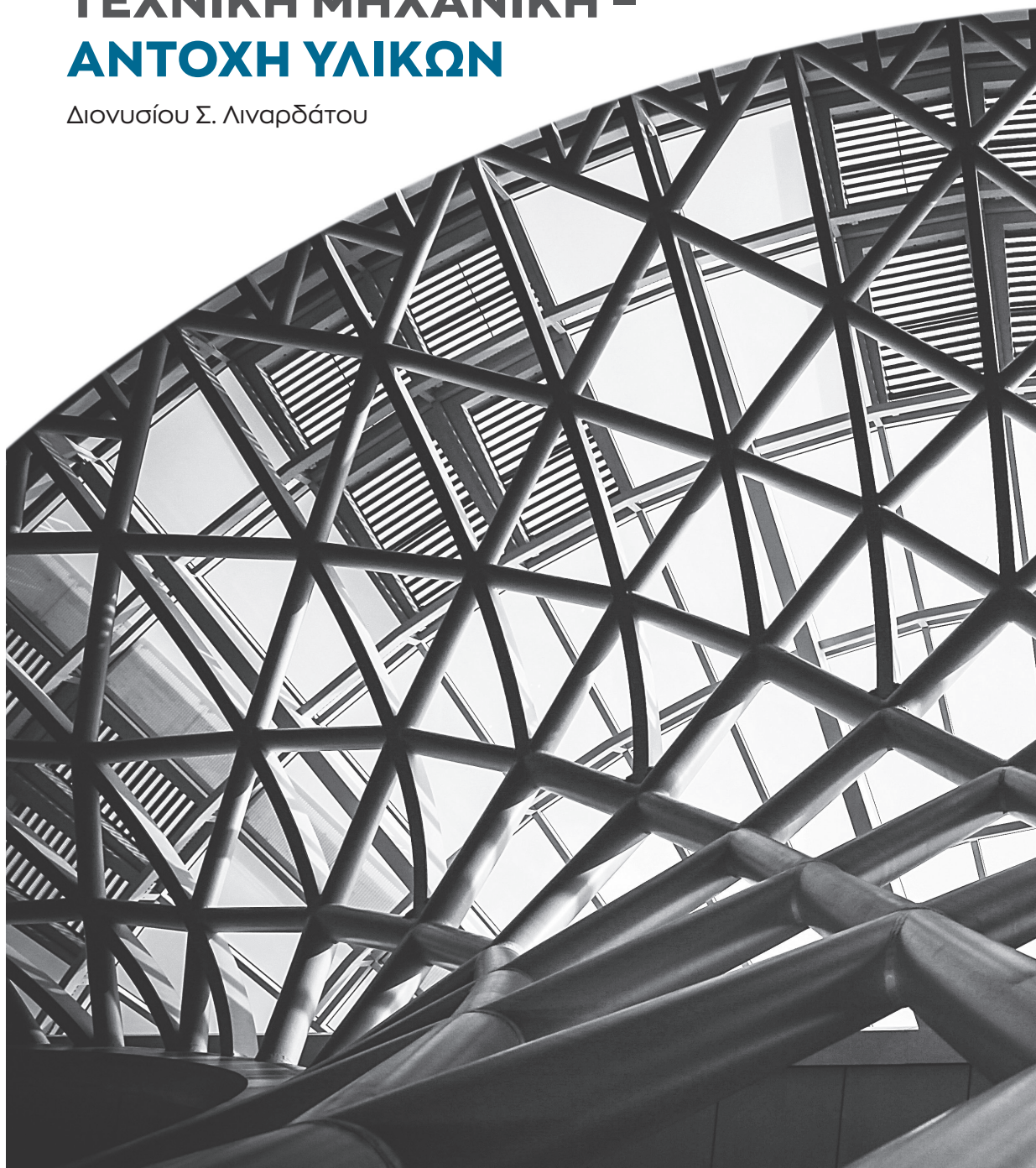




ΧΡΥΣΟΝ ΜΕΤΑΛΛΟΝ
ΑΚΑΔΗΜΙΑΣ ΑΘΗΝΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ – **ΑΝΤΟΧΗ ΥΛΙΚΩΝ**

Διονυσίου Σ. Λιναρδάτου





ΤΕΧΝΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ – ΑΝΤΟΧΗ ΥΛΙΚΩΝ

ΔΙΟΝΥΣΙΟΥ Σ. ΛΙΝΑΡΔΑΤΟΥ

Φυσικού

Α' ΕΚΔΟΣΗ

ΑΘΗΝΑ
2024

ΠΡΟΛΟΓΟΣ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ

Το παρόν βιβλίο απευθύνεται στους σπουδαστές των Σχολών Ανώτερης Επαγγελματικής Κατάρτισης (Σ.Α.Ε.Κ.), των οποίων το πρόγραμμα σπουδών περιλαμβάνει τα μαθήματα:

1. Μηχανική-Αντοχή Υλικών
2. Αντοχή Υλικών

Στο βιβλίο περιγράφονται οι βασικοί νόμοι της Μηχανικής για τη μεταφορική και τη στροφική κίνηση, καθώς επίσης και οι έννοιες της δύναμης, της ροπής δύναμης και των συνισταμένων τους, του έργου, της ενέργειας και της ισχύος, και αναλύονται οι συνθήκες ισορροπίας στερεού σώματος. Επίσης, περιέχονται οι βασικές έννοιες της Αντοχής Υλικών και παρουσιάζονται οι απλές καταπονήσεις του εφελκυσμού, της θλίψης, της διάτμησης, της κάμψης και της στρέψης, η έννοια των σύνθετων καταπονήσεων, καθώς και η εκδήλωση λυγισμού. Στο βιβλίο περιέχονται επίσης σχετικά παραδείγματα και ασκήσεις.

Κατά τη συγγραφή ακολουθήθηκε το αναλυτικό πρόγραμμα διδασκαλίας του μαθήματος «Μηχανική-Αντοχή Υλικών», που αφορά τα προγράμματα των ειδικοτήτων των Σ.Α.Ε.Κ. «Τεχνικός Μηχανικός Θερμικών Εγκαταστάσεων & Μηχανικός Τεχνολογίας Πετρελαίου και Φυσικού Αερίου», «Σχεδιαστής Δομικών Έργων και Γεωπληροφορικής» και «Τεχνικός Εγκαταστάσεων ψύξης, αερισμού και κλιματισμού», καθώς και του μαθήματος «Αντοχή Υλικών», που αφορά το πρόγραμμα της ειδικότητας «Τεχνικός Ανελκυστήρων».

Η ανάπτυξη και η διάταξη της ύλης των κεφαλαίων του βιβλίου που επιλέχθηκε είχε ως στόχο το βιβλίο να αποτελεί χρήσιμο εργαλείο κατανόησης και εφαρμογής των σχετικών εννοιών για τους σπουδαστές των Σ.Α.Ε.Κ. αλλά και για όσους αναγνώστες ενδιαφέρονται να αποκτήσουν γενικές γνώσεις αναφορικά με τα αντικείμενα της Μηχανικής και της Αντοχής Υλικών.

Εκφράζω τις θερμές ευχαριστίες μου προς την Επιτροπή Εκδόσεων του Ιδρύματος Ευγενίδου για την τιμή που μου έκανε να μου αναθέσει τη συγγραφή του παρόντος βιβλίου.

Επίσης, ευχαριστώ θερμά τον ειδικό επιστημονικό σύμβουλο του Ιδρύματος Ευγενίδου κ. Αθανάσιο Βασιλόγιαννη για τις ιδιαίτερα χρήσιμες υποδείξεις και παρατηρήσεις του σε όλη τη διάρκεια συγγραφής του παρόντος βιβλίου.

Τέλος, ευχαριστώ ιδιαίτερα το προσωπικό του Τμήματος Εκδόσεων του Ιδρύματος Ευγενίδου για την άψογη συνεργασία, τον επαγγελματισμό που επέδειξε στην επιμέλεια της έκδοσης, καθώς και για την άοκνη προσπάθεια –που πάντοτε καταβάλλει– για την αρτιότερη έκδοση των βιβλίων του Ιδρύματος.

Ο συγγραφέας

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΕΙΣΑΓΩΓΗ - ΜΟΝΑΔΕΣ ΦΥΣΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

1.1 Εισαγωγή	2
1.2 Μονάδες φυσικών μεγεθών και σύστημα μονάδων	3
1.3 Οδηγίες ISO και ΕΛΟΤ για τη χρησιμοποίηση των μονάδων του SI	6

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΔΥΝΑΜΗ - ΡΟΠΗ

2.1 Εισαγωγή	10
2.2 Χαρακτηριστικά δυνάμεων	10
2.3 Συνισταμένη και συνιστώσες δυνάμεις	11
2.4 Δράση και αντίδραση	17
2.5 Ροπή δύναμης	18
2.6 Ζεύγος δυνάμεων και ροπή ζεύγους	20
2.7 Συνθήκες ισορροπίας	21
2.8 Σύνοψη βασικών εννοιών	23
2.9 Ασκήσεις	24

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΚΕΝΤΡΟ ΒΑΡΟΥΣ ΚΑΙ ΡΟΠΗ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ

3.1 Εισαγωγή	28
3.2 Κέντρο βάρους απλών σχημάτων	28
3.3 Κέντρο βάρους σύνθετων επιφανειών	30
3.4 Ροπή αδράνειας	35
3.5 Σύνοψη βασικών εννοιών	40
3.6 Ασκήσεις	40

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΔΥΝΑΜΙΚΗ

4.1 Εισαγωγή	44
4.2 Μεταφορική κίνηση	44
4.3 Έργο, ενέργεια και ισχύς	47
4.4 Στροφική κίνηση	50
4.5 Σύνθετη κίνηση	55
4.6 Σύνοψη βασικών εννοιών	57
4.7 Ασκήσεις	57

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΑΝΤΟΧΗ ΥΛΙΚΩΝ

5.1 Εισαγωγή	60
5.1.1 Εσωτερικές δυνάμεις και καταπόνηση	61
5.1.2 Η έννοια των παραμορφώσεων	61
5.2 Είδη φορτίων	62
5.3 Είδη καταπονήσεων	63
5.4 Η έννοια των τάσεων	65
5.5 Ο Νόμος ελαστικότητας του Hooke	67
5.5.1 Ανηγμένη επιμήκυνση/επιβράχυνση	69

5.5.2 Ελαστική ενέργεια	69
5.6 Σύνοψη βασικών εννοιών	70
5.7 Ασκήσεις	71

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΕΦΕΛΚΥΣΜΟΣ - ΘΛΙΨΗ

6.1 Εισαγωγή	74
6.2 Διάγραμμα εφελκυσμού	75
6.3 Τάσεις και παραμορφώσεις στον εφελκυσμό	79
6.3.1 Τάσεις στον εφελκυσμό	79
6.3.2 Παραμορφώσεις στον εφελκυσμό	80
6.3.3 Σχέση εφελκυσμού	82
6.4 Τάσεις και παραμορφώσεις στη θλίψη	84
6.4.1 Τάσεις στη θλίψη	85
6.4.2 Παραμορφώσεις στη θλίψη	85
6.4.3 Σχέση θλίψης	86
6.5 Επιφανειακή πίεση	88
6.6 Διαξονική και τριαξονική καταπόνηση	89
6.7 Δοχεία πίεσης με λεπτά τοιχώματα	93
6.8 Σωλήνες υπό πίεση	95
6.9 Σύνοψη βασικών εννοιών	97
6.10 Ασκήσεις	98

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΔΙΑΤΟΜΩΝ

7.1 Εισαγωγή	102
7.2 Ροπή αδράνειας επιφάνειας	102
7.3 Ακτίνα αδράνειας	106
7.4 Ροπή αντίστασης	108
7.5 Πολική ροπή αδράνειας και αντίστασης	111
7.6 Θεώρημα Steiner και εφαρμογές	114
7.7 Σύνοψη βασικών εννοιών	120
7.8 Ασκήσεις	121

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8: ΣΤΑΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΔΟΚΟΥ

8.1 Εισαγωγή	124
8.2 Τρόποι στήριξης δοκών	125
8.3 Κατηγοριοποίηση δοκών με βάση τις στηρίξεις τους	127
8.4 Συνθήκες στατικής ισορροπίας δοκού	128
8.5 Υπολογισμός αντιδράσεων δοκών και εφαρμογές	128
8.6 Πρόβολος με διάφορα φορτία	134
8.7 Ισοδυναμία μεταξύ εσωτερικών και εξωτερικών δυνάμεων	137
8.8 Διαγράμματα M, Q, N και επίλυση δοκών	138
8.9 Σύνοψη βασικών εννοιών	144
8.10 Ασκήσεις	145

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9: ΔΙΑΤΜΗΣΗ

9.1 Εισαγωγή	148
--------------------	-----

9.2 Τάσεις και παραμορφώσεις στη διάτμηση.....	149
9.2.1 Τάσεις στη διάτμηση.....	149
9.2.2 Παραμορφώσεις στη διάτμηση.....	150
9.3 Όρια φόρτισης στη διάτμηση.....	151
9.4 Η επίδραση της τέμνουσας δύναμης.....	154
9.5 Σύνοψη βασικών εννοιών.....	154
9.6 Ασκήσεις.....	155

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10: ΚΑΜΨΗ

10.1 Εισαγωγή.....	158
10.2 Τάσεις που αναπτύσσονται στη συμμετρική καθαρή κάμψη.....	160
10.3 Παραμορφώσεις στην κάμψη.....	165
10.4 Σύνοψη βασικών εννοιών.....	170
10.5 Ασκήσεις.....	171

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11: ΣΤΡΕΨΗ

11.1 Εισαγωγή.....	174
11.2 Τάσεις και παραμορφώσεις στη στρέψη.....	174
11.2.1 Παραμορφώσεις στη στρέψη.....	175
11.2.2 Τάσεις στη στρέψη.....	177
11.3 Ροπή στρέψης και οι σχέσεις της με τις τάσεις και τις παραμορφώσεις.....	177
11.3.1 Σχέση στρέψης.....	178
11.3.2 Ο Νόμος του Hooke για τη στρέψη.....	179
11.4 Καταπόνηση σε στρέψη φορέων με σωληνωτή διατομή.....	183
11.5 Σύνοψη βασικών εννοιών.....	185
11.6 Ασκήσεις.....	185

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 12: ΛΥΓΙΣΜΟΣ

12.1 Εισαγωγή.....	188
12.2 Κρίσιμο φορτίο λυγισμού.....	189
12.3 Ο τύπος του Euler.....	190
12.3.1 Η πρώτη μορφή του τύπου του Euler.....	190
12.3.2 Η δεύτερη μορφή του τύπου του Euler.....	191
12.3.3 Επιτρεπόμενη τάση λυγισμού.....	194
12.3.4 Προβλήματα λυγισμού.....	196
12.4 Σύνοψη βασικών εννοιών.....	198
12.5 Ασκήσεις.....	198

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 13: ΣΥΝΘΕΤΕΣ ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΕΙΣ

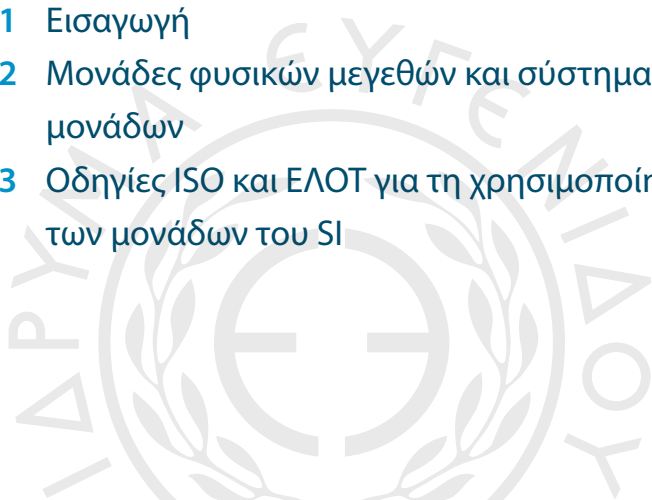
13.1 Εισαγωγή.....	202
13.2 Στρέψη και αξονική καταπόνηση εφελκυσμού ή θλίψης.....	204
13.3 Στρέψη και κάμψη.....	205
13.4 Σύνοψη βασικών εννοιών.....	208
13.5 Ασκήσεις.....	209
Ευρετήριο.....	211
Βιβλιογραφία.....	214

1

ΚΕΦΑΛΑΙΟ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ – ΜΟΝΑΔΕΣ ΦΥΣΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

- 1.1 Εισαγωγή
- 1.2 Μονάδες φυσικών μεγεθών και σύστημα μονάδων
- 1.3 Οδηγίες ISO και ΕΛΟΤ για τη χρησιμοποίηση των μονάδων του SI



Πίνακας 1.3
Παραγόμενες μονάδες

α/α	Φυσικό μέγεθος	Μονάδα μέτρησης	
		Όνομα	Σύμβολο
1	Επιφάνεια		m^2
2	Όγκος		m^3
3	Ταχύτητα		m/s
4	Γωνιακή ταχύτητα		rad/s
5	Επιτάχυνση		m/s^2
6	Γωνιακή επιτάχυνση		rad/s^2
7	Δύναμη	Newton	$N=m \cdot kg/s^2$
8	Ροπή δύναμης		$N \cdot m$
9	Ροπή αδράνειας		$kg \cdot m^2$
10	Έργο	Joule	$J= kg \cdot m^2/s^2$
11	Ενέργεια	Joule	$J= kg \cdot m^2/s^2$
12	Ισχύς	Watt	$W= kg \cdot m^2/s^3$
13	Πίεση	Pascal	$Pa=N/m^2$

Τα πολλαπλάσια ή οι υποδιαιρέσεις των μονάδων παρέχονται με τη χρήση προθεμάτων. Ο Πίνακας 1.4 παρουσιάζει τα προθέματα που ορίζει το SI.

Πίνακας 1.4 Προθέματα

Πολλαπλάσια				Υποπολλαπλάσια			
Όνομα		Σύμβολο	Αξία	Όνομα		Σύμβολο	Αξία
deca	Δέκα	da	10^1	deci	δέκατο	d	10^{-1}
hecto	Εκατό	h	10^2	centi	εκατοστό	c	10^{-2}
kilo	Χίλιο	k	10^3	milli	χιλιοστό	m	10^{-3}
mega	Μέγα	M	10^6	micro	μίκρο	μ	10^{-6}
giga	Γίγα	G	10^9	nano	νάνο	n	10^{-9}
tera	Τέρα	T	10^{12}	pico	πίκο	p	10^{-12}
peta	Πέτα	P	10^{15}	femto	φέμτο	f	10^{-15}
exa	Έξα	E	10^{18}	atto	άτο	a	10^{-18}
zeta	Ζέτα	Z	10^{21}	zepto	ζέπτο	z	10^{-21}
yotta	Γιότα	Y	10^{24}	yocto	γιόκτο	y	10^{-24}
ronna	Ρόνα	R	10^{27}	ronto	ρόντο	r	10^{-27}
quetta	Κουέτα	Q	10^{30}	quecto	κουέκτο	q	10^{-30}

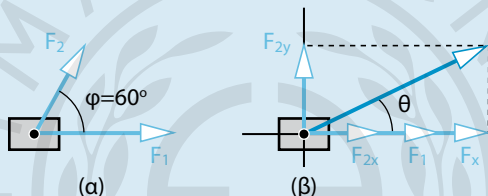
Η παραπάνω διαδικασία εφαρμόζεται με όμοιο τρόπο και για περισσότερες από δύο δυνάμεις. Στο βήμα 2 πραγματοποιείται ανάλυση όλων των δυνάμεων σε δύο συνιστώσες, οπότε στο βήμα 3 οι εξισώσεις (2.4) περιλαμβάνουν τις συνιστώσες όλων των δυνάμεων.

Επίσης, η παραπάνω διαδικασία, κατάλληλα τροποποιημένη, ακολουθείται όταν όλες οι δυνάμεις βρίσκονται στην ίδια ευθεία. Στην περίπτωση αυτή λαμβάνουμε μόνο έναν άξονα, την ευθεία πάνω στην οποία βρίσκονται οι δυνάμεις και υπολογίζουμε το μέτρο της συνισταμένης, εφαρμόζοντας την εξίσωση (2.4) για τις δυνάμεις. Η συνισταμένη δύναμη βρίσκεται πάνω στον άξονα και έχει φορά προς τα θετικά εάν το μέτρο της υπολογιστεί από την εξίσωση (2.4) θετικό και προς τα αρνητικά εάν το μέτρο της υπολογιστεί αρνητικό.



Παράδειγμα 3: Υπολογισμός συνισταμένης δυνάμεων που σχηματίζουν γωνία

Οι δύο δυνάμεις του σχήματος 2.8 (α) έχουν μέτρα $F_1 = 600\text{N}$ και $F_2 = 200\text{N}$ και σχηματίζουν γωνία 60° . Να υπολογιστεί η συνισταμένη τους.



Σχ. 2.8

(α) Σώμα στο οποίο ενεργούν δύο δυνάμεις, (β) η συνισταμένη των δυνάμεων

Λύση

Ως άξονα x' λαμβάνουμε την ευθεία της δύναμης F_1 . Αναλύουμε κάθε μία από τις δύο δυνάμεις σε δύο συνιστώσες, τη μία πάνω στον άξονα x' και την άλλη πάνω στον άξονα y' . Έχουμε:

$$F_{1x} = F_1 = 600\text{N}$$

$$F_{1y} = 0$$

$$F_{2x} = F_2 \cdot \sin 60^\circ = 200\text{N} \cdot \sin 60^\circ = 200\text{N} \cdot 0,5 = 100\text{N}$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \cos 60^\circ = 200\text{N} \cdot \cos 60^\circ = 200\text{N} \cdot 0,866 = 173,2\text{N}$$

Στη συνέχεια υπολογίζουμε από τις ανωτέρω συνιστώσες τη συνολική δύναμη σε κάθε άξονα:

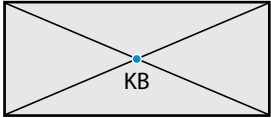
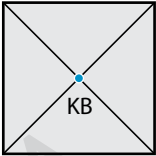
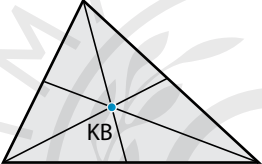
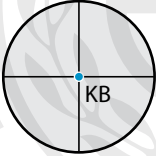
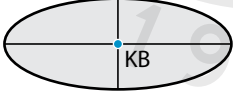
$$F_x = F_{1x} + F_{2x} = 600\text{N} + 100\text{N} = 700\text{N}$$

$$F_y = F_{1y} + F_{2y} = 0 + 173,2\text{N} = 173,2\text{N}$$

Ακολουθώς υπολογίζουμε τη συνισταμένη δύναμη:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{700^2 + 173,2^2} = 721\text{N}$$

Πίνακας 3.1
Κέντρο βάρους ομογενών διατομών με απλά σχήματα

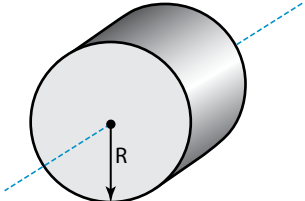
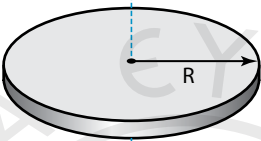
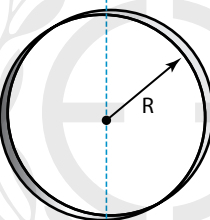
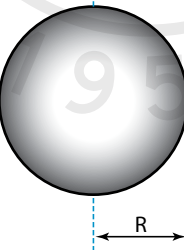
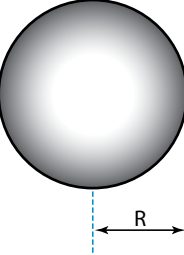
Σχήμα		Θέση κέντρου βάρους
Ορθογώνιο		Το σημείο τομής των διαγωνίων
Τετράγωνο		Το σημείο τομής των διαγωνίων
Τρίγωνο		Το σημείο τομής των διαμέσων
Κύκλος		Το κέντρο του κύκλου
Έλλειψη		Το κέντρο της έλλειψης

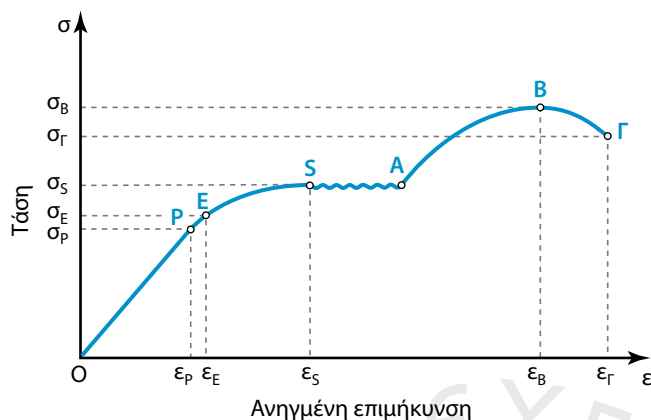


Παράδειγμα 1

Δίνεται η ομογενής κυκλική διατομή ακτίνας $R = 6\text{ cm}$ του σχήματος 3.2. Να προσδιορίσετε τη θέση του κέντρου βάρους της διατομής ως προς το σημείο αναφοράς O ορθογώνιου συστήματος συντεταγμένων στις ακόλουθες περιπτώσεις:

- Το σημείο O βρίσκεται στο κέντρο του κύκλου [σχ. 3.2 (α)].
- Το σημείο O βρίσκεται πάνω στην περιφέρεια του κύκλου, όπως παρουσιάζεται στο σχήμα 3.2 (β).

Σώμα μάζας m		Ροπή αδράνειας ως προς τον ει- κονιζόμενο άξονα που διέρχεται από το κέντρο βάρους
Συμπαγής κύλινδρος ακτίνας R		$I = \frac{1}{2} m \cdot R^2$
Δίσκος ακτίνας R		$I = \frac{1}{2} m \cdot R^2$
Δακτύλιος ακτίνας R (αμελητέου πάχους)		$I = m \cdot R^2$
Συμπαγής σφαίρα ακτίνας R		$I = \frac{2}{5} m \cdot R^2$
Σφαιρικός φλοιός ακτίνας R		$I = \frac{2}{3} m \cdot R^2$



Σχ. 6.3
Διάγραμμα εφελκυσμού

1) Τμήμα ΟΡ (περιοχή αναλογίας ή αναλογική περιοχή)

Στην περιοχή αυτή ισχύει ο Νόμος του Hooke, σύμφωνα με τον οποίο η ανηγμένη επιμήκυνση είναι ανάλογη με την αναπτυσσόμενη τάση (βλ. § 5.5). Για τον λόγο αυτό το τμήμα αυτό καλείται περιοχή αναλογίας ή αναλογική περιοχή, και είναι ευθύγραμμο. Η κλίση του τμήματος καθορίζεται από το μέτρο ελαστικότητας. Η τάση που αντιστοιχεί στο σημείο Ρ καλείται **όριο αναλογίας** σ_P και είναι η τάση πάνω από την οποία παύει να ισχύει ο Νόμος του Hooke.

2) Τμήμα ΡΕ

Στο τμήμα αυτό η ανηγμένη επιμήκυνση παύει να είναι ανάλογη της τάσης. Το τμήμα ΡΕ δεν είναι ευθύγραμμο, αλλά καμπύλο. Η τάση που αντιστοιχεί στο σημείο Ε καλείται **όριο ελαστικότητας** σ_E και είναι η τάση μέχρι την οποία οι παραμορφώσεις είναι προσωρινές.

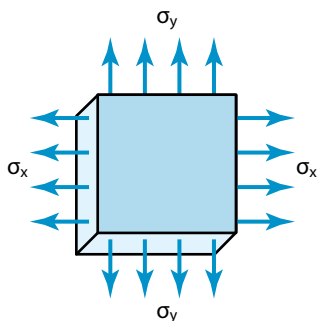
Επειδή το όριο ελαστικότητας είναι δύσκολο να υπολογιστεί με ακρίβεια, στην πράξη χρησιμοποιείται το **τεχνικό όριο ελαστικότητας**. Αυτό ορίζεται ως η τάση η οποία, εάν εφαρμοστεί στο δοκίμιο, μετά την αποφόρτίσή του παρουσιάζει μόνιμη ανηγμένη επιμήκυνση ίση με 0,01%.

Τα τμήματα ΟΡ και ΡΕ αποτελούν μαζί την **ελαστική περιοχή**, γιατί μέχρι και το όριο ελαστικότητας Ε οι παραμορφώσεις είναι προσωρινές και το δοκίμιο επανέρχεται στο αρχικό του μήκος, μόλις η φόρτιση σταματήσει να ενεργεί.

3) Τμήμα ΕΣ

Στο τμήμα αυτό, η παραμόρφωση γίνεται μόνιμη και αυξάνεται με μεγαλύτερο ρυθμό από ό,τι πριν. Συγκεκριμένα, παρατηρούμε ότι μικρή αύξηση της τάσης αντιστοιχεί σε μεγάλη αύξηση της επιμήκυνσης, χωρίς η αφαίρεση του φορτίου να οδηγεί το δοκίμιο στο αρχικό του μήκος. Το δοκίμιο παρουσιάζει μια μόνιμη επιμήκυνση, δηλαδή παρουσιάζει μόνιμη παραμόρφωση.

Στο σημείο Σ το δοκίμιο χάνει τη συνοχή του και αρχίζει να διαρρέει, όπως θα δούμε



Σχ. 6.9

Σώμα που καταπονείται
σε διαξονικό εφελκυσμό

Το σώμα του σχήματος 6.9 καταπονείται από τις τάσεις σ_x και σ_y , που είναι κάθετες μεταξύ τους, σε διαξονικό εφελκυσμό. Εάν θεωρήσουμε τυχαία διατομή που σχηματίζει γωνία φ με τον άξονα y , προκύπτει ότι στη διατομή αναπτύσσονται δύο τάσεις:

- 1) Η τάση σ , που είναι κάθετη στη διατομή και άρα ορθή και
- 2) η τάση τ , που είναι παράλληλη στη διατομή και άρα διατμητική.

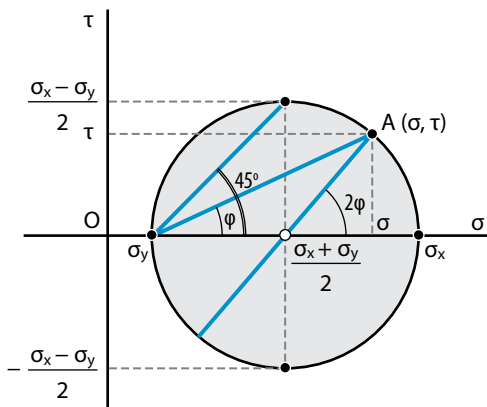
Οι τάσεις αυτές εξαρτώνται από τις τάσεις σ_x και σ_y και τη γωνία φ ως εξής:

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\varphi \quad \text{και} \quad \tau = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\varphi \quad (6.15)$$

και ικανοποιούν την εξίσωση:

$$\left(\sigma - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 \quad (6.16)$$

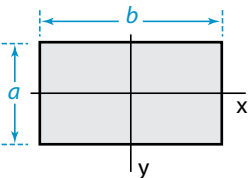
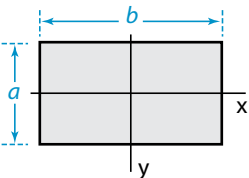
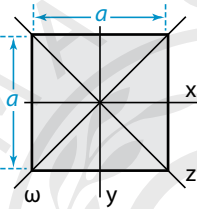
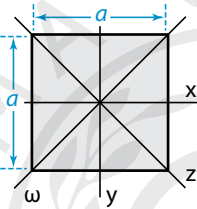
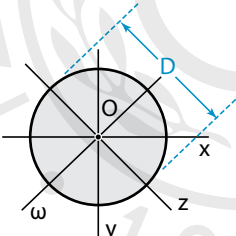
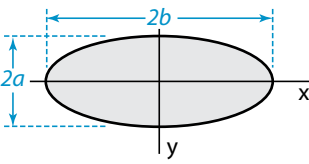
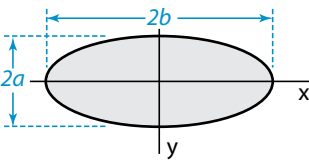
Η σχέση (6.16) σε γραφική παράσταση με άξονες συντεταγμένων σ και τ παριστάνει μια περιφέρεια κύκλου με ακτίνα $\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}$ και κέντρο το σημείο με συντεταγμένες $\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}, 0 \right)$ (σχ. 6.10). Ο κύκλος αυτός ονομάζεται **κύκλος του Mohr** και χρησιμοποιείται για τη μελέτη των ορθών τάσεων σ και των διατμητικών τάσεων τ κατά τη διαξονική καταπόνηση και την επίλυση με γραφικό τρόπο των σχετικών προβλημάτων.



Σχ. 6.10

Κύκλος του Mohr

Πίνακας 7.1
Ροπή αδράνειας επιφανειών απλών σχημάτων

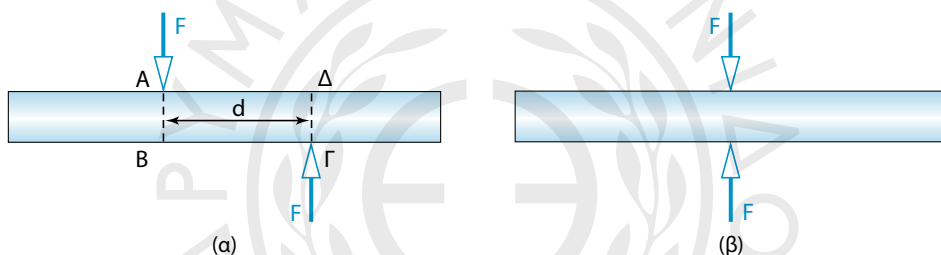
Επιφάνεια απλού σχήματος	Κεντροβαρικός άξονας υπολογισμού ροπής αδράνειας	Ροπή αδράνειας
Ορθογώνιο (με μικρή πλευρά a και μεγάλη b)	 Παράλληλος στη μεγάλη πλευρά	$I_x = \frac{b \cdot a^3}{12}$
	 Παράλληλος στη μικρή πλευρά	$I_y = \frac{a \cdot b^3}{12}$
Τετράγωνο (πλευράς a)	 Παράλληλοι στις πλευρές (δύο άξονες)	$I_x = I_y = I_z = I_w = \frac{a^4}{12}$
	 Οι ευθείες των διαγωνίων (δύο άξονες)	
Κύκλος (διαμέτρου D)	 Διέρχεται από το κέντρο του κύκλου (άπειροι άξονες)	$I_x = I_y = \dots = \frac{\pi \cdot D^4}{64}$
Έλλειψη (με μικρό ημιάξονα a και μεγάλο b)	 Η ευθεία του μεγάλου άξονα	$I_x = \frac{\pi \cdot b \cdot a^3}{4}$
	 Η ευθεία του μικρού άξονα	$I_y = \frac{\pi \cdot a \cdot b^3}{4}$

9.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό μελετάμε την καταπόνηση της διάτμησης. Συγκεκριμένα, παρουσιάζουμε τις παραμορφώσεις και τις τάσεις στη διάτμηση, εξετάζουμε την επίδραση της τέμνουσας δύναμης και αναλύουμε τα όρια της φόρτισης όταν έχουμε καταπόνηση σε διάτμηση.

*Ένα στερεό σώμα καταπονείται σε **διάτμηση** όταν κάθετα στον άξονά του ενεργούν δύο ίσες, αλλά αντίθετης φοράς δυνάμεις, οι οποίες έχουν την τάση να το κόψουν. Οι δυνάμεις αυτές ονομάζονται **διατμητικές**.*

Για παράδειγμα, οι ράβδοι του σχήματος 9.1(α) και 9.1(β) καταπονούνται σε διάτμηση. Στη ράβδο του σχήματος 9.1(α) ενεργούν δύο ίσες και παράλληλες δυνάμεις μέτρου F , αλλά αντίθετης φοράς, που απέχουν απόσταση d . Οι δυνάμεις ενεργούν κάθετα στον άξονα της ράβδου και τείνουν να κόψουν τη ράβδο.



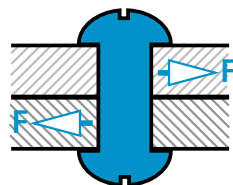
Σχ. 9.1

Ράβδος που καταπονείται σε (α) διάτμηση, (β) καθαρή διάτμηση

Στην περίπτωση που η απόσταση μεταξύ των διατμητικών δυνάμεων είναι μηδενική [σχ. 9.1(β)], τότε λέμε ότι έχουμε καταπόνηση σε **τμήση** ή **καθαρή διάτμηση** ή **ψαλιδισμό**.

Στην καθαρή διάτμηση δεν αναπτύσσεται καμπτική ροπή. Αντίθετα, στη διάτμηση, λόγω της απόστασης μεταξύ των δυνάμεων, αναπτύσσεται καμπτική ροπή, οπότε έχουμε εκτός από τη διάτμηση και καταπόνηση σε κάμψη. Καθώς στην πραγματικότητα υπάρχει, έστω και πολύ μικρή, απόσταση μεταξύ των δύο διατμητικών δυνάμεων, στην πράξη έχουμε μόνο διάτμηση. Στη συνέχεια του Κεφαλαίου εστιάζουμε στη μελέτη της καταπόνησης της διάτμησης, χωρίς να αναφερόμαστε στην ταυτόχρονη καταπόνηση σε κάμψη, την οποία εξετάζουμε αναλυτικά στο Κεφάλαιο 10.

Χαρακτηριστικά παραδείγματα στερεών σωμάτων που καταπονούνται σε διάτμηση είναι οι ήλοι (καρφιά) και οι κοχλίες (μπουλόνια) που συνδέουν τα ελάσματα (σχ. 9.2), οι άξονες που κόβονται από ψαλίδι κ.λπ.



Σχ. 9.2

Καταπόνηση σε διάτμηση

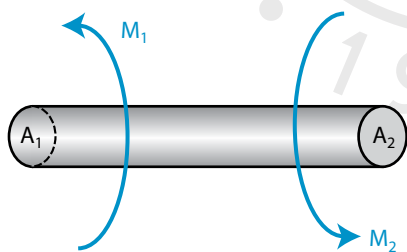
11.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό μελετάμε την καταπόνηση της στρέψης. Συγκεκριμένα, αναλύουμε τις παραμορφώσεις και εξηγούμε τις αναπτυσσόμενες τάσεις στη στρέψη. Εμβαθύνουμε στην έννοια της στρεπτικής ροπής και των σχέσεών της με τις τάσεις και τις παραμορφώσεις. Περαιτέρω, εξετάζουμε την περίπτωση της στρέψης φορέων με σωληνωτή διατομή.

*Ένα στερεό σώμα λέμε ότι καταπονείται σε **στρέψη** όταν σε δύο διατομές κάθετες στον άξονα του σώματος ενεργούν δύο ροπές ίσες αλλά αντίθετης φοράς.*

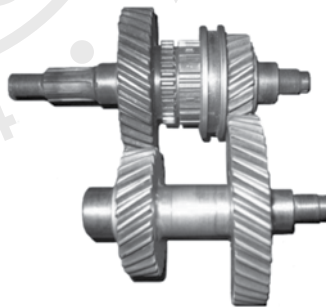
Για παράδειγμα, η ράβδος του σχήματος 11.1 καταπονείται σε στρέψη. Στη διατομή A_1 της ράβδου ενεργεί ροπή M_1 , ενώ στη διατομή A_2 ενεργεί ροπή M_2 , η οποία είναι ίση με τη M_1 , αλλά αντίθετης φοράς. Η ροπή M_1 τείνει να περιστρέψει τη διατομή A_1 κατά τη φορά που παρουσιάζεται στο σχήμα, ενώ η ροπή M_2 τείνει να περιστρέψει τη διατομή A_2 κατά την αντίθετη φορά.

Η καταπόνηση της στρέψης παρατηρείται σε πάρα πολλές εφαρμογές στην καθημερινή μας ζωή. Χαρακτηριστικά παραδείγματα στερεών σωμάτων που καταπονούνται σε στρέψη είναι τα ημιαξόνια των αυτοκινήτων, ο κορμός του κατσαβιδιού κατά την περιστροφή μιας βίδας, ο άξονας ενός ηλεκτροκινητήρα κ.λπ. Επίσης, στην καθημερινή μας ζωή η καταπόνηση της στρέψης εμφανίζεται πολλές φορές ταυτόχρονα με άλλες καταπονήσεις, όπως με κάμψη, θλίψη ή εφελκυσμό. Χαρακτηριστικό είναι το παράδειγμα των δύο ατράκτων με γρανάζια του σχήματος 11.2. Κάθε μία από τις δύο ατράκτους καταπονείται σε στρέψη. Ταυτόχρονα, κάθε μία από τις δύο ατράκτους καταπονείται σε κάμψη, η οποία οφείλεται στη δύναμη που εξασκεί το γρανάζι της άλλης ατράκτου. Περισσότερα για τη σύνθετη καταπόνηση στρέψης και κάμψης παρουσιάζουμε στην παράγραφο 13.3.



Σχ. 11.1

Ράβδος που καταπονείται σε στρέψη

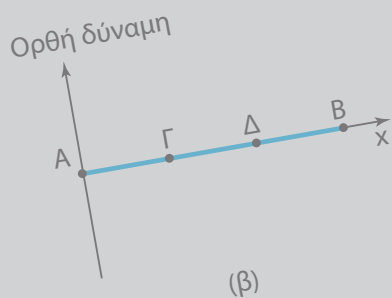
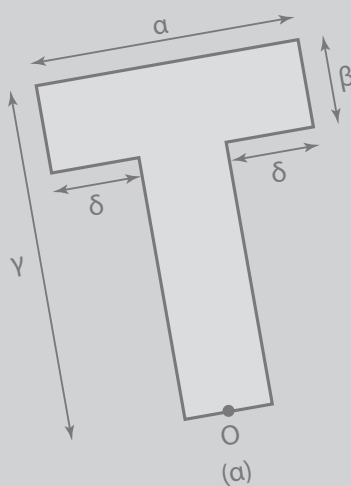
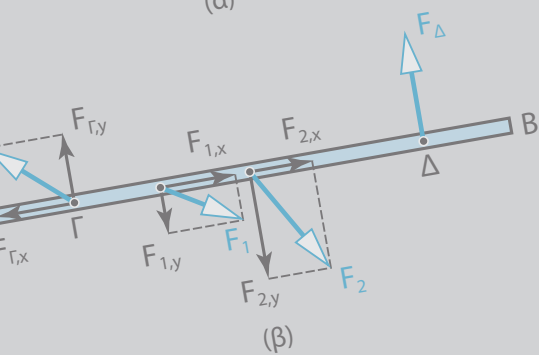
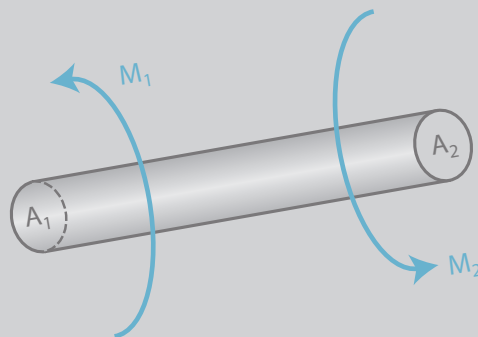
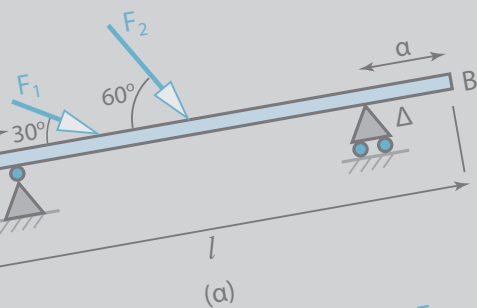
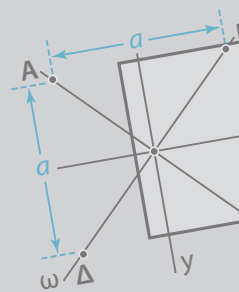
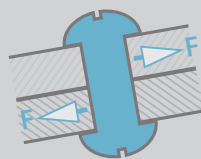
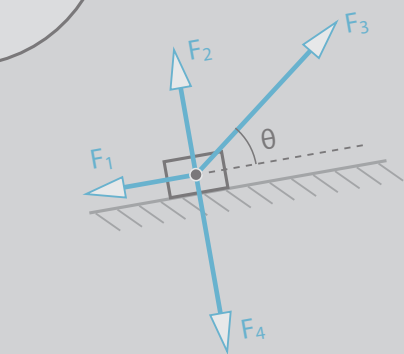
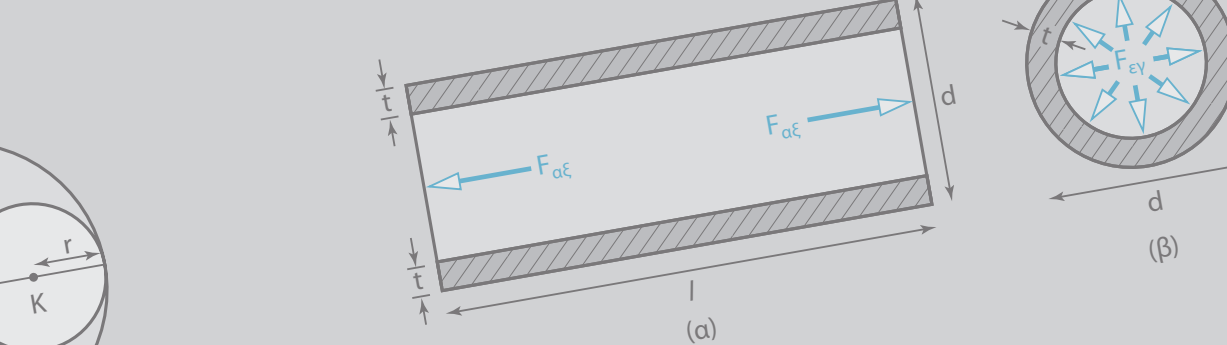


Σχ. 11.2

Δύο ατράκτοι με γρανάζια

11.2 Τάσεις και παραμορφώσεις στη στρέψη

Στο ελεύθερο άκρο της δοκού κυκλικής διατομής του σχήματος 11.3(β) εφαρμόζεται ροπή M . Η δοκός είναι πακτωμένη στο άλλο άκρο της, έχει μήκος L και ακτίνα R (διάμετρος $D = 2R$). Πριν την εφαρμογή της ροπής χαράσσουμε στην περιφέρεια της δοκού το ευθύγραμμο τμήμα AB παράλληλο στον άξονα της δοκού σχ. 11.3(α).



ISBN 978-960-337-219-6