογSημα} \\ \text{λογSσυνα} \end{array} \right.$
----------	--	------------------	---	-----	--

ΠΙΝΑΚΑΣ 7.8.1.

Πινακας υπολογισμού ανεξάρτητης κλειστής οδού σεων

Κο- ρυ- φές	β πού μετρήθηκαν Διόρθωση	β πού διορθώθηκαν Γωνίες α	σ	λογημα λογισμα	λογισ λογισ συνα	χ	γ
						Δχ	Δγ
A		90° 00' 00''	207,20	0,000 00 2,316 39	2,316 39	0,00 207,20	0,00 0,00
1	151° 12' 20'' + 14''	151° 12' 34'' 61° 12' 34''	205,21 1,682 70	1,942 70 2,312 20 1,994 90	2,254 90 + 178,85	207,19 + 1	0,00 98,84
2	111° 53' 00'' + 14''	111° 53' 14'' 353° 5' 48''	243,45 218,70	1,079 89 2,986 41 1,996 84	1,466 30 + 2,383 25	386,03 + 29,26	98,84 241,68 1
3	128° 25' 40'' + 14''	128° 25' 54'' 301° 31' 42''	218,70 1,718 44	1,930 64 2,339 85 2,058 29	2,270 49 + —	356,75 + 186,42	340,53 114,36 1
4	121° 49' 20'' + 14''	121° 49' 34'' 243° 21' 16''	240,31 1,651 74	1,952 24 2,386 16 2,037 80	2,337 40 — —	170,32 — 2	454,90 109,10 1
5	139° 5' 20'', + 14''	139° 5' 34'' 202° 26' 50''	145,92 1,965 78	1,381 87 2,164 12 2,129 90	1,745 99 — —	47,17 — 55,71	345,81 134,87
6	131° 32' 40'' + 14''	131° 32' 54'' 153° 59' 44''	234,72 1,953 64	1,641 91 2,370 53 2,324 17	2,012 44 + —	102,89 + 102,91	210,94 210,95 1
Ω	116° 00' 00'', + 14''	116° 00' 14'' 90° 00' 00''				0,00	0,00
πρόσπει : $\Sigma \beta = 180^\circ (v - 2) = 900^\circ 00' 00''$ είναι : $\Sigma \beta = 899^\circ 58' 20''$				πρόσπει : $\Sigma \Delta x = 0,00$ είναι : $\Sigma \Delta x = + 0,10$			
$\omega_\beta = + 1' 40'' < 1,5' \sqrt{v} = 4'$ $\frac{\omega_\beta}{\sqrt{v}} = \frac{100''}{7} = + 14''$				$\Sigma \Delta y = 0,00$ $\Sigma \Delta y = - 0,04$			
$\omega_s = \sqrt{0,01 + 0,0016} = 0,11 < 0,01 \sqrt{1495,61} + 0,10 = 0,48$							

μιας και τα γινόμενα Σημα και Συνα δεν υπολογίζονται απευθείας, παρά με τους λογάριθμους. Ως προς αυτό το σημείο ο Πίνακας 7.8.1 μοιάζει με τον πίνακα υπολογισμού της ανεξάρτητης ανοικτής οδεύσεως, όπου και πάλι είχαμε εργασθεί με τους λογάριθμους.

Όσον αφορά τη σειρά των ενεργειών μας για τη σύνταξη του Πίνακα 7.8.1 είναι η εξής:

1) Υπολογίζομε το άθροισμα των γωνιών β της οδεύσεως και το αναγράφουμε στο κάτω μέρος του πίνακα απέναντι από τη λέξη «είναι». Αφ' ετέρου αναγράφουμε απέναντι από τη λέξη «πρέπει» το αντίστοιχο πολλαπλάσιο 180° ($v-2$).

2) Ελέγχομε τη διαφορά ω_b με βάση τον Πίνακα 7.6.1, αφού χαρακτηρίσουμε την όδευση σαν δευτερεύουσα μέτριας ακρίβειας, και κατανέμομε το ω_b εξ ίσου μεταξύ των γωνιών β .

3) Γράφουμε τις διορθωμένες τιμές των γωνιών β στη δεύτερη στήλη και υπολογίζομε τις γωνίες διευθύνσεως. Ακολουθεί ο υπολογισμός των Δx και Δy , όπως ακριβώς και στο αριθμητικό παράδειγμα της ανεξάρτητης ανοικτής οδεύσεως.

4) Αθροίζομε τα Δx και Δy και αναγράφουμε τα αντίστοιχα αθροίσματα $\sum \Delta x = \omega_x$ και $\sum \Delta y = \omega_y$ στο κάτω μέρος του πίνακα υπολογισμού και προς τα δεξιά, απέναντι από τη λέξη «είναι». Αφ' ετέρου απέναντι από τη λέξη «πρέπει» αναγράφουμε την τιμή που έπρεπε να έχουν τα αθροίσματα αυτά, δηλαδή την τιμή 0. Κατόπιν ελέγχομε το ω_b με βάση τον Πίνακα 7.6.2 και κατανέμομε τα ω_x και ω_y ανάλογα με τα μήκη S . Εδώ για λόγους απλουστεύσεως τα μερίδια

$$\frac{S \cdot \omega_x}{\sum S} \quad \text{καί} \quad \frac{S \cdot \omega_y}{\sum S}$$

έχουν στρογγυλευθεί σε εκατοστά του μέτρου.

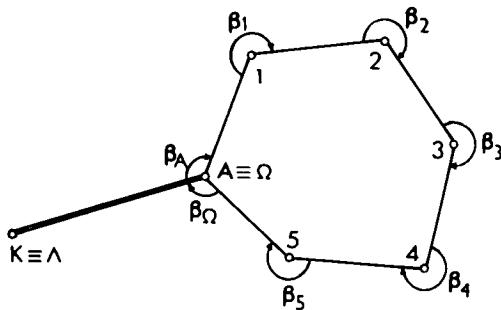
5) Τέλος υπολογίζομε τις συντεταγμένες, όπως στο παράδειγμα της πλήρως εξαρτημένης ανοικτής οδεύσεως. Οι συντεταγμένες του τέλους Ω πρέπει να προκύπτουν ίσες με 0.

7.9 Υπολογισμός εξαρτημένης κλειστής οδεύσεως.

Εξαρτημένη λέγεται μία κλειστή όδευση όταν γνωρίζομε, ως προς κάποιο σύστημα αναφοράς, τις συντεταγμένες της κορυφής της $A \equiv \Omega$, καθώς και τις συντεταγμένες ενός άλλου σημείου. Το σημείο αυτό για μεν την αρχή της οδεύσεως A παίζει το ρόλο του σημείου K της πλήρως εξαρτημένης ανοικτής οδεύσεως, για δε το τέλος της οδεύσεως Ω παίζει το ρόλο του σημείου L . Το ονομάζομε λοιπόν $K \equiv L$ (σχ. 7.9).

Με αυτό τον τρόπο ο υπολογισμός, που έχομε να κάνομε, δεν διαφέρει σχεδόν καθόλου από τον υπολογισμό μιας πλήρως εξαρτημένης ανοικτής οδεύσεως. Η μοναδική διαφορά ανάγεται στον τρόπο υπολογισμού του ολικού γωνιώδους σφάλματος ω_b , που γίνεται στην περίπτωση αυτή όπως και στην ανεξάρτητη κλειστή όδευση, δηλαδή με βάση το άθροισμα των γωνιών πολυγώνου. Συγκεκριμένα για την όδευση του σχήματος 7.9 έχομε:

$$\beta_A + \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_5 + B_\Omega = 2(v+2) \text{ ορθές}$$



Σχ. 7.9.

Ακολουθεί η κατανομή του ω_B στις γωνίες β της οδεύσεως και κατόπιν συνέχιζεται ο υπολογισμός της οδεύσεως, όπως ακριβώς ο υπολογισμός της πλήρως εξαρτημένης ανοικτής οδεύσεως.

Αυτό που επιτυγχάνομε με την εξαρτημένη κλειστή όδευση, είναι ότι συσχετίζουμε την κλειστή όδευση ως προς το σύστημα των ορθογωνίων αξόνων, που θέλομε. Όσον αφορά τη δυνατότητα ελέγχου και διορθώσεως των μετρήσεων δεν υπάρχει καμία διαφορά από την ανεξάρτητη κλειστή όδευση. Τέλος στις κλειστές οδεύσεις δεν έχει νόημα η διάκριση μεταξύ εξαρτημένης και πλήρως εξαρτημένης οδεύσεως.

7.10 Μέτρηση πολυγωνικών οδεύσεων.

Για να υπολογίσουμε μία όδευση πρέπει προηγουμένως να έχομε μετρήσει τα στοιχεία της οδεύσεως, δηλαδή τα μήκη των πλευρών της και τις γωνίες, που σχηματίζουν οι πλευρές μεταξύ τους. Αφ' ετέρου, για να μετρήσουμε τα στοιχεία μιας οδεύσεως, πρέπει να έχει προηγηθεί η εκλογή και η εγκατάσταση των κορυφών της οδεύσεως επάνω στο έδαφος. Η εκλογή αυτή γίνεται με τα εξής κριτήρια:

1) Τα μήκη των πλευρών πρέπει να είναι όσο το δυνατόν μεγαλύτερα, χωρίς όμως να υπερβαίνουν τα 250 ως 300 m, γιατί πέρα από το όριο αυτό το τηλεσκόπιο του Θεοδόλιχου δεν παρέχει αρκετά ευκρινή είδωλα. Τα μεγάλα μήκη έχουν σαν συνέπεια να ελαττώνουν τη λεγόμενη **εγκάρσια μετατόπιση** του τελικού σημείου Ω . Η μετατόπιση αυτή οφείλεται στα σφάλματα μετρήσεως των γωνιών β (σχ. 7.10a). Είναι φανερό λοιπόν ότι όσο αυξάνομε το μήκος των πλευρών της οδεύσεως, τόσο ελαττώνεται ο αριθμός των κορυφών της και συνεπώς μειώνεται η εγκάρσια μετατόπιση.

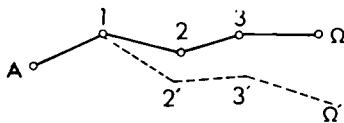
2) Η όδευση πρέπει να έχει τεταμένη μορφή, δηλαδή οι γωνίες β να μη διαφέρουν πολύ από δύο ορθές. Η τεταμένη μορφή της οδεύσεως έχει σαν συνέπεια να μειώνει και την εγκάρσια και την **κατά μήκος μετατόπιση** του σημείου Ω . (Η κατά μήκος μετατόπιση οφείλεται στα σφάλματα μετρήσεως των μηκών). Με άλλα λόγια οι δύο μετατοπίσεις είναι μεγέθη ανάλογα του συνολικού μήκους της οδεύσεως. Συνεπώς όσο η όδευση, που ενώνει τα σημεία A και Ω , τείνει προς την ευθεία $A-\Omega$, δηλαδή όσο η μορφή της οδεύσεως είναι πιο τεταμένη, τόσο το συνολι-

κό μήκος γίνεται μικρότερο και συνεπώς έχομε μεγαλύτερη ακρίβεια. Φυσικά αυτό το κριτήριο δεν μπορεί να ισχύσει για τις κλειστές οδεύσεις.

3) Ανάμεσα στις κορυφές της οδεύσεως πρέπει να υπάρχει αμοιβαία ορατότητα. Αυτό το επιδιώκομε για να έχομε τη δυνατότητα να σκοπεύσουμε κατά τη μέτρηση των γωνιών στην αιχμή των ακοντίων. Έτσι αποφεύγομε σοβαρά σφάλματα μετρήσεως στην περίπτωση, που τα ακόντια δεν είναι τελείως κατακόρυφα.

4) Η κλίση του εδάφους κατά μήκος των πλευρών της οδεύσεως πρέπει να είναι μικρή, γιατί τότε η μέτρηση των μηκών γίνεται με μεγαλύτερη ακρίβεια.

5) Η μορφή του εδάφους πρέπει γενικότερα να επιτρέπει την εύκολη μέτρηση των πλευρών. Αυτό δεν σημαίνει ότι, αν το έδαφος παρουσιάζει μεγάλες ανωμαλίες, δεν υπάρχει τρόπος να μετρήσουμε τις πλευρές μιας οδεύσεως. Στην ανάγκη αντί για άμεση μπορούμε να κάνουμε έμμεση μέτρηση. Πάντως καλό είναι να αποφεύγομε τις έμμεσες μετρήσεις.



Σχ. 7.10α.

6) Η διαμόρφωση του εδάφους στα σημεία εγκαταστάσεως των κορυφών πρέπει να επιτρέπει την εύκολη και ασφαλή τοποθέτηση του θεοδόλου.

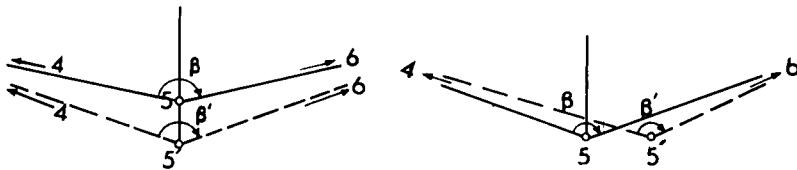
Στην πράξη είναι πολύ δύσκολο να εφαρμόσουμε όλα τα κριτήρια συγχρόνως. Αυτή η δυσκολία συναντάται κυρίως όταν το έδαφος στην περιοχή της αποτυπώσεως είναι ορεινό. Αναγκαζόμαστε λοιπόν να κάνουμε ορισμένους συμβιβασμούς. Πάντως πρέπει να αποφεύγομε όσο το δυνατόν να έχομε μήκη πλευρών μικρότερα από 50 ως 60 m. Επίσης δεν πρέπει να υπάρχουν μεγάλες διαφορές μήκους ανάμεσα σε δύο διαδοχικές πλευρές.

Αυτά όσον αφορά την εκλογή των κορυφών. Ακολουθούν πρώτα η σήμανση των κορυφών, που ανάλογα με την περίπτωση γίνεται με έναν από τους τρόπους που μάθαμε στην παράγραφο 3.1 του πρώτου τόμου, και έπειτα η μέτρηση των μηκών και των γωνιών.

Η μέτρηση των μηκών γίνεται συνήθως με τη μετροταινία. Τα μήκη πρέπει να μετρούνται δύο τουλάχιστον φορές. Μία από την αρχή προς το τέλος της οδεύσεως και άλλη μία κατά την αντίστροφη διεύθυνση. Όταν επιδιώκομε μεγάλη ακρίβεια, εφαρμόζομε την οπτική μέθοδο μετρήσεως, αλλά με αυταναγωγό ταχύμετρο οριζόντιου στόχου, ή την ηλεκτρονική, οπότε μετρούμε και πάλι την καθεμιά πλευρά και από τα δύο άκρα της.

Οι γωνίες της οδεύσεως μετρούνται με θεοδόλο, ο οποίος έχει απόδοση ανάλογη με την ακρίβεια που θέλομε να πετύχομε. Όσον αφορά τη μέθοδο μετρήσεως συνήθως ακολουθούμε την απλή μέθοδο, όπως την αναπτύξαμε στο εδάφιο 1, παράγραφος 7.13 του πρώτου τόμου. Σε ορισμένες όμως περιπτώσεις, κατά τις οποίες επιδιώκομε μεγάλη ακρίβεια, ενδέχεται να ακολουθήσουμε και την επαναληπτική. (Επίσης εδάφιο 1, παράγραφος 7.13 πρώτου τόμου).

Ο θεοδόλιχος πρέπει να κεντρώνεται με μεγάλη ακρίβεια. Ιδίως πρέπει να προσέχουμε να μην αποκλίνει η κέντρωση κατά την έννοια της διχοτόμου της γωνίας β , γιατί τότε, όπως φαίνεται και από το σχήμα 7.10β, η διαφορά $\beta - \beta'$ της εσφαλμένης γωνίας β' από την πραγματική β παίρνει τη μεγαλύτερή της τιμή. Αντίθετα έχουμε τη μικρότερη διαφορά $\beta - \beta'$, όταν η κέντρωση αποκλίνει κατά την έννοια την κάθετη προς τη διχοτόμο της γωνίας β (σχ. 7.10γ).



Σχ. 7.10β.

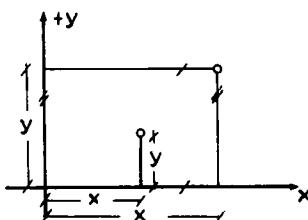
Σχ. 7.10γ.

Κατά τη μέτρηση των γωνιών σκοπεύομε τις κορυφές της οδεύσεως όσο το δυνατόν πλησιέστερα προς την αιχμή του ακοντίου, ούτως ώστε ενδεχόμενη απόκλιση του ακοντίου από την κατακόρυφο να μην επηρεάσει την ακρίβεια της μετρήσεως.

7.11 Σχεδίαση πολυγωνικών οδεύσεων.

Τον υπολογισμό μιας πολυγωνικής οδεύσεως ακολ. ιθεί η σχεδίασή της, διαλή ο καθορισμός των κορυφών της οδεύσεως επάνω στο χαρτί σχεδίασεως με βάση τις ορθογώνιες συντεταγμένες τους.

Ο προσδιορισμός αυτός θα μπορούσε να γίνει, όπως και ο προσδιορισμός των κοινών σημείων στη γηπεδομετρία. Θα μπορούσαμε δηλαδή να χαράξομε τον αξονα x , να ορίσομε επάνω σε αυτόν ευθύγραμμα τμήματα ίσα με τις τετμημένες, να υψώσομε στα άκρα των τετμημένων κάθετες και επάνω στις κάθετες να ορίσομε τις αντίστοιχες τεταγμένες των κορυφών.



Σχ. 7.11α.

Θα ήταν επίσης δυνατόν να χαράξομε και τους δύο άξονες, να ορίσομε επάνω στον άξονα x τις τετμημένες και επάνω στον άξονα y τις τεταγμένες, από τα άκρα τους δε να φέρομε ευθείες παράλληλες προς x ή y . Τα σημεία τομής των αντιστοιχών ευθειών θα μας έδιναν τις κορυφές της οδεύσεως (σχ. 7.11α).

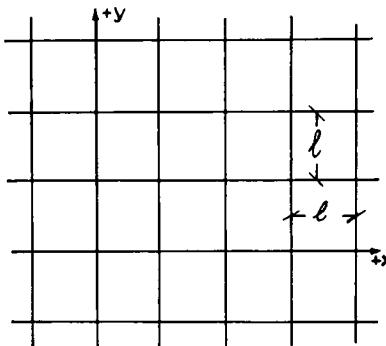
Και οι δύο αυτοί τρόποι όμως ενδέχεται να μας οδηγήσουν σε εσφαλμένο

προσδιορισμό των θέσεων των κορυφών. Ο πρώτος, γιατί υπάρχει φόβος οι κάθετες, που υψώνομε στα áκρα των τετμημένων, να μην είναι απόλυτα ακριβείς. Όταν μάλιστα έχομε μεγάλα μήκη τεταγμένων, όπως συμβαίνει στην πολυγωνομετρία, οι κορυφές θα παρουσιάζουν μεγάλες αποκλίσεις από την ακριβή τους θέση. Ο δεύτερος, γιατί είναι πιθανόν οι παράλληλες που φέρομε προς τους áξονες, να μη χαραχθούν ακριβώς, οπότε και πάλι θα προκύψουν εσφαλμένα σημεία σαν κορυφές της οδεύσεως.

Αυτή η πιθανότητα σφαλμάτων δεν μας ενοχλεί, όταν πρόκειται να προσδιορίσουμε κοινά σημεία, γιατί το κάθε σφάλμα περιορίζεται εκεί, όπου γίνεται. Στην πολυγωνομετρία δύμας το σφάλμα που γίνεται στον προσδιορισμό μιας κορυφής, μεταδίδεται και σε όλα τα κοινά σημεία που συσχετίζονται ως προς την κορυφή αυτή.

Συμπέρασμα.

Οι κορυφές των πολυγωνικών οδεύσεων δεν πρέπει να προσδιορίζονται, επάνω στο σχέδιο, όπως τα κοινά σημεία. Πρέπει να προσδιορίζονται με άλλο τρόπο, που να παρέχει πολύ μεγαλύτερη ακρίβεια. Ο τρόπος αυτός είναι ο λεγόμενος **κάνναβος**. Πριν δηλαδή από κάθε άλλη ενέργεια χαράζομε επάνω στο σχέδιο ευθείες γραμμές παράλληλες προς τους áξονες x και y, που ισαπέχουν μεταξύ τους (σχ. 7.11β).



Σχ. 7.11β.

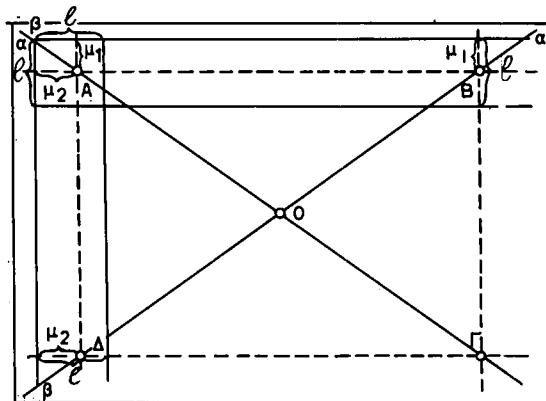
Η κοινή απόσταση l των ευθειών αυτών εξαρτάται από την κλίμακα σχεδιάσεως. Όταν η κλίμακα είναι μεγαλύτερη από 1 : 5000, το l ισούται με 10 cm. Αντιπροσωπεύει δηλαδή πραγματική απόσταση 100 m για κλίμακα 1 : 1000, 200 m για κλίμακα 1 : 2000 κ.ο.κ. Όταν η κλίμακα σχεδιάσεως είναι μικρότερη από 1 : 5000, πάρονται το l ίσο με 5 cm, 2 cm κλπ.

Ο κάνναβος πρέπει να χαραχθεί με πολύ μεγάλη ακρίβεια, ώστε όλα τα τετράγωνα, που σχηματίζονται από τις ευθείες του, να έχουν τις πλευρές ίσες ακριβώς με l και τις γωνίες ίσες ακριβώς με 90° .

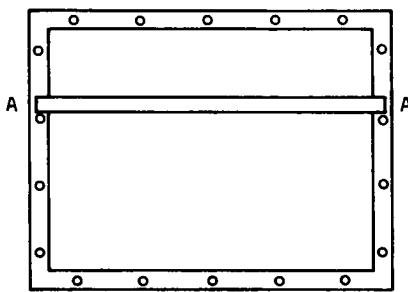
Ένας τρόπος ακριβούς χαράξεως είναι η **μέθοδος των διαγωνίων**.

Χαράζομε δηλαδή δύο ευθείες, που αντιστοιχούν περίπου στις διαγώνιες του χαρτιού σχεδιάσεως, και επάνω στις ευθείες αυτές πάρονται τα τμήματα OA, OB, OG και OD ίσα ακριβώς μεταξύ τους.

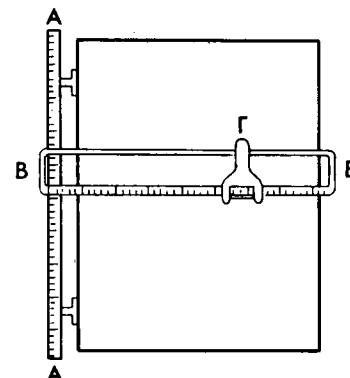
Το τετράπλευρο $\text{AB}\Gamma\Delta$, που σχηματίζεται με αυτό τον τρόπο, είναι ένα τέλειο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Στη συνέχεια χαράζομε τις ακραίες ευθείες αα' και ββ' του καννάβου, αφού μετρήσομε το μήκος μ_1 , επάνω στις πλευρές AD και BG και το μήκος μ_2 επάνω στις AB και DG (σχ. 7.11γ). Με αφετηρία τις ευθείες αα' και ββ' χαράζομε κατόπιν τις υπόλοιπες ευθείες του καννάβου ανά αποστάσεις l , όπως δείχνει το σχήμα 7.11γ.



Σχ. 7.11γ.



Σχ. 7.11δ.



Σχ. 7.11ε.

Χάραξη του καννάβου μπορεί να γίνει επίσης και με ένα ορθογώνιο μεταλλικό πλαίσιο (σχ. 7.11δ). Το πλαίσιο αυτό φέρει στις πλευρές του κατάλληλες προεξοχές, που ισαπέχουν μεταξύ τους κατά l . Όταν φέρομε τον κανόνα AA' σε επαφή με τις προεξοχές, τότε οι ευθείες που χαράζομε με τον κανόνα αυτόν είναι οι ευθείες του καννάβου.

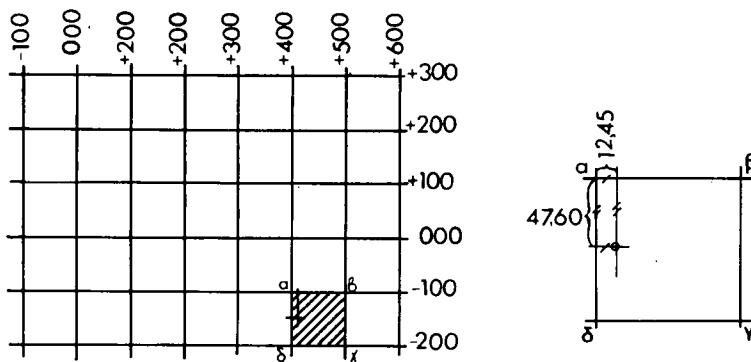
Συνηθέστατα οι κάνναβοι χαράζονται με βάση ένα πρότυπο. Το πρότυπο αυτό μπορεί να είναι ή μία μεταλλική πλάκα με πολύ μικρές τρύπες, που αντιστοιχούν στις κορυφές του καννάβου, ή ένα κομμάτι ειδικού χαρτιού, επάνω στο οποίο είναι

χαραγμένος ένας υποδειγματικός κάνναβος. Στην πρώτη περίπτωση μεταφέρομε τις κορυφές του καννάβου στο χαρτί σχεδιάσεως με τη βοήθεια μιας καρφίτσας. Στη δεύτερη περίπτωση το χαρτί σχεδιάσεως είναι διαφανές και τοποθετείται επάνω από τον υποδειγματικό κάνναβο.

Η ακριβέστερη χάραξη καννάβου γίνεται με τη βοήθεια ενός οργάνου, που λέγεται **συντεταγμενογράφος** (σχ. 7.11ε). Ο συντεταγμενογράφος αποτελείται από δύο αριθμημένους κανόνες, κάθετους μεταξύ τους. Ο κανόνας ΑΑ στερέωνται στο σχεδιαστήριο και είναι αμετακίνητος, ενώ ο κανόνας ΒΒ έχει τη δυνατότητα να μετακινείται κατά μήκος του ΑΑ, παραμένοντας όμως πάντοτε κάθετος προς αυτόν.

Αφ' ετέρου ο κανόνας ΒΒ φέρει τη διάταξη Γ , που μετακινείται κατά μήκος του κανόνα. Και οι δύο κανόνες είναι εφοδιασμένοι με μικρομετρικούς κοχλίες, που επιτρέπουν μικρομετακινήσεις αφ' ενός μεν του κανόνα ΒΒ, αφ' ετέρου δε του μηχανισμού Γ , κατά ένα εκατοστό του πμ. Με τη διάταξη αυτή του συντεταγμενογράφου πετυχαίνομε τόσο τη χάραξη του καννάβου, όσο και τον προσδιορισμό των κορυφών της οδεύσεως επάνω στο χαρτί σχεδιάσεως με πολύ μεγάλη ακρίβεια.

Αφού χαράξομε τον κάνναβο με τον ένα ή τον άλλο τρόπο, αριθμούμε τις ευθείες του καννάβου. Η αριθμηση αυτή εκφράζει την απόσταση της αντίστοιχης ευθείας από τον άξονα x , αν είναι παράλληλη προς τον x , και από τον άξονα y , αν είναι παράλληλη προς τον y (σχ. 7.11στ). Με αυτό τον τρόπο συμπληρώνεται η σχεδίαση του καννάβου.



Σχ. 7.11στ.

Ας έρθομε τώρα στον προσδιορισμό των διαφόρων σημείων. Έστω ότι πρόκειται να προσδιορίσουμε τη θέση ενός σημείου, που έχει συντεταγμένες $x = +412,45$ και $y = -147,60$.

Πριν από όλα επισημαίνομε το τετράγωνο $\alpha\beta\gamma\delta$, που περιέχει το σημείο (σχ. 7.11στ). Είναι το τετράγωνο, που ορίζεται από τις παράλληλες του άξονα x : -100 και -200 και από τις παράλληλες του άξονα y : $+400$ και $+500$.

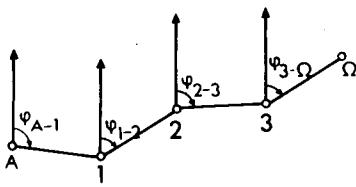
Έπειτα με βάση την κλίμακα παίρνομε επάνω μεν στην πλευρά $\alpha\beta$ του τετραγώνου τμήμα ίσο με $+12,45$, επάνω δε στην πλευρά $\alpha\delta$ τμήμα ίσο με $-47,60$ και α-

πό τα άκρα των δύο αυτών τμημάτων φέρομε παράλληλες προς τις διευθύνσεις των αξόνων. Η τομή των δύο παραλλήλων θα είναι το ζητούμενο σημείο. Όταν διαθέτουμε συντεταγμενογράφο, προσδιορίζομε τη θέση των διαφόρων σημείων κατευθείαν.

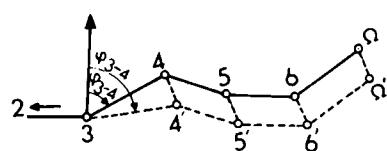
7.12 Οδεύσεις με πυξίδα.

Αν δεν επιδιώκομε μεγάλη ακρίβεια αποτυπώσεως, είναι δυνατόν να χρησιμοποιήσουμε για τη μέτρηση των γωνιών αντί για θεοδόλιχο γωνιομετρική πυξίδα. Στην περίπτωση όμως αυτή, όπως ξέρομε, δεν μετρούμε τις γωνίες β, που σχηματίζουν οι πλευρές των οδεύσεων μεταξύ τους, αλλά τα αζιμούθια των πλευρών (σχ. 7.12α).

Το γεγονός αυτό έχει σαν συνέπεια την αναθεώρηση του πρώτου κριτήριου σχετικά με την εκλογή των κορυφών μιας οδεύσεως. Ενώ δηλαδή στις πολυγωνικές οδεύσεις, όπου μετρούμε τις γωνίες β, επιδιώκομε να έχομε όσο το δυνατόν μεγαλύτερα μήκη πλευρών, στις **οδεύσεις με πυξίδα** επιδιώκομε εντελώς το αντίθετο, δηλαδή, τα μήκη των πλευρών να είναι όσο το δυνατόν μικρότερα.



Σχ. 7.12α.



Σχ. 7.12β.

Το πράγμα εξηγείται ως εξής: Αν γίνει ένα λάθος την ώρα που μετρούμε το αζιμούθιο μιας πλευράς της οδεύσεως, π.χ. της πλευράς 3-4, το λάθος αυτό θα έχει σαν συνέπεια την εγκάρσια μετατόπιση των σημείων 4, 5... Ω κατά ίσα διαστήματα (σχ. 7.12β). Αφ' ετέρου από το ισοσκελές τρίγωνο 3-4-4' αποδεικνύεται ότι όσο μικρότερο είναι το μήκος S_3 της πλευράς 3-4, τόσο μικρότερη θα είναι η εγκάρσια μετατόπιση $4-4' = 5-5' = \dots = \Omega - \Omega'$.

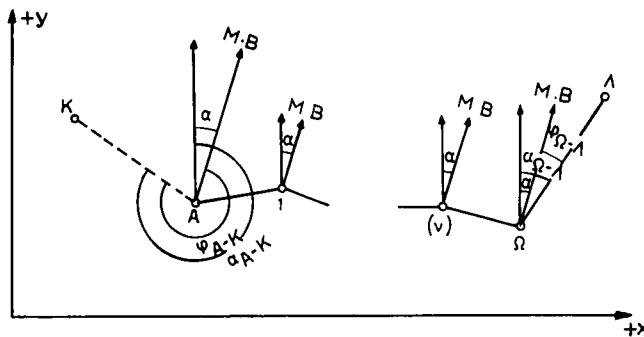
Συμπέρασμα: Τα μήκη των πλευρών των οδεύσεων με πυξίδα πρέπει να είναι όσο το δυνατόν μικρά. Φυσικά υπάρχει και κάποιο όριο, γιατί όσο μικραίνει το μήκος των πλευρών, τόσο αυξάνει το πλήθος των κορυφών και συνεπώς ο χρόνος, που χρειάζεται για τον υπολογισμό της οδεύσεως. Το όριο αυτό κυμαίνεται μεταξύ 30 και 40 m.

Εκτός από το πρώτο κριτήριο όλα τα άλλα κριτήρια των πολυγωνικών οδεύσεων εφαρμόζονται και στις οδεύσεις με πυξίδα.

Αν η άδευση είναι ανεξάρτητη, ο υπολογισμός της γίνεται όπως ακριβώς στην περίπτωση οδεύσεως με θεοδόλιχο, χωρίς μάλιστα να χρειάζεται να υπολογίσουμε τις γωνίες διευθύνσεως, αφού για γωνίες διευθύνσεως παίρνομε τα αζιμούθια. Φυσικά ο όξονας γ διευθύνεται προς το μαγνητικό βορρά, ενώ η αρχή των συντεταγμένων συμπίπτει με την αρχή της οδεύσεως A.

Αν η όδευση είναι εξαρτημένη, δηλαδή αν γνωρίζομε τις συντεταγμένες των σημείων K, A, Ω και Λ ως πρός κάποιο σύστημα ορθογωνίων αξόνων, τότε εκτός από τα άλλα αζιμούθια μετρούμε επάνω στο έδαφος και τα αζιμούθια των πλευρών A-K και Ω-Λ. Έπειτα, από τις συντεταγμένες των σημείων K και A αφ' ενός και Ω και Λ αφ' ετέρου, υπολογίζομε τις γωνίες διευθύνσεως a_{A-K} και $a_{Ω-Λ}$ ως προς το αντίστοιχο σύστημα ορθογωνίων αξόνων.

Από τη διπλή σχέση $a = a_{A-K} - \Phi_{A-K} = a_{Ω-Λ} - \Phi_{Ω-Λ}$ (σχ. 7.12γ) ορίζεται η γωνία a , που σχηματίζουν ο άξονας γ και η διεύθυνση του μαγνητικού βορρά (M.B.). Με βάση τη γωνία a και τα αντίστοιχα αζιμούθια βρίσκομε τις γωνίες διευθύνσεως των υπολογίσιων κορυφών της οδεύσεως ως προς το σύστημα αξόνων x και γ. Ακολουθεί ο υπολογισμός της οδεύσεως, όπως στην περίπτωση, που χρησιμοποιούμε θεοδόλοχο.



Σχ. 7.12γ.

Ένα ακόμη σημείο που πρέπει να τονίσουμε είναι το εξής: Για τον υπολογισμό της οδεύσεως αρκεί να μετρηθούν μόνο τα αζιμούθια Φ_{A-1} , Φ_{1-2} , Φ_{2-3} κλπ. Μετρούμε όμως και τα αζιμούθια των αντιθέτων διευθύνσεων Φ_{1-A} , Φ_{2-1} , Φ_{3-2} κλπ. και εφαρμόζομε τις σχέσεις:

$$\begin{aligned}\Phi_{A-1} &= \Phi_{1-A} - 2 \text{ ορθές} \\ \Phi_{1-2} &= \Phi_{2-1} - 2 \text{ ορθές} \\ \Phi_{2-3} &= \Phi_{3-2} - 2 \text{ ορθές κλπ.}\end{aligned}$$

Όταν υπολογίζομε την όδευση λαμβάνομε υπόψη το μέσο όρο των αζιμουθίων Φ_{A-1} , Φ_{1-2} , Φ_{2-3} κλπ., που μετρήσαμε, και των αζιμουθίων που προκύπτουν από τις σχέσεις αυτές.

ΤΜΗΜΑ Γ'

(ΠΡΩΤΟΥ ΜΕΡΟΥΣ)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Ο ΓΔΟΟ

ΤΡΙΓΩΝΙΣΜΟΣ

8.1 Τριγωνομετρικά δίκτυα.

Το τμήμα αυτό της Οριζόντιας Αποτυπώσεως και μάλιστα το μέρος, που αναφέρεται στους αντίστοιχους υπολογισμούς, δεν θα το εξετάσουμε τόσο λεπτομερώς, όπως τα άλλα τμήματα, γιατί με τον Τριγωνισμό ασχολούνται κυρίως οι επιστήμονες τοπογράφοι.

Θα δώσουμε μόνο μία γενική ιδέα του τι είναι **τριγωνισμός**, θα απαριθμήσουμε τις εργασίες εδάφους και θα περιγράψουμε πολύ σύντομα τους υπολογισμούς, που κάνουμε στο γραφείο.

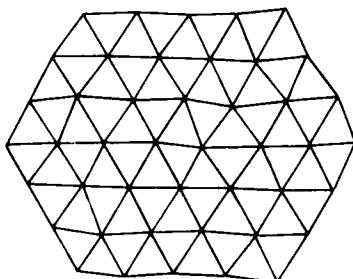
Έχουμε κάνει ήδη μία πρώτη γνωριμία με τον τριγωνισμό στο πρώτο κεφάλαιο της Οριζόντιας Αποτυπώσεως. Είπαμε εκεί ότι προκειμένου να αποτυπώσουμε ένα τμήμα της επιφάνειας της γης πρέπει πριν από όλα να προσδιορίσουμε τις οριζόντιες προβολές ορισμένων χαρακτηριστικών σημείων του. Τα σημεία αυτά, που ονομάζονται τριγωνομετρικά, εκλέγονται κατά τέτοιο τρόπο, ώστε αφ' ενός μεν να υπάρχει αμοιβαία ορατότητα μεταξύ τους, αφ' ετέρου δε, αν τα ενώσουμε, να σχηματίζουν περίπου ισόπλευρα τρίγωνα με μήκος πλευρών 1 ως 3 km. Το δίκτυο των τριγώνων αυτών ονομάζεται **τριγωνομετρικό δίκτυο** και αποτελεί ένα είδος σκελετού της οριζόντιας αποτυπώσεως (σχ. 8.1a). Από τις κορυφές του τριγωνομετρικού δικτύου, δηλαδή από τα τριγωνομετρικά σημεία, εξαρτώνται, όπως ξέρουμε ήδη, οι πολυγωνικές οδεύσεις.

Εκείνο που πρέπει να διευκρινίσουμε εδώ είναι ότι το τριγωνομετρικό δίκτυο, από το οποίο εξαρτώνται οι πολυγωνικές οδεύσεις, δεν εγκαθίσταται ούτε υπολογίζεται συγχρόνως στο σύνολό του. Στην αρχή εγκαθίσταται και υπολογίζεται ένα πολύ αραιότερο τριγωνομετρικό δίκτυο, που αποτελείται από τα χαρακτηριστικότερα σημεία του τελικού δικτύου. Από το δίκτυο αυτό, που ονομάζεται **βασικό**, καταλήγομε στο δίκτυο, από το οποίο εξαρτώνται οι πολυγωνικές οδεύσεις, ύστερα από διαδοχικές **πυκνώσεις**. Ο αριθμός των πυκνώσεων εξαρτάται από την **τάξη** του βασικού δικτύου.

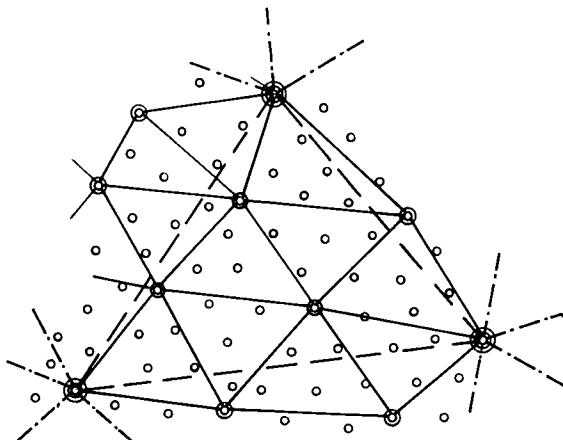
Τα τριγωνομετρικά δίκτυα υπάγονται σε τέσσερεις τάξεις ανάλογα με το μήκος των πλευρών τους. Α' **τάξεως** ονομάζεται το δίκτυο, που έχει μήκος πλευρών 30

ως 50 km, **B' τάξεως** το δίκτυο, που έχει μήκος πλευρών 10 ως 20 km, **Γ' τάξεως** το δίκτυο, που έχει μήκος πλευρών 5 ως 6 km και **Δ' τάξεως** το δίκτυο, που έχει μήκος πλευρών 1 ως 3 km. Με άλλα λόγια το τελικό δίκτυο, δηλαδή το δίκτυο από το οποίο εξαρτώνται οι πολυγωνικές οδεύσεις, είναι δίκτυο **Δ' τάξεως**.

Κάθε δίκτυο προέρχεται από το δίκτυο της αμέσως ανώτερης τάξεως ύστερα από κατάλληλη πύκνωση των κορυφών του. Επομένως, για να καταλήξουμε στο τελικό δίκτυο πρέπει να κάνομε τρεις διαδοχικές πυκνώσεις του δικτύου **A' τάξεως**, δύο διαδοχικές πυκνώσεις του δικτύου **B' τάξεως** και μία μόνο πύκνωση του δικτύου **Γ' τάξεως**.



Σχ. 8.1α.



Ⓐ Τριγωνομετρικά σημεία **B' τάξεως**

○ " " " **Γ' τάξεως**

○ " " " **Δ' τάξεως**

Σχ. 8.1β.

Τα τριγωνομετρικά σημεία ενός δικτύου είναι συχρόνως και τριγωνομετρικά σημεία των δικτύων κατώτερης τάξεως, που προέκυψαν από αυτό. Επίσης σε όλα τα δίκτυα, ασχέτως τάξεως, πρέπει τα αντίστοιχα τριγωνομετρικά σημεία, όταν ενωθούν, να σχηματίζουν περίπου ισόπλευρα τρίγωνα.

Ας ξανάρθομε τώρα στο βασικό δίκτυο. Η τάξη του βασικού δικτύου εξαρτάται από την έκταση της περιοχής, που θέλομε να αποτυπώσουμε. Αν η περιοχή είναι πολύ μεγάλη, όση π.χ. η Πελοπόννησος, τότε χρειάζεται βασικό δίκτυο **A' τάξεως**. Αν η μεγαλύτερη διάσταση της περιοχής είναι περίπου 50 km, τότε αρκεί η εγκατάσταση βασικού δικτύου **Γ' τάξεως**. Τέλος, όταν αποτυπώνομε μικρές περιοχές με μέγιστη διάσταση περίπου 20 km, εγκαθιστούμε το τελικό δίκτυο κατευθείαν, χωρίς δηλαδή βασικό δίκτυο ανώτερης τάξεως. Στο σχήμα 8.1β το βασικό δίκτυο είναι **Γ' τάξεως**. Έχει όμως εξαρτηθεί από δίκτυο **B' τάξεως**, που υπάρχει στην περιοχή.

Κατά κανόνα στα προηγμένα κράτη έχουν εγκατασταθεί τριγωνομετρικά δίκτυα Α', Β', Γ' και σε μερικά και Δ' τάξεως. Επομένως ο τοπογράφος που θέλει να αποτυπώσει μία περιοχή, δεν έχει παρά να προβεί σε πύκνωση του υπάρχοντας τριγωνομετρικού δίκτυου της χώρας. Σε μερικές περιπτώσεις μάλιστα βρίσκει το τριγωνομετρικό δίκτυο που χρειάζεται έτοιμο.

Αν όμως δεν υπάρχει κρατικό δίκτυο ή η πύκνωσή του είναι επίπονη, προβαίνομε στην εγκατάσταση αυτοτελούς βασικού δίκτυου, το οποίο είναι συνήθως κατώτερης τάξεως, δηλαδή Γ' ή Δ'.

Και οι δύο περιπτώσεις εξετάζονται στη συνέχεια.

8.2 Πύκνωση τριγωνομετρικού δίκτυου.

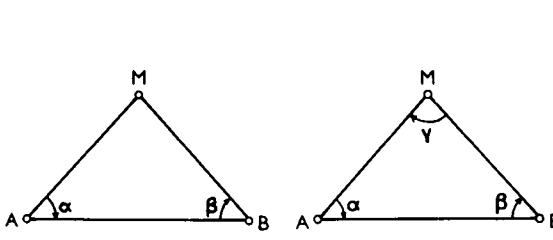
Η πύκνωση ενός τριγωνομετρικού δίκτυου γίνεται με τις λεγόμενες **αλληλοτομίες**. Αλληλοτομίες ονομάζονται οι διάφορες μέθοδοι υπαλογισμού των συντεταγμένων ενός σημείου M , με βάση τις συντεταγμένες άλλων γνωστών σημείων. Τα κυριότερα είδη αλληλοτομιών είναι η **εμπροσθοτομία**, η **πλαγιοτομία** και η **οπισθοτομία**.

Η εμπροσθοτομία εφαρμόζεται, όταν μπορούμε να σκοπεύσουμε το σημείο M από δύο γνωστά σημεία, τα A και B (σχ. 8.2α). Τότε μετρούμε τις γωνίες $AMB = \alpha$ και $MBA = \beta$, οπότε από το νόμο του ημιτόνου

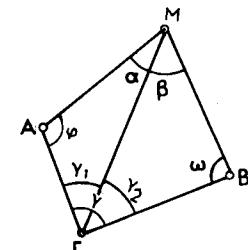
$$\frac{AB}{\text{ημ } AMB} = \frac{MB}{\text{ημ } \alpha} = \frac{MA}{\text{ημ } \beta}$$

προκύπτουν οι πλευρές AM και BM .

Κατόπιν εφαρμόζομε το πρώτο θεμελιώδες πρόβλημα, που γνωρίζομε από την Πολυγωνομετρία (παράγρ. 7.3), και υπολογίζομε τις συντεταγμένες του σημείου M από τις συντεταγμένες τόσο του σημείου A , όσο και του σημείου B .



Σχ. 8.2α.



Σχ. 8.2β.

Σχ. 8.2γ.

Η πλαγιοτομία είναι μία ειδική περίπτωση της εμπροσθοτομίας. Εφαρμόζεται, όταν δεν μπορούμε να σκοπεύσουμε προς το σημείο M από ένα από τα γνωστά μας σημεία, π.χ. το σημείο A . Τότε, αντί για τη γωνία α μετρούμε τη γωνία $AMB = \gamma$, υπολογίζομε τη γωνία α από τον τύπο $\alpha + \beta + \gamma = 2$ ορθές και τελικά καταλήγομε στην προηγούμενη περίπτωση (σχ. 8.2β).

Τέλος η μέθοδος της **οπισθοτομίας** εφαρμόζεται, όταν δεν έχουμε τη δυνατότητα να σκοπεύσουμε έστω και από ένα γνωστό σημείο προς το σημείο M , ενώ αντίθετα

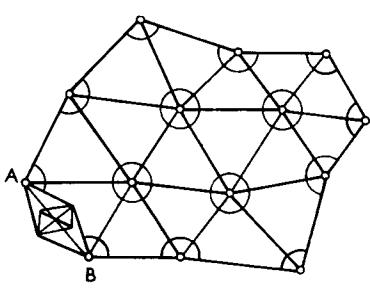
είναι δυνατή η σκόπευση από το σημείο M προς τρία γνωστά μας σημεία τα A , B και Γ (σχ. 8.2γ).

Από τις γωνίες διευθύνσεως $a_{\Gamma-A}$ και $a_{\Gamma-B}$ υπολογίζομε αρχικά τη γωνία γ . Έπειτα με κατάλληλους τύπους υπολογίζομε τις γωνίες ϕ , ω , γ_1 και γ_2 . Με αυτό τον τρόπο καταλήγομε και πάλι στην περίπτωση της εμπροσθοτομίας και μάλιστα με βάση τρία σημεία, τα A , B και Γ .

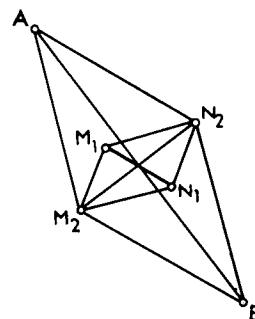
8.3 Αυτοτελή τριγωνομετρικά δίκτυα.

Αν στην περιοχή της αποτυπώσεως δεν υπάρχει τριγωνομετρικό δίκτυο ανώτερης τάξεως ή υπάρχει μεν, αλλά είναι δύσκολο να πυκνωθεί, τότε εγκαθιστούμε αυτοτελές τριγωνομετρικό δίκτυο.

Πριν από όλα πρέπει να εγκαταστήσουμε ένα βασικό δίκτυο, η τάξη του οποίου θα είναι ανάλογη πρός την έκταση της περιοχής που θέλομε να αποτυπώσουμε. Συνήθως πρόκειται για μικρές περιοχές και επομένως το βασικό δίκτυο θα είναι κατώτερης τάξεως, Γ' το πολύ. Ένα τέτοιο δίκτυο μπορεί να εγκατασταθεί και να υπολογισθεί με μεθόδους της Κατώτερης Γεωδαισίας.



Σχ. 8.3α.



Σχ. 8.3β.

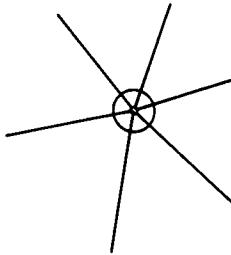
Από το σχήμα 8.3α είναι φανερό ότι, αν γνωρίζομε όλες τις γωνίες του βασικού δικτύου και μία μόνο πλευρά, π.χ. την AB , είμαστε σε θέση να υπολογίσουμε τα μήκη όλων των άλλων πλευρών. Πρέπει όμως να γνωρίζομε με ακρίβεια το μήκος της μιας αυτής πλευράς, γιατί οποιοδήποτε σφάλμα του μήκους αυτού θα μεταδοθεί και σε όλα τα άλλα μήκη που θα υπολογίσουμε.

Ένας τρόπος για να μάθομε το μήκος της πλευράς AB θα ήταν να το μετρήσουμε επάνω στο έδαφος. Επειδή όμως το έδαφος για τόσο μεγάλα μήκη παρουσιάζει συνήθως ανωμαλίες, ενδέχεται η μέτρηση να μην είναι όσο πρέπει ακριβής. Μετρούμε λοιπόν ένα πολύ μικρότερο ευθύγραμμο τμήμα, που να έχει μήκος ίσο περίπου με το $\frac{1}{5}$ της μέσης πλευράς του βασικού δικτύου και να βρίσκεται σε όσο το δυνατόν πιο οριζόντιο και ομαλό έδαφος, ώστε να μπορεί να μετρηθεί ακριβώς. Το τμήμα αυτό (M_1N_1 στο σχήμα 8.3β) ονομάζεται **βάση του τριγωνομετρικού δικτύου** και εκλέγεται κοντά στο μέσο της πλευράς AB .

Το μήκος της πλευράς ΑΒ το υπολογίζουμε από το μήκος της βάσεως M_1N_1 , αφού εφαρμόσουμε δύο ή περισσότερες φορές το λεγόμενο **τετράπλευρο βάσεως** (σχ. 8.3β). Υπολογίζουμε δηλαδή τη διαγώνιο M_2N_2 του τετραπλεύρου $M_1N_2N_1M_2$ από τη βάση M_1N_1 , κατόπι τη διαγώνιο M_3N_3 του τετραπλεύρου $M_2N_3N_2M_3$ από τη διαγώνιο M_2N_2 κ.ο.κ., ως ότου καταλήξουμε στην πλευρά ΑΒ. Ο υπολογισμός των διαφόρων διαγωνίων γίνεται τριγωνομετρικά, αφού μετρήσουμε επάνω στο έδαφος τις γωνίες, που ανήκουν στα αντίστοιχα τετράπλευρα.

Επίσης είναι φανερό ότι η πλευρά ΑΒ εκλέγεται με τέτοιο τρόπο, ώστε να μας παρέχει την ευνοϊκότερη εγκατάσταση βάσεως του τριγωνομετρικού δικτύου.

Αφού μετρήσουμε τη βάση και τις γωνίες που ανήκουν στα αντίστοιχα τετράπλευρα, μετρούμε **όλες** τις γωνίες του δικτύου. Αυτό μας δίνει τη δυνατότητα να κάνουμε συνεχείς ελέγχους και διορθώσεις των γωνιών εφαρμόζοντας διάφορα κριτήρια ακρίβειας, όπως π.χ. ότι το άθροισμα των γωνιών τριγώνου ισούται με δύο ορθές ή ότι γωνίες με κοινή κορυφή (σχ. 8.3γ) έχουν άθροισμα τεσσάρων ορθών κλπ. Ας σημειωθεί ότι σε όλες τις φάσεις υπολογισμού του βασικού δικτύου γίνονται παρόμοιοι πολλαπλοί έλεγχοι και διορθώσεις, που έχουν σκοπό να εξασφαλίσουν τη μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια. Η ακρίβεια αυτή είναι αναγκαία, γιατί, αν ο τριγωνισμός αποτελεί το σκελετό της οριζόντιας αποτυπώσεως, το βασικό δίκτυο αποτελεί το σκελετό του τριγωνισμού. Συνεπώς οποιοδήποτε σφάλμα γίνει στο βασικό δίκτυο, θα μεταδοθεί με την πύκνωσή του στο τελικό τριγωνομετρικό δίκτυο και από κει σε όλη την οριζόντια αποτύπωση.



Σχ. 8.3γ.

Αφού συμπληρώσουμε τον έλεγχο και τη διόρθωση των γωνιών, υπολογίζουμε τις συντεταγμένες των κορυφών του βασικού δικτύου εφαρμόζοντας τις αλληλοτομίες.

Η πύκνωση του βασικού δικτύου, ως ότου σχηματισθεί το δίκτυο εξαρτήσεως των πολυγωνικών οδεύσεων, γίνεται με νέες μετρήσεις γωνιών και νέα εφαρμογή των αλληλοτομιών.

Με ανάλογο τρόπο υπολογίζονται τα δίκτυα ανώτερης τάξεως από τις αρμόδιες υπηρεσίες των διαφόρων χωρών, με τη διαφορά ότι οι μέθοδοι υπολογισμού είναι πολύ ακριβέστερες και η διαδικασία των διορθώσεων πολύ πιο περίπλοκη.

8.4 Σήμανση – Ασφάλιση – Επισήμανση.

Η σήμανση των τριγωνομετρικών σημείων γίνεται με τα μονιμότερα από τα μέ-

σα σημάνσεως, όπως είναι ο ημιλαξευτός λίθος του σχήματος 3.1δ του τόμου Α'

Η επισήμανση των τριγωνομετρικών σημείων εξαρτάται από την απόσταση μεταξύ τους, δηλαδή από την τάξη του τριγωνομετρικού δικτύου, στο οποίο ανήκουν. Για δίκτυα κατώτερης τάξεως εφαρμόζεται ο τρόπος επισημάνσεως του σχήματος 3.2β (πρώτος τόμος).

Το ύψος των αντηρίδων, που στηρίζουν τη ράβδο επισημάνσεως πρέπει να είναι αρκετό, ώστε να επιτρέπει την τοποθέτηση του γωνιομετρικού οργάνου επάνω από το τριγωνομετρικό σημείο, ενόσο το σημείο είναι επισημασμένο. Αυτό χρειάζεται, γιατί αφ' ενός μεν η μέτρηση των γωνιών γίνεται από περισσότερα του ενός συνεργεία, αφ' ετέρου δε, λόγω των μεγάλων αποστάσεων, τα σημεία παραμένουν επισημασμένα καθ' όλη τη διάρκεια του τριγωνισμού.

Οι κορυφές των δικτύων ανώτερης τάξεως δεν επισημαίνονται με τα συνήθη μέσα επισημάνσεως. Επειδή η σκόπευση των κορυφών γίνεται από πολύ μεγάλες αποστάσεις, τα συνήθη μέσα επισημάνσεως δεν είναι ορατά ακόμη και με το τηλεσκόπιο. Χρησιμοποιούμε λοιπόν φωτιστικά μέσα, όπως είναι το **ηλιοτρόπιο** και ο **ηλεκτρικός προβολέας**. Το ηλιοτρόπιο αποτελείται από ένα κάτοπτρο, που κατευθύνει το ηλιακό φως προς το γωνιομετρικό όργανο. Ο ηλεκτρικός προβολέας χρησιμοποιείται με επιτυχία τόσο τη νύχτα, όσο και την ημέρα. Έχει μάλιστα το πλεονέκτημα ότι με κατάλληλο μηχανισμό μπορεί να χρησιμεύσει και σαν μέσο συνεννοήσεως μεταξύ των συνεργείων με σήματα Μόρς.

Τα τριγωνομετρικά σημεία των δικτύων ανώτερης τάξεως ενδέχεται να μην είναι ορατά από μεγάλες αποστάσεις, είτε λόγω της σφαιρικότητας της γης, όταν πρόκειται για πεδινό έδαφος, είτε γιατί μεσολαβούν διάφορα εμπόδια, όπως π.χ. ψηλά δένδρα. Στην περίπτωση αυτή τα τριγωνομετρικά σημεία επισημαίνονται με ξύλινους πύργους ύψους μέχρι και 50 m. Οι κορυφές των πύργων αυτών αντιπροσωπεύουν τα σημεία σκοπεύσεως. Μεγάλη προσοχή πρέπει να καταβάλλεται, ώστε το σημείο σκοπεύσεως να κείται ακριβώς επάνω στην κατακόρυφο του τριγωνομετρικού σημείου.

8.5 Μετρήσεις μηκών και γωνιών.

Το μήκος της βάσεως πρέπει να μετρείται με τη μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια, γιατί από τη μέτρηση αυτή εξαρτάται, όπως είδαμε, ο υπολογισμός ολόκληρου του τριγωνομετρικού δικτύου. Παλιά οι βάσεις μετρούνταν με τους κανόνες. Τώρα όμως, και μάλιστα όταν πρόκειται για δίκτυα ανώτερης τάξεως, χρησιμοποιούνται είτε μετροτανίες Invar, είτε αυταναγωγά ταχύμετρα οριζόντιου στόχου, είτε ηλεκτρονικά όργανα μετρήσεως υριζοντίων αποστάσεων (βλέπε αντίστοιχα κεφάλαια πρώτου τόμου).

Με πάρα πολύ μεγάλη προσοχή και με τη μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια πρέπει να γίνεται και η μέτρηση των γωνιών του τριγωνομετρικού δικτύου. Σαν γωνιομετρικά όργανα χρησιμοποιούνται θεοδόλοι μεγάλης ακρίβειας. Αφ' ετέρου για μεν τα δίκτυα κατώτερης τάξεως εφαρμόζεται η μέθοδος μετρήσεως κατά διευθύνσεις με τέσσερις τουλάχιστον περιόδους, για δε τα δίκτυα ανώτερης τάξεως εφαρμόζονται ειδικές μέθοδοι, που φυσικά δεν πρόκειται να τις περιγράψουμε.

8.6 Συντεταγμένες τριγωνομετρικών σημείων.

Στα δίκτυα ανώτερης τάξεως μας ενδιαφέρει να προσδιορίσουμε την θέση των ορθών προβολών των τριγωνομετρικών σημείων επάνω στο γεωειδές. Η θέση αυτή ορίζεται από τις γεωγραφικές συντεταγμένες, δηλαδή από το γεωγραφικό μήκος και το γεωγραφικό πλάτος.

Στα δίκτυα κατώτερης τάξεως μας ενδιαφέρει να προσδιορίσουμε την θέση των ορθών προβολών των τριγωνομετρικών σημείων επάνω στο επίπεδο του ορίζοντα της περιοχής, που πρόκειται να αποτυπώσουμε. Συνεπώς τα τριγωνομετρικά σημεία πρέπει να συσχετισθούν ως προς ένα σύστημα επιπέδων ορθογωνίων αξόνων με αρχή το σημείο, προς το οποίο αντιστοιχεί το επίπεδο του ορίζοντα. Αφ' ετέρου το δίκτυο πρέπει να είναι **προσανατολισμένο**, δηλαδή ο άξονας γ να στρέφεται προς το γεωγραφικό βορρά. Προς τούτο αρκεί να προσανατολίσουμε μία από τις πλευρές του δικτύου, δηλαδή να βρούμε το γεωγραφικό της αξιμούθιο. Το γεωγραφικό αξιμούθιο μετρείται με αστρονομικές μεθόδους σκοπεύοντας είτε προς τον ήλιο, είτε προς τον πολικό αστέρα. Αν επί πλέον θέλουμε να καθορίσουμε και τη θέση του τριγωνομετρικού δικτύου κατώτερης τάξεως επάνω στην επιφάνεια του γεωειδούς, αρκεί να γνωρίζουμε τις γεωγραφικές συντεταγμένες ενός μόνο σημείου: της αρχής των επιπέδων ορθογωνίων αξόνων.

8.7 Τριπλευρισμός.

Η ανάπτυξη της ηλεκτρονικής μετρήσεως οριζοντίων αποστάσεων (βλέπε κεφ. 16 πρώτου τόμου) πρόσφερε νέες δυνατότητες στη μεθοδολογία του τριγωνισμού, προκειμένου μάλιστα για τριγωνομετρικά δίκτυα ανώτερης τάξεως. Συγκεκριμένα, αντί της μετρήσεως μιάς μόνο οριζόντιας αποστάσεως, εκείνης της βάσεως, μετρούμε με τα ηλεκτροοπτικά τηλέμετρα, **όλες τις πλευρές του τριγωνομετρικού δικτύου, χωρίς να μετρούμε καθόλου γωνίες**. Η νέα μεθοδολογία, δηλαδή η μέτρηση των πλευρών, οδηγεί σε **ακριβέστερο προσδιορισμό** των συντεταγμένων των τριγωνομετρικών σημείων, ιδίως, επαναλαμβάνομε, όταν πρόκειται για δίκτυα ανώτερης τάξεως, οπόταν παρουσιάζονται σοβαρές αποκλίσεις από τις πραγματικές τιμές των οριζόντιων γωνιών, παρά τη μεγάλη ακρίβεια (1 cc) των θεοδολίχων, που χρησιμοποιούνται για τη μέτρησή τους.

'Οσον αφορά τη διαδικασία του υπολογισμού, είναι περίπου η ίδια, δηλαδή υπολογίζονται και πάλι οι συντεταγμένες των τριγωνομετρικών σημείων με εφαρμογή των αλληλοτομιών, αφού **υπολογισθούν** προηγουμένως οι οριζόντιες γωνίες με το νόμο του ημιτόνου. Με άλλα λόγια η διαφορά έγκειται στο τι μετρείται επί τόπου και τι υπολογίζεται στο γραφείο. Με την κλασσική μεθοδολογία μετρούνται οι οριζόντιες γωνίες και υπολογίζονται οι πλευρές. Τώρα μετρούνται οι πλευρές και υπολογίζονται οι οριζόντιες γωνίες.

Η μέτρηση των πλευρών, αντί των γωνιών, είχε σαν συνέπεια την εισαγωγή του όρου **τριπλευρισμός**, που αντιπαρατίθεται στον όρο **τριγωνισμός**.



ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ

ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ ΑΠΟΤΥΠΩΣΗ Η ΥΨΟΜΕΤΡΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΝΑΤΟ

ΥΨΟΜΕΤΡΑ — ΧΩΡΟΣΤΑΘΜΗΣΗ

9.1 Υψόμετρα.

Το να γνωρίζομε τη θέση της οριζόντιας προβολής ενός σημείου της επιφάνειας του εδάφους, είτε επάνω στο επίπεδο του ορίζοντα είτε επάνω στο γεωειδές, δεν αρκεί για να προσδιορίσουμε την ακριβή θέση του σημείου στο χώρο. Πρέπει εκτός από τη θέση της οριζόντιας προβολής να γνωρίζομε και την απόσταση του σημείου από αυτήν, δηλαδή το υψόμετρό του. Με τον προσδιορισμό των υψομέτρων των διαφόρων σημείων της επιφάνειας του εδάφους ασχολείται η κατακόρυφη αποτύπωση ή υψομετρία.

Πρώτα-πρώτα πρέπει να υπενθυμίσουμε ότι, ενώ στην οριζόντια αποτύπωση μπορούμε να αγνοήσουμε τη σφαιρικότητα της γης για τμήματα του εδάφους με μέγιστη διάσταση ώς 20 km περίπου, χωρίς να κάνουμε σοβαρά λάθη, στην κατακόρυφη αποτύπωση η μέγιστη αυτή διάσταση μειώνεται στα 700 m μόλις (παράγρ. 0.5 πρώτου τόμου). Με άλλα λόγια επιτρέπεται να προσδιορίσουμε τα υψόμετρα μίας εδαφικής περιοχής σε σχέση με το επίπεδο του ορίζοντα, που αντιστοιχεί στο κέντρο της περιοχής, αρκεί η μέγιστη διάστασή της να μην υπερβαίνει αυτό το όριο. Τότε το σφάλμα που διαπράττομε είναι μικρότερο από 1 cm και συνεπώς είναι ανεκτό.

Αλλά, όπως είπαμε και στην παράγραφο 0.5 του πρώτου τόμου, μία τέτοια απλοποίηση είναι πρακτικά άχρηστη, γιατί συνήθως μας ενδιαφέρει η αποτύπωση εδαφικών περιοχών με πολύ μεγαλύτερες διαστάσεις. Άρα ακόμα και στα πλαίσια της Κατώτερης Γεωδαισίας τα υψόμετρα πρέπει να προσδιορίζονται σε σχέση με το γεωειδές και όχι με το επίπεδο του ορίζοντα του κέντρου της περιοχής, που θέλουμε να αποτυπώσουμε, όπως συμβαίνει με τις οριζόντιες προβολές. Η μόνη παραδοχή, που μπορούμε να κάνουμε εδώ, είναι να θεωρήσουμε το γεωειδές σαν τέλεια σφαιρική επιφάνεια.

9.2 Υψομετρικές διαφορές. Υψομετρικές αφετηρίες.

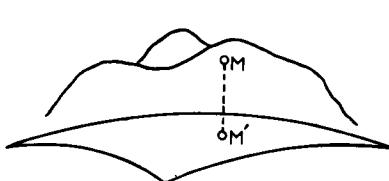
Από τις διάφορες μεθόδους προσδιορισμού των υψομέτρων, που θα εξετάσο-

με στα επόμενα κεφάλαια, μόνο μία μέθοδος, η βαρομετρική, είναι ικανή να μας δώσει κατευθείαν το υψόμετρο ενός τυχαίου σημείου M της επιφάνειας του εδάφους, δηλαδή την απόστασή του MM' από το γεωειδές (σχ. 9.2α).

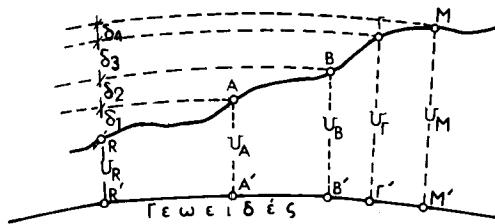
Οι άλλες μέθοδοι μας δίνουν την υψομετρική διαφορά $u_M - u_R$ του σημείου M ως προς ένα άλλο σημείο R , που γνωρίζομε ήδη το υψόμετρό του. Ανάλογα με τις θέσεις των σημείων M και R και τη μέθοδο, που θα ακολουθήσθω, η υψομετρική αυτή διαφορά είναι δυνατόν να προσδιορισθεί είτε κατευθείαν είτε σαν αλγεβρικό άθροισμα των διαδοχικών υψομετρικών διαφορών $u_A - u_R = \delta_1$, $u_B - u_A = \delta_2$, $u_G - u_B = \delta_3$ και $u_M - u_G = \delta_4$, όπου A , B και G ενδιάμεσα σημεία μεταξύ R και M (σχ. 9.2β). Τελικά το υψόμετρο του σημείου M θα προκύψει από τη σχέση:

$$u_M = u_R + \sum \delta, \quad (1)$$

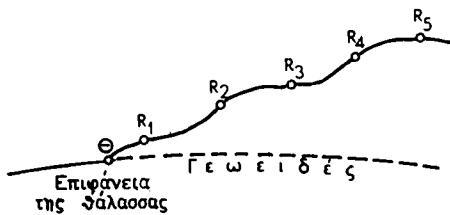
όπου $\sum \delta$ το αλγεβρικό άθροισμα των διαφορών δ .



Σχ. 9.2α.



Σχ. 9.2β.



Σχ. 9.2γ.

Σημεία R , δηλαδή σημεία με γνωστό υψόμετρο, είναι δυνατόν να εγκατασταθούν επάνω στην επιφάνεια του εδάφους ανά ορισμένες αποστάσεις, οπότε κάθε φορά που υπάρχει ανάγκη να προσδιορισθεί το υψόμετρο ενός σημείου M , αρκεί να προσδιορισθεί η υψομετρική του διαφορά ως προς το πλησιέστερο σημείο R . Τα σημεία R ονομάζονται **υψομετρικές αφετηρίες** (ρεπέρ).

Πώς όμως προσδιορίζονται τα υψόμετρά των σημείων R ? Προφανώς όπως τα υψόμετρα των σημείων M , δηλαδή με διαδοχική αναγωγή προς άλλες υψομετρικές αφετηρίες. Π.χ. του σημείου R_5 (σχ. 9.2γ) προσδιορίζομε την υψομετρική διαφορά ως προς το σημείο R_4 , του σημείου R_4 ως προς το R_3 , κ.ο.κ. Τελικά για να προσδιορίσουμε το υψόμετρο του σημείου R_1 , θα χρησιμοποιήσουμε σαν υψομετρική αφετηρία το σημείο Θ , δηλαδή το πλησιέστερο σημείο της επιφάνειας της θάλασσας, οπότε η σχέση (1) γίνεται:

$$u_{R_1} = u_\theta + \sum \delta$$

και επειδή $u_\theta = 0$, έπειται ότι:

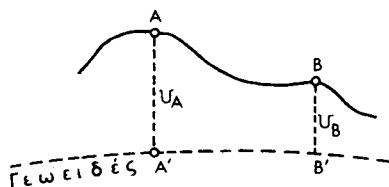
$$u_{R_1} = \sum \delta$$

Εδώ χρειάζεται μία διευκρίνιση. Επειδή η επιφάνεια της θάλασσας στους διάφορους τόπους και κατά διάφορα χρονικά διαστήματα ανέρχεται και κατέρχεται, σαν μηδενική αφετηρία προσδιορισμού των υψομέτρων θεωρούμε τη μέση στάθμη της θάλασσας σε κάθε τόπο.

9.3 Πρόσημο υψομετρικής διαφοράς.

Έστω δύο σημεία, τα A και B (σχ. 9.3), με υψόμετρα u_A και u_B αντίστοιχα.

Όταν το A βρίσκεται ψηλότερα από το B, τότε η υψομετρική διαφορά $u_A - u_B$ είναι θετική. Το αντίθετο συμβαίνει, όταν το A βρίσκεται χαμηλότερα από το B.



Σχ. 9.3.

Και τώρα ας αντιστρέψουμε τις δύο αυτές προτάσεις:

Όταν μία υψομετρική διαφορά, π.χ. η $u_A - u_B$ είναι θετική, αυτό σημαίνει ότι το σημείο, που το υψομετρό του χρησιμεύει σαν μειωτέος, δηλαδή το σημείο A, βρίσκεται ψηλότερα από το σημείο που το υψόμετρό του χρησιμεύει σαν αφαιρετέος, δηλαδή το σημείο B. Το αντίθετο συμβαίνει, όταν η υψομετρική διαφορά, που εξετάζομε, είναι αρνητική.

9.4 Χωροστάθμηση. Είδη χωροσταθμήσεως.

Το σύνολο των εργασιών, που κάνομε για να προσδιορίσουμε τις υψομετρικές διαφορές των διαφόρων σημείων της επιφάνειας του εδάφους ονομάζεται **χωροστάθμηση**. Υπάρχουν τρεις μέθοδοι χωροσταθμήσεως. Η **γεωμετρική** ή **τριγωνομετρική** και η **βαρομετρική**. Η καθεμία μέθοδος χρησιμοποιείται ανάλογα με την ακρίβεια, που θέλομε να πετύχομε στον καθορισμό των υψομέτρων. Η γεωμετρική χωροστάθμηση μας δίνει ακρίβεια 1 cm, η τριγωνομετρική χωροστάθμηση 10 cm και η βαρομετρική 1 m. Συνεπώς η γεωμετρική χωροστάθμηση χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό των υψομέτρων των τριγωνομετρικών σημείων και των κορυφών των πολυγωνικών οδεύσεων, η τριγωνομετρική χωροστάθμηση για τον προσδιορισμό των υψομέτρων των κοινών σημείων και η βαρομετρική χωροστάθμηση σε κάθε περίπτωση, όπου μας αρκεί ένας χονδροειδής προσδιορισμός του υψομέτρου κάποιου σημείου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΧΩΡΟΣΤΑΘΜΙΣΗ

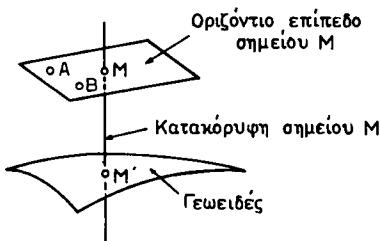
10.1 Οριζόντια ευθεία και οριζόντιο επίπεδο σημείου.

Για να αντιληφθούμε πώς γίνεται η γεωμετρική χωροστάθμηση πρέπει να θυμηθούμε τους ορισμούς της οριζόντιας ευθείας και του οριζόντιου επίπεδου, που δόθηκαν στο κεφάλαιο 2 του πρώτου τόμου.

Οριζόντια ευθεία ενός σημείου του χώρου ονομάζεται μία ευθεία, που διέρχεται από το σημείο αυτό και είναι κάθετη προς την αντίστοιχη κατακόρυφη. Όπως είναι φανερό, υπάρχουν πολλές οριζόντιες ευθείες ενός και του αυτού σημείου. Όλες αυτές οι ευθείες σχηματίζουν ένα επίπεδο κάθετο επίσης προς την κατακόρυφη, που ονομάζεται **οριζόντιο επίπεδο** του σημείου.

Βασική παραπήρηση.

Έστω το οριζόντιο επίπεδο ενός σημείου M (σχ. 10.1). Τα σημεία του επιπέδου, που απέχουν από το M λιγότερο από 350 m, όπως συμβαίνει π.χ. με τα σημεία A και B , μπορούν να θεωρηθούν ότι έχουν ίσα υψόμετρα με αυτό. Δηλαδή: $u_A = u_B = u_M$. (Στην πραγματικότητα τα τρία υψόμετρα είναι άνισα, αλλά οι διαφορές που υπάρχουν μεταξύ τους, είναι μικρότερες από 1 cm και επομένως μπορούν να αγνοηθούν).



Σχ. 10.1.

10.2 Οριζόντιες σκοπεύσεις.

Ένας πρακτικός τρόπος για να προσδιορίσουμε την υψομετρική διαφορά δύο σημείων, που απέχουν μεταξύ τους 3 ως 4 m, είναι ο εξής:

Στα δύο σημεία, έστω τα A και B, στερεώνομε δύο κατακόρυφες ράβδους (σχ. 10.2α). Έπειτα, με ένα ευθυγραμμισμένο πήχη (τον πήχη του οικοδόμου) και μία αεροστάθμη (αλφάδι), ορίζομε επάνω στις κατακόρυφες ράβδους τα σημεία A_1 και B_1 , ούτως ώστε η ευθεία A_1B_1 να είναι οριζόντια. Αν u_A , u_B , u_{A_1} και u_{B_1} είναι τα υψόμετρα των σημείων A_1 , A, B, και B αντίστοιχα, θα έχουμε τις σχέσεις:

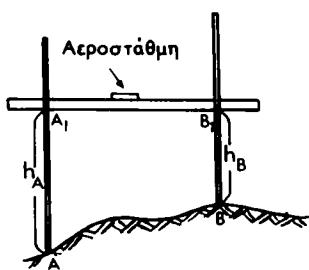
$$u_{A_1} = u_A + h_A$$

$$u_{B_1} = u_B + h_B$$

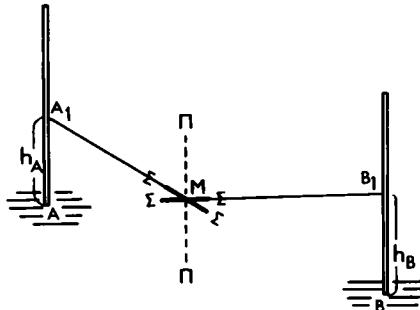
Και επειδή τα u_{A_1} και u_{B_1} μπορούν να θεωρηθούν ίσα, προκύπτει η σχέση:

$$u_A - u_B = h_B - h_A$$

Συνεπώς αρκεί να μετρήσουμε επάνω στις δύο κατακόρυφες ράβδους τα μεγέθη h_B και h_A , οπότε η διαφορά τους θα μας δώσει την υψομετρική διαφορά των σημείων A και B. Αν το h_A είναι μικρότερο από το h_B , τότε το u_A θα είναι μεγαλύτερο από το u_B και η διαφορά $u_A - u_B$ θα είναι θετική. Αντιστρόφως, αν το h_A είναι μεγαλύτερο από το h_B , η διαφορά $u_A - u_B$ θα είναι αρνητική.



Σχ. 10.2α.



Σχ. 10.2β.

Με τον ίδιο τρόπο μπορούμε να προσδιορίσουμε την υψομετρική διαφορά $u_A - u_B$ και για μεγαλύτερες αποστάσεις μεταξύ των σημείων A και B, αν αντί για τον πήχη του οικοδόμου χρησιμοποιήσουμε μία σκοπευτική διάταξη, που να στρέφεται γύρω από ένα άξονα. Η σκοπευτική γραμμή ΣΣ της διατάξεως είναι κάθετη προς τον άξονα περιστροφής ΠΠ. Συνεπώς, αν καταστήσουμε τον άξονα περιστροφής κατακόρυφο, η σκοπευτική γραμμή διαγράφει ένα οριζόντιο επίπεδο. Αρκεί λοιπόν να τοποθετήσουμε τη σκοπευτική διάταξη ανάμεσα από τα σημεία A και B, να κατάκορυφώσουμε τον άξονα περιστροφής και να σκοπεύσουμε προς τις κατακόρυφες ράβδους των A και B (σχ. 10.2β). Τα αντίστοιχα σημεία σκοπεύσεως (A_1 και

B_1) θα κείνται επάνω στο οριζόντιο επίπεδο του σημείου M , δηλαδή του σημείου τομής της σκοπευτικής γραμμής και του άξονα περιστροφής.

Επομένως, αν τα σημεία A , και B_1 απέχουν από το σημείο M λιγότερο από 350 m, μπορούν να θεωρήθουν ότι έχουν το ίδιο υψόμετρο με το M και άρα ίσα υψόμετρα μεταξύ τους. Τελικά δηλαδή η υψομετρική διαφορά $u_A - u_B$ θα ισούται προς τη διαφορά $h_B - h_A$, όπου h_B και h_A οι αντίστοιχες ενδείξεις σκοπεύσεων επάνω στις κατακόρυφες ράβδους.

Αν η απόσταση των σημείων A_1 και B_1 από το σημείο σκοπεύσεως M είναι μεγαλύτερη από ένα ορισμένο όριο, πάντοτε όμως μικρότερη από 350 m, τότε για να γίνουν ευκρινείς σκοπεύσεις πρέπει η σκοπευτική διάταξη να είναι εφοδιασμένη με τηλεσκόπιο. Μία τέτοια σκοπευτική διάταξη, με την οποία μπορούμε να κάνουμε οριζόντιες σκοπεύσεις σε σχετικά μεγάλες αποστάσεις, είναι ο **χωροβάτης**.

Όσο για τις κατακόρυφες ράβδους, που τοποθετούμε στα σημεία A και B , δεν χρειάζονται δύο, αλλά μία μόνο. Η μοναδική αυτή ράβδος τοποθετείται πρώτα στο σημείο A και έπειτα στο σημείο B . Η ράβδος, για την οποία γίνεται λόγος, δεν είναι άλλη από το γνωστό μας **στόχο**, που χρησιμοποιούμε και στην οπτική μέτρηση οριζόντιων αποστάσεων με τα κοινά ταχύμετρα. Οι ενδείξεις h_A και h_B δίνονται από τις διαιρέσεις που είναι χαραγμένες επάνω στο στόχο.

Χωροβάτης και στόχος αποτελούν το απαραίτητο ζεύγος οργάνων, με τα οποία γίνεται η γεωμετρική χωροστάθμηση. Θα περιγράψουμε πρώτα το χωροβάτη.

10.3 Χωροβάτης.

Όπως είπαμε τίδη, ο χωροβάτης είναι μία σκοπευτική διάταξη εφοδιασμένη με τηλεσκόπιο, με την οποία κάνουμε οριζόντιες σκοπεύσεις. Ο χωροβάτης μοιάζει σε πολλά σημεία με το θεοδόλιχο, έχει όμως και ορισμένες διαφορές, που οφείλονται στο διαφορετικό προορισμό των δύο οργάνων. Τα σημεία ομοιότητας είναι τα εξής:

α) Το κύριο σώμα του χωροβάτη στρέφεται γύρω από έναν άξονα, που αντιστοιχεί στον πρωτεύοντα άξονα $\Pi\Pi$ του θεοδόλοιχου.

β) Τα τηλεσκόπια των δύο οργάνων είναι εντελώς όμοια.

Τα δύο όμως όργανα παρουσιάζουν και τις εξής διαφορές:

α) Στο χωροβάτη δεν υπάρχει δευτερεύων άξονας περιστροφής του τηλεσκόπιου, γιατί η σκοπευτική γραμμή του τηλεσκόπιου πρέπει να είναι πάντοτε οριζόντια.

β) Η αεροστάθμη οριζόντιωσεως της σκοπευτικής γραμμής του τηλεσκόπιου στο χωροβάτη δεν τοποθετείται απλώς και μόνο κάθετα προς τον άξονα $\Pi\Pi$, αλλά επί πλέον είναι και παράλληλη προς τη σκοπευτική γραμμή του τηλεσκόπιου. Επίσης η ευαισθησία της αεροστάθμης του χωροβάτη είναι πολύ μεγαλύτερη από της άεροστάθμης του θεοδόλοιχου.

γ) Στο χωροβάτη δεν υπάρχουν τα διάφορα εξαρτήματα μετρήσεως γωνιών, όπως είναι π.χ. οι δίσκοι, οι δείκτες, τα μικροσκόπια ή τα οπτικά μικρόμετρα κλπ., που υπάρχουν στο θεοδόλιχο, γιατί δεν χρειάζονται. Επίσης δεν υπάρχουν και οι κοχλίες, που έχουν σχέση με την περιστροφή του τηλεσκόπιου γύρω από το δευτερεύοντα άξονα, αφού δεν υπάρχει καν δευτερεύων άξονας.

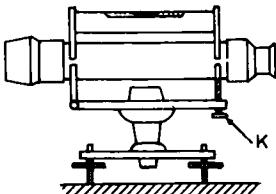
Ως προς τη διαδικασία σκοπεύσεως έχομε πάλι τις εξής ομοιότητες και διαφο-

ρές μεταξύ χωροβάτη και θεοδόλιχου: Κατ' αρχήν και τα δύο όργανα τοποθετούνται επάνω σε τρίποδα. Κέντρωση του χωροβάτη δεν γίνεται, γιατί δεν μας ενδιαφέρει η ακριβής τοποθέτηση του οργάνου επάνω από κάποιο συγκεκριμένο σημείο της επιφάνειας του εδάφους. Συνεπώς την τοποθέτηση του τρίποδα ακολουθεί αμέσως η οριζοντίωση του χωροβάτη, δηλαδή η κατακορύφωση του άξονα ΠΠ.

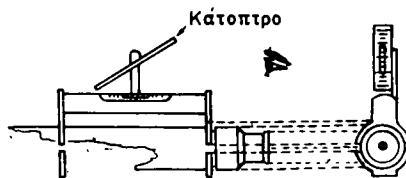
Η οριζοντίωση του χωροβάτη γίνεται **περίπου** με τον ίδιο τρόπο όπως η οριζοντίωση του θεοδόλιχου. Λέμε **περίπου**, γιατί δεν είναι ανάγκη να οριζοντιώσουμε **τελείως** το χωροβάτη, όπως οριζοντιώνομε το θεοδόλο. Αρκεί μία πρόχειρη οριζοντίωση, είτε με τη βοήθεια μιας σφαιρικής αεροστάθμης είτε με την αεροστάθμη του τηλεσκόπου, που στην περίπτωση αυτή τη χρησιμοποιούμε όπως την αεροστάθμη οριζοντιώσεως του θεοδόλιχου, με μία όμως προϋπόθεση: Για κάθε σκόπευση θα κάνομε πλήρη οριζοντίωση της σκοπευτικής γραμμής του τηλεσκόπου, δηλαδή θα φέρουμε τη φυσαλίδα της αεροστάθμης του τηλεσκόπου ακριβώς στο κανονικό της σημείο.

Αυτή η διαφορά οριζοντιώσεως μεταξύ των δύο οργάνων οφείλεται στο γεγονός ότι κατά τη σκόπευση με το θεοδόλο πρέπει όλο το όργανο να είναι οριζοντιώμενο, ενώ κατά τη σκόπευση με το χωροβάτη αρκεί μόνο η σκοπευτική γραμμή του τηλεσκόπου να είναι οριζόντια.

Η αποκατάσταση της αεροστάθμης γίνεται είτε με τον κατάλληλο κοχλία του τρικοχλίου, είτε με ένα ειδικό κοχλία, που συναντάται μόνο στο χωροβάτη. Αυτός έχει τη δυνατότητα να επιφέρει μικρές αλλαγές στην κλίση του τηλεσκόπου και μαζί με το τηλεσκόπιο στην κλίση της αντίστοιχης αεροστάθμης. Ο κοχλίας αυτός (Κ) ονομάζεται **χωροσταθμικός** και δείχγεται στο σχήμα 10.3α.



Σχ. 10.3α.



Σχ. 10.3β.

Η οριζοντίωση της αεροστάθμης στην περίπτωση του χωροβάτη πρέπει να ελέγχεται και να αποκαθίσταται πριν από κάθε σκόπευση. Χρειάζεται λοιπόν, για να μη χρονοτριβούμε, να κάνομε τον έλεγχο από τη θέση σκοπεύσεως.

Για το λόγο αυτό η αεροστάθμη είναι εφοδιασμένη με ένα κάτοπτρο, όπου βλέπομε το γυάλινο τμήμα της μαζί με τη φυσαλίδα, και ανάλογα κάνομε τους χειρισμούς αποκαταστάσεως (σχ. 10.3β). Με παρόμοιο κάτοπτρο είναι εφοδιασμένη, όπως ξέρομε, και η αεροστάθμη του δείκτη των κατακορύφων γωνιών στο θεοδόλο.

10.4 Τύποι χωροβατών.

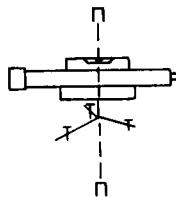
Ανάλογα με τον τρόπο, που συνδέονται μεταξύ τους τα τρία μέρη του χωροβά-

τη, δηλαδή το κύριο σώμα, το τηλεσκόπιο και η αεροστάθμη, διακρίνομε τέσσερεις τύπους χωροβατών. Τους συμβολίζομε με τους λατινικούς αριθμούς I, II, III και IV.

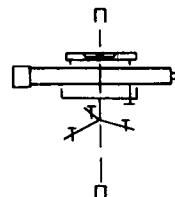
Σε όλους τούς τύπους το τηλεσκόπιο, και μαζί με αυτό και η αεροστάθμη, έχει τη δυνατότητα να στρέφεται γύρω από τον άξονα ΠΠ.

Στον τύπο I τα τρία μέρη είναι στερεά συνδεμένα μεταξύ τους. Με άλλα λόγια κανένα μέρος του χωροβάτη δεν μπορεί να χωρισθεί από τα άλλα δύο (σχ. 10.4α).

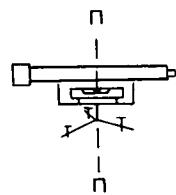
Στον τύπο II καὶ τα τρία μέρη είναι δυνατόν να χωρισθούν από τα υπόλοιπα (σχ. 10.4β).



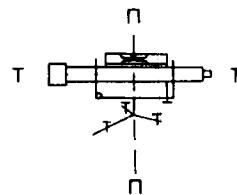
Σχ. 10.4α.



Σχ. 10.4β.



Σχ. 10.4γ.



Σχ. 10.4δ.

Στον τύπο III το τηλεσκοπιο μπορεί να απομονωθεί από τα άλλα μέρη, ενώ η αεροστάθμη στρέφεται γύρω από τον άξονα ΠΠ χωρίς να μπορεί να αποσπασθεί από το κύριο σώμα (σχ. 10.4γ).

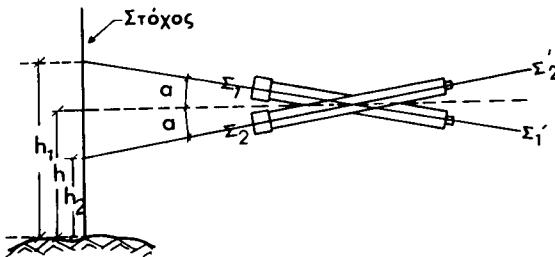
Τέλος **στον τύπο IV** δεν είναι δυνατόν να απομονώσομε τα διάφορα μέρη του οργάνου, το τηλεσκόπιο όμως έχει τη δυνατότητα να στρέφεται γύρω από τον άξονα του ΤΤ. Κατά την περιστροφή του αυτή συμπαρασύρει και την αεροστάθμη, που είναι στερεά συνδεμένη μαζί του και δίδυμη (σχ. 10.4δ).

Από τους τέσσερεις αυτούς τύπους μόνο ο πρώτος κατασκευάζεται σήμερα από τα ειδικά εργοστάσια. Οι άλλοι τρεις, και ιδίως οι τύποι II και III, θεωρούνται απαρχαιωμένοι, γι' αυτό δεν θα τους συμπεριλάβομε στη λεπτομερή περιγραφή του οργάνου. Θα εξηγήσομε μόνο για ποιο λόγο κρίθηκε σκόπιμη η κατασκευή τους στο παρελθόν καθώς και για ποιους λόγους εγκαταλείφθηκαν αργότερα.

Ο λόγος που οδήγησε στην κατασκευή τους ήταν η δυνατότητα να εφαρμόζομε με αυτούς τη λεγόμενη **μέθοδο των δπλών παρατηρήσεων**, η οποία εξουδετερώνει το ενδεχόμενο να μην εκπληρώνεται η βασική συνθήκη ακρίβειας του οργάνου, δηλαδή η παραλληλία μεταξύ της σκοπευτικής γραμμής του τηλεσκοπίου και του άξονα της αεροστάθμης. Αρκεί να είμαστε σε θέση να κάνομε τις εξής δύο

σκοπεύσεις προς την ίδια θέση του στόχου. Την πρώτη με τη σκοπευτική γραμμή να σχηματίζει γωνία κλίσεως + α και τη δεύτερη με τη σκοπευτική γραμμή να σχηματίζει γωνία κλίσεως - α (σχ. 10.4ε). Αν h_1 και h_2 είναι οι αντίστοιχες ενδείξεις του στόχου, τότε η σωστή ένδειξη, που αντιστοιχεί στην οριζόντια σκόπευση, θα

ισούται με $\frac{h_1 + h_2}{2}$.



Σχ. 10.4ε.

Τέτοιου είδους σκοπεύσεις μπορούμε να κάνομε μόνο με τους τύπους II, III και IV, όπου τα διάφορα μέρη του οργάνου δεν είναι στερεά συνδεμένα μεταξύ τους. Όσο για τους λόγους, που οδήγησαν στην εγκατάλειψη αυτών των τύπων, και ιδίως των II και III, είναι οι εξής:

- α) Περίπλοκοι χειρισμοί κατά την εφαρμογή της μεθόδου των διπλών παρατηρήσεων.
- β) Περίπλοκος έλεγχος και αποκατάσταση των διαφόρων συνθηκών ακρίβειας.
- γ) Περίπλοκη και δαπανηρή κατασκευή του οργάνου.
- δ) Μικρή στερεότητα της κατασκευής λόγω μη συμπαγούς συνδέσεως των διαφόρων μερών του οργάνου και συνεπώς μικρή ασφάλεια κατά τις μεταφορές και τους χειρισμούς.
- ε) Τέλος ο κυριότερος λόγος, για τον οποίο εγκαταλείφθηκε η κατασκευή τελείως των τύπων II και III και μερικώς του τύπου IV, υπήρξε η σειρά βελτιώσεων, που επέφεραν οι κατασκευαστές στον τύπο I και ιδιαίτερα η κατασκευή χωροβατών, που επιτρέπουν την αυτόματη οριζόντιωση της σκοπευτικής γραμμής.

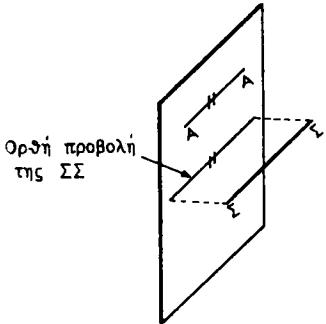
10.5 Συνθήκες ακρίβειας.

Όλοι οι χωροβάτες, άσχετα από τύπο, πρέπει να εκπληρώνουν ορισμένες συνθήκες ακρίβειας, δηλαδή ορισμένες προϋποθέσεις, οι οποίες να μας εξασφαλίζουν ότι οι σκοπεύσεις θα είναι απόλυτα οριζόντιες. Η βασική συνθήκη ακρίβειας, που την αναφέραμε ήδη, είναι η εξής:

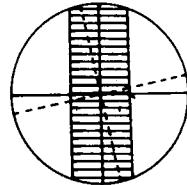
- α) ***Η σκοπευτική γραμμή ΣΣ του τηλεσκόπου πρέπει να είναι παράλληλη προς τον άξονα AA της αεροστάθμης.***

Η παραλληλία αυτή νοείται κυρίως κατά την κατακόρυφη έννοια. Αν θεωρήσουμε δηλαδή το κατακόρυφο επίπεδο, που διέρχεται από τον άξονα AA (σχ. 10.5α), πρέπει η ορθή προβολή της σκοπευτικής γραμμής ΣΣ επάνω στο επίπεδο αυτό να είναι παράλληλη προς την AA.

Εκτός από τη βασική αυτή συνθήκη υπάρχουν και τέσσερεις άλλες, που όμως, ακόμα και όταν δεν ισχύουν **απόλυτα**, δεν επηρεάζουν σοβαρά την ακρίβεια των σκοπεύσεων.



Σχ. 10.5α.



Σχ. 10.5β.

β) Το ένα από τα δύο νήματα του σταυρονήματος πρέπει να είναι οριζόντιο.

Η οριζοντιότητα αυτή μας διευκολύνει ως προς την ανάγνωση του h επάνω στο στόχο, γιατί η αντιστοιχη ένδειξη δεν μεταβάλλεται καθ' όλο το μήκος του νήματος, αρκεί φυσικά ο στόχος να είναι κατακόρυφος. Άλλα και στην περίπτωση, που το νήμα δεν είναι απόλυτα οριζόντιο, έχουμε τη δυνατότητα να λάβομε το ακριβές h , με την προϋπόθεση όμως να κάνουμε την ανάγνωση, που αντιστοιχεί στο κέντρο του σταυρονήματος (σχ. 10.5β).

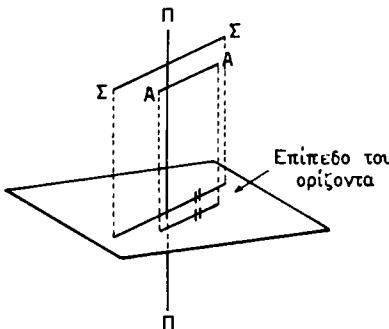
γ) Ο άξονας ΑΑ της αεροστάθμης πρέπει να είναι κάθετος προς τον άξονα περιστροφής ΠΠ.

Εκ πρώτης όψεως η συνθήκη αυτή φαίνεται να είναι πολύ σημαντική, γιατί, όταν κατακορυφώσουμε τον άξονα ΠΠ, εξασφαλίζομε αυτόματα και την οριζοντιότητα της αεροστάθμης σε όλες τις θέσεις σκοπεύσεως. Ενδέχεται όμως από διάφορες αιτίες να συμβεί, ώστε κατά τη διάρκεια των σκοπεύσεων ο άξονας ΠΠ να αποκλίνει ελαφρά από την κατακόρυφο. Αυτό θα έχει σαν αποτέλεσμα ανάλογη απόκλιση και της αεροστάθμης από την οριζόντια θέση. Τότε όμως θα προκύψουν σοβαρά λάθη στην ανάγνωση του h επάνω στο στόχο, ιδίως μάλιστα όταν ο στόχος απέχει πολύ από τη θέση σκοπεύσεως. Είμαστε λοιπόν υποχρεωμένοι πριν από κάθε σκόπευση να ελέγχομε και να αποκαθιστούμε ανελλιπώς την οριζοντιότητα της αεροστάθμης. Με άλλα λόγια είναι περιπτώ να επιδιώκομε απόλυτη κατακορυφότητα του άξονα ΠΠ, δηλαδή απόλυτη καθετότητα ανάμεσα στους άξονες ΑΑ και ΠΠ. Μας αρκεί μία καθετότητα κατά προσέγγιση, όση δηλαδή χρειάζεται για να εξασφαλίσουμε ότι ο άξονας ΠΠ θα είναι σχεδόν κατακόρυφος. Τότε, αφ' ενός μεν το νήμα του σταυρονήματος θα έχει την αναγκαία οριζοντιότητα σε όλες τις σκοπεύσεις, αφ' ετέρου δε οι διαδοχικές οριζοντιώσεις της αεροστάθμης θα απαιτούν ελάχιστους χειρισμούς των κοχλιών του τρικοχλίου.

δ) Η σκοπευτική γραμμή ΣΣ πρέπει να είναι παράλληλη προς τον άξονα της αεροστάθμης ΑΑ όχι μόνο κατά την κατακόρυφη (συνθήκης α), αλλά και κατά την οριζόντια έννοια.

Με άλλα λόγια, αν θεωρήσουμε τις ορθές προβολές των ΣΣ και ΑΑ ως προς το επίπεδο του ορίζοντα, οι προβολές αυτές πρέπει να είναι παράλληλες μεταξύ τους

(σχ. 10.5γ). Αν δεν είναι τότε παρατηρείται το φαινόμενο που ονομάζεται **διχασμός ή διασταύρωση**. Η οριζόντια παραλληλία δεν έχει τόσο μεγάλη σημασία, όσο η κατακόρυφη, γι' αυτό δεν θεωρείται σαν συνθήκη, που πρέπει να ισχύει απόλυτα.



Σχ. 10.5γ.

ε) Κατά τις μετακινήσεις του σταυρονήματος κατά μήκος του τηλεσκόπου, δεν πρέπει να μετατοπίζεται η σκοπευτική γραμμή ΣΣ.

Αυτή η συνθήκη, που πρέπει να ισχύει απόλυτα, εφαρμόζεται σε χωροβάτες με σχετικά παλιάς κατασκευής τηλεσκόπια, όπου προκειμένου να έχομε ευκρινή όραση μετακινούμε το σύστημα των σωλήνων 2 και 3 ως προς το σωλήνα 1. (Βλέπε σχήμα 7.6β του πρώτου τόμου). Κατά τη μετακίνηση όμως αυτή ενδέχεται να μετατοπισθεί η σκοπευτική γραμμή ΣΣ του τηλεσκόπου και να καταστραφεί η κατακόρυφη παραλληλία της με τον άξονα της αεροστάθμης, δηλαδή η πρώτη και βασική συνθήκη του οργάνου. Το φαινόμενο της μετατοπίσεως της ΣΣ ονομάζεται **μετάπτωση**.

Στους σύγχρονους τύπους τηλεσκοπίων (σχ. 7.6η πρώτου τόμου) δεν υπάρχει ο κίνδυνος της μεταπτώσεως, γιατί την ευκρίνεια των ειδώλων την πετυχαίνουμε μετακινώντας μόνο τον ενδιάμεσο ρυθμιστικό φακό. Συνεπώς δεν υπάρχει και ανάγκη ελέγχου της 5ης συνθήκης.

10.6 Έλεγχος και αποκατάσταση συνθηκών ακρίβειας.

Θα εξετάσουμε τώρα πώς γίνεται ο έλεγχος και η αποκατάσταση των συνθηκών ακρίβειας στο χωροβάτη και συγκεκριμένα στον τύπο I. Όσο για τους υπόλοιπους τύπους θα περιορισθούμε να συμπεριλάβομε στο γενικό πίνακα χειρισμών, με τον οποίο κλείνομε αυτή την παράγραφο, και τον τύπο IV, που, αν και σε περιορισμένη κλίμακα, εξακολουθεί να κυκλοφορεί ακόμα στην τεχνική αγορά.

1η Συνθήκη. Κατακόρυφη παραλληλία των ΣΣ και AA.

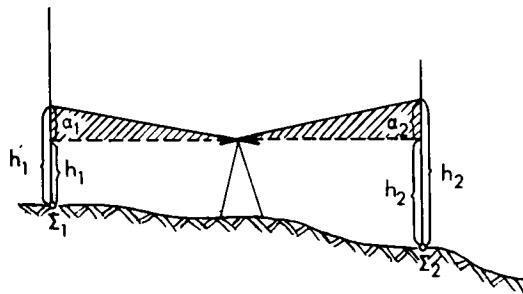
Η μέθοδος που εφαρμόζεται συνήθως για τον έλεγχο και την αποκατάσταση της 1ης συνθήκης, είναι η λεγομένη **χωροστάθμηση από του μέσου και άκρου**. Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, κάνομε δύο χωροσταθμήσεις των ίδιων σημείων Σ_1 και Σ_2 .

Κατά την πρώτη χωροστάθμηση τοποθετούμε το χωροβάτη σε ίσες αποστάσεις από τα δύο σημεία (σχ. 10.6α) και σκοπεύομε προς αυτά με την αεροστάθμη οριζοντιωμένη. Αν υποθέσουμε ότι δεν υφίσταται η παραλληλία Σ/Σ , δηλαδή ότι η σκοπευτική γραμμή δεν είναι οριζόντια, θα προκύψουν επάνω στο στόχο οι εσφαλμένες αναγνώσεις h_1' και h_2' αντί για τις ορθές h_1 και h_2 . Οι αναγνώσεις αυτές συνδέονται με τη σχέση:

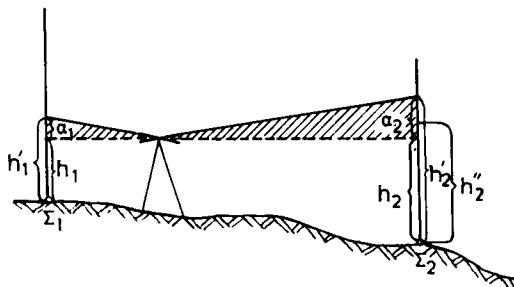
$$\begin{aligned} h_1' - h_1 &= a_1 \\ \text{και} \quad h_2' - h_2 &= a_2 \end{aligned}$$

Από την ισότητα όμως των διαγραμμισμένων τριγώνων του σχήματος προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned} a_1 &= a_2 \\ \text{και} \quad h_1' - h_1 &= h_2' - h_2 \\ \text{ή} \quad h_1' - h_2' &= h_1 - h_2 = \Delta u \end{aligned}$$



Σχ. 10.6α.



Σχ. 10.6β.

Με άλλα λόγια, όταν τοποθετούμε το χωροβάτη σε ίσες αποστάσεις από δύο σημεία ή, όπως λέμε συνήθως, όταν κάνομε **χωροστάθμηση από του μέσου**, βρίσκομε την ακριβή υψομετρική διαφορά Δu των δύο σημείων, άσχετα αν το όργανο εκπληρώνει την 1η συνθήκη ή όχι.

Κατά τη δεύτερη χωροστάθμηση τοποθετούμε το χωροβάτη πολύ κοντά σε ένα από τα δύο σημεία, π.χ. στο Σ_1 (σχ. 10.6β), οπότε, αν δεν υφίσταται η παραλληλία Σ/Σ , θα έχομε την ανισότητα:

$$a_2 > a_1$$

$$h_2' - h_2 > h_1' - h_1$$

$$\Delta'u = h_2' - h_1' > h_2 - h_1 = \Delta u$$

Η διαφορά αυτή μεταξύ των μεγεθών $\Delta'u$ και Δu είναι και το κριτήριο, με το οποίο ελέγχομε, αν ισχύει ή όχι η 1η συνθήκη.

Αν δηλαδή $\Delta'u = \Delta u$, σημαίνει ότι $\Sigma\Sigma//AA$.

Αν όμως $\Delta'u \neq \Delta u$, σημαίνει ότι $\Sigma\Sigma \neq AA$, οπότε για να αποκαταστήσουμε τη συνθήκη αρκεί να διορθώσουμε το όργανο με τέτοιο τρόπο, ώστε να προκύπτει η ανάγνωση h_2' ίση προς $h_1 + \Delta u$, και συνεπώς:

$$h_2'' - h_1' = \Delta u \quad (1)$$

Η διόρθωση αυτή γίνεται, αν μετακινήσουμε τη σκοπευτική γραμμή είτε με το χωροσταθμικό κοχλία του οργάνου (αν υπάρχει), είτε με τους κοχλίες του τρικοχλίου, ως ότου προκύψει η ανάγνωση h_2'' . Κατόπιν, επειδή στο μεταξύ θα έχει καταστραφεί η οριζοντιότητα της αεροστάθμης, την οριζοντιώνομε ξανά με τους διορθωτικούς κοχλίες της. Έτσι αποκαθίσταται η συνθήκη $\Sigma\Sigma//AA$.

Παρατήρηση.

Η σχέση (1) γράφεται και ως εξής:

$$\begin{aligned} h_2'' - h_1' &= h_2 - h_1 \\ \text{ή} \quad h_2'' - h_2 &= h_1' - h_1 = a_1 \end{aligned}$$

Από την τελευταία σχέση προκύπτει ότι η ανάγνωση h_2'' δεν συμπίπτει ακριβώς με την κανονική h_2 αλλά διαφέρει κατά το ελάχιστο μέγεθος a_1 . Με άλλα λόγια, όσο μικρότερο είναι το a_1 , δηλαδή όσο πλησιέστερα προς το Σ , τοποθετήσουμε το χωροβάτη κατά τη δεύτερη χωροστάθμηση, τόσο η διόρθωση της συνθήκης θα είναι τελειότερη.

2η Συνθήκη. Οριζοντιότητα του νήματος.

Επειδή τα νήματα του σταυρονήματος είναι εκ κατασκευής κάθετα μεταξύ τους, όταν το ένα νήμα είναι οριζόντιο, το άλλο θα είναι κατακόρυφο. Συνεπώς αρκεί να ελέγχουμε την κατακορυφότητα του ενός από τα δύο νήματα σκοπεύοντας προς μία κατακόρυφη ευθεία, π.χ. προς το νήμα της στάθμης, οπότε το άλλο νήμα του σταυρονήματος θα είναι οριζόντιο. Εννοείται ότι θα έχει κατακορυφωθεί προηγουμένως ο άξονας περιστροφής Π.Π.

Η συνθήκη, όπως είναι φανερό, αποκαθίσταται, αν περιστρέψουμε το σταυρόνημα με τους ειδικούς κοχλίες, ως ότου το ένα από τα δύο νήματα συμπέσει με το νήμα της στάθμης.

3η Συνθήκη. Καθετότητα των AA και PP.

Οριζοντιώνομε την αεροστάθμη, αφού την καταστήσουμε προηγουμένως παράλληλη προς δύο κοχλίες του τρικοχλίου. Έπειτα στρέφουμε το όργανο γύρω από τον άξονα Π.Π. κατά 180° , οπότε η αεροστάθμη καθίσταται και πάλι παράλληλη προς τους δύο κοχλίες του τρικοχλίου. Αν η φυσαλίδα της δεν εκτραπεί από το κα-

νονικό σημείο, η συνθήκη ΑΑ \perp ΠΠ ισχύει. Αν όμως εκτραπεί, η αποκατάσταση της συνθήκης γίνεται ως εξής, ανάλογα με την περίπτωση:

Αν ο χωροβάτης δεν είναι εφοδιασμένος με χωροσταθμικό κοχλία διορθώνομε την εκτροπή της φυσαλίδας, όπως και κατά την αποκατάσταση της ίδιας συνθήκης με το θεοδόλιχο, δηλαδή κατά το μισό με τους κοχλίες του τρικοχλίου και κατά το άλλο μισό με τους κοχλίες της αεροστάθμης. Στην περίπτωση αυτή πρέπει να ελέγξουμε και να αποκαταστήσουμε πρώτα την 3η συνθήκη και έπειτα την 1η, γιατί διαφορετικά θα καταστρέψουμε την κατακόρυφη παραλληλία των ΑΑ και ΣΣ.

Αν ο χωροβάτης είναι εφοδιασμένος με χωροσταθμικό κοχλία, τότε η εκτροπή της φυσαλίδας διορθώνεται κατά το μισό με τους κοχλίες του τρικοχλίου και κατά το άλλο μισό με το χωροσταθμικό κοχλία. Στην περίπτωση αυτή πρώτα αποκαθίσταται η 1η συνθήκη και έπειτα η 3η.

4η Συνθήκη. Οριζόντια παραλληλία των ΣΣ και ΑΑ.

Αν οριζοντιώσουμε τον άξονα της αεροστάθμης και αποκαταστήσουμε την ισχύ της 1ης συνθήκης, τότε οι ευθείες ΣΣ και ΑΑ θα είναι μεν και οι δύο οριζόντιες, αλλά όχι κατ' ανάγκη και παράλληλες μεταξύ τους.

Αν τώρα στρέψουμε το σύστημα των δύο ευθειών γύρω από έναν άξονα, τον ΚΚ (σχ. 10.6γ), παράλληλο προς την ΑΑ, τότε θα συμβούν τα εξής:

Αν οι ευθείες ΣΣ και ΑΑ είναι παράλληλες, τότε και μετά την περιστροφή τους θα είναι οριζόντιες.

Αν οι ευθείες ΣΣ και ΑΑ δεν είναι παράλληλες, αλλά σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία ω, τότε μόνο η ΑΑ θα εξακολουθήσει να είναι οριζόντια. Η ΣΣ θα πάψει να είναι οριζόντια και θα αποκτήσει τη μεγαλύτερη απόκλισή της, ίση με ω, ως προς την οριζοντιότητα, όταν η γωνία στροφής γύρω από τον άξονα ΚΚ γίνεται 90° (σχ. 10.6γ).

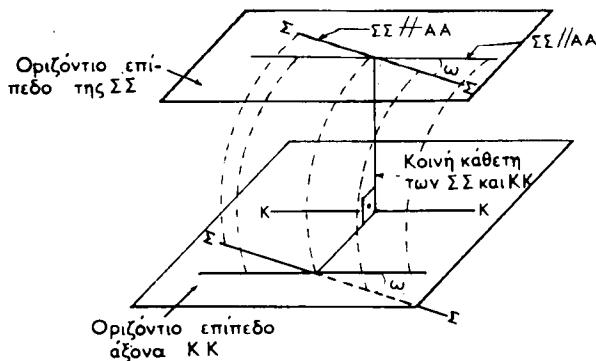
Ας έρθουμε τώρα στον τρόπο ελέγχου της συνθήκης. Πρώτα κατακορυφώνομε περίπου τον άξονα περιστροφής του οργάνου ΠΠ και κατόπιν οριζοντιώνομε απόλυτα την αεροστάθμη, αφού την καταστήσουμε προηγουμένως παράλληλη προς δύο κοχλίες του τρικοχλίου. Έπειτα κάνουμε μια σκόπευση σε απόσταση περίπου 100 m, με αντίστοιχη ένδειξη του στόχου h_1 . Κατόπιν ανεβάζουμε ή χαμηλώνομε λίγο τον τρίτο κοχλία, όποτε το όργανο μαζί με το σύστημα σκοπευτικής γραμμής και άξονα αεροστάθμης θα στραφεί γύρω από την ευθεία των δύο άλλων κοχλιών, δηλαδή τον άξονα ΚΚ. Επειδή ενδέχεται η ευθεία των κοχλιών να μην είναι απόλυτα παράλληλη προς τον άξονα της αεροστάθμης, θα χρειασθεί να οριζοντιώσουμε και πάλι την αεροστάθμη. Κάνουμε τότε και νέα σκόπευση προς το στόχο, όποτε:

α) Αν η ΣΣ είναι παράλληλη προς την ΑΑ, τότε η νέα ένδειξη h_2 θα είναι κατά λίγα χιλιοστά μεγαλύτερη ή μικρότερη από τη h_1 , ανάλογα με το ανέβασμα ή το χαμήλωμα δ της σκοπευτικής γραμμής που προκάλεσε η στροφή (σχ. 10.6δ).

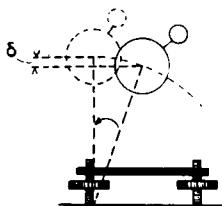
β) Αν η ΣΣ δεν είναι παράλληλη προς την ΑΑ, τότε η νέα ένδειξη h_2 , λόγω της αποκλίσεως της ΣΣ από την οριζοντιότητα θα είναι κατά πολύ διαφορετική από τη h_1 . Αυτή η μεγάλη διαφορά θα μας οδηγήσει στο συμπέρασμα ότι υφίστατο το φαινόμενο του διχασμού. Το φαινόμενο εξαλείφεται με κατάλληλη μετακίνηση του σταυρονήματος κατά την οριζόντια έννοια με τη βοήθεια των πλαγίων κοχλιών του συνήθως από τον ειδικό τεχνίτη.

5η Συνθήκη. Σταθερότητα της σκοπευτικής γραμμής ΣΣ.

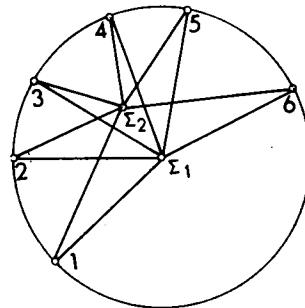
Εκλέγομε ένα γήπεδο σχεδόν οριζόντιο και χαράζομε επάνω στο έδαφος ένα κύκλο με ακτίνα περίπου 100 m. Έπειτα τοποθετούμε το χωροβάτη στο κέντρο Σ , του κύκλου και αφού αποκαταστήσουμε όλες τις άλλες συνθήκες του, κάνουμε οριζόντιες σκοπεύσεις προς τα σημεία 1, 2, 3, 4 κλπ. της περιφέρειας (σχ. 10.6ε). Οι αντίστοιχες υψομετρικές διαφορές $h_1 - h_2$, $h_2 - h_3$, $h_3 - h_4$ κλπ. θα είναι απαλλαγμένες από το σφάλμα της μεταπώσεως, λόγω των ίσων αποστάσεων μεταξύ τηλεσκοπίου και στόχου, που δεν μας αναγκάζουν να μετακινήσουμε το σταυρόνημα.



Σχ. 10.6γ.



Σχ. 10.6δ.



Σχ. 10.6ε.

Στη συνέχεια τοποθετούμε το όργανο σε ένα άλλο σημείο του κύκλου, έστω το Σ_2 , και επαναλαμβάνομε τις σκοπεύσεις προς τα ίδια σημεία της περιφέρειας. Προφανώς κατά τη δεύτερη σειρά σκοπεύσεων θα χρειασθεί να μετακινήσουμε το σταυρόνημα κατά μήκος του τηλεσκόπου, γιατί οι αποστάσεις μεταξύ τηλεσκόπου και στόχου ποικίλλουν. Αν οι νέες υψομετρικές διαφορές $h_1 - h_2$, $h_2 - h_3$, $h_3 - h_4$ κλπ. είναι ίσες προς τις αντίστοιχες παλιές, τότε το όργανο είναι εν τάξει. Αν όμως διαφέρουν, συμπεραίνομε ότι υφίσταται το σφάλμα της μεταπώσεως, οπότε το όργανο πρέπει να διορθωθεί από τον ειδικό τεχνίτη. Υπενθυμίζομε ότι στους χωροβάτες με τηλεσκόπια σύγχρονων τύπων δεν παρίσταται ανάγκη να ελέγχεται η δη συνθήκη.

Πίνακας χειρισμών.

Ως εδώ κάναμε λεπτομερή περιγραφή των χειρισμών ελέγχου και αποκαταστάσεως των συνθηκών ακρίβειας στο χωροβάτη και συγκεκριμένα στον τύπο I. Κατά

ΠΙΝΑΚΑΣ 10.6.1.

Πίνακας χειρισμών ελέγχου και αποκαταστάσεως συνθηκών ακρίβειας χωροθάτη

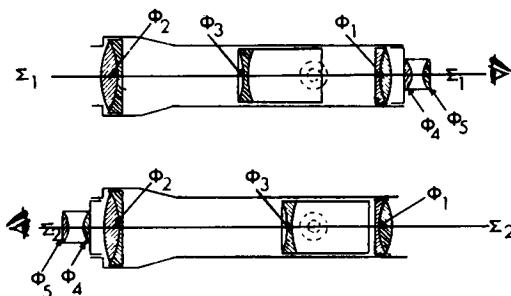
ΤΥΠΟΣ Ia (χωρίς χωροσταθμικό κοχλία)	ΤΥΠΟΣ Ib (με χωροσταθμικό κοχλία)	ΤΥΠΟΣ IV (πάντοτε με χωροσταθμικό κοχλία)
3η Συνθήκη (ΑΑ ⊥ ΠΠ). Διόρθωση αεροστάθμης κατά το μισό με τους κοχλίες του τρικοχλίου και κατά το άλλο μισό με τους κοχλίες της αεροστάθμης.	Προσεγγιστική κατακορύφωση του ΠΠ, χωρίς διόρθωση της 3ης συνθήκης. 2η Συνθήκη. 'Όπως στον τύπο Ia.	Προσεγγιστική κατακορύφωση του ΠΠ, χωρίς διόρθωση της 3ης συνθήκης. 2η Συνθήκη. Στροφή τηλεσκόπου γύρω από τον άξονα του ως ότου συμπέσει το κατακόρυφο νήμα του σταυρονήματος με το νήμα της στάθμης. 1η Συνθήκη (ΣΣ//ΑΑ//Α'Α'). α) Οριζοντιώση ΑΑ — πρώτη σκόπευση. Στροφή τηλεσκόπου γύρω από τον άξονά του κατά 180° — δεύτερη σκόπευση. Διόρθωση σκοπευτικής γραμμής $\frac{h_1 + h_2}{2}$ με τους κοχλίες του σταυρονήματος. β) Οριζοντιώση ΑΑ — πρώτη σκόπευση. Περιστροφή τηλεσκόπου γύρω από τον άξονά του κατά 180°, διόρθωση ΒΒ — δεύτερη σκόπευση. Διόρθωση σκοπευτικής γραμμής άξονα τηλεσκόπου στην ένδειξη $\frac{h_1 + h_2}{2}$ με το χωροσταθμικό κοχλία. γ) Έλεγχος οριζοντιότητας σκοπευτικής γραμμής-άξονα τηλεσκόπου όπως ο έλεγχος 1ης συνθήκης τύπου I. Διόρθωση παραλληλίας ΑΑ και ΒΒ εργαστηριακή.
2η Συνθήκη (οριζοντίωση νήματος). Κατακορύφωση ΠΠ. Περιστροφή σταυρονήματος ως ότου το κατακόρυφο νήμα συμπέσει με το νήμα της στάθμης.	1η Συνθήκη. Διόρθωση σκοπευτικής γραμμής με βάση τον τύπο $h_2 = h_1 + \Delta u$, αλλά με το χωροσταθμικό κοχλία. Διόρθωση κατόπιν της αεροστάθμης με τους κοχλίες της.	
1η Συνθήκη (ΣΣ//ΑΑ). Διόρθωση σκοπευτικής γραμμής με βάση τον τύπο $h_2 = h_1 + \Delta u$ με τους κοχλίες του σταυρονήματος.	3η Συνθήκη. Διόρθωση αεροστάθμης κατά το μισό με τους κοχλίες του τρικοχλίου και κατά το άλλο μισό με το χωροσταθμικό κοχλία. Νέος έλεγχος 2ης συνθήκης.	
4η Συνθήκη (διχασμός). Περιστροφή οργάνου γύρω από άξονα //ΑΑ με τον τρίτο κοχλία του τρικοχλίου. Διόρθωση εργαστηριακή.		4η Συνθήκη. 'Όπως στον τύπο Ia.
5η Συνθήκη (μετάπτωση). Σκόπευση προς σημεία της περιφέρειας κύκλου: α) από το κέντρο του κύκλου β) από άλλο σημείο του κύκλου. Έλεγχος υψομετρικών διαφορών. Διόρθωση εργαστηριακή.	5η Συνθήκη. 'Όπως στον τύπο Ia.	3η Συνθήκη. 'Όπως στον τύπο Ib. Νέος έλεγχος 2ης συνθήκης. 4η Συνθήκη. Περιστροφή τηλεσκόπου κατά 90°. Διόρθωση με τους οριζόντιους κοχλίες του σταυρονήματος. 5η Συνθήκη. 'Όπως στον τύπο Ia.

την περιγραφή αυτή δεν ακολουθήσαμε τη σειρά προτεραιότητας των χειρισμών αλλά τη σειρά σπουδαιότητας των συνθηκών.

Θεωρούμε τώρα σκόπιμο να δώσουμε τον Πίνακα 10.6.1 όπου, εκτός από την απαρίθμηση κατά σειρά προτεραιότητας, γίνεται και μία συνοπτική διατύπωση των χειρισμών, που διευκολύνει την εκμάθησή τους. Στον πίνακα, εκτός από τον τύπο I περιλαμβάνεται, όπως έχομε αναφέρει ήδη και ο τύπος IV.

10.7 Χωροβάτης Zeiss - Wild.

Ένα είδος χωροβάτη με κάποια αξιόλογη κυκλοφορία στην αγορά είναι ο χωροβάτης Zeiss - Wild. Ανήκει στον τύπο IV, δηλαδή έχει την ιδιότητα να περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του ΤΤ παρασύροντας κατά την περιστροφή του και την αεροστάθμη που είναι πάντοτε δίδυμη και που εδώ βρίσκεται στα πλάγια του τηλεσκόπου. Ο χωροβάτης Zeiss-Wild παρουσιάζει ορισμένες βελτιώσεις σε σχέση με τους άλλους χωροβάτες του τύπου του, που τον κάνουν σχετικά περιζήτητο. Οι βελτιώσεις αυτές αφορούν τη σκοπευτική γραμμή και την αεροστάθμη.



Σχ. 10.7a.

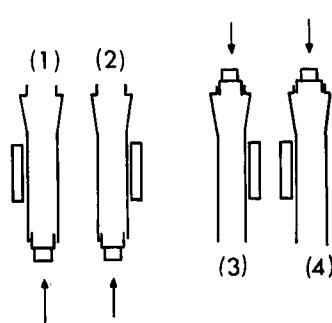
Η σκοπευτική γραμμή στο χωροβάτη Zeiss - Wild μπορεί να αντιστρέφεται, χωρίς να αντιμετατίθενται τα άκρα του τηλεσκόπου. Αυτό επιτυγχάνεται αφ' ενός μεν χάρη στο ρυθμιστικό φακό Φ_3 του τηλεσκόπου Wild, που γνωρίσαμε όταν μιλήσαμε για το θεοδόλιχο (σχ. 7.6η πρώτου τόμου) και αφ' ετέρου χάρη στη δυνατότητα που προσφέρει το τηλεσκόπιο του χωροβάτη Zeiss - Wild να αφαιρείται το προσοφθάλμιο σύστημα των φακών Φ_4 και Φ_5 και να προσαρμόζεται στο άλλο άκρο του τηλεσκόπου (σχ. 10.7a). Με αυτό τον τρόπο και λόγω της ομοιότητας των φακών Φ_1 και Φ_2 , είναι δυνατόν να σκοπεύσει κανείς και κατά την αντίθετη φορά, δηλαδή από τον αντικειμενικό φακό Φ_2 προς τον προσοφθάλμιο Φ_1 . Εννοείται ότι οι δύο σκοπευτικές γραμμές Σ_1, Σ_1 και Σ_2, Σ_2 συμπίπουν.

Μία άλλη βελτίωση του χωροβάτη Zeiss - Wild, που εφαρμόσθηκε και σε άλλους χωροβάτες, είναι ο τρόπος ελέγχου οριζοντιώσεως της αεροστάθμης. Και πάλι ο έλεγχος αυτός γίνεται από τη θέση σκοπεύσεως, αλλά εδώ, χάρη σε ένα κα-

τάλληλο συνδυασμό κατόπιν πρων και πρισμάτων ο παρατηρητής βλέπει το είδωλο της φυσαλίδας μέσα από την οπή του προσοφθάλμιου συστήματος. Αφ' ετέρου το είδωλο της φυσαλίδας δεν σχηματίζεται ολόκληρο πάντοτε, αλλά μόνο, όταν η φυσαλίδα βρίσκεται στο κανονικό σημείο της αεροστάθμης [σχ. 10.7β (α)]. Σε όλες τις άλλες θέσεις της φυσαλίδας το είδωλο χωρίζεται σε δύο, όπως δείχνει το σχήμα 10.7β (β)], και όσο μεγαλύτερη είναι η απόσταση της φυσαλίδας από το κανονικό σημείο, τόσο περισσότερο απέχουν τα δύο τμήματα του ειδώλου μεταξύ τους. Αυτή η διάταξη παρέχει τη δυνατότητα ακριβέστατης οριζοντιώσεως της αεροστάθμης και μάλιστα σε όλες τις θέσεις που παίρνει η αεροστάθμη όταν το τηλεσκόπιο περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του. Φυσικά δεν χρειάζονται πλέον οι γνωστές διαιρέσεις εκατέρωθεν του κανονικού σημείου της αεροστάθμης.



Σχ. 10.7β.



Σχ. 10.7γ.

Ας δούμε τώρα πώς ελέγχονται και αποκαθίστανται οι διάφορες συνθήκες ακρίβειας στο χωροβάτη Zeiss - Wild και ειδικότερα η πρώτη συνθήκη, που είναι και η σημαντικότερη.

Για να ελέγχομε την κατακόρυφη παραλληλία μεταξύ σκοπευτικής γραμμής και άξονα αεροστάθμης σκοπεύομε προς το στόχο κατά τέσσερεις διαφορετικούς συνδυασμούς του χωροβάτη.

Κατά τον πρώτο συνδυασμό το προσοφθάλμιο σύστημα των φακών Φ_4 και Φ_5 βρίσκεται στην κανονική του θέση με την αεροστάθμη προς τα αριστερά του συστήματος. Κατά το δεύτερο συνδυασμό το προσοφθάλμιο σύστημα εξακολουθεί να βρίσκεται στην κανονική του θέση, ενώ η αεροστάθμη μετατίθεται, λόγω στροφής του τηλεσκόπιου γύρω από τον άξονά του κατά 180° , προς τα δεξιά του συστήματος. Κατά τον τρίτο συδυασμό παραμένει στη θέση της η αεροστάθμη και μετατίθεται το προσοφθάλμιο σύστημα. Τέλος κατά τον τέταρτο συνδυασμό το προσοφθάλμιο σύστημα παραμένει στην αντίστροφη θέση του, ενώ η αεροστάθμη μετατίθεται προς τα δεξιά του συστήματος. Οι τέσσερεις συνδυασμοί δείχνονται σε κάτοψη στο σχήμα 10.7γ.

Κατά το έλεγχο της 1ης συνθήκης αρχίζομε τις σκοπεύσεις από τον τέταρτο συδυασμό και καταλήγομε στον πρώτο. Αν οι αντίστοιχες ενδείξεις του στόχου h_4 , h_3 , h_2 και h_1 είναι ίσες μεταξύ τους, η 1η συνθήκη πληρούται. Αν όχι, φέρομε τη σκοπευτική γραμμή στο μέσο όρο των ενδείξεων:

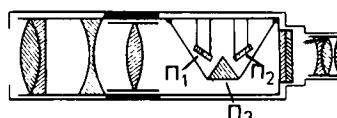
$$\frac{h_4 + h_3 + h_2 + h_1}{4} = h$$

Η μετακίνηση αυτή γίνεται κατ' ανάγκη με το χωροσταθμικό κοχλία, γιατί στο τηλεσκόπιο Wild δεν υπάρχει τρόπος μετακινήσεως του σταυρονήματος. Αυτό όμως προκαλεί την εκτροπή της αεροστάθμης από την οριζοντιότητα. Πρέπει λοιπόν ευθύς αμέσως να διορθώσουμε την αεροστάθμη, οπότε αποκαθίσταται πλήρως η 1η συνθήκη. Διευκρινίζομε ότι και κατά τις τέσσερεις σκοπεύσεις προηγείται απόλυτη οριζοντιώση της αεροστάθμης. Επίσης διευκρινίζομε ότι μεταθέτουμε το προσοφθάλμιο σύστημα μόνον, όταν κάνομε έλεγχο της 1ης συνθήκης. Η κανονική εργασία της χωροσταθμήσεως διεξάγεται με τον πρώτο συνδυασμό του χωροβάτη, όπου και επιδιώκομε να καταλήξουμε μετά την αποκατάσταση της 1ης συνθήκης.

Για τις άλλες συνθήκες γίνονται οι χειρισμοί, που ισχύουν γενικά στον τύπο IV.

10.8 Χωροβάτες αυτόματης οριζοντιώσεως.

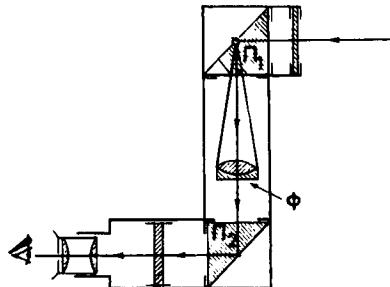
Οι χωροβάτες αυτόματης οριζοντιώσεως είναι οι πιο σύγχρονοι τύποι χωροβάτη. Η οριζοντιώση της σκοπευτικής γραμμής στους τύπους αυτούς γίνεται αυτόματα, αφού όμως προηγηθεί μία χονδροειδής οριζοντιώση του οργάνου με τη βοήθεια μιας σφαιρικής αεροστάθμης. Η αυτόματη οριζοντιώση της σκοπευτικής γραμμής επιτυγχάνεται με ένα πρόσθετο σύστημα πρισμάτων ή φακών, που λέγεται **ισοσταθμητής** και που παρεμβάλλεται ανάμεσα στον προσοφθάλμιο και τον αντικειμενικό φακό. Ορισμένα από τα στοιχεία του ισοσταθμητή δεν είναι στερεά συνδεμένα, αλλά αναρτώνται μέσα στο τηλεσκόπιο. Συνεπώς αλλάζουν θέση ανάλογα με την κλίση του τηλεσκόπιου. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα οι οπικές ακτίνες που μπαίνουν στο τηλεσκόπιο, να βγαίνουν πάντοτε οριζόντιες, αφού προηγουμένως υποστούν μία σειρά διαθλάσεων. Αυτό συμβαίνει ανεξάρτητα από την κλίση του τηλεσκόπιου, αρκεί μόνο η κλίση αυτή να είναι μικρότερη από κάποιο ορισμένο όριο. Διαφορετικά οι οπικές ακτίνες δεν ακολουθούν την πορεία, που τις καθιστά οριζόντιες, και αυτός είναι ο λόγος, που επιβάλλει τη χονδροειδή αρχική οριζοντιώση του οργάνου. Μόλις η φυσαλίδα της σφαιρικής αεροστάθμης πλησιάσει το κανονικό σημείο, η κλίση του τηλεσκόπιου γίνεται μικρότερη από το ορισμένο όριο και αρχίζει η αυτόματη οριζοντιώση της σκοπευτικής γραμμής.



Σχ. 10.8α.

Ένας τέτοιος χωροβάτης, όπου ο ισοσταθμητής αποτελείται από δύο σταθερά πρίσματα Π_1 , και Π_2 και ένα αναρτημένο Π_3 (σχ. 10.8α), είναι ο αυτόματος χωροβάτης Zeiss Ni2. Τελείως διαφορετική διάταξη έχει ο αυτόματος χωροβάτης Filotechnica Salmoiraghi, ο οποίος δεν παρουσιάζει καμία εξωτερική ομοιότητα με τους

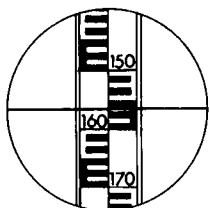
κλασσικούς τύπους χωροβάτη. Αποτελείται από δύο σωλήνες κάθετους μεταξύ τους με δύο σταθερά πρίσματα Π_1 , και Π_2 και με το αναρτημένο σύστημα φακών Φ . Η διάταξη του χωροβάτη αυτού και η πορεία των οπτικών ακτίνων φαίνονται στο σχήμα 10.8β.



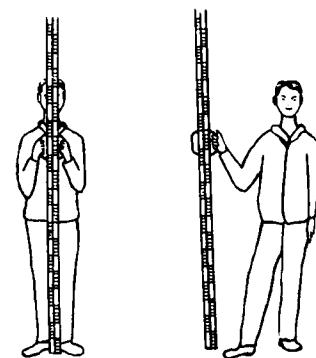
Σχ. 10.8β.

10.9 Στόχος.

Για το στόχο μιλήσαμε εκτενώς στην οπτική μέτρηση οριζοντίων αποστάσεων (κεφ. 15 πρώτου τόμου), συνεπώς είναι καθ' όλα γνωστό όργανο. Οι αναγνώσεις κατά τις οριζόντιες σκοπεύσεις δεν είναι παρά οι διαιρέσεις του στόχου, με τις οποίες συμπίπτει το οριζόντιο νήμα του σταυρονήματος. Π.χ. η ανάγνωση στο σχήμα 10.9α είναι 1,565 m. Προφανώς, ενώ για τα εκατοστόμετρα γίνεται ακριβής μέτρηση, τα χιλιοστόμετρα μετρούνται κατ' εκτίμηση. Επίσης είναι φανερό ότι όσο πλησιέστερα βρίσκεται ο στόχος, τόσο ακριβέστερη ανάγνωση κάνομε.



Σχ. 10.9α.



Καλή στάση

Κακή στάση

Σχ. 10.9β.

Σπουδαίο ρόλο στη χωροστάθμηση παίζει η κατακόρυφη στάση του στόχου κατά τη σκόπευση. Όταν ο στόχος δεν είναι κατακόρυφος, αντί για την ορθή ένδειξη διαβάζομε την εσφαλμένη $h' > h$. Όσο μεγαλύτερη είναι η απόκλιση του στόχου από την κατακόρυφη τόσο μεγαλύτερο είναι το σφάλμα $h' - h$. Πρακτικά η κατακό-

ρύφωση του στόχου επιτυγχάνεται με την κατάλληλη στάση του στοχοφόρου (σχ. 10.9β). Αν μάλιστα ο στόχος είναι εφοδιασμένος και με σφαιρική αεροστάθμη, που την παρακολουθεί ο στοχοφόρος, η κατακορύφωση γίνεται ακόμα τελειότερη. Πολύ πιο αποτελεσματικός αλλά και πιο περίπλοκος είναι ο έλεγχος της κατακορυφότητας με το νήμα της στάθμης. Δεν παραλείπομε να αναφέρουμε ότι για χωροσταθμήσεις μεγάλης ακρίβειας οι στόχοι είναι εφοδιασμένοι με βερνιέρο για να γίνεται ακριβής ανάγνωση των χιλιοστομέτρων.

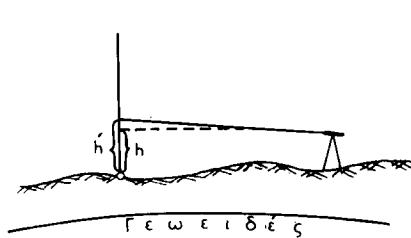
Με όσα είπαμε παραπάνω δεν σημαίνει ότι η κατακορυφότητα του στόχου είναι αμελητέα κατά την οπτική μέτρηση. Πρέπει όμως να τονίσουμε ότι εκεί δεν επιδιώκεται με τόση σχολαστικότητα, με όση επιδιώκεται στη χωροσταθμηση.

10.10 Σφάλματα χωροσταθμήσεως.

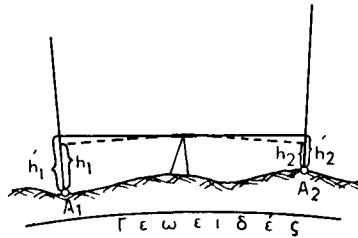
Σφάλματα χωροσταθμήσεως ονομάζουμε τα σφάλματα εκείνα, που γίνονται κατά τη χωροσταθμηση και που είναι άσχετα προς την ακρίβεια των οργάνων, δηλαδή του χωροβάτη και του στόχου.

Τα κυριότερα από τα σφάλματα χωροσταθμήσεως είναι τα εξής: Το **σφάλμα σφαιρικότητας**, το **σφάλμα διαθλάσεως**, το **σφάλμα κατακορυφότητας του στόχου** και το **σφάλμα καθιζήσεως**.

Ονομάζουμε **σφάλμα σφαιρικότητας** τη διαφορά $h' - h$, όπου h' είναι η πραγματική ένδειξη του στόχου και h η ένδειξη, που θα προέκυπτε, αν η σκοπευτική γραμμή του τηλεσκόπου δεν ήταν ευθεία, αλλά ακολουθούσε τη σφαιρικότητα της γης (σχ. 10.10α).



Σχ. 10.10α.



Σχ. 10.10β.

Το σφάλμα σφαιρικότητας δεν είναι σοβαρό και δεν λαμβάνεται υπόψη, όταν έχουμε νά κάνουμε χωροσταθμήσεις μικρής ακρίβειας. Σε χωροσταθμήσεις όμως μεγάλης ακρίβειας λαμβάνεται σοβαρά υπόψη και αντιμετωπίζεται ως εξής:

Έστω ότι θέλουμε να προσδιορίσουμε την υψομετρική διαφορά μεταξύ των σημείων A_1 και A_2 . Αν τοποθετήσουμε το χωροβάτη σε απόσταση, που να απέχει εξίσου από τα δύο σημεία (σχ. 10.10β), θα έχουμε προφανώς:

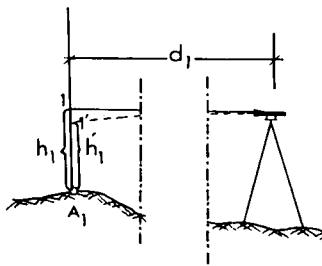
$$h' - h_1 = h'_2 - h_2$$

Η σχέση αυτή γράφεται:

$$h' - h'_2 = h_1 - h_2$$

Παρατηρούμε δηλαδή ότι η θεωρητική διαφορά $h_1 - h_2$ ισούται με τη διαφορά $h'_1 - h'_2$ των ενδείξεων του στόχου. Επομένως το σφάλμα σφαιρικότητας εξουδετερώνεται με τη γνωστή μας τίδη χωροστάθμηση από του μέσου.

Ας έρθομε τώρα στο **σφάλμα διαθλάσεως**. Όπως γνωρίζομε από τη Φυσική, οι οπτικές ακτίνες, που βαίνουν παράλληλα προς το έδαφος, δεν είναι ευθείες, αλλά καμπύλες, λόγω του φαινομένου της διαθλάσεως. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα, όταν κάνομε μία οριζόντια σκόπευση, να μη βλέπομε στο κέντρο του σταυρονήματος το σημείο 1, που προκύπτει σαν θεωρητικό σημείο τομής του στόχου και της προεκτάσεως της σκοπευτικής γραμμής, αλλά ένα άλλο σημείο, που βρίσκεται χαμηλότερα από το 1, το 1' (σχ. 10.10γ). Η απόσταση μεταξύ των σημείων 1 και 1' είναι το σφάλμα διαθλάσεως.



Σχ. 10.10γ.

Το σφάλμα διαθλάσεως εξαρτάται αφ' ενός μεν από την απόσταση d_1 του σημείου σκοπεύσεως, αφ' ετέρου δε από την ένδειξη h_1 του στόχου. Όταν μεγαλώνει ή μικραίνει το d_1 , μεγαλώνει επίσης η μικραίνει και το σφάλμα διαθλάσεως. Αντίθετα το σφάλμα διαθλάσεως επηρεάζεται ελάχιστα από το ύψος h_1 . Συγκεκριμένα το σφάλμα μεγαλώνει όσο μικραίνει το h_1 , με την προϋπόθεση ότι το h_1 είναι μεγαλύτερο από 50 cm. Όταν το h_1 γίνει μικρότερο από 50 cm, η αυξηση του σφάλματος διαθλάσεως είναι ραγδαία.

Ας εξετάσομε τώρα πώς αντιμετωπίζεται το σφάλμα διαθλάσεως. Πρώτα - πρώτα δεν πρέπει να κάνομε πολύ χαμηλές σκοπεύσεις (χαμηλότερες από 50 cm).

Επίσης τοποθετούμε το όργανο σε θέση, που να απέχει εξ ίσου από τα σκοπευόμενα σημεία A_1 και A_2 , οπότε έχομε και πάλι τη σχέση:

$$h_1 - h_2 = h'_1 - h'_2$$

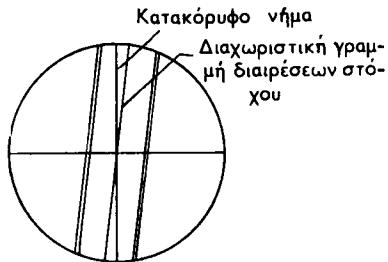
λόγω της ισότητας των σφαλμάτων διαθλάσεως $1 - 1'$ και $2 - 2'$ ήτοι λόγω της ισότητας:

$$h_1 - h'_1 = h_2 - h'_2$$

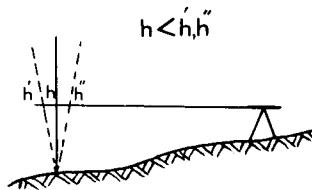
Βλέπομε δηλαδή ότι τόσο το σφάλμα σφαιρικότητας, όσο και το σφάλμα διαθλάσεως εξουδετερώνεται με τη χωροστάθμηση από του μέσου. Αξιοσημείωτο είναι ότι η χωροστάθμηση από του μέσου εξουδετερώνει και ενδεχόμενο σφάλμα

της σκοπευτικής γραμμής, όπως έχουμε ήδη αναφέρει στα σχετικά με την 1η συνθήκη του χωροβάτη τύπου I (παράγρ. 10.6).

Το **σφάλμα κατακορυφότητας του στόχου** διορθώνεται κατ' αρχήν με κατάλληλες κινήσεις του στόχου, ως ότου η διαχωριστική γραμμή διαιρέσεων συμπέσει με το κατακόρυφο νήμα του σταυρονήματος (σχ. 10.10δ).



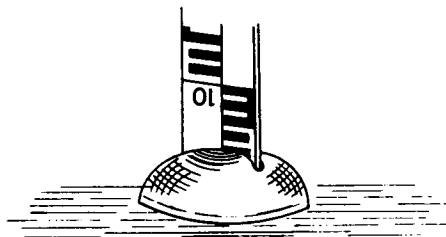
Σχ. 10.10δ.



Σχ. 10.10ε.

Έτσι διορθώνεται το σφάλμα κατακορυφότητας κατά τη μία έννοια. Έπειτα ο στοχοφόρος κινεί ελαφρά το στόχο μέσα στο κατακόρυφο επίπεδο, που σχηματίζουν ο άξονας ΠΠ του χωροβάτη και η σκοπευτική γραμμή, χωρίς φυσικά να μετακινήσει το σημείο εδράσεως του στόχου. Αυτό θα έχει σαν αποτέλεσμα να προκύψουν κατά τη σκόπευση διάφορες ενδείξεις h (σχ. 10.10ε). Η μικρότερη από τις ενδείξεις αυτές αντιστοιχεί στην κατακόρυφη θέση του στόχου και συνεπώς είναι η κανονική ένδειξη.

Τέλος το **σφάλμα καθιζήσεως** εμφανίζεται, όταν υποχωρούν τα σημεία στηρίξεως είτε του χωροβάτη, είτε του στόχου. Στην πρώτη περίπτωση πρόκειται για καθίζηση των σημείων στηρίξεως του χωροβάτη, που γίνεται μεταξύ δύο σκοπεύσεων από την ίδια στάση του οργάνου προς δύο διαφορετικά σημεία. Στη δεύτερη περίπτωση πρόκειται για καθίζηση του σημείου στηρίξεως του στόχου, που γίνεται μεταξύ δύο σκοπεύσεων προς το ίδιο σημείο, αλλά από διαφορετικές στάσεις του οργάνου.



Σχ. 10.10στ.

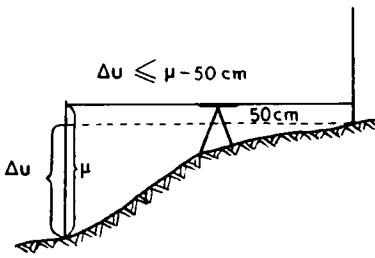
Και στις δύο περιπτώσεις το σφάλμα καθιζήσεως αντιμετωπίζεται με την κατάληλη εκλογή του εδάφους στηρίξεως. Στη δεύτερη περίπτωση μάλιστα, αν παραστεί ανάγκη, στηρίζομε το στόχο με ένα ειδικό πέλμα (σχ. 10.10στ) και έτσι ελαττώνομε τις πιέσεις, που ασκεί επάνω στο έδαφος ο στόχος λόγω του βάρους του.

10.11 Απλή χωροστάθμηση.

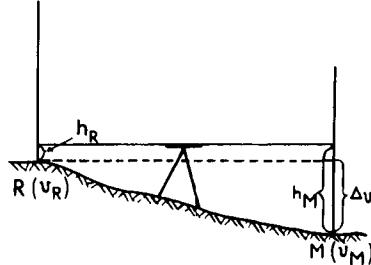
Απλή ονομάζεται η χωροστάθμηση, όταν μπορούμε να προσδιορίσουμε την υψομετρική διαφορά δύο σημείων με μία μόνο στάση του οργάνου. Για να συμβεί αυτό πρέπει:

α) Η υψομετρική διαφορά Δυ των δύο σημείων να είναι μικρότερη από το μήκος μ του στόχου μείον 50 cm (σχ. 10.11α).

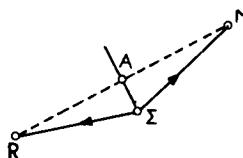
β) Η οριζόντια απόσταση μεταξύ των δύο σημείων να επιτρέπει ευκρινείς σκοπεύσεις προς τα δύο σημεία, αν τοποθετήσουμε το χωροβάτη περίπου στο μέσον της αποστάσεως αυτής. **Ευκρινής** λέγεται μία σκόπευση, όταν μας δίνει τη δυνατότητα να εκτιμήσουμε επάνω στο στόχο τα χιλιοστά του μέτρου. Με τη μεγεθυντική δύναμη, που έχουν τα συνηθισμένα τηλεσκόπια, η μέγιστη απόσταση ευκρινούς σκοπεύσεως l^* δεν είναι μεγαλύτερη από 50 ως 60 m.



Σχ. 10.11α.



Σχ. 10.11β.



Σχ. 10.11γ.

Ας υποθέσουμε ότι R και M είναι τα δύο σημεία, των οποίων θέλομε να προσδιορίσουμε την υψομετρική διαφορά (σχ. 10.11β), και ότι γνωρίζομε το υψόμετρο u_R του σημείου R. Αν η διαφορά $\Delta u = u_M - u_R = h_R - h_M$ είναι θετική, την προσθέτομε στο u_R και προκύπτει το u_M . Αν είναι αρνητική, όπως συμβαίνει για το σχήμα 10.11β, την αφαιρούμε από το u_R και προκύπτει το u_M .

Η σκόπευση προς το σημείο R, δηλαδή προς το σημείο με το γνωστό υψόμετρο, ονομάζεται **οποθοσκόπευση**. Αφ' ετέρου η σκόπευση προς το σημείο M, δηλαδή προς το σημείο με το άγνωστο υψόμετρο, ονομάζεται **εμπροσθοσκόπευση**.

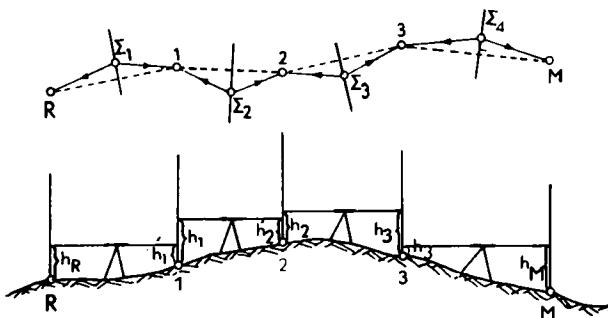
Κατά την απλή χωροστάθμηση τοποθετούμε το χωροβάτη σε τέτοια θέση, ώστε να ισαπέχει από τα σκοπευόμενα σημεία (χωροστάθμηση από του μέσου), οπότε εκτός από τα σφάλματα σφαιρικότητας, διαθλάσσεως και σκοπευτικής γραμμής εξουδετερώνομε και το σφάλμα μεταπτώσεως. Το σημείο στάσεως Σ του οργάνου δεν είναι ανάγκη να συμπίπτει με το μέσο Α της αποστάσεως των δύο σημείων, αλλά αρκεί να κείται επάνω στη μεσοκάθετο του ευθυγράμμου τμήματος

RM , οπότε $\Sigma R = \Sigma M$ (σχ. 10.11γ). Εκλέγεται όμως όσο το δυνατόν πλησιέστερα προς το σημείο A, γιατί τότε μικράνουν οι αποστάσεις ΣR και ΣM και συνεπώς αυξάνει η ευκρίνεια των σκοπεύσεων.

10.12 Χωροστάθμηση με όδευση.

Η χωροστάθμηση με όδευση αφορά και πάλι τον προσδιορισμό της υψομετρικής διαφοράς των σημείων R και M. Συμβαίνει όμως η υψομετρική διαφορά αυτή να είναι μεγαλύτερη από 50 cm ($\mu =$ το μήκος του στόχου) ή η οριζόντια απόσταση μεταξύ των δύο σημείων να είναι μεγαλύτερη από $2l^*$, δηλαδή από 120 m περίπου, ή και τα δύο μαζί, οπότε δεν επαρκεί μία μόνο στάση του χωροβάτη.

Εκλέγομε τότε τα ενδιάμεσα σημεία 1, 2 και 3 ούτως, ώστε-αφ' ενός μεν οι υψομετρικές διαφορές $u_1 - u_R$, $u_2 - u_1$, $u_3 - u_2$ και $u_M - u_3$ να είναι μικρότερες από $\mu = 50 \text{ cm}$, αφ' ετέρου δε οι αποστάσεις μεταξύ των σημείων R και 1, 1 και 2, 2 και 3, 3 και M να είναι μικρότερες από $2l^*$ (σχ. 10.12a).



Σχ. 10.12a.

Μετά την εκλογή των ενδιαμέσων αυτών σημείων τοποθετούμε το χωροβάτη σε τέτοια θέση, ώστε να ισαπέχει από τα σημεία R και 1 και προβαίνομε σε οπισθοσκόπευση προς το R και εμπροσθοσκόπευση προς το 1. Έπειτα, χωρίς να μετατοπίσουμε το στόχο από το σημείο 1, μεταφέρομε το χωροβάτη από τη στάση Σ_1 στη στάση Σ_2 (σχ. 10.12a) και κάνομε οπισθοσκόπευση προς το 1 και εμπροσθοσκόπευση προς το 2. Με την ίδια διαδικασία συμπληρώνονται τελικά τέσσερις απλές χωροστάθμησεις με οπισθοσκοπεύσεις προς τα σημεία R, 1, 2, και 3 και εμπροσθοσκοπεύσεις προς τα σημεία 1, 2, 3 και M. Αν καλέσομε h_R , h_1 , h_2 , h_3 τις ενδείξεις των οπισθοσκοπεύσεων και h'_1 , h'_2 , h'_3 , h_M τις ενδείξεις των εμπροσθοσκοπεύσεων, θα έχομε:

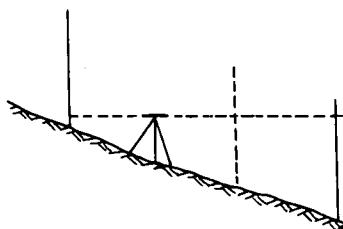
$$\begin{aligned} u_1 - u_R &= h_R - h'_1 \\ u_2 - u_1 &= h_1 - h'_2 \\ u_3 - u_2 &= h_2 - h'_3 \\ u_M - u_3 &= h_3 - h_M \end{aligned}$$

Προσθέτομε τις ισότητες αυτές κατά μέλη και προκύπτει:

$$u_M - u_R = (h_R + h_1 + h_2 + h_3) - (h'_1 + h'_2 + h'_3 + h_M)$$

Αυτό σημαίνει ότι: **η υψομετρική διαφορά των σημείων R και M ισούται με το άθροισμα των ενδείξεων των οπισθοσκοπεύσεων μείον το άθροισμα των ενδείξεων των εμπροσθοσκοπεύσεων των διαφόρων απλών χωροσταθμήσεων, στις οποίες αναλύεται η χωροστάθμηση με όδευση.**

Πρακτικά η τοποθέτηση του χωροβάτη σε ίσες αποστάσεις κατά τη χωροστάθμηση με όδευση εφαρμόζεται μόνο σε οριζόντια εδάφη ή σε εδάφη, που παρουσιάζουν μικρές κλίσεις. Όταν όμως η κλίση του εδάφους είναι μεγάλη, οπότε εκείνο που μας αναγκάζει να εκλέξουμε τα ενδιάμεσα σημεία 1, 2, 3, κλπ., είναι η μεγάλη υψομετρική διαφορά μεταξύ των σημείων R και M, επιδιώκομε να εξαντλήσουμε όλο το μήκος του στόχου ανάμεσα στην καθεμία οπισθοσκόπευση και την επόμενη εμπροσθοσκόπευση. Έτσι μειώνομε τον αριθμό των ενδιάμεσων σημείων και συνεπώς τον αριθμό των απλών χωροσταθμήσεων. Αυτό επιτυγχάνεται μόνο αν τοποθετήσουμε το χωροβάτη πολύ πλησιέστερα προς το υψηλότερο από τα σκοπεύμενα σημεία, όπως φαίνεται στο σχήμα 10.12β. Με άλλα λόγια δεν τηρούμε τον κανόνα της χωροσταθμήσεως από του μέσου. Μάλιστα για τον ίδιο λόγο, δηλαδή για να μειώσουμε τον αριθμό των απλών χωροσταθμήσεων, δεν τηρούμε συνήθως και το όριο των 50 cm κατά τις χαμηλές σκοπεύσεις. Φυσικά αυτές οι αποκλίσεις από τους κανόνες της ορθής χωροσταθμήσεως επιτρέπονται μόνο για χωροσταθμήσεις μικρής ή το πολύ μέτριας ακρίβειας **και υπό τον όρο ότι προηγουμένως έχομε αποκαταστήσει πλήρως τις συνθήκες ακρίβειας του οργάνου.**



Σχ. 10.12β.

Για να ελέγξουμε την ακρίβεια μιας χωροσταθμήσεως με όδευση, δεν αρκούμαστε μόνο στην απλή διαδρομή R – 1 – 2 – 3 – M, αλλά επιστρέφομε από το M στο R με τη νέα όδευση M – 4 – 5 – 6 – R. Τα ενδιάμεσα σημεία της επιστροφής δεν είναι ανάγκη να συμπίπουν με εκείνα της μεταβάσεως. Πρέπει όμως να εκλεγούν με τα ίδια κριτήρια, που εξελέγησαν και εκείνα.

Mία τέτοια χωροστάθμηση ονομάζεται **χωροστάθμηση διπλής διαδρομής** (aller - retour). Η ακρίβεια μιας χωροσταθμήσεως διπλής διαδρομής ελέγχεται από το γεγονός ότι η υψομετρική διαφορά $\Delta u = u_M - u_R$, που προκύπτει κατά τη μετάβαση, πρέπει να είναι ίση και αντίθετη με την υψομετρική διαφορά $\Delta u' = u_R - u_M$, που προκύπτει κατά την επιστροφή.

Συνήθως όμως αυτό δεν συμβαίνει και η διαφορά $\Delta u - \Delta u' = \omega$ ονομάζεται σφάλμα χωροσταθμήσεως. Το σφάλμα χωροσταθμήσεως εκφράζεται σε χιλιοστόμετρα και είναι ανεκτό, όταν:

$$\frac{|\omega|}{\sqrt{L}} \leq 10 \text{ mm}$$

όπου $|\omega|$ συμβολίζει την απόλυτη τιμή της διαφοράς ω, δηλαδή το ω χωρίς το πρόσημό του, και L είναι το συνολικό μήκος της οδεύσεως, δηλαδή το μήκος της κλειστής τεθλασμένης γράμμης $R - \Sigma_1 - 1 - \Sigma_2 - 2 - \Sigma_3 - 3 - \Sigma_4 - M - \Sigma_5 - 4 - \Sigma_6 - 5 - \Sigma_7 - 6 - \Sigma_8 - R$ σε km. Υποτίθεται φυσικά ότι θα έχουν μετρηθεί οι αποστάσεις των διαφόρων στάσεων του οργάνου από τα σκοπευόμενα σημεία. Η μέτρηση αυτή γίνεται με μία από τις πρόχειρες μεθόδους μετρήσεως μηκών, που περιγράψαμε στο κεφάλαιο 17 του πρώτου τόμου.

Αν διαπιστωθεί ότι $\frac{|\omega|}{\sqrt{L}} > 10 \text{ mm}$, τότε η χωροστάθμηση πρέπει να επαναληφθεί. Αν $\frac{|\omega|}{\sqrt{L}} \leq 10 \text{ mm}$, η χωροστάθμηση είναι ακριβής, αλλά πρέπει να κατα-

νείμομε το σφάλμα χωροστάθμησεως ω στα διάφορα υψόμετρα. Η κατανομή αυτή, που έχει χαρακτήρα διορθώσεως των υψομέτρων, γίνεται ως εξής:

Αν ενδιαφερόμαστε μόνο για το υψόμετρο του σημείου M , αφαιρούμε ή προσθέτουμε στο u_M , ανάλογα με το πρόσημο του σφάλματος χωροστάθμησεως, την ποσότητα $\frac{\omega}{2}$. Αν ενδιαφερόμαστε και για το υψόμετρο κάποιου ενδιάμεσου σημείου, έστω του σημείου N , τότε αφαιρούμε ή προσθέτουμε στο αντίστοιχο u_N , ανάλογα και πάλι με το πρόσημο του σφάλματος χωροστάθμησεως την ποσότητα ω_N , που προκύπτει από τη σχέση: $\omega_N = \frac{\omega}{L} \cdot L_N$, όπου L_N η απόσταση του ενδιάμεσου σημείου N από την αφετηρία R επάνω στην τεθλασμένη γραμμή $R - \Sigma_1 - 1 - \Sigma_2 - 2 - \Sigma_3 \dots$ κλπ.

Αυτή η ανάγκη να διορθώσουμε τα υψόμετρα των ενδιαμέσων σημείων μιας οδεύσεως, παρουσιάζεται κάθε φορά που κάνομε μία μεγάλη όδευση $R - M_1 - M_2 \dots M_y$, κατά την οποία, εκτός από το τέλος της οδεύσεως M_y , μας ενδιαφέρει να προσδιορίσουμε και τα υψόμετρα των ενδιαμέσων σημείων M .

Μία άλλη περίπτωση χωροστάθμησεως με όδευση είναι και η περίπτωση, όπου γνωρίζομε τα υψόμετρα της αρχής R_1 , και του τέλους R_2 μιας οδεύσεως, αλλά θέλομε να προσδιορίσουμε και τα υψόμετρα διαφόρων ενδιαμέσων σημείων M . Περιοριζόμαστε τότε σε μία μόνο διαδρομή, αφού η γνώση του υψομέτρου του τέλους της οδεύσεως μας παρέχει και τη δυνατότητα του ελέγχου. Πρέπει δηλαδή το υψόμετρο u_{R_2} , που προκύπτει από τη χωροστάθμηση, να συμπίπτει με το δεδομένο υψόμετρο u_{R_2} του σημείου R_2 . Το σφάλμα χωροστάθμησεως ω στην περίπτωση αυτή ιστούται με τη διαφορά των δύο u_{R_2} . Κατά τα άλλα ισχύουν όσα είπαμε για τη χωροστάθμηση διπλής διαδρομής.

Οι Πίνακες 10.12.1 και 10.12.2 αναφέρονται σε δύο παραδείγματα χωροστάθμησεως με όδευση, από τα οποία το πρώτο αφορά χωροστάθμηση διπλής διαδρομής και το δεύτερο χωροστάθμηση απλής διαδρομής μεταξύ δύο υψομετρικών αφετηριών.

ΠΙΝΑΚΑΣ 10.12.1.

Υπόδειγμα σημειωμάτων χωροσταθμήσεως με διευση. (Δηλής Διαδρομή)



ΠΙΝΑΚΑΣ 10.12.2.

**Υπόδειγμα σημειωματαρίου
χωροσταθμήσεως με δέουση με γνωστά υψόμετρα άκρων
(Κλειστή χωροσταθμική δέουση)**

Σημεία	Αποστάσεις σε m	Ενδείξεις στόχου σε mm		Υψομετρικές διαφορές		Υψόμετρα
		Οπισθ.	Εμπροσθ.	+	-	
R	86	1 456				18,457
1	80	1 065	2 163		0 707	17,750
2	82	1 783	2 361		1 296	16,454
3	66	2 561	1 164	0 619		17,073
M ₁	74	3 462	0 803	1 758		18,831
4	78	1 602	2 805	0 657		-2
5	81	1 011	2 508		0 906	19,488
6	77	0 803	1 812		0 801	18,582
M ₂	86	09 83	1 612		0 809	17,781
7	56	1 915	0 634	0 349		16,972
8	54	3 108	0 815	1 100		-4
M ₃	79	3 406	0 628	2 480		17,321
9	48	0 804	2 120	1 286		18,421
10	51	0 503	3 426		2 622	20,901
R ₂			3 743		3 240	-6
					Δοσμένο Υπολογισ- μένο	22,187
	998	24 462	26 594	8 249	10 381	19,565
			<u>-2,132</u>		<u>-2,132</u>	16,318
						16,325
						-7
						18,457
						-2,132
$\omega = 16,325 - 16,318 = + 0,007 \text{ m}$						
$\frac{\omega}{V_L} = \frac{7}{V_1} = 7 \text{ mm} < 10 \text{ mm}$						
$\omega_{M_1} = \frac{(+7) \times 314}{998} = +2 \quad \omega_{M_2} = \frac{(+7) \times 624}{998} = +4$						
$\omega_{M_3} = \frac{(+7) \times 820}{998} = +6$						

ΠΙΝΑΚΑΣ 10.13.1.**Υπόδειγμα σημειωματάριου ακτινωτής χωροσταθμήσεως****Τρόπος I**

Σημεία	Ενδείξεις στόχου σε μμ		Υψομετρικές διαφορές		Υψόμετρα	Παρατη- ρήσεις
	Οπισθ.	Εμπροσθ.	+	-		
R	3 221		1 966		14,250	
1		1 255	1 517		16,216	
2		1 704		0 588	15,767	
3		3 809			13,662	
	3 221		3483	0588	59,895	
	$\times 3$					
	9 663	6 768			57,000 = 4 × 14,250	
		$\underline{+ 2895}$		$\underline{+ 2895}$		$\underline{+ 2,895}$

Τρόπος II

Σημεία	Ενδείξεις στόχου σε μμ		Υψομετρικές διαφορές		Υψόμετρα	
	Οπισθ.	Εμπροσθ.	+	-	Σημείων	Σκοπευτικής γραμμής
R	3 221				14,250	17,471
1		1 255			16,216	
2		1 704			15,767	
3		3 809			13,662	
	3 221	6 768				
		$\underline{9,989}$			59,895	17,471
						$\times 4$
			69,884			69,884

Τρόπος III

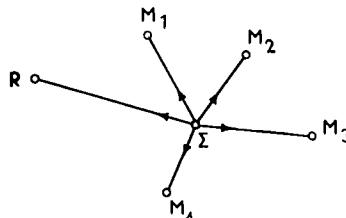
Σημεία	Ενδείξεις στόχου σε μμ		Υψομετρικές διαφορές		Υψόμετρα	Παρατη- ρήσεις
	Οπισθ.	Εμπροσθ.	+	-		
R	3 221		1 966		14,250	
1	1 255	1 255			16,216	
2	1 704	1 704		0 449	15,767	
3		3 809		2 105	13,662	
	6 180	6 768	1 966	2 554	14,250	
		$\underline{- 0588}$		$\underline{- 0588}$		$\underline{- 0,588}$

10.13 Ακτινωτή χωροστάθμηση.

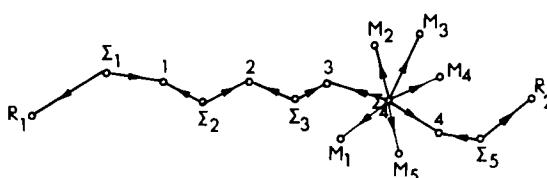
Ακτινωτή λέγεται η χωροστάθμηση εκείνη, κατά την οποία με μία στάση Σ του οργάνου προσδιορίζομε τις υψομετρικές διαφορές περισσοτέρων από ένα σημείων σε σχέση προς κάποια υψομετρική αφετηρία (σχ. 10.13α). Προφανώς πρέπει να ισχύουν οι εξής δύο προϋποθέσεις:

α) Οι υψομετρικές διαφορές των σημείων M_1, M_2, M_3 κλπ. σε σχέση προς το σημείο R να είναι μικρότερες από $\mu - 50$ cm.

β) Οι αποστάσεις του οργάνου από τα διάφορα σημεία να είναι μικρότερες από l^* (παράγρ. 10.11).



Σχ. 10.13α.



Σχ. 10.13β.

Στην περίπτωση αυτή έχομε μία μόνο οπισθοσκόπευση προς το σημείο R με το γνωστό υψόμετρο, ενώ όλες οι άλλες σκοπεύσεις είναι εμπροσθοσκόπευσεις.

Ο αντίστοιχος χωροσταθμικός πίνακας μπορεί να συνταχθεί κατά τρεις διαφορετικούς τρόπους. Η διαφορά συνίσταται στο λογιστικό έλεγχο των αποτελεσμάτων. Στο σχετικό παράδειγμα δίνονται και οι τρείς τρόποι συντάξεως του πίνακα, με τη διευκρίνιση για τον τρίτο τρόπο ότι οι εμπροσθοσκόπευσεις καθενός σημείου θεωρούνται και οπισθοσκόπευσεις για το αμέσως επόμενο σημείο. Γι' αυτό εκτός από τη στήλη των εμπροσθοσκοπεύσεων αναγράφονται και στη στήλη των οπισθοσκοπεύσεων, εκτός φυσικά από την εμπροσθοσκόπευση προς το τελευταίο σημείο. Αυτή η παραδοχή μας διευκολύνει να συντάξουμε τον Πίνακα 10.13.1 σαν να επρόκειτο για χωροστάθμηση με όδευση.

Συνηθέστατη περίπτωση είναι ο συνδυασμός χωροσταθμήσεως με όδευση και ακτινωτής. Η περίπτωση αυτή παρουσιάζεται όταν μας ενδιαφέρει η χωροστάθμηση μιας ομάδας σημείων M , που είναι συγκεντρωμένα μέσα σε μία μικρή περιοχή ανάμεσα στις υψομετρικές αφετηρίες R_1 και R_2 (σχ. 10.13β). Τότε προβαίνομε στη χωροστάθμηση με όδευση από R_1 προς R_2 και όταν φθάσουμε στην κατάλληλη στάση Σ_4 , ορίζομε τα υψόμετρα των σημείων M με ακτινωτή χωροστάθμηση. Προφανώς το σημείο συσχετίσεως των υψομέτρων των σημείων M είναι το βοηθητικό σημείο 3.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΝΔΕΚΑΤΟ

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΗ ΧΩΡΟΣΤΑΘΜΗΣΗ

11.1 Υπολογισμός υψομετρικών διαφορών.

Στην τριγωνομετρική χωροστάθμηση δεν κάνομε, όπως στη γεωμετρική, οριζόντιες σκοπεύσεις, αλλά σκοπεύσεις με κλίση. Επίσης δεν προσδιορίζουμε την υψομετρική διαφορά δύο σημείων απευθείας αλλά ύστερα από υπολογισμούς. Στους υπολογισμούς αυτούς υπεισέρχεται μαζί με άλλα μεγέθη και η κατακόρυφη γωνία της σκοπευτικής γραμμής, δηλαδή η ζενίθια γωνία της z ή η γωνία κλίσεως της a (κεφάλ. 9, πρώτου τόμου).

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι το όργανο, με το οποίο γίνεται η τριγωνομετρική χωροστάθμηση, πρέπει αφ' ενός μεν να παρέχει τη δυνατότητα σκοπεύσεων με κλίση, αφ' ετέρου δε να διαθέτει κατακόρυφο δίσκο. Τέτοια όργανα είναι ο θεοδόλιχος και το ταχύμετρο. Όταν όμως θέλομε να κάνομε τριγωνομετρική χωροστάθμηση κάποιας ακρίβειας, χρησιμοποιούμε το θεοδόλιχο, γιατί έχει μεγαλύτερη απόδοση του κατακόρυφου δίσκου, δηλαδή δίνει με μεγαλύτερη ακρίβεια τις κατακόρυφες γωνίες.

Ας υποθέσουμε τώρα ότι γνωρίζομε το υψόμετρο του σημείου R και θέλομε να υπολογίσουμε το υψόμετρο του σημείου M . Τοποθετούμε το θεοδόλιχο z το ταχύμετρο επάνω από το σημείο R και κατακορυφώνομε τον πρωτεύοντα άξονα $\Pi \Pi$ ούτως, ώστε να διέλθει από αυτό. Έπειτα σκοπεύομε προς το γνωστό στόχο, που είναι τοποθετημένος στο σημείο M . Αν H είναι το ύψος του οργάνου, δηλαδή η απόσταση του σημείου τομής των αξόνων $\Sigma\Sigma$, $\Delta\Delta$ και $\Pi\Pi$ του οργάνου από το σημείο R , h η ένδειξη του στόχου, z η αντίστοιχη ζενίθια γωνία, που μετρούμε με το θεοδόλιχο, και L η οριζόντια απόσταση μεταξύ των σημείων R και M , θα έχουμε ανάλογα με την περίπτωση:

$$\text{Αν } u_R < u_M : \Delta u = H + Lσφz - h = H - h + Lσφz \quad (\text{σχ. 11.1α})$$

οπότε,

$$u_M = u_R + (H - h) + Lσφz \quad (1)$$

$$\text{Αν } u_R > u_M : \Delta u = h + Lσφz' - H = -(H - h) + Lσφz' \quad (\text{σχ. 11.1β}),$$

οπότε:

$$u_M = u_R + (H - h) - Lσφz'$$

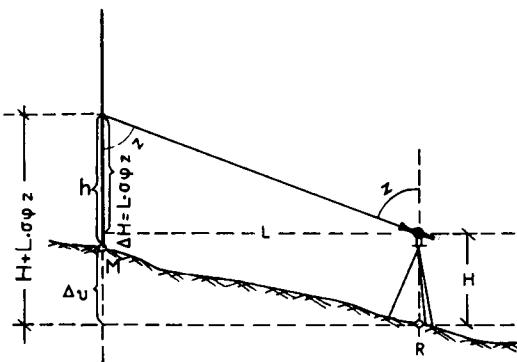
και επειδή $σφz' = - σφz$, έπειται ότι

$$u_M = u_R + (H - h) + Lσφz$$

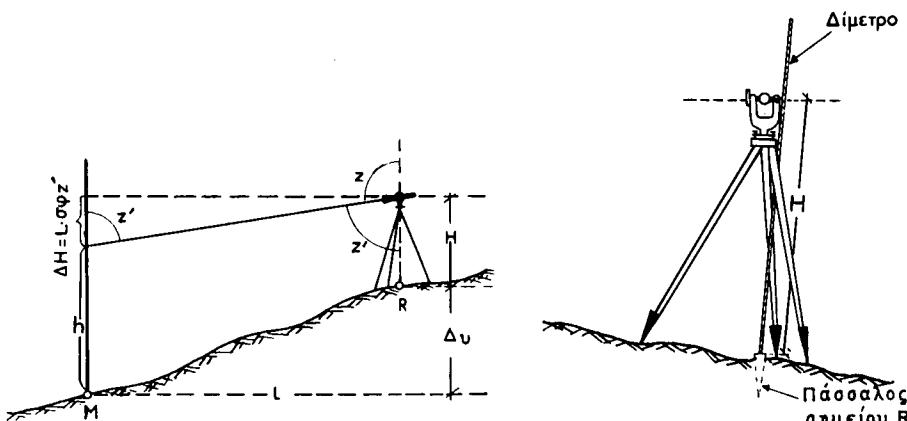
Με άλλα λόγια ο τύπος (1) είναι γενικής ισχύος.

Προφανώς, αν αντί για τη ζενίθια γωνία z μετρήσουμε τη γωνία κλίσεως a , ο τύπος (1) γίνεται:

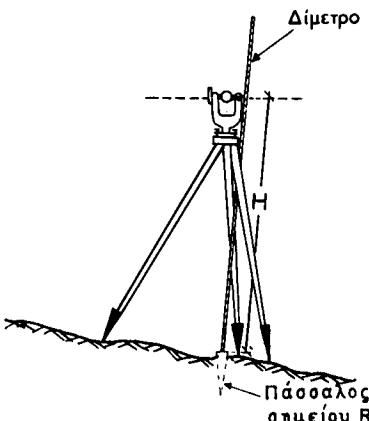
$$u_M = u_R + (H - h) + Lεφa \quad (2)$$



Σχ. 11.1α.



Σχ. 11.1β.



Σχ. 11.1γ.

Από τα μεγέθη, που υπεισέρχονται στους τύπους (1) και (2):

α) Τα μεγέθη H , h και η γωνία z ή α , μετρούνται επί τόπου κατά τη διάρκεια της σκοπεύσεως, ενώ το μέγεθος σφζ ή εφα υπολογίζεται στο γραφείο. Η μέτρηση του H γίνεται με ένα δίμετρο, όπως παριστάνει το σχήμα 11.1γ.

β) Το ψ_R είναι γνωστό από προηγούμενες χωροσταθμήσεις.

γ) Η οριζόντια απόσταση L , αν δεν είναι γνωστή από προηγούμενες μετρήσεις, μετρείται επί τόπου είτε ταχυμετρικώς, αν χρησιμοποιούμε ταχύμετρο, είτε με διπλή σκόπευση. Σκοπεύομε δηλαδή προς δύο διαφορετικά σημεία του στόχου, που έχομε τοποθετήσει στο M , οπότε θα λάβομε αφ' ενός μεν τις ενδείξεις h_1 και h_2 , αφ' ετέρου δε τις ζενίθιες γωνίες z_1 και z_2 . Συνεπώς από τον τύπο (1) προκύπτει:

$$H - h_1 + L\sigma\varphi z_1 = H - h_2 + L\sigma\varphi z_2$$

$$\text{καὶ } L = \frac{h_1 - h_2}{\sigma\varphi z_1 - \sigma\varphi z_2}$$

Αφού υπολογίσομε το L , αντικαθιστούμε την τιμή του σε μία από τις σχέσεις.

$$u_M = u_A + (H - h_1) + L \sigma f z_1$$

$$\text{ή } u_M = u_A + (H - h_2) + L \sigma f z_2$$

και βρίσκομε το u_M .

Αν αντί για τις ζενίθιες γωνίες z_1 και z_2 ο κατακόρυφος δίσκος του θεοδόλιχου ή του ταχυμέτρου μας δίνει τις γωνίες κλίσεως a_1 και a_2 , τότε, όπου $\sigma f z_1$ και $\sigma f z_2$ θα έχουμε τα μεγέθη εφα₁ και εφα₂.

11.2 Απλή τριγωνομετρική χωροστάθμηση.

Η διαδικασία της προηγούμενης παραγράφου ονομάζεται **απλή τριγωνομετρική χωροστάθμηση** και εφαρμόζεται, όταν το L , δηλαδή η οριζόντια απόσταση μεταξύ των σημείων R και M είναι μικρότερη από κάποιο όριο. Δύο είναι οι παράγοντες, που καθορίζουν το όριο αυτό. Το σφάλμα σφαιρικότητας της γης και η ανάγκη αναγνώσεως του h σε εκατοστόμετρα. Το σφάλμα σφαιρικότητας της γης γίνεται, όπως γνωρίζομε, σημαντικό, όταν η οριζόντια απόσταση L υπερβαίνει τα 350 m περίπου. Αφ' ετέρου η ανάγνωση του h σε cm είναι δυνατόν να επιτευχθεί, όταν το L δεν υπερβαίνει τα 100 ως 150 m. Το μικρότερο από τα δύο όρια συνεπώς θεωρείται και σαν όριο εφαρμογής της απλής χωροσταθμήσεως.

11.3 Τριγωνομετρική χωροστάθμηση με όδευση.

Όταν η οριζόντια απόσταση L των σημείων R και M είναι μεγαλύτερη από το όριο L^* , για το οποίο μπορούμε να κάνουμε ανάγνωση του h σε cm, εκλέγομε τα σημεία 1, 2, 3 κλπ. με τέτοιον τρόπο, ώστε οι οριζόντιες αποστάσεις $R - 1$, $1 - 2$, $2 - 3$, ..., κλπ. να μην υπερβαίνουν το όριο L^* . Υπολογίζομε κατόπιν τις υψομετρικές διαφορές μεταξύ των σημείων R και 1, 1 και 2, 2 και 3 κλπ. εφαρμόζοντας απλές χωροσταθμήσεις, αθροίζομε τις αλγεβρικές τιμές των διαφορών αυτών και βρίσκομε τη συνολική υψομετρική διαφορά μεταξύ των ακραίων σημείων R και M .

Όταν εφαρμόζομε τις απλές χωροσταθμήσεις δεν είναι ανάγκη να τοποθετούμε το όργανο σε όλες τις κορυφές της χωροσταθμικής οδεύσεως. Αρκεί να τον τοποθετήσουμε στις κορυφές 1, 3, 5, κλπ. και έπειτα να κάνουμε μία οπισθοσκόπευση και μια εμπροσθοσκόπευση από κάθε κορυφή.

Η ακρίβεια της χωροσταθμήσεως είναι δυνατόν να ελεγχθεί με δύο τρόπους: Είτε με χωροστάθμηση διπλής διαδρομής, όπως κάνουμε και στη γεωμετρική χωροστάθμηση, είτε με χωροστάθμηση απλής διαδρομής. Στη δεύτερη περίπτωση όμως τοποθετούμε το όργανο σε όλες τις κορυφές της χωροσταθμικής οδεύσεως. Με αυτό τον τρόπο υπολογίζομε δύο φορές την καθεμία τημηματική υψομετρική διαφορά, την πρώτη με εμπροσθοσκόπευση και τη δεύτερη με οπισθοσκόπευση. Ο δεύτερος τρόπος έχει το πλεονέκτημα ότι εντοπίζομε το σφάλμα χωροσταθμήσεως.

11.4 Ακτινωτή χωροστάθμηση.

Η ακτινωτή χωροστάθμηση εφαρμόζεται, όταν πρόκειται να υπολογίσομε τα υψόμετρα διαφόρων σημείων M_1, M_2, M_3 , κλπ. σε σχέση προς την υψομετρική αφετηρία R και όταν οι αποστάσεις L_1, L_2, L_3 , κλπ. είναι μικρότερες από το όριο L^* . Προφανώς ο υπολογισμός γίνεται, αν εφαρμόσουμε την απλή χωροστάθμηση ως προς καθένα από τα σημεία M . Η ακτινωτή τριγωνομετρική χωροστάθμηση εφαρμόζεται, όπως θα δούμε, στην ταχυμετρία (Κεφάλ. 13 και 14).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΩΔΕΚΑΤΟ

ΒΑΡΟΜΕΤΡΙΚΗ ΧΩΡΟΣΤΑΘΜΗΣΗ

12.1 Μεταβολή ατμοσφαιρικής πέσεως.

Η βαρομετρική χωροστάθμηση στηρίζεται στο γνωστό φαινόμενο, κατά το οποίο η ατμοσφαιρική πίεση, δηλαδή η πίεση, που ασκείται από τη γήινη ατμόσφαιρα, μεταβάλλεται με τη μεταβολή του υψομέτρου. Συγκεκριμένα αυξάνει, όταν ελαττώνεται το υψόμετρο και αντιστρόφως. Η μεγαλύτερη ατμοσφαιρική πίεση ασκείται στην επιφάνεια της Θάλασσας.

Αν η μεταβολή του υψομέτρου ήταν ο μόνος παράγοντας που προκαλεί τη μεταβολή της ατμοσφαιρικής πέσεως, η διαδικασία της βαρομετρικής χωροστάθμήσεως θα ήταν απλούστατη. Εκτός όμως από το υψόμετρο και άλλοι παράγοντες επηρεάζουν την ατμοσφαιρική πίεση. Ο κυριότερος από αυτούς είναι η θερμοκρασία. Για τον ίδιο τόπο και συνεπώς για το ίδιο υψόμετρο, η ατμοσφαιρική πίεση μεταβάλλεται ανάλογα με τη θερμοκρασία. Όταν αυξάνει η θερμοκρασία, αυξάνει και η ατμοσφαιρική πίεση, ενώ, όταν ελαττώνεται η θερμοκρασία, αυξάνει και η ατμοσφαιρική πίεση.

12.2 Έκφραση υψομετρικής διαφοράς. Πίνακας Jordan.

Εύλογο είναι λοιπόν, αν υπάρχει κάποια σχέση μεταξύ της υψομετρικής διαφοράς δύο σημείων και των ατμοσφαιρικών πέσεων, που μετρούμε στα σημεία αυτά, στη σχέση αυτή να υπεισέρχονται και οι αντίστοιχες θερμοκρασίες. Πράγματι η υψομετρική διαφορά δύο σημείων A και B δίνεται από τον τύπο:

$$\Delta u = \frac{8019}{\frac{\Pi_A + \Pi_B}{2}} \left[1 + 0,003\,665 \cdot \left(\frac{t_A + t_B}{2} \right) \right] (\Pi_A - \Pi_B), \quad (1)$$

όπου Π_A και t_A είναι αντίστοιχα η ατμοσφαιρική πίεση και η θερμοκρασία στο σημείο A, ενώ Π_B και t_B είναι αντίστοιχα η ατμοσφαιρική πίεση και η θερμοκρασία στο σημείο B.

$$\text{Η παράσταση } \beta = \frac{8019}{\frac{\Pi_A + \Pi_B}{2}} \left[1 + 0,003\,665 \cdot \left(\frac{t_A - t_B}{2} \right) \right]$$

του δεύτερου μέλους ονομάζεται **βαρομετρική βαθμίδα** και δίνεται από το λεγόμενο **Πίνακα Jordan** (Πίνακας 12.2.1). Ο πίνακας Jordan χρησιμοποιείται ως εξής:

ΠΙΝΑΚΑΣ 12.2.1.

**Πίνακας βαρομετρικών βαθμίδων σε τη
(Πίνακας Jorden)**

$t_A + t_B$	Τιμή ατμοσφαιρικής πίέσεως σε mm										$t_A + t_B$	
	2 °C	760	755	750	745	740	735	730	725	720	715	710
-5°	10,36	10,43	10,50	10,57	10,64	10,71	10,78	10,86	10,93	11,01	11,09	-5°
-4°	10,40	10,47	10,54	10,61	10,68	10,75	10,82	10,90	10,97	11,05	11,13	-4°
-3°	10,43	10,50	10,57	10,64	10,72	10,79	10,86	10,94	11,01	11,09	11,17	-3°
-2°	10,47	10,54	10,61	10,68	10,76	10,83	10,90	10,98	11,06	11,13	11,21	-2°
-1°	10,51	10,58	10,65	10,72	10,80	10,87	10,94	11,02	11,10	11,17	11,25	-1°
0°	10,55	10,62	10,69	10,76	10,84	10,91	10,98	11,06	11,14	11,21	11,29	0°
1°	10,59	10,66	10,73	10,80	10,88	10,95	11,03	11,10	11,18	11,26	11,34	1°
2°	10,63	10,70	10,77	10,84	10,92	10,99	11,07	11,14	11,22	11,30	11,38	2°
3°	10,67	10,74	10,81	10,88	10,96	11,03	11,11	11,18	11,26	11,34	11,42	3°
4°	10,71	10,78	10,85	10,92	10,99	11,07	11,15	11,22	11,30	11,38	11,46	4°
5°	10,74	10,82	10,89	10,96	11,04	11,11	11,19	11,26	11,34	11,42	11,50	5°
6°	10,78	10,85	10,93	11,00	11,07	11,15	11,23	11,30	11,38	10,46	11,54	6°
7°	10,82	10,89	10,97	11,04	11,11	11,19	11,27	11,34	11,42	11,50	11,58	7°
8°	10,86	10,93	11,01	11,08	11,15	11,23	11,31	11,38	11,46	11,54	11,63	8°
9°	10,90	10,97	11,04	11,12	11,19	11,27	11,35	11,43	11,51	11,59	11,67	9°
10°	10,94	11,01	11,08	11,16	11,23	11,31	11,39	11,47	11,55	11,63	11,71	10°
11°	10,98	11,05	11,12	11,20	11,27	11,35	11,43	11,51	12,59	11,67	11,75	11°
12°	11,01	11,09	11,16	11,24	11,31	11,39	11,47	11,55	11,63	11,71	11,79	12°
13°	11,05	11,13	11,20	11,28	11,35	11,43	11,51	11,59	11,67	11,75	11,83	13°
14°	11,09	11,17	11,24	11,31	11,39	11,47	11,55	11,63	11,71	11,79	11,89	14°
15°	11,13	11,20	11,28	11,36	11,43	11,51	11,59	11,67	11,75	11,83	11,91	15°
16°	11,17	11,24	11,32	11,40	11,47	11,55	11,63	11,71	11,79	11,87	11,96	16°
17°	11,21	11,28	11,36	11,43	11,51	11,59	11,67	11,75	11,83	11,91	12,00	17°
18°	11,25	11,32	11,40	11,47	11,55	11,63	11,71	11,79	11,87	11,96	12,04	18°
19°	11,29	11,36	11,44	11,51	11,59	11,67	11,75	11,83	11,91	12,00	12,08	19°
20°	11,32	11,40	11,48	11,55	11,63	11,71	11,79	11,87	11,95	12,04	12,12	20°
21°	11,36	11,44	11,52	11,59	11,67	11,75	11,83	11,91	11,99	12,08	12,16	21°
22°	11,40	11,48	11,55	11,63	11,71	11,79	11,87	11,95	12,04	12,12	12,20	22°
23°	11,44	11,52	11,59	11,67	11,75	11,83	11,91	11,99	12,08	12,16	12,25	23°
24°	11,48	11,56	11,63	11,71	11,79	11,87	11,95	12,03	12,12	12,20	12,29	24°
25°	11,52	11,59	11,67	11,75	11,83	11,91	11,99	12,07	12,16	12,24	12,33	25°
26°	11,56	11,63	11,71	11,79	11,87	11,95	12,03	12,11	12,20	12,28	12,37	26°
27°	11,60	11,67	11,75	11,83	11,91	11,99	12,07	12,16	12,24	12,32	12,41	27°
28°	11,63	11,71	11,79	11,87	11,95	12,03	12,11	12,20	12,28	12,37	12,45	28°
29°	11,67	11,75	11,83	11,91	11,99	12,07	12,15	12,24	12,32	12,41	12,49	29°
30°	11,71	11,79	11,87	11,95	12,03	12,11	12,19	12,28	12,36	12,45	12,54	30°
31°	11,75	11,83	11,91	11,99	12,07	12,15	12,23	12,32	12,40	12,49	12,58	31°
32°	11,79	11,87	11,95	12,02	12,11	12,19	12,27	12,36	12,44	12,53	12,62	32°
33°	11,83	11,91	11,99	12,07	12,15	12,23	12,31	12,40	12,48	12,57	12,66	33°
34°	11,87	11,94	12,02	12,10	12,19	12,27	12,35	12,44	12,53	12,61	12,70	34°
35°	11,90	11,98	12,06	12,15	12,23	12,31	12,39	12,48	12,57	12,65	12,74	35°

(συνεχίζεται)

(Συνέχεια πίνακα 12.2.1)

$t_A + t_B$	Τιμή ατμοσφαιρικής πέσεως σε mm												$t_A + t_B$
	2 °C	700	690	680	670	660	650	640	630	620	610	600	2 °C
- 5°	11,25	11,41	11,58	11,75	11,93	12,11	12,30	12,50	12,70	12,90	13,12	13,12	- 5°
- 4°	11,29	11,45	11,62	11,79	11,97	12,19	12,35	12,54	12,74	12,95	13,17	13,17	- 4°
- 3°	11,33	11,49	11,66	11,84	12,02	12,20	12,49	12,59	12,79	13,00	13,22	13,22	- 3°
- 2°	11,37	11,54	11,71	11,88	12,06	12,25	12,44	12,64	12,84	13,05	13,27	13,27	- 2°
- 1°	11,41	11,58	11,75	11,93	12,11	12,29	12,48	12,68	12,89	13,10	13,32	13,32	- 1°
0°	11,46	11,62	11,79	11,97	12,15	12,34	12,53	12,73	12,93	13,15	13,36	13,36	0°
1°	11,50	11,66	11,84	12,01	12,19	12,38	12,58	12,78	12,98	13,19	13,41	13,41	1°
2°	11,54	11,71	11,88	12,06	12,24	12,43	12,62	12,82	13,03	13,24	13,46	13,46	2°
3°	11,58	11,75	11,92	12,10	12,28	12,47	12,67	12,87	13,08	13,28	13,51	13,51	3°
4°	11,62	11,79	11,97	12,14	12,33	12,52	12,71	12,92	13,12	13,34	13,56	13,56	4°
5°	11,66	11,83	12,01	12,19	12,37	12,56	12,76	12,96	13,17	13,39	13,61	13,61	5°
6°	11,71	11,88	12,05	12,23	12,42	12,61	12,81	13,01	13,22	13,44	13,66	13,66	6°
7°	11,75	11,92	12,10	12,28	12,46	12,65	12,75	13,06	13,27	13,49	13,71	13,71	7°
8°	11,79	11,96	12,14	12,32	12,51	12,70	12,90	13,10	13,31	13,54	13,76	13,76	8°
9°	11,83	12,01	12,18	12,36	12,55	12,74	12,94	13,15	13,36	13,58	13,81	13,81	9°
10°	11,88	12,05	12,23	12,41	12,60	12,79	12,99	13,20	13,41	13,63	13,85	13,85	10°
11°	11,92	12,09	12,27	12,45	12,65	12,83	13,04	13,24	13,46	13,68	13,90	13,90	11°
12°	11,96	12,13	12,31	12,50	12,98	12,88	13,08	13,29	13,50	13,73	13,95	13,95	12°
13°	12,00	12,18	12,35	12,54	12,73	12,92	13,13	13,33	13,55	13,78	14,00	14,00	13°
14°	12,04	12,22	12,40	12,58	12,77	12,97	13,17	13,38	13,60	13,83	14,05	14,05	14°
15°	12,08	12,26	12,44	12,63	12,82	13,01	13,22	13,43	13,65	13,88	14,10	14,10	15°
16°	12,13	12,30	12,48	12,67	12,86	13,06	13,27	13,47	13,69	13,93	14,15	14,15	16°
17°	12,17	12,35	12,53	12,71	12,91	13,11	13,31	13,52	13,74	13,97	14,20	14,20	17°
18°	12,21	12,39	12,57	12,79	12,95	13,15	13,36	13,57	13,79	14,02	14,25	14,25	18°
19°	12,25	12,43	12,61	12,80	13,00	13,20	13,40	13,61	13,83	14,07	14,30	14,30	19°
20°	12,30	12,47	12,66	12,85	13,04	13,24	13,45	13,66	13,88	14,12	14,35	14,35	20°
21°	12,34	12,52	12,70	12,89	13,09	13,29	13,50	13,71	13,93	14,17	14,39	14,39	21°
22°	12,38	12,56	12,74	12,93	13,13	13,32	13,54	13,75	13,98	14,22	14,44	14,44	22°
23°	12,42	12,60	12,79	12,98	13,17	13,38	13,59	13,80	14,02	14,27	14,49	14,49	23°
24°	12,46	12,64	12,83	13,02	13,22	13,42	13,63	13,85	14,07	14,31	14,54	14,54	24°
25°	12,51	12,69	12,87	13,07	13,26	13,47	13,68	13,89	14,12	14,36	14,59	14,59	25°
26°	12,55	12,73	12,92	13,11	13,31	13,51	13,72	13,94	14,17	14,41	14,64	14,64	26°
27°	12,57	12,77	12,96	13,15	13,35	13,56	13,77	13,99	14,21	14,46	14,69	14,69	27°
28°	12,63	12,81	13,00	13,20	13,40	13,60	13,82	14,03	14,26	14,51	14,74	14,74	28°
29°	12,67	12,86	13,05	13,24	13,44	13,56	13,86	14,08	14,31	14,56	14,79	14,79	29°
30°	12,72	12,90	13,09	13,29	13,49	13,69	13,91	14,13	14,36	14,51	14,81	14,81	30°
31°	12,76	12,94	13,13	13,34	13,53	13,74	13,96	14,17	14,40	14,66	14,88	14,88	31°
32°	12,80	12,99	13,18	13,37	13,57	13,78	14,00	14,22	14,45	14,70	14,93	14,93	32°
33°	12,84	13,03	13,22	13,42	13,62	13,83	14,05	14,27	14,50	14,75	14,98	14,98	33°
34°	12,88	13,07	13,26	13,46	13,66	13,87	14,09	14,31	14,55	14,80	15,03	15,03	34°
35°	12,93	13,11	13,31	13,50	13,71	13,92	14,14	14,36	14,59	14,83	15,08	15,08	35°

Έστω ότι στα σημεία Α και Β κάναμε τις αντίστοιχες μετρήσεις και βρήκαμε:

$$\begin{array}{ll} \Pi_A = 736 \text{ mm} & t_A = 25^\circ\text{C} \\ \Pi_B = 708 \text{ mm} & t_B = 21^\circ\text{C} \end{array}$$

$$\text{'Αρα } \frac{\Pi_A + \Pi_B}{2} = \frac{1444}{2} = 722 \text{ mm} \quad \text{και} \quad \frac{t_A + t_B}{2} = 23^\circ\text{C}.$$

Αναζητούμε την αντίστοιχη βαρομετρική βαθμίδα απέναντι από την τιμή

$$\frac{t_A + t_B}{2} = 23^\circ \text{ και μεταξύ των στηλών 725 και 720. Τελικά η βαρομετρική βαθμίδα βρίσκεται με παρεμβολή μεταξύ των υπογραμμισμένων ενδείξεων 11,99 και 12,08 και είναι } \beta = 12,04 \text{ m. 'Αρα:}$$

$$\Delta u = 12,04 (\Pi_A - \Pi_B) = 12,04 \times 28 = 337,10 \text{ m.}$$

Η μεταβολή της ατμοσφαιρικής πιέσεως σε ένα τόπο δεν εξαρτάται μόνο από τη μεταβολή της θερμοκρασίας, αλλά γενικότερα από τη μεταβολή των καιρικών συνθηκών (υγρασία, άνεμοι κλπ.). Αυτό σημαίνει ότι, για να προκύψει η πραγματική υψομετρική διαφορά των σημείων Α και Β από τον τύπο (1), πρέπει οι μετρήσεις των ατμοσφαιρικών πιέσεων Π_A και Π_B να γίνουν με τις ίδιες καιρικές συνθήκες. Άλλα η ταύτιση των καιρικών συνθηκών στα δύο σημεία δεν είναι δυνατόν να επιτευχθεί πρακτικά, εκτός αν κάνομε σύγχρονες παρατηρήσεις.

Με άλλα λόγια πρέπει οι μετρήσεις των μεγεθών Π_A , Π_B , t_A , και t_B να γίνουν συγχρόνως στα δύο σημεία.

Το πράγμα είναι απλό, όταν θέλομε να υπολογίσουμε την υψομετρική διαφορά δύο σημείων. Προκειμένου όμως να κάνομε μία υψομετρική δύευση, δηλαδή να συσχετίσουμε υψομετρικά μία σειρά σημείων ως προς κάποια υψομετρική αφετηρία, χρειάζεται κάποια μέθοδος εργασίας. Σχετικά υπάρχουν τρεις διαφορετικές μέθοδοι χωροσταθμήσεως: α) Η μέθοδος δύο κινητών παρατηρητών. β) Η μέθοδος ενός κινητού και ενός σταθερού παρατηρητή και γ) η μέθοδος ενός κινητού παρατηρητή.

12.3 Μέθοδος δύο κινητών παρατηρητών.

Για την εφαρμογή της μεθόδου αυτής χρειάζονται δύο παρατηρητές, ο καθένας φυσικά με τα δικά του όργανα μετρήσεως της ατμοσφαιρικής πιέσεως και της θερμοκρασίας της ατμόσφαιρας. Πριν από όλα οι παρατηρητές ελέγχουν αν συμφωνούν οι ενδείξεις των οργάνων τους στον ίδιο τόπο και χρόνο. Έπειτα κάνουν σύγχρονες παρατηρήσεις, ο πρώτος στο σημείο Α και ο δεύτερος στην υψομετρική αφετηρία R, μετά ο πρώτος στο σημείο Β και ο δεύτερος στο σημείο A, κατόπιν ο πρώτος στο σημείο Γ και ο δεύτερος στο σημείο B, κ.ο.κ. Με αυτό τον τρόπο προσδιορίζονται οι υψομετρικές διαφορές $u_A - u_R$, $u_B - u_A$, $u_G - u_B$, κλπ. με σύγχρονες μετρήσεις. Όσον αφορά το συγχρονισμό των μετρήσεων, επιτυγχάνεται με τη βοήθεια σημάτων, που μεταδίδει ο ένας παρατηρητής στον άλλο.

12.4 Μέθοδος ενός κινητού και ενός σταθερού παρατηρητή.

Κατά τη μέθοδο αυτή ο ένας από τους δύο παρατηρητές δεν κινείται, αλλά παραμένει στην υψομετρική αφετηρία R καθ' όλη τη διάρκεια της χωροσταθμήσεως. Επειδή συνεπώς ο κινητός παρατηρητής απομακρύνεται πολύ από τον ακίνητο, δεν είναι δυνατόν να γίνει συγχρονισμός των παρατηρήσεων με τη βοήθεια σημάτων.

Ακολουθείται λοιπόν η εξής διαδικασία: Ο κινητός παρατηρητής κάνει τις μετρήσεις, που αντιστοιχούν στα σημεία A, B, Γ κλπ. της υψομετρικής οδεύσεως, όπως και στην προηγούμενη περίπτωση, με τη διαφορά ότι απέναντι από τις ενδείξεις Π και τη καταγράφει τους αντίστοιχους χρόνους. Αφ' ετέρου ο σταθερός παρατηρητής κάνει διαδοχικές μετρήσεις της ατμοσφαιρικής πίεσεως και της θερμοκρασίας στην υψομετρική αφετηρία R ανά ίσα χρονικά διαστήματα, π.χ. κάθε τέταρτο της ώρας. Από τις διαδοχικές αυτές μετρήσεις προκύπτουν με παρεμβολή οι τιμές της ατμοσφαιρικής πίεσεως και της θερμοκρασίας στην υψομετρική αφετηρία R κατά τους χρόνους που έγιναν οι μετρήσεις στα σημεία A, B, Γ, κλπ. της οδεύσεως. Π.χ. αν στις 10 15' και στις 10 30' η ατμοσφαιρική πίεση Π ήταν 712 και 722 mm αντιστοίχως, έπειτα ότι στις 10 21', οπότε έγιναν μετρήσεις σε κάποιο σημείο της υψομετρικής οδεύσεως, η ατμοσφαιρική πίεση Π θα ήταν:

$$712 + \frac{6 \times (722 - 712)}{15} = 712 + 4 = 716 \text{ mm.}$$

Με αυτό τον τρόπο προσδιορίζονται οι υψομετρικές διαφορές $u_A - u_R$, $u_B - u_A$, $u_G - u_B$, κλπ.

12.5 Μέθοδος ενός κινητού παρατηρητή.

Κατά τη μέθοδο αυτή οι μετρήσεις διεξάγονται μεν από ένα μόνο παρατηρητή, εκλέγεται όμως τέτοια ημέρα διεξαγωγής των μετρήσεων, ώστε να υπάρχει σταθερότητα καιρικών συνθηκών. Αφ' ετέρου γίνονται μετρήσεις και σε ενδιάμεσα σημεία μεταξύ των κορυφών της υψομετρικής οδεύσεως ούτως, ώστε κατά το χρόνο που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών μετρήσεων να μην επέρχεται σοβαρή καιρική μεταβολή. Τέλος γίνεται υψομετρική όδευση με επιστροφή και λαμβάνεται ο μέσος όρος των υψομετρικών διαφορών των διαδοχικών σημείων, όπως προκύπτουν από τον τύπο (1) της παραγράφου 12.2.

12.6 Σύγκριση μεθόδων.

Από τις τρεις μεθόδους βαρομετρικής χωροσταθμήσεως, που εξετάσαμε, η τρίτη είναι η λιγότερο ακριβής, γιατί δεν παρέχει συγχρονισμό μετρήσεων. Όσον αφορά τις άλλες δύο, ακριβέστερη είναι η πρώτη μέθοδος, γιατί τα σημεία, όπου γίνονται οι σύγχρονες μετρήσεις, βρίσκονται το ένα κοντά στο άλλο και συνεπώς δεν υπάρχει θέμα διαφορετικών καιρικών συνθηκών λόγω μεγάλης αποστάσεως. Αντίθετα κατά τη δεύτερη μέθοδο αφ' ενός μεν δεν επιτυγχάνεται απόλυτος συγχρονισμός μετρήσεων, αφ' ετέρου δε στα μακρινά σημεία της υψομετρικής οδεύ-

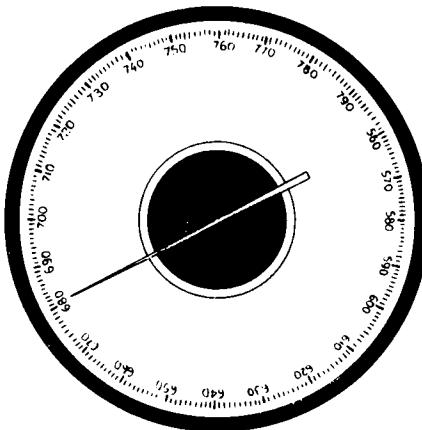
σεως ενδέχεται να επικρατούν διαφορετικές συνθήκες από εκείνες, που επικρατούν στην υψομετρική αφετηρία.

12.7 Όργανα βαρομετρικής χωροσταθμήσεως.

Κατά τη βαρομετρική χωροστάθμηση γίνονται, όπως είδαμε, μετρήσεις της ατμοσφαιρικής πίεσεως και της θερμοκρασίας της ατμόσφαιρας. Η ατμοσφαιρική πίεση μετρείται με το βαρόμετρο και η θερμοκρασία της ατμόσφαιρας με το θερμόμετρο.

Βαρόμετρα υπάρχουν δύο ειδών: Τα **υδραργυρικά** και τα **μεταλλικά**. Τα υδραργυρικά είναι περισσότερο ευαίσθητα, μετρούν δηλαδή με μεγαλύτερη ακρίβεια την ατμοσφαιρική πίεση, αλλά μεταφέρονται δύσκολα. Αντίθετα τα μεταλλικά είναι λιγότερο ευαίσθητα, λόγω όμως του μικρού όγκου τους έχουν το πλεονέκτημα της εύκολης μεταφοράς. Γι' αυτό χρησιμοποιούνται στις βαρομετρικές χωροσταθμήσεις.

Το μεταλλικό βαρόμετρο αποτελείται από ένα μεταλλικό θάλαμο, κενό από αέρα, που η άνω επιφάνειά του κατεβαίνει ή ανεβαίνει, όταν η ατμοσφαιρική πίεση αυξάνεται ή ελαττώνεται. Αυτά τα ανεβοκατεβάσματα μεταδίδονται με ένα κατάλληλο μηχανισμό σε ένα δείκτη, ο οποίος στρέφεται εμπρός από ένα διηρημένο τόξο. Η διαίρεση του τόξου, εμπρός από την οποία ακινητεί σε δεδομένη στιγμή ο δείκτης, εκφράζει την ατμοσφαιρική πίεση κατά τη στιγμή εκείνη.



Σχ. 12.7.

Στο σχήμα 12.7 φαίνεται ένας συνηθισμένος τύπος μεταλλικού βαρομέτρου από αυτούς που χρησιμοποιούνται στις βαρομετρικές χωροσταθμήσεις. Η αντίστοιχη ένδειξη της ατμοσφαιρικής πίεσεως είναι 680 mm.

Πριν από κάθε χρήση πρέπει να κτυπούμε ελαφρά με το δάκτυλό μας το κιβωτίδιο του βαρομέτρου, ώστε να εξουδετερώσουμε την αδράνεια των διαφόρων μερών του μηχανισμού του.

Περισσότερες λεπτομέρειες για την ατμοσφαιρική πίεση και τη θεωρία των βαρομέτρων μπορούν να βρεθούν στα εγχειρίδια της Φυσικής.

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟ'

ΜΙΚΤΗ ΑΠΟΤΥΠΩΣΗ Η ΤΑΧΥΜΕΤΡΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΤΡΙΤΟ

ΤΑΧΥΜΕΤΡΙΚΗ ΑΠΟΤΥΠΩΣΗ ΣΗΜΕΙΟΥ

Όπως είπαμε στο Κεφάλαιο 1, τα σημεία, που εμφανίζονται επάνω σε ένα τοπογραφικό σχέδιο, είναι συνήθως τριών ειδών: Τα τριγωναμετρικά, τα πολυγωνομετρικά και τα κοινά σημεία. Τα τριγωνομετρικά και τα πολυγωνομετρικά σημεία σχηματίζουν ένα είδος σκελετού για την αποτύπωση των κοινών σημείων, που αποτελούν το μέγια πλήθος των σημείων του τοπογραφικού σχεδίου.

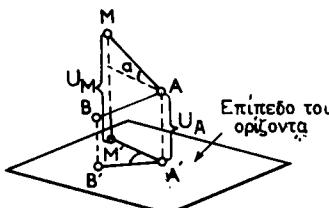
Κατά κανόνα δεν μας ενδιαφέρει η ακριβής αποτύπωση των κοινών σημείων. Εκείνο που μας ενδιαφέρει είναι η ταχύτητα της αποτυπώσεώς τους, λόγω του μεγάλου τους πλήθους. Παρίσταται λοιπόν ανάγκη να βρούμε μία μέθοδο, με την οποία τα κοινά σημεία να αποτυπώνονται με μεγάλη ταχύτητα, έστω και με μικρή ακρίβεια. Αυτή η ταχύτητα παρέχεται από την **ταχυμετρική αποτύπωση**.

Το πρόβλημα, που παρουσιάζεται κατά την ταχυμετρική αποτύπωση, είναι το εξής:

Δίνονται τα σημεία A και B με γνωστές τις θέσεις τους επάνω στο τοπογραφικό σχέδιο (σχ. 13a). Του σημείου A γνωρίζομε και το υψόμετρο u_A . Ζητείται να προσδιορισθούν η θέση επάνω στο τοπογραφικό σχέδιο και το υψόμετρο u_M του σημείου M , δηλαδή ζητείται να γίνη τόσο η οριζόντια, όσο και η κατακόρυφη απότυπωση του σημείου.

Ας εξετάσουμε πρώτα πώς γίνεται η οριζόντια αποτύπωση.

Μία πρόσφορη μέθοδος οριζόντιας αποτυπώσεως είναι η γνωστή μας από τη



Σχ. 13a.

Γηπεδομετρία μέθοδος των πόλικών συντεταγμένων. Η μέθοδος αυτή παρουσιάζει το μέγια πλεονέκτημα ότι για την οριζόντια απόσταση $A'M'$ είναι δυνατόν να εφαρμοσθεί η οπτική μέτρηση (κεφ. 7 του πρώτου τόμου). Αφ' ετέρου με το ίδιο όργανο, που γίνεται η οπτική μέτρηση, δηλαδή με το ταχύμετρο, είναι δυνατόν να γίνει και η μέτρηση της οριζόντιας γωνίας $B'A'M'$.

Ας έρθομε τώρα στην κατακόρυφη αποτύπωση. Αφού γενικά δεν ενδιαφερό-

μαστε να έχομε μεγάλη ακρίβεια, μπορούμε να προσδιορίσουμε το υψόμετρο του σημείου M με τριγωνομετρική χωροστάθμηση. Άλλα και η εργασία αυτή γίνεται με το ταχύμετρο.

Βλέπομε λοιπόν ότι και οι τρεις μετρήσεις, που χρειάζονται για την αποτύπωση του ακραίου σημείου M, γίνονται **με το ίδιο δργανό**, με το ταχύμετρο, και μάλιστα με μία μόνο σκόπευση. Με αυτό τον τρόπο μειώνεται στο ελάχιστο ο συνολικός χρόνος των τριών τριών μετρήσεων.

Σχετικά με την οπτική μέτρηση της οριζόντιας αποστάσεως κρίνομε σκόπιμο να κάνουμε τις εξής δύο παραπτήρεις, που αφορούν την ταχυμετρική αποτύπωση:

α) Ανάμεσα στους διάφορους τύπους ταχυμέτρων εκείνα, που παρέχουν την ταχύτερη μέτρηση, είναι τα αυταναγωγά ταχύμετρα κατακόρυφου στόχου. Τα αυταναγωγά ταχύμετρα οριζόντιου στόχου παρέχουν, όπως γνωρίζομε, κυρίως μεγάλη ακρίβεια, πράγμα που δεν ενδιαφέρει την ταχυμετρική αποτύπωση.

β) Όταν χρησιμοποιούμε κοινό ταχύμετρο, επιδιώκομε να φέρομε σε σύμπτωση το ανώτερο νήμα του σταυρονήματος με την υποδιαίρεση 100, 200 ή 300 του στόχου, γιατί τότε προσδιορίζομε ευκολότερα και συνεπώς ταχύτερα το τμήμα, που περιλαμβάνεται μεταξύ των δύο ακραίων οριζόντιων νήμάτων.

Ως προς τον προσδιορισμό του υψομέτρου u_M χρησιμοποιούμε τους τύπους, που συναντήσαμε στην τριγωνομετρική χωροστάθμηση, δηλαδή τους:

$$u_M = u_A + (H - h) + L \sigma \phi z$$

$$\text{ή } u_M = u_A + (H - h) + L e \phi a$$

Αφ' ετέρου, καθώς γνωρίζομε από την οπτική μέτρηση μηκών (παράγραφος 15.5 πρώτου τόμου):

$$L = g \eta \mu^2 z \quad \text{ή} \quad g \sigma u v^2 a$$

Συνεπώς οι αρχικοί τύποι της τριγωνομετρικής χωροσταθμήσεως μετασχηματίζονται ως εξής:

$$u_M = u_A + (H - h) + g \eta \mu z \cdot \sigma u v z$$

$$\text{ή } u_M = u_A + (H - h) + g \sigma u a \cdot \eta \mu a$$

και τελικά:

$$u_M = u_A + (H - h) + \frac{1}{2} g \eta \mu 2 z \quad (1)$$

$$\text{ή } u_M = u_A + (H - h) + \frac{1}{2} g \eta \mu 2 a \quad (2)$$

Παρατηρούμε δηλαδή ότι τα υψόμετρα των ακραίων σημείων εκφράζονται συναρτήσει του γεννήτορα αριθμού και της ζενίθιας γωνίας ή της γωνίας κλίσεως. Εξ άλλου το γινόμενο $\frac{1}{2} g \eta \mu 2 z$ ή $\frac{1}{2} g \eta \mu 2 a$ δίνεται απευθείας από τους ταχυμετρικούς πίνακες, που δίνουν και τις οριζόντιες αποστάσεις. Π.χ. για $z = 107^\circ 30'$ και $g = 83$ οι πίνακες αυτοί (σελίδα 112 πρώτου τόμου μας δίνουν $\frac{1}{2} g \eta \mu 2 z = 9,43$ m (υπογραμμισμένη ένδειξη). Αν $z = 107^\circ 33'$, πρέπει να γίνει παρεμβολή μεταξύ των τιμών $z = 107^\circ 30'$ και $z = 107^\circ 40'$.

Από τους τύπους 1 και 2 γίνεται φανερό ότι τα υψόμετρα u_M προκύπτουν ευκολότερα και συνεπώς ταχύτερα, όταν $H - h = 0$, όταν δηλαδή σκοπεύομε προς την υποδιάρεση του στόχου, που ισούται με το ύψος οργάνου. Τότε όμως το ανώτερο νήμα του σταυρονήματος δεν θα συμπίπτει με μία από τις υποδιαιρέσεις 100, 200 ή 300 του στόχου, πράγμα, που, όπως είπαμε, μας διευκολύνει στην ανάγνωσή του. Κάνομε λοιπόν τον εξής συνδυασμό, αλλά μόνο όταν πρόκειται για κοινά σημεία, οπότε δεν μας ενδιαφέρει η ακρίβεια.

Σκοπεύομε στην αρχή το στόχο ούτως, ώστε το ανώτερο νήμα του σταυρονήματος να συμπέσει με την υποδιάρεση 100, 200 ή 300 και κάνομε την ανάγνωση D. Κατόπιν περιστρέφομε το μικροκινητήριο κοχλία του τηλεσκόπου, ως ότου το ύψος σκοπεύσεως h συμπέσει με το ύψος οργάνου H, και κάνομε την ανάγνωση της κατακόρυφης γωνίας.

Είναι φανερό ότι θα προκύψει ένα μικρό σφάλμα στον υπολογισμό, τόσο της οριζόντιας αποστάσεως L, όσο και του γινομένου $\frac{1}{2} \cdot \text{gημ2z}$ ή $\frac{1}{2} \cdot \text{gημ2a}$, λόγω του ότι δεν αντιστοιχούν απολύτως ο γεννήτωρ αριθμός και η κατακόρυφη γωνία. Το σφάλμα όμως αυτό προκειμένου για κοινά σημεία δεν λαμβάνεται υπόψη.

Αν δεν φαίνεται το κατώτερο τμήμα του στόχου, οπότε δεν είναι δυνατή η σκόπευση στο ύψος του οργάνου, τότε η μεν ανάγνωση του D γίνεται με το ανώτερο νήμα του σταυρονήματος στην υποδιάρεση 200 ή 300, η δε ανάγνωση της κατακόρυφης γωνίας με το μεσαίο νήμα στην υποδιάρεση H + 100 ή H + 200 αντίστοιχα, ανάλογα με την περίπτωση.

Χρήση των Ταχυμετρικών Πινάκων για τον υπολογισμό των υψομέτρων γίνεται μόνο όταν χρησιμοποιούμε κοινό, δηλαδή μη αυταναγωγό, ταχύμετρο. Με τα αυταναγωγά ταχύμετρα το γινόμενο $\frac{1}{2} \cdot \text{gημ2z}$ ή $\frac{1}{2} \cdot \text{gημ2a}$, δηλαδή **η υψομετρική διαφορά ΔH μεταξύ του σημείου τομής των αξόνων ΠΠ και ΔΔ του οργάνου και του σημείου σκοπεύσεως επάνω στο στόχο**, μετρείται απευθείας. Θα εξετάσουμε πρώτα πως γίνεται η απευθείας μέτρηση με αυταναγωγό ταχύμετρο κατακόρυφου στόχου Wild R.D.S.

Επειδή $g = K \cdot D$, έπειται ότι:

$$\frac{1}{2} \cdot \text{gημ2a} = \frac{1}{2} \cdot K \cdot D \text{ ημ2a}$$

Στο γυάλινο δίσκο των καμπυλών K_1 και K_2 (σχ. 15.6β, πρώτου τόμου) είναι χαραγμένη και τρίτη καμπύλη K_3 , που τα σημεία της M_3 επαληθεύουν τη σχέση:

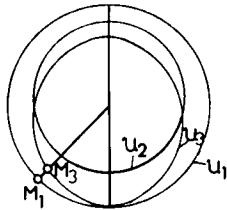
$$M_1 M_3 = D \text{ ημ2a (σχ. 13β)}$$

Συνεπώς η υψομετρική διαφορά $\frac{1}{2} \cdot \text{gημ2a}$ σε μέτρα ισούται με τον αριθμό των διαιρέσεων, που περιλαμβάνεται μεταξύ των καμπυλών K_1 και K_3 , αν ο αριθμός αυτός διαιρεθεί διά 2.

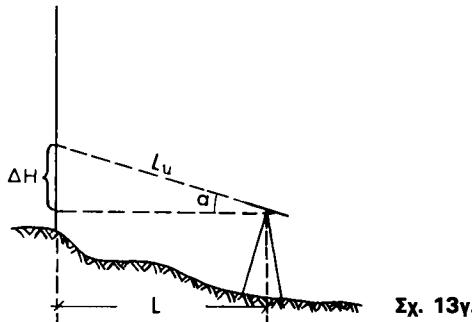
Η διαίρεση διά 2 υποδεικνύεται με το κλάσμα $\frac{1}{2}$, που αναγράφεται κοντά στην καμπύλη K_3 (σχ. 15.6γ, πρώτου τόμου). Έτσι η ανάγνωση του σχήματος 15.6γ του πρώτου τόμου είναι $+ \frac{1}{2} \times 21,8 = + 10,9 \text{ m}$.

Διευκρινίζομε ότι στον τύπο του ταχυμέτρου, που περιγράφαμε, η υποδιάρεση σκοπεύσεως δεν καθορίζεται από τη μεσαία καμπύλη K_3 (σχ. 15.6γ Τόμου I), όπως θα φανταζόταν κανείς, αλλά από τη βασική καμπύλη K_1 . Συνήθως σαν υποδιά-

ρεση σκοπεύσεως εκλέγεται η υποδιάρεση 100, γιατί μας διευκολύνει στις αναγνώσεις, τόσο της οριζόντιας αποστάσεως, όσο και της υψομετρικής διαφοράς ΔΗ.



Σχ. 13β.



Σχ. 13γ.

Και τώρα θα εξετάσουμε πώς γίνεται η απευθείας μέτρηση της υψομετρικής διαφοράς ΔΗ με το αυταναγωγό ταχύμετρο οριζόντιου στόχου Wild R.D.H. Σαν ύψος σκοπεύσεως στην περίπτωση αυτή λαμβάνεται το ύψος τοποθετήσεως του οριζόντιου στόχου και μετρείται με τη βοήθεια του αριθμημένου στυλεου, επάνω στον οποίο τοποθετείται ο στόχος (σχ. 15.6δ, πρώτου τόμου).

Για να κάνουμε τη μέτρηση του ΔΗ, αφού μετρήσουμε την οριζόντια απόσταση L , περιστρέφομε κατά 90° το σύστημα εκτροπής των οπτικών ακτίνων, που είναι προσαρμοσμένο στο τηλεσκόπιο (σχ. 15.6ε, πρώτου τόμου), οπότε αλλάζει τελείως ο νόμος μεταβολής της γωνίας εκτροπής ω . Η νέα γωνία ω μεταβάλλεται αυτή τη φορά ανάλογα με την κλίση της σκοπευτικής γραμμής, δηλαδή μεγαλώνει, εφ' όσον μεγαλώνει η γωνία α , και μικραίνει, εφ' όσον μικραίνει η γωνία α . Συγκεκριμένα το σύστημα εκτροπής ρυθμίζεται ούτως ώστε:

$$\frac{\epsilon \omega}{\eta \mu} = \frac{1}{K} \quad (1)$$

Αφ' ετέρου, αν με ϵ_2 παραστήσουμε την εκτροπή του ειδώλου του βερνιέρου στη νέα θέση του συστήματος εκτροπής (μετά την περιστροφή κατά 90°), θα έχουμε:

$$\epsilon_2 = L \cdot \epsilon \omega \quad (2)$$

Αλλά από το σχήμα 13γ συνάγεται ότι:

$$L \cdot \epsilon \omega = \frac{\Delta H}{\eta \mu} \quad (3)$$

Από τις σχέσεις (1), (2) και (3) προκύπτει:

$$\epsilon_2 = \frac{\Delta H}{\eta \mu} \cdot \epsilon \omega = \Delta H \cdot \frac{\epsilon \omega}{\eta \mu} = \frac{\Delta H}{K}$$

Και αν $K = 100$, έπειτα ότι η εκτροπή ϵ_2 σε εκατοστόμετρα μας δίνει το μέγεθος ΔH σε μέτρα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΤΕΤΑΡΤΟ

ΤΑΧΥΜΕΤΡΙΚΗ ΑΠΟΤΥΠΩΣΗ ΠΕΡΙΟΧΗΣ

14.1 Αντικείμενο ταχυμετρικής αποτυπώσεως.

Η ταχυμετρική αποτύπωση μιας περιοχής περιλαμβάνει:

- α) Την απεικόνιση της **μορφής** του εδάφους.
- β) Την αποτύπωση των **λεπτομερειών** του εδάφους.

Σχετικές με τη μορφή του εδάφους είναι οι έννοιες πεδιάδα, λόφος, όρος (βουνό), πλαγιά, κορυφογραμμή, κορυφή, αυχένας.

Πεδιάδα ονομάζεται μία επίπεδη και οριζόντια εδαφική περιοχή.

Λόφος ονομάζεται ένα έξαρμα του εδάφους, μικρού ύψους (ως 300 m περίπου).

Όρος ή βουνό ονομάζεται ένα έξαρμα του εδάφους, μεγάλου ύψους (άνω των 300 m περίπου).

Πλαγιά ονομάζεται η κεκλιμένη επιφάνεια ενός όρους ή ενός λόφου, με σχετικά μικρή κλίση.

Η γραμμή κατά την οποία συναντώνται δύο πλαγιές στα υψηλότερα σημεία τους ονομάζεται **κορυφογραμμή**. Αντίθετα, η γραμμή κατά την οποία συναντώνται δύο πλαγιές στα χαμηλότερα σημεία τους ονομάζεται **μισγάγκεια**. Οι κορυφογραμμές χωρίζουν τα νερά των βροχών, ενώ οι μισγάγκειες τα συγκεντρώνουν και τα οδηγούν προς τις πεδιάδες.

Κορυφές είναι τα υψηλότερα σημεία μιας κορυφογραμμής.

Αυχένες είναι τα χαμηλότερα σημεία μιας κορυφογραμμής.

Ας εξετάσουμε τώρα πώς γίνεται η απεικόνιση της μορφής του εδάφους. Προηγουμένως δύναται να δώσουμε μία σειρά ορισμών.

Ισοσταθμική λέγεται μία επιφάνεια, όταν όλα τα σημεία της ισαπέχουν από την επιφάνεια του γεωειδούς.

Απόσταση δύο ισοσταθμικών επιφανειών είναι το τμήμα μιας κατακόρυφης, που περιλαμβάνεται μεταξύ των επιφανειών αυτών.

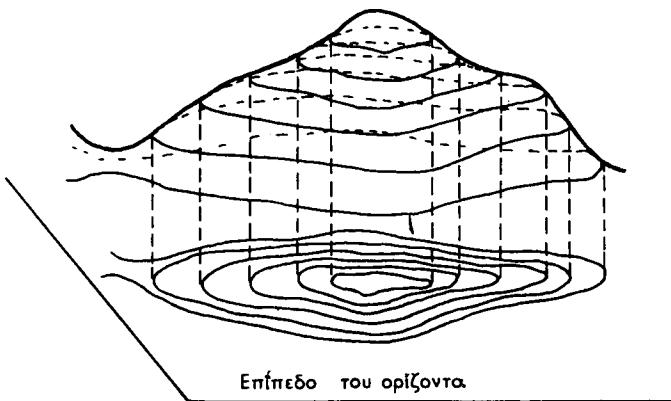
Χωροσταθμική καμπύλη ονομάζεται η τομή μιας ισοσταθμικής επιφάνειας με την επιφάνεια του εδάφους (σχ. 14.1a).

Αν θεωρήσουμε διάφορες χωροσταθμικές καμπύλες, των οποίων οι αντίστοιχες ισοσταθμικές επιφάνειες **ισαπέχουν μεταξύ τους**, οι οριζόντιες προβολές αυτών των καμπυλών μας δίνουν μία εικόνα της μορφής του εδάφους (σχ. 14.1β). Όσο μικρότερη είναι η **ισαπόσταση ή ισαποχή** μεταξύ των ισοσταθμικών επιφανειών, τόσο λεπτομερέστερα και συνεπώς ακριβέστερα αποδίδεται η μορφή του εδάφους με τις ισοϋψείς καμπύλες. Συνήθως η ισαπόσταση λαμβάνεται ίση με 1 ή 2 m.

Πώς αποδίδονται με τις ισοϋψείς καμπύλες τα διάφορα χαρακτηριστικά της μορ-



Σχ. 14.1α.



Σχ. 14.1β.

φής του εδάφους, δηλαδή οι κορυφές, οι αυχένες, οι μισγάγκειες κλπ., φαίνεται στο σχήμα 14.3ε.

Για να αποδοθεί στο τοπογραφικό σχέδιο η μορφή του εδάφους, δηλαδή για να χαραχθούν οι ισοϋψείς καμπύλες, πρέπει να προηγηθεί η μικτή αποτύπωση ενός ορισμένου αριθμού κοινών σημείων. Πόσα και ποια πρέπει να είναι τα σημεία αυτά δεν υπάρχει ακριβής απάντηση. Υπάρχουν μόνον ορισμένες αρχές, τις οποίες πρέπει να έχει κανείς υπόψη του. Οι αρχές αυτές είναι οι εξής:

Όσο μικρότερη είναι η ισαπόσταση των ισοϋψών καμπυλών του τοπογραφικού σχεδίου, δηλαδή όσο μεγαλύτερη είναι η κλίμακα του σχεδίου, τόσο μεγαλύτερος είναι και ο αριθμός των σημείων που πρέπει να αποτυπώσομε.

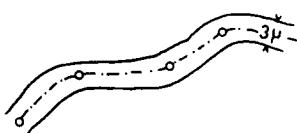
Εξ άλλου η πυκνότητα των κοινών σημείων εξαρτάται από τη μορφή του εδάφους. Όπου το έδαφος είναι ομοιόμορφο, δεν χρειάζονται πολλά σημεία. Αντίθετα, χρειάζονται πολλά, όπου η μορφή του εδάφους ποικίλλει.

Κατά μήκος των κορυφογραμμών και των μισγαγκειών εκλέγεται ο απαιτούμενος αριθμός κοινών σημείων για να αποδοθούν με αρκετή πιστότητα τα βασικά αυτά μορφολογικά στοιχεία.

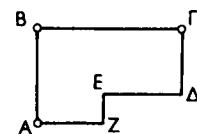
Όλα τα σημεία αποδόσεως τής μορφής του εδάφους αποτυπώνονται ταχυμετρικά.

Ας έρθομε τώρα στις λεπτομέρειες του εδάφους. **Λεπτομέρειες** ονομάζομε τα

ποτάμια, τους δρόμους, τις οικοδομές, τα δρία των ιδιοκτησιών κλπ. Οι λεπτομέρειες δεν χρειάζεται να αποτυπωθούν ταχυμετρικά στο σύνολό τους. Αρκεί να γίνει ταχυμετρική αποτύπωση των κυριότερων σημείων τους. Π.χ. ενός δρόμου αποτυπώνομε ταχυμετρικά μόνον ορισμένα σημεία του άξονα (σχ. 14.1γ) και σημειώνομε το πλάτος του στο σχετικό αυτοσχέδιο (κροκί) της αποτυπώσεως. Επίσης της οικοδομής ΑΒΓΔΕΖ (σχ. 14.1δ) αποτυπώνομε ταχυμετρικά μόνο τα σημεία Α, Β και Γ και μετρούμε τις πλευρές ΔΕ και EZ με τη μετροταινία.



Σχ. 14.1γ.



Σχ. 14.1δ.

Το αντικείμενο της ταχυμετρικής αποτυπώσεως εξαρτάται από την κλίμακα του τοπογραφικού σχεδίου. Αν η κλίμακα είναι μεγαλύτερη από 1/1000, οπότε απαιτείται μεγάλη ακρίβεια αποτυπώσεως, η ταχυμετρική αποτύπωση περιορίζεται μόνο στα κοινά σημεία, δηλαδή στα σημεία αποδόσεως της μορφής του εδάφους και στα σημεία των λεπτομερειών του εδάφους. Πριν από την ταχυμετρική αποτύπωση εγκαθίσταται τότε κάποιο πολυγωνικό δίκτυο, σύμφωνα με όσα είπαμε στην Πολυγωνομετρία. Τα υψόμετρα των κορυφών των πολυγωνικών οδεύσεων προσδιορίζονται με γεωμετρική χωροστάθμηση.

Αν όμως η κλίμακα του τοπογραφικού σχεδίου είναι μικρότερη από 1/2000, οπότε δεν απαιτείται μεγάλη ακρίβεια αποτυπώσεως, αντί του δικτύου των πολυγωνικών οδεύσεων σχηματίζομε ένα δίκτυο οδεύσεων, που ονομάζονται **ταχυμετρικές**. Οι κορυφές του δικτύου αυτού, οι **στάσεις**, όπως ονομάζονται, αποτυπώνονται ταχυμετρικά, δηλαδή με οπτική μέτρηση των οριζόντιων αποστάσεων και τριγωνομετρική χωροστάθμηση **συγχρόνως** με τα κοινά σημεία. Καταβάλλεται όμως ίδιατέρη προσπάθεια να επιτευχθεί η μέγιστη δυνατή ακρίβεια μέσα στα πλαίσια της ταχυμετρικής αποτυπώσεως.

Η σύγχρονη αυτή αποτύπωση συνεπάγεται μέγιστης κέρδος χρόνου, γιατί σε κάθε κορυφή του ταχυμετρικού δικτύου γίνεται **μία μόνο στάση του οργάνου**. Κατά τα άλλα ισχύουν όσα είπαμε για τις πολυγωνικές οδεύσεις.

Συνήθως, όταν μιλάμε για ταχυμετρική αποτύπωση, εννοούμε την περίπτωση δικτύου με ταχυμετρικές οδεύσεις.

14.2 Εργασία εδάφους.

Και στις δύο περιπτώσεις η ταχυμετρική αποτύπωση χωρίζεται σε δύο φάσεις: Στην εργασία εδάφους και στην εργασία γραφείου.

Το συνεργείο, που εκτελεί την εργασία εδάφους, αποτελείται από τον επί κεφαλής, τον παρατηρητή, το σημειωτή και δύο ως έξι στοχοφόρους.

Ο **επί κεφαλής** του συνεργείου εκλέγεται αφ' ενός μεν τις στάσεις του οργάνου, αφ' ετέρου δε τα κοινά σημεία, δηλαδή τα σημεία αποδόσεως της μορφής του ε-

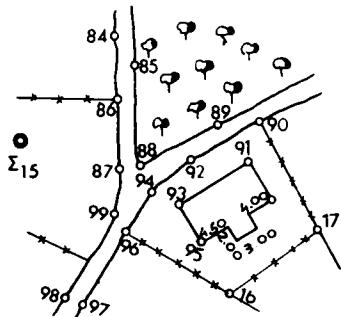
δάφους και τα σημεία των λεπτομερειών, προς τα οποία κατευθύνει τους στοχοφόρους.

Επίσης κρατεί τα λεγόμενα αυτοσχέδια (*κροκί*), δηλαδή σχεδιάζει με «ελεύθερο χέρι» τις διάφορες λεπτομέρειες του εδάφους, ενώ παράλληλα σημειώνει επάνω στο αυτοσχέδιο όλα τα κοινά σημεία με τον αυξοντα αριθμό τους. Τα κροκί αυτά έχουν μεγάλη σημασία, γιατί βοηθούν να συνταχθεί το τοπογραφικό σχέδιο κατά την εργασία γραφείου. Το σχήμα 14.2α αποτελεί μέρος ενός αυτοσχεδίου.

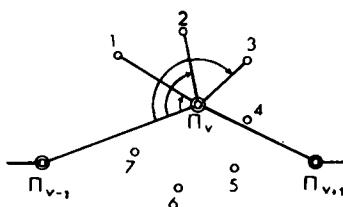
Ο **παρατηρητής** χειρίζεται το ταχύμετρο.

Ο **σημειωτής** είναι ο άμεσος βοηθός του παρατηρητή. Αναγράφει επάνω στο λεγόμενο **ταχυμετρικό σημειωματάριο** όλες τις αναγνώσεις, που εκφωνεί ο παρατηρητής. Άν για διαφόρους λόγους η αποτύπωση γίνεται με αργό ρυθμό, ο σημειωτής καταργείται και την εργασία του κάνει ο παρατηρητής.

Οι **στοχοφόροι** τοποθετούν το στόχο επάνω στα κοινά σημεία. Ο αριθμός των στοχοφόρων εξαρτάται από τη δυσκολία μετακινήσεως, που παρουσιάζει το έδαφος. Όσο μεγαλύτερη είναι η δυσκολία αυτή, τόσο μεγαλύτερος είναι και ο αριθμός των στοχοφόρων, ώστε να μην επιβραδύνεται ο ρυθμός της αποτυπώσεως.



Σχ. 14.2α.



Σχ. 14.2β.

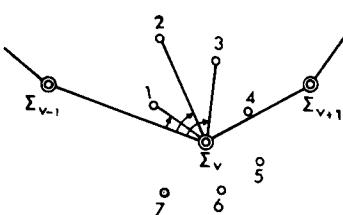
Ας έρθομε τώρα στην εκτέλεση της εργασίας εδάφους.

Αν ο σκελετός της αποτυπώσεως αποτελείται από πολυγωνικές οδεύσεις, ακολουθούμε τη διαδικασία, που περιγράφαμε στην ταχυμετρική αποτύπωση σημείου (κεφάλαιο 13) με την εξής όμως διευκρίνηση: Τις οριζόντιες γωνίες Π_{v-1} - Π_v - 1, Π_{v-1} - Π_v - 2, Π_{v-1} - Π_v - 3, ..., μετρούμε απευθείας, αφού κατευθύνομε προηγουμένως την υποδιάρεση 0 του οριζόντιου δίσκου προς την κορυφή Π_{v-1} (σχ. 14.2β). Υποτίθεται φυσικά ότι εργαζόμαστε με επαναληπτικό ταχύμετρο.

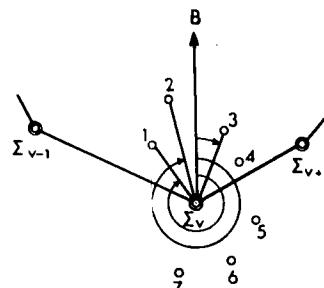
Αν ο σκελετός της αποτυπώσεως αποτελείται από ταχυμετρικές οδεύσεις, ακολουθούμε δύο μεθόδους ταχυμετρικής αποτυπώσεως, που διαφέρουν μόνον ως προς τη μέτρηση των οριζοντίων γωνιών. Κατά την πρώτη μέθοδο μετρούμε τις οριζόντιες γωνίες Σ_{v-1} - Σ_v - 1, Σ_{v-1} - Σ_v - 2, Σ_{v-1} - Σ_v - 3, κλπ. (σχ. 14.2γ).

Κατά τη δεύτερη μέθοδο μετρούμε τα αζιμούθια των διευθύνσεων Σ_v - 1, Σ_v - 2, Σ_v - 3, κλπ. (σχ. 14.2δ).

Συνήθως εφαρμόζεται η δεύτερη μέθοδος, αλλά εμείς θα εξετάσομε και τις δύο.



Σχ. 14.2γ.

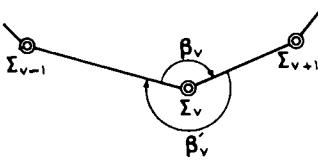


Σχ. 14.2δ.

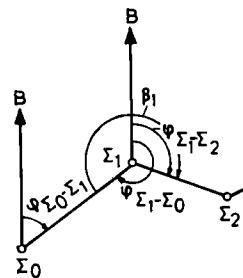
1.) Μέθοδος μετρήσεως των γωνιών $\Sigma_{v-1} - \Sigma_v - 1$ κλπ.

Πρώτα - πρώτα σε κάθε στάση μετρούμε την οριζόντια γωνία $\Sigma_{v-1} - \Sigma_v - \Sigma_{v+1}$, που σχηματίζουν οι πλευρές της ταχυμετρικής οδεύσεως. Μετρούμε μάλιστα και τις δύο γωνίες, δηλ. και τη β_v και τη β'_v (σχ. 14.2ε). Έτσι είμαστε βέβαιοι ότι η μέτρηση της οριζόντιας γωνίας των πλευρών $\Sigma_{v-1} - \Sigma_v$ και $\Sigma_v - \Sigma_{v+1}$, έγινε σωστά, αφού πρέπει: $\beta_v + \beta'_v = 4$ ορθές.

Ακολουθεί η μέτρηση των οριζόντιων γωνιών $\Sigma_{v-1} - \Sigma_v - 1$, $\Sigma_{v-1} - \Sigma_v - 2$, κλπ., που γίνεται, όπως στην περίπτωση σκελετού από πολυγωνικές οδεύσεις.



Σχ. 14.2ε.



Σχ. 14.2στ.

2) Μέθοδος μετρήσεως αζιμουθίων.

Όταν εφαρμόζομε τη μέθοδο αυτή, μετρούμε τα αζιμούθια των διευθύνσεων $\Sigma_v - 1$, $\Sigma_v - 2$, $\Sigma_v - 3$ κλπ. Συνεπώς πρέπει σε κάθε στάση του οργάνου να κυτευθύνομε την υποδιάρεση 0 του οριζόντιου δίσκου προς το μαγνητικό βορρά. Προς τούτο είναι ανάγκη να γνωρίζομε το αζιμούθιο μιας τουλάχιστον πλευράς της ταχυμετρικής οδεύσεως και συγκεκριμένα της πρώτης πλευράς $\Sigma_0 - \Sigma_1$ (σχ. 14.2στ). Το αζιμούθιο αυτό μετρείται με την πυξίδα. Ας εξετάσουμε τώρα πώς κατευθύνεται η διαίρεση 0 του οριζόντιου δίσκου προς το μαγνητικό βορρά.

Τοποθετούμε το ταχύμετρο στη στάση Σ_1 , και, αφού το οριζόντιωσομε, συμπλέκομε τον οριζόντιο δίσκο με το κύριο σώμα του οργάνου έτσι, ώστε, οπουδήποτε και αν σκοπεύσομε, να κάνομε τη σταθερή ανάγνωση $\Phi_{\Sigma_0 - \Sigma_1} + 2$ ορθές. Η

ανάγνωση αυτή δεν είναι άλλη από το αζιμούθιο της διευθύνσεως $\Sigma_1 - \Sigma_0$ δηλαδή από το $\Phi_{\Sigma_1 - \Sigma_0}$ (σχ. 14.2στ.).

Στρέφομε λοιπόν τη σκοπευτική γραμμή του τηλεσκόπου προς τη στάση Σ_0 , οπότε το 0 του οριζόντιου δίσκου κατευθύνεται αναγκαστικά προς το μαγνητικό βορρά. Κατόπιν σταθεροποιούμε τον οριζόντιο δίσκο, δηλαδή τον αποσυμπλέκομε από το κύριο σώμα του οργάνου, που μετρούμε τα αζιμούθια των διευθύνσεων $\Sigma_1 - \Sigma_2$, $\Sigma_1 - 1$, $\Sigma_1 - 2$, $\Sigma_1 - 3$, κλπ.

Κατά τον ίδιο τρόπο κατευθύνομε το 0 του οριζόντιου δίσκου προς το μαγνητικό βορρά και μετρούμε τα αζιμούθια των διευθύνσεων $\Sigma_v - \Sigma_{v+1}$, $\Sigma_v - 1$, $\Sigma_v - 2$, $\Sigma_v - 3$, κλπ. και από τις άλλες στάσεις.

Σπουδαία παρατήρηση: Όταν τοποθετήσομε το ταχύμετρο σε μία στάση και πριν συμπλέξομε τον οριζόντιο δίσκο με το κύριο σώμα του οργάνου, μετρούμε την αντίστοιχη γωνία β των πλευρών της ταχυμετρικής οδεύσεως. Αυτό το κάνομε για να έχομε έναν έλεγχο της ακρίβειας των μετρήσεων. Π.χ. στη στάση Σ_1 μετρούμε τη γωνία β_1 (σχ. 14.2στ.). Ισχύει όμως η σχέση:

$$\Phi_{\Sigma_1 - \Sigma_2} = \beta_1 - (2 \text{ άρθρος} - \Phi_{\Sigma_0 - \Sigma_1}).$$

Συνεπώς, αν η τιμή του αζιμουθίου $\Phi_{\Sigma_1 - \Sigma_2}$, που προκύπτει από τη σχέση αυτή, συμπίπτει με την τιμή του ίδιου αζιμουθίου, που μετρούμε με το ταχύμετρο, αφού κατευθύνομε το 0 του οριζόντιου δίσκου προς το μαγνητικό βορρά, έχει καλώς. Άλλιώς σημαίνει ότι η γωνία β_1 μετρήθηκε λάθος ή ότι δεν κατευθύναμε σωστά τη διαίρεση 0 προς το μαγνητικό βορρά.

Ο οπική μέτρηση των πλευρών της ταχυμετρικής οδεύσεως γίνεται πάντοτε δύο φορές. Την πρώτη από την στάση Σ_v προς τη Σ_{v+1} , και τη δεύτερη από τη Σ_{v+1} προς τη Σ_v . Επίσης διπλή μέτρηση γίνεται και για τον προσδιορισμό της υψομετρικής διαφοράς των διαδοχικών στάσεων με εμπροσθοσκόπευση από τη στάση Σ_v και οπισθοσκόπευση από τη στάση Σ_{v+1} .

Οι ενδείξεις των διαφόρων μετρήσεων αναγράφονται σε ένα ειδικό σημειωματάριο, που ονομάζεται **ταχυμετρικό**. Ο Πίνακας 14.2.1 αποτελεί απόσπασμα ενός τέτοιου σημειωματάριου, όπου εμφαίνεται ο τρόπος καταγραφής των ενδείξεων.

Κατά την εργασία εδάφους συμπληρώνονται μόνον οι στήλες 1, 2, 3, 4, 5 και 9. Οι στήλες 6, 7 και 8 συμπληρώνονται κατά την εργασία γραφείου, όπως θα δούμε στην επόμενη παράγραφο.

14.3 Εργασία γραφείου.

Η εργασία γραφείου διαιρείται σε δύο στάδια. Κατά το πρώτο στάδιο συμπληρώνεται το ταχυμετρικό σημειωματάριο και συγκεκριμένα οι στήλες 6, 7 και 8. Κατά το δεύτερο στάδιο συντάσσεται το τοπογραφικό σχέδιο.

Η συμπλήρωση των στηλών 6 και 7 γίνεται, όπως είδαμε, με τη βοήθεια των Ταχυμετρικών Πινάκων. Όσον αφορά τη στήλη 8, δηλαδή τη στήλη των υψομέτρων, εφαρμόζομε τον τύπο της τριγωνομετρικής χωροσταθμήσεως:

$$u_M = u_\Sigma + (H - h) \pm \Delta H$$

ΠΙΝΑΚΑΣ 14.2.1.
Υπόδειγμα σελίδας ταχυμετρικού σημειωματαρίου

Ημερομηνία..... Όργανο								Παρατηρητής		
(1) Σημείο	(2) Τμήμα Στόχου	(3) Υψος Σκοπεύ- στεως h	(4) Ζενίθια Γωνία		(5) Οριζόντια Γωνία		(6) Οριζόντια Απόσταση L	(7) Υψομε- τρική Διαφορά $\pm \Delta H$	(8) Υψόμετρο υ	Παρατηρή- σεις
			g	c	g	c				
Σ_6	57,50	1,29	107		43	000	00			277,85
Σ_6	57,00	1,28	292		56	200	00	56,50	- 6,63	271,32
Σ_7	62,00	1,31	87		60	146	16			
	62,00	1,31	312		39	346	17	59,60	+11,77	289,62
Σ_5					282	00				
Σ_7					82	00				
Σ_7					28	16				
					228	16				
88	34	1,39	99	00	359	10	34,00	+ 0,49	278,34	
89	28	>	106	15	363	70	27,70	- 2,69	275,16	
90	35	3,39	108	15	378	50	34,40	- 4,44	273,41	
91	30	1,39	86	62	275	50	28,70	- 6,13	283,98	γωνία σπι-
92	95	3,39	110	05	57	80	92,60	-14,75	268,10	τιού
93	100	1,39	110	86	53	50	97,00	-16,73	259,12	"
94	92	>	110	84	41	60	89,30	-15,37	262,48	"
95	74	>	111	48	45	70	74,50	-13,59	264,26	
96	36	>	112	29	66	20	34,70	- 6,78	271,07	
97	50	>	112	00	75	00	48,20	- 9,20	268,65	
98	23	>	112	58	83	20	22,10	- 4,43	273,42	
99	38	>	110	90	106	20	36,90	- 6,38	271,47	
100	55	>	95	15	211	10	54,70	+ 4,17	282,02	μαντρό-
101	49	>	87	30	257	40	47,10	+ 9,52	287,37	τοιχος
102	46	>	87	17	282	10	44,10	+ 9,03	286,87	"
103	64	>	87	14	254	10	61,00	+12,03	289,88	"
104	46	>	87	17	282	10	44,10	+ 9,02	286,87	
105	62	>	87	60	290	00	59,60	+11,77	289,62	
106	43	>	90	40	307	00	42,00	+ 6,39	284,24	
107	58	3,39	89	17	304	30	56,30	+ 9,67	287,52	

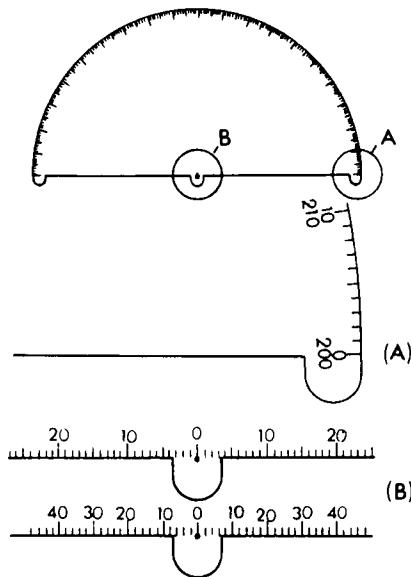
και αν $H = h$

$$u_M = u_\Sigma \pm \Delta H.$$

Π.χ. για το σημείο με αύξοντα αριθμό 96 είναι $\Delta H = -6,78$, άρα $u_M = 277,85 - 6,78 = 271,07$ m.

Αφού συμπληρώσουμε το ταχυμετρικό σημειωματάριο, αρχίζομε τη σχεδίαση. Πριν από όλα τοποθετούμε επάνω στο σχέδιο τις κορυφές του πολυγωνικού ή του ταχυμετρικού δικτύου, που χρησίμευσε σαν σκελετός της αποτυπώσεως. Η εργασία αυτή γίνεται με τον ίδιο τρόπο είτε πρόκειται για πολυγωνικές οδεύσεις, είτε για ταχυμετρικές. Και στις δύο περιπτώσεις προηγείται ο υπολογισμός των οδεύσεων και ακολουθεί η σχεδίαση των κορυφών τους με βάση τις ορθογώνιες συντεταγμένες, όπως μάθαμε στην Πολυγωνομετρία.

Για τη σχεδίαση των κοινών σημείων χρησιμοποιούμε το λεγόμενο **αναγωγέα** (σχ. 14.3a). Ο αναγωγέας είναι ένα ημικύλιο από χαρτόνι, υποδιαιρεμένο σε 200° ή 180° , ανάλογα με το είδος των υποδιαιρέσεων που φέρει ο οριζόντιος δίσκος του ταχυμέτρου. Η διάμετρος του ημικυκλίου είναι υποδιαιρεμένη σε mm και ανάλογα με την κλίμακα σχεδιάσεως το κάθε mm αντιστοιχεί σε 1 m για κλίμακα 1:1000, σε 2 m για κλίμακα 1:2000 κ.ο.κ. (Λεπτομέρεια Β, σχ. 14.3a).



Σχ. 14.3a.

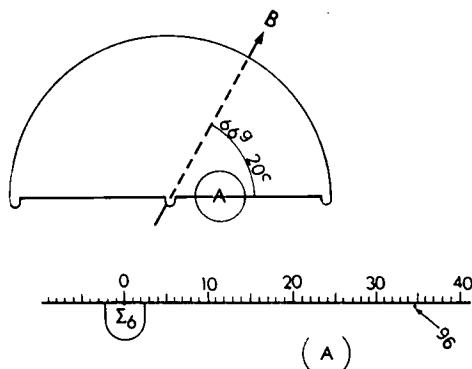
Τέλος στο κέντρο του ημικυκλίου υπάρχει μία μικρή οπή τόση, ώστε να επιτρέπει να πέρνα η αιχμή μιας βελόνας.

Ας υποθέσουμε τώρα ότι θέλομε να τοποθετήσουμε επάνω στο σχέδιο το σημείο με αύξοντα αριθμό 96, που σκοπεύσαμε από τη στάση Σ_6 . **Στοιχεία σκοπεύσεως:** οριζόντια γωνία $66^\circ 20'$, οριζόντια απόσταση: 34,70 m. Κλίμακα σχεδιάσεως: 1:1000.

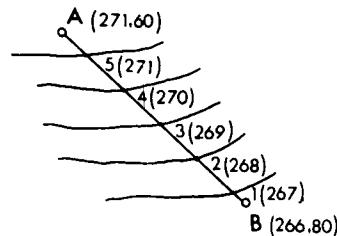
Περνάμε την αιχμή της βελόνας από το κέντρο του αναγωγέα και την εμπήγομε ακριβώς στο κέντρο του κυκλίσκου, που αντιστοιχεί στη στάση Σ_6 . Με αυτό τον τρόπο το κέντρο του αναγωγέα και η στάση Σ_6 συμπίπτουν. Αφ' ετέρου ο αναγωγέας είναι ελεύθερος να στραφεί γύρω από τη βελόνα.

Φέρομε σε σύμπτωση την υποδιάίρεση 66^g και 2/10 ταυ αναγωγέα (η εκτίμηση των δεκάτων γίνεται με το μάτι) με τη διεύθυνση του βορρά, που έχομε χαράξει ήδη (σχ. 14.3β). Κατόπιν αναζητούμε επάνω στη διάμετρο του αναγωγέα και προς τα δεξιά του κέντρου του, εφ' όσον η οριζόντια γωνία είναι μικρότερη από 2 ορθές, την υποδιάίρεση 34,70. Εκεί με τη μύτη του μολυβιού μας σημειώνομε μία κοκκίδα, που παριστάνει το σημείο 96 (σχ. 14.3β – λεπτομέρεια Α). Με τον ίδιο τρόπο τοποθετούμε επάνω στο σχέδιο και τα άλλα κοινά σημεία.

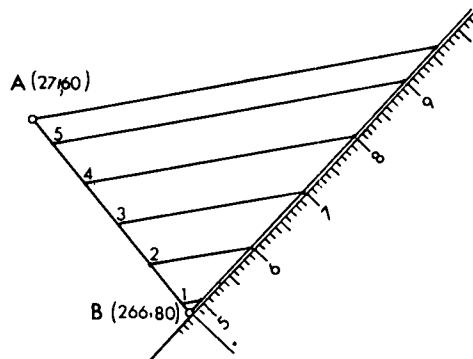
Αφού τοποθετήσομε όλα τα κοινά σημεία επάνω στο σχέδιο, συνδέομε τα σημεία λεπτομερειών μεταξύ τους. Η εργασία αυτή είναι πολύ λεπτή και αν θα επιτύχει ή όχι εξαρτάται από την ακρίβεια, με την οποία έχουν σχεδιασθεί τα διάφορα αυτοσχέδια (κροκί) κατά την εργασία εδάφους.



Σχ. 14.3β.



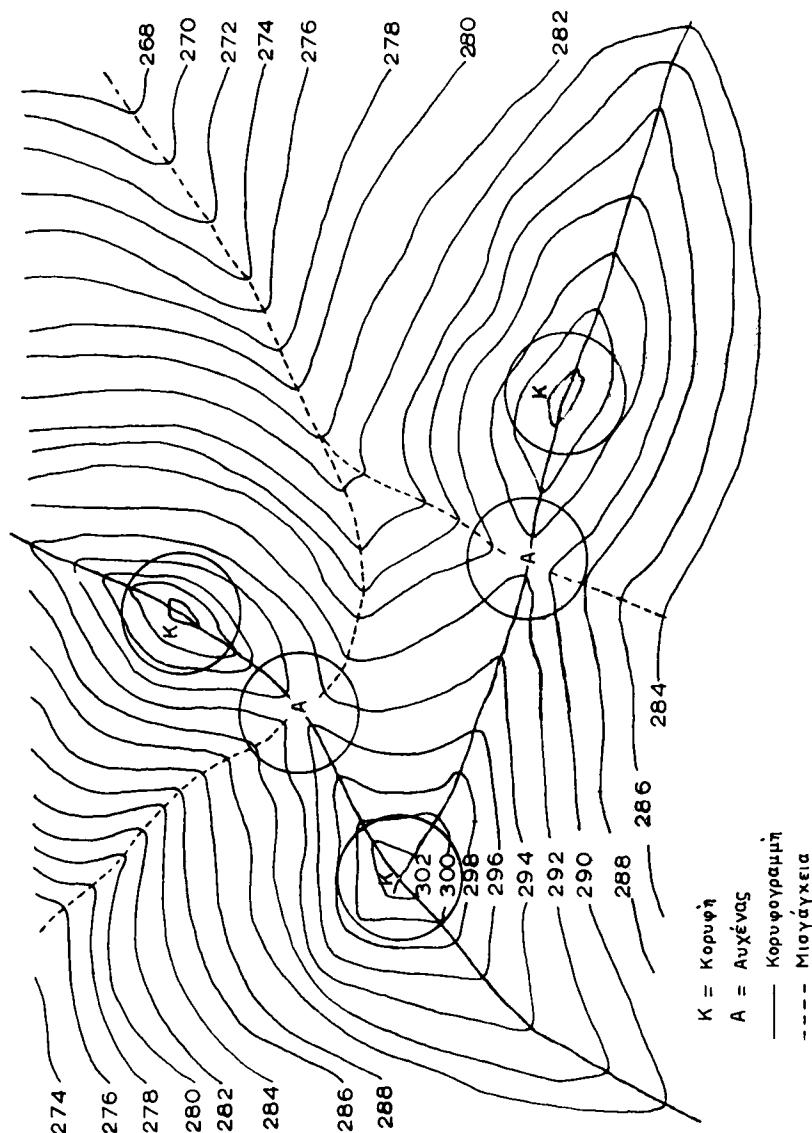
Σχ. 14.3γ.



Σχ. 14.3δ.

Η τελευταία φάση της συντάξεως του τοπογραφικού σχεδίου συνίσταται στη χάραξη του ισοϋψών καμπυλών. Πρώτη μας δουλειά είναι να ενώσουμε με συνεχείς γραμμές τα σημεία των κορυφογραμμών και με διακεκομμένες τα σημεία των μισγάκειών. Αυτό μας διευκολύνει πολύ στην απόδοση της μορφής του εδάφους. Έπειτα ενώνομε με ευθείες γραμμές διάφορα σημεία του τοπογραφικού σχεδίου, όπως π.χ. τα σημεία Α και Β του σχήματος 14.3γ.

Είναι φανερό ότι οι ισοϋψείς καμπύλες της περιοχής όταν χαραχθούν, θα τέμ-



Σχ. 14.3ε.

νουν την ευθεία AB στα σημεία 1, 2, 3, 4 και 5, με αντίστοιχα υψόμετρα 267, 268, 269, 270 και 271 m. Αυτά όμως τα σημεία μπορούμε να τα προσδιορίσουμε με μία βιοηθητική ευθεία, που δέρχεται από το σημείο B. Επάνω στη βιοηθητική ευθεία τοποθετούμε το υποδεκάμετρό μας, όπως φαίνεται στο σχήμα 14.3δ και σημειώνομε με κοκκίδες τα σημεία, που αντιστοιχούν στις υποδιαιρέσεις 5, 6, 7, 8, 9 και 9,60 του υποδεκαμέτρου.

Ενώνομε το σημείο της υποδιαιρέσως 9,60 με το σημείο A και φέρομε παράλληλες από τα υπόλοιπα σημεία της βιοηθητικής ευθείας. Όπου οι παράλληλες αυτές τέμνουν την ευθεία AB, ορίζονται τα σημεία 1 ως 5. Κατά τον ίδιο τρόπο ορίζονται σημεία των ισοϋψών καμπυλών και από άλλες ευθείες, που ενώνουν κοινά σημεία.

Τελικά οι ισοϋψείς καμπύλες παρουσιάζουν τη μορφή του σχήματος 14.3ε. Στο σχήμα αυτό υποδεικνύονται κατάλληλα τα κυριότερα μορφολογικά στοιχεία του εδάφους, για τα οποία έγινε λόγος στην αρχή αυτού του κεφαλαίου.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Η ΧΡΗΣΗ ΤΩΝ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΣΤΗΝ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑ

Tι είναι ηλεκτρονικοί υπολογιστές.

Τον τελευταίο καιρό έχει διαδοθεί ευρύτατα η χρήση των ηλεκτρονικών υπολογιστών για τη λύση διαφόρων τεχνικών προβλημάτων. Πριν όμως μιλήσουμε για το πως χρησιμοποιούνται οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές στην Τοπογραφία, θα πρέπει να πούμε λίγα λόγια για το τι ακριβώς είναι αυτοί και πως λειτουργούν.

Οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές είναι ηλεκτρονικά συγκροτήματα, που κάνουν διάφορους υπολογισμούς **με πολύ μεγάλη ταχύτητα και πολύ μεγάλη ακρίβεια**. Η χρήση τους αποκτά ιδιαίτερη σημασία, όταν οι υπολογισμοί που κάνουν ή επαναλαμβάνονται πάρα πολλές φορές ή είναι πάρα πολύ περίπλοκοι ή όταν συμβαίνουν και τα δύο. Και στις τρεις περιπτώσεις, πολύ περισσότερο μάλιστα στην τρίτη, ο άνθρωπος θα χρειαζόταν αρκετές δεκάδες χρόνια για να φέρει σε πέρας ένα αποτέλεσμα, για το οποίο ο ηλεκτρονικός υπολογιστής δεν χρειάζεται παρά λίγα λεπτά της ώρας.

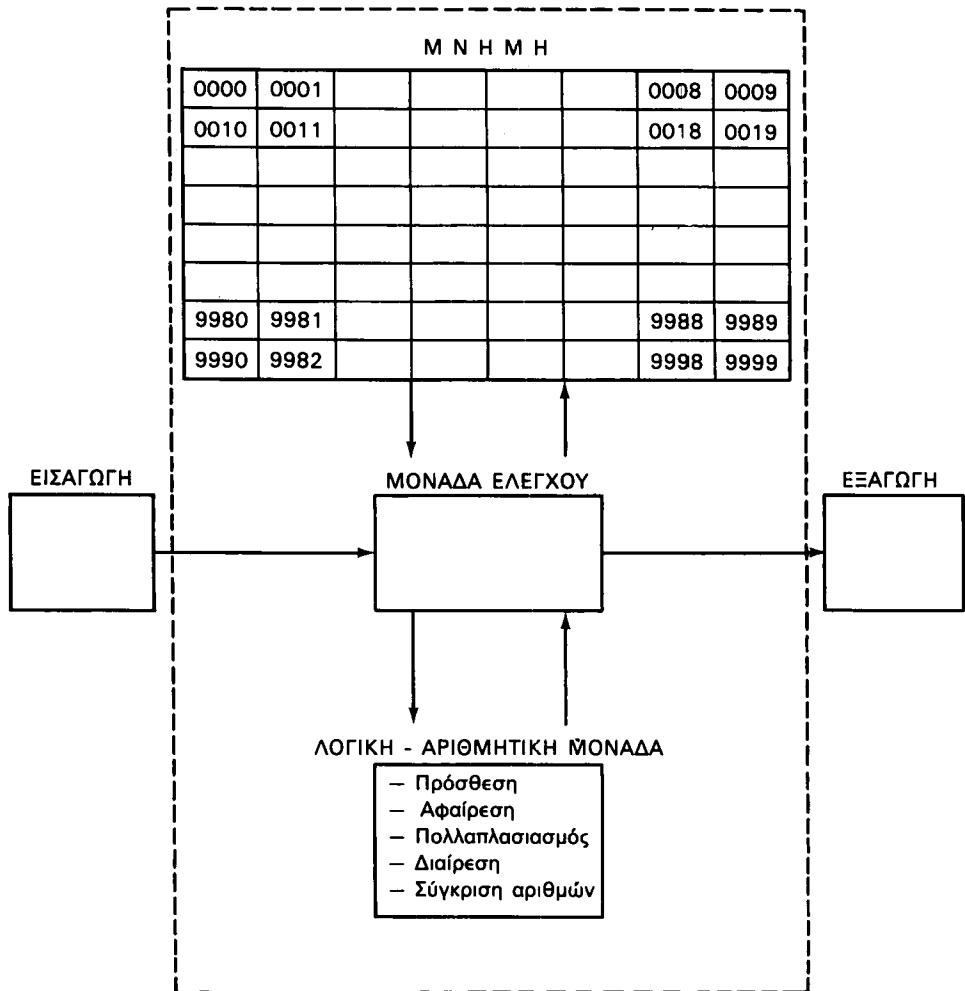
Ο ηλεκτρονικός υπολογιστής λύνει τα διάφορα προβλήματα με τον ίδιο ακριβώς τρόπο που τα λύνει και ο άνθρωπος, δηλαδή χρειάζεται ορισμένες **πληροφορίες**, που είναι από τη μια μεριά **τα δεδομένα** του προβλήματος και από την άλλη οι **οδηγίες** που αφορούν τον τρόπο λύσεώς του. Με βάση τις πληροφορίες αυτές και χρησιμοποιώντας το μυαλό του ο άνθρωπος βρίσκει το αποτέλεσμα. Μία παρόμοια διαδικασία ακολουθείται και στην περίπτωση του ηλεκτρονικού υπολογιστή, που γι' αυτόν ακριβώς το λόγο απαρτίζεται από τρία τμήματα. Την **εισαγωγή** (input), από όπου του «εισάγομε» τις αναγκαίες πληροφορίες (οδηγίες και δεδομένα), την **κεντρική μονάδα επεξεργασίας** (central processing unit), όπου γίνεται η επεξεργασία των δεδομένων με βάση τις οδηγίες, και την **εξαγωγή** (output), από όπου παίρνουμε το αποτέλεσμα, δηλαδή τη λύση του συγκεκριμένου προβλήματος.

Η κεντρική μονάδα επεξεργασίας, που παίζει το ρόλο του ανθρώπινου μυαλού και είναι το κυριότερο τμήμα του ηλεκτρονικού υπολογιστή, αποτελείται με τη σειρά της από τρία υποτμήματα: τη **μνήμη**, τη **λογική-αριθμητική μονάδα** και τη **μονάδα ελέγχου**. Στο πρώτο υποτμήμα, που περιλαμβάνει διάφορα διαμερίσματα, το καθένα από τα οποία χαρακτηρίζεται με μία ορισμένη **διεύθυνση** εκφρασμένη με κάποιο αριθμό, αποθηκεύονται και οι πληροφορίες, και τα αποτελέσματα επεξεργασίας των δεδομένων, ενδιάμεσα και τελικά. Στο δεύτερο γίνονται απλές αριθμητικές πράξεις (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός, διαιρεση) και συγκρίσεις

αριθμών. Τέλος το τρίτο υποτμήμα συντονίζει και ελέγχει τη λειτουργία όλου του συγκροτήματος.

Τα διάφορα τμήματα και υποτμήματα του ηλεκτρονικού υπολογιστή καθώς και ο τρόπος που συσχετίζονται μεταξύ τους, δείχνονται στο επόμενο σχηματικό διάγραμμα.

ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΜΟΝΑΔΑ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ



Ας δούμε τώρα πώς λειτουργεί ο ηλεκτρονικός υπολογιστής και ειδικότερα η κεντρική μονάδα επεξεργασίας. Προηγουμένως όμως χρειάζεται να εξήγησομε τι είναι **πρόγραμμα** και τι **γλώσσα προγραμματισμού**.

Πρόγραμμα στην ορολογία των ηλεκτρονικών υπολογιστών ονομάζεται το σύνολο των οδηγιών (ή εντολών) που δίνομε στον ηλεκτρονικό υπολογιστή, όταν θέλομε να μας λύσει κάποιο πρόβλημα.

Γλώσσα προγραμματισμού ονομάζεται η γλώσσα στην οποία συντάσσεται το πρόγραμμα.

Γλώσσες προγραμματισμού υπάρχουν πολλές, ανάλογα με το είδος του προβλήματος που θέλομε να λύσουμε. Για τα επιστημονικά και τεχνικά προβλήματα, στους σύγχρονους τύπους ηλεκτρονικών υπολογιστών χρησιμοποιείται σχεδόν αποκλειστικά η γλώσσα FORTRAN (από τον αγγλικό όρο FORmula TRANslator, που σημαίνει: μεταφραστής αλγεβρικών τύπων).

Η γλώσσα FORTRAN μεταχειρίζεται αριθμούς, γράμματα (κεφαλαία του λατινικού αλφαριθμητικού) και σύμβολα αριθμητικών πράξεων, που είναι τα ίδια με τα γνωστά μας σύμβολα όταν πρόκειται για την πρόσθεση (+) και την αφαίρεση (-), διαφορετικά όμως όταν πρόκειται για τον πολλαπλασιασμό (*), τη διαίρεση (/) και την ύψωση σε δύναμη (**). Π.χ. η αλγεβρική παράσταση:

$$a^2 - \frac{3 bc}{d} \quad \text{γράφεται} \quad A^{**} 2 - 3 * B^* C / D$$

Τα σύμβολα σχέσεων: ίσον (=), μεγαλύτερο από (>), μικρότερο από (<) κλπ., εκφράζονται με τα αρχικά των αντίστοιχων αγγλικών λέξεων: equals (.EQ.), greater than (.GT.), less than (.LT.) κλπ. Έτσι η σχέση:

$$x = \psi \quad \text{γράφεται} \quad X.EQ.\Psi$$

$$\text{ή η σχέση: } a > b \quad \text{γράφεται} \quad A.GT.B.$$

Όπως είναι φανερό οι τελείες πριν και μετά τα σύμβολα σχέσεων στη γλώσσα FORTRAN μπαίνουν για να μη γίνεται σύγχυση με τα γράμματα που προηγούνται ή ακολουθούν.

Και τώρα μπορούμε με τις πολύ γενικές αυτές γνώσεις να αντιληφθούμε πώς λειτουργεί ο ηλεκτρονικός υπολογιστής. Θα διαλέξουμε ένα απλό πρόβλημα σαν παράδειγμα ούτως, ώστε και το αντίστοιχο πρόγραμμα να είναι απλό. Έστω λοιπόν ότι θέλομε να βρούμε το γινόμενο: $Z = a \cdot \beta$, όταν τα a και β παίρνουν διάφορες τιμές το καθένα, π.χ.:

$a = 3,00$	καί	$\beta = 7,50$
$a = 5,20$	καί	$\beta = 18,00$
$a = 19,00$	καί	$\beta = 6,30$
.		.
.		.
.		.
.		.
$a = 7,365$	καί	$\beta = 612,00$

Όσο πιο πολλά είναι τα ζεύγη των τιμών που παίρνουν τα a και β , τόσο πιο μεγάλο όφελος έχομε από τη χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή.

Πρώτα-πρώτα συντάσσουμε το αντίστοιχο πρόγραμμα στη γλώσσα FORTRAN. Το πρόγραμμα διατυπώνεται ως εξής:

```

10 READ A,B
IF (A.EQ.99999.) STOP
Z = A * B
WRITE Z
GØ TØ 10
END

```

Πρέπει εδώ να εξηγήσουμε ότι εκτός από τα σύμβολα αριθμητικών πράξεων και σχέσεων η γλώσσα FORTRAN μεταχειρίζεται και ολόκληρες λέξεις της αγγλικής γλώσσας. Έτσι:

READ σημαίνει: διάβασε
 IF σημαίνει: αν
 STOP σημαίνει: σταμάτα
 WRITE σημαίνει: γράψε
 GØ TØ 10 σημαίνει: πήγαινε στο 10 (γράφομε Ø αντί 0, όπως θα έπρεπε, για να μη γίνει σύγχυση ανάμεσα στο γράμμα Ο και στο μηδέν) και
 END σημαίνει: τέλος

Ας ξεχάσουμε όμως για λίγο τη δεύτερη σειρά του προγράμματος. Το σύνολο των οδηγιών (ή εντολών), που δίνονται στον ηλεκτρονικό υπολογιστή, αναλυτικά είναι οι εξής:

- 1) Διάβασε το δεδομένο A (= 3,00), που θα βρεις στην «εισαγωγή» και τοποθέτησέ το σε ορισμένη διεύθυνση της μνήμης⁽¹⁾.
- 2) Διάβασε το δεδομένο B (=7,50), που θα βρεις στην «εισαγωγή» και τοποθέτησέ το σε μια άλλη διεύθυνση της μνήμης⁽²⁾.
- 3) Μετάφερε το περιεχόμενο της διεύθυνσεως 0000 της μνήμης στην αριθμητική μονάδα.
- 4)
- 5) Πολλαπλασίασε το περιεχόμενο της αριθμητικής μονάδας με το περιεχόμενο της διεύθυνσεως 0001 της μνήμης.
- 6) Μετάφερε το περιεχόμενο της αριθμητικής μονάδας (δηλαδή το γινόμενο $3,00 \times 7,50$) σε ορισμένη διεύθυνση της μνήμης⁽³⁾.
- 7) Γράψε το περιεχόμενο της διεύθυνσεως 0002 της μνήμης στην «εξαγωγή».
- 8) Μεταπήδησε στην αρχική εντολή⁽⁴⁾.

Είναι φανερό ότι μετά την τελευταία εντολή ο ηλεκτρονικός υπολογιστής θα ξανακάνει μία νέα σειρά ενεργειών, ίδια ακριβώς με την προηγούμενη επεξεργαζόμενος τώρα το δεύτερο ζεύγος τιμών των A και B, δηλαδή τα δεδομένα A = 5,20 και B = 18,00.

Ανάλογες επαναλήψεις ενεργειών και επεξεργασιών θα γίνουν και με τα υπό-

(1) Έστω ότι η διεύθυνση αυτή εκφράζεται με τον αριθμό 0000.

(2) Έστω ότι η διεύθυνση αυτή εκφράζεται με τον αριθμό 0001.

(3) Έστω ότι η διεύθυνση αυτή εκφράζεται με τον αριθμό 0002.

(4) Όλες οι εντολές και συνεπώς και η αρχική εντολή, αποθηκεύονται και αυτές σε ορισμένη διεύθυνση της μνήμης η καθεμιά.

λοιπα ζεύγη τιμών των δεδομένων A και B, ως ότου περάσει η σειρά και του τελευταίου ζεύγους: A = 7,365 και B = 612,00.

Τώρα γίνεται αντιληπτή η διαφορά μεταξύ ενός ηλεκτρονικού υπολογιστή και μιας απλής ηλεκτρονικής αριθμομηχανής. Στην ηλεκτρονική αριθμομηχανή χρειάζονται επανειλημμένες παρεμβάσεις του ανθρώπου, για να βρεθουν τα διάφορα γινόμενα a . β, ενώ στον ηλεκτρονικό υπολογιστή ο άνθρωπος παρεμβαίνει μόνο μία φορά, αρκεί να έχει συντάξει σωστά το αντίστοιχο πρόγραμμα.

Η δεύτερη σειρά του προγράμματος, που πήραμε για παράδειγμα, παίζει μεγάλο ρόλο σε όλα τα προγράμματα. Δίνει εντολή στον ηλεκτρονικό υπολογιστή να σταματήσει, όταν κάποιο από τα δεδομένα (στο παράδειγμά μας το A) είναι ίσο με κάποιον απίθανο αριθμό (στο παράδειγμά μας με τον αριθμό 99999). Η αντίστοιχη εντολή, που έχει αύξοντα αριθμό 4 στη σειρά των εντολών του παραδείγματός μας και που αφέθηκε σκόπιμα ασυμπλήρωτη, διατυπώνεται ως εξής:

- 4) Σταμάτα, αν το περιεχόμενο της αριθμητικής μονάδας είναι ο αριθμός 99999.

Θα γεννηθεί δικαιολογημένα το ερώτημα: Πώς «εισάγονται» στον ηλεκτρονικό υπολογιστή τα δεδομένα και οι εντολές; Και στις δύο περιπτώσεις χρησιμοποιούνται οι λεγόμενοι **φορείς**, δηλαδή το διάτρητο δελτίο, η διάτρητη ταινία, η μαγνητική ταινία κλπ. Σε αντίστοιχους φορείς γίνεται και η εγγραφή των αποτελεσμάτων στο τμήμα «εξαγωγής». Για να σχηματίσει όμως κανείς πληρέστερη εικόνα των φορέων και των διαφόρων μηχανών, που κάνουν την προκαταρκτική επεξεργασία τους, χρειάζεται να επισκεφθεί κάποιο κέντρο ηλεκτρονικών υπολογιστών.

Ένα άλλο ερώτημα που θα γεννηθεί ασφαλώς είναι, πώς καταλαβαίνει ο ηλεκτρονικός υπολογιστής τη γλώσσα προγραμματισμού, στην προκειμένη περίπτωση τη γλώσσα FORTRAN; Η απάντηση θα είναι κατ' ανάγκη πολύ συνοπτική. Αυτό επιτυγχάνεται με τη βοήθεια ενός μεταφραστικού προγράμματος, με το οποίο είναι εφοδιασμένος ο ηλεκτρονικός υπολογιστής και το οποίο μεταφράζει το κύριο πρόγραμμα από τη γλώσσα FORTRAN στη λεγόμενη **γλώσσα μηχανής**, δηλαδή τη γλώσσα που ο ηλεκτρονικός υπολογιστής καταλαβαίνει άμεσα.

Η γλώσσα μηχανής είναι γλώσσα αριθμητική, που στους περισσότερους ηλεκτρονικούς υπολογιστές βασίζεται στο δυαδικό αριθμητικό σύστημα⁽¹⁾, δηλαδή το αριθμητικό σύστημα που χρησιμοποιεί δύο μόνο ψηφία, το 0 και το 1. Το δυαδικό αριθμητικό σύστημα έχει το πλεονέκτημα ότι τα ψηφία 0 και 1 μπορούν να παρασταθούν από οποιοδήποτε φυσικό σύστημα, που παρουσιάζει δύο διαφορετικές καταστάσεις. Τέτοια φυσικά συστήματα σχηματίζονται είτε με λυχνίες αναμμένες και σβηστές είτε με μαγνητικούς πυρήνες μαγνητισμένους άλλους θετικά και άλλους αρνητικά. Οι αναμμένες λυχνίες ή οι θετικές μαγνητίσεις παριστάνουν το ψηφίο 1. Οι σβηστές λυχνίες ή οι αρνητικές μαγνητίσεις παριστάνουν το ψηφίο 0. Λυχνίες χρησιμοποιούνταν στους παλαιούς τύπους ηλεκτρονικών υπολογιστών. Μαγνητικοί πυρήνες χρησιμοποιούνται στους νεώτερους.

(1) Εκτός από το γνωστό μας δεκαδικό υπάρχουν και άλλα αριθμητικά συστήματα, ανάλογα με τον αριθμό των ψηφίων, αρχίζοντας από το μηδέν, που χρησιμοποιούν. Οποιοσδήποτε αριθμός του δεκαδικού συστήματος μπορεί να εκφρασθεί σε οποιοδήποτε άλλο αριθμητικό σύστημα και αντιστρόφως.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ ΚΑΙ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ

Τα προβλήματα Τοπογραφίας προσφέρονται ιδιαίτερα για χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή, γιατί κατά τη λύση τους χρειάζεται να γίνουν οι ίδιοι ακριβώς υπολογισμοί πάρα πολλές φορές. Π.χ. προκειμένου να επιλύσουμε μια ανεξάρτητη πολυγωνική άδεια με εννέα πλευρές πρέπει να επαναλάβουμε την ίδια σειρά υπολογισμών εννέα φορές. Και αν, όπως συμβαίνει συχνά, έχουμε περισσότερες από μια οδεύσεις, ο αριθμός των επαναλήψεων θα είναι πολύ μεγαλύτερος.

Κάτι παρόμοιο συμβαίνει και με τον τριγωνισμό. Ανάλογος με την έκταση του τριγωνομετρικού δικτύου είναι και ο αριθμός των τριγωνομετρικών σημείων και επομένως και ο αριθμός των επαναλήψεων της ίδιας σειράς υπολογισμών για να προσδιορισθούν οι συντεταγμένες τους.

Και οι δύο αυτές περιπτώσεις, δηλαδή και η περίπτωση επιλύσεως μιας πολυγωνικής οδεύσεως και η περίπτωση επιλύσεως ενός τριγωνομετρικού δικτύου, παρουσιάζουν μια ιδιομορφία. Τα ζητούμενα μιας σειράς υπολογισμών γίνονται δεδομένα για την επόμενη σειρά. Οι συντεταγμένες π.χ. ενός πολυγωνομετρικού σημείου N , υπολογίζονται από τις συντεταγμένες του αμέσως προηγούμενου $N - 1$, για να χρησιμεύσουν με τη σειρά τους σαν βάση υπολογισμού των συντεταγμένων του αμέσως επόμενου σημείου $N + 1$. Με όμοιο τρόπο, αφού υπολογισθούν οι συντεταγμένες κάποιου τριγωνομετρικού σημείου, χρησιμεύουν κατόπιν για τον υπολογισμό των συντεταγμένων κάποιου άλλου.

Ο τύπος αυτών των προβλημάτων χρειάζεται τη σύνταξη πολύ πιο περίπλοκου προγράμματος από το παράδειγμα που αναφέραμε στην προηγούμενη παράγραφο, όπου τα δεδομένα ήταν τελείως ανεξάρτητα ως προς τα ζητούμενα.

Αυτό φαίνεται από το απόσπασμα του προγράμματος, που παραθέτομε για δείγμα και αφορά την επίλυση «εξαρτημένης ανοικτής οδεύσεως με προσανατολισμό». Το σχετικό πλήρες πρόγραμμα καταλαμβάνει σχεδόν τριπλάσιο χώρο. Από το άλλο μέρος, όπως φαίνεται και από το απόσπασμα, γίνονται πολλές παραπομπές (στα σημεία όπου υπάρχει η αγγλική λέξη *call*, που σημαίνει: κάλεσε) σε άλλα υποπρόγραμμα με κωδικά ονόματα JOHN, ALAH, PLUMP κλπ., αποθηκευμένα ήδη στη μνήμη του ηλεκτρονικού υπολογιστή. Με άλλα λόγια, αν δεν γίνονταν αυτές οι παραπομπές, το πλήρες πρόγραμμα θα ήταν πολύ πιο εκτεταμένο.

Επίσης στο απόσπασμα φαίνονται και εγγραφές στα ελληνικά, όπως «διόρθωση γωνιών Θλάσεως⁽¹⁾», «διόρθωση συντεταγμένων προβολών» κλπ. Πρόκειται για σχόλια του προγραμματιστή, που βοηθούν και στη σύνταξη του προγράμματος και στο να γίνει το πρόγραμμα ευκολότερα αντιληπτό από όποιον θέλει να το διαβάσει.

(1) Ονομασία των γωνιών B , που σχηματίζουν οι πλευρές της οδεύσεως.

**ΑΠΟΣΠΑΣΜΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ
ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΗΣ ΑΝΟΙΚΤΗΣ ΟΔΕΥΣΕΩΣ ΜΕ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟ**

```

53.      SG=0.
54.      DO 60 I=2,N1
55.      66 SS=SS+S(I)
56.      WCLIM=R2+R3*SQR(S)
57.      R4=5.E-5*I1*P
58.      WLIM=R4*SQRT(FLOAT(N1))
59.      C
60.      C      ΔΙΟΡΘΩΣΙΣ ΓΩΝ.ΟΛΛΑΣΕΩΣ
61.      C
62.      DO 50 I=2,N
63.      50 CALL CONVIM(BG(I),JCASE,P(I))
64.      CALL JHON(X(1),Y(1),X(2),Y(2),AZ(1),S(1))
65.      C,LJ JHON(X(1),1,X(N+1),Y(N+1),AZN,S(N))
66.      CALL ALAH(AZ(1),N,BB,AZ)
67.      AZN=AZ(N)
68.      DO 88 I=2,N
69.      88 BB(I)=B(I)+w/FLOAT(N1)
70.      CALL ALAH(AZ(1),N,BB,AZ)
71.      C
72.      C      ΔΙΟΡΘΩΣΙΣ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ ΠΡΟΒΟΛΩΝ
73.      C
74.      DO 99 I=1,N1
75.      99 CALL PLUMP(X(I),Y(I),AZ(I),S(I),X(I+1),Y(I+1),DX(I),DY(I))
76.      WX=XI-X(I)
77.      WY=YI-Y(I)
78.      DO 15 I=2,N1
79.      DX(I)=WX*S(I)/SS
80.      DY(I)=WY*S(I)/SS
81.      UX(I)=X(I)+DX(I)
82.      UY(I)=UY(I)+DY(I)
83.      X(I+1)=X(I)+UX(I)
84.      Y(I+1)=Y(I)+UY(I)
85.      CALL PLUMP(X(I),Y(N),AZ(N),S(N),X(N2),Y(N2),DX(N),DY(N))
86.      DX(N)=0,
87.      DY(N)=0,
88.      C
89.      C      ΤΕΛΙΚΑΙ ΤΙΜΑΙ ΓΩΝΙΩΝ
90.      C
91.      DO 93 I=2,N1
92.      93 CALL JHON(X(1),Y(I),X(I+1),Y(I+1),AZ(I),ST(I))
93.      DO 25 I=2,N
94.      25 CALL GRIM(AZ(I-1),AZ(I),BB(I))
95.      C
96.      C      ΤΕΛΙΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ
97.      C
98.      DO 97 I=1,N
99.      97 CALL CONOYT(AZ(I),JCASE,N11(I),N12(I),N13(I),N14(I))
100.      DO 45 I=2,N
101.      CALL CONOYT(B(I),JCASE,L1(I),L2(I),L3(I),L4(I))
102.      45 CALL CONOYT(B(I),JCASE,LH1(I),LH2(I),LH3(I),LH4(I))
103.      CALL CONOYT(WLIM,JCASE,MM1,MM2,MM3,MM4)
104.      W=SQR((WX+*2+*Y*2))
105.      JJ=0
106.      IF(W.GT.0.0)GU TO 8
107.      W=-W
108.      JJ=1
109.      8 CALL CONOYT(W,JCASE,K1,K2,K3,K4)
110.      ST(I)=S(I)

```

Μερικά από τα υποπρογράμματα, στα οποία γίνονται παραπομπές, σχετίζονται είτε με την εύρεση των τριγωνομετρικών αριθμών μιας δεδομένης γωνίας είτε με την εύρεση της γωνίας, της οποίας ξέρουμε κάποιο τριγωνομετρικό αριθμό. Τέτοια προβλήματα συναντώνται συχνά στην Τοπογραφία και λύνονται από τους ηλεκτρονικούς υπολογιστές με τη βοήθεια μικρών προγραμμάτων, στα οποία παραπέμπουν τα κύρια προγράμματα.

Λίγα λόγια ακόμα για το πλήρες πρόγραμμα «εξαρτημένης ανοικτής οδεύσεως με προσανατολισμό», στο οποίο ανήκει το απόσπασμα. Το πρόγραμμα έχει συνταχθεί από το Γραφείο Δοξιάδη και είναι αποθηκευμένο στη μνήμη του ηλεκτρονικού υπολογιστή που εξυπηρετεί τις ανάγκες του. Οποιοσδήποτε μηχανικός του κλάδου τοπογραφικών μελετών του Γραφείου θελήσει να επιλύσει μία τέτοια οδεύση, δεν έχει παρά να εγγράψει τα στοιχεία τις οδεύσεως, ήτοι συντεταγμένες των τεσσάρων γνωστών κορυφών Α, Κ, Ω, Λ, μήκη πλευρών Σ και γωνίες β της οδεύσεως, σε κατάλληλες φόρμες και με κατάλληλο τρόπο, για να πάρει μέσα σε ελάχιστα δευτερόλεπτα τα αποτελέσματα της επιλύσεως με ενδείξεις σφαλμάτων, διορθώσεις γωνιών και πλευρών και ακριβείς συντεταγμένες των αγνώστων κορυφών, παρουσιασμένα από το τμήμα «εξαγωγής» του ηλεκτρονικού υπολογιστή σε πίνακα ανάλογο με τον Πίνακα 7.6.3 του βιβλίου.

Παρόμοια προγράμματα για άλλους τύπους πολυγωνικών οδεύσεων ή για άλλα προβλήματα Τοπογραφίας έχουν συνταχθεί και από το τεχνικό γραφείο που αναφέραμε παραπάνω και από άλλα μεγάλα τεχνικά γραφεία. Σε όλες τις περιπτώσεις αρκεί να «εισάγει» κανείς τα δεδομένα του προβλήματος στον αντίστοιχο ηλεκτρονικό υπολογιστή για να έχει τη λύση μέσα σε ελάχιστο χρονικό διάστημα και με τη μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια.

Το τμήμα «εξαγωγής» ενός ηλεκτρονικού υπολογιστή μπορεί να εξοπλισθεί και με κατάλληλη μονάδα σχεδιάσεως (graph plotter). Με βάση τα ταχυμετρικά στοιχεία εδάφους, η μονάδα αυτή έχει τη δυνατότητα όχι μόνο να ορίσει τη θέση των κοινών σημείων επάνω στο τοπογραφικό σχέδιο, αλλά να χαράξει και τις υψομετρικές καμπύλες. Μια τέτοια μονάδα εικονίζεται στο εξώφυλλο του βιβλίου.

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΑΠΟΤΥΠΩΣΗ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΡΩΤΟ

Διαίρεση οριζόντιας αποτυπώσεως 1

ΤΜΗΜΑ Α (ΠΡΩΤΟΥ ΜΕΡΟΥΣ)

ΓΗΠΕΔΟΜΕΤΡΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΥΤΕΡΟ

Οριζόντια αποτύπωση κοινών σημείων

2. 1. Συσχέτιση κοινών σημείων προς πολυγωνομετρικά	3
2. 2. Κλίμακα σχεδιάσεως	3
2. 3. Σύνταξη σχεδίου	4
2. 4. Συσχέτιση με τις ορθογώνιες συντεταγμένες	4
2. 5. Συσχέτιση με τις πολικές συντεταγμένες	7

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΡΙΤΟ

Αποτύπωση γηπέδων

3. 1. Γενικότητες	10
3. 2. Μέθοδος αποτυπώσεως με γεωμετρικές κατασκευές (Μέθοδος γεωμετρικών κατασκευών)	10
3. 3. Μέθοδος αποτυπώσεως με τις ορθογώνιες συντεταγμένες (Μέθοδος ορθογ. συντεταγμ.) ..	11
3. 4. Μέθοδος αποτυπώσεως με τις πολικές συντεταγμένες (Μέθοδος πολικών συντεταγμ.) ..	12
3. 5. Μικτή μέθοδος αποτυπώσεως	13

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΕΤΑΡΤΟ

Εμβαδομέτρηση γηπέδων

4. 1. Γενικά	14
4. 2. Μονάδες επιφάνειας	14
4. 3. Μέθοδοι εμβαδομετρήσεως	15
4. 4. Αναλυτική μέθοδος εμβαδομετρήσεως	15
4. 5. Γραφική μέθοδος εμβαδομετρήσεως	19

4. 6. Ημιγραφική μέθοδος	24
4. 7. Μηχανική εμβαδομέτρηση	25
4. 8. Ακρίβεια εμβαδομετρήσεως	30
4. 9. Όρια σφαλμάτων εμβαδομετρήσεως	30

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΕΜΠΤΟ

Διανομή γηπέδων

5. 1. Απλές περιπτώσεις διανομής	32
5. 2. Παράδειγμα διανομής	36

ΤΜΗΜΑ Β' (ΠΡΩΤΟΥ ΜΕΡΟΥΣ) ΠΟΛΥΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΚΤΟ

Πολυγωνικές οδεύσεις	38
----------------------------	----

— ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΒΔΟΜΟ

Οριζόντια αποτύπωση πολυγωνικών οδεύσεων

7. 1. Γενικά	40
7. 2. Μέθοδος των ορθογωνίων συντεταγμένων	41
7. 3. Πρώτο θεμελιώδες πρόβλημα	41
7. 4. Δεύτερο θεμελιώδες πρόβλημα	44
7. 5. Υπολογισμός ανεξάρτητης ανοικτής οδεύσεως	46
7. 6. Υπολογισμός πλήρως εξαρτημένης ανοικτής οδεύσεως	51
7. 7. Υπολογισμός εξαρτημένης ανοικτής οδεύσεως	58
7. 8. Υπολογισμός ανεξάρτητης κλειστής οδεύσεως	61
7. 9. Υπολογισμός εξαρτημένης κλειστής οδεύσεως	65
7.10. Μέτρηση πολυγωνικών οδεύσεων	66
7.11. Σχεδίαση πολυγωνικών οδεύσεων	68
7.12. Οδεύσεις με πυξίδα	72

ΤΜΗΜΑ Γ' (ΠΡΩΤΟΥ ΜΕΡΟΥΣ)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΟΓΔΟΟ

Τριγωνισμός

8. 1. Τριγωνομετρικά δίκτυα	74
8. 2. Πύκνωση τριγωνομετρικού δικτύου	76
8. 3. Αυτοτελή τριγωνομετρικά δίκτυα	77
8. 4. Σήμανση - Ασφάλιση - Επισήμανση	78
8. 5. Μετρήσεις μηκών και γωνιών	79
8. 6. Συντεταγμένες τριγωνομετρικών σημείων	80
8. 7. Τριπλευρισμός	80

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ
ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ ΑΠΟΤΥΠΩΣΗ Η ΥΨΟΜΕΤΡΙΑ
ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΝΑΤΟ
Υψόμετρα – Χωροστάθμηση

·9. 1. Υψόμετρα	81
9. 2. Υψομετρικές διαφορές. Υψομετρικές αφετηρίες	81
9. 3. Πρόστιμο υψομετρικής διαφοράς	83
9. 4. Χωροστάθμηση. Είδη χωροσταθμήσεως	83

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ
Γεωμετρική χωροστάθμηση

10. 1. Οριζόντια ευθεία και οριζόντιο επίπεδο σημείου	84
10. 2. Οριζόντιες σκοπεύσεις	84
10. 3. Χωροβάτης	86
10. 4. Τύποι χωροβατών	87
10. 5. Συνθήκες ακρίβειας	89
10. 6. Έλεγχος και αποκατάσταση συνθηκών ακρίβειας	91
10. 7. Χωροβάτης Zeiss-Wild	97
10. 8. Χωροβάτες αυτόματης οριζόντιωσεως	99
10. 9. Στόχος	100
10.10. Σφάλματα χωροσταθμήσεως	101
10.11. Απλή χωροστάθμηση	104
10.12. Χωροστάθμηση με όδευση	105
10.13. Ακτινωτή χωροστάθμηση	111

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΝΔΕΚΑΤΟ
Τριγωνομετρική χωροστάθμηση

11. 1. Υπολογισμός υψομετρικών διαφορών	112
11. 2. Απλή τριγωνομετρική χωροστάθμηση	114
11. 3. Τριγωνομετρική χωροστάθμηση με όδευση	114

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΩΔΕΚΑΤΟ
Βαρομετρική χωροστάθμηση

12. 1. Μεταβολή ατμοσφαιρικής πιέσεως	116
12. 2. Εκφραση υψομετρικής διαφοράς. Πίνακας Jordan	116
12. 3. Μέθοδος δύο κινητών παρατηρητών	119
12. 4. Μέθοδος ενός κινητού και ενός σταθερού παρατηρητή	120
12. 5. Μέθοδος ενός κινητού παρατηρητή	120
12. 6. Σύγκριση μεθόδων	120
12. 7. Όργανα βαρομετρικής χωροσταθμήσεως	121

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟ
ΜΙΚΤΗ ΑΠΟΤΥΠΩΣΗ Η ΤΑΧΥΜΕΤΡΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΤΡΙΤΟ

Ταχυμετρική αποτύπωση σημείου 122

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΤΕΤΑΡΤΟ

Ταχυμετρική αποτύπωση περιοχής

14.	1. Αντικείμενο ταχυμετρικής αποτυπώσεως	126
2.	Εργασία εδάφους	128
3.	Εργασία γραφείου	131

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Η χρήση των ηλεκτρονικών υπολογιστών στην τοπογραφία 137



COPYRIGHT ΙΔΡΥΜΑΤΟΣ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ

