



Βιβλίο του Καθηγητή

PSSC ΦΥΣΙΚΗ



Έκτη έκδοση

HABER-SCHAIM
DODGE
WALTER



1954

Ι Δ Ρ Υ Μ Α Ε Υ Γ Ε Ν Ι Δ Ο Υ

Βιβλίο του Καθηγητή
PSSC ΦΥΣΙΚΗ

Έκτη έκδοση

Απόδοση στα ελληνικά:
ΜΑΝΟΛΗΣ Α. ΔΡΗΣ
Αναπλ. Καθηγητής Ε.Μ.Π.
ΑΣΤΕΡΙΟΣ Κ. ΣΧΟΙΝΑΣ
ΦΥΣΙΚΟΣ

ΑΘΗΝΑ
1992

Copyright © 1992 Ίδρυμα Ευγενίδου για την ελληνική μετάφραση

Copyright © 1986, 1981, 1976, and 1971 by D. C. Heath and Company

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopy, recording, or any information storage or retrieval system, without permission in writing from the publisher.

Πρόλογος Ιδρύματος Ευγενίδου

Το Ίδρυμα Ευγενίδου από πολύ νωρίς υιοθέτησε τη μετάφραση ή προσαρμογή καταξιωμένων διεθνώς διδακτικών και άλλων εγχειριδίων.

Χαρακτηριστικό είναι ότι το πρώτο βιβλίο, από τα υπερτριακόσια που έχει ήδη συγγράψει και εκδόσει μέχρι σήμερα, ήταν η προσαρμογή στα ελληνικά του βιβλίου του R. Cluzel «Les Mathématiques en 1re Année d' apprentissage», από τον αείμνηστο καθηγητή των μαθηματικών του ΕΜΠ Νικ. Κρητικό. Με το βιβλίο εκείνο προσήγγισαν τη μαθηματική σκέψη και αντελήφθησαν τη σημασία των μαθηματικών για τα τεχνικά μαθήματα γενιές ολόκληρες μαθητών των τότε κατωτέρων Τεχνικών Σχολών.

Ακολούθησε η μετάφραση των βιβλίων: Ιατρικός οδηγός για πλοία, Οδηγός ασφάλειας δεξαμενοπλοίων, Πυρόσβεση - Πυροπροστασία και Πυρασφάλεια στα πλοία, Πρόληψη ατυχημάτων επί του πλοίου «εν πλώ» και «εν όρμω» και Ωκεανογραφία, εγχειρίδια μη καθαρώς διδακτικά αλλά απαραίτητα για τους ναυτιλλομένους.

Η Φυσική, μαζί με τη Χημεία και τα Μαθηματικά, είναι οι Επιστήμες στις οποίες θεμελιώνονται, χωρίς υπερβολή, όλοι οι κλάδοι της Τεχνολογίας. Η ανάπτυξη νέων γνώσεων στη Φυσική οδηγεί αργά ή γρήγορα στην ανάπτυξη νέων τεχνολογικών εφαρμογών. Έτσι, η κατασκευή και λειτουργία των ηλεκτρικών μηχανών, γεννητριών και κινητήρων βασίζεται στον ηλεκτρομαγνητισμό, ενώ οι μηχανές εσωτερικής καύσεως προϋποθέτουν γνώσεις Θερμοδυναμικής.

Το Ίδρυμα Ευγενίδου, στην προσπάθεια που καταβάλλει επί δεκαετίες με τις εκδόσεις του για την άρτια κατάρτιση των τεχνικών μας, απεφάσισε να προβεί στη μετάφραση και ενός εξωσχολικού βιβλίου Φυσικής διεθνούς ακτινοβολίας.

Η μακρόχρονη εκδοτική πείρα του Ιδρύματος επέτρεψε την επιλογή του παρουσιαζόμενου βιβλίου Φυσικής, του οποίου οι συνεχείς θελτιώσεις από τη χρήση του στην πράξη, εγγυώνται την ποιότητά του. Βασικό προτέρημα του βιβλίου είναι ότι η γραπτή έκθεση της ύλης γίνεται σε ύψος ζωντανό, που διεγείρει το ενδιαφέρον και ευχαριστεί το μαθητή, σαν ένας ζωηρός προφορικός λόγος ταιριαστός με την ηλικία του. Εξάλλου, η προσέγγιση, η ξεκάθαρη και κυριολεκτούσα γλωσσική διατύπωση διδάσκουν σιγά-σιγά το μαθητή να εκφράζει τη σκέψη του με τη γλώσσα της επιστήμης και προάγουν τη διανοητική του μόρφωση.

Το Ι.Ε. πιστεύει ότι η χρησιμότητα του βιβλίου αυτού δεν περιορίζεται μόνο στους μαθητές και σπουδαστές, αλλά επεκτείνεται και σε όσους διδάσκουν το σχετικό μάθημα, παρά το γεγονός ότι τα περιεχόμενά του δεν συμπίπτουν με το επίσημο αναλυτικό πρόγραμμα ύλης του μαθήματος στα σχολεία μας.

Ως συμπλήρωμα για την προσφορότερη διδασκαλία του μαθήματος, αλλά και ως βοήθημα για την πληρέστερη κατανόηση του περιεχομένου του από τους

μαθητές, το Ίδρυμα μετέφρασε και τα βοηθητικά βιβλία, που συνοδεύουν το διδακτικό, δηλαδή:

α) Το βιβλίο του Καθηγητή (Teacher's Resource Book).

β) Τον Εργαστηριακό Οδηγό (Laboratory Guide).

γ) Τις Ασκήσεις Εμπεδώσεως (Tests).

Το Ίδρυμα Ευγενίδου πιστεύει ότι με την ολοκληρωμένη αυτή σειρά βιβλίων, αλλά κυρίως με την πολύτιμη βοήθεια και εργώδη προσπάθεια των διδασκόντων, θα αξιολογηθεί τελικώς θετικά η πειραματική εισαγωγή του βιβλίου ^{PSSC} Φυσική στα Λύκεια της χώρας για το καλό της εκπαίδευσής.

Το Ίδρυμα ευχαριστεί τον εκδοτικό οίκο D.C. HEATH AND COMPANY για την παραχώρηση των δικαιωμάτων μεταφράσεως.

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΕΚΔΟΣΕΩΝ ΙΔΡΥΜΑΤΟΣ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ

Μιχαήλ Αγγελόπουλος, καθηγητής ΕΜΠ, Πρόεδρος.

Αλέξανδρος Σταυρόπουλος, καθηγητής Α.Β.Σ. Πειραιώς, Αντιπρόεδρος.

Ιωάννης Τεγόπουλος, καθηγητής ΕΜΠ.

Σταμάτης Παλαιοκρασάς, Σύμβουλος Παιδαγωγικού Ινστιτούτου.

Σωτήριος Γκλαβάς, Σχολικός σύμβουλος Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσής ειδικότητας Π.Ε.17.

Σύμβουλος επί των εκδόσεων του Ιδρύματος **Κων. Μανάφης**, καθηγ. Φιλ. Σχολής Παν/μίου Αθηνών.
Γραμματέας της Επιτροπής, **Γεώργιος Ανδρεάκος**.

Διατελέσαντα μέλη ή σύμβουλοι της Επιτροπής

Γεώργιος Κακριδής (1955-1959) Καθηγητής ΕΜΠ. **Άγγελος Καλγεράς** (1957-1970) Καθηγητής ΕΜΠ. **Δημήτριος Νιάνιος** (1957-1965) Καθηγητής ΕΜΠ. **Μιχαήλ Σπετσιέρης** (1956-1959). **Νικόλαος Βασιώτης** (1960-1967). **Θεόδωρος Κουζέλης** (1968-1976) Μηχ. Ηλ. ΕΜΠ. **Παναγιώτης Χατζηγιάννου** (1977-1982) Μηχ. Ηλ. ΕΜΠ. **Αλέξανδρος Ι. Παππάς** (1955-1983) Καθηγ. ΕΜΠ. **Χρυσόστομος Καθουνίδης** (1955-1984) Μηχ. Ηλ. ΕΜΠ. **Γεώργιος Ρούσσος** (1970-1987) Χημ.-Μηχ. ΕΜΠ. **Θεοδόσιος Παπαθεοδόσιου** (1982-1984) Δρ. Μηχανολόγος-Μηχανικός. **Ιγνάτιος Χατζηγευστρατίου** (1985-1988) Μηχανολόγος, Γεν. Διευθυντής Σιβιτανιδείου Σχολής. **Γεώργιος Σταματίου** (1988-1990) Σχολ. σύμβουλος.

Αναγνώρισεις και Δικαιώματα

Το 1956 στις ΗΠΑ, η Επιτροπή Μελέτης Φυσικής (PSSC) άρχισε να αναπτύσσει στο Πανεπιστήμιο Ινστιτούτο Τεχνολογίας Μασσαχουσέτης (Massachusetts Institute of Technology) μία καινούργια σειρά μαθημάτων φυσικής για τη μέση εκπαίδευση. Σε αυτή τη δουλειά, η Επιτροπή στηρίχτηκε κυρίως από το Εθνικό Ίδρυμα για την Επιστήμη. (National Science Foundation). Το 1958, ιδρύθηκε ο οργανισμός που λέγεται Εκπαιδευτικές Υπηρεσίες [Educational Services Incorporated (ESI)] για να συνεχίσει την ανάπτυξη αυτής της σειράς και η πρώτη έκδοση του PSSC Φυσική βγήκε το 1960 από την D.C. Heath and Company. Τα αποκλειστικά δικαιώματα εκμετάλλευσής της πρώτης αυτής εκδόσεως όπως και της δεύτερης εκδόσεως συνεχίζει να τα έχει ο οργανισμός που διαδέχτηκε τον ESI, και λέγεται Κέντρο Αναπτύξεως Εκπαιδεύσεως [Education Development Center (EDC)]. Με την εξαίρεση των ξένων εκδόσεων και σε ότι αφορά τα εκδοτικά δικαιώματα που έχουν δωθεί σε άλλους, η ύλη της πρώτης και δεύτερης εκδόσεως υπάγεται στους κανονισμούς για άδεια δίχως συγγραφικά δικαιώματα. Για πληροφορίες πάνω στις προϋποθέσεις χρήσεως ύλης από αυτές τις εκδόσεις, απευθυνθείτε στο Education Development Center, που έχουν τα αποκλειστικά δικαιώματα. Μεταγενέστερες εκδόσεις ετοιμάστηκαν ή από τους συγγραφείς της αρχικής δουλειάς ή υπό την επίβλεψή τους. Αυτές οι αλλαγές στηρίχτηκαν, εν μέρη, από το EDC και εκδόθηκαν από την D.C. Heath and Company. Για πληροφορίες σχετικά με τα δικαιώματα για ύλη που πρωτοεμφανίζεται σε εκδόσεις μετά τη δεύτερη έκδοση, γράψετε στην D.C. Heath and Company, που έχει τα αποκλειστικά δικαιώματα μέχρι και την 6η έκδοση.

Καμία από αυτές τις εκδόσεις ή τα περιεχόμενα τους δεν πρέπει να θεωρούνται εγκεκριμένα από την National Science Foundation.

Φωτογραφίες: EDC, εκτός αν οι υπότιτλοι τις αποδίδουν σε άλλους.

Εξώφυλλο: Andrew B. Walsh

Ζωγραφική: ANCO/BOSTON, εκτός αν αποδίδεται σε άλλους.

Πρόλογος

Στόχοι

Αρχίζοντας το σχεδιασμό της διδασκαλίας της Φυσικής στην αρχή του σχολικού έτους για τους μαθητές σας, έχετε μάλλον ήδη σκεφθεί την ερώτηση: «Τι είναι αυτό που θέλω να αποκομίσουν οι μαθητές μου από αυτό το μάθημα;». Η απάντηση σε αυτήν την ερώτηση, αν την αντιμετωπισθεί σοβαρά, θα επηρεάσει βαθύτατα αυτό που θα συμβεί μέσα στην τάξη σας.

Για να σας βοηθήσουμε να διαμορφώσετε τις δικές σας απαντήσεις, θα καταγράψουμε τους στόχους, που εμείς έχουμε στο νου γι' αυτή τη σειρά. Μετά μπορείτε εσείς να αποφασίσετε ποιοι από αυτούς ταιριάζουν καλύτερα στην τάξη σας, ως σύνολο, και στον κάθε μαθητή, ως άτομο. Μπορείτε έτσι να τονίσετε λιγότερο ή περισσότερο τους διάφορους στόχους ανάλογα με την περίπτωση.

Πιστεύουμε ότι μια σειρά μαθημάτων φυσικής πρέπει να συμβάλλει στη γενική διανοητική ανάπτυξη των μαθητών. Μ' αυτό εννοούμε ότι πρέπει να δώσει στους μαθητές την ευκαιρία — ή, καλύτερα, να τους αναγκάσει — να αποκτήσουν κρίση, να μάθουν να εκφράζουν τις σκέψεις τους καθαρά και να μπορούν να ακολουθήσουν την ανάπτυξη των ιδεών άλλων, είτε αυτές εκφράζονται προφορικά, είτε γραπτά.

Ο όρος φυσική κάποτε ορίσθηκε ως «η γεμάτη σημασία ανάκριση της φύσεως». Επομένως η σειρά θα πρέπει να οξύνει τις δεξιότητες των μαθητών ως παρατηρητών και ως πειραματικών. Υπάρχει μια διαφορά μεταξύ αυτών των δύο όρων: να παρατηρείς, σημαίνει απλά να σημειώνεις αυτό που γίνεται, να πειραματίζεσαι σημαίνει ότι πρέπει να περιλαμβάνεις και το **σχεδιασμό και να προκαλείς κάτι ώστε να συμβεί**.

Μετά έρχεται η ικανότητα να αναλύεις τα αποτελέσματα και να ξεχωρίζεις μεταξύ των σημαντικών και των ασήμαντων.

Δίχως αυτές τις ικανότητες δεν μπορεί κανείς να οδηγηθεί σε έγκυρη γενίκευση. Οι περιορισμοί μιας γενικεύσεως πρέπει να κατανοηθούν.

Θα θέλαμε η σειρά αυτή να αναπτύξει την αισθητική των μαθητών. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί σε ποικίλες περιοχές, όπως π.χ. μαθαίνοντας να εκτιμούν την ομορφιά ενός έγχρωμου σχηματισμού συμβολής ή την αφηρημένη γοητεία μιας περιεκτικής μαθηματικής διατυπώσεως ενός φυσικού νόμου.

Δίνουμε προτεραιότητα στην ανάπτυξη κατανόησης των βασικών νόμων της φυσικής, αντί της τυφλής απομνημονεύσεως των τύπων. Ο εικοστός αιώνας έφερε σημαντικά καινούργιες ιδέες στη φυσική, που είναι αρκετά προσιτές από μαθητές μέσης εκπαιδεύσεως, αρκεί να έχουν μελετηθεί καλά τα δύο θεμέλια, επάνω στα οποία στηρίζονται αυτές οι καινούργιες ιδέες. Τα θεμέλια αυτά είναι οι νόμοι διατηρήσεως της Νευτώνειας δυναμικής και η κινητική των κυμάτων. Και τα δύο παίζουν σημαντικό ρόλο σ' αυτή τη σειρά και δίνουν τη δυνατότητα στους μαθητές να επιτύχουν τη βασική κατανόηση του κβαντικού κόσμου.

Η φυσική είναι στις ρίζες της τεχνολογίας (engineering). Σε όλη τη σειρά μεταχειριζόμαστε παραδείγματα αυτής της σχέσεως, δείχνοντας ότι η λειτουργία μηχανικών, ηλεκτρικών και οπτικών συσκευών είναι βασισμένη

στους θεμελιώδεις νόμους της φυσικής. Τα κεφάλαια 10, 13 και 19 σχετίζονται ιδιαίτερα με αυτήν την όψη της φυσικής.

Όλα όσα σχετίζονται με αυτή τη σειρά είναι επιλεγμένα για να προωθήσουν τους σκοπούς που έχουμε αναφέρει. Η πρόθεση του βοηθήματος που κρατάτε στα χέρια σας είναι να στηρίξει εσάς και τους μαθητές σας, στην καλύτερη πιθανή χρήση όλων των συνιστωσών του προγράμματος.

Το εργαστήριο

Στη διάρκεια όλου του χρόνου, το εργαστήριο είναι η ραχοκοκκαλιά της σειράς. Αυτό το βοήθημα δίνει τον καταλληλότερο προγραμματισμό για τα πειράματα, έτσι ώστε οι καινούργιες ιδέες να εισάγονται μέσω της εργαστηριακής δουλειάς των ιδίων των μαθητών. Είναι πολύ επιθυμητό να έχετε πρόσβαση στο εργαστήριο σε κάθε ώρα διδασκαλίας της φυσικής. Αυτό πρέπει να ληφθεί υπόψη, όταν σχεδιάζεται το ωρολόγιο πρόγραμμα των μαθημάτων.

Πολύ συχνά, ένα πείραμα εκφυλίζεται και γίνεται μια απλή «εργαστηριακή εξάσκηση», που εκτελείται βασιζόμενη σε έναν άκαμπτο κατάλογο κανόνων. Το ύφος του Εργαστηριακού Οδηγού, που απευθύνεται στους μαθητές, αποτρέπει τέτοιου είδους απασχόληση. Αποφεύγει οδηγίες υπό τύπον «συνταγής» και οδηγεί στη διεξαγωγή των πειραμάτων κατά ελεύθερο τρόπο, έτσι που να προκαλούνται ερμηνείες και παρεμβάσεις των μαθητών.

Πιθανόν να θεωρήσετε χρήσιμο στην αρχή του χρόνου, να ξεφυλλίσετε με την τάξη σας τον Εργαστηριακό Οδηγό και έτσι να βοηθήσετε τους μαθητές να το διαβάσουν σωστά. Σε κάθε πείραμα είναι πολύ σημαντικό για τους μαθητές σας να έχουν κατανοήσει ξεκάθαρα τα προβλήματα στα οποία προσπαθούν να απαντήσουν και τις μεθόδους που θα μεταχειρισθούν για να απαντήσουν.

Προτείνουμε να διανείμετε από πριν τον Εργαστηριακό Οδηγό για διάβασμα και να ελέγξετε τους μαθητές αν το διάβασαν. Όποτε νομίζετε ότι πρέπει, δάλτε τους μαθητές να προγραμματίσουν τον πίνακα δεδομένων (αποτελεσμάτων), όταν προετοιμάζονται για το εργαστήριο. Στο πείραμα 4, Αδρανειακή και Βαρυτική Μάζα, πρέπει να έχουν έναν πίνακα με στήλες που έχουν ως τίτλους: Μάζα επί του Ζυγού σε αριθμό σφιγκτήρων, Αριθμός Ταλαντώσεων, χρόνος σε δευτερόλεπτα, περίοδος σε δευτερόλεπτα, και με γραμμές σηματοδεδεμένες ως 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, άγνωστο.

Οι μαθητές πιθανόν να πάρουν όλες τις μετρήσεις και κατόπιν να αρχίσουν τους υπολογισμούς. Ενθαρρύνετε τους μαθητές να κάνουν έναν υπολογισμό με μια ομάδα δεδομένων, για να φανεί αν καταλαβαίνουν τι κάνουν. Για παράδειγμα, στο Πείραμα 4, οι μαθητές δεν πρέπει να συγκρίνουν την **περίοδο** με τη **συχνότητα**. Αν ένας μαθητής μέτρησε 25 ταλαντώσεις σε 10,2 s, η περίοδος είναι $10,2/25 \text{ s} = 0,41 \text{ s}$ (όχι 2,45 s!).

Το εργαστήριο είναι το ιδανικό μέρος όπου μπορείτε να ρυθμίσετε τον ρόλο σας ως συμβούλου στις επί μέρους ανάγκες των μαθητών σας. Μερικοί χρειάζονται σημαντική καθοδήγηση, άλλα δρουν καλύτερα, αν αφεθούν μόνοι τους, άλλοι ίσως να νιώθουν ευχάριστα με επί πλέον προκλήσεις. Μάθετε να καθοδηγείτε τους μαθητές σας περισσότερο αναπτύσσοντας ερωτηματικά, παρά δίνοντας απαντήσεις.

Τα πειράματα μπορεί να διεξαχθούν από τους μαθητές της κάθε ομάδας στην επί μέρους πειραματική διάταξή τους, ανεξάρτητα από τις άλλες

ομάδες ή με από κοινού χρήση δεδομένων με την υπόλοιπη τάξη. Στο Πείραμα 29 για τη Διάθλαση του Φωτός, ο κάθε μαθητής ή ομάδα μαθητών, μπορεί να μετρήσουν πολλές γωνίες προσπτώσεως και διαθλάσεως και να εξαγάγουν τη δική τους καμπύλη ή αλλιώς μπορεί όλα τα δεδομένα να μπουν μαζί και έτσι να προκύψει μια πολύ πιο αξιόπιστη καμπύλη. Δεν μπορεί να γίνει το τελευταίο για όλα τα πειράματα, τουλάχιστον χωρίς κάποιον ειδικό χειρισμό των δεδομένων. Εν τούτοις, συμβουλευόμε, όποτε είναι δυνατόν, να δοκιμάζετε αυτή η μορφή εργαστηριακής δουλειάς. Έχει δειχθεί ότι είναι πολύ αποτελεσματική. Οποσδήποτε είναι αναγκαία μια περιληπτική συζήτηση.

Φαίνεται ότι υπάρχει μια κοινή αντίληψη ότι όλα τα πειράματα πρέπει να δώσουν αποτελέσματα με ακρίβεια τριών σημαντικών ψηφίων και ότι ένα αποτέλεσμα με σφάλμα 50 στα εκατό είναι άχρηστο. Αυτό δεν είναι αλήθεια. Για παράδειγμα, οι μαθητές δεν γνωρίζουν *εκ των προτέρων* την τάξη μεγέθους της μάζας του ηλεκτρονίου (Πείραμα 26). Η πραγματική επιτυχία σε αυτό το πείραμα είναι να δει κάποιος ότι η μάζα είναι της τάξεως των 10^{-30} kg και όχι 10^{-25} ή 10^{-32} kg. Γενικά, όσο λιγότερα γνωρίζουμε για αυτό που θέλουμε να μετρήσουμε, τόσο μικρότερη είναι η ακρίβεια που απαιτούμε όταν προσπαθούμε να αποκτήσουμε καινούργιες πληροφορίες. Από την άλλη μεριά, αν οι μαθητές θέλουν να προσδιορίσουν αν ο λόγος των γωνιών προσπτώσεως και διαθλάσεως ή ο λόγος των ημιτόνων τους είναι σταθερός, πρέπει να μετρήσουν τις γωνίες με αρκετή ακρίβεια, ώστε να μπορούν να αντιληφθούν τη διαφορά.

Όσον αφορά στις αναφορές εργαστηρίων: Τις περισσότερες φορές είναι αγγαρεία για το μαθητή, που πρέπει να τις γράψει, και για τον διδάσκοντα, ο οποίος πρέπει να τις διαβάσει. Προτείνουμε όλοι οι μαθητές να κρατούν ευανάγνωστες σημειώσεις του τι κάνουν και πότε το κάνουν.

Συχνοί έλεγχοι του τετραδίου σημειώσεων κατά τις περιόδους που γίνεται το εργαστήριο και στις αρχές του έτους, θα βοηθήσουν τους μαθητές σας να βρουν το σωστό δρόμο. Κρατώντας σημειώσεις σχετικές με τις μετρήσεις (αριθμούς και μονάδες μετρήσεως) δεν είναι αρκετό. Το τετράδιο πρέπει να περιέχει περιγραφή του πώς οι μαθητές έστησαν το πείραμα και πώς αποφάσισαν ποιές μετρήσεις θα κάνουν. Αν κάποιες μετρήσεις θεωρήθηκαν πιο αξιόπιστες από άλλες, αυτό πρέπει να αναφερθεί. Τελικά, το τετράδιο πρέπει να περιέχει απαντήσεις στις ερωτήσεις του **Εργαστηριακού Οδηγού**.

Να χρησιμοποιούνται υπολογιστές τσέπης, αλλά κατά τον σωστό τρόπο. Επιμείνετε στο να ακολουθούν οι μαθητές τους κανόνες τους σχετικούς με τα σημαντικά ψηφία, οι οποίοι περιέχονται στον **Εργαστηριακό Οδηγό**.

Οι απαντήσεις στις ερωτήσεις του **Εργαστηριακού Οδηγού**, που περιέχονται στο **Βιβλίο του Καθηγητή**, δεν είναι όλες τις φορές στη μορφή που μπορεί να τις χρησιμοποιήσουν απευθείας οι μαθητές. Μερικές φορές δίνουν θεμελιώδεις πληροφορίες για τους διδάσκοντες.

Πειράματα τα οποία θεωρούμε ουσιώδη, σημειώνονται με δύο αστερίσκους (**). Επιθυμητά πειράματα σημειώνονται με έναν αστερίσκο (*). Τα άλλα πειράματα είναι προαιρετικά και μπορούν να χρησιμεύσουν για εμπλουτισμό.

Κείμενο

Το διάβασμα της φυσικής είναι διαφορετικό από το διάβασμα ενός μυθιστορήματος, λόγω του περιεκτικού της λογικής αναπτύξεως και συχνά της

ποσοτικής συλλογιστικής. Έτσι, πρέπει να μάθει κάποιος πώς να διαβάσει φυσική και ο τόπος για να γίνει αυτό είναι η τάξη. Αν θέλετε οι μαθητές σας να έχουν επίδοση κατά το διάβασμα του διδακτικού βιβλίου κατά το σχολικό έτος, πρέπει να είστε έτοιμοι να τους βοηθήσετε στην αρχή. Ένα καλό μέρος να αρχίσετε είναι με την Εισαγωγή.

Μπορείτε να ορίσετε μερικές παραγράφους για διάβασμα και να βάλετε μερικούς μαθητές να δώσουν μια περίληψη στην τάξη. Κατά καιρούς, ίσως είναι χρήσιμο να εισαγάγετε καινούργιο υλικό με συζήτηση στην τάξη, χρησιμοποιώντας φωτογραφίες και σχέδια από το βιβλίο. Τότε μπορείτε να δώσετε την κατάλληλη παράγραφο για διάβασμα. Το πιο σημαντικό σημείο είναι να γνωρίζετε την ικανότητα μελέτης των μαθητών σας και να προβλέψετε τα σημεία, όπου ίσως χρειασθούν βοήθεια. Πρέπει να πολεμήσετε το επιφανειακό διάβασμα από μαθητές, οι οποίοι περιμένουν από εσάς να κάνετε στην τάξη την δική τους δουλειά. Επειδή ο ένας από τους σκοπούς του μαθήματος είναι να δείξετε την ανάπτυξη ιδεών, το βιβλίο είναι γραμμένο σε ελεύθερο ύφος και όχι σε ύφος συλλογής κλειστών θυλάκων, που περιέχουν πραγματικές πληροφορίες, από όπου όμως είναι αδύνατο να μεταφερθεί η συνέχεια και ο ενθουσιασμός της φυσικής.

Προβλήματα Παραγράφων

Τα προβλήματα που ακολουθούν την κάθε παράγραφο του βιβλίου, κατά κανόνα δεν είναι σύνθετα για να μην τρομάζουν τους μαθητές. Σχετίζονται με το κείμενο, τα σχέδια και τις φωτογραφίες της παραγράφου. Μερικές φορές συμβάλλουν σαν συνδετικός ιστός με την παράγραφο που έπεται. Ενθαρρύνετε τους μαθητές σας να απαντήσουν σε αυτά τα προβλήματα πριν προχωρήσουν στην επόμενη παράγραφο.

Αξίζει τον κόπο να τους εξετάσετε σε όλα ή σχεδόν σε όλα τα προβλήματα.

Για το Σπίτι, την Τάξη και το Εργαστήριο

Αν κατά τη διάρκεια του έτους ασχοληθούμε με το 50% των προβλημάτων αυτού τους είδους (ΣΤΕ), κατά μέσον όρο, είναι περισσότερο από αρκετό. Τα προβλήματα στο τέλος του κάθε κεφαλαίου ποικίλλουν από εύκολα μέχρι αρκετά δύσκολα και συνήθως χρειάζονται σύνθεση από διάφορες ιδέες. Μερικά προβλήματα είναι ποσοτικά· μερικά είναι ποιοτικά· μερικά σχετίζονται περισσότερο με τη θεωρία· μερικά περισσότερο με πειράματα. Αυτό σημαίνει ότι μπορείτε να οργανώσετε τη δουλειά των μαθητών για το σπίτι, σύμφωνα με τα ενδιαφέροντα και τις ικανότητες, όχι μόνον των διαφόρων τάξεων, αλλά και σύμφωνα με τον κάθε ένα μαθητή της ίδιας τάξεως. Για να το κάνετε αυτό αποτελεσματικά πρέπει, φυσικά, να είστε γνώστες των προβλημάτων πριν να τα ζητήσετε.

Όπως και με τις αναφορές του εργαστηρίου, έτσι και εδώ προτείνουμε να μη ζητάτε από τους μαθητές να σας παραδώσουν λύσεις προβλημάτων, εκτός αν σκοπεύετε να τα κοιτάξετε προσεκτικά — όχι μόνον ελέγχοντας τις τελικές απαντήσεις, αλλά σχολιάζοντας και τη μέθοδο λύσεως. Ως γενικός κανόνας είναι καλή ιδέα να ενθαρρύνετε τους μαθητές να συζητούν τις λύσεις τους στο μαυροπίνακα.

Στο τέλος του κάθε κεφαλαίου παρέχεται ένας πίνακας, ο οποίος γενικά κατατάσσει τα προβλήματα παραγράφων και τα προβλήματα τύπου ΣΤΕ, για κάθε παράγραφο, ανάλογα με το βαθμό δυσκολίας τους.

Κινηματογραφικές ταινίες

Πολλά θεμελιώδη πειράματα δεν μπορούν να διεξαχθούν στην τάξη. Επίσης, συχνά είναι πολύ δύσκολο να παρουσιασθεί μια σειρά από διαδοχικές επιδείξεις για να εισαχθεί ένα καινούργιο θέμα ή για να γίνει μια αποτελεσματική επανάληψη. Προσθέστε σε αυτά το γεγονός ότι οι φυσικοί δεν είναι όλοι φτιαγμένοι από το ίδιο καλούπι και οι μαθητές σας πρέπει τουλάχιστον να δούν και να ακούσουν και άλλους φυσικούς εκτός από εσάς, οπότε θα κατανοήσετε την τεράστια αξία των ταινιών PSSC. Η κατά το δυνατόν άριστη χρήση τους υποδεικνύεται σε αυτό το βιβλίο του καθηγητή. Όπως και για τα πειράματα στο εργαστήριο, έτσι υπάρχει και για τα φιλμ η βέλτιστη χρονοθέτηση.

Η προβολή ενός φιλμ στο μάθημα της φυσικής δεν είναι όπως ένα θέαμα. Μην διστάζετε να σταματήσετε την προβολή για να υποβάλετε ερωτήσεις ή να απαντήσετε σε ερωτήσεις σχετικές με το τι παρουσιάστηκε στο φιλμ και να ενθαρρύνετε να γίνουν προβλέψεις στο τι πιθανόν να ακολουθήσει μετά. Τα φιλμ είναι ένα μέρος της όλης σειράς μαθημάτων και αν χρησιμοποιηθούν σωστά, μειώνουν το χρόνο διδασκαλίας.

Βιντεοδίσκοι

Τώρα που γράφεται αυτό το κείμενο, τρία φιλμ του PSSC είναι διαθέσιμα υπό μορφήν βιντεοδίσκων: *Συστήματα Αναφοράς*, *Φωτόνια* και *Συμβολή Φωτονίων*. Χρησιμοποιούνται είτε για να προβληθούν στην τάξη υπό τον έλεγχο του διδάσκοντος ή για ατομική μελέτη με αλληλεπίδραση μέσω λογισμικού (software). Η μορφή του λέιζερ βιντεοδίσκου παρέχει τη δυνατότητα, πρακτικά, άμεσης προσπελάσεως σε οιοδήποτε μέρος του φιλμ και ο δίσκος είναι πιο εύκαμπτος και ανθεκτικός από ότι το φιλμ. Μπορεί κάποιος να πάρει λεπτομέρειες από οποιονδήποτε από τους ακόλουθους διανομείς: Central Scientific Company, Science kit και Boreal Laboratories, Ward's National Science Establishment.

Προγραμματισμός της Σειράς Μαθημάτων

Σας συνιστούμε να χρησιμοποιήσετε την ευελιξία που περιέχει η έκτη έκδοση με τη διαίρεση της σειράς μαθημάτων σε σύνολο 22 κεφαλαίων πυρήνων που βρίσκονται σε αλληλουχία και 5 προαιρετικά κεφάλαια (βλέπε τον πρόλογο του διδακτικού βιβλίου). Τα προαιρετικά κεφάλαια είναι ανεξάρτητα το ένα από το άλλο και μπορεί να διδαχθούν οποτεδήποτε κρίνεται σκόπιμο μετά από τη χρονική στιγμή που θα τα πρωτοσυναντήσετε.

Μην επιμένετε στη Μηχανική (Κεφάλαια 1 μέχρι 9). Οι νόμοι του Νεύτωνα για την κίνηση και οι νόμοι της διατήρησης της ενέργειας και ορμής συναντώνται στα περισσότερα από τα μαθήματα της σειράς αυτής και επομένως υπάρχουν πολλές ευκαιρίες για να τους επαναλάβετε σε μετέπειτα κεφάλαια.

Ο χρόνος που προτείνουμε να διαθέσετε βασίζεται στην υπόθεση ότι θα υπάρχουν 180 περίοδοι (μαθήματα, «ημέρες») διδασκαλίας φυσικής κατά το σχολικό έτος. Από αυτές ίσως, 20 θα χαθούν λόγω διαγωνισμάτων, αργιών κλπ. Η διδασκαλία στην τάξη και το εργαστήριο πρέπει επομένως να συμπυκνώνονται μέσα στις 160 περιόδους που θα απομένουν.

Η διάρκεια όμως των περιόδων και ο αριθμός τους ανά εβδομάδα ποικίλουν από σχολείο σε σχολείο. Ακόμη οι διάφορες τάξεις μαθητών είναι διαφορετικές μεταξύ τους. Επομένως ο προγραμματισμός ο οποίος περιέχεται στον πίνακα πρέπει να θεωρείται μόνον ως «χονδρικός».

Κεφάλαια Πυρήνες

Εκτίμηση		Εκτίμηση		Εκτίμηση	
Κεφάλαιο	Ημέρες	Κεφάλαιο	Ημέρες	Κεφάλαιο	Ημέρες
1	8	9	6	21	7
2	8	11	9	22	4
3	6	12	8	23	8
4	6	14	5	24	8
6	5	15	10	25	8
7	6	17	6	26	4
8	6	18	7	27	7
		20	4	ΣΥΝΟΛΟ	146

Προαιρετικά Κεφάλαια

Κεφάλαιο	Εκτιμώμενες Ημέρες
5	4
10	5
13	7
16	6
19	5

Ασκήσεις εμπεδώσεως

Το τι μαθαίνουν οι μαθητές στο μάθημα φυσικής, έχει τόσες πολλές συνιστώσες, ώστε δεν υπάρχει μοναδικός τρόπος ελέγχου για σωστή εκτίμηση των επιτευγμάτων. Το υλικό του μαθήματος περιλαμβάνει μια ομάδα από οκτώ διαγωνίσματα (ελέγχους) με προβλήματα τύπου πολλαπλής επιλογής.

Οι ερωτήσεις σχετίζονται τόσο με τη δουλειά στο εργαστήριο όσο και με τη θεωρητική ύλη. Τα διαγωνίσματα σχεδιάστηκαν προσεκτικά, ώστε να σας παρέχουν διαγνωστικές πληροφορίες για τη φύση των λαθών των μαθητών. Παρ' όλα αυτά, τα διαγωνίσματα (έλεγχοι) με προβλήματα πολλαπλής επιλογής, δίνουν μόνο μια μερική ένδειξη του τι επιτεύχθηκε από τους μαθητές. Δεν σημαίνουν τίποτε για την ικανότητα των μαθητών να εκτελέσουν τα πειράματα, να αναλύσουν δεδομένα ή να μεταδώσουν στους άλλους τι έκαναν και τι έμαθαν. Αυτά τα πράγματα είναι δύσκολο να μετρηθούν αντικειμενικά και σας συστήνουμε να μην διστάζετε να τους αποδίδετε σημαντικό βάρος για τον προσδιορισμό του βαθμού των μαθητών επί υποκειμενικής βάσεως. Μπορεί ακόμη να έχετε μαθητές πολύ καλούς στο να λύνουν προβλήματα ή να βρίσκουν αποτελέσματα στο εργαστήριο, αλλά αργούς στις εξετάσεις. Αυτούς τους μαθητές πρέπει να αξιολογήσετε σωστά για τα επιτεύγματά τους.

Στο βιβλίο αξιολογήσεων της μαθήσεως καλύπτονται μόνον τα 22 κεφάλαια πυρήνες.

Αν θέλετε να προσθέσετε μερικά προβλήματα δικά σας για οποιοδήποτε από τα προαιρετικά κεφάλαια ή για σύντομους ελέγχους γνώσεων, να το κάνετε έτσι, ώστε να είναι σε συμφωνία με τους στόχους αυτής της σειράς μαθημάτων.

Η αξιολόγηση του PSSC μπορεί και πρέπει να γίνεται με ανοικτά βιβλία και με τη χρήση των σημειώσεων των ίδιων των μαθητών. Πιστεύουμε ότι ένα πρόβλημα που χάνει την αξία του με ανοικτά βιβλία, είναι κακό πρόβλημα. Αν συνθέσετε τα δικά σας προβλήματα για σύντομους ελέγχους (κουίζ), με χρήση ανοικτών βιβλίων, θα συνθέσετε καλύτερα προβλήματα.

Ευχαριστίες

Θέλουμε να εκφράσουμε τις ευχαριστίες μας στην κυρία Katherine Yaffe για τη δακτυλογράφηση του χειρογράφου και για τη βοήθεια στην τελική μορφή του κειμένου.

Uri Haber - Schaim
John H. Dodge
James A. Walter

Πίνακας Περιεχομένων

Πρόλογος

1 Ευθύγραμμη κίνηση 1

Επισκόπηση και στόχοι 1

Υποδείξεις για τη διδασκαλία 1

Πείραμα 1 Κίνηση: Ταχύτητα και επιτάχυνση 4

Πείραμα 1Α Κίνηση: Ταχύτητα και επιτάχυνση 5

Απαντήσεις στα προβλήματα 7

2 Ο νόμος του Νεύτωνα για την κίνηση 17

Επισκόπηση και στόχοι 17

Υποδείξεις για τη διδασκαλία 18

Πείραμα 2 Μεταβολές στην ταχύτητα υπό την επίδραση σταθερής δυνάμεως 19

Πείραμα 3 Εξάρτηση της επιταχύνσεως από την δύναμη και τη μάζα 21

Πείραμα 4 Αδρανειακή και βαρυτική μάζα 23

Απαντήσεις στα προβλήματα 26

3 Κίνηση σε τρεις διαστάσεις 32

Επισκόπηση και στόχοι 32

Υποδείξεις για τη διδασκαλία 32

Πείραμα 5 Δυνάμεις που ασκούνται υπό γωνία 35

Πείραμα 6 Κεντρομόλος δύναμη 37

Απαντήσεις στα προβλήματα 41

4 Κίνηση υπό την επίδραση μερικών συνηθισμένων δυνάμεων 49

Επισκόπηση και στόχοι 49

Υποδείξεις για τη διδασκαλία 50

Πείραμα 7 Δυνάμεις επί κινούμενης μπάλας 52

Πείραμα 8 Τριβή μεταξύ στερεών 54

Απαντήσεις στα προβλήματα 56

5 Η βαρύτητα σε μεγάλη κλίμακα 66

Επισκόπηση και στόχοι 66

Υποδείξεις για τη διδασκαλία 66

Απαντήσεις στα προβλήματα 73

6 Ορμή και διατήρηση της ορμής 84

Επισκόπηση και στόχοι 84

Υποδείξεις για τη διδασκαλία 84

Πείραμα 9 Μεταβολές ορμής σε μία έκρηξη 87

Πείραμα 10 Σύγκρουση σε δύο διαστάσεις 89

Απαντήσεις στα προβλήματα 93

7 Κινητική ενέργεια 103

Επισκόπηση και στόχοι 103

Υποδείξεις για τη διδασκαλία 105

Πείραμα 11 Ρίχνοντας μια μπάλα του μπέιζμπόλ 106

Πείραμα 12 Ελαστικές και μη ελαστικές συγκρούσεις 108

Απαντήσεις στα προβλήματα 112

8 Δυναμική ενέργεια 118

Επισκόπηση και στόχοι 118

Υποδείξεις για τη διδασκαλία 119

Πείραμα 13 Μεταβολές δυναμικής ενέργειας 120

Απαντήσεις στα προβλήματα 123

9 Μοριακή κίνηση, εσωτερική ενέργεια και διατήρηση της ενέργειας 130

Επισκόπηση και στόχοι 130

Υποδείξεις για τη διδασκαλία 131

Απαντήσεις στα προβλήματα 134

10 Μετατροπή ενέργειας και εντροπία 140

Επισκόπηση και στόχοι 140

Υποδείξεις για τη διδασκαλία 140

Απαντήσεις στα προβλήματα 145

11 Ηλεκτρικό φορτίο και ηλεκτρική δύναμη 149

Επισκόπηση και στόχοι 149

Υποδείξεις για τη διδασκαλία 150

Πείραμα 14 Φορτισμένα αντικείμενα 153

Πείραμα 15 Ηλεκτροστατική επαγωγή 156

Πείραμα 16 Η δύναμη μεταξύ δύο φορτισμένων σφαιρών 157

Πείραμα 17 Μέτρηση μικρών ηλεκτρικών δυνάμεων 160

Πείραμα 18 Το πείραμα του Millikan 162
Απαντήσεις στα προβλήματα 165

12 Φορτίο και ενέργεια σε ηλεκτρικά κυκλώματα 175

Επισκόπηση και στόχοι 175

Υποδείξεις για τη διδασκαλία 175

Πείραμα 19 Ηλεκτρικό έργο και μεταβολές εσωτερικής ενέργειας 178

Απαντήσεις στα προβλήματα 182

13 Ηλεκτρονικές λογικές πύλες και δυαδική πρόσθεση 188

Επισκόπηση και στόχοι 188

Υποδείξεις για τη διδασκαλία 188

Πείραμα 20 Είσοδος και έξοδος 191

Πείραμα 21 Δύο λογικές πύλες 193

Πείραμα 22 Πρόσθετες λογικές πύλες 194

Απαντήσεις στα προβλήματα 196

14 Κίνηση φορτισμένων σωματιδίων σε ηλεκτρικά πεδία 202

Επισκόπηση και στόχοι 202

Υποδείξεις για τη διδασκαλία 203

Πείραμα 23 Απόκλιση ηλεκτρονίων σε καθοδικό σωλήνα 205

Απαντήσεις στα προβλήματα 208

15 Το μαγνητικό πεδίο 214

Επισκόπηση και στόχοι 214

Υποδείξεις για τη διδασκαλία 215

Πείραμα 24 Το μαγνητικό πεδίο ρεύματος 217

Πείραμα 25 Η μέτρηση μαγνητικού πεδίου σε θεμελιώδεις μονάδες 219

Πείραμα 26 Η μάζα του ηλεκτρονίου 221

Πείραμα 26A Η μάζα του ηλεκτρονίου 223

Πείραμα 27 Το μαγνητικό πεδίο της γης 225

Απαντήσεις στα προβλήματα 226

16 Ηλεκτρομαγνητική επαγωγή 232

Επισκόπηση και στόχοι 232

Υποδείξεις για τη διδασκαλία 232

Απαντήσεις στα προβλήματα 237

17 Το άτομο 245

Υποδείξεις για τη διδασκαλία 245

Απαντήσεις στα προβλήματα 246

18 Φως: Διάδοση, ανάκλαση και διάθλαση 257

Επισκόπηση και στόχοι 257

Υποδείξεις για τη διδασκαλία 257

Πείραμα 28 Ανάκλαση 261

Πείραμα 29 Διάθλαση 262

Απαντήσεις στα προβλήματα 264

19 Είδωλα που σχηματίζονται από κάτοπτρα και φακούς 273

Επισκόπηση και στόχοι 273

Υποδείξεις για τη διδασκαλία 273

Πείραμα 30 Είδωλα που σχηματίζονται από επίπεδο κάτοπτρο 275

Πείραμα 31 Είδωλα που σχηματίζονται από φακούς 277

Απαντήσεις στα προβλήματα 281

20 Φως, θερμότητα και ηλεκτρισμός 291

Επισκόπηση και στόχοι 291

Υποδείξεις για τη διδασκαλία 291

Απαντήσεις στα προβλήματα 293

21 Σωματιδιακό μοντέλο για το φως 296

Επισκόπηση και στόχοι 296

Υποδείξεις για τη διδασκαλία 297

Πείραμα 32 Φωτισμός ως συνάρτηση της αποστάσεως 299

Πείραμα 33 Το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο 301

Πείραμα 34 Το σωματιδιακό μοντέλο του Νεύτωνα για την διάθλαση του φωτός 303

Απαντήσεις στα προβλήματα 306

22 Εισαγωγή στα κύματα 309

Επισκόπηση και στόχοι 309

Υποδείξεις για τη διδασκαλία 309

Πείραμα 35 Κύματα σε σπειροειδές ελατήριο 311

Απαντήσεις στα προβλήματα 313

23 Κύματα σε δύο διαστάσεις 319

Επισκόπηση και στόχοι 319

Υποδείξεις για τη διδασκαλία 319

Πείραμα 36 Παλμοί σε δοχείο κυμάτων 321

Πείραμα 37 Περιοδικά κύματα 322

Πείραμα 38 Διάθλαση κυμάτων 326

Πείραμα 39 Κύματα και εμπόδια 327
Απαντήσεις στα προβλήματα 330

24 Συμβολή κυμάτων 339

Επισκόπηση και στόχοι 339

Υποδείξεις για τη διδασκαλία 339

Πείραμα 40 Κύματα από δύο σημειακές
πηγές 341

Πείραμα 41 Συμβολή και φάση 342

Απαντήσεις στα προβλήματα 344

25 Φωτεινά κύματα και φωτόνια 352

Επισκόπηση και στόχοι 352

Υποδείξεις για τη διδασκαλία 353

Πείραμα 42 Πείραμα του Young 355

Απαντήσεις στα προβλήματα 357

26 Άτομα και φάσματα 365

Επισκόπηση και στόχοι 365

Υποδείξεις για τη διδασκαλία 365

Απαντήσεις στα προβλήματα 368

27 Υλικά κύματα 373

Επισκόπηση και στόχοι 373

Υποδείξεις για τη διδασκαλία 374

Πείραμα 43 Το φάσμα τόν υδρογόνου και η
σταθερά του Planck 375

Απαντήσεις στα προβλήματα 378

Παράρτημα 1: Απαντήσεις στις ερωτήσεις στο
παράρτημα 1, Εργαστηριακός οδηγός 383

Παράρτημα 2: Ανάλυση πειράματος,
Εργαστηριακός οδηγός 383

Επισκόπηση και Στόχοι

Η επιλογή του να αρχίσει το μάθημα της Φυσικής με τη Νευτώνεια Δυναμική δημιουργεί την ανάγκη να διδάξουμε στους μαθητές να αντιληφθούν τις βασικές κινηματικές έννοιες, θέση και μετατόπιση, διανυσματική ταχύτητα και επιτάχυνση. Υπενθυμίζεται ότι η κινηματική είναι απλώς γεωμετρική περιγραφή ως προς το χρόνο και εξυπηρετεί στην περιγραφή της κινήσεως πραγματικών αντικειμένων. Για να ελαχιστοποιηθεί η καθυστέρηση στην εισαγωγή των μαθητών στα πειράματα δυναμικής, να μην ασχοληθείτε πολύ με αυτό εδώ το κεφάλαιο.

Χρονοθέτηση των Πειραμάτων

Πείραμα 1** Κίνηση: Ταχύτητα και επιτάχυνση. Αυτό το πείραμα μπορεί να γίνει τμηματικά σε αντιστοιχία με την πορεία της καλύψεως του κεφαλαίου.

Υποδείξεις για τη Διδασκαλία

Έναρξη και Παράγραφος 1 - 1

Το κεφάλαιο αρχίζει με ένα σαφές και απλό ερώτημα. Χρησιμοποιείτε το ως κίνητρο. Στο τέλος του κεφαλαίου οι μαθητές θα μπορούν να απαντήσουν στο ερώτημα υπό ορισμένες προϋποθέσεις (βλ. ΣΤΕ 30).

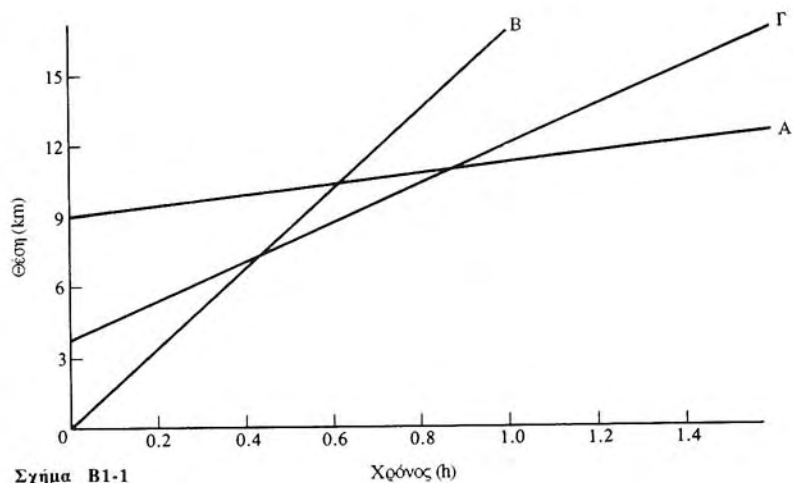
Δώστε έμφαση στη διάκριση μεταξύ **θέσεως** και **μετατοπίσεως**. Αναφέρετε ότι η μετατόπιση μπορεί να είναι θετική ή αρνητική, ανεξάρτητα του αν οι συντεταγμένες θέσεως είναι θετικές, αρνητικές ή και τα δύο.

Μαθητές που δεν έχουν εμπειρία με γραφήματα θα βρουν χρήσιμες υποδείξεις στο παράρτημα του **Εργαστηριακού Οδηγού**.

Παράγραφος 1 - 2

Μερικοί μαθητές ίσως να είναι ήδη εξοικειωμένοι με την έννοια της κλίσεως (βαθμίδα, συντελεστής διευσύνσεως) ευθείας γραμμής από τη διδασκαλία των μαθηματικών. Στα μαθηματικά η κλίση συγχνά ορίζεται ως η εφαπτομένη της γωνίας μεταξύ της ευθείας και του οριζώντιου άξονα. Να δοθεί έμφαση ότι σε εφαρμογές στη φυσική η κλίση μιας ευθείας πρέπει να βρεθεί διαιρώντας τη διαφορά των κατακορύφων συντεταγμένων δύο σημείων της ευθείας δια της διαφοράς των οριζοντίων συντεταγμένων των ιδίων σημείων.

Η ερμηνεία των γραφημάτων θέσεως - χρόνου γίνεται ίσως καλύτερα ρωτώντας τι συμβαίνει στο κινητό σε κάθε σημείο που παριστάνεται στο γράφημα. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε ένα γράφημα στον πίνακα, όπως αυτό που φαίνεται στο σχ. Β1 - 1, ως βάση για ερωτήσεις



σχετικές με τη φυσική διαδικασία που περιγράφει το γράφημα. Ας υποθεθεί ότι τα γραφήματα παριστάνουν την κίνηση τριών ανθρώπων.

Ποιος άνθρωπος κινείται γρηγορότερα; (B)

Βρίσκονται και οι τρεις κοντά στο ίδιο σημείο του δρόμου κατά την ίδια χρονική στιγμή; (Όχι)

Όταν ο B συναντά τον A, πού βρίσκεται ο Γ; (περίπου 1,5 km πίσω)

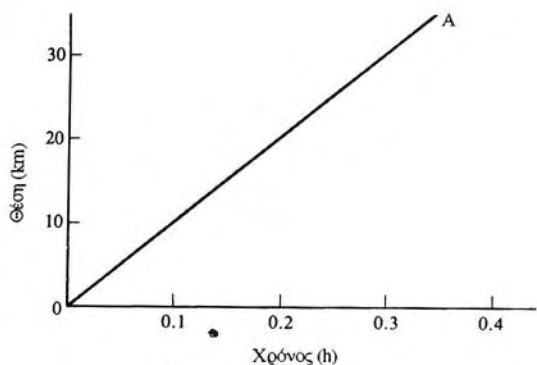
Πόσο μακριά κινήθηκε ο B μεταξύ των χρονικών στιγμών που συνάντησε τους Γ και A; (Περίπου 3 km).

Ποιοι από τους τρεις ανθρώπους πιθανόν να κινούνται με ποδήλατο; (Ο B πρέπει να κινείται με ποδήλατο για να μπορεί να καλύψει 15 km σε 0,9 ώρες. Αφού η ταχύτητα του Γ είναι λίγο μεγαλύτερη από 8 km/h, πρέπει να τρέχει, τουλάχιστον, ελαφρώς. Αφού η ταχύτητα του A είναι περίπου 2,4 km/h, αυτός είναι δυνατόν απλώς να βαδίζει). Εν γένει η κλίση, εκτός από μέτρο και πρόσημο, έχει επίσης και κατάλληλες φυσικές μονάδες, οι οποίες σημειώνονται με τον κατάλληλο συμβολισμό τους στον κατακόρυφο και στον οριζόντιο άξονα. Για να δοθεί έμφαση σε αυτό, μπορείτε να σχεδιάσετε στον πίνακα ένα γράφημα χρησιμοποιώντας αριθμούς αλλά χωρίς φυσικές μονάδες στον κατακόρυφο άξονα. Ρωτήστε ποια είναι η ταχύτητα μια ορισμένη χρονική στιγμή. Μερικοί μαθητές θα είναι έτοιμοι να απαντήσουν ακολουθώντας τα προηγούμενα, ενώ οι πιο προσεκτικοί θα απαιτήσουν να συμπληρώσετε το γράφημα λέγοντάς τους τι παριστάνει ο κατακόρυφος άξονας.

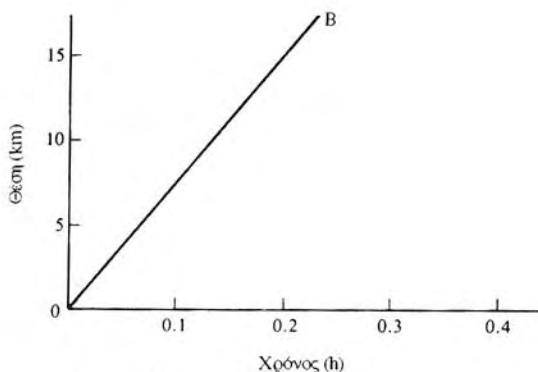
Μερικές τάξεις ίσως έχουν πρόβλημα με γραφήματα που έγιναν με διαφορετικές κλίμακες. Για να ξεκαθαρίσετε αυτό το σημείο, κάνετε δύο διαφορετικά γραφήματα όπως στα σχήματα B1 - 2 και B1 - 3 και ρωτήστε ποιο αυτοκίνητο κινείται γρηγορότερα (A).

Παράγραφοι 1 - 3 και 1 - 4

Η βασική ιδέα κατά τη μετάβαση από γράφημα θέσεως - χρόνου, που είναι ευθεία γραμμή, σε αντίστοιχο γράφημα καμπύλης γραμμής είναι να κατανοηθεί ότι ένα αρχούντως μικρό τμήμα της καμπύλης προσεγγίζει ευθύγραμμο τμήμα. Ένα τέτοιο μικρό τμήμα συμπίπτει με μεγάλη προσέγγιση με την επατόμενη ευθεία στην καμπύλη σε κάποιο σημείο. Είναι αρκετό για τους μαθητές να φέ-



Σχήμα Β1-2



Σχήμα Β1-3

ρουν τις εφαπτόμενες ευθείες, με το μάτι, ενθυμούμενοι ότι η εφαπτόμενη θα ακουμπά στην καμπύλη μόνο μια φορά στη γειτονιά του σημείου. Πρακτική εξάσκηση για όσα έμαθαν οι μαθητές σε αυτές τις δύο παραγράφους, στο πείραμα 1.

Παράγραφος 1 - 5

Η αντίστροφη διαδικασία από αυτήν της παραγράφου 1 - 4 (της ευρέσεως του γραφήματος μετατόπιση - χρόνος από το γράφημα ταχύτητα - χρόνος) θα είναι πιθανόν άγνωστη στους περισσότερους μαθητές. Η ιδέα ότι η μετατόπιση μπορεί να θεωρηθεί ως “εμβαδόν επιφάνειας” σε γράφημα ταχύτητας - χρόνου θα είναι πιθανόν νέα. Για την περίπτωση σταθερής ταχύτητας, το αποτέλεσμα είναι σχεδόν τετριμμένο, είναι όμως, παρόλα αυτά, σημαντικό και πρέπει για να του δοθεί αρκετή προσοχή, διότι η ιδέα ότι ένα “εμβαδόν” μπορεί να έχει τέτοιες μονάδες, όπως χιλιόμετρα, μπορεί να είναι αινιγματικό. Να δοθεί έμφαση ότι το “εμβαδόν” το οποίο παριστάνει τη μετατόπιση είναι αυτό μεταξύ της καμπύλης που παριστάνει την ταχύτητα ως συνάρτηση του χρόνου και του άξονα συντεταγμένων, όπου η ταχύτητα είναι μηδέν.

Η επέκταση για κίνηση με μεταβλητή ταχύτητα γίνεται εύκολα, σημειώνοντας ότι το “εμβαδόν της επιφάνειας” κάτω από οιοδήποτε τμήμα γραφήματος ταχύτητας - χρόνου μπορεί να προσεγγισθεί με μια σειρά από διαδοχικά λεπτά ορθογώνια παραλληλόγραμμα, προσέγγιση η οποία γίνεται όλο και καλύτερη καθώς τα ορθογώνια γίνονται όλο και πιο λεπτά. Σε περιπτώσεις πολυπλόκων μεταβολών της ταχύτητας ως προς το χρόνο, μπορεί να βρεθούν οι μετατοπίσεις με ικανοποιητική ακρίβεια σχεδιάζοντας την καμπύλη ταχύτητας - χρόνου σε τετραγωνισμένο χαρτί με τετραγωνίδια κατάλληλου μεγέθους και στη συνέχεια απαριθμώντας τα τετραγωνίδια κάτω από την καμπύλη. Το εμβαδόν της επιφάνειας κάτω από την καμπύλη μπορεί συχνά να βρεθεί και με υποδιαίρεσή του σε ορθογώνια και τρίγωνα, οπότε έτσι η διαδικασία απαριθμήσεως τετραγωνιδίων μπορεί να γίνει λιγότερο χρονοβόρα, αφού μπορεί να βρεθεί το εμβαδόν τέτοιων απλών σχημάτων ευκολότερα. Να δοθεί έμφαση στις χρησιμοποιούμενες μονάδες: πρέπει να παρασταθούν στο γράφημα, π.χ. km/h ως συνάρτηση του χρόνου σε ώρες, αν πρόκειται η μετατόπιση να είναι σε km .

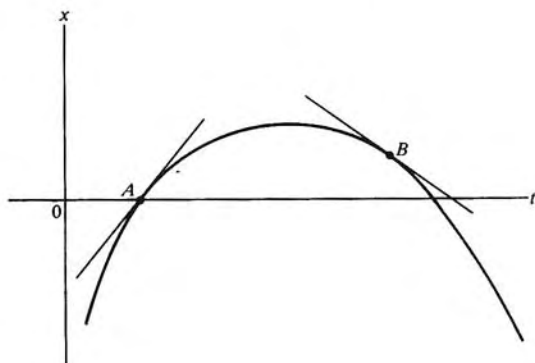
Παράγραφος 1 - 6

Συσχετίζουμε επιτάχυνση με ταχύτητα κατά ένα τρόπο ανάλογο προς τον τρόπο με τον οποίο συσχετίσαμε ταχύτητα με θέση. Όμως, λάβετε υπόψη ότι η έννοια της επιταχύνσεως είναι περισσότερο δυσνόητη για τους μαθητές από ό,τι οι έννοιες θέση και ταχύτητα. Για να οικοδομήσει κανείς επάνω στην αναλογία μπορεί να βοηθούν τα σημεία, τα οποία συνοψίζονται στα σχ. B1 - 4 και B1 - 5.

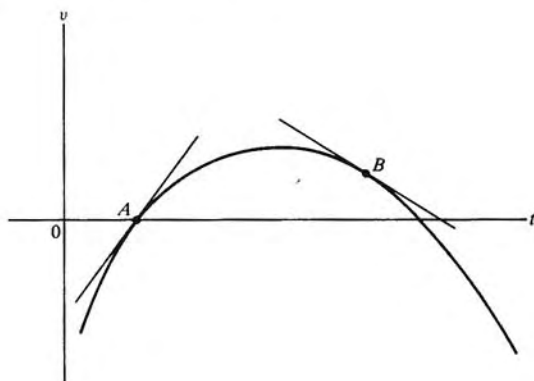
Στο σημείο A του σχ. B1 - 4, $x = 0, v \neq 0$.

Στο σημείο A του σχ. B1 - 5, $v = 0, x \neq 0$.

Στο σημείο B του σχ. B1 - 4, $x > 0, v < 0$.



Σχήμα B1-4



Σχήμα B1-5

Δηλαδή το κινητό βρίσκεται προς τα δεξιά της αρχής των συντεταγμένων και κινείται προς τα αριστερά.

Στο σημείο B του σχ. B1 - 5, $v > 0, a < 0$.

Δηλαδή το κινητό κινείται προς τα δεξιά επιβραδυνόμενο.

Παράγραφος 1 - 7

Οι μαθητές θα εφαρμόσουν τις σχέσεις που δίνονται εδώ σε διάφορες περιπτώσεις, ειδικότερα στις παραγράφους 4 - 2, 4 - 4, 7 - 1, 8 - 4, 12 - 5 και 12 - 6. Γι' αυτό συμβουλεύουμε να μην επιμείνετε για πολύ σε αυτό το κεφάλαιο, αλλά οι μαθητές να επανέρχονται σε αυτό όταν χρειάζεται.

Πείραμα 1 Κίνηση: Ταχύτητα και Επιτάχυνση

Το πείραμα καλύπτει την ίδια ύλη όπως το πείραμα 1Α. Σε κάθε βήμα ζητείται από τους μαθητές να πάρουν τις πρώτες δύο ενδείξεις ή να κάνουν τους υπολογισμούς για να εξασφαλισθεί ότι μπορούν να πραγματοποιήσουν αυτά τα πράγματα: κατόπιν ο ηλεκτρονικός υπολογιστής τελειώνει την εργασία και δείχνει τα αποτελέσματα. Όλες οι αποφάσεις λαμβάνονται από τους μαθητές. Τα προκύπτοντα γραφήματα είναι παρόμοια με αυτά που φαίνονται για το πείραμα 1Α, αφού η κίνηση του χεριού δεν εξαρτάται από το αν η ταινία έλκεται δια μέσου ενός κανονικού χρονομέτρου ή μιας φωτοπύλης.

Υλικά

Υπολογιστής και Διασύνδεση (Interfacc)

Πείραμα 1Α Κίνηση: Ταχύτητα και Επιτάχυνση

Υλικά

- 1 Κανόνας
- 4 Φύλλα χαρτιού για γραφήματα με τετραγωνίδια
- 1 Χρονόμετρο
- Χαρτί
- Δίσκος καρμπόν
- 1 C - σφιγκτήρας (3" ή 4" δηλαδή 7,5 cm ή 10 cm)

Η προσέγγιση μεταξύ των ταχυτήτων που βρίσκονται χρησιμοποιώντας κλίσεις και αυτών στο προσεγγιστικό γράφημα ταχύτητας ως προς το χρόνο εξαρτάται από την κλίση του γραφήματος θέσεως ως προς το χρόνο στα σημεία τα οποία ελέγχονται. Εκεί όπου το γράφημα είναι ευθεία γραμμή, οι ταχύτητες θα είναι οι ίδιες, αλλιώς, θα υπάρχουν κάποιες διαφορές.

Παρόλο που ο περισσότερος χρόνος των μαθητών θα δαπανηθεί στην ανάλυση των πληροφοριών της ταινίας και στην κατασκευή των γραφημάτων, καλό είναι όσο μεγαλύτερο μέρος από αυτή την ανάλυση, να γίνει στο εργαστήριο, όπου μπορείτε να βοηθήσετε τους μαθητές να μάθουν πώς να κάνουν τη γραφική ανάλυση.

Το πείραμα δείχνει ότι υπάρχουν πολύπλοκες μορφές κινήσεως και ότι μπορούν να περιγραφούν και αναλυθούν. Εκτελώντας αυτό το πείραμα, ο μαθητής θα αποκτήσει εμπειρία και αυτοπεποίθηση στη γραφική ανάλυση ως εργαλείο για τη μελέτη κινήσεων.

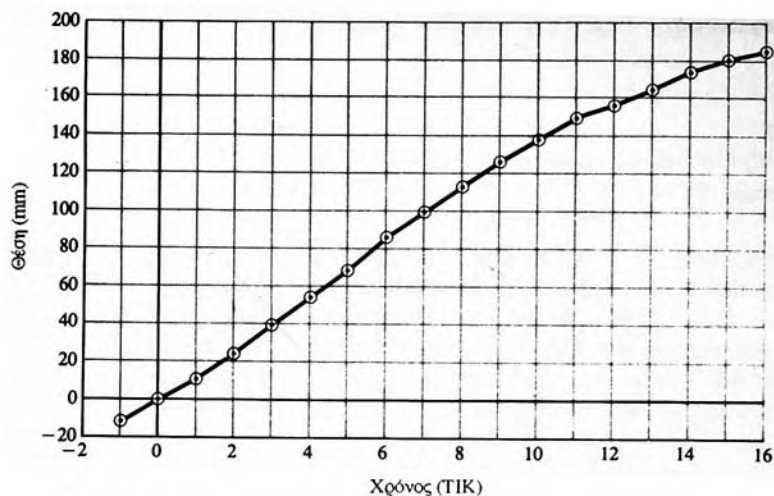
Μπορεί να χρησιμοποιηθούν ένα ή δύο χρονόμετρα, τοποθετημένα όπως φαίνεται στο σχ. 1Α - 1 του **Εργαστηριακού Οδηγού**, για να τυπωθούν ταινίες για όλη την τάξη. Αφήσετε τον καθένα μαθητή να τραβήξει μια ταινία διά μέσου του χρονομέτρου και στη συνέχεια να σχεδιάσουν τα δικά τους γραφήματα.

Είναι αρκετό 0,5 μέτρο ταινίας για να έχουν περίπου 15 σημεία στο γράφημα με μονάδα χρόνου το χρονικό διάστημα μεταξύ διαδοχικών "τικ" (1 "τικ"). Εξασφαλίστε ότι οι μαθητές σας αρχίζουν να εργάζονται πάνω στα γραφήματα μέσα στην τάξη. Κατόπιν μπορούν να συνεχίσουν αυτή την εργασία στο σπίτι. Μια τυπική ανάλυση φαίνεται στα σχ. (B1A - 6), (B1A - 7) και (B1A - 8).

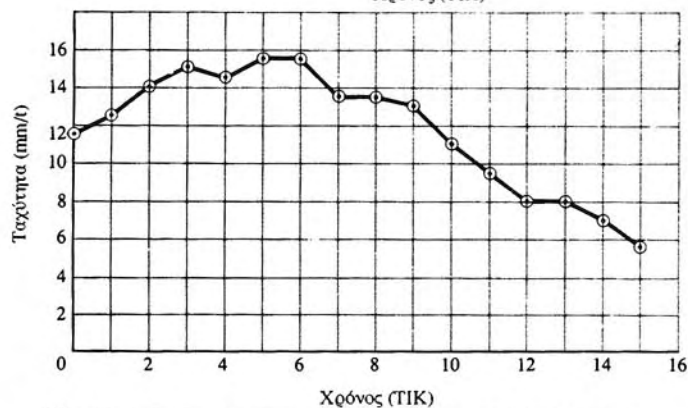
Δεν είναι απαραίτητο να είναι γνωστή η βαθμονόμηση του χρονομέτρου για αυτό το πείραμα οιαδήποτε μονάδα χρόνου είναι καλή.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 1Α

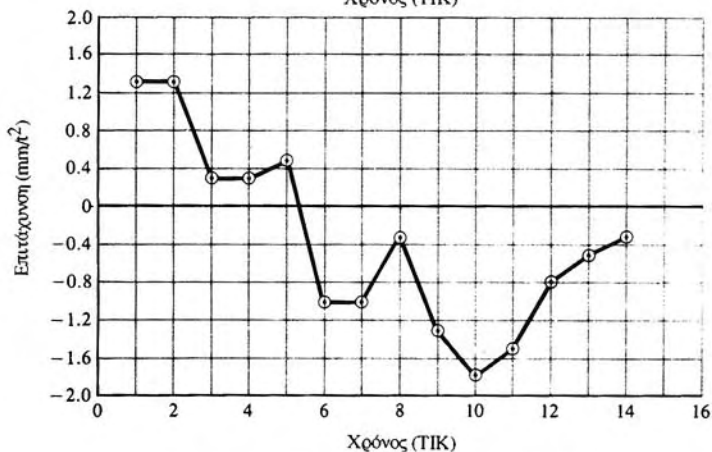
- Η μετατόπιση (σε mm) μεταξύ δύο οιονδήποτε διαδοχικών σηματοδών της ταινίας παριστάνει την ταχύτητα του χεριού σε χιλιοστά ανά "τικ".
- Η ταχύτητα είναι μέγιστη εκεί όπου η απόσταση μεταξύ διαδοχικών σημείων είναι μέγιστη. Είναι ελάχιστη εκεί όπου η απόσταση είναι ελάχιστη.
- Τα αποτελέσματα θα ποικίλλουν. Όμως με προσεκτική δουλειά οι σχετικές διαφορές θα είναι μεταξύ $\pm 10\%$.
- Η συμφωνία μεταξύ της θέσεως ως συναρτήσεως του χρόνου, η οποία υπολογίζεται βρίσκοντας το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη ταχύτητας - χρόνου και της θέσεως, η οποία μετράται κατευθείαν από την ταινία, θα εξαρτάται κυρίως από την



Σχήμα Β1Α-6



Σχήμα Β1Α-7



Σχήμα Β1Α-8

ακρίβεια μετρήσεως του εμβαδού. Με αρκετές υποδιαιρέσεις του εμβαδού, ειδικότερα σε περιοχές μεγάλων κλίσεων του γραφήματος, είναι πιθανή συμφωνία μέχρι $\pm 10\%$.

- Για έναν μη εκπαιδευμένο είναι δύσκολο να πει, πού είναι η επιτάχυνση, μέγιστη ή ελάχιστη, αφού κανείς πρέπει να εκτιμήσει πού η κλίση μεταβάλλεται ταχύτερα ή βραδύτερα.
- Οι εκτιμήσεις πιθανόν να ποικίλλουν πολύ. Ίσως αυτό να οφείλεται στο ότι μερικοί μαθητές έχουν συγκρίνει τη μεταβολή της ταχύτητας μάλλον ως προς την ταχύτητα και όχι ως προς το χρόνο.

Κατάταξη των Προβλημάτων Παραγράφων και ΣΤΕ

Παράγραφος	Εύκολα	Μέτρια	Δύσκολα
1 - 1	1, 2, 3	5	
1 - 2	4, 6	8	
1 - 3	7, 9, 10	11, 12, 13	
1 - 4		17	
1 - 5	14, 15, 16	20, 21	
1 - 5	18, 19	22, 23	24
1 - 6			
1 - 7			
ΣΤΕ	27	25, 26, 27, 28, 29	30

Απαντήσεις στα Προβλήματα

(Περιεχόμενο προβλημάτων όπως στο βιβλίο διδασκαλίας)

1. (α) $\Delta T = T_2 - T_1 = 6^\circ \text{C}$

(β) $\Delta d = d_2 - d_1 = 1680 \text{ km}$

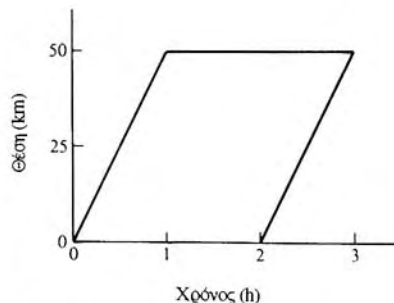
(γ) $\Delta w = w_2 - w_1 = -10 \text{ kg}$

2.

	$x_1 \text{ (m)}$	$x_2 \text{ (m)}$
(1)	5	8
(2)	7	-2
(3)	-5	-2
(4)	15	12
(5)	0	2
(6)	-5	-8
(7)	-5	0

Οι ίσες μετατοπίσεις είναι η 1 και η 3 (κάθε μία ισούται με + 3 m), η 4 και η 6 (που ισούται καθεμιά με - 3 m).

3. Όχι. Το γράφημα δείχνει ότι μεταξύ $t = 2$ ώρες και $t = 3$ ώρες, το αυτοκίνητο βρί-



Σχήμα Α

σκεται σε δύο διαφορετικές θέσεις την ίδια χρονική στιγμή.

4. (α) $1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/h}$ Άνθρωπος που κάνει περίπατο

(β) $10 \text{ m/s} = 36 \text{ km/h}$ Ρωμαλαίος ποδηλάτης

(γ) $25 \text{ m/s} = 90 \text{ km/h}$ Αυτοκίνητο σ' εθνικό αυτοκινητόδρομο

(δ) $250 \text{ m/s} = 900 \text{ km/h}$ Αεριοθούμενο αεροπλάνο (τζετ)

(ε) $8000 \text{ m/s} = 28800 \text{ km/h}$ Γήινος δορυφόρος

5. Για $3 \text{ s} < t < 10 \text{ s}$

$$v = \frac{6,5 \text{ cm} - 3,0 \text{ cm}}{10 \text{ s} - 3 \text{ s}} = 0,5 \text{ cm/s}$$

Για $13 \text{ s} < t < 19 \text{ s}$

$$v = \frac{(-2,0 \text{ cm}) - (+4,5 \text{ cm})}{19 \text{ s} - 13 \text{ s}} = 1,1 \text{ cm/s}$$

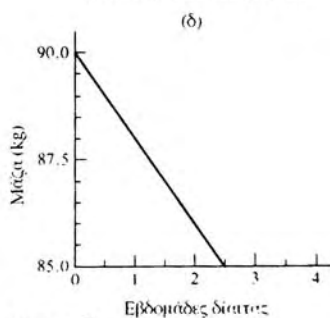
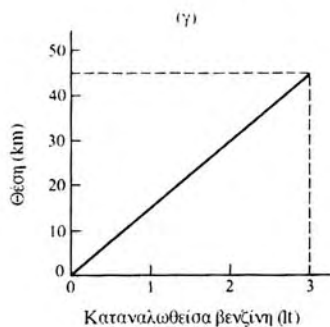
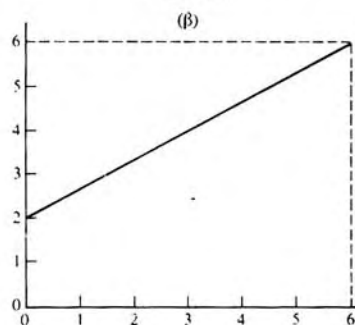
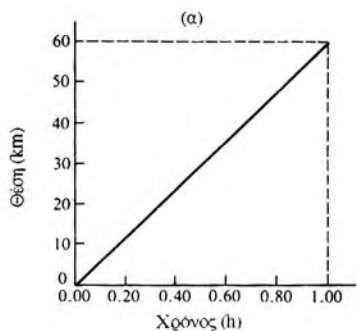
Για $22 \text{ s} < t < 23 \text{ s}$

$$v = \frac{(-1,0 \text{ cm}) - (-2,0 \text{ cm})}{23 \text{ s} - 22 \text{ s}} = 1,0 \text{ cm/s}$$

Μερικοί μαθητές ίσως να θέλουν να συμπεριλάβουν τα τμήματα του γραφήματος όπου το αντικείμενο είναι σε ηρεμία.

6. (α) 60 km/h (γ) 15 km ανά λίτρο

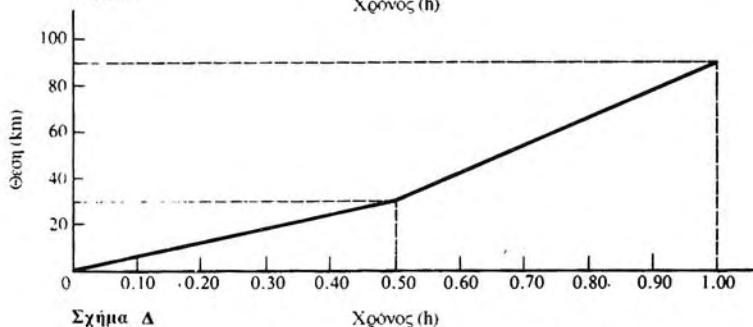
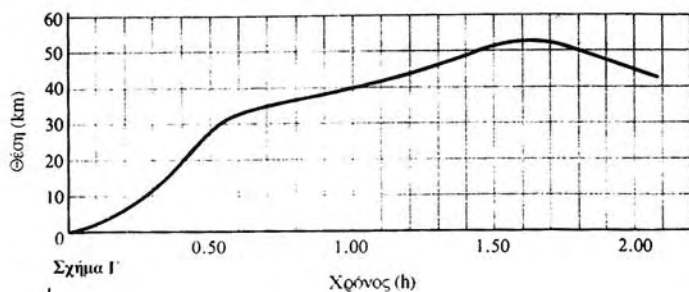
(β) $\frac{2}{3}$ (δ) $-2,0 \text{ kg}$ ανά εβδομάδα



Σχήμα Β

7. Η στιγμιαία ταχύτητα είναι μηδέν, όταν η εφαπτόμενη ευθεία στο γράφημα είναι οριζόντια, δηλαδή, όταν η κλίση στο γράφημα θέσεως - χρόνου είναι μηδέν.

Στα χρονικά διαστήματα από 0 s μέχρι 3,0 s και από 12,0 s μέχρι 12,7 s και από 19 s μέχρι 22 s, η στιγμιαία ταχύτητα και η μέση ταχύτητα είναι και οι δύο μηδέν. Επί



πλέον, τη χρονική στιγμή $t=10$ s η στιγμιαία ταχύτητα είναι μηδέν.

8. (α) Παρατηρώντας το γράφημα βλέπει κανείς ότι είναι πιο απότομο τη στιγμή $t = 0,40$ h. Επομένως, αυτή τη στιγμή η ταχύτητα είναι μέγιστη.
(β) Από την εφαπτόμενη ευθεία στην καμπύλη στο αντίστοιχο σημείο έχουμε:

$$\frac{60 \text{ km}}{0,75 \text{ h}} = 80 \text{ km/h.}$$

- (γ) Από την κλίση της εφαπτόμενης ευθείας, $v = 20 \text{ km/h}$

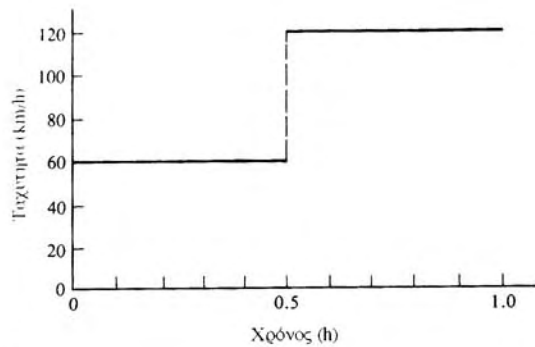
- (δ) Κατά το διάστημα των πρώτων 0,70 h το αυτοκίνητο μετακινήθηκε κατά 35 km. Είχε επομένως μέση ταχύτητα 50 km/h. Σημειώστε ότι αυτή δεν είναι η μισή της τελικής του ταχύτητας. Αυτό θα ίσχυε μόνον σε περίπτωση που η κίνηση ήταν κίνηση ομαλώς επιταχυνόμενη, πράγμα που δεν ισχύει εδώ.

9. $v_{\text{μέση}} = 0,48 \text{ m/s}$

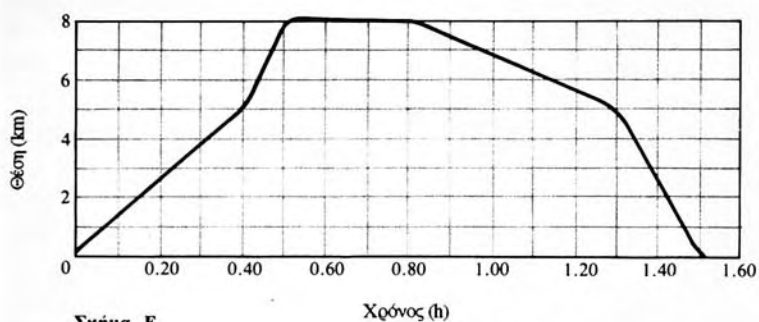
10. Ένα τρένο που ταξιδεύει με 95 km/h επί 0,52 h διανύει 49,4 km. Στο επόμενο χρονικό διάστημα διανύει 12,0 km και κατόπιν 71,0 km. Η ολική απόσταση που διάνυσε είναι 132,4 km σε 1,47 h. Η μέση ταχύτητα είναι $(132,4 \text{ km}) : (1,47 \text{ h}) = 90 \text{ km/h}$.

11. Βλέπε σχ. Β1 - 9.

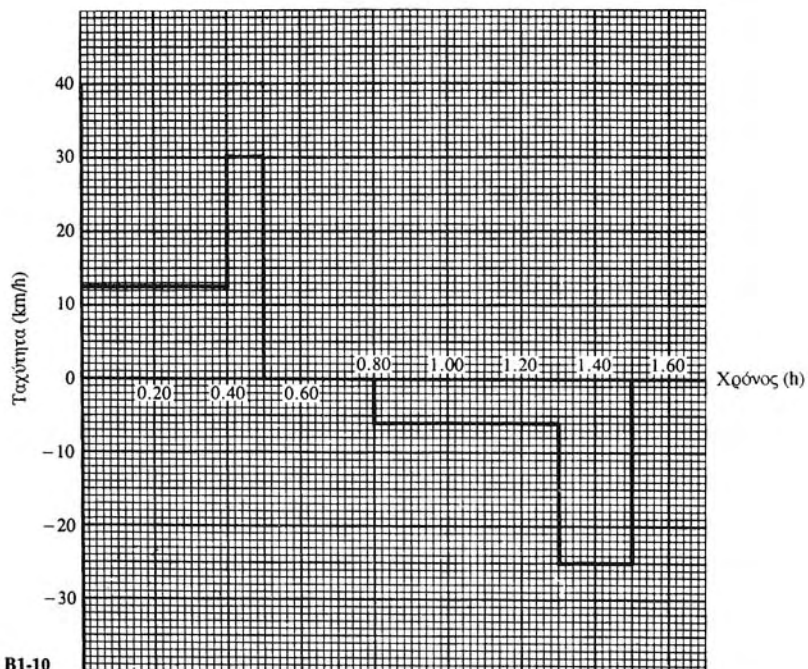
12. Βλέπε σχ. Β1 - 10. Από το γράφημα ταχύτητας - χρόνου και το γράφημα θέσεως -



Σχήμα Β1-9



Σχήμα Ε



Σχήμα Β1-10

χρόνου βλέπουμε ότι στο πρώτο τμήμα της διαδρομής η ταχύτητα της Μαρίας ήταν 12,5 km/h και κατά την επιστροφή της η ταχύτητα της για το ίδιο τμήμα ήταν 25,0 km/h. Αυτό σημαίνει μικρό ανήφορο κατά την έξοδο από το σπίτι της. Στο δεύτερο τμήμα της διαδρομής, προς το σπίτι της Άννας, η ταχύτητά της ήταν 30 km/h και κατά την επιστροφή στο αντίστοιχο τμήμα ήταν μόνο 6 km/h. Αυτό σημαίνει κατήφορο κατά τη διαδρομή προς το σπίτι της Άννας, ο οποίος έχει μεγαλύτερη κλίση από ότι ο ανήφορος στο πρώτο τμήμα του δρόμου.

13. Βλέπε σχ. B1 - 11.

14. Βλέπε σχ. B1-12. Το δεξί μισό μέρος του γραφήματος παριστάνει το ταξίδι επιστροφής στην πόλη Α. Αν σχεδιασθεί μόνο το μισό γράφημα σωστά, αυτό είναι επίσης μια αποδεκτή απάντηση.

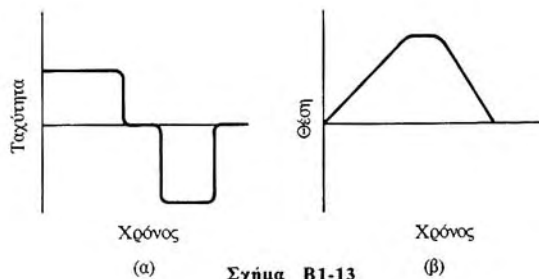
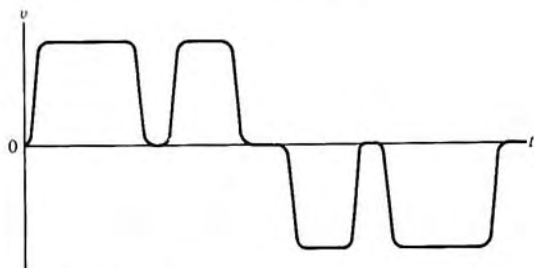
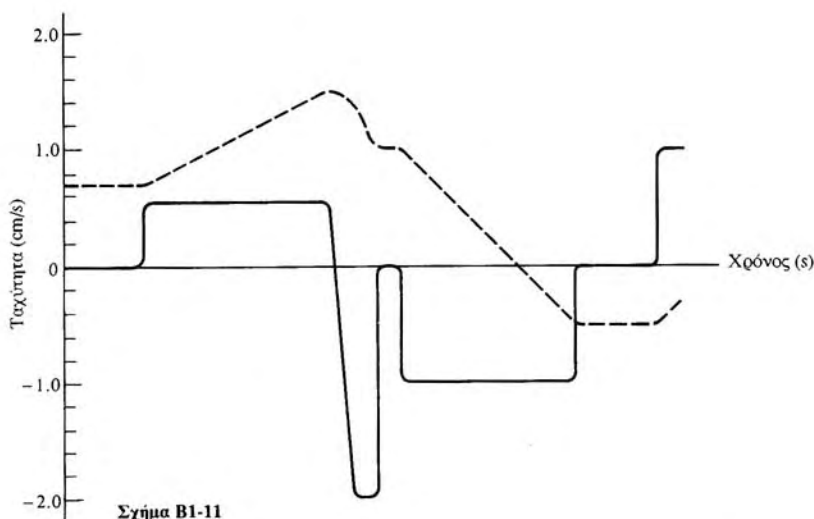
15. (α) 180 km (β) 30 km

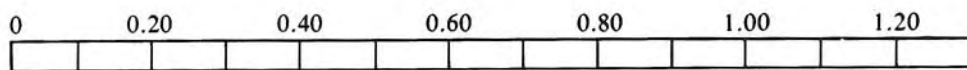
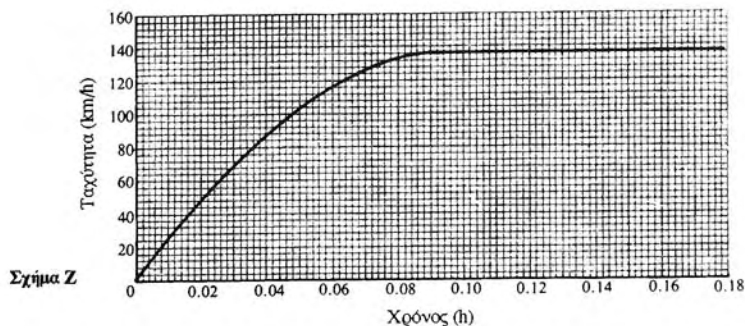
16. Βλέπε σχ. B1 - 13 (α) και (β).

17. Αυτό το πρόβλημα είναι για να βρει κανείς το εμβαδόν επιφάνειας κάτω από την καμπύλη της ταχύτητας - χρόνου απαριθμώντας τετραγωνίδια.

Ίσως ο πιο άμεσος τρόπος για να απαριθμηθούν τα τετραγωνίδια είναι να απαριθμηθούν τα μεγάλα (είναι 38) και κατόπιν τα υπολειπόμενα μικρά. Το εμβαδόν του κάθε μεγάλου είναι 0,2 km, άρα το άθροισμά τους δίνει 7,6 km. Υπάρχουν επομένως 161 πλήρη μικρά τετράγωνα κάτω από την καμπύλη. Εκτιμάται ότι υπάρχουν περίπου 21 επί πλέον μικρά κομμένα τετράγωνα. Αφού το καθένα τετραγωνίδιο αντιστοιχεί σε 0,008 km, τα κομμένα τετραγωνίδια αντιστοιχούν σε 1,46 km. Άρα $(7,60 + 1,46)$ km = 9,06 km συνολικά. Αυτή η διαδικασία απαριθμήσεως φαίνεται να είναι σωστή με ακρίβεια περίπου 10 μικρών τετραγώνων, δηλαδή 0,08 km/h περίπου 1%.

Επομένως η απόσταση πρέπει να δοθεί ως 9,1 km.





Σχήμα Η Η κλίμακα είναι σε μέτρα

18. $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{60 \text{ km/h}}{6,0 \text{ s}} = 10 \frac{\text{km}}{\text{h} \cdot \text{s}}$

19. $1 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 0,28 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Επομένως

$$1 \frac{\text{km}}{\text{h} \cdot \text{s}} = 0,28 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

20. (α) Βλέπε σχ. Β1 - 14

(β) Βλέπε σχ. Β1 - 15.

(γ) Τα σημεία του γραφήματος $v-t$ βρίσκονται πολύ κοντά σε ευθεία γραμμή της οποίας η κλίση είναι περίπου $9,4 \text{ m/s}^2$

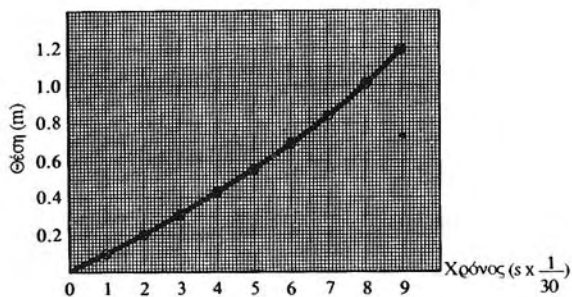
21. Για να σχεδιάσετε το γράφημα επιταχύνσεως - χρόνου, πρέπει να βρείτε την κλίση από το γράφημα της ταχύτητας - χρόνου σε πολλά σημεία.

Εδώ είναι μια καλή ευκαιρία για επανάληψη της μεθόδου χρήσεως διαστημάτων επί του γραφήματος αντί της μεθόδου εφαπτόμενης ευθείας για τον υπολογισμό των κλίσεων. Έτσι μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιαδήποτε από τις μεθόδους που φαίνονται στα σχ. Β1 - 16 (α) ή Β1 - 16 (β).

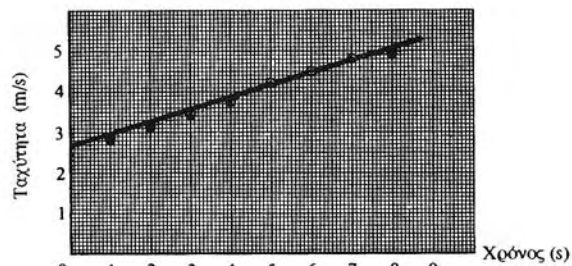
Το προκύπτον γράφημα επιταχύνσεως - χρόνου φαίνεται στο σχ. Β1 - 17.

22. (α) $v = at$

$$v = 2,0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 5,0 \text{ s} = \underline{10 \text{ m/s}}$$



Σχήμα Β1-14

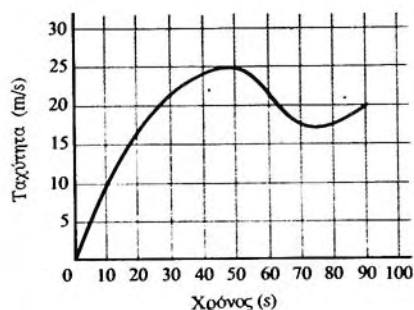


Σχήμα Β1-15

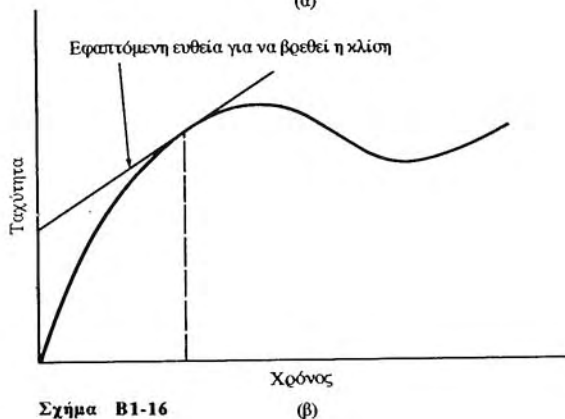
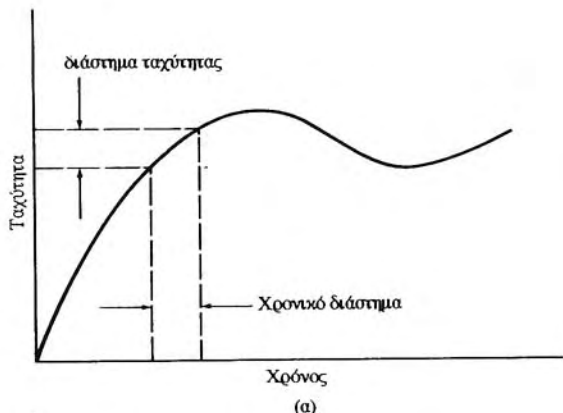
(β) $x = \frac{1}{2} at^2$

$$x = \frac{1}{2} \times 2,0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times (5,0 \text{ s})^2 = \underline{25 \text{ m}}$$

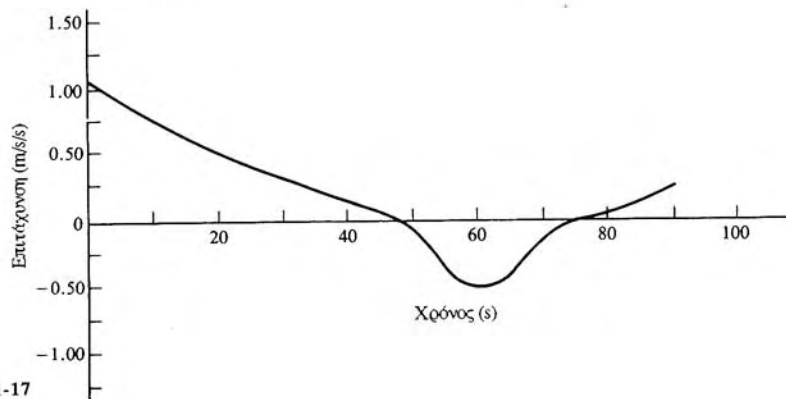
(γ) Η μέση ταχύτητά του ισούται με το διάστημα που διάνυσε διηρημένο διά του χρόνου ή $\frac{25\text{m}}{5\text{s}} = \underline{5 \text{ m/s.}}$



Σχήμα Θ



Σχήμα Β1-16



Σχήμα Β1-17

Σημειώστε ότι είναι ακριβώς το μισό της ταχύτητας στο τέλος του διαστήματος αυτού των 5 s. Αυτό είναι ένα γενικό αποτέλεσμα που ισχύει για κίνηση με σταθερή επιτάχυνση όταν η κίνηση αρχίζει από την ηρεμία.

$$(δ) \ x = \frac{v^2}{2a} = \frac{(40 \text{ m/s})^2}{2 \times 2,0 \text{ m/s}^2} = 400 \text{ m}$$

Να τονισθεί ότι αυτές οι εξισώσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν μόνο επειδή το πρόβλημα αναφέρεται σε σταθερή επιτάχυνση αρχίζοντας από την ηρεμία. Αν οι συνθήκες ήταν διαφορετικές θα έπρεπε να χρησιμοποιηθούν οι περισσότερες γενικές μορφές των εξισώσεων, όπως φαίνεται στο επόμενο πρόβλημα.

23.

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2} a(t - t_0)^2.$$

Αφού $x_0 = 0$ και $t_0 = 0$,

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2.$$

Λύνοντας ως προς v_0 ,

$$v_0 = \frac{x - \frac{1}{2} a t^2}{t}$$

$$\begin{aligned} v_0 &= \frac{190 \text{ m} - \frac{1}{2} \left(1,0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) (12 \text{ s})^2}{12 \text{ s}} \\ &= \frac{190 \text{ m} - \frac{1}{2} \left(1,0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) (144 \text{ s})^2}{12 \text{ s}} \end{aligned}$$

$$v_0 = 9,8 \text{ m/s}$$

Είναι καλή ευκαιρία για να υπενθυμίσετε στους μαθητές ότι ένας έλεγχος

του αποτελέσματός τους είναι να έχουν τις σωστές μονάδες στο αποτέλεσμα.

24. Από το γράφημα του σχ. B1 - 18 μπορείτε να δείτε ότι η κοντινότερη απόστασή του από το λεωφορείο είναι περίπου 7 m. (Σημείωση: Ένα λεωφορείο δεν έχει στην πραγματικότητα σταθερή επιτάχυνση). Για να λύσετε αλγεβρικά το πρόβλημα, πρέπει να χρησιμοποιήσετε τη γενική μορφή των εξισώσεων για να βρείτε τη μετατόπιση,

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2} a(t - t_0)^2.$$

Για τον πεζό,

$$x = vt$$

$$x = 6,0 \frac{\text{m}}{\text{s}} t.$$

Για το λεωφορείο,

$$x = x_0 + \frac{1}{2} a(t)^2$$

$$x = 25 \text{ m} + \frac{1}{2} (1,0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) (t)^2.$$

Αν ο πεζός προφθάσει το λεωφορείο, τότε τα x για πεζό και λεωφορείο είναι ίσα.

$$6t = 25 + \frac{1}{2} t^2$$

$$\frac{1}{2} t^2 - 6t + 25 = 0.$$

Όμως, εφαρμόζοντας τη γενική σχέση για τη λύση δευτεροβαθμίων εξισώσεων,

$$t = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha}, \text{ βλέπομε ότι δεν υπάρχει πραγματική λύση, διότι η ποσότητα}$$

$(\beta^2 - 4\alpha\gamma)$ είναι αρνητική. Επομένως, ο πεζός δεν θα φθάσει το λεωφορείο.

Η ελάχιστη απόστασή του από το λεωφορείο θα είναι η ελάχιστη τιμή του

$$(x_{\text{λεωφορείο}} - x_{\text{πεζός}}) = 25 + \frac{1}{2} t^2 - 6t.$$

Άρα,

$$\begin{aligned} (x_{\text{λεωφορείο}} - x_{\text{πεζός}}) &= \frac{1}{2} t^2 - 6t + 25 \\ &= \frac{1}{2} (t^2 - 12t + 50) \\ &= \frac{1}{2} [(t - 6)^2 + 14]. \end{aligned}$$

Η ελάχιστη τιμή του $(x_{\text{λεωφ.}} - x_{\text{πεζός}})$ βρίσκεται αν $t = 6 \text{ s}$ οπότε,

$$\begin{aligned} (x_{\text{λεωφορείο}} - x_{\text{πεζός}}) &= \frac{1}{2} [(6 - 6)^2 + 14] = \\ \underline{7 \text{ m}} &= \text{απόσταση απογοητεύσεως.} \end{aligned}$$

Απαντήσεις στα Προβλήματα ΣΤΕ

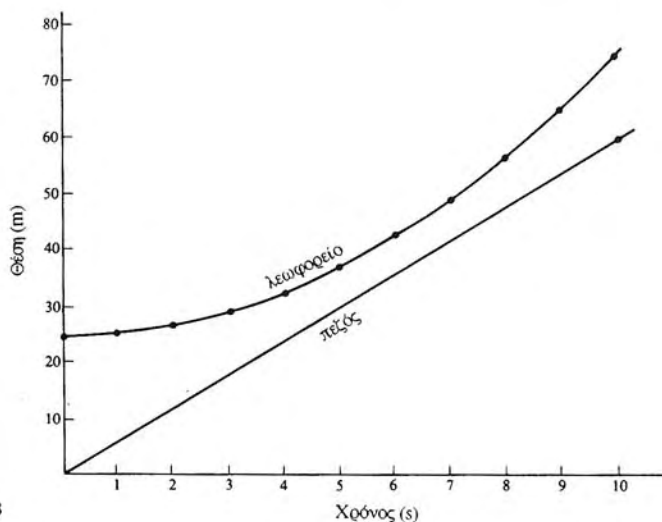
25. (α) Τα γραφήματα ταχύτητας - χρόνου των αυτοκινήτων τέμνονται τη χρονική στιγμή $t = 0,0048 \text{ h}$, άρα αυτή τη χρονική στιγμή τα αυτοκίνητα έχουν την ίδια ταχύτητα.

- (β) Το Β έχει κινηθεί κατά $60 \text{ km/h} \times 0,0048 \text{ h} = 0,29 \text{ km}$

Το Α κινήθηκε κατά $\frac{1}{2} \times 60 \text{ km/h} \times 0,0048 \text{ h} = 0,14 \text{ km}$.

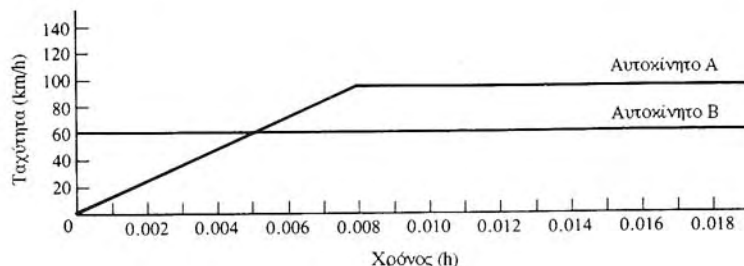
Άρα το Β είναι 0,15 km μπροστά από το Α.

- (γ) Το Β κινήθηκε κατά:
 $60 \text{ km/h} \times 0,012 \text{ h} = 0,72 \text{ km}$



Σχήμα B1-18

Σχήμα Κ



Το Α κινήθηκε κατά:

$$(\frac{1}{2} \times 100 \times 0,008) \text{ km} + 100 \times (0,012 - 0,008) \text{ km} = 0,80 \text{ km}.$$

Άρα το Α προηγείται κατά 0,08 km.

- (δ) Το Α φθάνει το Β όταν και τα δύο έχουν διανύσει (από το φανάρι) την ίδια απόσταση. Έστω t η χρονική στιγμή που γίνεται αυτό.

Το Β έχει διανύσει 60 t (km).

Το Α έχει διανύσει $(\frac{1}{2} \times 100 \times 0,008) \text{ km} + 100 \times (t - 0,008) \text{ km}$.

Άρα $60 t = 0,40 + 100 t - 0,80$
οπότε $t = 0,01 \text{ h}$.

(Βλέπετε ότι το Α φθάνει το Β κάποια χρονική στιγμή μετά την $t = 0,008 \text{ h}$, διότι τότε το Β έχει διανύσει: $0,008 \text{ h} \times 60 \text{ km/h}$ ή $0,48 \text{ km}$ ενώ το Α έχει διανύσει $\frac{1}{2} \times 100 \text{ km/h} \times 0,008 \text{ h}$ ή $0,40 \text{ km}$).

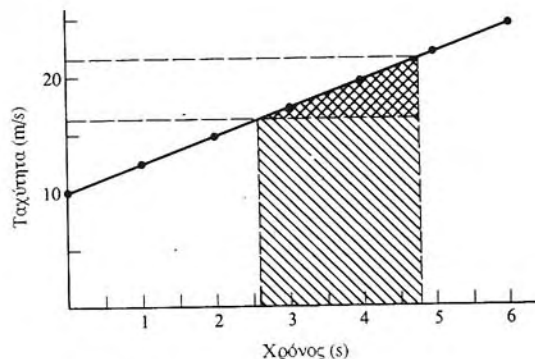
- (ε) Το Β διήνυσε $60 \text{ km/h} \times 0,01 \text{ h} = \underline{0,60 \text{ km}}$.

Το Α διήνυσε την ίδια απόσταση.

- 26.** Αυτό το πρόβλημα βοηθά στην εξάσκηση κατασκευής γραφημάτων ταχύτητας - χρόνου και στην εύρεση της αποστάσεως που διανύθηκε με χρήση της μεθόδου του εμβαδού.

- (α) Με χρήση ενός καλοφτιαγμένου γραφήματος σε αρκετά μεγάλη κλίμακα, μπορεί να βρεθεί ότι η ταχύτητα του αυτοκινήτου τη στιγμή 2,6 s είναι 16,2 m/s και ότι τη στιγμή 4,85 είναι 21,5 m/s.

- (β) Χωρίζοντας την επιφάνεια, όπως φαίνεται στο σχ. Β1 - 19, βρίσκεται ότι η ολική απόσταση που διανύθηκε (σκιασμένη επιφάνεια) μεταξύ των δύο στιγμών, είναι:



Σχήμα Β1-19

$$16,2 \times (4,8 - 2,6) \text{ m} = 35,6 \text{ m}$$

(από το εμβαδόν του ορθογωνίου)
 $\text{συν } \frac{1}{2} \times (4,8 - 2,6) \times (21,5 - 16,2)$
 $\text{m} = 5,8 \text{ m}$ (από το τρίγωνο), ή συνολικά 41,4 m.

- 27.** Βλέπε σχ. Β1 - 20. (Βοηθά αν τα τρία γραφήματα σχεδιασθούν ακριβώς το ένα κάτω από το άλλο και χαραχθούν κατακόρυφες ευθείες διερχόμενες και δια των τριών γραφημάτων, για να δείχνουν άμεσα τα αντίστοιχα χρονικά διαστήματα).

- 28.** Σχολιάζοντας τα γραφήματα των μαθητών σας, μπορείτε να τονίσετε τα ακόλουθα, τα οποία αναφέρονται στο σχ. Β1 - 21.

Το αστυνομικό πρέπει να διανύσει την ίδια απόσταση, όπως το άλλο αυτοκίνητο, για να το φθάσει και πρέπει επομένως να επιταχυνθεί μέχρι να αποκτήσει μεγαλύτερη ταχύτητα. Το εμβαδόν της επιφάνειας ΟΓΔΤ, το οποίο παριστάνει τη διανυθείσα απόσταση από το αστυνομικό μέχρι το σημείο που έφθασε τον παραβάτη, ισούται με το εμβαδόν ΟΑΒΤ, το οποίο παριστάνει την απόσταση που διανύθηκε από τον παραβάτη. Από τότε που το αστυνομικό έστειλε το σήμα, τα δύο αυτοκίνη-

τα διανύουν την ίδια απόσταση μέχρι να σταματήσουν. Τα εμβαδά ΡΔΤ και ΚΒΤ πρέπει να είναι ίσα.

Υπάρχουν και άλλες λύσεις, όπως: (διαστήματα) ΟΑΒΤ = ΟΓ'Δ'ΒΤ, μετά από τα οποία και τα δύο αυτοκίνητα σταματούν την ίδια χρονική στιγμή Κ.

Αυτό το πρόβλημα είναι καλό να χρησιμοποιηθεί μετά από το πρόβλημα 25.

29. (α) Βλέπε σχ. Β1 - 22 (α).

(β) Σχεδόν· η απόσταση κατά την οποία ανυψώνεται η μπάλα πρέπει να είναι ίση με την απόσταση κατά την οποία έπεσε από το ανώτατο σημείο ανηψώσεώς της μέχρι το ύψος του χεριού του ρίψαντος και θα πέσει κατά την πρόσθετη απόσταση, η οποία ισούται με το ύψος του χεριού από το έδαφος.

(γ) Βλέπε σχ. Β1 - 22 (β).

30. Αυτό είναι δύσκολο πρόβλημα και απαιτεί προσεκτική εφαρμογή των εξισώσεων του κεφαλαίου 17.

(α) Ο χρόνος που περνά μέχρι να σταματήσει ξεκινώντας με μια δεδομένη αρχική ταχύτητα, ισούται με το χρόνο που περνά από τη στιγμή που ξεκινά από ηρεμία μέχρι να αποκτήσει την ίδια ταχύτητα. Επομένως μπορεί να χρησιμοποιηθούν οι απλούστεροι τύποι:

$$d = \frac{1}{2} at^2 \quad (1)$$

$$v = at \quad (2)$$

Αντικαθιστώντας την α από την εξίσωση (2) στην εξίσωση (1) βρίσκουμε:

$$d = \frac{1}{2} vt$$

$$t = \frac{2d}{v}$$

Για να πάρετε μια καλύτερη ιδέα των ποσοτήτων που υπεισέρχονται, είναι προτιμότερο να χρησιμοποιήσετε μέτρα και δευτερόλεπτα παρά χιλιόμετρα και ώρες [ειδικότερα στο μέρος (β)].

$$d = 3 \text{ km} = 3000 \text{ m},$$

$$v = 120 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1,20 \times 10^5 \text{ m}}{3,60 \times 10^3 \text{ s}} = 33,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Άρα $t = 180 \text{ s}$.

(β) Από την εξ. (2),

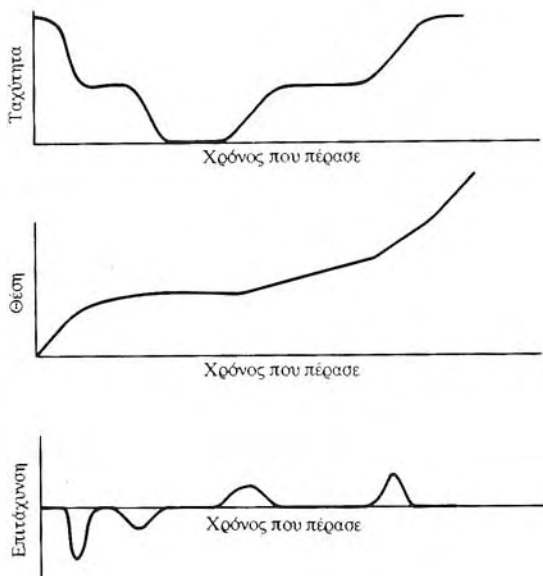
$$a = \frac{v}{t} = \frac{33,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{180 \text{ s}} = 0,185 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(γ) Τα γραφήματα θέσεως - χρόνου για το φορτηγό τρένο και για την ταχεία δίνονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

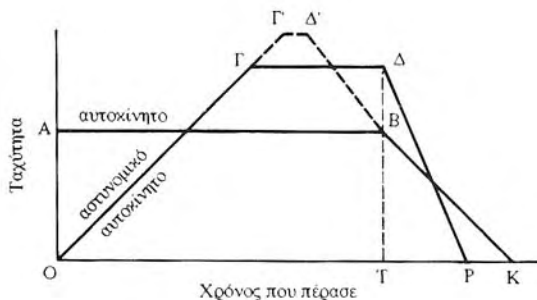
$$x = 18,1t \text{ (σε m) και}$$

$$x = -1000 + 33,3t - 0,093 t^2 \text{ (σε m)}$$

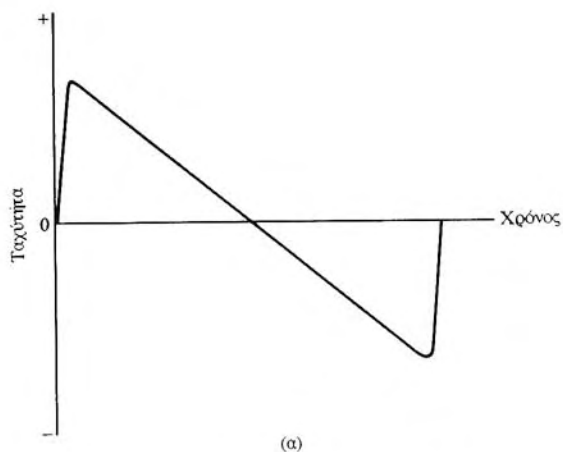
Τα γραφήματα φαίνονται στο σχ. Β1-23. Δεν θα προκληθεί σύγκρουση.



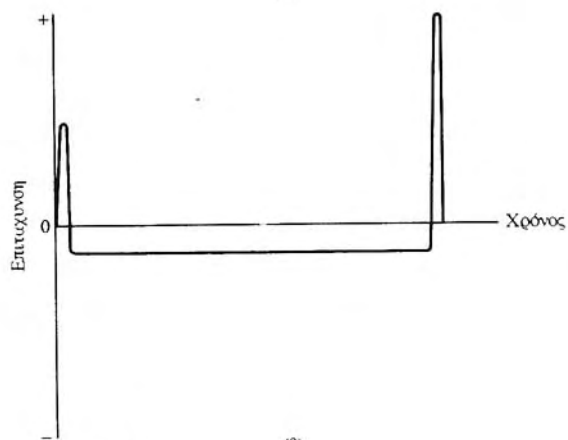
Σχήμα Β1-20



Σχήμα Β1-21

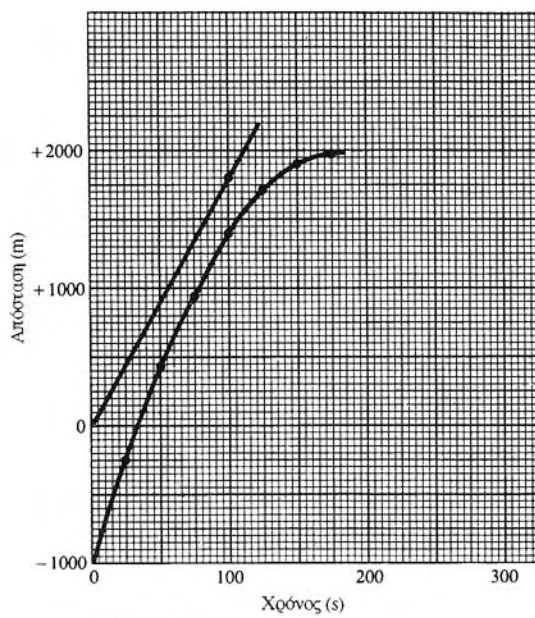


(α)



(β)

Σχήμα Β1-22



Σχήμα Β1-23

Νόμος του Νεύτωνα για την κίνηση

Επισκόπηση και Στόχοι

Επειδή από την καθημερινή εμπειρία έχουν συνηθίσει στην παρουσία δυνάμεων τριβής, η διαίσθηση των μαθητών τους οδηγεί προς την Αριστοτελική ιδέα για τη δύναμη και όχι προς στη Νευτώνεια ιδέα. Λαμβάνοντας αυτό υπόψη αρχίζουμε το κεφάλαιο εκθέτοντας αρχικές παλιές ιδέες για τη δύναμη και την κίνηση και στη συνέχεια θέτουμε ως στόχο μας να οδηγήσουμε τους μαθητές στη Νευτώνεια ιδέα για τη δύναμη με βάση την εμπειρία τους στο εργαστήριο. Για να μπορούν τα πειράματα στο εργαστήριο να συμβάλλουν όσο πιο αποτελεσματικά στην κατανόηση αυτού του νόμου του Νεύτωνα, είναι αποφασιστική η κατάλληλη χρονοθέτηση των πειραμάτων. Είναι πολύ πιο εύκολο να κατανοηθεί κάτι αφηρημένο αφού προηγουμένως έχουν συλλεγεί τα συγκεκριμένα πειραματικά γεγονότα.

Σε αυτό το κεφάλαιο συγκεντρώνουμε την προσπάθεια στην περίπτωση μιας μοναδικής σταθερής δυνάμεως και σε ευθύγραμμη κίνηση (μονοδιάστατη κίνηση). Οι εφαρμογές υπάρχουν στο Κεφάλαιο 4 μετά από την ανάπτυξη της κινηματικής στις τρεις διαστάσεις.

Χρονοθέτηση των Πειραμάτων

Πείραμα 2** Μεταβολές στην Ταχύτητα με Σταθερή Δύναμη. Αυτό είναι καλύτερα να γίνει πριν από την παράγραφο 3.

Πείραμα 3** Εξάρτηση της επιταχύνσεως από τη Δύναμη και τη Μάζα. Αυτό είναι καλύτερα να γίνει πριν από την παράγραφο 4.

Πείραμα 4** Αδρανειακή και Βαρυτική Μάζα. Αυτό είναι καλύτερα να γίνει πριν από την παράγραφο 6.

Κινηματογραφικές Ταινίες

Η ταινία με τίτλο *Δυνάμεις*, του καθηγητή Jerrold R. Zacharias του Πανεπιστημίου Μ.Ι.Τ., είναι μια εισαγωγή του μέρους για τη μηχανική αυτής της σειράς μαθημάτων. Η ταινία εξετάζει τη γενική φύση των βαρυτικών και ηλεκτρικών (ηλεκτροστατικών και μαγνητικών) δυνάμεων και ασχολείται περιληπτικά με τις πυρηνικές δυνάμεις. Η βαρυτική δύναμη μεταξύ σχετικά μικρών αντικειμένων επιδεικνύεται με το ζυγό του Cavendish. Διάρκεια ταινίας: 22 λεπτά.

Η ταινία με τίτλο *Αδράνεια*, του Edward M. Purcell καθηγητή του Πανεπιστημίου Harvard, αναπτύσσει την ιδέα της αδράνειας, θεωρεί φαινόμενα χωρίς τριβή και εισαγάγει τον πεσσο χωρίς τριβές ο οποίος έχει ένα είδος "ρουλεμάν από αέρα". Από στροβοσκοπικές φωτογραφίες του πεσσού όταν κινείται υπό την επίδραση σταθερής

δυνάμεως, διαπιστώνεται ότι η δύναμη και η επιτάχυνση είναι ανάλογες η μια με την άλλη. Ένας από τους πιο καλούς τρόπους εκμεταλλεύσεως αυτού του φιλμ είναι να ληφθεί ως βάση για τη συζήτηση περίληψη των ιδεών των παραγράφων από 2 - 1 μέχρι 2 - 4. Διάρκεια: 27 λεπτά.

Η ταινία με τίτλο *Αδρανειακή Μάζα*, του Edward M. Purcell καθηγητή του Πανεπιστημίου Harvard, αποτελεί συνέχεια της ταινίας "Αδράνεια". Χρησιμοποιώντας τις ίδιες τεχνικές, όπως στην προηγούμενη ταινία, παρουσιάζεται ότι η επιτάχυνση είναι αντιστρόφως ανάλογη της μάζας. Επομένως, για σταθερή δύναμη, η επιτάχυνση αποτελεί μέτρο της αδρανειακής μάζας. Παρουσιάζεται η αναλογία μεταξύ αδρανειακής και βαρυτικής μάζας. Αυτή η ταινία μπορεί να χρησιμοποιηθεί κατά τη συζήτηση των παραγράφων 2 - 5 και 2 - 6. Διάρκεια: 20 λεπτά.

Υποδείξεις για τη Διδασκαλία

Έναρξη και παράγραφος 2 - 1

Μπορείτε να δώσετε την έναρξη και την παράγραφο 2 - 1 κυρίως για μελέτη στο σπίτι. Όταν συζητάτε αυτήν την παράγραφο να επιμένετε στη διαφορά μεταξύ της νοοτροπίας των Αρχαίων Ελλήνων, τους οποίους ικανοποιούσαν διαφορετικοί νόμοι ξεχωριστά για διαφορετικές κινήσεις και της σύγχρονης αντιλήψεως, που επιδιώκει να διατυπώσει ένα γενικό νόμο για όλες τις κινήσεις.

Παράγραφος 2 - 2

Αφού ο νόμος της αδράνειας του Γαλιλαίου είναι ο πρώτος νόμος ο οποίος απαντά σε αυτό το μάθημα, είναι σημαντικό να δοθεί έμφαση στο ότι αυτός ο νόμος, όπως και κάθε άλλος φυσικός νόμος, είναι μια δημιουργία του ανθρώπινου μυαλού. Τέτοιοι νόμοι της φύσεως είναι γενικεύσεις πειραματικών δεδομένων (αποτελεσμάτων), συχνά μάλιστα είναι ιδιοφυείς γενικεύσεις, που βασίζονται σε πολύ χονδροειδή πειράματα.

Παράγραφοι 2 - 3 και 2 - 4

Αφήστε η ανάλυση του πίνακα 1 να στηριχθεί στην εμπειρία των μαθητών με τα δεδομένα τους και με την ανάλυση του Πειράματος 2. Επίσης, η ανάλυση του Πίνακα 2 διευκολύνεται από την εργασία των μαθητών στο πρώτο μέρος του Πειράματος 3.

Η ιδέα ότι δύο τούβλα από το ίδιο υλικό και το ίδιο μέγεθος έχουν διπλάσια μάζα από τη μάζα που έχει το ένα τούβλο, η οποία έχει χρησιμοποιηθεί στο δεύτερο μέρος του Πειράματος 3, είναι μια διαισθητική ιδέα. Η ακριβέστερη ανάπτυξη της έννοιας της μάζας αδράνειας γίνεται στην Παράγραφο 2 - 5.

Παράγραφοι 2 - 5 και 2 - 6

Τα σημεία κλειδιά που πρέπει να ξεχωρίσουν σε αυτές τις δύο παραγράφους είναι:

- α) Η μάζα αδράνειας και η βαρυτική μάζα ορίζονται με δυο τελείως διαφορετικές και ανεξάρτητες διαδικασίες.
- β) Και τα δύο είδη μαζών διατηρούνται.

γ) Ο λόγος των δυο αυτών μαζών για κάθε αντικείμενο είναι ο ίδιος. Επομένως με κατάλληλη εκλογή μονάδων οι δύο μάζες μπορεί να γίνουν ίσες.

Το Πείραμα 4 βοηθά στο να ενισχυθούν αυτές οι έννοιες. Καλύτερα να εκτελεσθεί μετά την Παράγραφο 2 - 6. Συχνά οι μαθητές εκπλησσονται από τα αποτελέσματα αυτού του πειράματος.

Η σταθερότητα του λόγου μεταξύ βαρυτικής μάζας και μάζας αδράνειας είναι ουσιώδης για την κατανόηση της ελεύθερης πτώσεως (Παράγραφος 4 - 2).

Παράγραφος 2 - 7

Να έχετε στο εργαστήριο μερικούς ζυγούς ελατηρίου (κανταράκια) βαθμονομημένους σε newton και να ενθαρρύνετε του μαθητές να τραβήξουν το ελεύθερο άκρο τους με το χέρι τους, ώστε να αποκτήσουν κάποια αίσθηση για το πόσο είναι 1 newton. Αν οι ζυγοί ελατηρίου που διαθέτετε είναι βαθμονομημένοι σε kg, κολλήστε επάνω τους με τη βοήθεια αυτοκόλλητης ταινίας κλίμακα σε newton. Γι' αυτό το σκοπό αρκεί μια πολλαπλασιαστική σταθερά επί 10.

Παράγραφος 2 - 8

Όταν ασκούμε σταθερή δύναμη σ' ένα σώμα το οποίο αρχικά είναι ακίνητο, η επιτάχυνση και η ταχύτητα θα έχουν πάντοτε την ίδια κατεύθυνση. Ο σκοπός αυτής της παραγράφου είναι να δοθεί έμφαση στο ότι ο νόμος του Νεύτωνα ισχύει ακόμα και όταν η δύναμη και η ταχύτητα έχουν αντίθετες κατευθύνσεις. Θα δούμε ότι ο νόμος του Νεύτωνα είναι ακόμη πιο γενικός στην Παράγραφο 3 - 10.

Πείραμα 2. Μεταβολές στην Ταχύτητα για Σταθερή Δύναμη

Υλικά

1	Καροτσάκι πειραμάτων	4 Τούβλα	Χαρτοταινία
	Μετρικός κανόνας	1 Χρονόμετρο	Δίσκοι καρμπόν
2 - 3	C - Σφικτήρες	1 Λαστιχάκι	Αυτοκόλλητη αδιαφανής ταινία
	Χαρτί γραφημάτων	Επιτραπέζιο στοπ	

Αυτό το πείραμα και το επόμενο (Εξάρτηση της Επιταχύνσεως από τη Δύναμη και τη Μάζα) δίνει μια απευθείας προσωπική εμπειρία σταθερής δυνάμεως σε φαινόμενο της δυναμικής (δηλαδή όχι στατικής, όπως η περίπτωση που η δύναμη συγκρατεί ένα σώμα που έχει κάποιο βάρος). Γι' αυτό τα πειράματα αυτά συμβάλλουν σημαντικά στην κατανόηση του νόμου του Νεύτωνα. Μην τα παραλείψετε.

Από αυτό το πείραμα οι μαθητές θα βρουν (μέσα στα όρια του πειραματικού σφάλματος) ότι, όταν μια σταθερή δύναμη ασκείται επάνω σε ένα αντικείμενο, μεταβάλλει την ταχύτητά του με σταθερό ρυθμό· δηλαδή, η επιτάχυνση του αντικειμένου είναι σταθερή. Μονάδα δυνάμεως σε αυτό το πείραμα είναι η δύναμη, την οποία ασκεί ένα λαστιχάκι (λαστιχένιος βρόγχος), που έχει επιμηκυνθεί κατά δεδομένο ποσό, και η ταχύτητα εκφράζεται σε μέτρα ανά 10 "τικ" (κτύπους) του χρονόμετρου. Ας σημειωθεί ότι δεν έχει σημασία ποιες μονάδες χρησιμοποιούνται για να διατυπωθεί ο νόμος.

Το πείραμα γίνεται καλύτερα σε ένα λείο, οριζόντιο τραπέζι μήκους 2 m. Αν το τραπέζι δεν είναι οριζόντιο, αυτό θα φανεί όταν

εξετασθούν οι χαρτοταινίες που τρυπήθηκαν κατά την κίνηση του καροτσιού πειραμάτων. Οι αποστάσεις που διανύονται μεταξύ δύο διαδοχικών “κτύπων” του χρονομέτρου στην αρχή και στο τέλος της χαρτοταινίας μπορούν να συγκριθούν μεταξύ τους εύκολα, αν τα δύο άκρα της ταινίας τοποθετηθούν το ένα δίπλα στο άλλο. Δεν είναι αναγκαίες ακριβείς ποσοτικές μετρήσεις. Είναι αρκετό να δει κανείς ότι το καροτσάκι που κινείται γρήγορα έχει αρκετά σταθερή ταχύτητα, επάνω στην οριζόντια επιφάνεια.

Αν η ταινία χρονομετρήσεως διέρχεται ομαλά δια μέσου ενός χρονομέτρου, το οποίο είναι στερεωμένο με σφιγκτήρα πάνω στο τραπέζι, η δύναμη αντιστάσεως που ασκείται επί του καροτσιού είναι περίπου ίση με 0,3 newton, που είναι μικρή δύναμη συγκρινόμενη με τη δύναμη που ασκείται από το λαστιχάκι. Βάλτε τους μαθητές σας να σημειώσουν τις ταινίες αμέσως μόλις γίνουν για μελλοντική αναγνώρισή τους. Αν ο χρόνος που διατίθεται για το εργαστήριο στο σχολείο είναι μικρός, η ανάλυση των ταινιών μπορεί να ανατεθεί ως εργασία στο σπίτι.

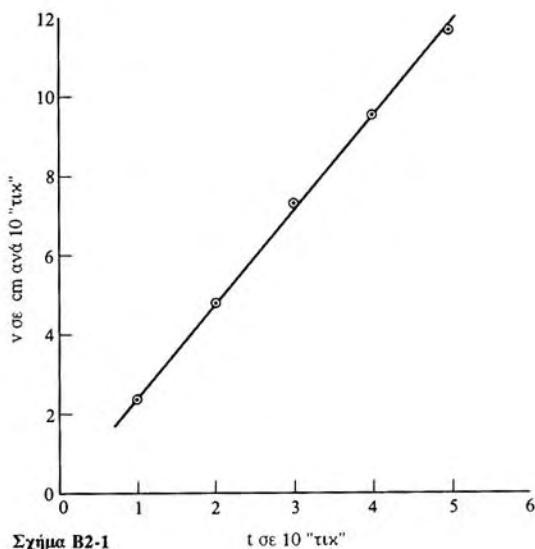
Πριν από τη ποσοτική πραγματοποίηση (“τρέξιμο”) του πειράματος είναι αναγκαίο να προηγηθεί εξοικείωση με τη χρήση της διατάξεως. Δεν είναι εύκολο να κρατηθούν τα λαστιχάκια τεντωμένα και κατά το ίδιο μήκος κατά το ξεκίνημα και ενώ το καροτσάκι επιταχύνεται και έχει μεγάλη ταχύτητα προς το τέλος του κάθε πειράματος. Κατά το ξεκίνημα του καροτσιού, είναι σημαντικό να συγχρονιστεί το τράβηγμα με την απελευθέρωση του καροτσιού.

Αν σκοπεύετε να συγκρίνετε τα αποτελέσματα (δεδομένα από το πείραμα) διαφόρων ομάδων μαθητών, να είστε ενήμεροι ότι, παρόλο που τα λαστιχάκια έχουν όλα το ίδιο μέγεθος, η ελαστικότητά τους μπορεί να είναι διαφορετική. Μετρώντας την επιμήκυνση του λαστιχού, που προκαλείται από το βάρος μάζας 300 g μπορείτε να διαλέξετε λαστιχάκια που έχουν σχεδόν την ίδια ελαστικότητα. Όταν όμως αυτά τα λαστιχάκια χρησιμοποιηθούν κατά διαφορετικούς τρόπους το καθένα, η ελαστικότητά τους θα είναι ξανά διαφορετική. Αυτό πρέπει να ληφθεί υπόψη όταν γίνεται ανάλυση του επόμενου πειράματος, όπου χρησιμοποιούνται πολλά λαστιχάκια συνδεδεμένα παράλληλα.

Μια τελική προειδοποίηση: Τα λαστιχάκια δυστυχώς είναι ιδανικά για να εκσφενδονίζουν οι μαθητές χαρτοσυνδετήρες και άλλα μικροαντικείμενα μέσα στο εργαστήριο!

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 2

- Η ταχύτητα του κινούμενου καροτσιού είναι πιο σταθερή για μεγάλες ταχύτητες παρά για μικρές.
- Αν ένας μαθητής ακουμπήσει το καρότσι, ασκείται μια άλλη άγνωστη δύναμη.
- Μέσα στα όρια του πειραματικού σφάλματος, όταν τα δεδομένα από το πείραμα παρασταθούν γραφικά, θα δείξουν ότι η σταθερή δύναμη προσδίδει σταθερή επιτάχυνση (σχ. B2 - 1). Οι αποκλίσεις από ευθεία γραμμή προκύπτουν κυρίως από τη δυσκολία να κρατηθούν τα λαστιχάκια τεντωμένα κατά την ίδια επιμήκυνση.



Σχήμα B2-1

- Η δύναμη που ασκείται από τα λαστιχάκια δεν είναι η μόνη δύναμη που ασκείται επί του καροτσιού. Η αντίσταση της ταινίας χρονομετρήσεως και οι τριβές στους τροχούς ασκούν δυνάμεις αντίθετες προς την κίνηση. Αυτές οι δυνάμεις προκαλούν μικρές μεταβολές στην ταχύτητα σε σύγκριση με αυτές που προκαλούνται από την εφαρμοζόμενη δύναμη από το λαστιχάκι, όπως μπορεί να συναχθεί από τους διάφορους πειραματισμούς και μετρήσεις.
- Η επιτάχυνση μεγαλύτερης μάζας είναι μικρότερη από την επιτάχυνση μικρότερης μάζας για την ίδια δύναμη που ασκείται στο καρότσι. Στο επόμενο πείραμα θα γίνουν ποσοτικές μετρήσεις της επιδράσεως της μάζας στην επιτάχυνση.

Πείραμα 3. Εξάρτηση της Επιταχύνσεως από τη Δύναμη και τη Μάζα

Υλικά

1 Καροτσάκι πειραμάτων	4 Λαστιχάκια
1 Χρονόμετρο	Χαρτί γραφημάτων
Δίσκοι καρμπόν	2 - 3 C - σφιγκτήρες
Χαρτοταινία	4 Τούβλα
1 Μετρικός κανόνας	Επιτραπέζιο στοπ
	Αυτοκόλλητη αδιαφανής ταινία

Η τεχνική είναι ίδια όπως και στο προηγούμενο πείραμα και πρέπει να ληφθούν ξανά τα ίδια μέτρα. Χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή στο πρώτο μέρος, όταν ασκούνται μεγάλες δυνάμεις.

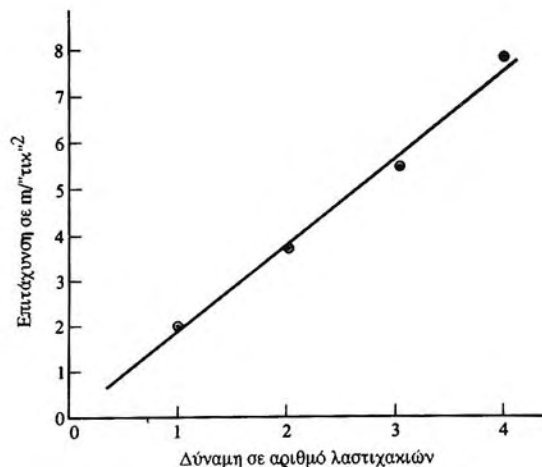
Κατά την ανάλυση της κινήσεως ο μαθητής μπορεί να υποθέσει, αφού έχει εκτελέσει το πείραμα 2, ότι η επιτάχυνση είναι σταθερή για κάθε ένα τρέξιμο (του πειράματος).

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 3

- Το γράφημα της επιταχύνσεως ως συνάρτησεως της δυνάμεως, είναι περίπου ευθεία γραμμή. Δείχνει ότι η δύναμη και η επιτάχυνση είναι ανάλογη ή μια με την άλλη (σχ. B 2 - 2).

- Από το γράφημα μπορούμε να πούμε ότι ο λόγος της δυνάμεως δια της επιταχύνσεως είναι σταθερός σε αυτό το μέρος του πειράματος.
- Αν δεν υπάρχει τριβή, η ευθεία θα περνά από την αρχή των αξόνων.
- Αν υπάρχει τριβή, το γράφημα θα δείχνει επιτάχυνση μηδέν για κάποια θετική τιμή της δυνάμεως, γιατί η ασκούμενη από τα λαστιχάκια δύναμη είναι ίση και αντίθετη προς τη δύναμη τριβής, οπότε η συνισταμένη δύναμη είναι μηδέν. Σε αυτό το πείραμα η τριβή είναι τόσο μικρή, σε σύγκριση με την ασκούμενη από τα λαστιχάκια, ώστε αν δεν καταφέρει κανείς να διατηρεί σταθερή την έλξη αυτό μπορεί να οδηγήσει σε ασάφεια κατά τον προσδιορισμό της δυνάμεως τριβής. Ως αποτέλεσμα η ευθεία μπορεί να τέμνει τον άξονα της δυνάμεως λίγο προς τα δεξιά ή αριστερά της αρχής των αξόνων και το σημείο τομής δεν θα είναι αξιόπιστο για μέτρηση της δυνάμεως τριβής (σχ. Β 2 - 2).
- Το γράφημα του λόγου της δυνάμεως δια της επιταχύνσεως ως συνάρτηση του αριθμού των τούβλων είναι περίπου ευθεία γραμμή (σχ. Β2 - 3).
- Η τομή της ευθείας αυτής με τον άξονα που δείχνει τον “αριθμό των τούβλων”, προσδιορίζει τη μάζα του καροτσιού σε μονάδες “αριθμού τούβλων”. Αυτό είναι σωστό μόνο κατά προσέγγιση, γιατί οι ρόδες του καροτσιού περιστρέφονται και η αδράνειά τους κατά την περιστροφή μπορεί να εμφανισθεί στο γράφημα ως ισοδύναμη με μάζα περίπου 0,2 kg. Τα πειραματικά δεδομένα (αποτελέσματα) δεν θα είναι αρκετά ακριβή για να δείξουν αυτή την επίδραση.

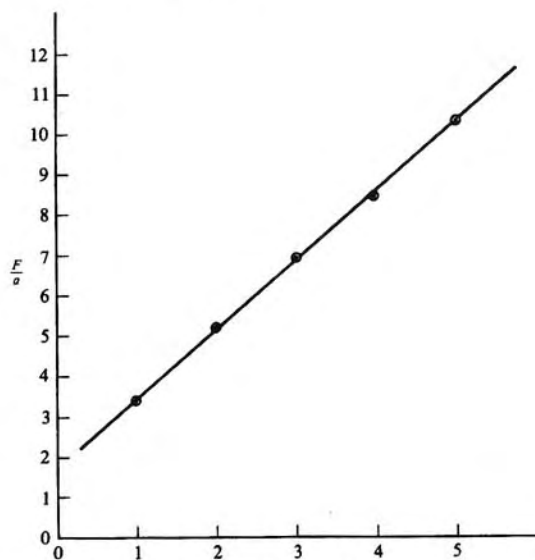
Σημειώστε ότι ως τώρα δεν έχουμε ακόμη συζητήσει τη σχέση μεταξύ αδρανειακής και βαρυτικής μάζας. Αν δεν σχεδιάζετε να δώσετε για εκτέλεση το Πείραμα 4, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε αυτό το πείραμα για να εισαγάγετε στη συζήτηση της συσχετίσεως αδρανειακής και βαρυτικής μάζας, ζητώντας από τους μαθητές να



Σχήμα Β2-2

συγκρίνουν το λόγο της βαρυτικής μάζας του καροτσιού δια της βαρυτικής μάζας ενός τούβλου με το λόγο των αδρανειακών μαζών τους, που βρέθηκαν από το γράφημα (σχ. B2 - 3).

- Για να βρεθεί η αδρανειακή μάζα ενός κομματιού από μόλυβδο ή μιας βαρειάς πέτρας, τοποθετήστε το υλικό μέσα στο καροτσάκι και έλξτε το σύστημα με ένα λαστιχάκι. Από το λόγο της δυνάμεως δια της επιταχύνσεως, μπορεί να βρεθεί η αδρανειακή μάζα με παρεμβολή (ή με προέκταση) από το γράφημα " F/a ως προς m ".



Σχήμα B2-3

Αριθμός τούβλων

Πείραμα 4. Αδρανειακή Μάζα και Βαρυτική Μάζα

Αυτό το πείραμα παρέχει αρκετά ακριβή αποτελέσματα και θα βοηθήσει στο ξεκαθάρισμα της σχέσεως μεταξύ αδρανειακής μάζας και βαρυτικής μάζας. Είναι καλύτερα να εκτελεσθεί μετά τη συζήτηση των Παραγράφων 2 - 5 και 2- 6.

Υλικά

- 1 Αδρανειακός ζυγός
- 6 C - σφιγκτήρες, 2" $\approx$ 5 cm (σε κάποιο βαθμό μπορούν να χρησιμοποιηθούν από κοινού)
- 1 C - σφιγκτήρας, 3" $\approx$ 7,5 cm
- 1 τεμάχιο από μέταλλο
- Σχοινί
- Υποστήλωμα (στατίφ) με σφιγκτήρα ή εγκάρσια ράβδο
- 1 Φύλλο χαρτιού γραφημάτων
- Χρονόμετρο ή ρολόι με δείκτη δευτερολέπτων
- Ζυγός με δίσκο
- Πολλές άγνωστες μάζες (μεταξύ 2 και 4 μονάδων μάζας)

Το πείραμα δείχνει ότι η βαρυτική και αδρανειακή μάζα είναι εννοιολογικά δύο διαφορετικά πράγματα. Αυτό φαίνεται από τους τρόπους με τους οποίους μετρούνται. Εν τούτοις, για δύο δεδομένα

αντικείμενα, ο λόγος των αδρανειακών τους μαζών ισούται προς το λόγο των βαρυτικών τους μαζών. Η διάταξη που χρησιμοποιείται σε αυτό το πείραμα δίνει αποτελέσματα με ακρίβεια 1%.

Σφιγκτήρες 2" cm είναι βολικές "μονάδες μάζας" και μπορούν εύκολα να στερεωθούν στην επίπεδη επιφάνεια του αδρανειακού ζυγού. Αυτό δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα, γιατί οι σφιγκτήρες είναι αρκετά όμοιοι. Αν επιτρέπει ο χρόνος, ίσως θα θέλετε να ρυθμίσετε τους σφιγκτήρες ώστε να ζυγίζουν το ίδιο με ακρίβεια 1%. Για να το κάνετε αυτό, πάρτε τον ελαφρύτερο σφιγκτήρα ως πρότυπο και ξύσετε με λίμα ή με τροχό του άλλους ώστε να αποκτήσουν το ίδιο βάρος.

Μπορεί να χρησιμοποιηθούν και πρότυπες μάζες, καθώς και άλλα αντικείμενα παρόμοιου μεγέθους, σχήματος και συστάσεως. Κολλώνοντας ένα κομμάτι γυαλόχαρτο στο επίπεδο του αδρανειακού ζυγού εμποδίζουμε αυτές τις μάζες να γλιστρούν, όταν ο ζυγός ταλαντεύεται. Αν γλιστρούν, ο ζυγός θα σταματήσει προτού να απαριθμηθούν αρκετές ταλαντώσεις του.

Ένα από τα πράγματα που πρέπει να μάθει ο μαθητής από αυτό το πείραμα είναι ότι η πρότυπη μονάδα για την αδρανειακή μάζα μπορεί να είναι τελείως ανεξάρτητη από τη μονάδα βαρυτικής μάζας. Επομένως, επιβάλλεται να μη ρυθμισθούν οι μονάδες αδρανειακής μάζας στα 100 gr ακριβώς.

Κάθε αντικείμενο με διαφορετικό υλικό από εκείνο του προτύπου μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως η άγνωστη μάζα. Όμως, για να μπορεί να γίνει ακριβής παρεμβολή, πρέπει να έχει μάζα η οποία δεν είναι πολύ κοντά στα άκρα του διαστήματος για το οποίο έχει βαθμολογηθεί ο ζυγός (100 με 600 gr). Η άγνωστη μάζα μπορεί να στερεωθεί στο ζυγό με ένα σφιγκτήρα που έχει μάζα ίση με τη "μονάδα μάζας".

Οι μαθητές για να βρουν την περίοδο του αφόρτωτου ζυγού μπορεί να μην είναι δυνατόν να απαριθμήσουν αρκετό πλήθος ταλαντώσεων, ώστε να υπολογίσουν την περίοδο με σφάλμα περίπου μόνο 2%. Αυτή η λιγότερο ακριβής τιμή αξίζει τον κόπο να τοποθετηθεί στο γράφημα, αλλά δεν πρέπει να της δοθεί μεγάλη σημασία κατά τη χάραξη της καμπύλης.

Όταν το φορτίο του ζυγού είναι πολύ μεγάλο (υπερβαίνει τα 750 gr) παρατηρείται μια επάνω - κάτω κίνηση εκτός της οριζόντιας κινήσεως. Αυτό κάνει τη γραφική παράσταση μεταξύ T (περίοδος)

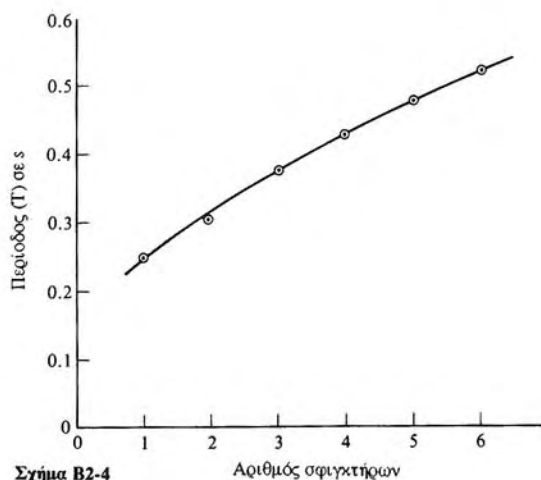
και m να ξεφεύγει από αυτήν της σχέσεως: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ η οποία

ισχύει για απλή αρμονική ταλάντωση. (Μην συζητήσετε αυτή τη σχέση στην τάξη σε αυτό το σημείο, γιατί θα τη συναντήσετε αργότερα στο Κεφάλαιο 4). Το πιο πολύπλοκο γράφημα, το οποίο λαμβάνει κανείς (σχ. Β 2 - 4) είναι αρκετά καλό ως καμπύλη βαθμονομήσεως.

Το τελευταίο κομμάτι του πειράματος ίσως να εκπλήξει μερικούς μαθητές. Στερεώστε το μεταλλικό τμήμα από το μεγαλύτερο δυνατό ύψος, ώστε να εξασφαλιστεί ότι η δύναμη επαναφοράς του εκκρεμούς είναι ελάχιστη.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 4

- Για μεγαλύτερες μάζες, η περίοδος είναι μεγαλύτερη.



Σχήμα B2-4

Αριθμός σφικτήρων

- Αφού η περίοδος υπολογίζεται από τη σχέση $T = \frac{t}{n}$ όπου t είναι ο χρόνος n ταλαντώσεων, σφάλματα μπορεί να προκύψουν στη μέτρηση του χρόνου και στην απαρίθμηση των περιόδων. Σφάλματα απαριθμήσεως είναι πιθανότερα μόνο σε γρήγορες ταλαντώσεις (με την προϋπόθεση ότι οι μαθητές αρχίζουν να μετρούν από το “μηδέν” όχι από το “ένα”). Το σφάλμα στη μέτρηση του χρόνου μπορεί να υποθεθεί ότι είναι 0,2 s για μέτρηση με χρονόμετρο και 15 s για μέτρηση με ρολόι με δευτερολεπτοδείκτη. Έτσι, για σφάλμα 2% ή μικρότερο χρειάζεται να μετρηθούν τουλάχιστον 10 s με χρονόμετρο και 50 s με κανονικό ρολόι. Αν ληφθεί υπόψη και κάποιο σφάλμα απαριθμήσεως, πρέπει να προστεθούν τα ποσοστιαία (σχετικά) σφάλματα.
- Μετρούμε την περίοδο ταλαντώσεως για την πέτρα και βρίσκουμε τη μάζα της από το γράφημα, σε μονάδες “μάζας σφικτήρων”. Στην πράξη μπορεί να χρειασθεί να κρατηθεί η πέτρα με ένα σφικτήριο. Σε αυτή την περίπτωση πρέπει να αφαιρεθεί η μάζα του σφικτήρα.
- Η ομοιομορφία στις μάζες των σφικτήρων θα εξαρτάται από το πώς επελέγησαν.
- Με βάση το τι έμαθαν οι μαθητές από το σχολικό βιβλίο, ο λόγος της βαρυτικής μάζας της πέτρας δια της βαρυτικής μάζας του σφικτήρα θα είναι ίδιος με το λόγο των αντιστοίχων αδρανειακών μαζών τους.
- Παρόμοια αποτελέσματα με άλλα αντικείμενα δείχνουν ότι η βαρυτική και η αδρανειακή μάζα είναι ανάλογες ή μια προς την άλλη.
- Δεν είναι απαραίτητο να είναι ίσες (χρησιμοποιήσαμε ως μονάδες μάζας, μάζες σφικτήρων και γραμμάρια). Όμως, λαμβάνονται ίσες και στις πλείστες περιπτώσεις στη φυσική, γιατί χρησιμοποιείται για τη μέτρηση και των δύο ειδών μάζας το ίδιο πρότυπο κομμάτι ύλης, το πρότυπο χιλιόγραμμα.
- Στο φεγγάρι θα πέραμε τα ίδια αποτελέσματα. Ούτε η βαρυτική ούτε η αδρανειακή μάζα μεταβάλλονται όταν μεταβαίνουν από τη γη στο φεγγάρι.
- Δεν υπάρχει αισθητή μεταβολή στην περίοδο.
- Η βαρύτητα δεν έχει επίδραση στην οριζόντια κίνηση του μεταλλικού τεμαχίου.

Κατάταξη των Προβλημάτων Παραγράφων και ΣΤΕ

Παράγραφος	Εύκολα	Μέτρια	Δύσκολα
2 - 1			
2 - 2	1, 2, 3, 4		
2 - 3	6, 8	5, 7	
2 - 4	9, 11	10	
2 - 5	12, 13, 15	14	
2 - 6	16, 17		
2 - 7	18	19	
2 - 8	20	21	
ΣΤΕ	22, 27	23, 24, 25 28, 30, 31	26, 29 32

Απαντήσεις στα Προβλήματα

(Περιεχόμενο προβλημάτων όπως στο βιβλίο διδασκαλίας)

1. Όχι, σε αυτόν το συλλογισμό δεν υπεισέρχεται ο χρόνος.
2. Η μπάλα θα περιφέρεται επ' άπειρον.
3. Η δύναμη που απαιτείται για να προσδώσει την επιτάχυνση που χρειάζεται για την ελάττωση του μέτρου της ταχύτητας ενός αυτοκινήτου, για την αύξηση του μέτρου της ταχύτητάς του ή για τη δυνατότητα να μπορέσει να "στρίψει", παρέχεται από την τριβή μεταξύ των τροχών και της επιφάνειας επάνω στην οποία κινείται το αυτοκίνητο. Σε πάγο, συχνά η τριβή είναι πολύ μικρή και δεν μπορεί να προσδώσει την απαιτούμενη δύναμη, οπότε το αυτοκίνητο δεν μπορεί να ελεγχθεί.
4. $V = 20 \text{ cm/s}$
5. Απαριθμήστε τις κουκίδες, θεωρώντας την πρώτη ως την υπ' #1 κουκίδα. Βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του αντικειμένου επιλέγοντας κουκίδες απέχουσες και ίσους χρόνους και κατόπιν μετρώντας την απόσταση μεταξύ της προηγούμενης κουκίδας και της επόμενης για κάθε επιλεγόμενη κουκίδα.

# Κουκίδες	$v(\text{cm/2t})$	$\Delta v(\text{cm/2t})$
5	1,35	0,70
10	2,05	0,70
15	2,75	0,65
20	3,40	

Σχήμα Α

Πίνακας 1 Δεδομένα από το πείραμα που δείχνει το σχήμα 2 - 9

Διάστημα	x (cm)	Δx (cm)	Δx/Δt (cm/s)	Δv (cm/s)	Δv/Δt (cm/s ²)
1	4,1	4,1	10		
2	10,4	6,3	15	5	12
3	19,2	8,8	21	6	14
4	30,4	11,2	27	6	14
5	44,0	13,6	32	5	14
6	60,1	16,1	38	6	14
7	78,6	18,5	44	6	14
8	80,5	18,6	44	6	14

Το μηδέν της κλίμακας θέσεων βρίσκεται στη θέση του πεσσού τη στιγμή της πρώτης λάμψεως. Η τιμή του x είναι η θέση του πεσσού στο τέλος του αντίστοιχου διαστήματος.

Αφού τα Δv είναι ίσα, η επιτάχυνση είναι σταθερή και επομένως η δύναμη είναι σταθερή.

Επειδή η δύναμη έχει διαπλασιασθεί, η επιτάχυνση πρέπει να είναι διπλάσια: Αν

$$\frac{F_1}{m} = 15 \text{ cm/s}^2,$$

τότε

$$\frac{2F_1}{m} = 2 \times 15 \text{ cm/s}^2 = \underline{30 \text{ cm/s}^2}.$$

6. (α) Η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι 5,3 cm και είναι ίδια για όλες τις ει-
κόνες.

(β) Η ανάλυση θα δείξει πώς μεταβάλλε-
ται η ταχύτητα, όταν ασκείται σταθε-
ρή δύναμη επί ενός αντικειμένου.
Αυτό θα ισχύει αν η επιμήκυνση του
ελατηρίου παραμένει η ίδια.

7. Αφού η μεταβολή της ταχύτητας είναι
σταθερή, οι τιμές Δv και Δv/Δt θα είναι οι
ίδιες, όπως αυτές στο διάστημα υπ' αριθ-
μόν 7. Το Δx/Δt βρίσκεται προσθέτοντας
6 cm/s στην τιμή 44 cm/s του διαστήματος
υπ' αριθμόν 7 οπότε προκύπτει 50 cm/s.
Το Δx βρίσκεται πολλαπλασιάζοντας 50
cm/s επί 0,42 s, οπότε βρίσκουμε 21,0 cm.
Το x βρίσκεται προσθέτοντας 21,0 cm στο
78,6 cm του διαστήματος υπ' αριθμό 7,
οπότε βρίσκουμε 99,6 cm.

Διάστημα (cm)	x (cm)	Δx (cm)	Δx/Δt (cm/s)	Δv (cm/s)	Δv/Δt (cm/s ²)
9	101,5	21,0	50	6	14

8. Η δύναμη θα κατευθύνεται πάλι προς τα
δεξιά.

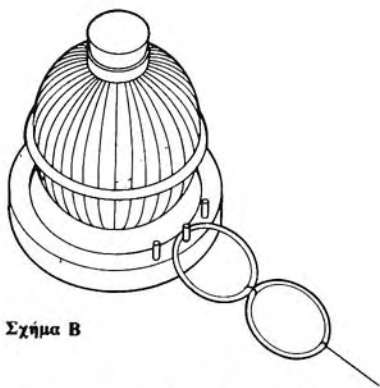
9. Και τα δυο ελατήρια ασκούν έλξη στο σώ-
μα. Όταν τα ελατήρια επιμηκυνόμενα κα-
τά το ίδιο μήκος έλκουν με ίδιες δυνά-
μεις. Επομένως, $F_{ολική} = F_1 + F_2 = 2F_1$.

10. (α) Επειδή οι μάζες και τα χρονικά δια-
στήματα είναι ίδια και στις δύο δοκι-
μές, ο λόγος των μαζών είναι ίσος
προς το λόγο των μεταβολών ταχύτη-
τας (οι οποίες είναι ίσες με τις μετα-
βολές των μέτρων της ταχύτητας για
την περίπτωση ευθύγραμμης κινή-
σεως προς σταθερή κατεύθυνση).

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{\Delta v_2}{\Delta v_1} = \frac{0,8 \text{ m/s} - 0,5 \text{ m/s}}{0,4 \text{ m/s} - 0,2 \text{ m/s}} = \underline{1,5}.$$

- (β) Στη δεύτερη δοκιμή, αφού ο χρόνος
είναι τριπλάσιος η μεταβολή ταχύτη-
τας θα είναι τρεις φορές μεγαλύτερη,
δηλαδή $0,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

11. Η επιτάχυνση είναι η ίδια. Επί του πεσσού
ασκείται ίδια δύναμη, όπως στο Σχ. 2 - 9. (Ο
επί πλέον δακτύλιος χρειάζεται μόνο για
να επιμηκυνθεί ο δακτύλιος, ο οποίος α-
κουμπά στον πεσσό).



Σχήμα Β

12. Σύμφωνα με το νόμο του Νεύτωνα:

$$F_1 = m_1 a_1 = m_2 a_2, \text{ οπότε } a_2 = \frac{m_1}{m_2} a_1.$$

Αφού m_2 είναι διπλάσια της m_1 η a_2 είναι $\frac{1}{2} a_1$ ή $1,5 \text{ m/s}^2$.

13. Η φιάλη είναι κλειστή ώστε να μην μπορούν να εξέλθουν από το σύστημα προϊόντα χημικής αντιδράσεως. (Δεν παράγεται αέριο σε αυτήν την αντίδραση). Άρα το άθροισμα της μάζας της φιάλης μαζί με τη μάζα του περιεχομένου παραμένει σταθερό.

14. (α) Η επιτάχυνση είναι ίδια. Με το διπλασιασμό της μάζας και μαζί της δύναμης, ο λόγος F/m μένει αμετάβλητος.

(β) Η επιτάχυνση ισούται με τα $\frac{2}{3}$ της επιταχύνσεως του σχ. 2 - 9. Με διπλασιασμό της δύναμης και ταυτόχρονο τριπλασιασμό της μάζας, ο λόγος F/m γίνεται ίσος με τα $\frac{2}{3}$ της τιμής του στο σχ. 2 - 9.

15. Για το άδειο φορτηγό $F = m_1 a_1$ και για το φορτωμένο φορτηγό $F = (m_1 + m_2) a_2$.

Αφού η δύναμη είναι ίδια,

$$(m_1 + m_2) a_2 = m_1 a_1. \text{ Για } a_1 = 3 a_2,$$

$$(m_1 + m_2) a_2 = m_1 (3 a_2)$$

και

$$\frac{m_1 + m_2}{m_1} = 3$$

16. Οι δυο ορισμοί της μάζας διαφέρουν, διότι προκύπτουν από πολύ διαφορετικές φυσικές καταστάσεις: ζύγισμα στην μια περίπτωση και επιτάχυνση στην άλλη. Η ισοδυναμία τους πρέπει ναδειχθεί πειραματικά.

$$17. a = 4 \text{ m/s}^2$$

$$18. F = ma = 0,5 \text{ kg} \times 10 \text{ m/s}^2 = 5 \text{ N}$$

$$19. F = ma = 0,10 \text{ kg} \times \frac{45 \text{ m/s}}{0,15 \text{ s}} = 30 \text{ N}$$

$$20. a = F/m = 3,0/1,0 \text{ m/s}^2 = 3,0 \text{ m/s}^2$$

$$V = V_0 + at = (1,5 + 3,0 \times 2,0) \text{ m/s} = 7,5 \text{ m/s}$$

$$21. a = F/m = 3,0/1,0 \text{ m/s}^2 = 3,0 \text{ m/s}^2$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a \Delta x$$

$$v^2 = \left(\frac{1,5 \text{ m}}{\text{s}} \right)^2 + 2 \times 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 2 \text{ m}$$

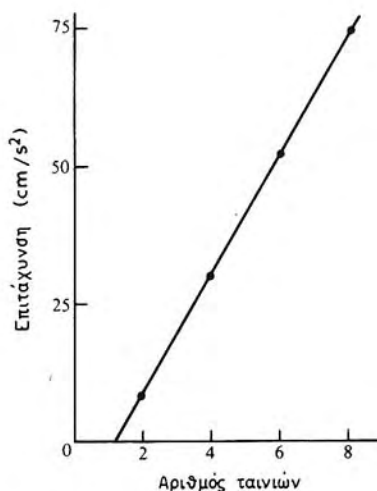
$$v^2 = 14,25 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$v = 3,8 \text{ m/s}$$

Απαντήσεις στα Προβλήματα ΣΤΕ

$$22. (\alpha) \underline{10 \text{ cm}} \quad (\beta) \underline{100 \text{ cm}} \quad (\gamma) \underline{200 \text{ cm}}$$

23. Ο σκοπός αυτού του προβλήματος είναι ναδειχθεί ότι μπορούμε να καταλήξουμε στο νόμο του Νεύτωνα χωρίς να ελαττωθεί η τριβή τόσο ώστε να είναι αμελητέα, με την προϋπόθεση ότι η δύναμη της τρι-



Σχήμα Γ

βής είναι ανεξάρτητη από την ταχύτητα. Αυτό ισχύει μόνο για μια πολύ περιορισμένη περιοχή ταχυτήτων.

- (α) Η αύξηση της επιταχύνσεως είναι ανάλογη της αύξησεως της δύναμης, που ασκείται από τα ελαστικά.

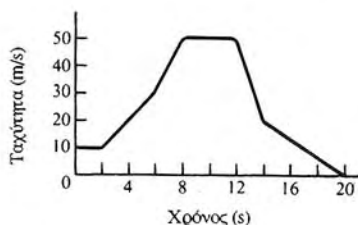
(β) Το σημείο τομής με τον άξονα της δυνάμεως παρέχει την ελάχιστη δύναμη, η οποία πρέπει να ασκηθεί από τα λαστιχάκια, ώστε το σώμα να κινείται με σταθερή ταχύτητα. Αυτή η δύναμη είναι ίση κατά μέτρο με τη δύναμη τριβής η οποία ασκείται από τα λαστιχάκια, όταν το σώμα κινείται.

(γ) Σίγουρα δεν περιμένουμε να επιταχυνεται το σώμα στην αντίθετη κατεύθυνση από αυτήν που το τραβάμε. Η δύναμη τριβής είναι ίση κάθε φορά με τη δύναμη που ασκούν τα λαστιχάκια μέχρι μια μέγιστη τιμή, ίση με αυτήν που προσδιορίζεται από το σημείο τομής με τον άξονα των δυνάμεων. Η προέκταση του γραφήματος κάτω από τον οριζόντιο άξονα δεν έχει νόημα.

(δ) Διαφορετική επιφάνεια πιθανότατα σημαίνει διαφορετική δύναμη τριβής· επομένως το σημείο τομής θα είναι διαφορετικό. Περιμένουμε όμως η κλίση του γραφήματος να είναι ίδια όπως προηγουμένως, γιατί η αύξηση της επιτάχυνσεως είναι ανάλογη προς την αύξηση της ασκούμενης δυνάμεως.

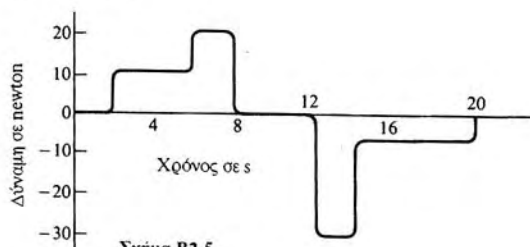
24. (α) Εδώ το π αναφέρεται στον πεσσό και $\pi\eta$ στον πηλό.

$$m_{\pi} a_{\pi} = (m_{\pi} + m_{\pi\eta}) a_{\pi + \pi\eta}$$



Σχήμα Δ

See Fig. R2-5



Σχήμα B2-5

$$\frac{m_{\pi\eta} + m_{\pi}}{m_{\pi}} = \frac{a_{\pi}}{a_{\pi + \pi\eta}} = \frac{27}{16} \quad \text{ή} \quad \frac{m_{\pi}}{m_{\pi\eta}} = 1,5$$

(β) Η επιτάχυνση θα είναι 16 cm/s. Δεν έχει επέλθει μεταβολή στη μάζα.

25. Αυτό το πρόβλημα μπορεί να λυθεί με πολλούς τρόπους. Αν προχωρήσουμε βήμα προς βήμα, σημειώνουμε ότι:

$$m_1 = \frac{F}{a_1} = \frac{5}{8} \text{ kg}, \quad \text{και} \quad m_2 = \frac{F}{a_2} = \frac{5}{24} \text{ kg}$$

Άρα,

$$m_1 + m_2 = \left(\frac{5}{8} + \frac{5}{24} \right) \text{ kg} = \frac{5}{6} \text{ kg}, \quad \text{και}$$

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{5}{\frac{5}{6} \text{ kg}} = 6 \text{ m/s}^2$$

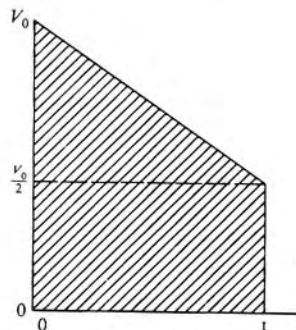
26. (α) Στην περίπτωση σταθερής επιταχύνσεως $x \sim at^2$.

$$\text{Εδώ, } x \sim t^3 \quad \text{ή} \quad x \sim t \times t^2.$$

Άρα, αν $x \sim t^3$, $a \sim t$ η επιτάχυνση αυξάνεται ομοιόμορφα με το χρόνο.

(β) Αφού $F = ma$, αν η επιτάχυνση είναι ανάλογη του χρόνου, η F πρέπει να είναι επίσης ανάλογη του χρόνου.

27.



Σχήμα B2-6

28. (α) Αποδώστε γραφικά το v ως προς t για τις συνθήκες του προβλήματος. (Βλέπε σχ. B2 - 6). Η σκιασμένη επιφάνεια παριστάνει 9,0 m. Άρα:

$$\frac{1}{2} \left(v_0 + \frac{v_0}{2} \right) t = 90 \quad (1)$$

και

$$v_0 - 6t = \frac{v_0}{2} \quad (2)$$

(β) Λύνοντας ως προς v_0 την (2) προκύπτει $v_0 = 12 t$.

Αντικαθιστώντας $v_0 = 12 t$ στην (1)

έχομε, $12t + 6t = 18$ άρα $t = 15$.

Αντικαθιστώντας $t = 1$ s στην (2) έ-

χομε, $v_0 - 6 = \frac{v_0}{2}$ και

$$v_0 = 12 \text{ m/s.}$$

29. Σε αυτό το πρόβλημα δεν καθορίζεται ούτε το μέτρο ούτε η κατεύθυνση της εφαρμζόμενης δυνάμεως· αυτό σας επιτρέπει να διαλέξετε από ένα άπειρο πλήθος δυνάμεων. Υπάρχουν κάποιες δυνάμεις που δεν χρειάζεται να θεωρήσετε καθόλου; Αν η $\vec{F}$ έχει συνιστώσα (προβολή) η οποία είναι κάθετη προς την $\vec{v}_0$, τότε οι m_1 και m_2 δεν μπορούν να έχουν την ίδια ταχύτητα. Η ταχύτητα της m^2 θα έχει προβολή κάθετη προς την $\vec{F}$ ενώ η ταχύτητα της m_1 θα έχει την ίδια κατεύθυνση με την $\vec{F}$. Επομένως, χρειάζεται μόνον να θεωρήσετε δυνάμεις οι οποίες έχουν την ίδια ή αντίθετη κατεύθυνση με την $\vec{v}_0$ και μπορείτε να μην χρησιμοποιήσετε τα σύμβολα των διανυσμάτων.

Αν $m_1 < m_2$ και η δύναμη F έχει την ίδια κατεύθυνση με την v_0 , η m_1 θα έχει μεγαλύτερη επιτάχυνση από την m_2 και θα έλθει κάποια στιγμή που και οι δυο μάζες θα έχουν την ίδια ταχύτητα – κάποια ταχύτητα μεγαλύτερη από την v_0 . Αν η F έχει αντίθετη κατεύθυνση από την v_0 , η m_1 θα κινείται προς τα αριστερά, η m_2 θα επιβραδυνθεί, θα σταματήσει και κατόπιν θα αρχίσει να κινείται προς τα αριστερά. Αφού η m_1 έχει τη μεγαλύτερη επιτάχυνση, οι m_1 και m_2 δεν θα έχουν ποτέ την ίδια ταχύτητα.

Αν $m_1 = m_2$, η F θα προσδώσει την ίδια επιτάχυνση και στις δύο μάζες. Επειδή η m_2 έχει αρχική ταχύτητα, οι δυο μάζες δεν μπορούν ποτέ να έχουν την ίδια ταχύ-

τητα, ανεξάρτητα από την κατεύθυνση της F .

Αν $m_1 > m_2$, η m_2 θα έχει τη μεγαλύτερη επιτάχυνση. Αν η F έχει την ίδια κατεύθυνση με την v_0 , τότε η m_1 θα έχει πάντοτε μικρότερη ταχύτητα (μέτρο) από την m_2 . Όμως, αν η F έχει αντίθετη φορά από την v_0 , τότε το μέτρο της ταχύτητας της m_2 θα ελαττώνεται και κάποτε θα αρχίσει να κινείται προς τα αριστερά. Αυτό επιτρέπει στις δυο μάζες να αποκτήσουν κάποια χρονική στιγμή την ίδια ταχύτητα.

Αφού οι m_1 και m_2 κινούνται με σταθερές επιταχύνσεις, οι ταχύτητές τους τη χρονική στιγμή t μπορούν να υπολογισθούν από

$$v_1 = a_1 t = \frac{F}{m_1} t$$

$$v_2 = a_2 t + v_0 = \frac{F}{m_2} t + v_0.$$

Υπάρχει χρόνος t κατά τον οποίο $v_1 = v_2$; Θέσετε $v_1 = v_2$ και λύσετε ως προς t :

$$\frac{F}{m_1} t = \frac{F}{m_2} t + v_0$$

$$t \left(\frac{F}{m_1} - \frac{F}{m_2} \right) = v_0$$

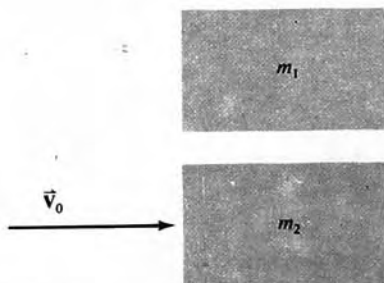
$$t = \frac{v_0}{F} / \left(\frac{1}{m_1} - \frac{1}{m_2} \right)$$

$$t = \frac{v_0}{F} \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 - m_2} \right)$$

Τώρα ερμηνεύστε αυτή την εξίσωση. Αν v_0 και F έχουν την ίδια κατεύθυνση, τότε ο λόγος $\left(\frac{v_0}{F} \right)$ είναι θετικός και αν $m_2 > m_1$ τότε ο χρόνος t μπορεί να είναι θετικός. Τι σημαίνει αν $m_2 < m_1$ και t είναι αρνητικός; Αυτή είναι η μαθηματικά αποδεκτή λύση, αλλά φυσικά σημαίνει ότι οι m_1 και m_2 θα εκκινούν με την ίδια ταχύτητα κάποτε στο παρελθόν.

Αν v_0 και F έχουν αντίθετες κατευθύνσεις, τότε ο λόγος $\left(\frac{v_0}{F} \right)$ είναι αρνητικός και ο χρόνος t μπορεί να είναι θετικός μόνο αν $m_1 > m_2$.

Αν $m_1 = m_2$, δεν υπάρχει λύση της εξίσωσης για το χρόνο t . Αυτά τα ποσοτικά αποτελέσματα υποστηρίζουν τη συζήτηση που έγινε στο πρώτο μέρος του προβλήματος.



Σχήμα Ε

30. (α) Το σώμα αρχίζει να κινείται από την ηρεμία και ασκείται επάνω του μια σταθερή δύναμη. Υποθέτοντας ότι η συνολική δύναμη που ασκείται επί του σώματος είναι σταθερή, η επιτάχυνση θα είναι επίσης σταθερή. Τότε η διανυόμενη απόσταση θα είναι:

$$x = \frac{1}{2} at^2, \text{ και } a = \frac{2x}{t^2}$$

$$a = \frac{2 \times 3,0 \text{ m}}{(6 \text{ s})^2} = \frac{1}{4} \frac{\text{N}}{\text{kg}} = \frac{1}{6} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$(\beta) \frac{F}{m} = \frac{2,0 \text{ newtons}}{8,0 \text{ kg}} = \frac{1}{4} \frac{\text{N}}{\text{kg}} = \frac{1}{4} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- (γ) Η παρατηρούμενη επιτάχυνση, $\frac{1}{6} \text{ m/s}^2$ ήταν μικρότερη από $\frac{1}{4} \text{ m/s}^2$, δηλαδή την επιτάχυνση που υπολογίστηκε από το λόγο F/m . Επομένως πρέπει να ασκείται και κάποια άλλη δύναμη (αντιτιθέμενη στην κίνηση). Μπορεί να υποθεθεί ότι ήταν δύναμη τριβής. Για να υπολογισθεί αυτή η δύναμη, πρέπει να υποθέσουμε ότι και αυτή ήταν σταθερή. Τότε μπορούμε να λύσουμε ως προς την ολική δρώσα δύναμη, η οποία πρέπει να εφαρμόζεται, ώστε να προκαλέσει την παρατηρούμενη επιτάχυνση:

$$F_{\text{ασκούμενη}} - F_{\text{τριβή}} = ma$$

και

$$F_{\text{τριβή}} = F_{\text{ασκούμενη}} - ma$$

$$F_{\text{τριβή}} = 2\text{N} - (8 \text{ kg} \times \frac{1}{6} \text{ m/s}^2) \\ = \frac{2}{3} \text{ newton.}$$

Η δύναμη τριβής αντιτίθεται στην κίνηση του σώματος.

31. (α) Περιπτώσεις όπου σταθερή δύναμη φαίνεται ότι προκαλεί σταθερή ταχύτητα (πολλές άλλες είναι δυνατές):

- (1) Η έλικα ενός πλοίου σπρώχνει το πλοίο ασκώντας πάνω του

σταθερή δύναμη και το πλοίο έχει σταθερή ταχύτητα.

- (2) Ένα άλογο τραβά ένα κάρο με σταθερή δύναμη και το κάρο έχει σταθερή ταχύτητα.
- (3) Ένα αυτοκίνητο αποκτά σταθερή ταχύτητα για κάθε θέση του πλήκτρου (πεντάλ) γκαζιού.
- (4) Ένα αντικείμενο που πέφτει μέσα στον αέρα αποκτά τελικά σταθερή ταχύτητα (οριακή ή ορική ταχύτητα).

- (β) Σε κάθε παράδειγμα, εκτός της κινούμενης δυνάμεως υπάρχουν και άλλες δυνάμεις, οι οποίες αντιτίθενται σε αυτήν. Σε όλες τις περιπτώσεις σταθερής ταχύτητας, η συνισταμένη δύναμη είναι μηδέν. Ειδικά, στην:

- (1) Η αντίσταση του νερού αντιτίθεται στο σπρώξιμο της έλικας.
- (2) Η τριβή των τροχών στους τριβείς (ρουλεμάν, ενσφαιρών τριβέων) και των τροχών στην επιφάνεια του δρόμου αντιτίθενται στο τράβηγμα του αλόγου.
- (3) Η τριβή του δρόμου και των ρουλεμάν (ενσφαιρών τριβέων), κυρίως σε μεγάλες ταχύτητες και η αντίσταση του αέρα αντιτίθενται στην προσπάθεια του κινητήρα.
- (4) Η αντίσταση του αέρα αντιτίθεται στην έλξη της βαρύτητας επί του αντικειμένου.

32. Η δύναμη που ασκείται από το ελατήριο όταν είναι τεντωμένο (ή συμπιεσμένο) κατά ορισμένο ποσό θα μπορούσε να ληφθεί ως μονάδα δυνάμεως.

Τότε μονάδα μάζας θα μπορούσε να είναι η μάζα ενός αντικειμένου το οποίο αποκτά επιτάχυνση 1 m/s^2 , υπό την επίδραση αυτής της μονάδας δυνάμεως.

Κίνηση σε τρεις διαστάσεις

Επισκόπηση και Στόχοι

Τα διανύσματα παρέχουν μια περιεκτική περιγραφή της κινήσεως στο χώρο των δύο ή τριών διαστάσεων. Σκοπός των πρώτων επτά παραγράφων αυτού του κεφαλαίου είναι να εξοικειωθούν οι μαθητές με τις βασικές έννοιες και να εξασκηθούν στην εφαρμογή τους. Οι τρεις τελευταίες παράγραφοι κάνουν το μαθητή να συνειδητοποιήσει τη σπουδαιότητα του συστήματος αναφοράς για την περιγραφή της κινήσεως και του μαθαίνουν να επεκτείνει το νόμο του Νεύτωνα σε κίνηση σε τρεις διαστάσεις.

Χρονοθέτηση των Πειραμάτων

Πείραμα 5* Δυνάμεις δρώσες υπό γωνία. Να εκτελεσθεί μαζί με την παράγραφο 3 - 9.

Πείραμα 6* Κεντρομόλος Δύναμη. Να πραγματοποιηθεί μετά την παράγραφο 3 - 10. Αν γίνει μετά την παράγραφο 4-1, η κεντρομόλος δύναμη μπορεί να εκφραστεί σε newton. Αν γίνει πριν την παράγραφο 4 - 1, η κεντρομόλος δύναμη πρέπει να εκφράζεται σε αριθμό ροδελών.

Υποδείξεις για τη Διδασκαλία

Παράγραφος 3 - 1

Μην καταναλώσετε στην αρχή πολύ χρόνο αναφερόμενοι στο διάνυσμα θέσεως. Το σπουδαιότερο διάνυσμα είναι η μετατόπιση, ή “μεταβολή θέσεως”. Ξεκινώντας μπορείτε να αναφέρεστε σε “ταξίδια” ή “διαδρομές”. Περιγράψτε μερικές διαδρομές μεταξύ σημείων της περιοχής σας, τα οποία είναι γνωστά στους μαθητές, σαν παραδείγματα ποσοτήτων που έχουν μέτρο και κατεύθυνση (δηλαδή διεύθυνση και φορά). Κατόπιν περιγράψτε μια διαδρομή με δύο ή τρία μέρη και υπολογίστε τη συνισταμένη μετατόπιση.

Διαδρομή σε σύγκριση με μετατόπιση: Μια διαδρομή ή ταξίδι στην Ευρώπη από το Λονδίνο στο Παρίσι δεν θεωρείται γενικά ότι είναι το ίδιο, όπως ένα ταξίδι μεταξύ των πόλεων Μπάφαλο και Βαλτιμόρης των ΗΠΑ, παρόλο που οι διαδρομές έχουν περίπου την ίδια κατεύθυνση και απόσταση. Αν δύο μολύβια βρίσκονται σε δύο διαφορετικές θέσεις επάνω σε ένα γραφείο και το καθένα μετακινείται κατά 10 cm προς βορειοανατολικά, τότε τα δύο μολύβια δεν εκτέλεσαν ακριβώς τις ίδιες διαδρομές, οπωσδήποτε όμως κάτι ήταν το ίδιο και για τα δύο. Οι μετατοπίσεις τους ήταν ίδιες.

Παράγραφος 3 - 2

Τα διανύσματα, όπως συνήθως χρησιμοποιούνται από φυσικούς, είναι όπως οι μετατοπίσεις. Θεωρούνται ίσα μεταξύ τους αν έχουν το ίδιο μέτρο και κατεύθυνση (διεύθυνση και φορά). Δεν ενδιαφέρει επομένως το πού μετακινείται ένα διάνυσμα εφόσον διατηρείται ομοπαράλληλο προς εαυτόν.

Είναι σημαντικό οι μαθητές να σχεδιάσουν διανύσματα και να κάνουν ανυσματικές προσθέσεις γραφικά. Εδώ η ακρίβεια είναι σημαντικό πράγμα. Μάθετέ τους να χρησιμοποιούν μυτερά μολύβια και καλούς χάρακες και μοιρογνωμόνια.

Υπάρχει και ένα άλλο σημαντικό σημείο σχετικό με σχεδίαση υπό κλίμακα. Από καιρού εις καιρόν σε εργασίες εργαστηρίου, οι μαθητές θα καταγράφουν γωνίες και αποστάσεις κατευθείαν ως σχέδια υπό κλίμακα. Αφού καταγραφούν δεδομένα πειράματα σε σχέδιο, μερικοί μαθητές, οι οποίοι αισθάνονται άνετα με την τριγωνομετρία, αφού κάνουν κατάλληλες μετρήσεις στο σχέδιο θα επιχειρήσουν τριγωνομετρικούς υπολογισμούς. Η ακρίβεια δεν θα είναι ποτέ καλύτερη από αυτήν του αρχικού σχεδίου. Στις περισσότερες περιπτώσεις οι υπολογισμοί μπορεί να γίνουν ευκολότερα συνεχίζοντας με τη γραφική μέθοδο.

Όταν $\vec{AB} + \vec{BF} = \vec{AF}$, το $\vec{AF}$ λέγεται το διανυσματικό άθροισμα των $\vec{AB}$ και $\vec{BF}$ (ή η *συνισταμένη τους*).

Ίσως θέλετε νωρίς στο μάθημα να παρουσιάσετε μερικά προβλήματα που περιλαμβάνουν περισσότερα από δύο διανύσματα. Τα διανύσματα μπορεί να δίνονται σε σχήμα ή με καθορισμένο μήκος και κατεύθυνση. Το κάθε ένα διάνυσμα “μετακινείται” παράλληλα προς τον εαυτόν του έτσι, ώστε το τέλος του να βρεθεί στην κορυφή του προηγούμενου διανύσματος. Σημειώστε ότι το διανυσματικό άθροισμα είναι ανεξάρτητο από τη σειρά που γίνεται η άθροιση των επί μέρους διανυσμάτων. Έτσι:

$$\vec{A} + \vec{B} + \vec{F} + \vec{D} = \vec{F}$$

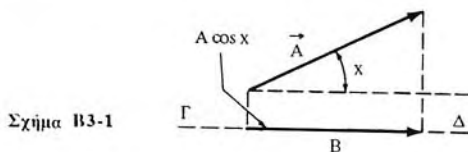
$$\vec{B} + \vec{A} + \vec{F} + \vec{D} = \vec{F}$$

$$\vec{D} + \vec{B} + \vec{F} + \vec{A} = \vec{F}$$

Παράγραφος 3 - 3

Κατά τη διδασκαλία αυτής της παραγράφου να θυμάστε ότι η *διανυσματική συνιστώσα* είναι διάνυσμα κατά μήκος δεδομένου άξονα, επομένως οι διανυσματικές συνιστώσες προστίθενται όπως τα διανύσματα. Από την άλλη μεριά η συνιστώσα διανύσματος είναι μονόμετρο (βαθμωτό) μέγεθος.

Οι μαθητές που ξέρουν τριγωνομετρία θα καταλάβουν ότι αν η γωνία μεταξύ του διανύσματος $\vec{A}$ και της ευθείας ΓΔ είναι x , τότε $\vec{B}$ είναι η διανυσματική συνιστώσα του διανύσματος $\vec{A}$ κατά μήκος της ευθείας ΓΔ και $B = A \cos x$, όπου A και B είναι τα μέτρα των $\vec{A}$ και $\vec{B}$, αντίστοιχα (σχ. Β3 - 1).



Παράγραφος 3 - 4

Όταν η τάξη σας μαθαίνει για τον πολλαπλασιασμό διανύσματος επί βαθμωτό μέγεθος, δώσετε έμφαση στο ότι αν το κ έχει μονάδες, το διάνυσμα $\kappa\vec{A}$ είναι διαφορετική φυσική ποσότητα από ότι το $\vec{A}$. Επίσης στο ότι μόνο διανύσματα που παριστάνουν ίδια φυσικά μεγέθη μπορούν να εμφανίζονται στο ίδιο διανυσματικό διάγραμμα όπου γίνεται πρόσθεση διανυσμάτων.

Παράγραφοι 3 - 5 και 3 - 6

Οι δύο παράγραφοι διδάσκονται με τα σχήματα. Ίσως θα πρέπει να ετοιμάσετε μια ομάδα από διαφάνειες, τις οποίες να προβάλετε με προβολέα διαφανειών κατά τη διάρκεια του μαθήματος.

Παράγραφος 3 - 7

Η παρακάτω περιήληψη της εξαγωγής της σχέσεως για την κεντρομόλο επιτάχυνση μπορεί να σας είναι χρήσιμη στο μάθημα:

- (α) Μέτρο ταχύτητας $= \frac{\text{ολικό μήκος}}{\text{χρόνος κινήσεως}}$. $v = \frac{2\pi R}{T}$ και η κατεύθυνση των διανυσμάτων ταχύτητας είναι κατά μήκος της εφαπτομένης του κύκλου που διαγράφει η μύτη του διανύσματος θέσεως, δηλ. κάθετη προς το διάνυσμα θέσεως.
- (β) Σχεδιάζουμε ένα νέο διάγραμμα με όλα τα διανύσματα ταχύτητας να ξεκινούν από το κέντρο του κύκλου. Αυτό είναι ένα σημαντικό βήμα της διαδικασίας. Για να είσθε σίγουροι ότι οι μαθητές σας το κατανοούν, σχεδιάσετε πολλά διανύσματα ταχύτητας από το κέντρο και ζητήστε από τους μαθητές να σας δείξουν σε ποια διανύσματα θέσεως αντιστοιχούν.
- (γ) Σε χρόνο T η κορυφή (μύτη) του διανύσματος της ταχύτητας διαγράφει κύκλο ακτίνας v και περιφέρεια μήκους $2\pi v$. Επομένως το μέτρο της επιταχύνσεως είναι $a = \frac{2\pi v}{T}$. Αυτό το βήμα φαίνεται ότι είναι το πιο δύσκολο για τους μαθητές.
- (δ) Η κατεύθυνση της επιταχύνσεως είναι κάθετη προς την ταχύτητα και έχει φορά προς το κέντρο. Η φορά της είναι αντίθετη προς τη φορά του διανύσματος θέσεως.
- (ε) Προβαίνοντας στην κατάλληλη αντικατάσταση βρίσκουμε:

ή

$$a = \frac{2\pi v}{T} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

$$a = \frac{2\pi v}{T} = \frac{v^2}{R}$$

Επίδειξη

Φελλός σε βάζο: Μια αποτελεσματική επίδειξη για να φανεί η κατεύθυνση του διανύσματος της επιταχύνσεως σε ομαλή κυκλική κίνηση μπορεί να γίνει με χρήση ενός επιταχυνσιόμετρου από βάζο

(σχ. Β3 - 2). Το επιταχυνσιόμετρο κατασκευάζεται κολλώντας ένα συρμάτινο βρόγχο στο εσωτερικό του καπακιού του βάζου και στη συνέχεια δένοντας έναν φελλό στο βρόγχο με τη βοήθεια ενός νήματος. Το βάζο γεμίζεται με νερό και πρέπει το πώμα του να βιδωθεί κάτω από το νερό, ώστε να αποφευχθούν φυσαλίδες αέρα.

Τοποθετήστε το βάζο, με το καπάκι προς τα κάτω, επάνω σε ένα καροτσάκι εργαστηρίου και ζητήστε από τους μαθητές προς πια μεριά θα κινηθεί ο φελλός, σε σχέση με το βάζο, καθώς το βάζο επιταχύνεται πάνω στην τράπεζα πειραμάτων. Ο φελλός αποκλίνει προς την κατεύθυνση (φορά) της επιταχύνσεως. Κρατήστε το βάζο σε απόσταση του βραχίονα και ρωτήστε προς ποια κατεύθυνση θα αποκλίνει ο φελλός καθώς το βάζο περιφέρεται εκτελώντας κυκλική τροχιά. Ο φελλός αποκλίνει προς το κέντρο του κύκλου και αφού ο φελλός αποκλίνεται προς την κατεύθυνση της επιταχύνσεως, η επιτάχυνση στην κυκλική κίνηση κατευθύνεται προς το κέντρο του κύκλου.

Παράγραφος 3 - 8

Μπορείτε να δώσετε αυτήν την παράγραφο για μελέτη στο σπίτι κάνοντας μια μικρή συζήτηση στην τάξη. Το κύριο σημείο που πρέπει να μάθουν οι μαθητές από αυτήν την παράγραφο είναι ότι για την περιγραφή της κινήσεως μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιοδήποτε σύστημα αναφοράς. Ως προς μερικά συστήματα αναφοράς, όμως, η κίνηση θα φαίνεται απλούστερη από ότι ως προς άλλα.

Παράγραφος 3 - 9

Αν ο χρόνος επιτρέπει να εκτελεσθεί το πείραμα 5, οι μαθητές θα μπορέσουν να συσχετίσουν αυτή την παράγραφο με την εμπειρία τους.

Παράγραφος 3 - 10

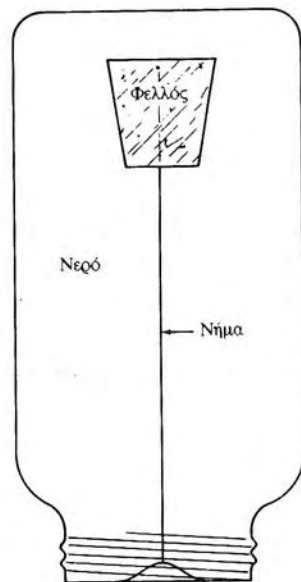
Δεν είναι καθόλου προφανές ότι δεδομένη δύναμη θα δώσει την ίδια επιτάχυνση σε δεδομένο αντικείμενο είτε αυτή ασκείται παράλληλα προς την ταχύτητα του αντικειμένου, είτε κάθετα προς αυτήν. Είναι ένα πειραματικό αποτέλεσμα για μικρές ταχύτητες. Πρέπει να γνωρίζετε ότι δεν ισχύει για ταχύτητες που πλησιάζουν την ταχύτητα του φωτός.

Το πείραμα 6 είναι μια καλή πειραματική επιβεβαίωση. Δίνει την ευκαιρία στους μαθητές να εφαρμόσουν τη θεωρητική ύλη αυτής της παραγράφου και να μάθουν χρήσιμες γραφικές μεθόδους αναλύσεως πειραματικών δεδομένων. Να το εκτελέσετε αν επιτρέπουν ο χρόνος και ο χώρος. (Χρειάζεσθε απόσταση 3 m μεταξύ μαθητών. Μπορείτε να το δοκιμάσετε στο ύπαιθρο ή στο γυμναστήριο).

Πείραμα 5. Δύναμη Ασκούμενη υπό Γωνία

Υλικά

- 1 Καροτσάκι πειραμάτων (με χαραγμένες ενδείξεις που να δείχνουν 45° μεταξύ του άξονα του σχήματος και της κατευθύνσεως κατά την οποία επιμηκύνονται τα ελαστικά).



Σχήμα Β3-2

- 2 Λαστιχάκια
- 1 Χρονόμετρο
- Χαρτοταινία
- Δίσκοι καρμπόν
- 2 Ράβδοι περίπου 38 cm x 2 cm x 0,5 cm
- Αδιαφανής αυτοκόλλητη ταινία
- Στοπ τραπεζιού
- 3 Τούβλα
- 1 Φύλλο χαρτί γραφημάτων
- 3 C Σφιγκτήρες

Οι πειραματικές διευθετήσεις για αυτό το πείραμα είναι παρόμοιες με αυτές των προηγούμενων πειραμάτων με καροτσάκι εργαστηρίου, είναι όμως σημαντικό να υπάρχει πρόσβαση και στις δύο μεριές των εργαστηριακών πάγκων. Απαιτείται καλή συνεργασία μεταξύ των δύο μαθητών, οι οποίοι έλκουν το καροτσάκι όταν εκτελείται το μέρος του πειράματος ("τρέχει" το μέρος του πειράματος) με δυνάμεις που δρουν υπό γωνία. Τα καροτσάκια είναι καλό να έχουν ευθείες χαραγμένες επάνω τους για να βοηθούν ως ευθείες αναφοράς στον προσδιορισμό της θέσεως όπου βρίσκονται τα λαστιχάκια, όταν το πείραμα τρέχει με τα λαστιχάκια υπό γωνία. Τα νέα καροτσάκια έχουν αυτές τις ευθείες. Αν χρησιμοποιείτε παλιότερα καροτσάκια, μπορείτε να χαράξετε τις ευθείες ή να κολλήσετε με ταινία χαρτί που φέρει αυτές τις ευθείες επάνω του. Πρέπει να ελέγξετε τους μαθητές ενώ εξασκούνται, ώστε να εξασφαλισθεί ότι το κάθε ζευγάρι μπορεί να διατηρεί τα λαστιχάκια σε σταθερή επιμήκυνση και σταθερή γωνία μεταξύ τους.

Σε σχέση με τα προηγούμενα πειράματα με καροτσάκι, σ' αυτό περιμένετε μεγαλύτερες αποκλίσεις από το κανονικό στα δεδομένα, γιατί τώρα τραβούν το καροτσάκι δύο μαθητές και γιατί υπάρχει η πρόσθετη απαίτηση του να διατηρείται γωνία 90° ανάμεσα στα λαστιχάκια. Το πείραμα εκτελείται κυρίως για να δώσει στους μαθητές μια αίσθηση για τον τρόπο που δυνάμεις ενεργούν μαζί. Τα αποτελέσματα του πειράματος μπορούν να θεωρηθούν ικανοποιητικά, αν οι μαθητές βρουν ότι ο λόγος της επιταχύνσεως που προκαλούν οι δύο δυνάμεις μαζί, όταν σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία 90° δια της επιταχύνσεως που προκαλεί η μία δύναμη μόνη της είναι μεταξύ 1,2 και 1,6.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 5

- Το αποτέλεσμα της δράσεως δύο ίσων δυνάμεων, οι οποίες σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία 90° είναι να προσδώσουν επιτάχυνση στο καροτσάκι που είναι ίση περίπου 1,4 φορές την επιτάχυνση που προσδίδει μια μοναδική δύναμη που έχει ίδιο μέτρο με κάθε μία από τις ανωτέρω και η οποία δρα κατά μήκος του άξονα του καροτσιού. Αυτό μας δείχνει ότι οι δύο δυνάμεις προστέθηκαν όπως προστίθενται διανύσματα.
- Το αποτέλεσμα δύο ίσων δυνάμεων, που ασκούνται κατευθυνόμενες προς τις δύο αντίθετες πλευρές (μεριές) του άξονα του καροτσιού, από τις οποίες η κάθε μία σχηματίζει γωνία

60° με τον άξονα, είναι το ίδιο με το αποτέλεσμα μιας μοναδικής δυνάμεως με μέτρο ίσο με το μέτρο κάθε μιας από τις προηγούμενες, η οποία δρα κατά μήκος του άξονα του καρτσιού.

- Προσθέτοντας τις συνιστώσες (προβολές) των δύο δυνάμεων κατά μήκος του άξονα, βρίσκουμε ότι $F_{ολική} = 2F \cos \alpha$

Πείραμα 6. Κεντρομόλος Δύναμη

Υλικά

- | | | |
|----|---|-----------------------|
| 1 | Γυάλινος σωλήνας, γυαλισμένος και τυλιγμένος με Νήμα, 1,5 m πετονιά ψαρέματος γερή, αποτελούμενη από τυλιγμένο με νάυλον ατσαλόσυρμα, αντοχής 12 lb (ή lbf = pound - force) δηλαδή περίπου 5,5 kp (ή kgf = kilogram - force). | |
| 20 | Ροδέλες (περίπου 6 γη κάθε μια) | Χρονόμετρο ή ρολόι με |
| 1 | Λαστιχένιο πώμα, με δύο τρύπες | δευτερολεπτοδείκτη |
| #4 | Χαρτί γραφημάτων | 2 Συνδετήρες χαρτιών |
| | Μετρική μεζούρα | |

Αυτό το πείραμα μπορεί να εκτελεσθεί από ομάδες δύο ή τριών μαθητών· ένας να περιστρέφει το πώμα κυκλικώς, ένας άλλος να απαριθμεί το πλήθος των περιφορών και ένας τρίτος να χρονομετρά. Αν υπάρχουν χρονόμετρα, ένας μόνο μαθητής μπορεί να μετρά τις περιφορές και συγχρόνως να χρονομετρά. Τοποθετήστε τις ομάδες έτσι, ώστε τα κινούμενα πώματα να βρίσκονται σε μεταξύ τους αποστάσεις τουλάχιστον ενός μέτρου. Αν το εργαστήριο είναι πολύ μικρό για να περιστρέφονται συγχρόνως πολλά πώματα σε κύκλους ακτίνας ενός μέτρου, ίσως το πείραμα να μπορεί να εκτελεσθεί στο ύπαιθρο ή στο γυμναστήριο.

Δεν είναι κρίσιμο το μέγεθος του γυάλινου σωλήνα. Βεβαιωθείτε ότι τα άνω χείλη των σωλήνων έχουν λειανθεί προσεκτικά με τη βοήθεια φλόγας, ώστε να είναι λεία και χωρίς ανωμαλίες για να υπάρχει όσο το δυνατόν μικρότερη τριβή. Οι δυνάμεις είναι τέτοιες, ώστε οι γυάλινοι σωλήνες δεν θα σπάσουν, εκτός αν υπάρχουν ελαττώματα στο γυαλί. Για να αποφευχθούν τραυματισμοί, να τυλίξετε το σωλήνα με ταινία έτσι, ώστε αν σπάσει, να μην υπάρξει κίνδυνος από ανώμαλα κομμάτια γυαλιού.

Το είδος του νήματος είναι σημαντικό, για να μειωθούν όσο το δυνατόν περισσότερο οι τριβές. Το ανωτέρω είδος πετονιάς ψαρέματος είναι κατάλληλο.

Το πάνω μέρος του σωλήνα πρέπει να κινείται διαγράφοντας μικρό κύκλο, για να κάνει το νήμα να κινείται με σταθερή συχνότητα. Αυτό δημιουργεί μια μικρή συνιστώσα δυνάμεως κατά μήκος της τροχιάς του (μικρός κύκλος), ώστε να υπερνικά την τριβή. Αυτός ο κύκλος όμως, πρέπει να έχει διάμετρο μικρότερη από ένα ή δύο εκατοστά, αλλιώς η ακτίνα του κύκλου, που διαγράφεται από το πώμα δεν μπορεί να μετρηθεί με ακρίβεια από το μήκος του νήματος. Η ακτίνα του διαγραφόμενου από το πώμα κύκλου πρέπει να μετριέται από το μέσο του πώματος κοντά στο κέντρο μάζας του. Εφόσον οι διαστάσεις του πώματος είναι μικρές σε σχέση με την

ακτίνα του κύκλου, μέτρηση από αυτό το σημείο θα δώσει τιμή για την ακτίνα η οποία θα πλησιάζει τη σωστή τιμή.

Ο *Εργαστηριακός Οδηγός* καθορίζει την παρουσία ενός ελάχιστου αριθμού ροδελών, ώστε το νήμα να είναι αρκετά οριζόντιο, οπότε το μήκος του να είναι αρκετά ικανοποιητικά ίσο με το μήκος της ακτίνας του κύκλου. Στην πραγματικότητα χρησιμοποιώντας τη "γερτή" ακτίνα, η οποία δίνεται από το μήκος του νήματος, οδηγεί σε σωστά αποτελέσματα ανεξάρτητα του πόσο μεγάλη είναι η γωνία μεταξύ του νήματος και του οριζόντιου επιπέδου. Αυτό μπορεί να επιβεβαιωθεί αναλύοντας το σχ. B3 - 3. Η δύναμη της βαρύτητας $m_p g$, η οποία ασκείται επί των ροδελών μεταφέρεται κατά μήκος του νήματος και ασκείται επί του πώματος κατά μήκος του L . Η οριζόντια συνιστώσα (προβολή) αυτής της δυνάμεως είναι η κεντρομόλος δύναμη F_x κατά μήκος της R . Βλέπουμε ότι $R = L \cos \theta$ και $F_x = m_p g \cos \theta$.

Γράφοντας την εξίσωση για την κεντρομόλο δύναμη υπό τη μορφή

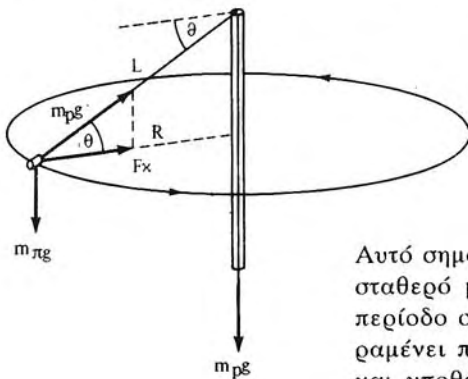
$$F = \frac{4\pi^2 m_p R}{T^2}$$

Έχουμε κατόπιν αντικαταστάσεως

$$m_p g \cos \theta = \frac{4\pi^2 m_p L \cos \theta}{T^2}$$

$$m_p g = \frac{4\pi^2 m_p L}{T^2}$$

Σχήμα B3-3



Αυτό σημαίνει ότι η δύναμη, η οποία ασκείται από τις ροδέλες για σταθερό μήκος νήματος L , είναι αντιστρόφως ανάλογη προς την περίοδο στο τετράγωνο. Επειδή οι μαθητές υποθέτουν ότι η R παραμένει περίπου ίση προς L , μετρούν την περίοδο της περιφοράς και υποθέτουν ότι είναι αντίστροφα ανάλογη προς το μέτρο της ταχύτητας v . Δεν προκύπτει σφάλμα λόγω μεταβολών στη γωνία θ , διότι η θ απαλείφεται κατά τους υπολογισμούς. Θα παρατηρήσετε από το σχ. B3 - 3 ότι η θ καθορίζεται μόνο από το βάρος των ροδελών, γιατί $\sin \theta = \frac{m_p g}{m_p g}$. Χρησιμοποιώντας μικρότερο αριθμό ροδελών από το συστηνόμενο να χρησιμοποιηθεί με το συγκεκριμένο πώμα No. 4 θα γίνει η θ μεγαλύτερη.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 6

- Όσο γρηγορότερα περιστρέφεται το πώμα, τόσο πιο δυνατά πρέπει κανείς να τραβά προς τα κάτω το σχοινί.
- Αν κανείς το αφήσει, τότε το πώμα παύει να κινείται σε κύκλο και τραβά το σχοινί πίσω του μέσα από το σωλήνα προς τα πάνω. (Ασκώντας οι ίδιοι οι μαθητές τη δύναμη, συνειδητοποιούν ότι, είναι αναγκαία μία δύναμη κάθετη προς την κίνηση, για να κινηθεί ένα αντικείμενο σε κυκλική τροχιά).

Οι απαντήσεις στις απομένουσες τρεις ερωτήσεις θα εξαρτηθούν από την ικανότητα και φροντίδα των μαθητών στην εκτέλεση των διαδικασιών.

Τα πραγματικά δεδομένα που φαίνονται στον πίνακα 1 μπορεί να βοηθήσουν ως δείγμα.

Μάζα 12 ροδελών = 72,2 g Μάζα 5 πωμάτων = 55,9 g

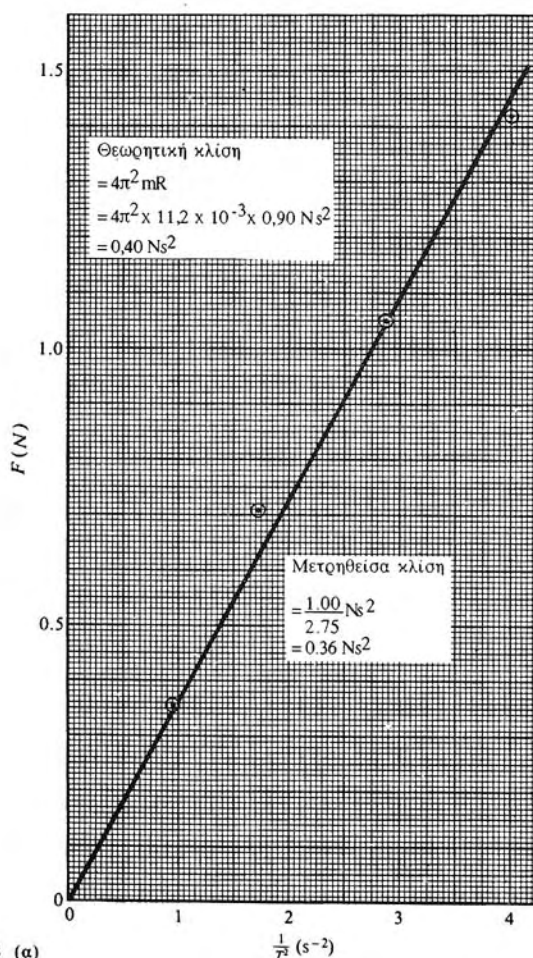
Τα δεδομένα του πίνακα 2 υπολογίσθηκαν από τα μη επεξεργασμένα δεδομένα.

Αριθμός περιφορών	Χρόνος (s)	Αριθμός (ροδελών)	Ακτίνα (cm)
20	20.6	6	90
20	15.2	12	90
20	11.7	18	90
20	10.0	24	90
20	7.4	12	20
20	13.9	12	75
20	12.0	12	60
20	10.1	12	40

Πίνακας 1

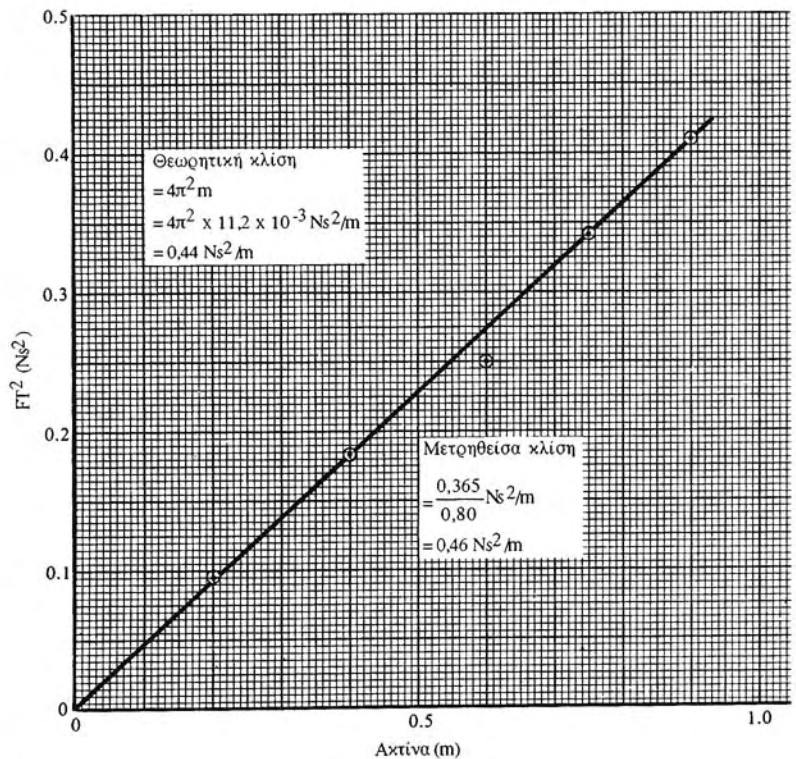
R(m)	F(N)	T(s)	$\frac{1}{T^2}$ (s ⁻²)	FT ²
0.90	0.354	1.03	0.94	0.38
0.90	0.708	0.76	1.73	0.41
0.90	1.05	0.59	2.87	0.37
0.90	1.42	0.50	4.00	0.35
0.60	0.708	0.60	2.78	0.25
0.40	0.708	0.505	3.92	0.18
0.20	0.708	0.37	7.30	0.097
0.75	0.708	0.70	2.07	0.35

Πίνακας 2



Σχήμα Β3-4 (α)

- Σε αυτή τη περίπτωση η μέση τιμή του FT^2 , όταν η ακτίνα είναι 90 cm, είναι 0,38 Ns^2 .
Η θεωρητική τιμή είναι $4\pi^2 \times 11,2 \times 10^{-3} \times 0,90 \text{ } Ns^2 = 0,40 \text{ } Ns^2$.
Η παρατηρούμενη μέση τιμή του FT^2 πλησιάζει την θεωρητική τιμή με ακρίβεια 5%.
- Βλέπε σχ. B3 - 4 (α), το οποίο είναι ένα γράφημα της F ως προς $\frac{1}{T^2}$. Η κλίση που μετρήθηκε από το γράφημα είναι 0,36 Ns^2 .
Η θεωρητική τιμή είναι $4\pi^2 \times 11,2 \times 10^{-3} \times 0,90 \text{ } Ns^2 = 0,40 \text{ } Ns^2$.
Η παρατηρούμενη τιμή της σταθερής αναλογίας μεταξύ F και $\frac{1}{T^2}$ βρίσκεται κοντά στη θεωρητική τιμή με προσέγγιση 10%.
- Βλέπε σχ. B3 - 4 (β) ένα γράφημα του FT^2 ως προς R . Η κλίση που βρίσκεται από το γράφημα είναι 0,46 Ns^2/m . Η θεωρητική τιμή $= 4\pi^2 m = 4\pi^2 \times 11,2 \times 10^{-3} \text{ } Ns^2/m = 0,44 \text{ } Ns^2/m = \frac{1}{T^2}$. Η παρατηρούμενη τιμή της σταθερής αναλογίας μεταξύ FT^2 και R πλησιάζει τη θεωρητική τιμή με ακρίβεια 7%.



Σχήμα B3-4 (β)

Κατάταξη των Προβλημάτων Παραγράφων και ΣΤΕ

Παράγραφος	Εύκολα	Μέτρια	Δύσκολα
3 - 1	1, 2, 3		
3 - 2	4, 5, 6, 7		
3 - 3	10, 12	8, 9, 11	
3 - 4			
3 - 5	14, 15	13, 16	
3 - 6	18	17	
3 - 7	19, 21	20, 22	
3 - 8	23	24, 25	
3 - 9	26, 27	28	29
3 - 10	30	31, 32, 33, 34	
ΣΤΕ	35, 37, 42	36, 39, 40, 50	38, 46

Απαντήσεις στα Προβλήματα

(Περιεχόμενο προβλημάτων όπως στο βιβλίο διδασκαλίας)

1. Τέσσερα ζεύγη. Φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

$x_2 - x_1$	$y_2 - y_1$
(+4) - (-1)	(+2) - (+3)
(+3) - (-2)	(-3) - (-2)
(-1) - (+4)	(+3) - (+2)
(-2) - (+3)	(-2) - (-3)
(-1) - (-2)	(+3) - (-2)
(+4) - (+3)	(+2) - (-3)
(-2) - (-1)	(-2) - (+3)
(+3) - (+4)	(-3) - (+2)

2. Μια οριζόντια ευθεία διερχόμενη δια του σημείου (1, 2) και μια κατακόρυφη ευθεία διερχόμενη δια του σημείου (3, 4) σχηματίζουν ένα ορθογώνιο τρίγωνο, του οποίου η υποτείνουσα είναι η δεδομένη μετατόπιση και του οποίου η κάθε μία από τις άλλες δύο πλευρές έχει μήκος ίσο με 2 μονάδες μήκους. Οπότε το μήκος της μετατόπισης είναι $\sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ (σε μονάδες μήκους): προφανώς η κατεύθυνση της μετατόπισης είναι 45° προς τα επάνω από την οριζόντιο.

3. 2 m (προς βορρά)

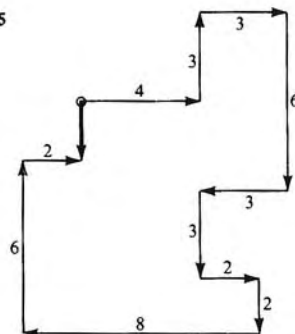
4. Ξεκινώντας προς τα δεξιά (ανατολικά) του $\odot$, η διαδρομή είναι όπως φαίνεται στο σχ. Β3 - 5.

Ο άνθρωπος βρίσκεται τώρα δύο (οικοδομικά) τετράγωνα νότια από το σημείο που ξεκίνησε. Η ολική μετατόπισή του είναι δύο (οικοδομικά) τετράγωνα προς το νότο.

Το να βρείτε τις συνολικές μετατοπίσεις Α - Δ και Β - Ν είναι πολύ πιο εύκολο από την πρόσθεση των διαδοχικών μετατοπίσεων. Με το νου σκεφτόμαστε ως εξής: προς ανατολή = (4 + 3 + 2 + 2) τετράγωνα = 11 τετράγωνα, προς δύση = (3 + 8) τετράγωνα = 11 τετράγωνα, επομένως δεν βρίσκεται ούτε ανατολικά ούτε δυτικά από το σημείο εκκινήσεώς του.

Β = (3 + 6) τετράγωνα = 9 τετράγωνα, Ν = (6 + 3 + 2) τετράγωνα = 11 τετρά-

Σχήμα Β3-5



γωνία, επομένως βρίσκεται 2 τετράγωνα νότια από το σημείο εκκινήσεώς του. Αυτός είναι καλός τρόπος λύσεως και πρέπει να αναφερθεί, όταν διδάσκετε περί συνιστωσών (προβολών) διότι είναι η μέθοδος των συνιστωσών (προβολών) προσθέσεως διανυσμάτων.

5. Βλέπε σχ. B3 - 6. Μετακινήστε το ένα από τα διανύσματα παράλληλα προς τον εαυτό του και τοποθετήστε το τέλος του στη μύτη του άλλου. Σχεδιάστε το διάνυσμα το οποίο συνδέει το τέλος του ενός με τη μύτη του άλλου.

Σύμφωνα με την κλίμακα, το μέτρο του αθροίσματος είναι 3,6 μονάδες και η γωνία με την οριζόντιο είναι 56° .



Σχήμα B3-6

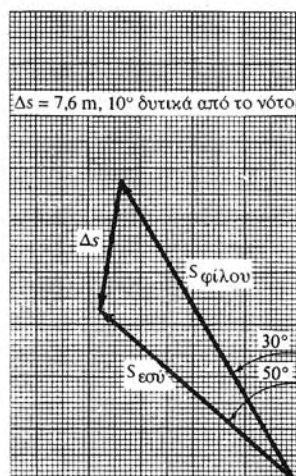
6. $\vec{V}_1 - \vec{V}_2 = -(\vec{V}_2 - \vec{V}_1)$

7. Ο απλούστερος τρόπος λύσεως είναι να σχεδιάσετε ένα σχέδιο υπό κλίμακα και να μετρήσετε τη μετατόπιση. Από το σχέδιο προκύπτει ότι η ζητούμενη μετατόπιση είναι 7,6 m, 10° δυτικά από το νότο. Βλέπε σχ. B3 - 7.

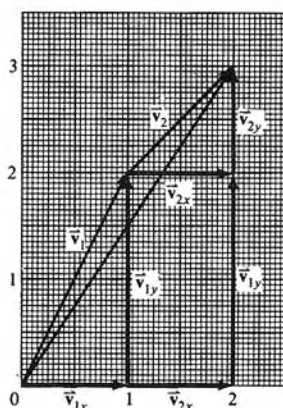
8. Βλέπε σχ. B3 - 8. Το αριστερό διάνυσμα $\vec{V}_1$, έχει διανυσματικές συνιστώσες τέτοιες που, $\vec{V}_1 = \vec{V}_{1x} + \vec{V}_{1y}$. το δεξιό διάνυσμα έχει διανυσματικές συνιστώσες τέτοιες που, $\vec{V}_2 = \vec{V}_{2x} + \vec{V}_{2y}$. Η διανυσματική συνιστώσα κατά τον άξονα των x της συνισταμένης είναι $\vec{V}_x = \vec{V}_{1x} + \vec{V}_{2x}$ και η διανυσματική συνιστώσα κατά τον άξονα y της συνισταμένης ισούται με $\vec{V}_y = \vec{V}_{1y} + \vec{V}_{2y}$.

Η συνισταμένη είναι:

$\vec{V} = (\vec{V}_{1x} + \vec{V}_{2x}) + (\vec{V}_{1y} + \vec{V}_{2y})$, που είναι



Σχήμα B3-7



Σχήμα B3-8

προφανώς το ίδιο διανυσματικό άθροισμα που βρέθηκε στο πρόβλημα 5.

9. Μέτρο της μετατοπίσεως =

$$= \sqrt{4,00^2 + 2,50^2 + 8,50^2} \text{ m} = \underline{9,72 \text{ m}}$$

10. (α) 7,1 km (β) 7,1 km
 11. - 86,6 km/h από βόρεια και - 50,0 km/h από ανατολικά
 12. Μηδέν
 13. Στη φωτογραφία 1,35 cm αντιστοιχούν σε 15 cm πραγματικής αποστάσεως. Οι οριζόντιες μετατοπίσεις μετρούμενες επάνω στη φωτογραφία είναι η κάθε μία 0,6 cm, που αντιστοιχεί σε $\frac{0,6}{1,35} \times 1,5 \text{ cm} = 6,7 \text{ cm}$ πραγματικής αποστάσεως. Αφού οι αναλαμπές γίνονται ανά ισαπέχουσες χρονικές στιγμές, η οριζόντια συνιστώσα της

ταχύτητας είναι ίδια για κάθε χρονικό διάστημα.

14. Το κάθε διάνυσμα ταχύτητας πρέπει να αντιστραφεί και να κατευθύνεται προς την αντίθετη κατεύθυνση αλλά η ουρά του να παραμένει στην ίδια θέση. Το μέτρο του δεν πρέπει να μεταβληθεί.

15. Διαβάζοντας κατευθείαν από την κλίμακα,

- (1) 0 (4) 3 m/s
(2) 1 m/s (5) 4 m/s
(3) 2 m/s

16. $\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4,0 \text{ m/s}}{0,40 \text{ s}} = 10 \text{ m/s}^2$, κατευθείαν προς τα κάτω.

17. Το $\Delta \vec{v}$ στο σχέδιο έχει μήκος 0,8 cm.

Η κλίμακα είναι τέτοια ώστε 20 m/s παριστάνονται με 2,5 cm.

$$\text{Άρα } \Delta v = \frac{20 \times 0,8}{2,5} \text{ m/s} = 6,4 \text{ m/s}$$

Το $\vec{a}$ στο σχέδιο είναι 0,5 cm.

Σύμφωνα με την κλίμακα, 5,0 m/s² παριστάνεται με 1,95 cm.

$$\text{Άρα } a = \frac{5,0 \times 0,5}{1,95} = 1,3 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Αφού } a = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{6,4}{1,3} = 4,9 \text{ s.}$$

18. Οι μεταβολές Δv συμβαίνουν ανά ίσα χρονικά διαστήματα. Άρα κάθε $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

έχει μέτρο ανάλογο του $\Delta \vec{v}$ και επίσης κατευθύνεται προς την ίδια κατεύθυνση όπως το αντίστοιχο $\Delta \vec{v}$. Αφού τα $\Delta \vec{v}$ δεν έχουν ίδιο μέτρο και δεν έχουν ίδια κατεύθυνση τα $\vec{a}$ δεν είναι ίσα μεταξύ τους.

19. Αν η κίνηση εκτελείται επάνω σε καμπύλη τροχιά, μεταβάλλεται η κατεύθυνση της

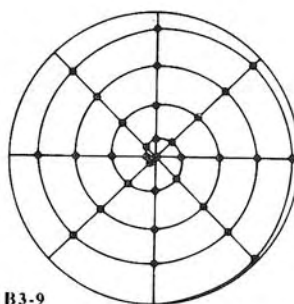
ταχύτητας, πράγμα που σημαίνει ότι υπάρχει επιτάχυνση.

20. (α) 282 km/h με κατεύθυνση 135° από την αρχική κατεύθυνση.

- (β) 400 km/h με κατεύθυνση 180° από την αρχική κατεύθυνση.

21. Πρόκειται για εξάσκηση στη μέθοδο της διαστατικής ανάλυσεως, που εδώ σχετίζεται με κυκλική κίνηση. Οι μονάδες ταχύτητας είναι (μήκος/χρόνος).

Άρα οι μονάδες του v^2/R είναι: (μήκος/χρόνος)² × (1/μήκος) = μήκος/χρόνος², ίδιες όπως της επιταχύνσεως.



Σχήμα B3-9

22. (α) Η κεντρομόλος επιτάχυνση πολλαπλασιάζεται επί τέσσερα

- (β) Η περίοδος διαιρείται δια δύο

23. Η κούνια θα φαίνεται ακίνητη.

24. Θα δείτε την κατσαρίδα να κινείται σπειροειδώς διαγράφοντας 4-σπείρες όπως στο σχ. B3 - 9.

25. Βλέπε σχ. B3 - 10

- (α) Γραφικώς, $v = 11 \text{ km/h}$ με κατεύθυνση 34° ως προς τις όχθες του ποταμού

- (β) 0,05 h

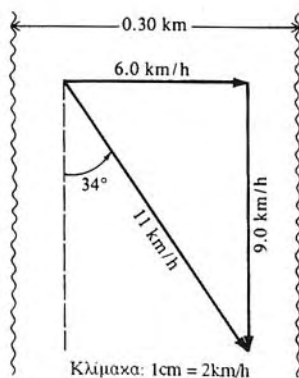
- (γ) 0,45 km κατά την κατεύθυνση του ρεύματος του ποταμού.

- (δ) 0,05 h

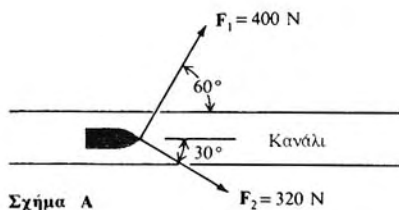
26. Κατά την κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμews.

27. 8 m/s² (προς τα δεξιά)

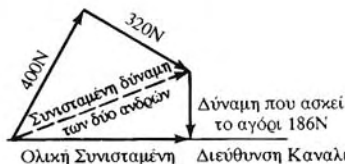
28. 3,7 N προς τα δεξιά κατά μήκος της διακεκομμένης ευθείας.



Σχήμα B3-10



Σχήμα Α

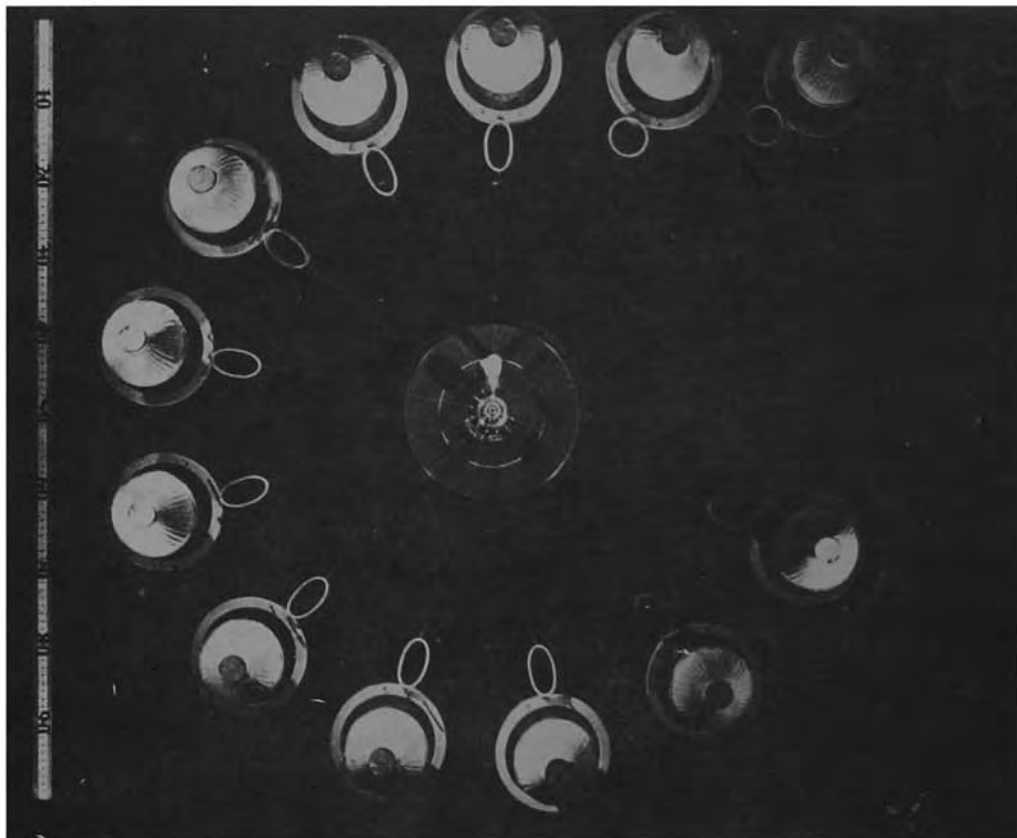


Σχήμα Β3-11

29. Για να κινηθεί η βάρκα κατά τη διεύθυνση του καναλιού, η συνισταμένη δύναμη πρέπει να έχει κατεύθυνση κατά τη διεύθυνση του καναλιού. Παρατηρούμε από το διανυσματικό διάγραμμα του σχ. Β3-11 ότι το αγόρι πρέπει να τραβήξει με δύναμη 186 newton κάθετα προς το κανάλι και προς τη μεριά της F_2 .

30. 24 N

Σχήμα Β



31. Το μέτρο της ταχύτητας δεν μεταβάλλεται, αλλά η κατεύθυνση της ταχύτητας μεταβάλλεται και η μεταβολή της έχει την κατεύθυνση της δυνάμεως.

32. Η ακτίνα του κύκλου είναι 0,44 m. Ο πεσσοί μετακινήθηκε κατά $\frac{286}{360} \times 2\pi \times 0,44$ m σε $10 \times 0,42$ s, οπότε το μέτρο της ταχύτητας είναι $\frac{286 \times 2\pi \times 0,44}{360 \times 10 \times 0,42} = 0,52$ m/s. Η κατεύθυνση είναι κατευθείαν προς τα αριστερά.

33. $0,62 \text{ m/s}^2$ προς το κέντρο του κύκλου.

34. (α) Το νήμα κόπηκε μετά την 10η αναλαμπή, οπότε από τότε και μετά δεν επιδρούσε κεντρομόλος δύναμη επί του πεσσού.

(β) Το μέτρο της ταχύτητας είναι το ίδιο. Αφού δεν ασκείται δύναμη επί του πεσσού επί του επιπέδου της κινήσεως, δεν υπάρχει και επιτάχυνση για να μεταβάλλεται το μέτρο της ταχύτητας.

Απαντήσεις στα Προβλήματα ΣΤΕ

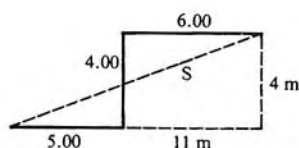
35. (α) Όχι. Κινείσθε προς διαφορετικές κατευθύνσεις αν απομακρύνεσθε κινούμενοι κατά μήκος διαφορετικών μεσημβρινών...

(β) Ναι. (Με μεγάλη προσέγγιση). Για απόσταση 10 m η καμπυλότητα της γης είναι τόσο μικρή, ώστε κάθε μετατόπιση είναι παράλληλη προς όλες τις άλλες.

36. (α) Η μέγιστη μετατόπιση επιτυγχάνεται με τη ράβδο μήκους 4,00 m στο κέντρο, όπως φαίνεται στο σχ. Β3 - 12 και με όλες τις ράβδους στο ίδιο επίπεδο. Η μετατόπιση ισούται με

$$S = \sqrt{11^2 + 4^2} \text{ m} = 11,7 \text{ m}.$$

(β) Τα διανύσματα έχουν μέτρο και κατεύθυνση και προστίθενται διανυσματικώς. Εδώ μεταβάλλονται οι κατευθύνσεις των ράβδων, οπότε έχουμε διαφορετικά διανύσματα από τη μία διάταξη στην άλλη. Δεν προκαλεί έκπληξη το ότι διαφορετικά διανύσματα έχουν διαφορετικά (διανυσματικά) αθροίσματα.



Σχήμα Β3-12

37. Αυτό το πρόβλημα οδηγεί στην ιδέα ότι αν $\vec{A} + \vec{B} = \vec{\Gamma}$, τότε $k\vec{A} + k\vec{B} = k\vec{\Gamma}$. Μπορεί να βοηθήσει επίσης τους μαθητές στο να κατανοήσουν πώς να σχεδιάζουν σχέδια υπό κλίμακα.

(α) 2 cm ανατολικά + 3 cm βορειοδυτικά = διάνυσμα μήκους 2,12 cm, με κατεύθυνση $3,3^\circ$ δυτικά του βορρά.

(β) 8 cm ανατολικά + 12 cm βορειοδυτικά = διάνυσμα μήκους 8,48 cm, με κατεύθυνση $3,3^\circ$ δυτικά του βορρά.

(γ) Σημειώστε ότι τα διανύσματα στο μέρος (β) – συμπεριλαμβανομένων και των συνισταμένων – είναι τέσσερις φορές τα διανύσματα του μέρους (α). Επομένως, γενικά, αν $\vec{A} + \vec{B} = \vec{\Gamma}$, τότε

$k\vec{A} + k\vec{B} = k\vec{\Gamma}$. Δηλαδή και τα δύο μέλη μιας διανυσματικής εξίσωσης είναι δυνατόν να πολλαπλασιασθούν επί την ίδια σταθερή βαθμωτή ποσότητα (ή επί τον ίδιο καθαρό, αδιάστατο, αριθμό). Μπορεί να ξεκινήσει μια γεωμετρική απόδειξη παρατηρώντας ότι το διανυσματικό άθροισμα $\vec{A} + \vec{B} = \vec{\Gamma}$, παριστάνεται από ένα τρίγωνο και ότι το διανυσματικό άθροισμα $k\vec{A} + k\vec{B} = k\vec{\Gamma}$ παριστάνεται επίσης με ένα τρίγωνο. Οι δύο από τις πλευρές του ενός τριγώνου είναι ανάλογες προς δύο από τις πλευρές του άλλου. Οι μεταξύ τους αντίστοιχες γωνίες είναι επίσης ίσες. Προκύπτει τότε ότι τα τρίγωνα είναι όμοια τρίγωνα και ότι το μήκος του $\vec{\Delta}$ είναι k φορές το μήκος του $\vec{\Gamma}$ και σχηματίζει τις ίδιες γωνίες με τα $k\vec{A}$ και $k\vec{B}$ όπως το $\vec{\Gamma}$ σχηματίζει με τα $\vec{A}$ και $\vec{B}$. Άρα $\vec{\Delta} = k\vec{\Gamma}$.

38. Από την ανάλυση του σχ. 3 - 12, που έγινε στο διδακτικό βιβλίο, περιμένουμε ότι η οριζόντια ταχύτητα της μπάλας θα είναι σταθερή και ίση με 1,5 m/s προς τα δεξιά και ότι η κίνηση προς τα κάτω θα ξεκινήσει από ηρεμία και θα έχει σταθερή επιτάχυνση 9,8 m/s² προς τα κάτω. Ας απαντήσουμε πρώτα στο μέρος (β).

(β) Η μετατόπιση κατά μήκος του άξονα y είναι $5 \times 0,15 = 0,75 \text{ m}$ προς τα κάτω.

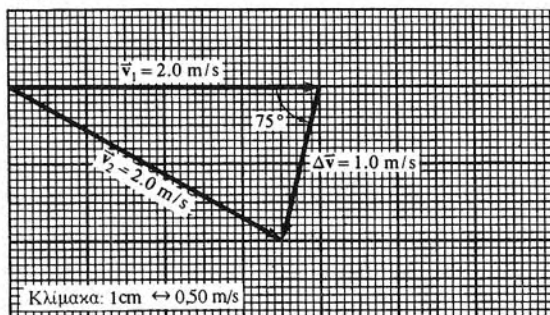
(α) Η κίνηση κατά μήκος του άξονα y μας δίνει για το διάστημα χρόνου:

$$0,75 \text{ m} = \frac{1}{2} \times 9,8 \text{ m/s}^2 \times t^2 \text{ και άρα } t = 0,39 \text{ s. Σε αυτό το χρόνο η μετατόπιση κατά τον άξονα } x \text{ είναι } 1,5 \text{ m/s} \times 0,39 \text{ s} = 0,59 \text{ m προς τα δεξιά.}$$

(γ) Η διανυσματική συνιστώσα της ταχύτητας κατά την οριζόντια διεύθυνση είναι 1,5 m/s προς τα δεξιά. Η διανυσματική συνιστώσα της ταχύτητας κατά την κατακόρυφη διεύθυνση είναι $9,8 \text{ m/s}^2 \times 0,39 \text{ s} = 3,8 \text{ m/s}$ προς τα κάτω. $\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y$ το μέτρο της είναι

$$\sqrt{1,5^2 + 3,8^2} = 4,1 \text{ m/s, και η κατεύθυνσή της είναι } \phi = \tan^{-1} = (3,8/1,5) = 68,5^\circ \text{ κάτω από την οριζόντιο.}$$

39. Βλέπε σχ. Β3 - 13



(α) Από το σχέδιο υπό κλίμακα προκύπτει ότι $\Delta \vec{v} = 1,0 \text{ m/s}$ με κατεύθυνση που σχηματίζει 75° με την $\vec{V}_1$.

$$(β) \alpha_{μέση} = \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} = \frac{1,03 \text{ m/s}^2}{3,0} = 0,35 \text{ m/s}^2 \text{ με } 75^\circ \text{ ως προς τη } \vec{V}_1.$$

40. (α) Σε 60 δευτερόλεπτα η μύτη του δευτερολεπτοδείκτη διαγράφει ένα μήκος ίσο με την περιφέρεια. Επομένως

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2\pi r}{\Delta t}$$

$$v = \frac{2\pi \times 2,0 \text{ cm}}{60 \text{ s}} = 0,21 \text{ cm/s}.$$

(β) Θεωρήσετε ότι το ρολόι κρατείται κατακόρυφα, η ταχύτητα τη χρονική στιγμή 0,0 s είναι διάνυσμα μέτρου 0,21 cm/s, οριζόντιο προς τα δεξιά· την χρονική στιγμή 15 s, είναι διάνυσμα μέτρου 0,21 cm/s κατακόρυφο προς τα κάτω.

(γ) Η μεταβολή της ταχύτητας είναι η διανυσματική διαφορά μεταξύ των ταχυτήτων στις ανωτέρω χρονικές στιγμές, 15 s και 0 s. Είναι διάνυσμα μέτρου $0,21 \text{ cm/s} \times \sqrt{2} = 0,30 \text{ cm/s}$ με κατεύθυνση 45° προς τα κάτω και προς τα αριστερά.

(δ) Η μέση επιτάχυνση ως διάνυσμα είναι $0,02 \text{ cm/s}^2$ με κατεύθυνση 45° προς τα κάτω και προς τα αριστερά.

41. (α) Το μέτρο της ταχύτητας της περιφέρειας του τροχού ως προς τον άξονα είναι 5 m/s.

$$\alpha_x = \frac{v^2}{R} = \frac{(5 \text{ m/s})^2}{0,30 \text{ m}} = 83 \text{ m/s}^2.$$

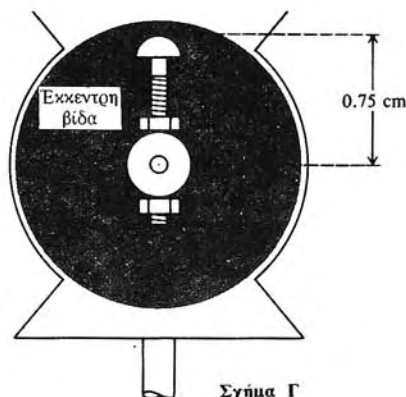
(β) Η επιτάχυνση της μπάλας στο σχ. 3 - 12 είναι g, ή $9,8 \text{ m/s}^2$. Η κεντρομό-

λος επιτάχυνση σημείου επάνω στην περιφέρεια είναι $83/9,8$ (περίπου 8,5) φορές μεγαλύτερη.

$$42. (α) \alpha_x = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4 \times (3,14)^2 \times 0,75}{(2,5 \times 10^{-2})^2} = 4,73 \times 10^4 \text{ cm/s}^2$$

(β) Διαιρώντας το μέτρο της ταχύτητας δια δύο σημαίνει διπλασιασμό της περιόδου, αυτό με τη σειρά του σημαίνει ότι η επιτάχυνση θα είναι το 1/4 της αρχικής ή $1,2 \times 10^4 \text{ cm/s}^2$.

$$43. \alpha_x = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4 \times (3,14)^2 \times 5,8 \times 10^{10}}{(7,6 \times 10^6)^2} = 4 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2$$



Σχήμα Γ

$$44. \alpha_x = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4 \times (3,14)^2 \times 1,7 \times 10^6}{(6,5 \times 10^3)^2} = 1,7 \text{ m/s}^2$$

45. Προφανώς δεν υπάρχει κίνηση του μπαλονιού ως προς τον αέρα και η σημαία δεν θα κυματίζει καθόλου.

46. (α) Η μετατόπιση του πρώτου αεροπλάνου είναι $320 \text{ km/h} \times 0,33 \text{ h} = 106 \text{ km}$ προς βορρά. Η μετατόπιση του δεύτερου αεροπλάνου είναι $260 \text{ km/h} \times 0,33 \text{ h} = 86 \text{ km}$ προς ανατολάς. Η οριζόντια μετατόπιση του δεύτερου αεροπλάνου ως προς το πρώτο είναι $\sqrt{106^2 + 86^2} \text{ km}$ με κατεύθυνση που

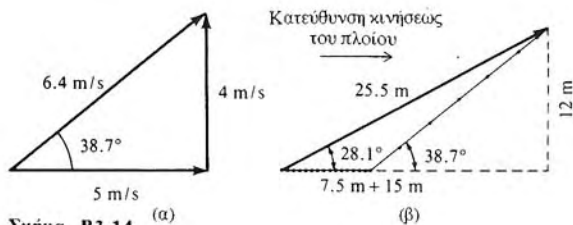
σχηματίζει γωνία $90^\circ + \tan^{-1} \frac{106}{86}$ κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού από το βορρά ή 137 km με γωνία 141° κατά την ανωτέρω φορά από το βορρά. Ομοίως, μετά από 50 λεπτά η οριζόντια μετατόπιση είναι 344 km προς την ίδια κατεύθυνση.

- (β) Η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας του αεροπλάνου που πετά προς τα ανατολικά ως προς το αεροπλάνο (σχετική ταχύτητα) που πετά προς βορρά είναι $\sqrt{302^2 + 260^2} = 411 \text{ km/h}$ με την ίδια γωνία, όπως στο (α).

(γ) Όχι.

47. (α) Για το πρώτο μέρος του περιπάτου, ο επιβάτης πηγαίνει προς το πίσω μέρος με ταχύτητα 4 m/s , ενώ το πλοίο κινείται προς τα εμπρός με $18 \text{ km/h} = 5 \text{ m/s}$. Ως προς το νερό ο επιβάτης κινείται προς την ίδια κατεύθυνση όπως το πλοίο με 1 m/s .

Στη συνέχεια περπατά με ταχύτητα 4 m/s , προς την πλευρά του πλοίου και ταυτόχρονα το πλοίο τον συμπαρασύρει προς τα εμπρός με 5 m/s . Κινείται επομένως ως προς τη θάλασσα με $\sqrt{4^2 + 5^2} = 6,4 \text{ m/s}$, και κατεύθυνση $38,7^\circ$ ως προς την κατεύθυνση κινήσεως του πλοίου. Βλέπε Σχ. B3 - 14 (α).



Σχήμα B3-14 (α)

(β)

- (β) Ο επιβάτης κινείται επί $7,5 \text{ s}$ κατά το πρώτο μέρος του περιπάτου του και επί 3 s κατά δεύτερο μέρος. Στο σχ. B3 - 14 (β) φαίνονται οι θέσεις του ως προς το νερό σε κάθε $0,5 \text{ s}$. Η ολική

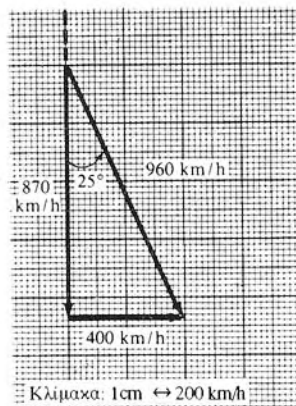
μετατόπισή του κατά $25,5 \text{ m}$, που σχηματίζει γωνία $28,1^\circ$ με την κατεύθυνση κινήσεως του πλοίου, μπορεί να μετρηθεί από το διάγραμμα. Με αναλυτική λύση βρίσκομε ότι η μετατόπιση $= \sqrt{(7,5 \text{ m} + 15 \text{ m})^2 + 12 \text{ m}^2} = 25,5 \text{ m}$ και η γωνία της με την κατεύθυνση του πλοίου $= \tan^{-1} [12 \text{ m} / (7,5 \text{ m} + 15 \text{ m})] = 28,1^\circ$.

48. Η ταχύτητα του αεροπλάνου ως προς το έδαφος πρέπει να είναι $320 \text{ km} \div \frac{2}{3} \text{ h} = 480 \text{ km/h}$. Σχεδιάστε ένα διανυσματικό διάγραμμα όπως αυτό που φαίνεται στο σχ. B3 - 15. Από το διάγραμμα:

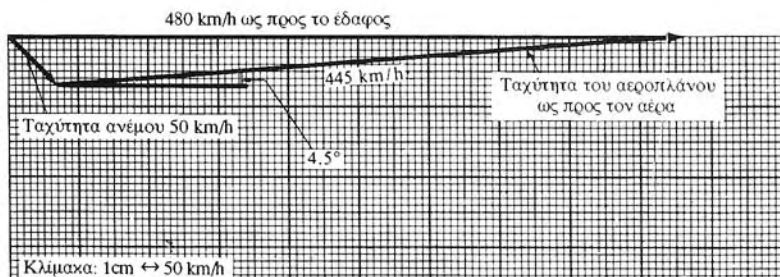
- (α) Θα βρείτε ότι η κατεύθυνση θα είναι $4,5^\circ$ βόρεια από την ανατολή.
(β) Η ταχύτητα του ανέμου θα είναι 445 km/h .

49. Σχεδιάστε το διανυσματικό διάγραμμα των ταχυτήτων (Βλέπε σχ. B3 - 16). Από το διάγραμμα:

- (α) Θα βρείτε ότι το αεροπλάνο κινείται 25° ανατολικά από το νότο.



Σχήμα B3-16



Σχήμα B3-15

- (β) Η ταχύτητα του αεροπλάνου ως προς το έδαφος είναι 960 km/h.
- (γ) Η απόσταση μετρούμενη επί του εδάφους που διανύει το αεροπλάνο σε 15 λεπτά είναι $960 \text{ km/h} \times 0,25 \text{ h} = 240 \text{ km}$.

50. Αυτό το πρόβλημα ασχολείται με την (ολική) δύναμη η οποία απαιτείται για να προσδώσει κεντρομόλο επιτάχυνση.

- (α) Όταν η μπάλα αιωρείται, η τάση (δύναμη) του νήματος δεν πρέπει να εξισορροπεί με το βάρος της μπάλας αλλά πρέπει να είναι μεγαλύτερη ώστε να υπάρχει η απαιτούμενη κεντρομόλος δύναμη. Το νήμα σπάει διότι βρίσκεται υπό τάση που είναι μεγαλύτερη από αυτή που είναι ίση με το βάρος της μπάλας.
- (β) Η τάση είναι μέγιστη, όταν η μπάλα βρίσκεται στο κατώτατο σημείο της αιωρήσεώς της, διότι σε αυτό το σημείο το βάρος της είναι ακριβώς κατά μήκος του νήματος και η ταχύτητά της v είναι μέγιστη (καθώς θα αρχί-

σει ξανά να ανέρχεται, θα μικραίνει η ταχύτητα υπό την επίδραση της βαρύτητας).

Η μέγιστη τιμή της τάσεως είναι

$$T = mg + mv^2/R = m(g + v^2/R).$$

Από τις τιμές που έχουμε για τα v και R , βρίσκουμε ότι

$$\frac{v^2}{R} = \frac{(7,0)^2}{5,0} = \frac{49}{5,0} = 9,8 \text{ m/s}^2 = g.$$

Άρα η τάση είναι

$$T = 2mg.$$

Επομένως, η τάση του νήματος για το αιωρούμενο εκκρεμές είναι διπλάσια από την τάση του νήματος όταν το εκκρεμές είναι ακίνητο. Το νήμα για το αιωρούμενο εκκρεμές πρέπει να έχει διπλάσια αντοχή. Για να έχει διπλάσια αντοχή, το νήμα πρέπει να έχει διπλάσιο εμβαδόν διατομής.

Επομένως η διάμετρος πρέπει να είναι πολλαπλάσια κατά ένα παράγοντα $\sqrt{2}$, δηλαδή να είναι 2,8 mm.

Κίνηση υπό την επίδραση μερικών συνηθισμένων δυνάμεων

Επισκόπηση και Στόχοι

Για να θεωρηθεί ο νόμος του Νεύτωνα με τη σωστή προοπτική χρειάζεται να εφαρμοσθεί σε κινήσεις μεγάλης ποικιλίας αντικειμένων υπό την επίδραση διαφορετικών δυνάμεων. Η κίνηση υπό την επίδραση μόνο σταθερής βαρυτικής δυνάμεως είναι μόνο μία κακή προσέγγιση για τις περισσότερες πραγματικές κινήσεις στην επιφάνεια της γης, και γι' αυτό της δίνεται πολύ λίγη προσοχή. Εξετάζουμε το θέμα των συστημάτων αναφοράς για να αναφερθούμε σε πλασματικές δυνάμεις ή δυνάμεις αδράνειας και ειδικά την πολύ παρανοημένη φυγόκεντρο δύναμη.

Χρονοθέτηση των Πειραμάτων

Πείραμα 7* Δυνάμεις πάνω σε Κινούμενη Μπάλα. Αυτό είναι καλύτερα να εκτελεσθεί μετά την παράγραφο 4 - 4.

Πείραμα 8* Τριβή Μεταξύ Στερεών. Αυτό μπορεί να εκτελεσθεί μετά την παράγραφο 4 - 2.

Κινηματογραφικές Ταινίες

Περιοδική Κίνηση, τόν Donald Ivey και του Patterson Hume από το Πανεπιστήμιο του Τορόντο (Καναδάς). Χρησιμοποιείται ένα αντικείμενο το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, για να σχεδιασθεί ένα γράφημα μετατοπίσεως ως προς το χρόνο. Η ανάλυση αυτού του γραφήματος δείχνει ότι $\vec{a} \propto -\vec{x}$ σύμφωνα με το νόμο του Νεύτωνα προκύπτει ότι $\vec{F} = k\vec{x}$. Αυτό επιβεβαιώνεται με πείραμα. Παρατηρείται και αναλύεται η συσχέτιση μεταξύ απλής αρμονικής ταλαντώσεως και της κατακόρυφης συνιστώσας (προβολής) ομαλής κυκλικής κινήσεως, που οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η περίοδος της απλής αρμονικής ταλαντώσεως δίνεται από τη σχέση $T =$

$2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, όπου η κίνηση είναι αποτέλεσμα δυνάμεως, της οποίας η σταθερά δυνάμεως (κατευθύνουσα δύναμη) είναι k . Ελέγχεται λοιπόν αυτή η συσχέτιση και επιβεβαιώνεται πειραματικά. Αυτή η ταινία χρησιμοποιείται με την παράγραφο 4 - 5. Διάρκεια 30 λεπτά.

Η ταινία με τίτλο, *Συστήματα Αναφοράς*, του Donald Ivey και Patterson Hume από το Πανεπιστήμιο του Τορόντο (Καναδάς), επιδεικνύει πως διαφορετικά συστήματα αναφοράς οδηγούν σε διαφορετικές περιγραφές της κινήσεως. Παρατηρείται η κίνηση μπάλας, η οποία πέφτει από ένα κινούμενο όχημα, ενώ αυτό κινείται με στα-

θερή ταχύτητα και μετά με σταθερή επιτάχυνση, από σύστημα αναφοράς το οποίο κινείται μαζί με το όχημα και από ακίνητο σύστημα. Αυτές οι παρατηρήσεις χρησιμοποιούνται για να γίνει διάκριση μεταξύ αδρανειακών και μη αδρανειακών συστημάτων αναφοράς και για να φανεί πώς προκύπτουν οι πλασματικές δυνάμεις σε μη αδρανειακά συστήματα. Πειράματα με χρήση πεσσού ξηρού πάγου, πάνω σε περιστρεφόμενη τράπεζα, δείχνουν τον “πλασματικό” χαρακτήρα της φυγόκεντρης δυνάμεως σε ένα περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς. Η ταινία τελειώνει με μια συνοπτική μελέτη της ενδείξεως η οποία παρέχεται από το εκκρεμές Foucault για την περιστροφή της γης ως προς Νευτώνειο σύστημα αναφοράς. Αυτό το φιλμ μπορεί να χρησιμοποιηθεί επωφελώς με τις παραγράφους 4 - 7, 4 - 8 και 4 - 9. Διάρκεια: 26 λεπτά.

Υποδείξεις για τη Διδασκαλία

Παράγραφοι 4 - 1 και 4 - 2

Δυστυχώς το kilogram (kg) συχνά στις καθημερινές εμπορικές χρήσεις θεωρείται ως μονάδα βάρους. Αυτό είναι άσχημο και δημιουργεί μεγάλη σύγχυση. Βάζετε τους μαθητές σας να εκφράζουν το βάρος σε newton και μόνο τις μάζες σε kilogram.

Μπορείτε να κάνετε μία απλή επίδειξη για να πείσετε τους μαθητές σας ότι λόγω της αντιστάσεως του αέρα και όχι επειδή έχει μικρότερη μάζα ένα φύλλο χαρτιού πέφτει πιο αργά από ότι ένα βιβλίο.

Κρατήστε ένα βιβλίο και ένα φύλλο χαρτιού (λίγο μικρότερο από την επιφάνεια της όψεως του βιβλίου) οριζόντια και αφήστε τα ταυτόχρονα. Το βιβλίο φθάνει στο έδαφος πολύ πιο πριν από το χαρτί. Τώρα τοποθετήστε το φύλλο του χαρτιού επάνω από το βιβλίο και κρατήστε το βιβλίο οριζόντιο. Αυτή τη φορά όταν αφαιρεθεί το βιβλίο, βιβλίο και χαρτί πέφτουν μαζί. Τοποθετώντας το χαρτί επάνω στο βιβλίο εξαλείφεται η αντίσταση του αέρα.

Παράγραφος 4 - 3

Επειδή αναμένονται ερωτήσεις από μαθητές που διψούν για πληροφορίες, δίνουμε κάποιες σχετικές πληροφορίες.

- (α) Πώς προσδιορίζονται οι σταθερές c_1 και c_2 ; Αντί να χρησιμοποιείται σφαίρα, η οποία να κινείται σε ακίνητο αέρα, μπορεί κανείς να έχει τη σφαίρα ακίνητη σε ρεύμα αέρα και να μετρά τη δύναμη τριβής, π.χ. με ένα βαθμονομημένο ελατήριο (ένα κανταράκι). Έστω ότι η ακτίνα της σφαίρας είναι R , η πυκνότητα και ο συντελεστής εσωτερικής τριβής (ιξώδες) του αέρα είναι ρ και η αντίστοιχα και η σχετική ταχύτητα είναι v . Τα πειράματα δείχνουν ότι το μέτρο της αντιστάσεως του αέρα μπορεί να περιγραφεί από τη σχέση

$$F_a = 6\pi\eta Rv + \frac{\pi}{4}\rho R^2v^2$$

Σημειώστε ότι ο γραμμικός όρος ως προς v εξαρτάται από το συντελεστή εσωτερικής τριβής του αέρα, αλλά δεν εξαρτάται από την πυκνότητά του. Ο τετραγωνικός όρος ως προς v ε-

ξαρτάται από την πυκνότητα αλλά όχι από το ιξώδες.
Η έκφραση για τη δύναμη μπορεί να γραφεί ως

$$F_a = 6\pi\eta Rv \left(1 + \frac{\rho Rv}{24\eta} \right)$$

Ο δεύτερος όρος στην παρένθεση είναι ένας αδιάστατος αριθμός γνωστός ως αριθμός του Reynold. Όταν αυτός ο αριθμός είναι πολύ μικρός ως προς τη μονάδα, μπορεί να παραληφθεί και η αντίσταση είναι απλώς $6\pi\eta Rv$. Υπό αυτές τις συνθήκες, η ροή του αέρα περί το αντικείμενο – ή η κίνηση του αντικειμένου διά μέσου του αέρα – είναι στρωτή. Αν ο αριθμός του Reynold είναι πολύ μεγαλύτερος από το 1, η μονάδα μπορεί να παραληφθεί και η δύναμη αντιστάσεως δίνεται απλώς από την παράσταση $\frac{\pi}{4} \rho R^2 v^2$. Όταν συμβαίνει

αυτό, η ροή του ρευστού στο πίσω μέρος του κινούμενου αντικειμένου γίνεται τυρβώδης και η εξάρτηση της F από το v^2 είναι μόνο προσεγγιστική. Το ιξώδες και η πυκνότητα του αέρα μεταβάλλονται με τη θερμοκρασία, αλλά για συνήθεις θερμοκρασίες έχουν τιμές γύρω από $1,8 \times 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{s/m}^2$ και $1,25 \text{ kg/m}^3$ αντίστοιχα. Με αυτές τις τιμές μπορεί κανείς να υπολογίσει λογικές τιμές για τις σταθερές.

(β) Πόσος χρόνος χρειάστηκε σε μια μπάλα του πινγκ-πονγκ για να αποκτήσει οριακή (οριική) ταχύτητα, ξεκινώντας από ηρεμία; Για την ακρίβεια, φθάνει στην οριακή (οριική) ταχύτητα μόνο ασυμπτωτικά (ως προς το χρόνο). Όμως, η ταχύτητα της μπάλας είναι πολύ κοντά στην οριακή ταχύτητα μετά από μάλλον μικρό χρονικό διάστημα περίπου 2,5 s. Μαθητές που τους αρέσει να χρησιμοποιούν ηλεκτρονικούς υπολογιστές μπορούν να υπολογίσουν την ταχύτητα της μπάλας ως συνάρτηση του χρόνου με την ακόλουθη επαναληπτική διαδικασία:

$$v_{i+1} = v_i + \left(g - \frac{c_2}{m} v_i^2 \right) \Delta t$$

Οι τιμές των σταθερών περιέχονται στο διδακτικό βιβλίο. Η αρχική συνθήκη είναι $v_0 = 0$. Μια λογική τιμή για το Δt μπορεί να ληφθεί 0,1s.

Παράγραφος 4 - 4

Ο κύριος σκοπός αυτής της παραγράφου είναι να δείξει την ανεξαρτησία της κινήσεως κατά μήκος δύο καθέτων αξόνων, ενισχύοντας έτσι πλείον την κατανόηση του διανυσματικού χαρακτήρα του νόμου του Νεύτωνα. Επομένως επικεντρώστε τη συζήτηση γύρω από το σχ. 4 - 5 και όχι γύρω από τους τύπους.

Παράγραφος 4 - 5

Υπάρχει μια απλή επίδειξη για να βοηθηθούν οι μαθητές να δουν την απλή αρμονική ταλάντωση ως κίνηση της προβολής ενός σημείου επί μιας διαμέτρου, το οποίο κινείται με ταχύτητα σταθερού μέτρου σε κυκλική τροχιά. Πάρτε ένα περιστροφέα (χειροκίνητο ή ηλεκτροκίνητο) επί του οποίου μπορείτε να στερεώσετε ένα δίσκο

σε κατακόρυφο επίπεδο ή ένα ηλεκτρόφωνο με συχνότητα περιστροφής $33\frac{1}{2}$ κύκλους ανά λεπτό (rpm) και κολλήσετε επάνω του ή στερεώσετε με αυτοκόλλητη ταινία μια μπάλα του πινγκ-πονγκ επάνω στο δίσκο σε τέτοια ακτίνα, ώστε να μπορέσετε να ταιριάζετε το πλάτος ταλαντώσεως ενός αντικειμένου, το οποίο κρέμεται από ελατήριο. Με κατάλληλη επιλογή ελατηρίου, κρεμασμένου αντικειμένου και συχνότητας περιστροφής του δίσκου μπορείτε να ταιριάζετε την κίνηση πάνω - κάτω του κρεμασμένου αντικειμένου με την κατακόρυφη προβολή της κινήσεως του αντικειμένου που είναι στερεωμένο επάνω στον περιστρεφόμενο δίσκο. Οι μαθητές θα μπορέσουν να δουν ότι οι δύο κινήσεις συμπίπτουν συνεχώς.

Η απλή αρμονική ταλάντωση θα ξανασυζητηθεί στις παραγράφους 8 - 1 και 9 - 6 από διαφορετικές σκοπιές.

Το φιλμ *“Περιοδική Κίνηση”* αποτελεί μια εξαιρετική έκθεση της απλής αρμονικής ταλαντώσεως. Αν το προβάλλετε πριν να διδάξετε αυτή την παράγραφο θα κερδίσετε χρόνο και θα διευκολυνθεί η μελέτη. Αν το δείξετε μετά τη διδασκαλία θα αποτελέσει μια καλή περίληψη.

Παράγραφος 4 - 6

Για να δειχθεί ότι ένα εκκρεμές συμπεριφέρεται πραγματικά, όπως προβλέπει η θεωρία, απαιτείται να είναι σταθερά στερεωμένο. Αυτό δεν είναι εύκολο και συστήνομε να βάλετε μόνο μαθητές που έχουν μεγάλο ενδιαφέρον να προσπαθήσουν να στήσουν κάτι τέτοιο.

Οι συλλογισμοί που οδηγούν στην προσέγγιση που φαίνεται στο σχ. 4 - 14 μέχρι 4 - 16 θα είναι καινούργιοι για τους μαθητές σας. Παρόμοιες προσεγγίσεις είναι πολύ κοινές στην Φυσική. Αξίζει τον κόπο να προχωρήσετε προσεκτικά, βήμα προς βήμα, στην απόδειξη.

Παράγραφοι 4 - 7, 4 - 8 και 4 - 9

Αυτές οι παράγραφοι μπορεί να δοθούν για μελέτη στο σπίτι πριν να δείξετε το φιλμ *“Συστήματα Αναφοράς”*. Το φιλμ δείχνει πράγματα τα οποία δεν μπορείτε να δείξετε με πείραμα στην τάξη. Η χρήση ενός ή περισσότερων από τα προβλήματα ΣΤΕ 33, 34 και 35 θα εξασκήσουν τους μαθητές στο να δουν την ίδια κίνηση από δύο διαφορετικά συστήματα αναφοράς.

Παράγραφος 4 - 10

Αυτή η παράγραφος, όπως και οι τρεις προηγούμενες, μπορεί να δοθεί για μελέτη στο σπίτι. Η συζήτηση των προβλημάτων ΣΤΕ 36 και 37 θα βοηθήσει στην κατανόηση των διαφορών σημείων.

Πείραμα 7. Δυνάμεις επί Κινούμενης Μπάλας

Υλικά

Ημιδιαφανές χαρτί γραφημάτων ή ριζόχαρτο (ημιδιαφανές χαρτί σχεδίων).

Χάρακας

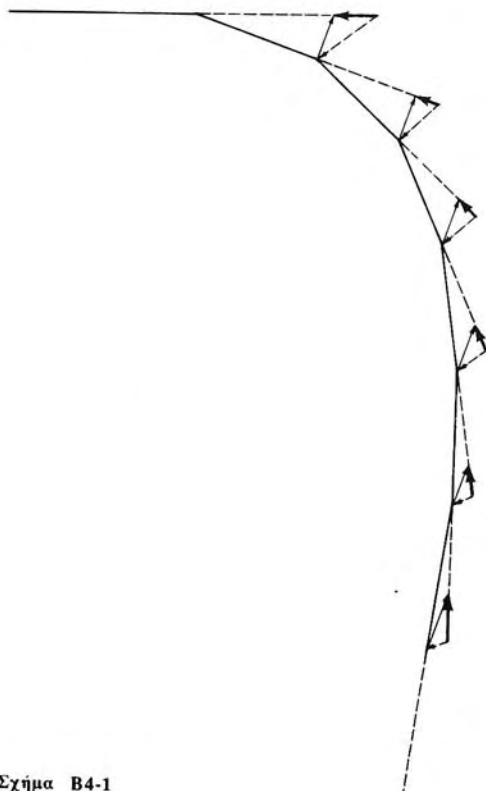
Τρίγωνο

Κάρτες αρχειοθετήσεως

Δώστε στους μαθητές κατάλληλο ημιδιαφανές χαρτί με το οποίο να σκεπάσουν τη φωτογραφία και να μεταφέρουν σε αυτό το χαρτί τις θέσεις της μπάλας με χρήση μυτερού μολυβιού καθώς και τη θέση της μιας ακμής του μετρικού κανόνα. Αφού οι μαθητές θα πρέπει να χαράσσουν ευθείες παράλληλες προς την ακμή του μετρικού κανόνα, θα πρέπει να διαθέτετε χάρακες και τρίγωνα ή κάρτες αρχειοθετήσεως. Αν δεν υπάρχουν, μπορείτε να βάλετε τους μαθητές να σημειώσουν τις θέσεις της μπάλας σε λεπτό χαρτί γραφημάτων τοποθετημένο έτσι, ώστε η μία πλευρά των τετραγωνιδίων να είναι παράλληλη με την πλευρά του μετρικού κανόνα. Στο σχ. B4 - 1 δίνεται μια γραφική ανάλυση.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 7

- Η ποιοτική εξέταση της φωτογραφίας δείχνει ότι η οριζόντια ταχύτητα ελαττώνεται από αριστερά προς τα δεξιά.
- Από αυτό συμπεραίνει κανείς ότι, εκτός από τη δύναμη βαρύτητας, υπάρχει και μια δύναμη η οποία έχει οριζόντια συνιστώσα.
- Οι μεταβολές ταχύτητας, που βρίσκονται αφαιρώντας διανύσματα ταχυτήτων στο διάγραμμα, ποικίλλουν από διάστημα σε διάστημα και ως προς την κατεύθυνση και ως προς το μέτρο.
- Η ολική δύναμη μεταβάλλεται κατά μέτρο και κατεύθυνση κατά τη διάρκεια της κινήσεως.
- Τα μέτρα των μεταβολών ταχύτητας $\Delta \vec{v}$ συνεχώς ελαττώνονται.



Σχήμα B4-1

- Οι κατευθύνσεις των μεταβολών ταχύτητας $\Delta \vec{v}_r$ γίνονται όλο και πιο αντίθετες ως προς την κατεύθυνση κινήσεως της μπάλας.
- Η δύναμη που προκαλεί την $\Delta \vec{v}_r$ έχει και κατακόρυφη και οριζόντια συνιστώσες και είναι αντίθετη προς την κατεύθυνση κινήσεως της μπάλας. Όσο μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα της μπάλας, τόσο μεγαλύτερη είναι η αντιτιθέμενη δύναμη. Η αντίσταση του αέρα ήταν υπεύθυνη για τη δύναμη.
- Η μπάλα πρέπει να είχε μικρή πυκνότητα για να δείχνει τέτοια αποτελέσματα αντιστάσεως αέρα σε τόσο μικρές ταχύτητες.

Η μπάλα της φωτογραφίας του *Οδηγού Πειραμάτων* πετάχθηκε χωρίς να της δοθεί περιστροφή περί τον άξονά της. Αν η μπάλα έχει και περιστροφή, η επιτάχυνση της ολικής δυνάμεως δεν είναι πλέον αντίθετη προς την κατεύθυνση της (μεταφορικής) κινήσεως.

Το σχήμα B4 - 2 δείχνει μια φωτογραφία της κινήσεως μιας μπάλας που περιστρέφεται αντίθετα προς τους δείκτες του ρολογιού περί άξονα κάθετο προς τη σελίδα και το σχ. B4 - 3 είναι φωτογραφία μπάλας με περιστροφή κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού. Απαιτητικοί μαθητές μπορεί να θελήσουν να αναλύσουν τις κινήσεις αυτές, ειδικά αν έχουν προγραμματιζόμενους ηλεκτρονικούς υπολογιστές. Σε αυτή την περίπτωση ας αναλύσουν μεμονωμένα διαστήματα αντί για κάθε μία ομάδα τριών διαστημάτων.

Πείραμα 8. Τριβή Μεταξύ Στερεών

Υλικά

Στατίφ (Στάτης) με τρεις ορθογώνιους σφικτήρες και τρεις ράβδους μικρού μήκους.

Χρονόμετρο με δίσκους καρμπόν.

2-3 C - σφικτήρες

Συνδετήρες χαρτιού ή αυτοκόλλητη ταινία.

7-8 Μεταλλικές ροδέλες (κάθε μία μάζας περίπου 6 g)

Χαρτόνι ή ύφασμα για να προστατεύσετε το πάτωμα.

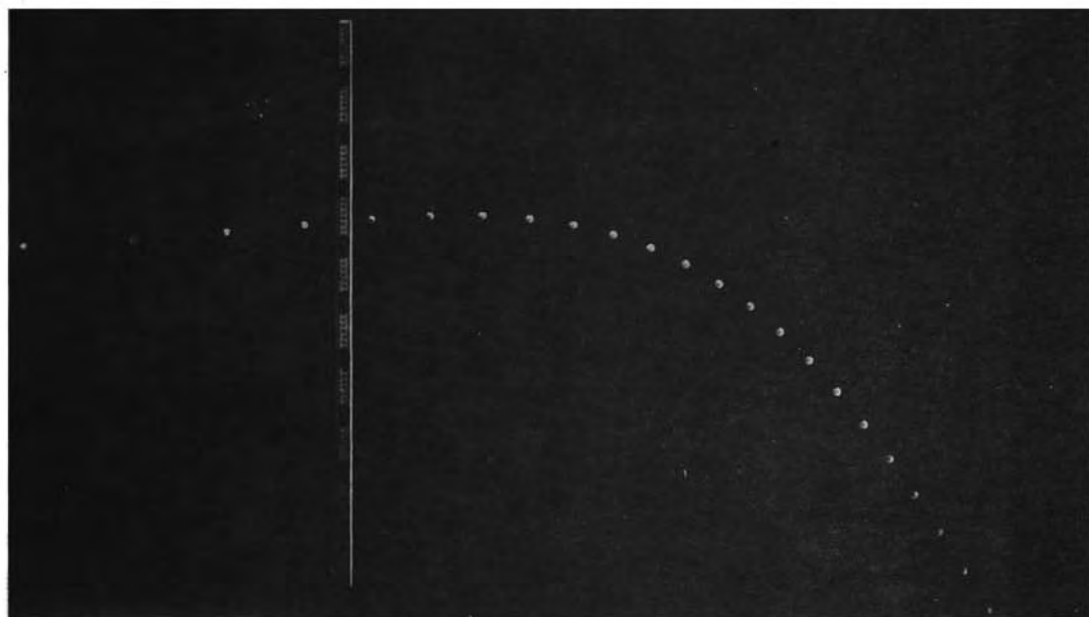
Χαρτί γραφημάτων.

Πύλη τριβής (όπως φαίνεται στον *Εργαστηριακό Οδηγό*).

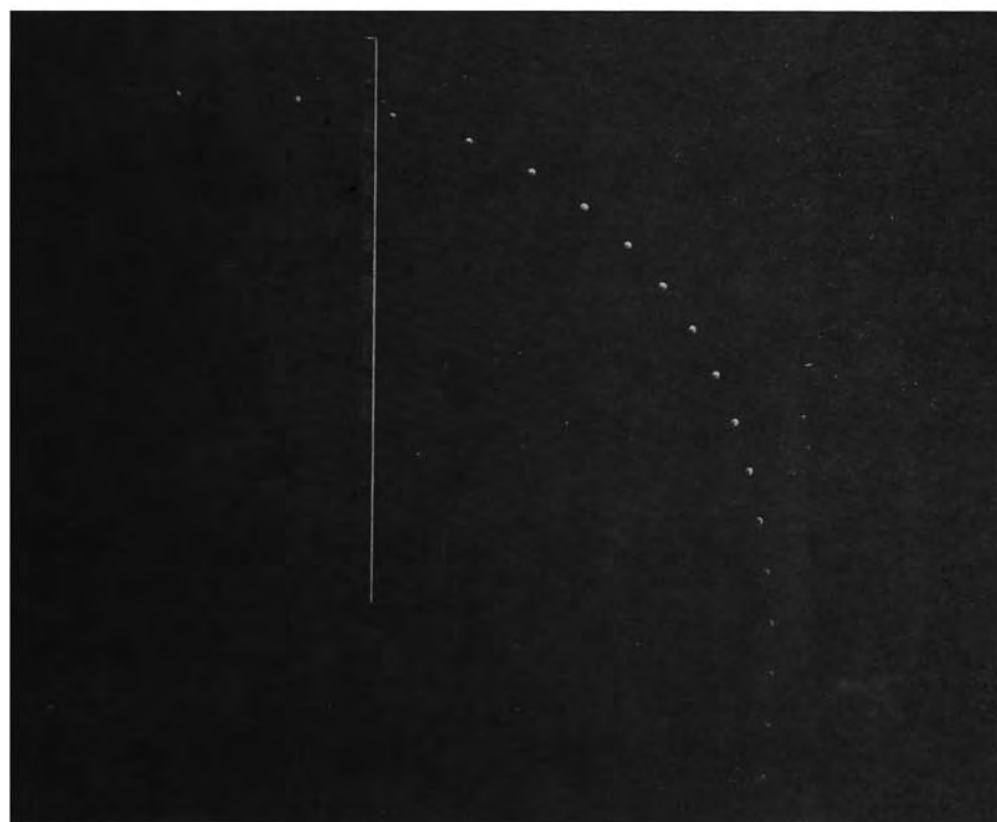
Αυτό το πείραμα, πετυχαίνει καλύτερα όταν η ταινία πέφτει κατευθείαν διά μέσου του χρονόμετρου. Βάλτε τους μαθητές να ελέγξουν την τοποθέτηση της ταινίας στο σημείο εξαρτήσεως, παρατηρώντας προς την ταινία κατευθείαν από απόσταση, και κατόπιν πλευρικά, ώστε να εξασφαλισθεί ότι η ταινία είναι κατακόρυφη.

Είναι επίσης σημαντικό να εξασφαλισθεί ότι οι μόνες δυνάμεις που δρουν επί της ταινίας είναι αυτές της βαρύτητας και της τριβής του χρονόμετρου. Επιστήστε την προσοχή των μαθητών σας, ώστε να μην δώσουν ώθηση στην ταινία καθώς κόβουν κομμάτια της ταινίας· κατά το κόψιμο δεν πρέπει να σπρωχθεί η ταινία προς οιαδήποτε κατεύθυνση.

Με ένα αντικείμενο πολύ βαρύ, η επίδραση της τριβής θα είναι πολύ μικρή, ώστε να είναι δυνατόν να παρατηρηθεί σε αυτό 1



Σχήμα Β4-2



Σχήμα Β4-3

πείραμα. Με πολύ ελαφρύ αντικείμενο, η ταινία μπορεί να "παίζει" (τρέμει) πάνω από το χρονόμετρο και να κάνει την κίνηση ακανόνιστη. Είναι καλύτερο να χρησιμοποιηθεί το ελαφρότερο αντικείμενο

το οποίο να μπορεί να τραβά την ταινία στρωτά διά μέσου του χρονομέτρου. Για να αρχίσετε, δοκιμάστε 7 μεταλλικές ροδέλες από το πείραμα της κεντρομόλου Δυνάμεως (Πείραμα 6) και ρυθμίστε τον αριθμό των ροδελών όπως είναι αναγκαίο.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 8

- Αν η ταινία μπορούσε να κινηθεί διά μέσου του χρονομέτρου χωρίς τριβή, θα περιμένατε επιτάχυνση $9,8 \text{ m/s}^2$.
- Μια σταθερή δύναμη τριβής, θα οδηγούσε σε μια σταθερή συνολική δύναμη μικρότερη από το βάρος του πέπτοντος αντικείμενου και άρα η επιτάχυνση θα ήταν σταθερή και μικρότερη από $9,8 \text{ m/s}^2$.
- Μια δύναμη τριβής η οποία αυξάνεται με την ταχύτητα θα οδηγούσε σε ολική δύναμη που θα δρούσε στο πέπτον αντικείμενο· η δύναμη αυτή ελαττώνεται με το χρόνο και επομένως η επιτάχυνση θα ελαττώνεται με το χρόνο.
- Η επιτάχυνση είναι σταθερή.
- Η δύναμη τριβής δεν μεταβάλλεται με την ταχύτητα.
- Η δύναμη τριβής, καθώς η ταινία πέφτει διά μέσου του χρονομέτρου χωρίς να πιέζεται από το χαρτόνι, οφείλεται στο χρονόμετρο και όχι στον αέρα.

Κατάταξη των Προβλημάτων Παραγράφων και ΣΤΕ

Παράγραφος	Εύκολα	Μέτρια	Δύσκολα
4 - 1	1,2		
4 - 2	4	3,5	
4 - 3	6,8	7	
4 - 4	9,11	10,12	
4 - 5	13, 14	15	
4 - 6	16	17	
4 - 7	18, 19		
4 - 8		20, 21	
4 - 9	22, 23		
4 - 10			
ΣΤΕ	24, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 36, 37	25, 33, 34, 35	

Απαντήσεις στα Προβλήματα

(Περιεχόμενο προβλημάτων όπως στο βιβλίο διδασκαλίας)

1. $m = 5,00 \text{ kg}$

2. (α) Βάρος στη σελήνη: $1,1 \times 10^2 \text{ newton}$

Βάρος στη γη: $6,9 \times 10^2 \text{ newton}$

(β) Μάζα στη γη: 70 kg

Μάζα στη σελήνη: 70 kg

3. Το πρώτο βήμα είναι να διαβάσει κανείς τη θέση της μπάλας ως προς το χρόνο. Κατόπιν να παραστήσει γραφικά την απόσταση d ως συνάρτηση του t^2 . Αν η συσχέτιση είναι σωστή το αποτέλεσμα θα είναι ευθεία γραμμή με κλίση $\frac{1}{2}g$.

Δεν πρέπει να απαιτήσετε από τους μαθητές να κάνουν αυτό το πράγμα, διότι η πραγματική διαδικασία είναι δύσκολη. Η κύρια δυσκολία σε αυτή τη διαδικασία είναι στο πρώτο βήμα, διότι στην αρχή οι εικόνες επικαλύπτονται τόσο πολύ, που δεν είναι εύκολο να προσδιορισθεί το μηδέν της κλίμακας του χρόνου. Υποθέσετε ότι έγινε σφάλμα t_0 στον προσδιορισμό της αρχής της κλίμακας του χρόνου (δηλ. η χρονική στιγμή κατά την οποία ξεκίνησε από ηρεμία η κίνηση)· τότε, $d = \frac{1}{2}g(t - t_0)^2$, η οποία σχέση αν παρασταθεί γραφικά ως προς t^2 δεν είναι ευθεία γραμμή.

4. Έστω F_a η κατακόρυφη συνιστώσα της αντιστάσεως του αέρα (είναι σε αυτή την περίπτωση η μόνη μη μηδενική συνιστώσα, προβολή). Επιλέξτε την προς τα κάτω φορά ως θετική.

$$\begin{aligned} a &= \frac{F_a}{m} + g = -\frac{0,50}{0,20} + 9,80 = \\ &= -2,5 + 9,8 = 7,3 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

5. (α) $v = v_0 + at$
 $= 15 + (-9,8)(1,2)$
 $= 3,2 \text{ m/s}$

(β) $y = v_0 \Delta t + \frac{1}{2}a(\Delta t)^2$
 $= 15 \times 1,2 + \frac{1}{2}(-9,8)(1,2)^2$
 $= 10,9 \text{ m}$

(γ) $v = v_0 + at$
 $= 15 + (-9,8)(2,3)$
 $= -7,5 \text{ m/s}$

$$\begin{aligned} (\delta) \quad y &= v_0 \Delta t + \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 \\ &= 15 \times 2,3 + \frac{1}{2}(-9,8)(2,3)^2 \\ &= 8,6 \text{ m} \end{aligned}$$

(ε) $-9,8 \text{ m/s}^2$

6. Η αντίσταση του αέρα πάνω στη μπάλα θα είναι μεγαλύτερη από τη δύναμη της βαρύτητας πάνω σ' αυτή· η μπάλα θα επιβραδύνεται και η ταχύτητά της θα πλησιάζει την οριζική.

7. (α) $3,5 \times 10^{-4} v^2 = 6,4 \times 10^{-6} v$

$$v = \frac{6,4 \times 10^{-6}}{3,5 \times 10^{-4}} = 1,8 \times 10^{-2} \text{ m/s}$$

(β) $7,0 \times 10^{-13} v^2 = 2,9 \times 10^{-10} v$

$$v = \frac{2,9 \times 10^{-10}}{7,0 \times 10^{-13}} = 4,1 \times 10^2 \text{ m/s}$$

- (γ) Μπάλα πινγκ-πονγκ: Το σημείο μόλις που μπορεί να παρασταθεί.

Πλαστική σφαίρα: Το σημείο πέφτει πολύ έξω από το γράφημα και δεν μπορεί να μπει στο γράφημα.

8. Σε αυτή την περίπτωση, ο όρος $c_1 v$ μπορεί να παραλειφθεί.

Τότε $9,4 \times 10^{-5} v^2 = 4,0 \times 10^{-3} \times 9,8$ και

$$v = 20,4 \text{ m/s}$$

Μαθητές που αμφιβάλουν ότι ο όρος $c_1 v$ μπορεί να παραλειφθεί μπορούν να λύσουν το πρόβλημα συμπεριλαμβάνοντας το $c_1 v$.

$$\begin{aligned} 9,4 \times 10^{-5} v^2 + 3,4 \times 10^{-6} v &= 4,0 \times 10^{-3} \times 9,8 \\ v^2 + 3,62 \times 10^{-2} v - 4,17 \times 10^2 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v &= \frac{-3,62 \times 10^{-2}}{2} \\ &\pm \frac{\sqrt{(3,62 \times 10^{-2})^2 + 4 \times 4,17 \times 10^2}}{2} \\ &= \frac{-3,62 \times 10^{-2} \pm \sqrt{16,68 \times 10^2}}{2} \\ &= \frac{-3,62 \times 10^{-2} \pm 40,8}{2} \\ &= 20,4 \text{ m/s} \end{aligned}$$

9. Η οριζόντια συνιστώσα της μετατοπίσεως είναι σταθερή για σταθερά διαστήματα

χρόνου· η κατακόρυφη συνιστώσα δεν είναι σταθερή.

10. Με τη βοήθεια μετρικού κανόνα και κά-
νοντας διαιρέσεις, μπορείτε να επιβεβαιώ-
σετε ότι η απόσταση κατά την οποία πέ-
φτει η αριστερή μπάλα μεταξύ διαδοχι-
κών αναλαμπών είναι κατά 0,1 cm (όπως
μετράται επί της φωτογραφίας) μεγαλύτε-
ρη από ότι στο προηγούμενο χρονικό διά-
στημα. Αυτό σημαίνει ότι η ταχύτητα επί-
σης αυξάνεται κατά το ίδιο ποσό σε ίσα
χρονικά διαστήματα και επομένως η επι-
τάχυνση της μπάλας είναι σταθερή. Αυτό
ισχύει μόνο αν η δύναμη η οποία ασκείται
επί της μπάλας είναι σταθερή. Η δεξιά
μπάλα κινείται το ίδιο όπως η αριστερή
κατά την κατακόρυφη διεύθυνση, οπότε
ισχύει το ίδιο όπως και για τη δεξιά.

11. Ναι.

12.

$$y = \frac{-gx^2}{2v_0^2} \quad v_0 = \sqrt{\frac{-g}{2} \cdot \frac{x^2}{y}}$$

$$v_0^2 = \frac{-gx^2}{2y} = \sqrt{\frac{-9.8}{2} \cdot \frac{(1.0)^2}{-0.5}} = 3.1 \text{ m/s}$$

13. $\vec{F} = -k\vec{x}$ για κάποια θετική σταθερά k .

14. Στα σημεία όπου ο κύκλος τέμνεται με
τον άξονα των x .

15. $m = 0,2 \text{ kg}$

16. $l = 0,25 \text{ m}$

17. (α) Η περίοδος T θα πολλαπλασιασθεί ε-
πί $\sqrt{2}$.

(β) Δεν θα επηρεασθεί το T .

(γ) Δεν θα υπάρξει εύκολα ανιχνεύομε-
νο αποτέλεσμα στο T .

18. Αυτό το πρόβλημα ζητά από το μαθητή να
περιγράψει την κίνηση αντικειμένου όπως
παρατηρείται από δύο διαφορετικά συ-
στήματα αναφοράς. Η επίδραση του αέρα
επί της μπάλας αγνοείται σε αυτή τη λύση.

(α) Η μπάλα, όταν παρατηρείται από το
όχημα, φαίνεται να κινείται ευθύ-
γραμμη προς τα πάνω και ευθύγραμ-
μη προς τα κάτω.

(β) Ένας παρατηρητής στο έδαφος θα
δει μια σταθερή οριζόντια ταχύτητα
υπεριθήμενη στην προς τα πάνω και
στη συνέχεια προς τα κάτω ταχύτητα
της μπάλας. Αυτό είναι το ίδιο όπως

στην περίπτωση της κίνησης του
βλήματος η οποία μελετήθηκε στην
παράγραφο 4 - 4 και η τροχιά είναι
παραβολή (και με τα δύο σκέλη της).

19. Αυτό είναι πρόβλημα, στο οποίο υπεισέρ-
χεται σχετική κίνηση και επίσης η επίδρα-
ση κινούμενου ή επιταχυνόμενου συστή-
ματος αναφοράς.

Κατά τη λύση αυτού του προβλήματος, πρέ-
πει κανείς να καταλάβει ότι (ιδανικά) δεν ασκεί-
ται καμία δύναμη επάνω στην μπίλια. Έτσι, ενώ
η μπίλια κινείται πρέπει να κινείται σε ευθεία
γραμμή ως προς αδρανειακό σύστημα, όπως αυ-
τό των απλανών αστέρων. Η μπίλια μπορεί,
φυσικά, να έχει οιαδήποτε αρχική ταχύτητα, η
οποία όμως στη συνέχεια δεν μεταβάλλεται.

Όταν η μπίλια κινείται σε ευθεία γραμμή ως
προς το λεωφορείο, ένας άνθρωπος εποχούμε-
νος σ' αυτό δεν βλέπει να έχει η μπίλια επιτά-
χυνση, οπότε συμπεραίνει ότι δεν ασκείται δύ-
ναμη πάνω της. Έχουμε ήδη σημειώσει ότι σε
αδρανειακό σύστημα δεν ασκείται δύναμη επί
της μπίλιας, άρα σε αυτή την περίπτωση το λεω-
φορείο πρέπει να είναι αδρανειακό σύστημα
δηλ., κινείται με σταθερή ταχύτητα (ή είναι ακί-
νητο).

Όταν η μπίλια κινείται εκτελώντας πα-
ραβολική τροχιά προς το μπροστινό μέ-
ρος του λεωφορείου, ο παρατηρητής επί
του λεωφορείου παρατηρεί μια σταθερή
φαινόμενη επιτάχυνση, $\vec{a}'$ (ως προς το
λεωφορείο) προς τα εμπρός του λεωφο-
ρείου. Συμπεραίνει επομένως ότι, μια δύ-
ναμη $F = ma$ έλκει τη μπίλια προς το
μπροστινό μέρος του λεωφορείου. Βλέπε
σχ. B4 - 4.



Σχήμα B4-4

Η δύναμη την οποία βρήκε ο επιβάτης
είναι αυτό που ονομάζουμε πλασματική δύ-
ναμη ή δύναμη αδράνειας. Ως προς το μη
αδρανειακό σύστημα πρέπει να υποτεθεί
η ύπαρξή της για να γίνει κατανοητή η
παρατηρούμενη κίνηση αλλά ως προς α-
δρανειακό σύστημα δεν υπάρχει.

Όμως, γνωρίζουμε ότι ως προς το αδρα-
νειακό σύστημα δεν ασκείται (συνολικά)
δύναμη (από κανένα σώμα) επί της μπί-

λιας. Επομένως συμπεραίνουμε ότι μάλλον το λεωφορείο επιταχύνεται προς τα πίσω ως προς το αδρανειακό σύστημα και όχι η μπίλια.

20. Ο άνθρωπος που βρίσκεται επάνω στο περιστρεφόμενο δάπεδο εκτελεί ομοιόμορφη κυκλική κίνηση (δηλ. με ταχύτητα σταθερού μέτρου) ως προς αδρανειακό σύστημα αναφοράς (δηλαδή ως προς το έδαφος). Άρα χρειάζεται κεντρομόλος δύναμη για να διατηρηθεί αυτή η κίνηση. Ο άνθρωπος κλίνει προς το κέντρο περιστροφής ώστε να μην "ανατραπεί" αλλά τελικά η τριβή που ασκείται στα πόδια του από το δάπεδο να είναι ουσιαστικά η απαιτούμενη κεντρομόλος δύναμη που συντηρεί την κυκλική κίνηση του ανθρώπου.
21. Ο άνθρωπος επί του στρεφόμενου δαπέδου είναι ακίνητος ως προς το στρεφόμενο σύστημα αναφοράς με το δάπεδο και νοιώθει να ασκείται πάνω του μια φυγόκεντρος δύναμη η οποία τον σπρώχνει προς τα έξω. Γέρνει προς το κέντρο ώστε ο συνδυασμός των δυνάμεων που ασκούνται επάνω του από το δάπεδο μαζί με το βάρος του να αντισταθμίσουν τη φυγόκεντρο δύναμη (ουσιαστικά η φυγόκεντρος δύναμη θα ισούται με τη δύναμη τριβής).
22. Λίγο δυτικότερα ως προς το βορρά.

Κάθε σημείο επί της επιφάνειας της γης (εκτός από τους πόλους) έχει (γραμμική) ταχύτητα λόγω της περιστροφής της γης· το μέτρο της ταχύτητας εξαρτάται από το γεωγραφικό πλάτος του σημείου και είναι μέγιστο στον ισημερινό και ελάχιστο στους πόλους. Όταν βάλλει το κανόνι, η ταχύτητα του βλήματος είναι το διανυσματικό άθροισμα της προς βορρά ταχύτητας που έδωσε το κανόνι και της ταχύτητας από δυτικά προς ανατολικά που έδωσε η περιστρεφόμενη (περί τον άξονά της) γη. Καθώς το βλήμα κινείται προς το βορρά διατηρεί αμετάβλητη αυτήν, την από δύση προς ανατολή, ταχύτητα. Καθώς τα σημεία επί του εδάφους επάνω από τα οποία διέρχεται βρίσκονται σε όλο και μεγαλύτερα γεωγραφικά πλάτη, αυτά τα σημεία έχουν όλο και περισσότερο μικρότερες από δύση σε ανατολή ταχύτητες οφειλόμενες στην περιστροφή της γης. Έτσι το βλήμα κινείται διαρκώς προς τα ανατολικά ως προς το μεσημβρινό από όπου εκτοξεύθηκε αρχικά. Επομένως για να χτυ-

πηθεί ένα σημείο επί του ίδιου μεσημβρινού όπου είναι το κανόνι, αυτό πρέπει να κατευθύνεται κατά την εκφυροσκόρηση λίγο προς τα δυτικά σε σχέση με το βορρά.

(Στην πραγματικότητα και άλλοι παράγοντες επηρεάζουν την ακριβή τροχιά του βλήματος και ο ακριβής προσδιορισμός της είναι πολύπλοκος).

23. Όχι. (Ο χρόνος που χρειάζεται ώστε το εκκρεμές του Foucault να κάνει μια πλήρη περιστροφή δίνεται από τη σχέση $\frac{24}{\sin \phi}$ σε ώρες, όπου ϕ είναι το γεωγραφικό πλάτος του τόπου όπου βρίσκεται το εκκρεμές. Ο χρόνος μιας περιστροφής ποικίλλει από 24 ώρες στους πόλους έως άπειρο στον ισημερινό. Το πώς βρίσκει κανείς αυτή τη σχέση ξεφεύγει από τους σκοπούς αυτού του βιβλίου).

Απαντήσεις στα Προβλήματα ΣΤΕ

24. Αυτό το πρόβλημα τονίζει την απλούστατη συνέπεια της σχέσεως βαρυτικής και αδρανειακής μάζας.

Αφού $\vec{a} = \frac{m_g}{m_i} \vec{g}$, ένας μεταβλητός λόγος έχει ως συνέπεια μεταβλητή επιτάχυνση. Έτσι, για παράδειγμα, αν αντικείμενα που είναι κατασκευασμένα από διαφορετικά υλικά είχαν διαφορετικούς λόγους m_g/m_i , θα επιταχύνονταν με διαφορετικές επιταχύνσεις από το πεδίο βαρύτητας της γης.

Σημειώστε ότι η σταθερότητα του λόγου m_g/m_i δεν είναι κάτι που αποδείχθηκε θεωρητικά· βασίζεται σε πειράματα τα οποία δείχνουν την παγκοσμιότητα της επιταχύνσεως που οφείλεται στη βαρύτητα (είναι η αυτή για όλα τα σώματα). Αν ο λόγος m_g/m_i δεν ήταν σταθερός, οι μόνες μεταβολές που θα αναμένονταν είναι σε εκείνα τα φαινόμενα τα οποία σχετίζονται απ' ευθείας με τη δύναμη βαρύτητας. Άλλα χαρακτηριστικά της δυναμικής θα έμεναν αμετάβλητα.

Εφόσον η σταθερότητα του λόγου m_g/m_i έχει βασισθεί σε πειράματα, ο πειραματικός φυσικός μπορεί να σχεδιάσει πειράματα για τον έλεγχο αυτής της σταθερότητας με μεγαλύτερη ακρίβεια. Δεν είναι δυνατόν να γίνουν πειράματα άμεσης μετρήσεως της επιταχύνσεως με πάρα πολύ

μεγάλη ακρίβεια ή με μεγάλο εύρος μαζών, όμως κάθε ένα τέτοιο πείραμα που έγινε βρέθηκε να είναι συμβιβαστό με σταθερότητα του λόγου m_g/m_i μέσα στα όρια ακρίβειας του πειράματος. Τα πλέον ακριβή πειράματα που έγιναν μέχρι τώρα στην ουσία περιλαμβάνουν σύγκριση των περιόδων εκκρεμών κατασκευασμένων από διαφορετικά υλικά.

Αυτά τα πειράματα δείχνουν ότι, με ακρίβεια 1 στα 10^8 , ο λόγος m_g/m_i είναι ίδιος ανεξάρτητα του αν το εκκρεμές είναι κατασκευασμένο από υλικό μικρής πυκνότητας (αλουμίνιο) ή υλικό μεγάλης πυκνότητας (μολύβι). Πειράματα με τεχνητούς δορυφόρους, μπορούν να επεκτείνουν την ακρίβεια περίπου σε 1 στα 10^{11} .

25. Μετρώντας μετατόπιση από το έδαφος (αρχή μετατοπίσεων), έχομε για τις μετατοπίσεις της μπάλας x_μ και της πέτρας x_π από το έδαφος:

$$x_\mu = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$x_\pi = h + \frac{1}{2} g t^2$$

Όταν συναντώνται η μπάλα και η πέτρα, $x_\mu = x_\pi$.

Αυτό δίνει

$$v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 = h + \frac{1}{2} g t^2$$

και

$$t = \frac{h}{v_0}.$$

26. (α) Μπορούμε να αναλύσουμε τη δύναμη $m\vec{g}$ σε δύο διανυσματικές συνιστώσες, μία κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου και μία κάθετη προς αυτό. Αφού το αντικείμενο δεν εισχωρεί κινούμενο μέσα στην επιφάνεια ούτε απομακρύνεται από αυτήν, δεν υπάρχει ολική δύναμη κάθετη προς την επιφάνεια. Η κάθετη διανυσματική συνιστώσα της $m\vec{g}$ εξουδετερώνεται από τη δύναμη που ασκεί η επιφάνεια του κεκλιμένου επιπέδου.

Αφού δεν υπάρχει τριβή, η δύναμη από το κεκλιμένο επίπεδο δεν μπορεί να έχει διανυσματική συνιστώσα παράλληλη προς την επιφάνεια. Η μόνη συνιστώσα η οποία είναι παράλληλη προς το επίπεδο είναι η παράλληλη διανυσματική συνιστώσα του $m\vec{g}$.

Αυτή η παράλληλη συνιστώσα του $m\vec{g}$ είναι η ολική (συνισταμένη) δύναμη. Η εύρεσή της απαιτεί χρήση τριγωνομετρίας ή σχέδιο υπό κλίμακα. Για οιαδήποτε από τις δύο μεθόδους ίσως είναι πιο καλά να σχεδιασθεί ένα χωριστό διάγραμμα δυνάμεων.

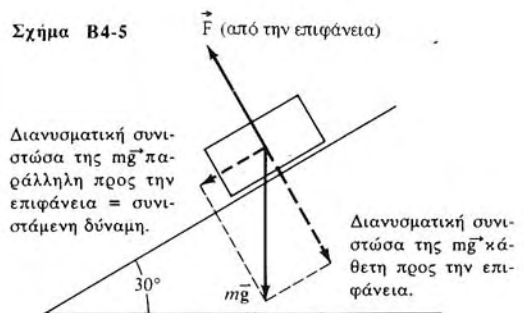
Μπορεί ναδειχθεί γεωμετρικώς ότι η γωνία μεταξύ $m\vec{g}$ και $m\vec{g}$ κάθετη είναι επίσης 30° . Τότε το μέτρο της συνισταμένης δυνάμεως, $m\vec{g}_{\text{παράλληλη}} = \sin 30^\circ m\vec{g} = \frac{1}{2} m\vec{g}$. Η κατεύθυνση της συνισταμένης δυνάμεως είναι προς τα κάτω κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου. Βλέπε σχ. B4 - 5.

- (β) Η επιτάχυνση προς τα κάτω κατά μήκος του επιπέδου βρίσκεται με χρήση της σχέσεως:

$$F = ma = \frac{1}{2} mg$$

οπότε

$$a = \frac{1}{2} g, \text{ προς τα κάτω κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου.}$$



27. (α) Σύμφωνα με τους κανονισμούς μια μπάλα του μπάσκετ έχει περιφέρεια 76,2 cm και μάζα $(0,596 \pm 0,028)$ kg (πολλοί μαθητές μπορεί να μην ξέρουν τις τιμές του κανονισμού· δεχτείτε οιαδήποτε λογική εκτίμηση). Ας πάρουμε $R = 0,12$ m και $m = 0,60$ kg. Η μπάλα του πινγκ-πονγκ έχει ακτίνα 1,9 cm (βλέπε παράγραφο 4 - 3) η c_1 για τη μπάλα αυτή είναι $6,4 \times 10^{-6}$ και η c_2 $3,5 \times 10^{-4}$ (σε μονάδες του SI). Για τη μπάλα του μπάσκετ,

$$c_1 = 6,4 \times 10^{-6} \times \frac{0,12}{0,019} = 4,0 \times 10^{-5}$$

και

$$c_2 = 3,5 \times 10^{-4} \times \left(\frac{0,12}{0,019} \right)^2 =$$

$$1,4 \times 10^{-2} \text{ (σε μονάδες του S.I.)}$$

$c_1 v$ μπορεί να παραληφθεί, οπότε:

$$F_N = 0,60 \times 9,8 - 1,4 \times 10^{-2} v^2 \text{ (σε newton)}$$

(β) Βλέπε σχ. B4 - 6

$$(γ) v = \sqrt{\frac{0,60 \times 9,8}{1,4 \times 10^{-2}}} = 21 \text{ m/s}$$

$$28. (α) c_1 = 6,4 \times 10^{-6} \times \frac{0,44}{0,019} = 1,5 \times 10^{-4}$$

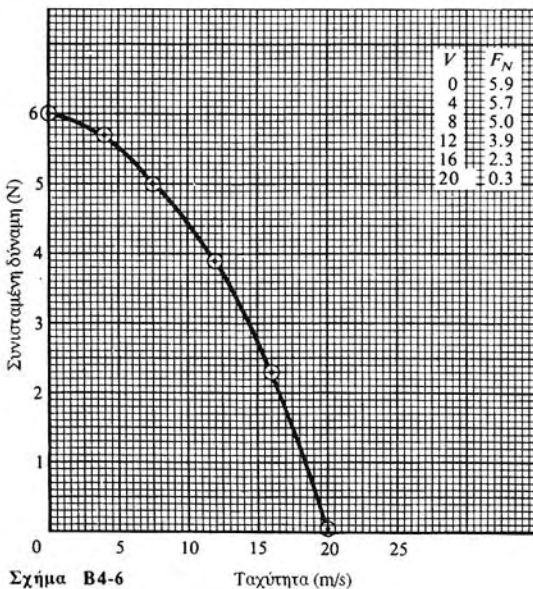
$$\frac{Ns}{m}, \text{ και } c_2 = 3,5 \times 10^{-4} \times \left[\frac{0,44}{0,019} \right] =$$

$$0,19 \frac{Ns^2}{m^2}, \text{ χρησιμοποιώντας δεδομέ-}$$

να από την παράγραφο 4 - 3 για μπά-
λα πινγκ - πονγκ $c_1 v$ παραλείπεται σε
σχέση με $c_2 v^2$, άρα $F_N = mg - 0,19 v^2$
(στο S.I.)

(β) $0,19 v^2 = 70 \times 9,8$ λαμβάνοντας 70 kg
ως μάζα ενός ανθρώπου.

$$v = \sqrt{\frac{70 \times 9,8}{0,19}} = 60 \text{ m/s.}$$



29. (α) 7,5 cm στη φωτογραφία ισοδυναμούν
με 90 cm πραγματικής πτώσεως. Η

μετατόπιση της αριστερής μπάλας
κατά τα δύο τελευταία χρονικά δια-
στήματα είναι 2,25 cm πάνω στη φω-
τογραφία ή 2,25 x 12 cm = 27 cm
πραγματική μετατόπιση. Η μέση τα-
χύτητα για αυτή τη μετατόπιση είναι
 $\frac{0,27 \text{ m}}{(\frac{2}{30}) \text{ s}} = 4,05 \text{ m/s}$, που είναι η ταχύ-

τητα της μπάλας καθώς περνά την
κατώτερη άσπρη ευθεία γραμμή. Αυ-
τή πρέπει να είναι η ίδια με την κα-
τακόρυφη ταχύτητα της δεξιάς μπά-
λας. Στα ίδια δύο χρονικά διαστήμα-
τα, η δεξιά μπάλα κινήθηκε οριζό-
ντια 1,15 x 12 cm = 13,8 cm· η οριζό-
ντια ταχύτητά της είναι $\frac{0,138 \text{ m}}{(\frac{2}{30}) \text{ s}} =$

$$2,07 \text{ m/s}$$

Η ταχύτητα της δεξιάς μπάλας είναι
επομένως $\sqrt{4,05^2 + 2,07^2} = 4,55 \text{ m/s}$
με γωνία ως προς την κατακόρυφο
ίση με $\tan^{-1} \frac{2,07}{4,05} = 27^\circ$.

(β) Αφού $F = mg - c_2 v^2$, $a = g - \frac{C_2}{m} v^2$. Η

σταθερά c_2 είναι ανάλογη του R^2 , αλ-
λά η m είναι ανάλογη προς το R^3 .

Επομένως $\frac{C_2}{m}$ είναι ανάλογο του $\frac{1}{R}$.

Για αντικείμενα ίδιας πυκνότητας, ό-
σο μεγαλύτερο το R τόσο μικρότερο
το $\frac{C_2}{m} v^2$ και τόσο μεγαλύτερη η επιτά-
χυνση a . Μια μπάλα μπιλιάρδου εί-
ναι μεγαλύτερη από μια μπάλα του
γκολφ.

$$30. (α) v_{ox} = v_0 \cos \Theta \cdot v_{oy} = v_0 \sin \Theta$$

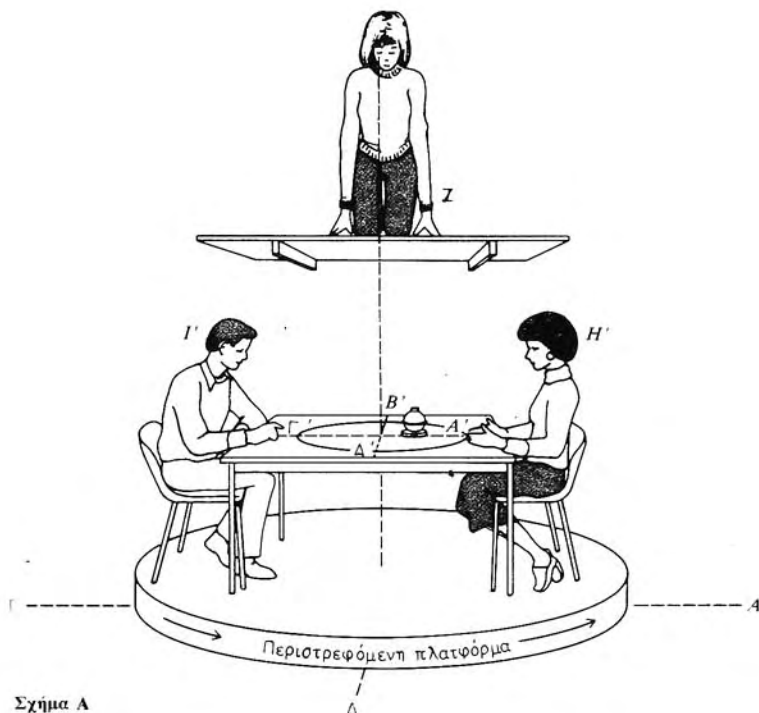
$$(β) x = (v_0 \cos \Theta) t \cdot y = (v_0 \sin \Theta) t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$(γ) t = \frac{x}{v_0 \cos \Theta}$$

$$y = \frac{x}{v_0 \cos \Theta} \cdot v_0 \sin \Theta + \frac{g}{2} \left(\frac{x}{v_0 \cos \Theta} \right)^2$$

$$y = x \tan \Theta + \frac{g}{2 (v_0 \cos \Theta)^2} x^2$$

(δ) Από το σχ. 4-8 προκύπτει ότι η Θ εί-
ναι περίπου 45° · η v_0 είναι 4,5 m/s.



Σχήμα Α

Όταν το βλήμα διέρχεται δια του άξονα $x, y = 0$.

$$\text{Οπότε, } 0 = x \tan 45^\circ + \frac{-9,8}{2(4,5 \cos 45^\circ)^2} x^2$$

$$\text{οπότε } \frac{-9,8}{2(4,5 \cos 45^\circ)^2} = 1$$

$$\text{άρα } x = \frac{2(4,5 \cos 45^\circ)^2}{-9,8} = 2,1 \text{ m}$$

31. (α) Αφού το σώμα κινείται μαζί με την οριζόντια πλατφόρμα, η κίνησή του θα είναι επίσης απλή αρμονική ταλάντωση, οπότε η ολική δύναμη επ' αυτού είναι:

$$F_{ολ} = -ky$$

όπου y είναι η μετατόπιση του σώματος από το μέσον της τροχιάς του και η κατεύθυνση προς τα επάνω λαμβάνεται ως θετική. Τότε στο ανώτατο σημείο της τροχιάς, όπου $y = R$ (πλάτος της ταλάντωσης),

$$ma = -mg = -kR \text{ και } k = mg/R.$$

Η περίοδος T της κινήσεως είναι:

$$\begin{aligned} T &= 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{mR}{mg}} = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}} \\ &= 2(3,14)\sqrt{\frac{0,098}{9,8}} = 0,63 \text{ s} \end{aligned}$$

Εναλλακτική μέθοδος

Η περίοδος της απλής αρμονικής ταλάντωσης είναι ίδια με την περίοδο της αντιστοιχίας κυκλικής κινήσεως σε κύκλο ακτίνας $R = 0,098 \text{ m}$. Για κυκλική κίνηση,

$$a = 4\pi^2 R/T^2$$

οπότε

$$\begin{aligned} T &= 2\pi\sqrt{R/a} = 2(3,14)\sqrt{\frac{0,098}{9,8}} = \\ &= 0,63 \text{ s} \end{aligned}$$

- (β) Στο ανώτατο σημείο της τροχιάς η επιτάχυνση του σώματος είναι $-g$. Στο κατώτατο σημείο η επιτάχυνση πρέπει να έχει το ίδιο μέτρο αλλά αντίθετη φορά, άρα είναι ίση με g και προς τα επάνω.

- (γ) Στο κατώτατο σημείο, η ολική δύναμη επί του σώματος είναι $+mg$. Αυτή είναι η συνισταμένη του βάρους $-mg$ και της δυνάμεως που ασκεί η πλατφόρμα:

$$F_{ολ} = mg = F_{\text{πλατ.}} - mg$$

$$F_{\text{πλατ.}} = 2mg \text{ (προς τα πάνω).}$$

32. (α) Στο μέσο της τροχιάς, η επιτάχυνση της μπάλας είναι μηδέν. Επομένως, δεν υπάρχει συνισταμένη (ολική) δύ-

ναμη ασκούμενη επί της μπάλας και η προς τα πάνω δύναμη η οποία ασκείται από το ελατήριο σε αυτό το σημείο πρέπει να είναι ακριβώς ίση προς την προς τα κάτω δύναμη της βαρύτητας:

$$2 \text{ kg} \times 9,8 \text{ m/s}^2 = \underline{20 \text{ newton}}$$

(β) Αφού $T = 2\pi \sqrt{m/k}$, $k = 4\pi^2 m/T^2$

Όταν η μπάλα κρέμεται από το ελατήριο και ισορροπεί, το ελατήριο πρέπει να είναι επιμηκυσμένο κατά $x_0 = F/k = mg/k$. Άρα,

$$x_0 = \frac{mg}{4\pi^2 m/T^2} = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{9,8 \text{ m/s}^2 \times (0,25 \text{ s})^2}{4\pi^2} = \underline{0,016 \text{ m}}$$

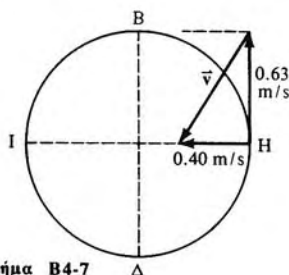
33. Είναι καλύτερο να δώσετε αυτό το πρόβλημα αφού οι μαθητές σας έχουν δει το φιλμ *Συστήματα Αναφοράς*.

(α) Στο σύστημα της J , ο πεσσός κινείται με ταχύτητα

$$\frac{2\pi \times 1,20}{12,0} = \underline{0,63 \text{ m/s}}$$

Κινείται παράλληλα προς την ευθεία ΔB κατά την κατεύθυνση από το Δ στο B .

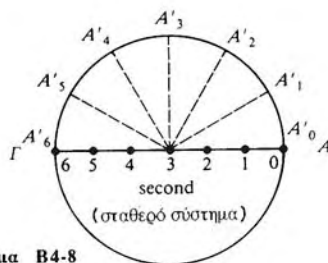
(β) $H H'$ πρέπει να δώσει στον πεσσο ταχύτητα $v = 0,74 \text{ m/s}$ με γωνία $\Theta = 57^\circ$ ως προς την ευθεία AG με κατεύθυνση προς την πλευρά του τραπέζιου προς το Δ . Βλέπε σχ. B4 - 7.



Σχήμα B4-7

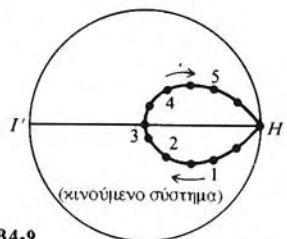
(γ) Στο σύστημα αναφοράς της J , ο πεσσός κινείται κατά μήκος της ευθείας AG με ταχύτητα σταθερού μέτρου $0,40 \text{ m/s}$ και θα βρίσκεται στη θέση η οποία δείχνεται σε κάθε δευτερόλεπτο. $H H'$ θα είναι στις αντίστοιχες θέσεις A'_1, A'_2 κτλ.

Βλέπε σχ. B4 - 8



Σχήμα B4-8

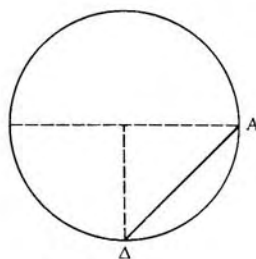
(δ) Περιστρέφοντας ένα φύλλο χαρτιού σχεδιασμού (το κινούμενο σύστημα) πάνω από το διάγραμμα (σταθερό σύστημα) μπορούν να σχεδιαστούν τα σημεία 1, 2, 3,... καθώς η H' βρίσκεται στις θέσεις $A'_1, A'_2, A'_3, \dots$. Μπορούν να τοποθετηθούν σημεία μεταξύ αυτών τοποθετώντας την H' σε υπολογισμένα σημεία στο μέσο των τόξων $A'_0 A'_1, A'_1 A'_2$ κτλ. Συνδέοντας αυτά τα σημεία βρίσκει κανείς την τροχιά της H' και του I' όπως φαίνεται από το κινούμενο σύστημα. Βλέπε σχ. B4 - 9.



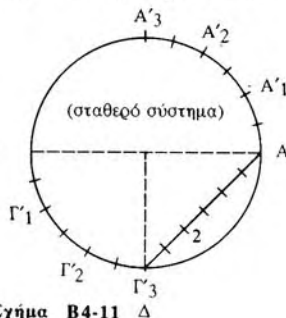
Σχήμα B4-9

34. (α) Η τροχιά του πεσσο στο σύστημα αναφοράς της J θα είναι η χορδή ενός τετάρτου του κύκλου ακτίνας $1,20 \text{ m}$, η οποία έχει μήκος $1,70 \text{ m}$. Η ταχύτητα έχει μέτρο $1,70 \text{ m} / 3 \text{ s} = \underline{0,57 \text{ m/s}}$.

(β) Σημειώστε τη θέση του πεσσο κατά διαστήματα μισού δευτερολέπτου στο διάγραμμα του σταθερού συστήματος. Βλέπε σχ. B4 - 10, και επίσης τις θέσεις των H' και I' . Βλέπε σχ. B4 - 11.

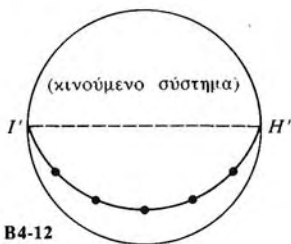


Σχήμα B4-10



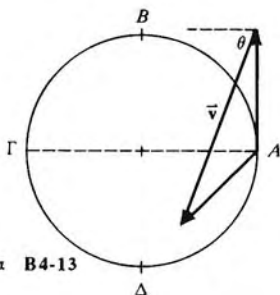
Σχήμα B4-11

Περιστρέφοντας το χαρτί σχεδιασμού με τον κύκλο που παριστάνει το κινούμενο σύστημα, πάνω από το σταθερό σύστημα, μπορείτε να σχεδιάσετε τις θέσεις του πεσσοῦ στο κινούμενο σύστημα. Βλέπε σχ. B4 - 12.



Σχήμα B4-12

- (γ) Η H' έπρεπε να δώσει στον πεσσό ταχύτητα $\vec{v}$ όπως φαίνεται στο διάγραμμα. Η τιμή της είναι 1,10 m/s και σχηματίζει γωνία 69° με την ευθεία GA κατά την κατεύθυνση του Δ . Βλέπε σχ. B4 - 13.



Σχήμα B4-13

35. (α) Όπως στο πρόβλημα 33 (α), ο πεσσός έχει ταχύτητα 0,63 m/s στο σύστημα της J και κατάλληλη προς την ευθεία ΔB και με φορά από το Δ στο B καθώς η H' τον κρατά. Για να είναι ακίνητος στο σύστημα της J , η H' πρέπει να του δώσει ταχύτητα 0,63 m/s κάθετη προς την ευθεία $A'I'$ και με φορά προς τα αριστερά της.
- (β) Στο σύστημα των H' και I' ο πεσσός θα κινηθεί επί της περιφέρειας του τραπεζιού με ταχύτητα σταθερού μέτρου 0,63 m/s.
- (γ) Αφού η J βλέπει τον πεσσό ακίνητο, λέει ότι δεν ασκείται δύναμη πάνω του. Αφού οι H' και I' τον βλέπουν να κινείται σε κυκλική τροχιά με ταχύτητα σταθερού μέτρου, λένε ότι ασκείται πάνω του δύναμη ίση με

$$\frac{0,50 \times (0,63)^2}{1,20} = 0,17 \text{ newton,}$$

κατευθυνόμενη προς το κέντρο του τραπεζιού.

Αυτή η δύναμη των 0,17 N είναι η πλασματική δύναμη που πρέπει να επινοήσουν οι H' και I' , ώστε να εξασφαλίσουν την εφαρμογή του νόμου του Νεύτωνα στο σύστημα αναφοράς τους. Για την ειδική κίνηση αυτού του προβλήματος η εικονική δύναμη έχει σταθερό μέτρο και κατευθύνεται προς το κέντρο του τραπεζιού. Η πλασματική δύναμη στα προβλήματα 33 και 34 είναι πιο πολύπλοκη.

Στο πρόβλημα 34, με καλή προσέγγιση, μπορούμε να θεωρήσουμε την κίνηση του πεσσοῦ ως προς το περιστρεφόμενο σύστημα σαν να γίνεται με ταχύτητα σταθερού μέτρου σε κύκλο του οποίου το κέντρο, είναι μετατοπισμένο κατά μήκος της ευθείας $B'D'$ προς την κατεύθυνση του B' . Με την ίδια προσέγγιση, η πλασματική δύναμη είναι σταθερή κατά μέτρο και κατευθύνεται προς αυτό το σταθερό κέντρο, το οποίο όμως, δεν βρίσκεται στο κέντρο του τραπεζιού.

Στο πρόβλημα 33, η τροχιά του πεσσοῦ είναι σπειροειδής και η δύναμη δεν μπορεί να εκφραστεί με απλό τρόπο.

36. Αυτό το πρόβλημα μπορεί να οδηγήσει σε μια ποιοτική συζήτηση, η οποία σχετίζεται με τον ποσοτικό υπολογισμό της φαινομενικής ελλείψεως βαρύτητας.

- (α) Όχι· η δύναμη της βαρύτητας επί δεδομένης μάζας εξαρτάται μόνο από την ένταση του πεδίου βαρύτητας στο σημείο που βρίσκεται η μάζα.
- (β) “Πολλές φορές το βάρος του” και “έλλειψη βαρύτητας” αναφέρονται στη δύναμη μεταξύ του αστροναύτη και της επιφάνειας επί της οποίας στηρίζεται. Πριν την είσοδο, το διαστημικό όχημα και οτιδήποτε μέσα σε αυτό είναι σε ελεύθερη πτώση και ισχύουν οι συνθήκες της παραγράφου 4 - 10· δεν υπάρχει δύναμη μεταξύ του αστροναύτη και οτιδήποτε τμήματος του διαστημικού ο-

χήματος η αίσθηση είναι αυτή της ελλείψεως βάρους. Καθώς το όχημα εισέρχεται στην ατμόσφαιρα, η αντίσταση του αέρα υπερτερεί της δυνάμεως βαρύτητας που ασκείται πάντοτε και το όχημα επιβραδύνεται. Οτιδήποτε μέσα σ' αυτό πρέπει να επιβραδύνεται με τον ίδιο ρυθμό. επομένως η επιφάνεια επί της οποίας ακουμπά ο αστροναύτης πρέπει να τον σπρώχνει με την αναγκαία δύναμη για να έχει επιβράδυνση ίση με αυτή του σχήματος. Αυτή η δύναμη πρέπει να είναι μεγαλύτερη από τη δύναμη βαρύτητας και κατά τη διάρκεια της εισόδου είναι συνήθως πολλές φορές η δύναμη της βαρύτητας. Η αίσθηση αυτού του αστροναύτη είναι η ίδια σαν να είχε αυξηθεί το βάρος του επί ένα μεγάλο παράγοντα.

37. Όπως συζητήθηκε στην παράγραφο 4 - 10, το σύστημα αναφοράς, το συνδεδεμένο με ένα κινούμενο και με σβησμένους κινητήρες διαστημικό όχημα, συμπεριφέρεται ακριβώς όπως ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς με χωρίς βαρυτικές δυνάμεις. Δεν έχει σημασία το γεγονός ότι δρα πάνω στο όχημα βαρυτική δύναμη λόγω της δράσεως των βαρυτικών πεδίων του ηλίου, της γης και του φεγγαριού (και όλων των άλλων σωμάτων του σύμπαντος). Ο Ιούλιος Βερν δεν ήξερε καλά αυτό το σημείο καθώς δεν παρατηρούνται τέτοια φαινόμενα σαν αυτά που περιγράφει.

Οι αστροναύτες θα είναι σαν να μην έχουν βάρος συνεχώς καθώς το διαστημόπλοιο κινείται χωρίς τη χρήση κινητήρων από τη γη στη σελήνη.

Βαρύτητα σε μεγάλη κλίμακα

Επισκόπηση και Στόχοι

Εκτός από τα βασικά γεγονότα και νόμους που ρυθμίζουν την κίνηση των πλανητών και τα διαστημικά ταξίδια, αυτό το κεφάλαιο επίσης παρέχει σημαντική εμβάθυνση στην ανάπτυξη της φυσικής.

Αν έχετε πρόβλημα χρόνου, το κεφάλαιο αυτό μπορεί να δοθεί, μεγάλο μέρος του, για μελέτη στο σπίτι με πολύ λίγη συζήτηση στην τάξη και λύσιμο προβλημάτων, χωρίς έτσι να χαθεί η συνέχεια στη διδασκαλία με βάση το διδακτικό βιβλίο. Όμως, μια πολύ γρήγορη επισκόπηση αυτού του κεφαλαίου θα οδηγούσε στο να μην κατανοηθούν μερικά από τα πιο συναρπαστικά μέρη της φυσικής. Επί πλέον, θα επανέλθουμε στο θέμα της κινήσεως υπό την επίδραση νόμου, αντίστροφου τετραγώνου για τη δύναμη, στο κεφάλαιο 13, "Το Άτομο του Rutherford".

Κινηματογραφική Ταινία

Ελλειπτικές Τροχιές του A. V. Bacz. Ξεκινώντας με ελλειπτική τροχιά και το νόμο των εμβαδών του Kepler, δείχνεται ότι η βαρυτική δύναμη ακολουθεί νόμο αντίστροφου τετραγώνου. Η απόδειξη είναι σχεδόν γεωμετρική. Αυτό το φιλμ μπορεί να χρησιμοποιηθεί ταυτόχρονα με συζήτηση των Παραγράφων 5 - 4 και 5 - 5. Διάρκεια: 19 λεπτά.

Υποδείξεις για τη Διδασκαλία

Παράγραφος 5 - 1

Μαθητές οι οποίοι είναι συνηθισμένοι στο ότι κάτι είναι "σωστό" ή "λάθος" ίσως νομίσουν ότι αυτή η παράγραφος έρχεται σε αντίφαση με την παράγραφο 4 - 1. Αν αυτό παρουσιασθεί στην τάξη χρησιμοποιήστε την ευκαιρία να τονίσετε ότι όχι μόνο αυτή η παράγραφος αλλά όλο το κεφάλαιο μάλλον επεκτείνει παρά αντιφάσκει με την παράγραφο 4 - 1. Ξεκινώντας με παρατηρήσεις περιορισμένης εμβέλειας στη συνέχεια διατυπώνονται νόμοι που βασίζονται σε αυτές και κατόπιν επεκτείνοντας τις παρατηρήσεις και φθάνοντας σε νέους νόμους οι οποίοι περιέχουν τους προηγούμενους ως ειδικές περιπτώσεις, είναι σημαντικό μέρος της φυσικής.

Παράγραφοι 5 - 2 και 5 - 3

Αυτές οι δύο παράγραφοι εισάγουν την ένδειξη ότι το βαρυτικό πεδίο της γης ελαττώνεται με την απόσταση και βάζουν τα θεμέλια για το νόμο της παγκόσμιας έλξεως.

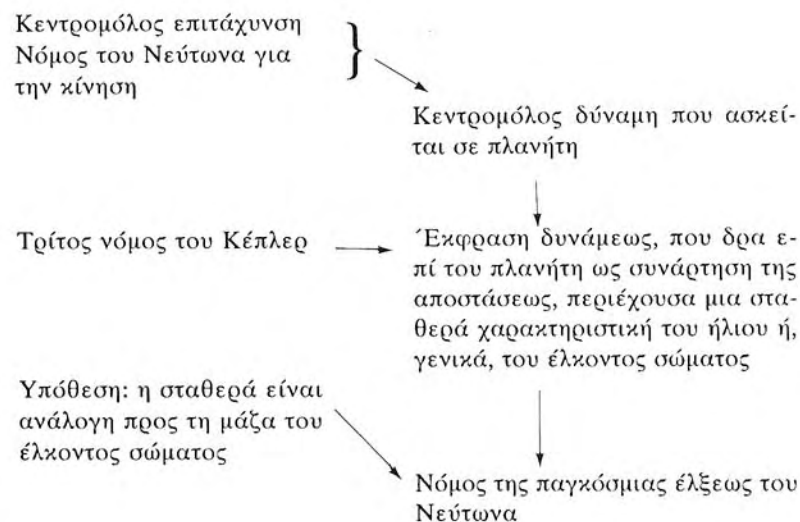
Ίσως θελήσετε να συγκρίνετε τις διάφορες τροχιές του σχ. 5 - 1 με το διάγραμμα που μοιάζει με κάποιο που έφτιαξε με το χέρι ο Νεύτωνας, σχ. 5 - 2. Οι αρχικές οριζόντιες ταχύτητες στο σχ. 5 - 1 αντιστοιχούν σε $1,0 \times 10^3$, $3,0 \times 10^3$, $5,0 \times 10^3$, $6,0 \times 10^3$ και $6,5 \times 10^3$ m/s αντίστοιχα. Σημειώστε ότι για $1,0 \times 10^3$ m/s η καμπυλότητα της γης δεν έχει πρακτικά καμιά επίδραση στο πού θα χτυπήσει στο έδαφος το βλήμα.

Παράγραφος 5 - 4

Βρείτε ποιοι πλανήτες είναι ορατοί όταν διδάσκετε αυτή την παράγραφο και ενθαρρύνετε τους μαθητές σας να τους παρατηρήσουν (αν το επιτρέπει ο καιρός) και να σκεφτούν τις θέσεις τους ως προς τον ήλιο. Αυτό θα βοηθήσει στο να γίνει αυτή η παράγραφος πιο ρεαλιστική.

Παράγραφος 5 - 5

Η απόδειξη του νόμου της παγκόσμιας έλξεως του Νεύτωνα είναι μάλλον εκτεταμένη. Ενώ το καθένα βήμα είναι απλό, η συσσώρευσή τους μπορεί να προκαλέσει δυσκολίες. Για να βοηθήσετε τους μαθητές σας να παρακολουθήσουν την αλγεβρική διαδικασία, βάλτε στον πίνακα το ακόλουθο διάγραμμα ροής και ζητήστε από την τάξη να τοποθετήσει στην κατάλληλη θέση τις αντίστοιχες εξισώσεις.



Παράγραφος 5 - 6

Αν χρησιμοποιήσετε το φιλμ "Δυνάμεις" του Jerrold Zacharias, οι μαθητές σας θα έχουν δει ήδη μια μεγεθυσμένη παραλλαγή της διατάξεως του Cavendish και μπορείτε να επαναλάβετε αυτό το μέρος του φιλμ. Είναι προφανές ότι το πείραμα του Cavendish είναι ένα δύσκολο και λεπτό πείραμα και απαιτεί πολύ χρόνο λόγω της πάρα πολύ μικρής δυνάμεως βαρύτητας μεταξύ μικρών αντικειμένων χρησιμοποιούμενων στο εργαστήριο. Εν τούτοις το σημείο το

οποίο πρέπει να δοθεί έμφαση είναι ότι παρόλα αυτά ο νόμος επιβεβαιώνεται απο το πείραμα.

Παράγραφος 5 - 7

Σκοπός αυτής της παραγράφου είναι να δώσει την ιστορική εξέλιξη της μελέτης της κινήσεως των πλανητών και να αποκτήσουν οι μαθητές κάποια αίσθηση της επιστήμης ως ανθρώπινης δραστηριότητας, δείχνοντάς τους τη συνέχεια της επιστήμης από γενιά σε γενιά.

Παραρτήματα

Γενική Σχετικότητα

Σύμφωνα με τις βασικές ιδέες της δυναμικής των Γαλιλαίου και Νεύτωνα, οι νόμοι της κινήσεως ισχύουν μόνον σε “αδρανειακό σύστημα”, δηλαδή, σε σύστημα το οποίο είναι ακίνητο ή κινείται με σταθερή ταχύτητα. Αυτές οι δύο δυνατές καταστάσεις κινήσεως δεν μπορούν να διακριθούν μεταξύ τους, διότι οι δυνάμεις μπορούν να ανιχνευθούν μόνο αν ένα σώμα επιταχύνεται. Η Νευτώνεια δυναμική παύει να ισχύει για σώματα τα οποία κινούνται με ταχύτητες τόσο μεγάλες που να πλησιάζουν την ταχύτητα του φωτός, όμως η ειδική θεωρία της σχετικότητας του Αϊνστάιν (Einstein) επεκτείνει ικανοποιητικά τις βασικές ιδέες της κλασικής δυναμικής για όλες τις δυνατές ταχύτητες.

Η ύπαρξη της βαρύτητας, όμως, περιπλέκει σημαντικά τα πράγματα. Ξέρομε ότι η επιφάνεια της γης δεν είναι αδρανειακό σύστημα με την Νευτώνεια έννοια. Αν ρίψομε ένα σώμα προς τα πάνω, δεν συνεχίζει να κινείται επ’ αόριστον προς τα πάνω, αλλά η πορεία του αντιστρέφεται και πέφτει πίσω στο έδαφος. Γενικά περιγράφομε την κατάσταση λέγοντας ότι βρισκόμαστε σε ένα αδρανειακό σύστημα, αλλά υπάρχει κάποια δύναμη – η “δύναμη της βαρύτητας” – η οποία δρα επί του σώματος. Πράγματι, είναι αδύνατον να απομονώσομε οιοδήποτε σώμα από τις βαρυτικές δυνάμεις, που ασκούνται από μάζες που υπάρχουν στον υπόλοιπο κόσμο. Άρα, ο ορισμός ενός αδρανειακού συστήματος με βάση μια κατάσταση “ηρεμίας” ή “με σταθερή ταχύτητα” είναι μόνο μια προσέγγιση σε έναν κόσμο ο οποίος περιέχει μάζες, αφού όλα τα σώματα στον κόσμο αλληλεπιδρούν σε κάποιο βαθμό μεταξύ τους.

Ο Αϊνστάιν, στη θεωρία του της γενικής σχετικότητας, επιχειρεί να επαναδιατυπώσει τους νόμους της φυσικής κατά τρόπο ο οποίος λαμβάνει υπόψη την ισοδυναμία βαρύτητας και επιταχύνσεως. Αυτή η θεωρία έχει, όπως είναι καλά γνωστό, μεγάλη μαθηματική πολυπλοκότητα και δεν συστήνεται για διδασκαλία σε μαθητές δευτεροβάθμιας εκπαίδευσως. Όμως, οι βασικές έννοιες της θεωρίας είναι αρκετά απλές ώστε να διευκρινισθούν με μερικά παραδείγματα.

Ας υποθέσομε ότι ταξιδεύαμε στο διάστημα με ένα διαστημόπλοιο, με συνθήκες “ελλείψεως βαρύτητας”, πράγμα που κάθε μαθητής στις μέρες μας καταλαβαίνει. Υπό αυτές τις συνθήκες θα μπορούσαμε να πραγματοποιήσομε πειράματα δυναμικής στον εαυτό μας και στα αντικείμενα του περιβάλλοντός μας, τα οποία αιωρούνται στο εσωτερικό του διαστημοπλοίου και έτσι θα συμπεραίναμε αμέσως ότι βρισκόμαστε σε ένα πραγματικό αδρανειακό σύ-

στημα αναφοράς, αφού οι νόμοι της κινήσεως θα ίσχυαν ακριβώς. Αν πηδούσαμε προς τα πάνω από το πάτωμα θα χτυπούσαμε σίγουρα το ταβάνι, ανεξάρτητα του πόσο “μαλακά” θα πηδούσαμε. Τώρα φαντασθείτε, κατά τη διάρκεια αυτών των πειραμάτων, ότι η κατάσταση “ελλείψεως βαρύτητας” παύει ξαφνικά να υπάρχει. Τότε θα στεκόμαστε στο έδαφος, αισθανόμενοι το βάρος μας. Όλα τα αντικείμενα του περιβάλλοντός μας, τα οποία λίγο πιο πριν αιωρούνταν γύρω στο “δωμάτιο” ξαφνικά θα πέσουν στο πάτωμα.

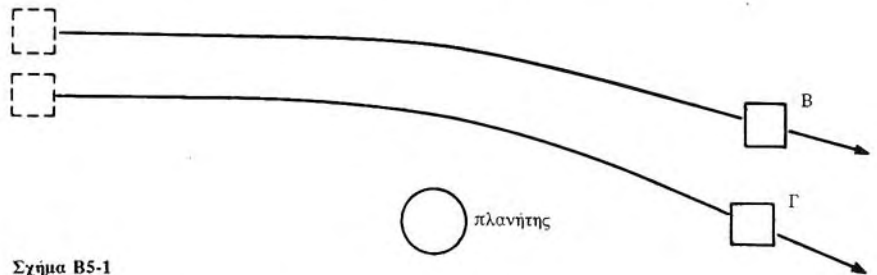
Τι θα συμπεραίναμε ότι συνέβη;

Χωρίς να βλέπαμε έξω από το παράθυρο του διαστημοπλοίου (αυτό, ούτως ή άλλως, δεν θα βοηθούσε και καθόλου), θα συμπεραίναμε ότι ένα από τα δύο πράγματα θα πρέπει να συνέβη. Είτε το διαστημόπλοιό μας ξαφνικά άρχισε να επιταχύνεται προς τα πάνω ή μόλις ακινητοποιήθηκε (με το πάτωμα “κάτω”) στην επιφάνεια κάποιου πλανήτη. Και στις δύο περιπτώσεις, θα ήταν προφανές ότι η κατάσταση από πλευράς φυσικής μεταβλήθηκε με την έννοια ότι δεν βρισκόμαστε πλέον σε “αδρανειακό σύστημα”. Θα είχαμε μεγάλη δυσκολία αν επιχειρούσαμε να επινοήσουμε πείραμα για να αποφανθούμε αν πραγματικά επιταχυνόμαστε ή βρισκόμαστε μέσα σε ένα βαρυτικό πεδίο, γιατί και στις δύο περιπτώσεις το αποτέλεσμα θα ήταν το ίδιο στις παρατηρήσεις μας. Αυτό ακριβώς εννοούμε όταν λέμε ότι η “αδρανειακή μάζα” ενός σώματος και η “βαρυτική του μάζα” είναι βαθιά συσχετιζόμενες. Αυτή είναι η “αρχή της ισοδυναμίας” που είναι η καρδιά της γενικής σχετικότητας, δηλαδή, ότι τα αποτελέσματα της επιταχύνσεως είναι κατ’ αρχήν μη διακρινόμενα από τα αποτελέσματα βαρυτικού πεδίου. Τι γίνεται με το αδρανειακό μας σύστημα; Προηγουμένως είχαμε έναν εξαιρετικά καλό τρόπο να το προσδιορίζομε, απλώς παρατηρώντας την ισχύ των νόμων κινήσεως. Προφανώς, κατά αυτό το χρονικό διάστημα, όταν το διαστημόπλοιό μας ήταν “αδρανειακό σύστημα”, πρέπει να κινούμαστε με σταθερή ταχύτητα, χωρίς βαρυτικό πεδίο (αδύνατο στον κόσμο μας) ή εκτελούσαμε “ελεύθερη πτώση” μέσα σε βαρυτικό πεδίο. Επομένως, το αληθινό αδρανειακό σύστημα στον κόσμο μας, δεν είναι κάποιο το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα, αλλά μάλλον κάποιο το οποίο εκτελεί ελεύθερη πτώση.

Η γενική σχετικότητα, τότε, είναι απλώς η περιγραφή της φύσεως όπως φαίνεται σε έναν παρατηρητή που βρίσκεται σε πραγματικό αδρανειακό σύστημα, κάνοντας με υπομονή πειράματα μέσα σε ένα κουτί που εκτελεί ελεύθερη πτώση μέσα σε πεδίο βαρύτητας. Γι’ αυτόν τον παρατηρητή, οι νόμοι της δυναμικής θα ήταν ακριβείς μέσα στο κουτί του, αλλά γρήγορα θα συμπεραίνει ότι ο χώρος έξω από το κουτί του έχει μερικές περίεργες ιδιότητες. Για να διευκρινίσουμε, φαντασθείτε ότι μετέχομε σε ελεύθερη πτώση μαζί με ένα τέτοιο κουτί, μέσα στο οποίο βρισκόμαστε, κινούμενο με αρκετά μεγάλες ταχύτητες μέσα στο διάστημα.

Από το παράθυρό μας παρατηρούμε έναν άλλον άνθρωπο, ο οποίος κινείται παράλληλα με εμάς με την ίδια ταχύτητα και ο οποίος κάνει επίσης πειράματα δυναμικής. Θα μπορούσαμε να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα των πειραμάτων μας, στέλνοντας φωτεινά σήματα ο ένας στον άλλον και θα παρατηρούσαμε ότι τα αποτελέσματά μας συμφωνούν και ότι και οι δυο μας βρισκόμαστε πάνω

σε αδρανειακά συστήματα. Αν στη συνέχεια φτάναμε στη γειτονιά ενός μεγάλου πλανήτη (κατά τρόπο που να μην τελειώσουμε το πείραμα χτυπώντας τον πλανήτη), τότε και τα δύο κουτιά θα απέκλιναν από την επίδραση του βαρυτικού πεδίου όπως φαίνεται στο σχ. Β5 - 1.



Σχήμα Β5-1

Το κουτί μας, που σημειώνεται ως Β στο σχ. Β5 - 1, θα αποκλίνει κάπως, ενώ το άλλο κουτί, που σημειώνεται ως Γ, θα αποκλίνει μάλλον περισσότερο αφού βρίσκεται κοντύτερα στον πλανήτη. Αφού και οι δύο, δηλαδή και εμείς και ο παρατηρητής στο Γ εκτελούμε ελεύθερη πτώση, κανείς από τους δύο δεν θα αισθάνεται ή θα μπορεί να μετρήσει απευθείας οιαδήποτε αποτελέσματα οφειλόμενα στην επιτάχυνση, μέσα στον περιορισμένο χώρο των κουτιών μας. Είμαστε ακόμη πάνω σε αδρανειακά συστήματα από όσο μπορούν να μας δείξουν οι μετρήσεις μας στο εσωτερικό. Εν τούτοις, αφού τώρα απομακρυνόμαστε ο ένας από τον άλλο, πρέπει να συμπεράνουμε ότι η απόσταση μεταξύ μας άρχισε να αυξάνεται χωρίς κανείς μας να έχει επιτάχυνση. Αντί να περιγράψουμε τι συνέβη με τη βοήθεια κάποιας “δυνάμεως” την οποία δεν θα μπορούσαμε να ανιχνεύσουμε, μπορούμε μάλλον να περιγράψουμε τι συμβαίνει με τη βοήθεια κάποιας παραμορφώσεως του χώρου και του χρόνου που μπορούμε να παρατηρήσουμε.

Αυτή είναι η ουσία της γενικής θεωρίας της σχετικότητας. Το βαρυτικό πεδίο, σύμφωνα με αυτή την άποψη, δημιουργεί μια “παραμόρφωση” στο χώρο και στο χρόνο στη γειτονιά μιας μάζας. Η βαρύτητα υπεισέρχεται έτσι όχι ως “δύναμη” αλλά ως ιδιότητα του χώρου και του χρόνου.

Αυτή όλη η διαδικασία θα ήταν άχρηστη αν δεν επέτρεπε την επέκταση των νόμων της φυσικής και την πρόβλεψη συγκεκριμένων γεγονότων που μπορούν να παρατηρηθούν. Πράγματι, η γενική σχετικότητα προβλέπει ορισμένα γεγονότα, τα οποία δεν εξηγούνται σωστά ούτε από την Νευτώνεια δυναμική ούτε με την ειδική σχετικότητα. Ένα από αυτά είναι η καμπύλωση του φωτός μέσα στο πεδίο βαρύτητας. Στη γενική σχετικότητα, η “ελάχιστη απόσταση μεταξύ δύο σημείων” δεν είναι η ευθεία γραμμή αλλά είναι μια “γεωδесιακή”, η τροχιά την οποία ακολουθεί το φως ταξιδεύοντας από το ένα σημείο στο άλλο και εκτρεπόμενο από το πεδίο βαρύτητας. Σύμφωνα με την ειδική σχετικότητα, το φως φέρει ενέργεια και αφού η μάζα και η ενέργεια είναι ισοδύναμες, το φως θα εκτραπεί από το πεδίο βαρύτητας. Όμως, το μέγεθος της εκτροπής δεν δίνεται σωστά από αυτό το απλοϊκό επιχείρημα διότι η δύναμη βαρύτητας επί κινούμενου αντικειμένου εξαρτάται από την ταχύτητά του. Μπορούμε πράγματι να παρατηρήσουμε την εκτροπή (απόκλιση) του

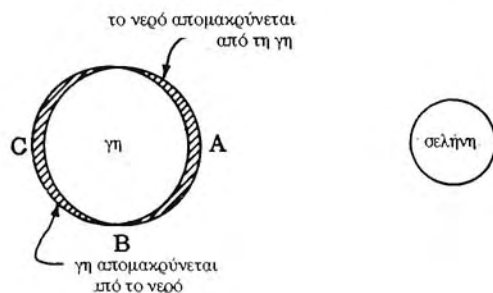
φωτός το οποίο ταξιδεύει από μακρινούς αστέρες και διέρχεται πολύ κοντά από τον ήλιο κατά τη διάρκεια ηλιακών εκλείψεων. Το φαινόμενο είναι πολύ ασθενές, απόκλιση περίπου δύο δευτερολέπτων τόξου, αλλά μπορεί να μετρηθεί με ακρίβεια και συμφωνεί ακριβώς με τις προβλέψεις της γενικής σχετικότητας.

Η γενική θεωρία της σχετικότητας είναι μεγάλης σπουδαιότητας στη φυσική, αλλά είναι πολύ περισσότερο το εργαλείο δουλειάς για τους κοσμολόγους στη μελέτη τους του σύμπαντος. Οι κοσμολόγοι ασχολούνται με τέτοιες ερωτήσεις όπως “είναι το σύμπαν πεπερασμένο (κλειστό);” – δηλαδή, μια γεωδειακή, η οποία κατευθύνεται προς τα έξω από το γνωστό μας κόσμο θα εξακολουθεί προς αυτή την κατεύθυνση επ’ άπειρον ή πηγαίνοντας συνεχώς προς τα έξω θα επιστρέψει στο αρχικό της σημείο; Οι περισσότερες από τις προ-σπάθειες των συγχρόνων αστρονόμων συγκεντρώνονται στο να απαντήσουν σε αυτή την ερώτηση. Προς το παρόν δεν είμαστε εντελώς σίγουροι αν ο κόσμος που ξέρετε είναι πεπερασμένος (κλειστός) ή άπειρος (ανοικτός), αλλά σίγουρα είναι “παραμορφωμένος”, με τη σχετικιστική έννοια του όρου.

Παλίρροιες

Μαθητές που ζουν στην ενδοχώρα ίσως να μην ξέρουν από παλίρροιες. Παρόλο που οι λεπτομέρειες της παλιρροϊκής κινήσεως είναι πολύπλοκες ένεκα τοπικών ιδιομορφιών των ακτών και του πυθμένα της θάλασσας, οι κύριες κινήσεις προκαλούνται από τη βαρυτική έλξη της σελήνης επί της γης. Αυτό το φαινόμενο δείχνεται στο σχ. B5 - 2.

Τώρα που οι μαθητές γνωρίζουν ότι η δύναμη μεταξύ της σελήνης και της γης έχει ως αποτέλεσμα επιτάχυνση, μπορεί να τους είναι δυνατόν να καταλάβουν καλύτερα τις παλίρροιες. Ουσιαστικά, η σελήνη και η γη πέφτουν ελεύθερα (επιταχύνονται) η μια προς την άλλη. Η δύναμη ανά μονάδα μάζας είναι η παράμετρος που καθορίζει την επιτάχυνση ενός σωματίου. Αφού το πεδίο βαρυτικών δυνάμεων της σελήνης μεταβάλλεται με νόμο αντίστροφου τετραγώνου της αποστάσεως από το κέντρο της σελήνης, η επιτάχυνση προς τη σελήνη ενός σωματίου στο Α τείνει να είναι μεγαλύτερη από αυτήν του σωματίου στο Β, η οποία με τη σειρά της τείνει να είναι μεγαλύτερη από αυτήν επί του σωματίου στο C. Αν η γη ήταν στερεή, δεν θα μπορούσε να δημιουργηθεί παλιρροϊκή κίνηση. Η διαφορά μεταξύ των εξωτερικών δυνάμεων θα εξουδετερώνονταν από εσωτερικές δυνάμεις. Όταν το υλικό στο Α ή στο C είναι νερό, αφού μπορεί να ρέει ελεύθερα, θα συμβούν μεταβολές στη στάθμη του.



Σχήμα B5-2

Έτσι η έλξη της σελήνης δημιουργεί δύο ανυψώσεις στη θάλασσα, σε δύο αντίθετα σημεία επί της γης. Επειδή η γη κάνει μια περιστροφή περί τον άξονά της κάθε 24 ώρες, υπάρχουν δύο πλημμυρίδες κάθε 24ωρο σε κάθε σημείο της θάλασσας παρόλο που μπορεί να μην έχουν ακριβώς το ίδιο ύψος. Ενώ πρέπει να ληφθεί υπόψη επίσης και η επίδραση του ήλιου για τον υπολογισμό του ακριβούς μεγέθους της παλίρροιας, η επίδρασή του είναι κατά πολύ ασθενέστερη από ότι αυτή της σελήνης.

Η δύναμη που ασκεί ο ήλιος ανά μονάδα μάζας οπουδήποτε επί της γης είναι περίπου 100 φορές μεγαλύτερη από την αντίστοιχη που ασκεί η σελήνη. Παρόλα αυτά, το παλιρροϊκό φαινόμενο της σελήνης είναι περίπου διπλάσιο από αυτό που οφείλεται στον ήλιο. Αυτό συμβαίνει, γιατί η διαφορά μεταξύ της δυνάμεως της σελήνης ανά μονάδα μάζας στην επιφάνεια της γης στο Α και σε ένα άλλο σημείο στο D, είναι περισσότερο από διπλάσια από ότι είναι η διαφορά μεταξύ των αντιστοίχων μεγεθών, που οφείλονται στον ήλιο σε αυτά τα δύο σημεία (αυτό οφείλεται στο ότι η ποσοστιαία μεταβολή στο αντίστροφο του τετραγώνου της αποστάσεως από τη σελήνη μέχρι αυτά τα σημεία είναι περίπου 400 φορές μεγαλύτερη από ότι η ποσοστιαία μεταβολή στο αντίστροφο τετράγωνο της αποστάσεως από τον ήλιο μέχρι αυτά τα σημεία).

Οι μεγαλύτερες ανυψώσεις συμβαίνουν περίπου δύο φορές το μήνα, περίπου κατά τη νέα σελήνη και κατά την πανσέληνο, όταν ο ήλιος, η γη και η σελήνη βρίσκονται περίπου στην ίδια ευθεία. Οι παλίρροιες μπορεί να ποικίλλουν πολύ σε μέγεθος από τόπο σε τόπο κατά μήκος της ακτής, λόγω διαφορετικών λεπτομερειών της τοπογραφίας σε κάθε σημείο. Οι μεγαλύτερες παλίρροιες παρατηρούνται συχνότερα σε μερικούς κλειστούς κόλπους ή σε στενά όπως στην Χαλκίδα. Οι διαφορές ύψους μεταξύ πλημμυρίδας και αμπώτιδας μπορεί να φτάσει τα 15 m.

Σύσταση της Γης

Το πείραμα του Cavendish του επέτρεψε να βρει τη μέση πυκνότητα της γης και καθόρισε ότι ήταν περίπου $5 \frac{1}{2}$ φορές αυτή του νερού. Αφού οι βράχοι στην επιφάνεια της γης έχουν πυκνότητα μόνο 2 με 3 φορές από αυτή του νερού, το εσωτερικό της γης πρέπει προφανώς να είναι φτιαγμένο από υλικό μεγαλύτερης πυκνότητας από ότι ο επιφανειακός φλοιός. Ο λιωμένος βαλσάτης, ή λάβα, που βρίσκεται κάτω από το φλοιό της γης είναι πολύ ελαφρύ υλικό για να εξηγήσει τη μετρούμενη (μέση) πυκνότητα της γης. Ένα μεγάλο μέρος της μάζας της γης φαίνεται ότι βρίσκεται στον σχετικά μικρό “πυρήνα” στο κέντρο της γης, με πυκνότητα περίπου 10 φορές μεγαλύτερη από αυτή του νερού. Αυτός ο πυρήνας αποτελείται μάλλον από μέταλλα όπως σίδηρος και νικέλιο και όχι από πέτρα. Ο πυρήνας, όπως προσδιορίζεται από σεισμικές μετρήσεις, είναι ουσιαστικά σφαιρικού και έχει ακτίνα περίπου 3.000 km. Ο πυρήνας φαίνεται ότι δεν είναι ομογενής ως προς την πυκνότητα αλλά παρουσιάζει μια αισθητή αύξηση στην πυκνότητα, καθώς πλησιάζουμε προς το κέντρο της γης, ξεκινώντας από περίπου 1.500 km από το κέντρο. Στο κέντρο της γης η πυκνότητα είναι περίπου 16 φορές μεγαλύτερη από αυτή του νερού.

Κατάταξη των Προβλημάτων Παραγράφων και ΣΤΕ

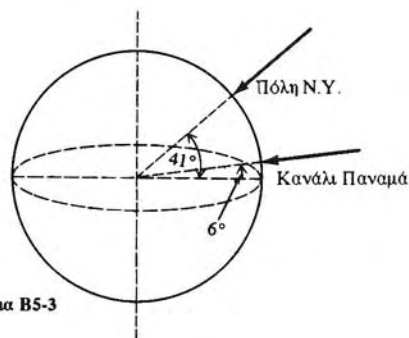
Παράγραφος	Εύκολα	Μέτρια	Δύσκολα
5 - 1	2	1	
5 - 2	4	3	
5 - 3	5, 6	7	
5 - 4	8, 9, 10	11	
5 - 5	12, 14, 16, 17	13, 15	
5 - 6	19	18	
5 - 7	20, 21, 22	23	
ΣΤΕ	27, 32, 38	24, 26, 28, 30, 31, 35, 36, 40	25, 29, 33, 34, 37, 39

Απαντήσεις στα Προβλήματα

(Περιεχόμενο προβλημάτων όπως στο βιβλίο διδασκαλίας)

1. Το βαρύδι του νήματος της στάθμης στους πόλους υφίσταται την επίδραση δύο δυνάμεων: τη δύναμη βαρύτητας προς τα κάτω και τη δύναμη προς τα επάνω που ασκεί το νήμα (τάση του νήματος). Αυτές οι δύο δυνάμεις είναι ίσες κατά μέτρο και η τάση του νήματος είναι ένα μέτρο της δυνάμεως βαρύτητας.

Ένα τέτοιο βαρύδι στον ισημερινό επίσης υφίσταται αυτές τις δύο δυνάμεις. Όμως τώρα το βαρύδι κινείται σε κυκλική τροχιά με ταχύτητα σταθερού μέτρου και η ακτίνα του κύκλου είναι ίση με την ακτίνα της γης. Έτσι, πρέπει να υπάρχει κεντρομόλος δύναμη οπότε η συνισταμένη της δυνάμεως βαρύτητας (βάρους) και της τάσεως του νήματος πρέπει να είναι αυτή η απαιτούμενη κεντρομόλος δύναμη $\vec{F}_x$, και όχι μηδέν όπως προηγουμένως ίσχυε για τους πόλους. Η τάση του νήματος που ασκείται στο βαρύδι είναι μικρότερη από τη δύναμη βαρύτητας και η διαφορά τους είναι $\vec{F}_x$, οπότε το βαρυτικό πεδίο φαίνεται σαν να είναι μικρότερο από ότι είναι στους πόλους. Αν το νήμα της στάθμης μετατοπίζεται από τον ισημερινό προς κάποιον από τους πόλους, η απόστασή του από τον άξονα περιστροφής ελαττώνεται συνεχώς οπότε ελαττώνεται επίσης και η $\vec{F}_x$, επομένως καθώς το νήμα της στάθμης μετακινείται προς τον πόλο, φαίνεται σαν να αυξάνεται το πεδίο βαρύτητας. (Ίσως θα θέλατε να ξαναγυρίσετε σε



Σχήμα Β5-3

αυτό εδώ το πρόβλημα μετά από τις παραγράφους 5 - 5 ή 5 - 6 για να συζητήσετε την επίδραση της πλατύνσεως της γης, η οποία έχει μικρότερη ακτίνα στους πόλους από ότι στον ισημερινό).

2. Το βάρος μάζας 5,0 kg στο γεωγραφικό πλάτος της πόλεως της Νέας Υόρκης των ΗΠΑ (είναι περίπου αυτό της Ελλάδας), είναι $5,0 \times 9,803 \text{ N} = 49,015 \text{ N} \approx 49 \text{ N}$. Το βάρος σε γεωγραφικό πλάτος στο κανάλι του Παναμά είναι $5,0 \times 9,782 \text{ N} = 48,910 \text{ N} \approx 49 \text{ N}$.

Με ακρίβεια δύο σημαντικών ψηφίων, δεν υπάρχει μεταβολή στο μέτρο της δυνάμεως βαρύτητας.

Βλέπε σχ. Β5 - 3 όπου φαίνεται η μεταβολή στην κατεύθυνση. Το κανάλι του Παναμά είναι περίπου νότια από την πόλη της Νέας Υόρκης.

3. $R_y = 6,38 \times 10^6 \text{ m}$

$$R_{\alpha} = \frac{1}{4} \times 6,38 \times 10^6 \text{ m} \approx 1,6 \times 10^6 \text{ m}$$

$$g_{\gamma} = 9,80 \text{ m/s}^2 \quad g_{\alpha} = \frac{1}{6} \times 9,80 \text{ m/s}^2 \approx 1,6 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Αφού } v^2 = gR, v = \sqrt{gR}$$

$$v = \sqrt{1,6 \times 1,6 \times 10^6} \text{ m/s} = 1,6 \times 10^3 \text{ m/s}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \times 1,6 \times 10^6}{1,6 \times 10^3} \text{ s}$$

$$= 6,3 \times 10^3 \text{ s ή } 105 \text{ min}$$

$$4. \text{ Αφού } g = \frac{4\pi^2 R}{T^2}, \frac{g_{\alpha}}{g_{\gamma}} = \frac{R_{\alpha}}{R_{\gamma}^2} \cdot \frac{T_{\gamma}^2}{R_{\alpha}}$$

$$= \frac{R_{\alpha}}{R_{\gamma}} \cdot \left[\frac{T_{\gamma}^2}{T_{\alpha}^2} \right]^2$$

$$\frac{g_{\alpha}}{g_{\gamma}} = \frac{3,43 \times 10^6}{6,87 \times 10^6} \cdot \left[\frac{94,4}{102} \right]^2 = 0,43$$

5. Επιταχύνσεις, μέτρα ταχυτήτων, περίοδοι είναι όλα ίσα και για τους δύο δορυφόρους.

Η κεντρομόλος δύναμη επί του μεγαλύτερου δορυφόρου είναι διπλάσια από αυτήν επί του άλλου.

$$6. (\alpha) \quad a_{\gamma} = \frac{v^2}{R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4\pi^2 \times 1,5 \times 10^{11}}{(3,16 \times 10^7)^2} \text{ m/s}^2 = 5,9 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

$$(\beta) \quad a_{\alpha} = 2,7 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

$$\frac{a_{\alpha}}{a_{\gamma}} = \frac{2,7 \times 10^{-3}}{5,9 \times 10^{-3}} = 0,46$$

7. Το μέτρο της ταχύτητας της σεληίνης στην κυκλική τροχιά της είναι:

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi \times 3,8 \times 10^8}{2,3 \times 10^6} \text{ m/s} = 1,04 \times 10^3 \text{ m/s}$$

Σύγκριση των δεδομένων για το δορυφόρο κοντά στη γη και των δεδομένων για τη σελήνη:

	Ταχύτητα (m/s)	Περίοδος (s)	Επιτάχυνση (m/s ²)
Σελήνη	$1,04 \times 10^3$	$2,3 \times 10^6$	$2,7 \times 10^{-3}$
Δορυφόρος	$7,62 \times 10^3$	$5,7 \times 10^3$	8,5

Προφανώς, καθώς η ακτίνα αυξάνεται ελαττώνεται η ταχύτητα, η περίοδος αυξάνεται και η επιτάχυνση ελαττώνεται.

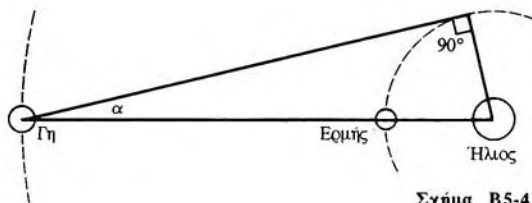
8. Η επιφάνεια, η οποία σαρώνεται ανά μονάδα χρόνου από την ακτίνα, που είναι η ευθεία μεταξύ γης ήλιου $= \pi R^2/T$, όπου T είναι ο χρόνος μιας πλήρους περιφοράς. Αφού η γη περιφέρεται μια φορά κάθε 365 μέρες ($3,2 \times 10^7 \text{ s}$) περί τον ήλιο, η επιφάνεια η σαρωνόμενη ανά δευτερόλεπτο

$$= \frac{\pi \times (1,5 \times 10^{11} \text{ m})^2}{3,2 \times 10^7 \text{ s}} = 2,2 \times 10^{15} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$9. \quad \frac{3,35 \times 10^{18} \text{ m}^3/\text{s}^2}{2,2 \times 10^{15} \text{ m}^2/\text{s}} = 1523$$

$$10. \quad \sqrt{8^3} = 23 \text{ φορές}$$

11. Αν η απόσταση γης ήλιου είναι 1 μονάδα μήκους, τότε από τον Ερμή μέχρι τον ήλιο η απόσταση είναι 0,389 μονάδες. Άρα $\sin \alpha = 0,389$ και $\alpha = 23^\circ$. (Βλέπε σχ. B5-4).



Σχήμα B5-4

Ομοίως για την Αφροδίτη

$$\sin \alpha = 0,724$$

$$\alpha = 46^\circ$$

$$12. \quad \frac{3,6 \times 10^3 \text{ φορές}}{23} = 156$$

13. Αφού

$$F = \frac{Gm_1 m_2}{R^2}, \frac{F_{\gamma}}{F_{\alpha}} = \frac{m_{\gamma}}{m_{\alpha}} \cdot \left(\frac{R_{\alpha}}{R_{\gamma}} \right)^2 = \frac{5,98 \times 10^{24}}{4,83 \times 10^{24}} \left(\frac{1,08 \times 10^{11}}{1,49 \times 10^{11}} \right)^2 = 0,65$$

$$14. (\alpha) \quad K_{\gamma} = 9,9 \times 10^{12} \text{ m}^3/\text{s}^2$$

$$(\beta) \quad m_{\gamma}/m_{\eta} = 3,0 \times 10^{-6}$$

15. Σε ύψος ίσο με $\sqrt{2} - 1 = 0,41$ φορές την ακτίνα της γης.

16. Είναι ίσες κατά μέτρο και έχουν αντίθετες κατευθύνσεις.

17. Αφού $g = \frac{Gm}{R^2}$, όσο μεγαλύτερη είναι η απόσταση ενός σημείου από το κέντρο της γης, τόσο μικρότερο είναι το g .

18.

$$G = \frac{gRe^2}{m_e} = \frac{9,8 \times (6,38 \times 10^6)^2}{5,98 \times 10^{24}}$$

$$= 6,67 \times 10^{-11} \cdot \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

19. Η απάντηση εξαρτάται από τους ζυγούς που διαθέτετε στο σχολείο σας.

Ένας ζυγός IPS μπορεί να ανιχνεύσει διαφορά μαζών περίπου $2 \times 10^{-3} \text{ g}$ ή δύναμη περίπου $2 \times 10^{-5} \text{ N}$.

20. (α) Μέγιστη απόσταση = 4,15 cm.

Ελάχιστη απόσταση = 3,40 cm.

Ο λόγος, στο σχ. 5 - 11, είναι 1,22

(β) Μέγιστη απόσταση = 2,8 cm.

Ελάχιστη απόσταση = 0,55 cm.

Στο σχ. 5 - 14 ο λόγος είναι 5,1

21. Στο σημείο της τροχιάς του Ερμή το πλησιέστερο προς τη γη.

22. Ναι. Από το διάγραμμα στο σχήμα 5 - 14 μπορεί κανείς να δει ότι η μέγιστη γωνία μεταξύ της κατευθύνσεως από τη γη προς τον ήλιο και της κατευθύνσεως από τη γη προς την Αφροδίτη είναι περίπου 38° .23. Το μήκος του τόξου κύκλου το οποίο υποτείνει γωνία θ (rad) είναι $S = r\theta$ (σε μονάδες μήκους όπως και το r).

$$\Gamma\omega\nu\acute{\iota}\alpha \ 0,067^\circ = \frac{0,067 \times \pi}{180}$$

$$= 1,17 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

$$\text{Άρα } S = 2 \times 1,17 \times 10^{-3} \text{ m} = 2,34 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$= \underline{2,34 \text{ mm}}$$

Απαντήσεις στα Προβλήματα ΣΤΕ

24. Αυτό το πρόβλημα μπορεί να λυθεί με πολλούς τρόπους που αντιστοιχούν σε διαφορετικά επίπεδα γνώσεως. Σε αυτό το σημείο αναμένεται μια σύντομη ποιοτική απάντηση.

(α) Ξέρουμε ότι, λόγω της περιστροφής της γης περί τον άξονά της, οι αστέρες φαίνονται σαν να περιφέρονται γύρω από τη γη μια φορά το 24ωρο. Τι συμβαίνει με τους αστέρες όπως φαίνονται από το φεγγάρι; Περιστρέφεται το φεγγάρι μια φορά κάθε 24ωρο όπως συμβαίνει με τη γη;

Το κλειδί είναι να ερμηνεύσει κανείς σωστά το γεγονός ότι, από τη γη,

πάντοτε βλέπουμε την ίδια "όψη" του φεγγαριού. Καθώς το φεγγάρι κινείται διαγράφοντας γωνία θ κατά την περιφορά του γύρω από τη γη, πρέπει συγχρόνως να περιστρέφεται περί τον άξονά του κατά την ίδια γωνία ώστε να "δείχνει την ίδια όψη του" στη γη. Άρα η περίοδος της περιστροφής του φεγγαριού (σελήνης) περί τον άξονά του είναι η ίδια με την περίοδο περιφοράς του περί τη γη. Σε άλλα μαθήματα ίσως οι μαθητές να έμαθαν ότι αυτή η περίοδος είναι 28 μέρες (24ωρα) ή ακριβέστερα 27,3 μέρες.

(β) Αφού το φεγγάρι δείχνει την ίδια "όψη" στη γη, ένας παρατηρητής επάνω στο φεγγάρι θα βλέπει πάντοτε τη γη στην ίδια θέση στον ουρανό. Από το φεγγάρι, η γη δεν φαίνεται να περιφέρεται περί αυτό.

(γ) Αφού από το (α) βρήκαμε ότι το φεγγάρι περιστρέφεται περί τον άξονα του περίπου μια φορά κάθε τέσσερις βδομάδες, αυτός είναι ο χρόνος, κατά προσέγγιση, που απαιτείται ώστε ο ήλιος να μετακινηθεί από μια θέση του κατά το μεσημέρι στην επόμενη παρόμοια θέση, όπως φαίνεται από δεδομένο σημείο της επιφάνειας του φεγγαριού. Αν το φεγγάρι μόνο περιστρεφόταν περί τον άξονά του και δεν κινιόταν γύρω από τον ήλιο (μαζί με τη γη), τότε για έναν άνθρωπο πάνω στο φεγγάρι ο ήλιος θα φαινόταν να κινείται όπως και οι απλανείς αστέρες. Όμως, επειδή το φεγγάρι κινείται γύρω από τον ήλιο ενώ συγχρόνως περιστρέφεται περί τον άξονά του (και οι φορές κινήσεως είναι κατάλληλες), πρέπει να κάνει λίγο περισσότερο από μια περιστροφή περί τον άξονά του για να ξαναφάνε ο ήλιος να μεσουραναί, δηλαδή να βρίσκεται στο μέγιστο ύψος του (δύο διαδοχικά μεσημέρια). Άρα ο ήλιος θα φαίνεται ότι κινείται γύρω από το φεγγάρι λίγο πιο αργά από ότι οι απλανείς αστέρες. (Ο πραγματικός ρυθμός, με τον οποίο φαίνεται να περιφέρεται ο ήλιος γύρω από το φεγγάρι, είναι μια φορά κάθε 29,5 μέρες).

25. (α) Αφού το φεγγάρι κάνει περίπου 4 βδομάδες για μια περιφορά περί τη γη και η γη κάνει 52 βδομάδες για μια περιφορά περί τον ήλιο, το φεγγάρι περιφέρεται περί τη γη περίπου 13 φορές το χρόνο. (Αυτό μπορεί επίσης να βρεθεί από τις περιόδους της γης και του φεγγαριού που δίνονται στον πίνακα για το ηλιακό σύστημα στη σελίδα 97 του διδακτικού βιβλίου:

$$\frac{T_{\gamma}}{T_{\sigma}} = \frac{3,16 \times 10^7}{2,36 \times 10^6} = 13,4.)$$

Κατ' αυτές τις ετήσιες κινήσεις της γης και του φεγγαριού, το φεγγάρι θα βρίσκεται μεταξύ γης και ήλιου 12 φορές. Μπορείτε να το επιβεβαιώσετε κοιτάζοντας σε οιοδήποτε ημερολόγιο που έχει τις φάσεις της σελήνης (του φεγγαριού). Έχουμε νέα σελήνη όταν το φεγγάρι βρίσκεται μεταξύ ήλιου και γης, περίπου, επί της ευθείας που ενώνει τη γη με τον ήλιο. Το ημερολόγιο δείχνει ότι έχουμε νέα σελήνη 12 φορές το έτος.

Για να καταλάβετε γιατί γίνεται αυτό σκεφτείτε τις θέσεις του ήλιου, του φεγγαριού και της γης κατά τη φάση της νέας σελήνης. Τρεις μήνες αργότερα, η γη έχει διαγράψει ένα τέταρτο μιας περιφοράς της περί τον ήλιο.

Αν το φεγγάρι (σελήνη) έκανε ακριβώς μια περιφορά κάθε μήνα, η ευθεία που ενώνει τη γη με τον ήλιο θα ήταν κάθετη προς την ευθεία που ενώνει τη γη με τη σελήνη. Όμως η σελήνη στην πραγματικότητα είναι πάλι μεταξύ της γης και του ήλιου.

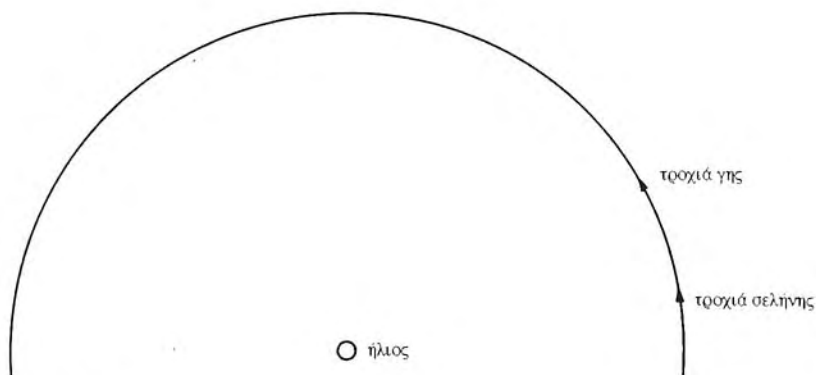
Επομένως (επειδή η περιφορά γης περί τον ήλιο και σελήνης περί την γη γίνονται κατά την ίδια φορά), η σελήνη έκανε $3\frac{1}{4}$ περιφορές περί τη γη σε τρεις μήνες για να έρθει στη θέση αυτή ξανά. Άρα σε ένα έτος, η σελήνη πρέπει να κάνει $4 \times 3\frac{1}{4} = 13$ περιφορές γύρω από τη γη για να βρίσκεται μεταξύ ήλιου και γης 12 φορές. (Πιο σωστή απάντηση είναι, μια φορά κάθε 29,5 μέρες). Μια παρόμοια επιχειρηματολογία δείχνει ό-

τι η γη περιστρέφεται περί τον άξονά της 367 φορές κατά τη διάρκεια ενός δισεκατοῦ έτους και 366 φορές σε κάθε κανονικό έτος.

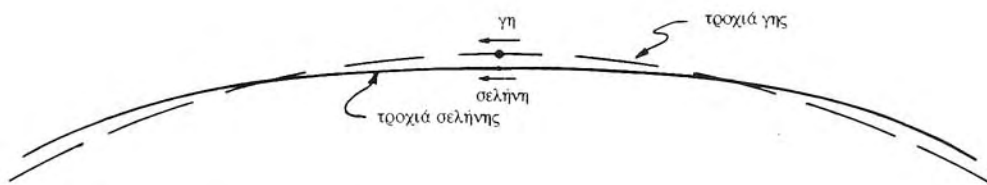
- (β) Κατά την διάρκεια 1 μηνός, η σελήνη (και η γη) μετακινούνται κατά $\frac{1}{12}$ x περιφέρειας της τροχιάς της γης, ή $\frac{1}{12} \times 2\pi \times 1,5 \times 10^{11} \text{ m} \approx 8 \times 10^{10} \text{ m}$. (Με μεγαλύτερη ακρίβεια, $29,5 / 365 \times 2\pi \times 1,5 \times 10^{11} \text{ m} = 7,6 \times 10^{10} \text{ m}$).
- (γ) Στο σχ. Β5 - 5, η τροχιά της γης γύρω από τον ήλιο σχεδιάζεται να έχει ακτίνα 5 cm. Ο λόγος της ακτίνας της τροχιάς της σελήνης γύρω από τη γη προς την ακτίνα της τροχιάς της γης γύρω από τον ήλιο είναι $3,8 \times 10^8 \text{ m} / 1,5 \times 10^{11} \text{ m} = 1/400$. Επομένως η τροχιά της σελήνης γύρω από τη γη, στο ίδιο σχεδιάγραμμα, θα έχει ακτίνα $5/400 \text{ cm}$. Αυτό είναι μικρότερο από το εύρος της γραμμής που χρησιμοποιείται για να παραστήσει την τροχιά της γης.

Συχνά φτιάχνονται διαγράμματα, τα οποία δείχνουν τη σελήνη να κινείται μπρος πίσω κατά μήκος της τροχιάς της γης. Τέτοια διαγράμματα σπάνια είναι σωστά, αφού η τροχιά της σελήνης γύρω από τον ήλιο είναι πάντοτε καμπύλη με τα κοίλα προς τον ήλιο. Αυτό μπορεί να κατανοηθεί από το γεγονός ότι η δύναμη βαρύτητας μεταξύ ήλιου και σελήνης είναι περίπου διπλάσια της δυνάμεως μεταξύ γης και σελήνης. Άρα η σελήνη πάντοτε έχει επιτάχυνση με κατεύθυνση προς τον ήλιο. Η επιτάχυνση που δίνει η γη στην σελήνη ισούται με $2,7 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$, η επιτάχυνση που δίνει ο ήλιος στη σελήνη είναι $5,9 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$. Άρα ακόμη και όταν η σελήνη βρίσκεται μεταξύ γης και ήλιου όπως φαίνεται στο σχ. Β5 - 6, η συνισταμένη επιτάχυνση της σελήνης κατευθύνεται προς τον ήλιο.

- (δ) Σε "παρατηρητή στον ήλιο", η σελήνη δεν παρουσιάζεται να εκτελεί κίνηση μπρος πίσω (δεν αντιστρέφεται ποτέ η κίνησή της). Αν η σελήνη παρουσίαζε τέτοια αντιστροφόμενη κίνηση, το μέτρο της ταχύτητάς της κατά την προς τα "πίσω" κίνηση σε κάποιο



Σχήμα B5-5



Σχήμα B5-6

σημείο όπως αυτό που φαίνεται στο σχ. B5 - 7 θα έπρεπε να είναι μεγαλύτερο από αυτό κατά την προς τα “εμπρός” κίνηση του συστήματος γης - σελήνης.

Το μέτρο της ταχύτητας του συστήματος γης - σελήνης κατά την περιφορά του περί τον ήλιο είναι :

$$\frac{2\pi \times 1,5 \times 10^{11} \text{ m}}{365 \times 8,6 \times 10^4 \text{ s}} \approx 30 \text{ km/s.}$$

Το μέτρο της ταχύτητας της σελήνης σχετικά με τη γη (κατά την περιφορά της σελήνης περί τη γη) είναι :

$$\frac{2\pi \times 3,8 \times 10^8 \text{ m}}{27 \times 8,6 \times 10^4 \text{ s}} \approx 1 \text{ km/s.}$$

Αφού η σελήνη και η γη κινούνται γύρω από τον ήλιο με 30 km / s και αφού η ταχύτητα της σελήνης γύρω από τη γη είναι μόνο 1 km / s, η ταχύτητα αυτή είναι πολύ μικρή για να

προκαλέσει αντίστροφη κίνηση της σελήνης.

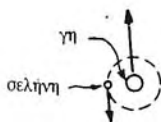
26. Είναι ευκολότερο να γίνει η περιγραφή από τη γη· η τροχιά της σελήνης περί τη γη είναι σχεδόν κυκλική. Είναι πιο πολύπλοκη μια ακριβής περιγραφή της τροχιάς της σελήνης όπως φαίνεται από τον ήλιο, διότι η κίνηση της σελήνης επιπροστίθεται στην κίνηση της γης. Η τροχιά της σελήνης έχει καμπυλότητα, η οποία κυμαίνεται μεταξύ κάποιου μέγιστου και κάποιου ελάχιστου περίπου 13 φορές στο έτος. Όμως, με καλή προσέγγιση η τροχιά της σελήνης γύρω από τον ήλιο δεν μπορεί να διακριθεί από την τροχιά της γης.

27. Ο νόμος του Kepler λέει ότι η ευθεία που ενώνει τον ήλιο με τη γη σαρώνει σε ίσους χρόνους επιφάνειες ίσων εμβαδών. Όταν η γη κινείται γρηγορότερα κατά μήκος της τροχιάς της, το μήκος αυτής της ευθείας είναι μικρότερο. Αφού το χρονικό διάστημα από την 21 Σεπτεμβρίου μέχρι την 21 Μαρτίου είναι το μικρότερο, κατ’ αυτό το διάστημα η ταχύτητα κίνησης είναι μεγαλύτερη, άρα η γη διέρχεται πιο κοντά από τον ήλιο κατά το χειμώνα του Βορείου Ημισφαιρίου.

Λόγω της κλίσεως του άξονα της γης (ως προς την εκλειπτική), η ακτινοβολία



Σχήμα B5-7



του ήλιου πέφτει υπό μεγαλύτερες γωνίες σε αυτό το ημισφαίριο και επί λιγότερες ώρες κάθε 24ωρο. Αυτά τα φαινόμενα είναι πολύ πιο ισχυρά από τη σχετική μικρή ελάττωση στην απόσταση από τον ήλιο, που είναι περίπου 3%. Επομένως, το Βόρειο Ημισφαίριο δέχεται λιγότερη θερμότητα υπό μορφή ακτινοβολίας και άρα ξεσταίνεται λιγότερο, κατά το Δεκέμβριο από ότι τον Ιούνιο.

28. Αυτό το πρόβλημα έχει να κάνει με την τροχιά ενός κομήτη και τον τρίτο νόμο του Kepler. Αφού ξέρομε ότι η παράσταση $\bar{R}^3/T^2$ είναι σταθερή και αφού γνωρίζουμε την T , μπορούμε να υπολογίσουμε το $\bar{R}$, το οποίο ορίζεται ως η μέση τιμή μεταξύ της ελάχιστης και μέγιστης ακτίνας. Τότε, ξέροντας την ελάχιστη ακτίνα, μπορούμε να υπολογίσουμε τη μέγιστη.

Από τον πίνακα για τον τρίτο νόμο του Kepler έχουμε $\bar{R}^3/T^2 = 3,4 \times 10^{18} \text{ m}^3/\text{s}^2$. Αφού η περίοδος T , του κομήτη του Halley είναι 75 έτη = $2,4 \times 10^9 \text{ s}$, $T^2 = 5,8 \times 10^{18} \text{ s}^2$ και

$$\bar{R} = (3,4 \times 10^{18} \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2} \times 5,8 \times 10^{18} \text{ s}^2)^{1/3}$$

$$= 2,7 \times 10^{12} \text{ m}.$$

Αφού η $\bar{R}$ ορίζεται ως το $\frac{1}{2}$ του αθροίσματος της ελάχιστης και μέγιστης ακτίνας,

$$\bar{R} = \frac{R_{\text{ηγ}} + R_{\text{ελαχ}}}{2}$$

άρα

$$\begin{aligned} \bar{R}_{\text{ηγ}} &= 2\bar{R} - R_{\text{ελαχ}} = 2 \times 2,7 \times 10^{12} \text{ m} \\ &- 8,9 \times 10^{10} \text{ m} \\ &= 5,3 \times 10^{12} \text{ m}. \end{aligned}$$

(Η ελάχιστη απόσταση, $8,9 \times 10^{10} \text{ m}$, είναι αμελητέα σε σχέση με τη μεγάλη ακτίνα). Αν αυτή η τροχιά σχεδιασθεί υπό κλίμακα μαζί με την τροχιά της γης, είναι προφανώς πάρα πολύ πεπλατυσμένη, όπως φαίνεται στο σχ. Β5 - 8.

29. (α) Ο δορυφόρος θα είναι ακίνητος, ως προς τη γη και θα βρίσκεται συνεχώς επάνω από κάποιο σημείο της επιφάνειας της γης αν η περίοδος του, T είναι ίδια με αυτήν της περιστροφής της γης περί τον άξονά της, περίπου 1 ημέρα (στην πραγματικότητα 365/366 ημέρες).

Η ακτίνα της τροχιάς του δορυφόρου μπορεί να βρεθεί από τον τρίτο νόμο του Kepler και από τη γνώση μας ότι η σελήνη βρίσκεται σε απόσταση 59,5 ακτίνων της γης από το κέντρο της γης και περιφέρεται γύρω από αυτήν μια φορά κάθε 27 (27,3) ημέρες. Έστω ότι R_δ και R_σ είναι οι ακτίνες των τροχιών του δορυφόρου και της σελήνης και έστω ότι T_δ και T_σ είναι οι περίοδοί τους:

$$\begin{aligned} \frac{R_\delta^3}{T_\delta^2} &= \frac{R_\sigma^3}{T_\sigma^2} \\ R_\delta &= \left(\frac{R_\sigma^3 T_\delta^2}{T_\sigma^2} \right)^{1/3} \\ &= \left[\frac{(59,5 \text{ ακτίνες γης})^3 \times (1 \text{ μέρα})^2}{(27 \text{ μέρες})^2} \right]^{1/3} \\ &= 6,6 \text{ ακτίνες γης}. \end{aligned}$$

Αφού η ακτίνα της γης είναι $6,4 \times 10^6 \text{ m}$,

$$R_\delta = 6,6 \times 6,4 \times 10^6 \text{ m} = 4,2 \times 10^7 \text{ m}.$$

Το ύψος του δορυφόρου πάνω από την επιφάνεια της γης θα είναι $4,2 \times 10^7 \text{ m} - 6,4 \times 10^6 \text{ m} = 3,6 \times 10^7 \text{ m}$.

- (β) Ο δορυφόρος επιταχύνεται προς τη γη με επιτάχυνση:

$$\begin{aligned} a &= \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 R = \frac{4 \times \pi^2 \times 4,2 \times 10^7}{(1 \times 24 \times 60 \times 60)^2} \\ &= 0,22 \text{ m/s}^2. \end{aligned}$$

- (γ) Η δύναμη της βαρύτητας και άρα και η επιτάχυνση της βαρύτητας, είναι ανάλογες προς το $1/R^2$. Άρα η επιτάχυνση, g_δ , στο ύψος του δορυφόρου και το g_γ στην επιφάνεια της γης σχετίζονται ως ακολούθως:

$$g_\delta = \frac{k}{R_\delta^2}, g_\gamma = \frac{k}{R_\gamma^2}.$$

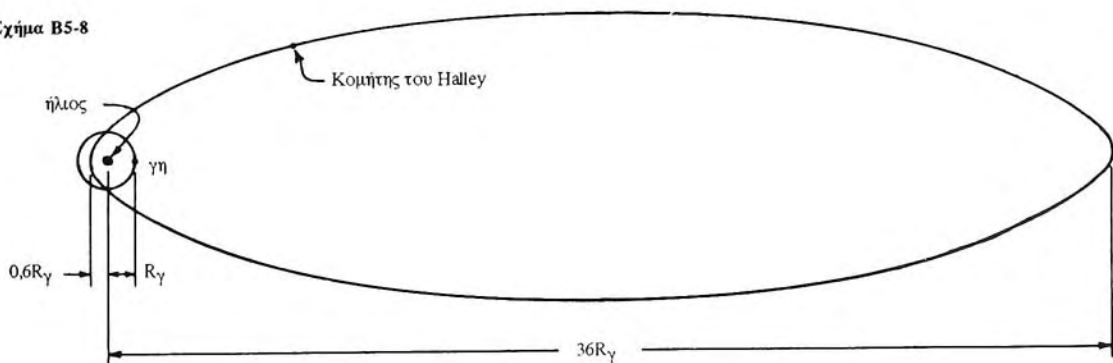
όπου k είναι μια σταθερά αναλογίας,

$$g_\delta = \frac{g_\gamma R_\gamma^2}{R_\delta^2} = 9,8 \text{ m/s}^2$$

$$\times \left(\frac{6,4 \times 10^6 \text{ m}}{4,2 \times 10^7 \text{ m}} \right)^2 = 0,23 \text{ m/s}^2$$

Έτσι βλέπομε στο μέρος (β) ότι η επιτάχυνση μπορεί να βρεθεί από τα R και T χωρίς τη χρήση νόμου, αντίστροφου τετραγώνου για τη δύναμη και στο μέρος (γ) μπορεί να βρεθεί από το g_γ στην επιφάνεια της γης

Σχήμα Β5-8



χρησιμοποιώντας το νόμο του αντίστροφου τετραγώνου. Αυτές είναι οι δύο μέθοδοι τις οποίες χρησιμοποίησε ο Νεύτωνας για να υπολογίσει την επιτάχυνση της σελήνης.

30. Χρησιμοποιώντας το νόμο της παγκόσμιας έλξεως, μπορούμε να εξισώσουμε την κεντρομόλο δύναμη με τη δύναμη της βαρύτητας που ασκείται πάνω στο δορυφόρο (αν η τροχιά είναι κυκλική). Έτσι, αν παραστήσουμε τη μάζα του δορυφόρου με m_δ και τη μάζα της γης με m_γ έχουμε,

$$\frac{m_\delta 4\pi^2 R_\delta}{T_\delta^2} = G \frac{m_\delta m_\gamma}{R_\delta^2}.$$

$$\therefore m_\gamma = \frac{4\pi^2 R_\delta^3}{GT_\delta^2}$$

Αντικαθιστώντας,

$$R_\delta = 6,36 \times 10^6 \text{ m} + 5,00 \times 10^5 \text{ m} \\ = 6,87 \times 10^6 \text{ m},$$

και,

$$T_\delta = 95 \text{ min} \times 60 \text{ s/min} = 5,70 \times 10^3 \text{ s}$$

βρίσκομε

$$m_\gamma = \frac{4\pi^2 \times (6,87 \times 10^6 \text{ m})^3}{0,667 \times 10^{-10} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2} \times (5,70 \times 10^3 \text{ s})^2} \\ = 5,91 \times 10^{24} \text{ kg}.$$

31. (α) Όπως στο πρόβλημα 30, μπορούμε να γράψουμε:

$$\frac{m_\delta 4\pi^2 R}{T^2} = G \frac{m_\pi m_\delta}{R^2}$$

$$\text{και } m_\pi = \frac{4\pi^2 R^3}{GT^2}$$

Αν $R \approx R_\pi$, ακτίνα του πλανήτη, μπορούμε να γράψουμε:

$$m_\pi = \frac{4\pi^2 R_\pi^3}{GT^2}$$

Αλλά $m_\pi = \frac{4}{3}\pi R_\pi^3 \rho$, όπου ρ = η πυκνότητα

Όμως

$$\frac{4\pi R_\pi^3 \rho}{3} = \frac{4\pi^2 R_\pi^3}{GT^2}.$$

Λύνοντας ως προς ρT^2 , βρίσκομε:

$$\rho T^2 = \frac{3\pi}{G}$$

που είναι μια παγκόσμια σταθερά, αφού το G είναι μια παγκόσμια σταθερά.

(β) Κάνοντας υπολογισμούς βρίσκομε ότι,

$$\rho T^2 = \frac{3\pi}{0,667 \times 10^{-10} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2} \\ = 1,41 \times 10^{11} \text{ kg} \cdot \text{s}^2/\text{m}^3$$

32. Αυτό το πρόβλημα έχει σκοπό να γίνει συζήτηση στην τάξη ώστε να βοηθηθούν οι μαθητές στο να καταλάβουν καλύτερα την κίνηση των πλανητών.

Η τάξη πρέπει να κατανοήσει ότι η γη εκτελεί ελεύθερη πτώση προς τον ήλιο. Αν ξεκινούσε από ηρεμία, θα ακολουθούσε ευθύγραμμη τροχιά και θα έπεφτε στον ήλιο. Η πραγματική κατάσταση μπορεί να εκτιμηθεί αν σκεφτεί κανείς το πρόβλημα βομβαρδισμού ενός στόχου από ένα αεροπλάνο. Η βόμβα δεν αφήνεται ακριβώς επάνω από το στόχο. Αν γινόταν αυτό, θα “ξεπερνούσε” το στόχο. Όσο γρηγορότερα κινείται το αεροπλάνο, τόσο πιο πολύ θα “ξεπεραστεί” ο στόχος. Έχουμε μια περιοδική κίνηση επί σταθερής κλειστής τροχιάς όταν το μέτρο της ταχύτητας βρίσκεται μεταξύ τέτοιων ορίων ώστε:

- (1) Το μέτρο της ταχύτητας είναι αρκετά μεγάλο ώστε η βόμβα να “ξεπερνά” (να μη χτυπά) τη γη.
- (2) Το μέτρο της ταχύτητας δεν είναι πολύ μεγάλο ώστε η βόμβα να ξεφύγει τελείως από το πεδίο βαρύτητας της γης.

Κατά τον ίδιο τρόπο η γη δεν πέφτει επάνω στον ήλιο απλώς γιατί βρίσκεται σε μια σταθερή κλειστή τροχιά· έχει μια τέτοια εφαπτομενική ταχύτητα ώστε “δε χτυπά” τον ήλιο καθώς πέφτει προς αυτόν.

33. Αυτό είναι ένα δύσκολο πρόβλημα για τους μαθητές, για οποιονδήποτε βαθμό αυστηρότητας λύσεως. Το κύριο σημείο, στο οποίο πρέπει να δοθεί προσοχή, είναι ότι και η γη και η σελήνη έλκονται από τον ήλιο. (Η γη και η σελήνη περιφέρονται περί το κέντρο μάζας τους, το οποίο στη συνέχεια περιφέρεται περί τον ήλιο. Το κέντρο μάζας του συστήματος γης - σελήνης βρίσκεται περίπου σε απόσταση 5/6 της ακτίνας της γης από το κέντρο της γης).

- (α) Σε ένα έτος, η γη και η σελήνη κάνουν μια πλήρη περιφορά περί τον ήλιο. Τα μέτρα των ταχυτήτων τους γύρω από τον ήλιο είναι πρακτικά τα ίδια.
- (β) Από τον τρίτο νόμο του Kepler ξέρουμε ότι, για όλα τα σώματα που κινούνται σε περιοδικές ευσταθείς τροχιές γύρω από τον ήλιο, η τιμή του R^3/T^2 θα είναι σταθερή, ανεξάρτητα της μάζας του σώματος. Έτσι, αφού τα R και T είναι πρακτικά τα ίδια και για τη σελήνη και για τη γη (και για το σύστημα των δύο μαζί) η σημερινή τροχιά θα είναι μια ευσταθής τροχιά και για τη σελήνη ή τη γη, επί μέρους, καθώς επίσης και για το σύστημα των δύο μαζί.

Μερικοί μαθητές ίσως να σημειώσουν ότι η τροχιά της σελήνης γύρω από τον ήλιο εξαρτάται από το ακριβές σημείο της τροχιάς της σελήνης γύρω από την γη όταν η γη “εξαφανίστηκε”. Αυτό λόγω των μικρών μεταβολών στο μέτρο της ταχύτητας κατά την κίνηση της σελήνης γύρω από τον ήλιο. Σε μερικά σημεία της τροχιάς της σελήνης περί τη γη, η σελήνη κινείται

γρηγορότερα από ότι η γη στην κίνηση του συστήματος σελήνη - γης γύρω από τον ήλιο· σε άλλα σημεία κινείται πιο αργά. Η καμπυλότητα της τροχιάς της σελήνης γύρω από τον ήλιο επίσης ποικίλλει λίγο ανάλογα με τη διαφορετική θέση της σελήνης ως προς τη γη και τον ήλιο. Σε σύγκριση με την κίνηση του συστήματος σελήνης - γης γύρω από τον ήλιο, όμως, η κίνηση της σελήνης γύρω από τη γη δεν έχει σημασία. Το μέτρο της ταχύτητας του συστήματος γης - σελήνης κατά την κίνηση του γύρω από τον ήλιο είναι

$$\frac{2\pi \times 1,5 \times 10^{11} \text{ m}}{365 \times 8,6 \times 10^4 \text{ s}} = 3 \times 10^4 \text{ m/s.}$$

Το μέτρο της ταχύτητας της σελήνης κατά την κίνησή της γύρω από τη γη είναι

$$\frac{2\pi \times 3,8 \times 10^8 \text{ m}}{27 \times 8,6 \times 10^4 \text{ s}} = 1,0 \times 10^3 \text{ m/s.}$$

Επομένως, η ταχύτητα της σελήνης κατά την κίνησή της γύρω από τον ήλιο είναι 30 φορές μεγαλύτερη από ότι η ταχύτητά της κατά την κίνησή της γύρω από τη γη. Εξαφανίζοντας τη γη δεν θα άλλαξε σημαντικά τη διάρκεια του έτους για έναν κάτοικο της σελήνης!

- (γ) Υπάρχουν δύο εναλλακτικοί τρόποι:

- (1) Μπορούμε να γράψουμε

$$\frac{F_{\text{ήλιου στη σελήνη}}}{F_{\text{γης στη σελήνη}}} = \frac{m_{\eta}}{m_{\gamma}} \times \frac{R_{\sigma\gamma}^2}{R_{\sigma\eta}^2}.$$

Ή, (2) μπορούμε να γράψουμε για τη δύναμη μεταξύ σελήνης και ήλιου, $F_{\sigma\eta}$, ως:

$$F_{\sigma\eta} = \frac{4\pi^2 M_{\sigma} R_{\sigma\eta}}{T_{\sigma\eta}^2}$$

και

$$F_{\sigma\gamma} = \frac{4\pi^2 M_{\sigma} R_{\sigma\gamma}}{T_{\sigma\gamma}^2}$$

Επομένως

$$\begin{aligned} \frac{F_{\sigma\eta}}{F_{\sigma\gamma}} &= \frac{R_{\sigma\eta}}{T_{\sigma\eta}^2} \times \frac{T_{\sigma\gamma}^2}{R_{\sigma\gamma}} \\ &= \frac{1,5 \times 10^{11} \text{ m}}{3,8 \times 10^8 \text{ m}} \left(\frac{27,2 \text{ ημέρες}}{365 \text{ ημέρες}} \right)^2 \\ &= 2,2. \end{aligned}$$

- (δ) Ο ήλιος ασκεί δυνάμεις και επί της σελήνης και επί της γης. Αν μπορούσαμε να διατηρήσουμε την έλξη του ήλιου επί της γης και της σελήνης αλλά να “σταματούσαμε” την έλξη μεταξύ γης και σελήνης και οι δύο θα εξακολουθούσαν να περιφέρονται περί τον ήλιο σε τροχιά της ίδιας ό- πως και πριν ακτίνας και με ίδια τα- χύτητα. Αν προσθέσουμε την έλξη με- ταξύ τους είτε θα περιφέρονται περί κοινό σημείο (το κέντρο μάζας τους) ή θα πέσουν το ένα σώμα πάνω στο άλλο. Έτσι βλέπουμε ότι δεν υπάρχει “υφαρπαγή” ακόμη και όταν δεν υ- πάρχει έλξη μεταξύ σελήνης και γης. Αυτή η ερώτηση τίθεται μερικές φο- ρές λίγο διαφορετικά: Όταν η σελή- νη είναι προς το μέρος του ήλιου (κα- τά την κίνησή της περί τη γη), γιατί ο ήλιος δεν “κλέβει” τη σελήνη από τη γη;

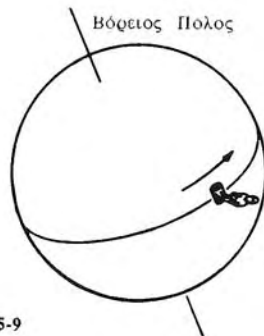
Μια καλή απάντηση είναι ότι, μα ήδη την έχει “συλλάβει” (όπως έχει και τη γη).

34. Αυτό είναι ένα δύσκολο πρόβλημα που έ- χει σκοπό να κάνει κατανοητές τις συνέ- πειες της περιστροφής της γης περί τον άξονά της. Γίνεται η ερώτηση για το ποιο είναι το φαινόμενο βάρος ανθρώπου, δη- λαδή η ένδειξη ζυγού, π.χ. με ελατήρια, με τον οποίο ζυγίζεται.

- (α) Έστω ότι ο άνθρωπος ανεβαίνει στο ζυγό, αρχικά σε κάποιον από τους πόλους και κατόπιν στον ισημερινό.

Στον πόλο, ο άνθρωπος θα περιστρέ- φεται με τη γη, μια φορά κάθε 24 ώρες, όμως η περιστροφή του ανθρω- που δεν οδηγεί σε επιτάχυνση προς το κέντρο της γης. Βρίσκεται σε ένα είδος στατικής ισορροπίας. Η δύναμη του ζυγού προς τα πάνω, F_z αντισταθ- μίζει τη δύναμη της βαρύτητας, F_B , προς τα κάτω, οπότε έχουμε $F_B = F_z$. Η δύναμη της βαρύτητας, F_B , ισούται με $mg = 100 \text{ kg} \times 9,8 \text{ newton/kg} = 980 \text{ N}$. Ο ζυγός θα δείξει 980 N.

Τώρα ας παρατηρήσουμε από το Βό- ρειο Πόλο τον άνθρωπο πάνω στο ζυ- γό ενώ βρίσκεται στον ισημερινό (σχ. B5 - 9). Οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω στον άνθρωπο είναι η F_B , η δύ-



Σχήμα B5-9

ναμη της βαρύτητας που έχει κατεύ- θυνση προς το κέντρο της γης και η F_z , η δύναμη που ασκεί ο ζυγός που έχει κατεύθυνση αντίθετη από αυτήν, προς το κέντρο της γης. Σε αυτή την περίπτωση όμως, $F_B > F_z$. Αυτό συμ- βαίνει διότι ο άνθρωπος εκτελεί ομα- λή κυκλική κίνηση και άρα επιταχύ- νεται προς το κέντρο της γης.

Αν υπήρχε μόνο η δύναμη της βαρύ- τητας θα έδινε επιτάχυνση στον άν-θρωπο ίση με $9,8 \text{ m/s}^2$. Όμως υπάρ- χει η αντιτιθέμενη δύναμη του ζυγού οπότε η επιτάχυνση περιορίζεται στη μικρότερη τιμή $4\pi^2 R/T^2$. Δηλαδή η δύ- ναμη που δίνει αυτή την επιτάχυνση είναι $m4\pi^2 R/T^2$ και ισχύει:

$$\begin{aligned} F_B - F_z &= \frac{4\pi^2 Rm}{T^2} \\ &= \frac{4\pi^2 \times (6,4 \times 10^6 \text{ m}) \times 100 \text{ kg}}{24^2 \times 60^4 \text{ s}^2} \\ &= \underline{3,4 \text{ newton.}} \end{aligned}$$

Το φαινομενικό βάρος του ανθρώπου στον ισημερινό, όπως το δείχνει ο ζυ- γός, θα είναι 3,4 N πιο μικρό από τα 980 N τα οποία δείχνει στον πόλο. Αυτό είναι σαν ένα “χάσιμο βάρους” κατά 0,35%.

- (β) Για να μην ασκείται δύναμη από τον άνθρωπο επί του ζυγού (και αντί- στροφα), θα έπρεπε $4\pi^2 R/T^2 = v^2/R = g$. Τότε, $v^2 = Rg = 6,4 \times 10^6 \text{ m} \times 9,8 \text{ m/s}^2$, και $v = 7,9 \times 10^3 \text{ m/s}$.

Η περίοδος, T' , που χρειάζεται για αυτή την ταχύτητα θα ήταν

$$\begin{aligned} T' &= \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \times 6,4 \times 10^6 \text{ m}}{7,9 \times 10^3 \text{ m/s}} \\ &= 5,1 \times 10^3 \text{ s} = \underline{1,4 \text{ ώρες.}} \end{aligned}$$

- (γ) Η ταχύτητα που βρέθηκε στο (β) και η πραγματική ταχύτητα θα είναι αντιστρόφως ανάλογες προς τις αντίστοιχες περιόδους:

$$\frac{v'}{v_{\text{πραγμ.}}} = \frac{T}{T'} = \frac{24}{1,4} = 17.$$

35. Η λύση του προβλήματος είναι απλή εφαρμογή του τρίτου νόμου του Kepler, $T^2 = R^3/K$ και του νόμου του Νεύτωνα για τη βαρύτητα, $4\pi^2 K = GM$, όπου M είναι η μάζα του διαστημοπλοίου:

$$(α) K = \frac{0,667 \times 10^{-10} \times 10^4}{4\pi^2} = 1,69 \times 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s}^2$$

$$\text{και } T^2 = \frac{(120)^3}{1,69 \times 10^{-8}} \text{ s}^2 = 1,02 \times 10^{14} \text{ s}^2$$

οπότε

$$T = 1,01 \times 10^7 \text{ s ή } 120 \text{ ημέρες.}$$

- (β) Η ταχύτητα περιφοράς του δορυφόρου είναι:

$$v = \frac{2\pi \times 120}{1,01 \times 10^7} \text{ m/s} = 7,5 \times 10^{-5} \text{ m/s} \\ = 0,075 \text{ mm/s.}$$

Όπως δείχνει αυτή η πολύ μικρή ταχύτητα, αυτό δεν είναι ένα πρόβλημα με πρακτική αξία. Για να τοποθετηθεί ένας τέτοιος δορυφόρος σε τροχιά θα ήταν μια πάρα πολύ λεπτή και δύσκολη διαδικασία. Όπως κάναμε τη λύση, υποθέσαμε ότι η βαρυτική δύναμη μεταξύ του διαστημοπλοίου και του δορυφόρου θα τον κρατήσει σε κυκλική τροχιά. Αυτό θα συμβεί στην πράξη μόνο αν το “εξωτερικό” βαρυτικό πεδίο διά μέσου του οποίου κινείται το διαστημόπλοιο είναι τόσο ομογενές ώστε οι μεταβολές του στην περιοχή της τροχιάς του δορυφόρου η οποία έχει διάμετρο 240 m είναι μικρές σε σύγκριση με το πεδίο βαρύτητας του ίδιου του διαστημοπλοίου. Μπορεί ναδειχθεί με υπολογισμούς ότι αυτό θα ήταν αληθές για το βαρυτικό πεδίο του ήλιου σε αποστάσεις περίπου δέκα φορές την ακτίνα της τροχιάς της γης.

Όταν φτάσετε στην παράγραφο για την κινητική ενέργεια, ίσως θα ήταν επωφελές να επανέλθετε σε αυτό εδώ το σημείο και να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του δορυφόρου υποθέτοντας ότι έχει μάζα 100 kg. Αυτό θα ξαναδείξει πό-

σο δύσκολο θα ήταν να τεθεί στην τροχιά που καθορίστηκε.

36. (α) Έστω M = μάζα του πλανήτη. Από τον ορισμό του G , $GM = 4\pi^2 K$, όπου $K = r^3 / T^2$.

Άρα

$$M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$$

- (β) Η (κεντρομόλος) επιταχυνση του δορυφόρου προς τον πλανήτη είναι:

$$a = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

- (γ) Δεν μπορούμε να υπολογίσουμε τη δύναμη βαρύτητας επί του δορυφόρου, αν δεν γνωρίζουμε την τιμή της μάζας του δορυφόρου· αν η μάζα m είναι γνωστή, τότε η δύναμη είναι:

$$ma = 4\pi^2 mr / T^2.$$

- (δ) Με τη χρήση του νόμου του αντίστροφου τετραγώνου προκύπτει ότι, η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια του πλανήτη είναι 10^2 φορές αυτή στην περιοχή του δορυφόρου. Αφού η ένταση του πεδίου βαρύτητας στο δορυφόρο ισούται με την επιτάχυνση του δορυφόρου προς τον πλανήτη, πράγμα που βρέθηκε στο (β), η τιμή της στην επιφάνεια του πλανήτη είναι $400 \pi^2 r / T^2$.

37. Θα συμβεί ξανά μικρή συζυγία αφού ο Ουρανός έχει κάνει μια περιφορά περί τον ήλιο συν ακόμη επί πλέον διαδρομή ώστε να “φτάσει” τον Ποσειδώνα. Το αντίστροφο της περιόδου δίνει τον αριθμό των περιστροφών ανά μονάδα χρόνου (ρυθμό περιστροφής) των πλανητών. Το γινόμενο του ρυθμού περιστροφής (συχνότητας) επί το χρόνο δίνει το ποσοστό του κύκλου που διέγραψε ο πλανήτης:

Ουρανός

Ποσειδώνας

$$\left(\frac{1}{2,66 \times 10^9 \text{ s}} \right) T - 1 = \left(\frac{1}{5,20 \times 10^9 \text{ s}} \right) T$$

$$T = 5,46 \times 10^9 \text{ s} \approx 173 \text{ έτη}$$

Σημειώστε ότι ο Ουρανός περιφέρεται γύρω από τον ήλιο περισσότερο από δύο φορές για να “φτάσει” τον Ποσειδώνα. Συχνότητα_ο – Συχνότητα_π δίνει το ρυθμό (τη συχνότητα), με τον οποίο απομακρύνονται οι πλανήτες αυτοί. Η περίοδος

(χρόνος) που αντιστοιχεί σε αυτή τη συχνότητα (διαφορά συχνοτήτων) είναι ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών μικρών συζυγιών.

38. (α) Η δύναμη μεταξύ μιας από τις μεγάλες μάζες και τη μικρή μάζα στο αντίθετο άκρο της ράβδου τείνει να στρέψει τη ράβδο προς την αντίθετη φορά από αυτή που δείχνεται στο σχήμα.

(β) Κάνετε τη ράβδο που στηρίζει τις μικρές σφαίρες να έχει όσο μεγαλύτερο μήκος είναι πρακτικό να έχει.

39. Ένας παρατηρητής πάνω σε ένα αδρανειακό σύστημα μεταξύ των μαζών θα δει

$$\text{ότι } a_1 = \frac{F_1}{m_1} = \frac{Gm_1 m_2}{m_1 r^2} = \frac{Gm_2}{r^2}, \text{ και ότι}$$

$$a_2 = \frac{F}{m_2} = \frac{Gm_1}{r^2}. \text{ Αυτές οι δυνάμεις βρί-}$$

σκονται πάνω στην ίδια ευθεία αλλά έχουν αντίθετες φορές· άρα ο παρατηρητής βλέπει ότι η σχετική επιτάχυνση είναι $a_1 + a_2$. Παρατηρητές που κινούνται με την m_1 ή την m_2 βρίσκονται σε επιταχυνόμενα συστήματα, για τα οποία δεν ισχύει ο νόμος του Νεύτωνα. Ο παρατηρητής πάνω

στην m_1 θα δει μόνον ότι $a_2 = \frac{Gm_1}{r^2}$ και ο

παρατηρητής πάνω στην m_2 θα δει μόνο

ότι $a_1 = \frac{Gm_2}{r^2}$. Αυτές οι επιταχύνσεις δεν

έχουν ίδια μέτρα.

40. Αυτό το πρόβλημα δίνει μια πρακτική απάντηση στην ερώτηση, πώς μπορούμε να υπολογίσουμε τον αριθμό των αστερών στο γαλαξία μας; Τα δεδομένα στα οποία βασίζεται η απάντηση έχουν προέλθει από παρατηρήσεις της σχετικής κινήσεως πολλών αστερών ως προς το ηλιακό μας σύστημα. Παρόλες τις απλοϊκές υποθέσεις και χονδρικές προσεγγίσεις τις οποίες κάνουμε για να λύσουμε αυτό το πρόβλημα, μπορούμε εντούτοις να πάρουμε μια ιδέα της τάξεως μεγέθους αυτού του αριθμού.

(α) Ας υποθέσουμε ότι ο γαλαξίας είναι μια σφαιρική μάζα από αστέρες και ότι οι αστέρες είναι κατανεμημένοι συμμετρικώς μέσα στη σφαίρα. Τότε υπολογίζουμε την δύναμη της βαρύτητας επί του ήλιου σαν όλη η μάζα των αστερών που βρίσκονται στο εσωτε-

ρικό σφαίρας με ακτίνα την ακτίνα της τροχιάς του, να ήταν συγκεντρωμένη στο κέντρο του γαλαξία μας, όπως κάνουμε όταν υπολογίζουμε την έλξη βαρύτητας της γης (παράγραφος 5 - 5). Στην περίπτωση σφαιρικής κατανομής μάζας, οι αστέρες που βρίσκονται έξω από την ανωτέρω σφαίρα (με ακτίνα ίση με την ακτίνα της τροχιάς του ήλιου) δεν ασκούν συνολική (συνισταμένη) δύναμη βαρύτητας επί του ήλιου:

$$F = \frac{GMm}{R^2} = \frac{m4\pi^2 R}{T^2}$$

και

$$\begin{aligned} M &= \frac{4\pi^2 R^3}{GT^2} \\ &= \frac{4\pi^2 \times (2,7 \times 10^{20})^3}{0,67 \times 10^{-11} \times (6 \times 10^{15})^2} \\ &= 3 \times 10^{41} \text{ kg.} \end{aligned}$$

- (β) Έστω ότι υπάρχουν N αστέρες, ο καθένας με μάζα m ($= 2 \times 10^{30} \text{ kg}$). Τότε η ολική μάζα είναι $M = Nm$. Βεβαίως δεν είναι αλήθεια ότι όλοι οι αστέρες στο γαλαξία έχουν το ίδιο μέγεθος όπως ο ήλιος, αλλά όμως ο ήλιος είναι ένας τυπικός αστέρας και θα θεωρήσουμε ότι η μάζα του προσεγγίζει τη μέση μάζα των αστερών. Τότε:

$$N = \frac{3 \times 10^{41} \text{ kg}}{2 \times 10^{30} \text{ kg}} \approx \frac{10^{11} \text{ αστέρες}}$$

$$= 100 \text{ δισεκατομμύρια αστέρες.}$$

Αυτό που έχουμε τώρα είναι μόνο τον αριθμό των αστερών που βρίσκονται μέσα σε σφαίρα με κέντρο το κέντρο του γαλαξία, ακτίνας 30.000 ετών φωτός. Υπάρχουν λόγοι να πιστεύουμε ότι αυτή είναι περίπου η μισή απόσταση μέχρι το πέρασ του γαλαξία μας. Για έναν σφαιρικό γαλαξία, ο ολικός αριθμός αστερών θα ήταν επομένως 2^3 φορές ο αριθμός που μόλις υπολογίσαμε ή περίπου μια τάξη μεγέθους (10 φορές) μεγαλύτερος του υπολογισθέντος. Αφού οι άλλες προσεγγίσεις μας δεν είναι καλύτερες από αυτήν εδώ, μπορεί να αρκεστούμε στον αριθμό 10^{11} ότι δίνει τον αριθμό των αστερών στο γαλαξία μας με προσέγγιση κατά έναν παράγοντα περίπου 10^2 ή 10^3 .

Ορμή και διατήρηση της ορμής

Επισκόπηση και Στόχοι

Αφού στις πρώτες δύο παραγράφους χρησιμοποιώντας το νόμο της κινήσεως του Νεύτωνα διδάξουμε τις έννοιες της ωθήσεως και της ορμής, αφιερώνομε το κύριο μέρος του κεφαλαίου στο νόμο της διατηρήσεως της ορμής και στις συνέπειές του. Βασίζομε αυτόν το νόμο σε πειράματα (μερικά πρέπει να γίνουν από τους μαθητές και μερικά περιγράφονται στο διδακτικό βιβλίο), αναπτύσσοντας έτσι αυτόν το νόμο ως ένα νέο φυσικό νόμο και όχι ως αποδεικνυόμενο με τη χρήση του “δεύτερου” και του “τρίτου” νόμου του Νεύτωνα, όπως γίνεται μερικές φορές. Υπάρχουν σοβαροί λόγοι που δικαιολογούν αυτή τη διαδικασία που ακολουθούμε. Για να έχουμε άμεση απόδειξη ισχύος του τρίτου νόμου του Νεύτωνα, απαιτείται μέτρηση ταχυτήτων ως συναρτήσεων του χρόνου κατά τη διάρκεια της διαδικασίας της συγκρούσεως. Αυτό είναι δυνατόν μόνο για αργές συγκρούσεις μακροσκοπικών σωμάτων. Είναι αδύνατον να γίνει στην κλίμακα ατομικών φαινομένων. Επί πλέον, δεν υπακούουν στον τρίτο νόμο του Νεύτωνα όλες οι δυνάμεις αλληλεπιδράσεων· το πιο γνωστό παράδειγμα είναι η μαγνητική αλληλεπίδραση κινούμενων ηλεκτρικών φορτίων. Η ορμή όμως διατηρείται σε όλες τις γνωστές αλληλεπιδράσεις και αυτό που χρειάζεται για ναδειχθεί αυτό είναι μετρήσεις μόνο πριν και μετά την αλληλεπίδραση.

Χρονοθέτηση των Πειραμάτων

Πείραμα 9** Μεταβολές Ορμών σε μια Έκρηξη. Αυτό είναι καλύτερα να γίνει αμέσως μετά την παράγραφο 6 - 2.

Πείραμα 10** Σύγκρουση σε Δύο Διαστάσεις. Αυτό είναι καλύτερα να γίνει μετά την παράγραφο 6 - 2.

Υποδείξεις για τη Διδασκαλία

Παράγραφος 6 - 1

Η συνήθης έννοια της λέξεως ώθηση είναι: εξαναγκασμός ή ξαφνικό σπρώξιμο με κάποια δύναμη. Στη φυσική η έννοια της ωθήσεως περιορίζεται στο γινόμενο δυνάμεως επί το χρόνο κατά τον οποίο δρα η δύναμη· δεν είναι ανάγκη η δύναμη να είναι απότομη ούτε ο χρόνος να είναι βραχύς.

Βεβαιωθείτε ότι οι μαθητές σας έμαθαν να χρησιμοποιούν τον όρο αυτό με τη σωστή του φυσική σημασία.

Μπορεί να θελήσετε να υπενθυμίσετε στους μαθητές σας ότι στην παράγραφο 3 - 4 έμαθαν ότι το γινόμενο ενός διανύσματος επί

ένα μονόμετρο (βαθμωτό) μέγεθος είναι διάνυσμα, οπότε η ώθηση είναι διάνυσμα.

Παράγραφος 6 - 2

Υπενθυμίστε στους μαθητές σας ότι η έκφραση $\vec{F} \Delta t = m\Delta\vec{v}$ είναι απλώς μια επαναδιατύπωση του νόμου του Νεύτωνα για την κίνηση. Δώστε έμφαση στο διανυσματικό χαρακτήρα της ορμής. Μπορείτε να ρωτήσετε: Πόση είναι η μεταβολή της ορμής ενός αυτοκινήτου μάζας 1.500 kg το οποίο κινείται προς δυτικά με 20 m/s όταν “στρίβει” και κατευθύνεται προς βόρεια με 20 m/s; Επειδή αυτή η παράγραφος και η προηγούμενη ασχολούνται κυρίως με τον ορισμό της ώθησης και της ορμής, μην χρονοτριβήσετε με αυτές τις νέες εκφράσεις παλιών ιδεών. Φέρτε τις μόνο αρκετά γερά στο μυαλό ώστε να μπορείτε να περάσετε στο εργαστήριο και κατόπιν στις επόμενες δύο παραγράφους.

Παράγραφος 6 - 3

Αρχίστε τη μελέτη μεταβολών ορμών δύο αλληλεπιδρώντων σωμάτων με το πείραμα 9, “Μεταβολές Ορμών σε μια Έκρηξη”. Αυτή η παράγραφος μπορεί να δοθεί για μελέτη και να ακολουθήσει μια προσεκτική συζήτηση επί των πολλαπλών φωτογραφιών που υπάρχουν στο διδακτικό βιβλίο. Ειδικότερα, σπαταλήσετε χρόνο στην πλήρη ανάλυση του σχ. 6 - 10. Μπορεί να θελήσετε να τονίσετε ότι οι μπάλες στο σχ. 6 - 10 και σε άλλες παρόμοιες φωτογραφίες δεν κυλούν (δεν περιστρέφονται)· είναι κρεμασμένες από νήματα μεγάλου μήκους κατά τέτοιο τρόπο ώστε να μην κυλούν.

Παράγραφος 6 - 4

Είναι έξυπνο να επαναλάβετε την ανάλυση στο σχ. 6 - 12 των μεταβολών ορμών στην κρούση του σχ. 6 - 11. Βεβαιωθείτε ότι οι μαθητές κάνουν την επαλήθευση που ζητείται στον υπότιτλο του σχ. 6 - 13.

Τονίστε το γεγονός ότι η διατήρηση της ορμής είναι νόμος βασισμένος απευθείας σε πειραματικές παρατηρήσεις, όπως αυτές που έγιναν ήδη στην ανάλυση των πολλαπλών φωτογραφιών.

Εισάγετε την έννοια ενός απομονωμένου συστήματος. Αυτό το σημείο δεν σχολιάζεται ιδιαίτερα στο διδακτικό βιβλίο και πρέπει να ξεκαθαρίσετε τις συνθήκες υπό τις οποίες αναμένεται να ισχύει ο νόμος διατήρησης της ορμής. Τα ακόλουθα σχόλια μπορεί να σας είναι χρήσιμα στο να ξεκαθαρίσετε στους μαθητές σας αυτό το σημείο.

Σχόλια για το Απομονωμένο

Κατά την ενασχόληση με προβλήματα ορμής, δεν είναι πάντοτε απλή η απομόνωση του συστήματος (τι συμπεριλαμβάνεται στο σύστημα και τι όχι). Η μόνη περίπτωση σχεδόν πλήρους απομονώσεως είναι αν κάποια αλληλεπίδραση συμβαίνει κάπου μακριά στο διάστημα. Τέτοιες περιπτώσεις είναι κάπως τεχνητές, αλλά είναι εύκολα κατανοητές.

Ένα δεύτερο είδος απομονώσεως είναι με λεία αντικείμενα πάνω σε παγωμένη λίμνη (υποθέτοντας ότι δεν υπάρχει τριβή με τον πάγο) ή με μπάλες μπιλιάρδου που κινούνται πάνω σε τραπέζι. Σε

αυτές τις περιπτώσεις δεν είναι μικρές οι εξωτερικές δυνάμεις. Η βαρύτητα έλκει προς τα κάτω, ενώ ο πάγος ή το τραπέζι σπρώχνει προς τα πάνω. Όμως, επειδή η επιφάνεια είναι στερεά, οι δυνάμεις αυτόματα αυτορυθμίζονται ώστε να είναι ίσες και αντίθετες και η συνολική δύναμη επί του αντικειμένου να είναι μηδέν. Σε τέτοιες περιπτώσεις, επομένως, υπάρχει ένα είδος ψευτο-απομονώσεως με δράση μεγάλων εξωτερικών δυνάμεων αλλά που έχουν συνισταμένη μηδέν.

Μια τρίτη και πολύ χρήσιμη περίπτωση (την οποία μάλιστα πρέπει να κατανοήσουν οι μαθητές για να εκτιμήσουν καλύτερα την ευρεία χρησιμότητα της διατηρήσεως της ορμής) είναι η απομονώση μιας αλληλεπιδράσεως στο χρόνο, δηλαδή εφαρμογή της διατηρήσεως της ορμής κατά το χρονικό διάστημα στο οποίο γίνεται η αλληλεπίδραση. Θεωρήσετε την περίπτωση μεταβολών των ορμών σε κρούσεις που συμβαίνουν σε μπάλες μπιλιάρδου πάνω στο τραπέζι μπιλιάρδου. Κανείς δεν αμφιβάλλει ότι η μπάλα η οποία κυλίζει στο τραπέζι, κάποτε θα σταματήσει ένεκα τριβής.

Άρα δύο μπάλες μπιλιάρδου που συγκρούονται και κινούνται στο τραπέζι δεν αποτελούν στην πραγματικότητα απομονωμένο σύστημα. Όμως θεωρήσετε μόνο τη στιγμή της συγκρούσεως. Το τραπέζι, ένα αντικείμενο εξωτερικό ως προς το σύστημα, ασκεί δυνάμεις τριβής πάνω στις μπάλες κατά τη διάρκεια της κρούσεως. Οι δυνάμεις αυτές μπορεί να μην είναι μικρές. Το σημαντικό είναι ότι οι ωθήσεις αυτών των δυνάμεων κατά το πολύ μικρό χρονικό διάστημα που διαρκεί η κρούση είναι αμελητέες σε σχέση με τις ωθήσεις των δυνάμεων της αλληλεπιδράσεως μεταξύ των δύο μπαλών κατά τη διάρκεια της κρούσεως. Επομένως μπορεί κανείς να πει ότι η ορμή του συστήματος των δύο μπαλών διατηρείται κατά τη διάρκεια της κρούσεως παρόλο που δεν διατηρείται αν θεωρήσουμε μεγαλύτερους χρόνους. Αν χρειάζεται να συμπεριλάβουμε την επίδραση των τριβών μπορούμε να εφαρμόσουμε τη διατήρηση της ορμής κατά την αλληλεπίδραση των μπαλών και στη συνέχεια, μετά την κρούση, την επίδραση της τριβής στο σύστημα.

Ένα άλλο παράδειγμα αυτής της περιπτώσεως είναι η έκρηξη ενός βλήματος. Εδώ η βαρύτητα δρα επί του βλήματος ως εξωτερική δύναμη. Η έκρηξη όμως διαρκεί τόσο μικρό χρονικό διάστημα ώστε η ώθηση που δίνεται στα κομμάτια του βλήματος από τη βαρύτητα κατά τη διάρκειά της είναι αμελητέα και έτσι μπορεί να χρησιμοποιηθεί η διατήρηση της ορμής για το σύστημα κομματιών του βλήματος κατά το ως άνω χρονικό διάστημα για να περιγραφεί το σύστημα πολύ λίγο πριν και πολύ λίγο μετά την έκρηξη. Μπορούμε στη συνέχεια, αν χρειάζεται, να εξετάσουμε την επίδραση της βαρύτητας σε κάποια από τις μάζες που προέκυψαν και η οποία έχει κάποια αρχική ταχύτητα. Επίσης, η περίπτωση της βαρύτητας έχει μια ειδική ιδιότητα. Σε περίπτωση αλληλεπιδράσεως, η οποία γίνεται μέσα σε ομογενές πεδίο βαρύτητας, η επιτάχυνση όλων των σωμάτων είναι η ίδια, οπότε οι σχετικές κινήσεις των σωμάτων ως προς το κέντρο μάζας τους είναι ίδιες είτε υπάρχει πεδίο βαρύτητας είτε όχι, οπότε η βαρύτητα μπορεί αρχικά να αγνοηθεί στην περιγραφή της κινήσεως των θραυσμάτων και στη συνέχεια να προστεθεί η κίνηση του Κ.Μ. η οποία γίνεται με την ίδια επιτάχυνση όπως όλων των θραυσμάτων.

Παράγραφος 6 - 5

Αυτή η παράγραφος να δοθεί για μελέτη.

Παράγραφοι 6 - 6 και 6 - 7

Αφήστε την ανάλυση των σχ. 6 - 7, 6 - 14, 6 - 15 και 6 - 16 να "πάρει" το βάρος της διδασκαλίας αυτών των παραγράφων.

Παράγραφος 6 - 8

Στην καθομιλουμένη, οι έννοιες "δράση" και "αντίδραση" του τρίτου νόμου του Νεύτωνα συχνά μπερδεύονται με τις έννοιες "αιτίου" και "αποτελέσματος" με τις οποίες δεν έχουν καμιά σχέση. Δώστε αρκετά παραδείγματα απλά ώστε οι μαθητές να κατανοήσουν ότι οι δυνάμεις δράσεως και αντιδράσεως πάντοτε υπάρχουν μαζί, έχουν το ίδιο μέτρο, ασκούνται σε διαφορετικά σώματα και είναι αδιάφορο ποια από το ζεύγος λέγεται δράση και ποια αντίδραση. Για παράδειγμα, θεωρήσετε μια πολύ απλή περίπτωση – ένα βιβλίο βρίσκεται ακίνητο πάνω σε ένα τραπέζι.

Ρωτήστε: Τι δυνάμεις ασκούνται επί του βιβλίου;

- Η έλξη της βαρύτητας προς τα κάτω.
- Δύναμη από το τραπέζι προς τα επάνω.

Ρωτήστε: Αν ονομάσουμε τη δύναμη της έλξεως της γης επί του βιβλίου δράση, ποια είναι (δύναμη) αντιδράσεως;

- Ελκτική δύναμη επί της γης προς τα πάνω από το βιβλίο.

Ρωτήστε: Αν ονομάσουμε τη δύναμη που ασκεί το τραπέζι προς τα επάνω επί του βιβλίου δράση, ποια είναι η αντίδραση;

- Η δύναμη προς τα κάτω που ασκεί το βιβλίο επί του τραπεζιού.

Ξεκαθαρίστε ότι όταν κανείς θέλει να εφαρμόσει το νόμο του Νεύτωνα στην κίνηση ενός σώματος, πρέπει να βρει το διανυσματικό άθροισμα όλων των δυνάμεων, οι οποίες εφαρμόζονται επί του αντικειμένου και να αγνοήσει όλες τις δυνάμεις που ασκεί το αντικείμενο επί οποιουδήποτε άλλου σώματος.

Οι μαθητές σας ίσως να διαιρωτώνται πώς είναι δυνατόν, αφού συνάγομε τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα από το νόμο της διατήρησης της ορμής, να λέμε ότι η διατήρηση της ορμής ισχύει ακόμη και όταν ο τρίτος νόμος του Νεύτωνα δεν ισχύει. Η απάντηση στηρίζεται στην υπόθεση ότι δεν δημιουργούνται νέα σωματίδια κατά την κρούση. Όταν δύο φορτισμένα σωματίδια συγκρούονται, όπως π.χ. ένα ηλεκτρόνιο με μεγάλη ενέργεια και ένας αρχικά ακίνητος πυρήνας ατόμου, δημιουργείται κάποιο φωτόνιο. Το άθροισμα της ορμής των τριών σωματιδίων ισούται προς την αρχική ορμή του ηλεκτρονίου· το άθροισμα των ορμών μόνο του ηλεκτρονίου και του πυρήνα δε διατηρείται. Σε αυτή την περίπτωση $\vec{F}_{12} \neq -\vec{F}_{21}$ · ακόμη, οι δυνάμεις δε βρίσκονται ούτε καν επί της ευθείας, η οποία συνδέει τα συγκρουόμενα σωματίδια.

Πείραμα 9. Μεταβολές ορμών σε μια έκρηξη

Υλικά

2 καροτσάκια πειραμάτων

4 – 5 τούβλα

- 4 C σφικτήρες
2 Επιτραπέζια στοπ
(ξύλινες ράβδοι)

Μετρικός κανόνας
Ζυγός με δίσκους
Σφήνες
Κιμωλία ή αδιαφανής
αυτοκόλλητη ταινία

Το “εκρηγνύμενο” σύστημα με το ελατήριο μπορεί να είναι επικίνδυνο αν ελευθερώνεται απρόσεκτα. Δεν πρέπει να “οπλίζεται” χωρίς το ελατήριο να είναι γαντζωμένο στο καροτσάκι κατά ασφαλή τρόπο. Πρέπει να επισημάνετε στους μαθητές σας να μην ελευθερώνουν το ελατήριο ενώ το καροτσάκι κατευθύνεται προς την κατεύθυνση κάποιου ανθρώπου.

Τα ελατήρια ίσως διαφέρουν κατά την “ισχύ” τους. Ένα “ασθενές” ελατήριο που δρα πάνω σε ένα βαρύ καροτσάκι ίσως δεν θα του δώσει αρκετή ταχύτητα ώστε να μειώσει την επίδραση μικρών διαφορών στην επιφάνεια του τραπεζιού.

Η άριστη απόσταση μεταξύ των δύο προφυλακτήρων είναι περίπου 1,5 m. Αν η απόσταση την οποία πρέπει να διανύσει το καροτσάκι είναι πολύ μεγάλη, ίσως το καροτσάκι, λόγω τριβής, να σταματήσει πριν να φτάσει τον προφυλακτήρα. Αν η απόσταση που διάνυσε είναι πολύ μικρή και οι ταχύτητες αρκούντως μεγάλες, η μέθοδος χρονομετρήσεως της συμπτώσεως δεν θα είναι ακριβής.

Και τα δύο καροτσάκια πρέπει να είναι φορτωμένα με ένα τουλάχιστον τούβλο, διότι μέρος της δυνάμεως του ελατηρίου που “εκρηγνύται” ασκεί ροπή επί των τροχών, κάνοντάς τους έτσι να περιστρέφονται. Αυτό εμφανίζεται ως χάσιμο (γραμμικής) ορμής. Αν η μάζα των τροχών είναι μικρή σε σύγκριση με την ολική μάζα, αυτό το φαινόμενο είναι ασήμαντο.

Οι αρχικές θέσεις των καροτσιών μπορεί να σημειωθούν επί του τραπεζιού με κιμωλία. Βεβαιωθείτε ότι οι μαθητές βάζουν το σημάδι της αρχικής θέσεως για το κάθε ένα καρότσι στο πιο κοντινό άκρο του προφυλακτήρα, όπως φαίνεται στο σχ. 9 - 2.

Αν και τα δύο καρότσια φέρουν το ίδιο φορτίο, τα αποτελέσματα των τριβών τείνουν να αλληλοεξουδετερώνονται, γιατί τότε οι τριβές, οι οποίες ασκούνται επί το ίδιο χρονικό διάστημα στα δύο καρότσια, δίνουν σ’ αυτά ίσες και αντίθετες ωθήσεις ελαττώνοντας έτσι εξ ίσου τις ορμές τους, οι οποίες έχουν αντίθετες κατευθύνσεις. Θα υπάρχουν φυσικά διαφορετικές δυνάμεις τριβής σε δύο καρότσια τα οποία είναι φορτωμένα με διαφορετικές μάζες, αλλά η επίδραση της τριβής είναι μικρή και μπορεί να παραληφθεί σε αυτό το πείραμα.

Αν το τραπέζι δεν είναι οριζόντιο, το ένα καρότσι μπορεί να κερδίσει ορμή κατά την κίνησή του και το άλλο να χάσει. Αν το τραπέζι δεν μπορεί να γίνει οριζόντιο, ίσως να χρειαστεί να “τρέξετε” το πείραμα δύο φορές αντιστρέφοντας τις θέσεις των καροτσιών τη δεύτερη φορά και συγκρίνοντας τη μέση μεταβολή ορμής κάθε καροτσιού.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 9

- Αν το ελατήριο ελευθερωθεί με το καρότσι ακίνητο στο τραπέζι, το καροτσάκι δεν φαίνεται να κινείται. Οι μαθητές θα συμπεράνουν ότι η ορμή του καροτσιού πριν και μετά την έκρηξη είναι μηδέν. Μεταβάλλοντας το φορτίο του καροτσιού δεν μεταβάλλει αυτό το αποτέλεσμα.

- Τα καροτσάκια κινούνται απομακρυνόμενα το ένα από το άλλο.
- Με διαφορετικές μάζες στα καροτσάκια, αυτά αποχωρίζονται με ταχύτητες που έχουν διαφορετικά μέτρα και αντίθετες κατευθύνσεις.
- Η μεταβολή της ορμής εξαρτάται από τα συγκεκριμένα εξαρτήματα εργαστηρίου που χρησιμοποιούνται. Για παράδειγμα, αν ένα φορτωμένο καρότσι με ολική μάζα 2,0 kg κινείται διανύοντας διάστημα 63 cm πριν να χτυπήσει το στοπ, η ορμή του είναι $1,3 \text{ kg} \cdot \text{m/έκρηξη}$.
- Η ολική ορμή μετά την έκρηξη είναι μηδέν (μέσα στα όρια της ακρίβειας του πειράματος), που είναι η αρχική τιμή της ολικής ορμής του συστήματος.

Πείραμα 10. Κρούση σε δύο Διαστάσεις

Υλικά

- 1 Συσκευή συγκρούσεων σε δύο διαστάσεις που περιλαμβάνει νήμα της στάθμης
 - 2 Χαλύβδινες μπάλες $\frac{1}{2}$ "
 - 1 Γυάλινη μπάλα $\frac{1}{2}$ "
 - 1 C σφιγκτήρα
 - 4 φύλλα καρμπόν
 - 8 Φύλλα χαρτιού σχεδίου (ριζόχαρτο)
 - 1 Μοιρογνωμόνιο ή διαβήτη
 - 1 Μετρικό κανόνα
- Αδιαφανή αυτοκόλλητη ταινία ή σελοτέιπ

Χρονόμετρα με ταινία μπορεί να χρησιμοποιηθούν για να μετρηθούν ταχύτητες και ορμές, μόνο σε περιπτώσεις συγκρούσεων που γίνονται κατά μήκος ευθείας γραμμής. Συγκρούσεις σε δύο διαστάσεις πάνω σε τραπέζι μπορούν να αναλυθούν μελετώντας στραβοσκοπικές φωτογραφίες και αυτός ο τρόπος χρησιμοποιείται στο διδακτικό βιβλίο. Αν δεν υπάρχουν αυτές οι συσκευές, πρέπει να χρησιμοποιηθεί κάποια άλλη μέθοδος για τη χρονομέτρηση. Η σταθερή οριζόντια ταχύτητα ενός βλήματος παρέχει έναν απλό τρόπο μετρήσεως ταχυτήτων σε κάθε οριζόντια διεύθυνση.

Όταν μια μπάλα κυλά αργά πάνω από την άκρη του τραπεζιού, το τραπέζι της δίνει μια μικρή οριζόντια ώθηση· όσο γρηγορότερα κινείται η μπάλα, τόσο μικρότερη είναι η ώθηση και πάνω από μια ορισμένη ταχύτητα η ώθηση είναι μηδέν. Γι' αυτό το λόγο η μπάλα στόχου είναι τοποθετημένη πάνω σε μια βίδα μακριά από την άκρη του τραπεζιού, ώστε η προσπίπτουσα μπάλα να μην έρχεται σε επαφή με το τραπέζι κατά τη διάρκεια της κρούσεως.

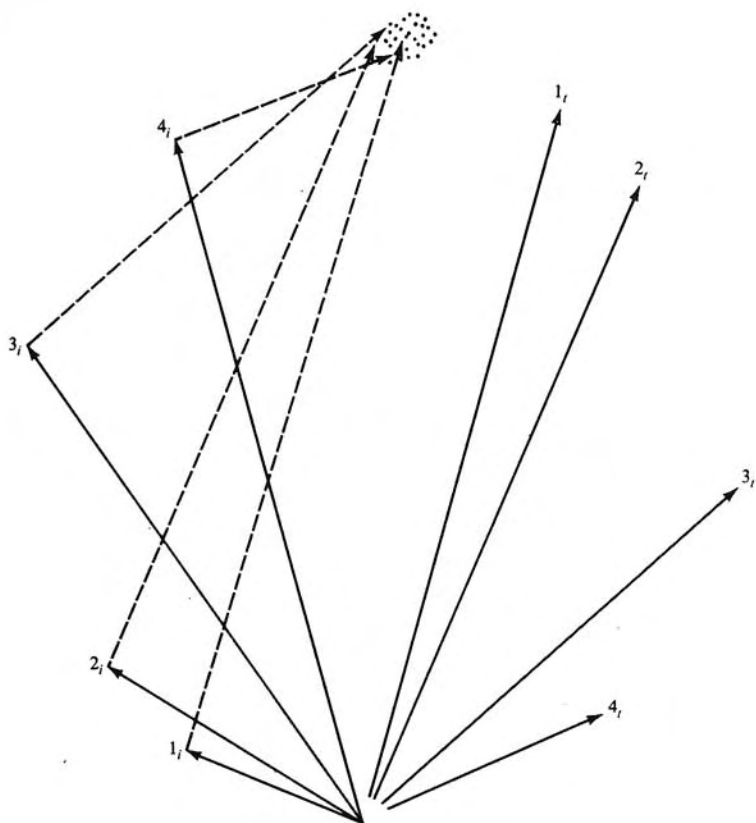
Μερικοί μαθητές ίσως νομίσουν ότι αυτή είναι στην πραγματικότητα κρούση σε τρεις διαστάσεις, αφού οι μπάλες όχι μόνο κινούνται σε διαφορετικές κατευθύνσεις στο οριζόντιο επίπεδο αλλά επίσης πέφτουν κατά την κατακόρυφο. Μπορείτε να υπενθυμίσετε στους μαθητές ότι βρίσκουν τις ταχύτητες μόλις πριν και μόλις μετά την κρούση, όταν τα αντικείμενα κινούνται στο οριζόντιο επίπεδο

και ότι η ακολουθούσα κατακόρυφη κίνηση απλώς χρησιμοποιείται για τη μέτρηση των ταχυτήτων στο οριζόντιο επίπεδο.

Αφού στηθεί η διάταξη, γρήγορα μπορούν να ληφθούν πολλά δεδομένα, αλλά η ανάλυση απαιτεί πολύ χρόνο και πιθανόν πρέπει να γίνει στο σπίτι. Μην απαιτήσετε να αναλυθούν πάρα πολλές συγκρούσεις. (Οι υπολογισμοί των διανυσματικών συνιστωσών των τελικών ορμών σε διεύθυνση κάθετη προς τις αρχικές ορμές είναι ενδιαφέροντες, αλλά δεν είναι ουσιαστικό μέρος του πειράματος).

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 10

- Αφού η προσπίπτουσα μπάλα αφεθεί να κυλήσει στο κεκλιμένο επίπεδο 10 με 15 φορές χωρίς να υπάρχει ο στόχος, τα σημεία όπου προσγειώνεται πάνω στο χαρτί θα είναι διασκορπισμένα πάνω σε μια μικρή επιφάνεια, η οποία μπορεί να περικυκλωθεί μέσα σε κύκλο, του οποίου η διάμετρος είναι περίπου 3% της αποστάσεως την οποία διάνυσε η μπάλα. Επομένως, οι αρχικές ταχύτητες στις διαφορετικές προσπάθειες είναι διαφορετικές από τη μέση τιμή τους κατά περίπου 1,5%.
- Και οι δύο μπάλες αποφεύγουν το υποστήριγμα, εκτός αν η σύγκρουση είναι σχεδόν κεντρική ή πολύ μη κεντρική (περιφερειακή).
- Ακούγεται ένα μόνο “κλικ” αν το υποστήριγμα έχει το κατάλληλο ρυθμισμένο ύψος.
- Αν ακουστούν δύο “κλικ”, ο χρόνος πτώσεως δεν είναι ίδιος και για τις δύο μπάλες και οι οριζόντιες ταχύτητές τους δεν μετρώνται με ακρίβεια από τις αποστάσεις μεταξύ του ποδός του νήματος της στάθμης και των σημείων πτώσεως της μπάλας στο πάτωμα.
- Το διανυσματικό άθροισμα των δύο τελικών ορμών πλησιάζει αρκετά την αρχική ορμή της προσπίπτουσας μπάλας σε κάθε περίπτωση. Στο σχ. Β6 - 1 φαίνεται ένα δείγμα δεδομένων και διανυσματικών διαγραμμάτων.
- Η ορμή διατηρείται μέσα στα όρια ακριβείας του πειράματος.
- Το αριθμητικό άθροισμα των δύο μέτρων των ορμών μετά τη σύγκρουση είναι μεγαλύτερο από την αρχική ορμή.
- Η μπάλα με τη μεγαλύτερη μάζα να χρησιμοποιηθεί ως προσπίπτουσα μπάλα.
- Το διανυσματικό άθροισμα των τελικών ταχυτήτων είναι μεγαλύτερο από την αρχική ταχύτητα.
- Πρέπει κανείς να πολλαπλασιάσει το κάθε διάνυσμα ταχύτητας επί τη μάζα της αντίστοιχης μπάλας για να βρει την ορμή της. Μπορεί να θεωρηθεί η μάζα της προσπίπτουσας ως η μονάδα μάζας οπότε η μάζα της μπάλας στόχου θα εκφράζεται ως προς αυτή τη μονάδα. Τότε το μήκος του διανύσματος της ταχύτητας της προσπίπτουσας μπάλας θα εξακολουθεί να αποτελεί ένα μέτρο της ορμής της προσπίπτουσας μπάλας μετά τη σύγκρουση αλλά το διάνυσμα της ταχύτητας του στόχου πρέπει να πολλαπλασιαστεί επί το κλάσμα: m_1/m_2 .



Κλίμακα: 1cm $\Leftrightarrow$ 3cm

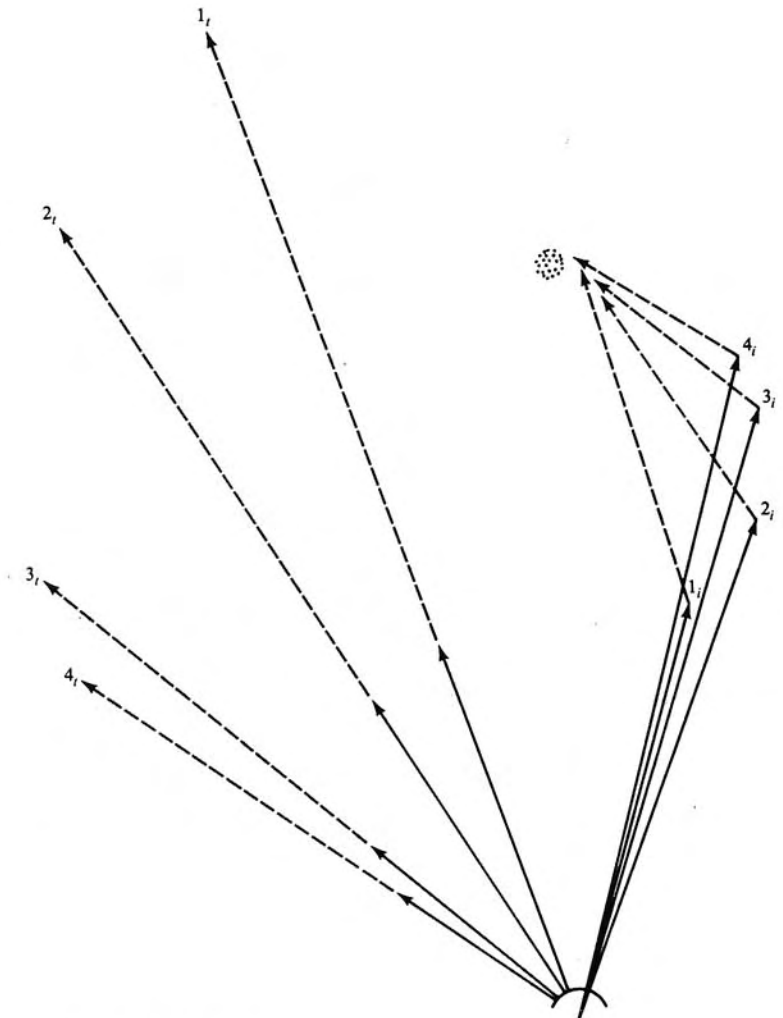
i = προσπίπτουσα σφαίρα (χαλύβδινη μπίλια ρουλεμάν διαμέτρου $\frac{1''}{2}$)

t = σφαίρα στόχου (χαλύβδινη μπίλια ρουλεμάν διαμέτρου $\frac{1''}{2}$)

Σχήμα B6-1

- Το διανυσματικό άθροισμα των τελικών ορμών πλησιάζει κοντά στην αρχική ορμή της προσπίπτουσας μπάλας. Βλέπε σχ. B6 - 2.

- Οι διανυσματικές συνιστώσες (προβολές) των τελικών ορμών των δύο μπαλών σε κάθετες διευθύνσεις ως προς την αρχική ορμή, είναι ίσες κατά μέτρο και έχουν αντίθετες φορές.



Κλίμακα: 1cm $\Leftrightarrow$ 3cm

i = προσπίπτουσα σφαίρα (χαλύβδινη μπίλια
ρουλεμάν διαμέτρου $\frac{1}{2}$, 8,4 g)

σ = σφαίρα στόχος (γυάλινη μπίλια διαμέτρου $\frac{1}{2}$ μάζας 2,5g)

Σχήμα B6-2

Κατάταξη των Προβλημάτων Παραγράφων και ΣΤΕ

Παράγραφος	Εύκολα	Μέτρια	Δύσκολα
6 - 1	1, 2, 3, 4, 5		
6 - 2	6, 8	7	
6 - 3	9, 10		
6 - 4	11, 12, 13		
6 - 5			
6 - 6	14	15	
6 - 7	16, 17		
6 - 8			
ΣΤΕ	19	18, 20, 21, 22, 23, 25, 26, 28, 29, 30, 32	24, 27, 31

Απάντηση στα Προβλήματα

(Περιεχόμενο προβλημάτων όπως στο βιβλίο διδασκαλίας)

1. (α) Τέσσερις: ρίψη, αναπήδηση, πιάσιμο και συνεχής ώθηση που οφείλεται στη βαρύτητα.

- (β) Η αναπήδηση. Τότε η μπάλα υφίσταται περίπου διπλάσια μεταβολή της ταχύτητάς της από ότι υφίσταται όταν ρίπτεται ή όταν πιάνεται. Η ώθηση της βαρύτητας είναι η μικρότερη (για σύνθετες τέτοιο φαινόμενο).

2. 1,5 N · s

3. $32,0 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} = \underline{32,0 \text{ N} \cdot \text{s}}$

4. (α) Για ευθύγραμμη κίνηση,

$$\text{ώθηση} = m(v - v_0)$$

$$= 3,0(18 - 10) = \underline{24 \text{ N} \cdot \text{s}}$$

- (β) Αφού $F \Delta t = \text{ώθηση} = \text{N} \cdot \text{s}$,

$$\Delta t = \frac{24 \text{ N} \cdot \text{s}}{12 \text{ N}} = \underline{2,0 \text{ s}}$$

Σημειώστε ότι η διανυσματική εξίσωση

$$\vec{F} \Delta t = m(\vec{v} - \vec{v}_0) = m \Delta \vec{v}$$

$$\text{οδηγεί στην } F \Delta t = m(v - v_0)$$

μόνο αν η αρχική και η τελική ταχύτητα είναι μεταξύ τους παράλληλες.

Γενικά, το μέτρο της $(\vec{v} - \vec{v}_0)$ δεν ισούται με $(v - v_0)$.

5. (α) Υποθέστε ότι η αντίσταση του αέρα μπορεί να παραληφθεί και ότι ο ρίπτων και ο συλλαμβάνων τη μπάλα βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Τότε το μέτρο της ωθήσεως που δίνεται στη μπάλα όταν ρίπτεται ισούται προς το μέτρο της ωθήσεως που δίνεται στη μπάλα όταν συλλαμβάνεται (πιάνεται). Αυτές οι δύο ωθήσεις κατευθύνονται κάπως πάνω από το οριζόντιο επίπεδο, αλλά οι οριζόντιες συνιστώσες κατευθύνονται προς αντίθετες κατευθύνσεις.

- (β) Δεν μπορεί κανείς να είναι βέβαιος χωρίς να ξέρει το χρονικό διάστημα κατά το οποίο ασκούνται οι δυνάμεις επί της μπάλας. Γενικά, χρειάζεται μικρότερος χρόνος για να πιαστεί η μπάλα από ότι να ριφθεί, οπότε το μέτρο της δυνάμεως που ασκείται από αυτόν που την πιάνει πιθανότερο να είναι μεγαλύτερο από το μέτρο της δυνάμεως το οποίο ασκείται από το ρίπτοντα.

6. Δύναμη 500 N, με κατεύθυνση αντίθετη της ορμής.

7. (α) Για κίνηση κατά μήκος ευθείας

$$\begin{aligned}\omega\theta\eta\sigma\eta &= m(v - v_o) \\ &= (10 \text{ kg})(-2 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}) \\ &= -120 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = -120 \text{ N} \cdot \text{s}.\end{aligned}$$

Η ώθηση έχει αντίθετη κατεύθυνση από την αρχική ταχύτητα.

- (β) $F\Delta t = \omega\theta\eta\sigma\eta$

$$= \frac{-120 \text{ N} \cdot \text{s}}{4,0 \text{ s}} = -30 \text{ N}.$$

Η δύναμη δρα σε κατεύθυνση αντίθετη προς την αρχική ταχύτητα.

- (γ) Αρχική ορμή: $mv_o = 10 \text{ kg} \times 10 \text{ m/s} = 100 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$

$$\begin{aligned}\text{Τελική ορμή: } mv &= 10 \text{ kg} \times (-2) \text{ m/s} \\ &= -20 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.\end{aligned}$$

8. Μηδέν. Η ολική μεταβολή ορμής έχει πάντοτε κατεύθυνση ίδια με της ολικής ωθήσεως.

9. Πριν από τη σύγκρουση η προσπίπτουσα μπάλα κινείται με ταχύτητα σταθερού μέτρου και η μπάλα στόχος είναι ακίνητη. Μετά την κρούση η προσπίπτουσα ακινητοποιείται και ο στόχος κινείται με ταχύτητα ίδιου μέτρου και ίδιας κατευθύνσεως όπως η προσπίπτουσα μπάλα πριν την κρούση. Άρα όλη η ορμή της προσπίπτουσας μεταφέρθηκε στο στόχο.

10. Η μπάλα στόχος ήταν ακίνητη, άρα η ορμή της $\vec{p}_2$ μετά την κρούση ισούται επίσης με τη μεταβολή της ορμής της, $\Delta\vec{p}_2$.

11. Το κάθε διάνυσμα ταχύτητας στο (α) πολλαπλασιάζεται επί τη μάζα του σώματος, του οποίου παριστάνει την κίνηση και επιλέγεται μια καινούργια κλίμακα για να παρασταθούν αυτά τα νέα διανύσματα.

12. (Μάζα του γρηγορότερου) / (Μάζα του βραδύτερου) = $\frac{2}{3}$

13. Πριν τη σύγκρουση, η ολική ορμή του συστήματος των δύο αυτοκινήτων είναι απλώς η ορμή του ρυμουλκού αυτοκινήτου γιατί μόνον αυτό κινείται. Μετά τη σύγκρουση η ολική ορμή του συστήματος των δύο αυτοκινήτων είναι ίση με την ορμή πριν τη σύγκρουση. Αφού η σύγκρουση κάνει τα αυτοκίνητα να “δεθούν” μεταξύ τους τότε και τα δύο κινούνται με την ίδια ταχύτητα μετά τη σύγκρουση:

$$p_\tau = p_a$$

$$(m_e + m_\psi)v_\tau = m_e v_e$$

και

$$\begin{aligned}v_\tau &= \frac{m_e v_e}{m_e + m_\psi} \\ &= \frac{3,0 \times 10^4 \text{ kg} \times 1,0 \text{ m/s}}{(3,0 \times 10^4 + 2,0 \times 10^4) \text{ kg}} \\ &= 0,60 \text{ m/s}.\end{aligned}$$

Μερικοί μαθητές ίσως έχουν δει σύγκρουση με διαδοχικές ανακρούσεις δύο φορτηγών, τα οποία στη συνέχεια παραμένουν μαζί. Ίσως είναι καλό να τονίσετε ότι παρόλο που υπεισέρχονται πολύπλοκες δυνάμεις στο φαινόμενο είναι απλό να κατανηθεί το ολικό αποτέλεσμα. Αν γίνει η ερώτηση κατά τη διδασκαλία, μπορείτε να πείτε στους μαθητές σας ότι χάνεται κινητική ενέργεια κατά τη σύγκρουση με διαδοχικές ανακρούσεις. Εν τούτοις, προσπαθήστε να μην αναφερθείτε σε ενέργειες σε αυτό το σημείο. Θα είναι το αντικείμενο των επομένων τριών κεφαλαίων.

14. Η κατεύθυνση της κινήσεως του κέντρου μάζας μετά την κρούση είναι η ίδια όπως και πριν την κρούση· είναι προς τα πάνω, περίπου μια μοίρα προς την αντίθετη φορά της κινήσεως των δεικτών του ρολογιού από την κατεύθυνση της μπάλας, η οποία εισέρχεται από το κάτω μέρος της φωτογραφίας.

15. Όταν δύο μάζες αλληλεπιδρούν μόνο μεταξύ τους, η ολική ορμή παραμένει σταθερή. Επίσης, η ταχύτητα του κέντρου μάζας δεν μεταβάλλεται. Αυτός μπορεί να είναι ένας πολύ χρήσιμος τρόπος θεωρήσεως του προβλήματος της αλληλεπιδράσεως.

- (α) Η ταχύτητα του κέντρου μάζας με τιμή $v_* = 0,5 \text{ m/s}$ δεν μεταβάλλεται ως αποτέλεσμα της κρούσεως.

- (β) Βρείτε την ταχύτητα του άλλου καροτσιού με βάση τη διατήρηση της ορμής. Αρχική ολική ορμή = Τελική ολική ορμή

$$(m_1 + m_2) \vec{v}_* = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2.$$

Αφού όλες οι ταχύτητες βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία ισχύει,

$$(m_1 + m_2) \vec{v}_* = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

και

$$v'_2 = \frac{m_1 + m_2}{m_2} v_* - \frac{m_1}{m_2} v'_1$$

$$= 2 \times 0,5 \text{ m/s} - 0,7 \text{ m/s}$$

$$= 0,3 \text{ m/s.}$$

16. (α) Η τροχιά είναι ευθύγραμμη.

(β) Το κέντρο μάζας κινείται κατά ίσες αποστάσεις σε ίσους χρόνους και δεν μεταβάλλει κατεύθυνση κινήσεως.

Άρα:

$$\vec{p} = m\vec{v} \text{ είναι σταθερή.}$$

17. (α) $\frac{\vec{v}}{2}$

(β) Οι μπάλες φαίνονται να πλησιάζουν το κέντρο μάζας με ταχύτητες $+\frac{\vec{v}}{2}$ και $-\frac{\vec{v}}{2}$, να συγκρούονται και κατόπιν οι κινήσεις τους να αντιστρέφονται και να απομακρύνονται η μια της άλλης με ταχύτητες $-\frac{\vec{v}}{2}$ και $+\frac{\vec{v}}{2}$ αντίστοιχα.

Απαντήσεις στα Προβλήματα ΣΤΕ

18. (α) $F\Delta t = m\Delta v$, $\Delta t = m\Delta v / F$

$$= \frac{(5,0 \times 10^4 \text{ kg})(0,30 \text{ m/s})}{250 \text{ N}}$$

$$= 60 \text{ s.}$$

(β) Το αυτοκίνητο θα εξακολουθεί να κινείται για διάστημα

$$\Delta x = v_{\mu}\Delta t = \frac{(0,30 \text{ m/s} + 0 \text{ m/s})}{2} \times 60 \text{ s}$$

$$= 9 \text{ m.}$$

Επομένως, δεν θα γίνει σύγκρουση.

19. Η σύγκρουση πραγματοποιήθηκε κατά το τέταρτο χρονικό διάστημα του $\frac{1}{30}$ s. Κατά αυτό το διάστημα, η προσπίπτουσα μπάλα είχε ακόμη να κινηθεί περίπου $\frac{1}{3}$ ενός διαστήματος έως ότου γίνει η σύγκρουση και κινήθηκε επί $\frac{1}{2}$ ενός διαστήματος μετά τη σύγκρουση. Επομένως ο χρόνος της κρούσεως ήταν, χονδρικά, $\frac{1}{30} \text{ s} - \frac{1}{3} \times \frac{1}{30} \text{ s} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{30} \text{ s} = \frac{1}{180} \text{ s}$. Αφού $F\Delta t = m\Delta v$ και

$$m\Delta v = \Delta p = 0,481 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}, F = \frac{0,481}{\frac{1}{180}} \text{ N} =$$

$$87 \text{ N} \approx 90 \text{ N.}$$

20. Αρχικά το καρότσι (20 kg) και το κορίτσι (60 kg) κινούνται με ταχύτητα 2,0 m/s. Άρα η ολική ορμή του συστήματος είναι $(20 + 60) \text{ kg} \times 2,0 \text{ m/s} = 160 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

(α) Σε αυτή την περίπτωση το κορίτσι έχει τελική ορμή $60 \text{ kg} \times 2,0 \text{ m/s} = 120 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$, πράγμα που αφήνει $(160 - 120) \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 40 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ για το καρότσι. Αφού έχει μάζα 20 kg, το καρότσι έχει ταχύτητα $(40/20) \text{ m/s} = 2,0 \text{ m/s}$. Δεν συμβαίνει μεταβολή στην ταχύτητα του καροτσιού. Αυτό είναι σχεδόν προφανές διότι, για να “προσγειωθεί” με την ίδια ταχύτητα που έχει το καρότσι, το κορίτσι πρέπει να κατέβει από το πλευρό του καροτσιού, χωρίς να δίνει ώθηση στο καρότσι.

(β) Αφού το κορίτσι δεν έχει ταχύτητα και άρα ούτε ορμή, το καρότσι πρέπει να έχει όλη την ολική ορμή των $160 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$. Άρα το καρότσι κινείται με ταχύτητα $(160/20) \text{ m/s} = 8,0 \text{ m/s}$. Επομένως η μεταβολή είναι 6,0 m/s. Αυτό δικαιολογείται φυσικά διότι το κορίτσι πρέπει να πηδήσει με κατεύθυνση προς τα πίσω από το καρότσι ώστε να φτάσει στο έδαφος χωρίς ορμή. Κάνοντας αυτό σπρώχνει το καρότσι προς τα εμπρός.

(γ) Το κορίτσι κινείται με διπλάσια την αρχική ταχύτητα του καροτσιού, κινείται με 4,0 m/s. Η ορμή της είναι, επομένως, $60 \times 4,0 = 240 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$. Αν η τελική ορμή του καροτσιού είναι p_v τότε

$$p_v + 240 = 160, p_v = -80 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Το καρότσι έχει ταχύτητα $(-80/20) \text{ m/s} = -4,0 \text{ m/s}$, δηλαδή 4,0 m/s σε κατεύθυνση αντίθετη αυτής, κατά την οποία εκινείτο αρχικά. Η μεταβολή είναι επομένως ίση με $-6,0 \text{ m/s}$.

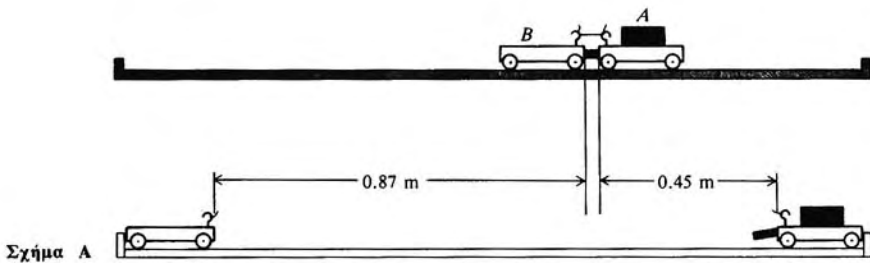
21. (α) Το καρότσι Α διήνυσε απόσταση $d_a = 0,45 \text{ m}$ κατά το χρονικό διάστημα t και το καρότσι Β διήνυσε κατά το ίδιο χρονικό διάστημα απόσταση $d_b = 0,87 \text{ m}$.

Οι ταχύτητές τους επομένως ήταν:

$$v_a = \frac{d_a}{t} \quad \text{και} \quad v_b = \frac{d_b}{t}.$$

$$\therefore \frac{v_a}{v_b} = \frac{d_a}{d_b} = \frac{0,45 \text{ m}}{0,87 \text{ m}} = 0,52.$$

(β) Αφού οι δύο ορμές πρέπει να είναι ίσες κατά μέτρο ισχύει,



Σχήμα Α

$$m_a v_a = m_\beta v_\beta \quad \text{ή} \quad \frac{m_a}{m_\beta} = \frac{v_\beta}{v_a} = \frac{1}{0,52}$$

$$= 1,9.$$

(γ) Αφού οι ορμές ήταν ίσες και αντίθετες, οι ωθήσεις ήταν επίσης ίσες και αντίθετες.

(δ) Αφού η μέση τιμή του $\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t}$, $\frac{\alpha_a}{\alpha_\beta} =$

$$\frac{\Delta v_a / t}{\Delta v_\beta / t} = \frac{\Delta v_a}{\Delta v_\beta} = -0,52 \quad (\text{το μείον είναι επειδή οι μεταβολές των ταχυτήτων είναι σε αντίθετες κατευθύνσεις}).$$

22. Αυτό είναι πρόβλημα διατηρήσεως ορμής με “γεύση” από πυρηνική φυσική.

(α) Έστω ότι m_p είναι η μάζα του πρωτονίου και v_p η ταχύτητά του πριν τη σύγκρουση. Αφού ο πυρήνας του ηλίου είναι ακίνητος, η ολική ορμή πριν τη σύγκρουση είναι $m_p v_p$. Μετά τη σύγκρουση η ολική ορμή είναι $m_{He} v_{He} - m_p v_p'$ όπου v_p' είναι η τελική ταχύτητα του πρωτονίου και το πρόσημο μείον υπάρχει γιατί η ταχύτητα v_p' έχει αντίθετη κατεύθυνση από την κατεύθυνση όλων των άλλων ταχυτήτων:

$$m_p v_p = m_{He} v_{He} - m_p v_p'$$

και

$$m_{He} = \frac{m_p v_p + m_p v_p'}{v_{He}} = \frac{m_p (v_p + v_p')}{v_{He}}$$

$$= \frac{1,67 \times 10^{-27} \text{ kg} (1 \times 10^4 + 6 \times 10^4) \text{ m/s}}{4 \times 10^6 \text{ m/s}}$$

$$= 4 \times 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg} = 7 \times 10^{-27} \text{ kg}.$$

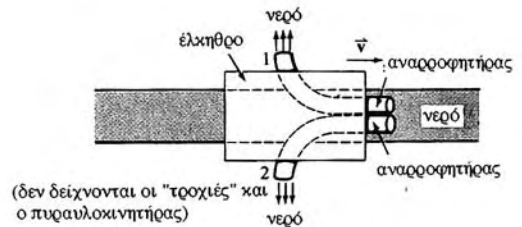
(β) Όχι. Δεν μπορεί να υπολογισθεί η δύναμη.

(γ) Η δύναμη κατά την κρούση δεν μπορεί να υπολογισθεί εκτός αν είναι γνωστό το χρονικό διάστημα που

διήρκεσε η κρούση και υποτεθεί ότι η δύναμη ήταν σταθερή.

23. (α) Το νερό φεύγει κάθετα προς την κατεύθυνση της κινήσεως του έλκηθρου και με ταχύτητα v ίση με αυτή του έλκηθρου. Οι ταχύτητες των δύο πιδάκων νερού ως προς το έδαφος θα είναι $\vec{v}_1$ και $\vec{v}_2$ όπως δείχνεται στο διάγραμμα. Η μεταβολή στην ορμή του νερού το οποίο εκτοξεύθηκε από κάθε έναν σωλήνα είναι τότε $\sqrt{2} m v$ προς τη μία από τις κατευθύνσεις που καθορίζουν τα $\vec{p}_1$ και $\vec{p}_2$ στο σχ. Β6 - 3.

(β) Η ορμή που χάνει το έλκηθρο ισούται με την ορμή που κερδίζει το νερό κατά την κατεύθυνση της κινήσεως του έλκηθρου. Η ορμή που κερδίζει το νερό όπως φαίνεται στο σχ. Β6 - 3 είναι $\vec{p} = m \vec{v}$. Η μεταβολή της ορμής του έλκηθρου είναι $-m \vec{v}$.



Σχήμα Β

(γ) Όταν το νερό εξέρχεται συμμετρικά και από τις δύο μεριές, η ολική ορμή του νερού αυτού ως προς το έλκηθρο είναι μηδέν. Αν όλο το νερό έβγαινε από τη μια πλευρά θα υπήρχε μεταβολή στην ορμή ως προς το έλκηθρο που θα έσπρωχνε το έλκηθρο πλευρικά και ίσως να το εκτροχίαζε.

Μπορείτε να επεκτείνετε το πρόβλημα ρωτώντας τους μαθητές να απαντή-

σουν ξανά στο μέρος (β) αν οι σωλήνες προεκταθούν σχηματίζοντας μία επί πλέον γωνία 90° έτσι ώστε να χύνουν το νερό κατευθείαν προς τα εμπρός με ταχύτητα ως προς το έλκηθρο, κάθε στιγμή, ίση με αυτήν του έλκηθρου.

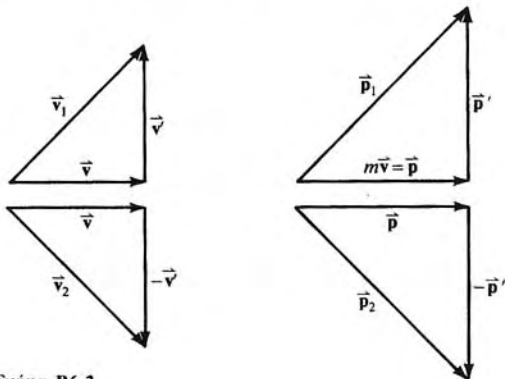
Σε αυτή την περίπτωση η ταχύτητα του νερού ως προς το έδαφος θα μεταβαλλόταν κατά $2\vec{v}$. Επομένως, η μεταβολή ορμής μιας μικρής μάζας νερού, m , θα είναι $2\vec{v}m$ και η μεταβολή στην ορμή του έλκηθρου θα είναι $-2\vec{v}m$.

24. (α) Από τη διατήρηση της ορμής έχουμε,

$$MV = mv \text{ ή } V = mv/M.$$

Άρα ο χρόνος που απαιτείται για να φτάσει το διαστημόπλοιο θα είναι $t_T = d/V = Md/mv$.

- (β) Ο αστροναύτης για να προωθηθεί ε-



Σχήμα B6-3

κτοξεύει μάζα οξυγόνου m . Τώρα για να αναπνέει έχει μάζα οξυγόνου $m_0 - m$. Με ρυθμό αναπνοής R θα κρατήσει επί χρόνο

$$t_B = \frac{m_0 - m}{R}.$$

- (γ) Αν θέσουμε $t_t = T_B$ (η περίπτωση που μόλις καταφέρνει να επιστρέψει), τότε

$$\frac{Md}{mv} = \frac{m_0 - m}{R}.$$

$$\text{ή } Rmd = mm_0v - m^2v$$

$$\text{ή } vm^2 - m_0vm + Rmd = 0$$

που είναι μια δευτεροβάθμια εξίσωση ως προς m .

Η ποσότητα οξυγόνου που ελευθερώνεται για προώθηση μπορεί να έχει

οιανδήποτε τιμή μεταξύ των ορίων που τίθενται από τις ρίζες αυτής της εξίσωσης. Οι ρίζες είναι

$$m = \frac{m_0v \pm \sqrt{(m_0v)^2 - 4vRmd}}{2v}$$

- (δ) Θέτοντας τις τιμές για την ειδική περίπτωση μας, βρίσκουμε,

$$m = \frac{25 \pm \sqrt{625 - 225}}{100} = 0,45 \text{ kg}$$

ή 0,05 kg.

Μια αριθμητική επαλήθευση (πρέπει $0,05 \text{ kg} < m < 0,45 \text{ kg}$) θα πείσει εύκολα τους μαθητές ότι $m < 0,05 \text{ kg}$ ή $m > 0,45 \text{ kg}$ θα μπορούσαν να φέρουν πίσω τον αστροναύτη, ενώ αν $m < 0,05 \text{ kg}$ ή $m > 0,45 \text{ kg}$, θα του τελειώσει το οξυγόνο πριν φτάσει στο διαστημόπλοιο. Για τις ανωτέρω τιμές μαζών οι χρόνοι είναι 200 s και 1800 s αντίστοιχα.

25. Να προτρέψετε τους μαθητές να δουλέψουν με ακρίβεια $0,1 \text{ mm}$ ή $0,1^\circ$ παρόλο που οι παραμορφώσεις στη φωτογραφία πολύ πιθανόν να είναι μεγαλύτερες. Ανάλογα με πόση εμπειρία έχουν οι μαθητές με αυτού του είδους τα γραφικά προβλήματα ίσως είναι καλό να τονίσετε όταν δίνετε αυτό το πρόβλημα ότι μπορούν να παραστήσουν διανύσματα ταχυτήτων υπό κλίμακα παρόλο που δεν ξέρουν ούτε την πραγματική κλίμακα αποστάσεων ούτε το χρόνο μεταξύ αναλαμπών. Η ταχύτητα ενός αντικειμένου μπορεί να παρασταθεί ανάλογη προς την απόσταση που δεικνύεται μεταξύ διαδοχικών αναλαμπών. Οι κατευθύνσεις κινήσεως μπορούν να προσδιορισθούν χαράσσοντας μια ευθεία κατά μήκος της μιας πλευράς της σειράς των εικόνων της μπάλας, χρησιμοποιώντας χαρτί σχεδίου αν δεν επιτρέπεται να σημειώσουν πάνω στο βιβλίο. Οι αποστάσεις μπορούν να προσδιορισθούν χρησιμοποιώντας την ευθεία μεταξύ των κέντρων και μετρώντας μεταξύ των άκρων που είναι πιο φωτεινά.

- (α) Τα διανυσματικά διαγράμματα φαίνονται στα σχ. B6 - 4 και B6 - 5. Η διανυσματική εξίσωση είναι $\vec{v}_{\text{εισ}} + \Delta\vec{v} = \vec{v}_{\text{εξε}} \cdot$ Επομένως $\Delta\vec{v}$ είναι το διάνυσμα από τη μύτη του $\vec{v}_{\text{εισ}}$ μέχρι την ουρά του $\vec{v}_{\text{εξε}}$. (Έχουμε σχε-

διάσει καθένα διάνυσμα ίσο με τρεις φορές την απόσταση μεταξύ των κέντρων των κύκλων στη φωτογραφία).

- (β) Οι μεταβολές της ταχύτητας έχουν, με ακρίβεια $0,5^\circ$ αντίθετες κατευθύνσεις. Οιαδήποτε μέτρηση από 0° ως $1,5^\circ$ μπορεί να είναι αποδεκτή.
- (γ) Όχι. Από τα διανυσματικά διαγράμματα, ο λόγος των μέτρων τους είναι:

$$\frac{\Delta v_{\mu\epsilon\gamma}}{\Delta v_{\mu\kappa}} = \frac{1,03}{2,40} = 0,429.$$

- (δ) Από τη διατήρηση της ορμής, ο λόγος μεταβολών των ταχυτήτων είναι αντιστρόφως ανάλογος προς το λόγο των αντιστοίχων μαζών:

$$m_{\mu\epsilon\gamma}\Delta v_{\mu\epsilon\gamma} = m_{\mu\kappa}\Delta v_{\mu\kappa}$$

$$\frac{\Delta v_{\mu\epsilon\gamma}}{\Delta v_{\mu\kappa}} = \frac{m_{\mu\kappa}}{m_{\mu\epsilon\gamma}}$$

- (ε) Αφού,

$$\frac{m_{\mu\kappa}}{m_{\mu\epsilon\gamma}} = \frac{\Delta v_{\mu\epsilon\gamma}}{\Delta v_{\mu\kappa}} = 0,429$$

$$m_{\mu\kappa} = 0,429 \times 201 = 86,3 \text{ g}$$

(τιμές μεταξύ 80 και 90 g είναι αποδεκτές).

Είναι φανερό ότι αυτές οι μπάλες είναι το ζεύγος των 201 g και 85 g το οποίο χρησιμοποιήθηκε σε άλλα σχήματα.

Σημείωση: Ίσως να ενδιαφέρεστε να ξέρετε αν διατηρήθηκε η ενέργεια. Ζητήστε από τους μαθητές να κρατήσουν τις λύσεις τους γι' αυτό το πρόβλημα προς ανάλυση σχετική με διατήρηση της ενέργειας όταν ασχοληθείτε με αυτό το θέμα αργότερα. Η αρχική ενέργεια ήταν ανάλογη προς:

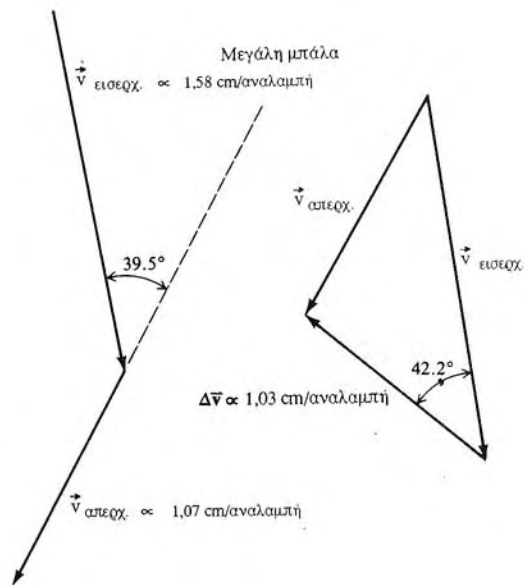
$$\frac{1}{2} \times 201 \text{ g} \times (1,58 \text{ cm/t})^2 + \frac{1}{2} \times 86,3 \text{ g} \times (1,59 \text{ cm/t})^2 = 418 \text{ g} \cdot \text{cm/t}^2$$

και η τελική ενέργεια ανάλογη προς

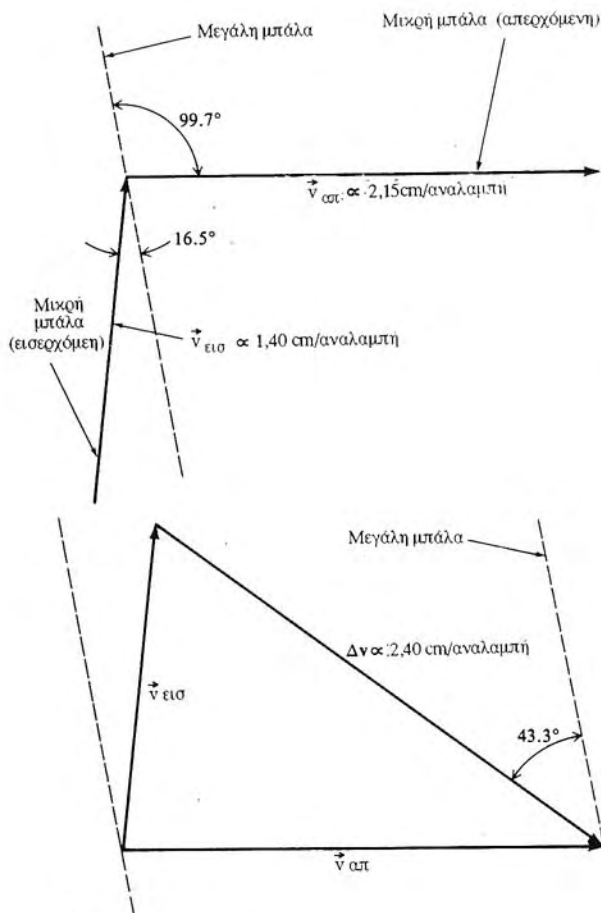
$$\frac{1}{2} \times 201 \text{ g} \times (1,07 \text{ cm/t})^2 + \frac{1}{2} \times 86,3 \text{ g} \times (2,15 \text{ cm/t})^2 = 314 \text{ g} \cdot \text{cm/t}^2$$



Σχήμα Γ



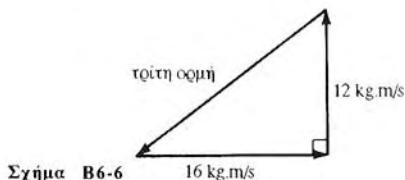
Σχήμα B6-4



Σχήμα B6-5

Άρα περίπου 6,3% της ενέργειας χάθηκαν· η κρούση δεν ήταν ελαστική αλλά σχεδόν ελαστική.

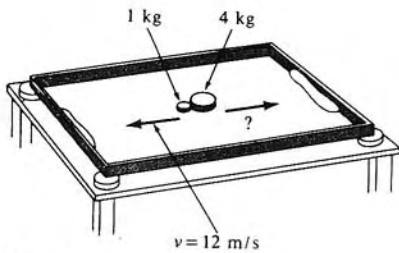
26. (α) Πρέπει να υποθέσουμε ότι η πέτρα είναι αρχικά σε ηρεμία. Είχε λοιπόν ορμή μηδέν πριν από την έκρηξη και επομένως πρέπει η συνολική ορμή να είναι μηδέν μετά την έκρηξη. Η ορμή του τεμαχίου μάζας 1,0 kg είναι $12 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ · η ορμή του τεμαχίου 2,0 kg είναι $16 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ με κατεύθυνση κάθετη προς αυτήν του πρώτου. Το τρίτο τεμάχιο πρέπει να έχει ορμή $\vec{p}$ η οποία δείχνεται στο διανυσματικό διάγραμμα του σχ. B6 - 6 από όπου φαίνεται ότι οι τρεις ορμές έχουν (διανυσματικό) άθροισμα μηδέν.
- (β) Το διάγραμμα δείχνει την κατεύθυνση κατά την οποία κινείται το τρίτο τεμάχιο και από το ορθογώνιο τρίγωνο με λόγους πλευρών 3 : 4 : 5 βρίσκει κανείς εύκολα ότι έχει ορμή $20 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$. Αφού η ταχύτητά του ήταν 40 m/s , η μάζα του ήταν $\frac{1}{2} \text{ kg}$.



Σχήμα B6-6

27. (α) Η ορμή πρέπει να διατηρείται κατά την έκρηξη και το διαχωρισμό των δύο μαζών των 1,0 kg και 4,0 kg. Η μάζα του 1,0 kg έχει ορμή $12 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ μετά την έκρηξη. Η μάζα των 4,0 kg πρέπει να έχει ίση και αντίθετη ορμή και επομένως ταχύτητα $3,0 \text{ m/s}$.
- (β) Αφού δεν υπάρχουν εξωτερικές δυνάμεις οι οποίες δρουν επί του συστήματος, το κέντρο μάζας του όλου συστήματος παραμένει ακίνητο όλες τις χρονικές στιγμές.
- (γ) Αφού δεν υπάρχουν εξωτερικές δυνάμεις και αφού πριν από την έκρηξη η ορμή του όλου συστήματος ήταν μηδέν, η ορμή παραμένει μηδέν και μετά την έκρηξη. Όταν το πλαίσιο και οι δύο μάζες κολλήσουν, όλα μαζί έχουν την ίδια ταχύτητα που είναι μη-

δέν. (Για λογικές διαστάσεις οι μάζες κολλούν στο πλαίσιο πολύ πριν να περάσουν τα 100 s).



Σχήμα Α

- (δ) Με την έκρηξη, οι μάζες των 1,0 kg και 4,0 kg απομακρύνονται μεταξύ τους με ταχύτητες που έχουν μέτρα 12 m/s και 3 m/s αντίστοιχα.

Η μάζα του 1,0 kg χτυπά πρώτα και κολλά κινώντας το πλαίσιο προς την κατεύθυνσή της. Η ορμή του πλαισίου μαζί με τη μάζα του 1,0 kg είναι $12 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$, ίση με την ορμή πριν την κρούση. Μετά χτυπά η μάζα των 4,0 kg και μεταφέρει ορμή $12 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ προς την αντίθετη κατεύθυνση, σταματώντας έτσι την κίνηση του πλαισίου και της πρώτης μάζας το οποίο τότε ακινητεί.

- (ε) Η απόσταση κατά την οποία κινήθηκε το πλαίσιο μπορεί να υπολογισθεί λύνοντας αναλυτικά το μέρος (δ). Όμως, η απλούστερη μέθοδος λύσεως είναι να θυμάται κανείς ότι το κέντρο μάζας του συστήματος δεν μετακινείται. Βλέπε σχ. Β6 - 7. Υποθέσετε ότι το πλαίσιο κινήθηκε κατά x . Τότε συμπεριφέρεται σα μια μάζα 5,0 kg σε απόσταση x από το παλιό (και το νέο) κέντρο μάζας. Αν L είναι το μήκος του πλαισίου, η μάζα του 1,0 kg βρίσκεται σε απόσταση $(L/2 + x)$ από το κέντρο μάζας και η μάζα των 4,0 kg είναι σε απόσταση $(L/2 - x)$ από το κέντρο μάζας του συστήματος τότε:

$$d_1 m_1 + d_4 m_4 = d_4 m_4$$

$$\left(\frac{L}{2} + x\right) m_1 + x m_\pi = \left(\frac{L}{2} - x\right) m_4$$

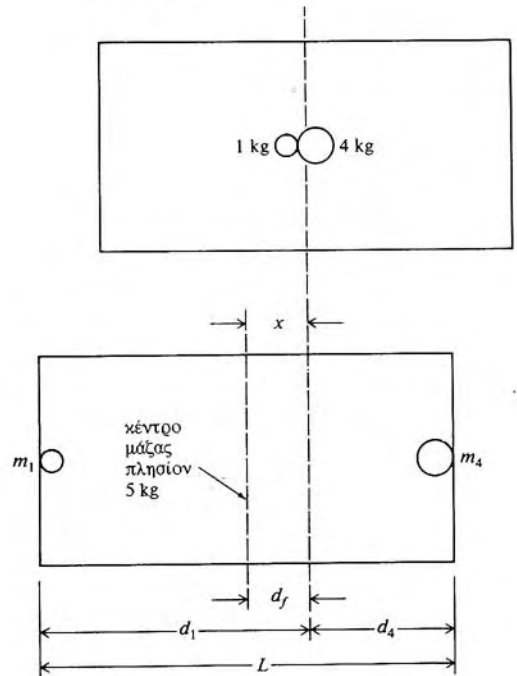
$$\frac{L m_1}{2} + x m_1 + x m_\pi = \frac{L m_4}{2} - x m_4$$

$$x(m_1 + m_4 + m_\pi) = \frac{L(m_4 - m_1)}{2}$$

$$x(1,0 + 4,0 + 5,0) = \frac{L(4,0 - 1,0)}{2}$$

$$x = 0,15 L.$$

Πολλοί μαθητές που δεν μπορούν να λύσουν αυτό το μέρος του προβλήματος χρησιμοποιώντας το άγνωστο L ίσως θα μπορέσουν να το λύσουν αν τους δοθεί μια συγκεκριμένη τιμή για το L .



Σχήμα Β6-7

28. Ως θετική κατεύθυνση (φορά) λαμβάνεται αυτή της κινήσεως της πλατφόρμας.

- (α) Αφού το αυτοκίνητο και η πλατφόρμα είναι αρχικά ακίνητα και αφού δεν ασκείται εξωτερική δύναμη πάνω τους, η μεταβολή στην ολική ορμή τους είναι

$$\Delta p = 0 = m_x \Delta v_x + m_\pi \Delta v_\pi$$

όπου v_x είναι η ταχύτητα του αυτοκινήτου και v_π η ταχύτητα της πλατφόρμας,

$$\Delta v_x = v_x - 0,$$

άρα

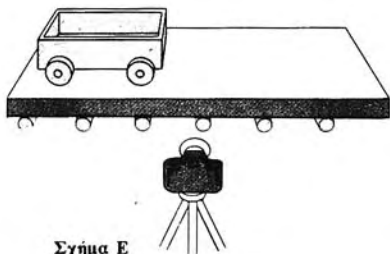
$$v_x = - \frac{80 \text{ kg} \times 0,30 \text{ m/s}}{20 \text{ kg}} \\ = - 1,20 \text{ m/s}.$$

Το αυτοκίνητο κινείται προς αντίθετη κατεύθυνση από την κίνηση της πλατφόρμας.

- (β) Αν θεωρήσουμε ότι η ώθηση της δυνάμεως είναι ίση προς τη μεταβολή της ορμής της πλατφόρμας βρίσκουμε,

$$F\Delta t = m_{\pi}\Delta v_{\pi}$$

$$F = m_{\pi}\Delta v_{\pi}/\Delta t \\ = (80 \text{ kg})(0,30 \text{ m/s})/(3,0 \text{ s}) \\ = 8,0 \text{ newton}.$$



- (γ) Η ταχύτητα του αυτοκινήτου ως προς την κινούμενη πλατφόρμα ήταν

$$v_{\alpha\chi} = v_x - v_{\pi} = (- 1,20 \text{ m/s}) - (0,30 \text{ m/s}) = - 1,50 \text{ m/s}$$

- (δ) Αν επιχειρήσουμε να χρησιμοποιήσουμε τη σχέση μεταξύ ώθησεως και ορμής για να υπολογίσουμε τη δύναμη επί του αυτοκινήτου, έχουμε:

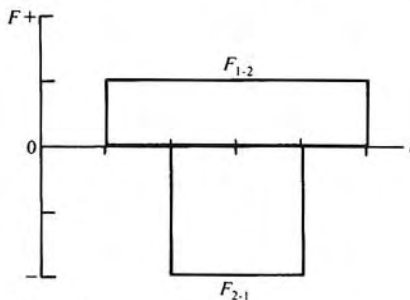
$$F = m_{\alpha}\Delta v_{\alpha\chi}/\Delta t \\ = (20 \text{ kg}) (- 1,50 \text{ m/s})/(3,0 \text{ s}) \\ = - 10 \text{ newton}.$$

Αυτή η δύναμη δεν είναι ίση κατά μέτρο με τη δύναμη η οποία υπολογίστηκε ότι δρούσε πάνω στην πλατφόρμα διότι εδώ πήραμε την κινούμενη πλατφόρμα ως το σύστημα αναφοράς μας. Επειδή η πλατφόρμα επιταχύνεται, δεν αποτελεί αδρανειακό σύστημα αναφοράς ως προς το οποίο να μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο νόμος

του Νεύτωνα για την κίνηση. Η εφαρμογή του νόμου του Νεύτωνα σε επιταχυνόμενο σύστημα οδηγεί σε ει- κονική (πλασματική) δύναμη, στην περίπτωση μας δύναμη 2 N, η οποία εξαρτάται από το σύστημα αναφοράς και όχι από τη δράση κάποιων σωμάτων.

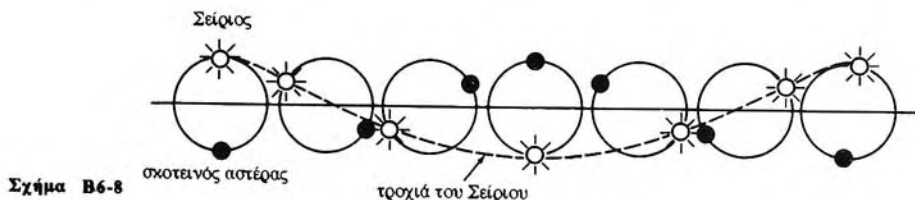
29. Όχι. Το διανυσματικό άθροισμα των ωθήσεων που οφείλονται μόνο στις δυνάμεις της αλληλεπιδράσεως δεν μπορεί να είναι μηδέν διότι η ολική ώθηση, η οποία πρέπει να λάβει υπόψη και το φως το οποίο μεταφέρει ορμή, πρέπει να είναι ίση με μηδέν.

30. (α) Η ολική ώθηση που δίνει το πρώτο σώμα στο δεύτερο είναι ακριβώς ίση και αντίθετη προς την ολική ώθηση την οποία το δεύτερο σώμα δίνει στο πρώτο, αφού οι επιφάνειες μεταξύ των γραφημάτων των δυνάμεων και του άξονα t είναι ίσες και στις αντίθετες μεριές του άξονα. Επομένως η τελική μεταβολή της ορμής είναι μηδέν και η ολική ορμή είναι ίδια όπως πριν.



Σχήμα Ζ

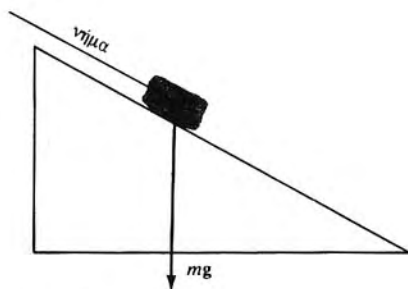
- (β) Η ορμή δεν διατηρείται όλες τις χρονικές στιγμές κατά τη διάρκεια της κρούσεως· για παράδειγμα, κατά τη διάρκεια μέρους του χρονικού διαστήματος η $F_{1,2}$ είναι μεγαλύτερη από μηδέν ενώ η $F_{2,1}$ είναι μηδέν, οπότε η ορμή του δεύτερου σώματος αυξάνεται ενώ η ορμή του πρώτου παραμένει σταθερή.



Σχήμα Β6-8

31. (α) Η ορμή του ενός μέλους του συστήματος του διπλού αστέρα δεν παραμένει σταθερή διότι υπάρχει εξωτερική δύναμη – η δύναμη της βαρύτητας του άλλου μέλους – η οποία δρα πάνω του. (Μεταβολές ορμής ένεκα εκπομπής φωτός είναι αμελητέες). Επομένως η ορμή του καθενός μέλους μεταβάλλεται αλλά το διανυσματικό άθροισμα των δύο ορμών παραμένει σταθερό αφού υποτίθεται ότι το σύστημα του διπλού αστέρα είναι ακουόντως μακριά από άλλους αστέρες και έτσι μπορεί να θεωρηθεί απομονωμένο από αυτούς. Αυτό σημαίνει ότι αν μεταβάλλεται η μία ορμή, η άλλη πρέπει να μεταβληθεί κατά ίσο ποσό και κατά την αντίθετη κατεύθυνση. Οι μεταβολές είναι περιοδικές, δηλαδή, παίρνουν τις ίδιες τιμές περιοδικώς καθώς οι αστέρες περιφέρονται ο ένας περί τον άλλο.

(β) Υποθέσετε ότι ο Σείριος και ο σκοτεινός σύντροφός του έχουν ίσες μάζες και περιφέρονται ο ένας περί τον άλλο ενώ κινούνται μαζί διά μέσου του διαστήματος. Το σημείο στο μέσο μεταξύ των αστέρων θα κινείται με σταθερή ταχύτητα, όπως φαίνεται στο σχ. Β6 - 8. Πώς θα φαίνεται αυτή η κίνηση σε έναν παρατηρητή εξαρτάται από τη συχνότητα περιστροφής και τις διαστάσεις του συστήματος του διπλού αστέρα και από την οπτική γωνία υπό την οποία παρατηρείται η κίνηση. Αν ο παρατηρητής βρίσκεται στο επίπεδο όπου γίνεται η περιφορά, ο ένας αστέρας προκαλεί έκλειψη στον άλλο. Αυτό το σύστημα λέγεται σύστημα διπλού αστέρα που εμφανίζει έκλειψη. Υπό άλλες οπτι-



Σχήμα Η

κές γωνίες, ο ορατός αστέρας θα φαίνεται να ταλαντεύεται επί της τροχιάς του. Το εύρος της ταλαντεύσεως και η συχνότητά της θα εξαρτάται από τις σχετικές μάζες των αστέρων και από τις μορφές των τροχιών τους.

32. (α) Βλέπε σχ. Β6 - 9

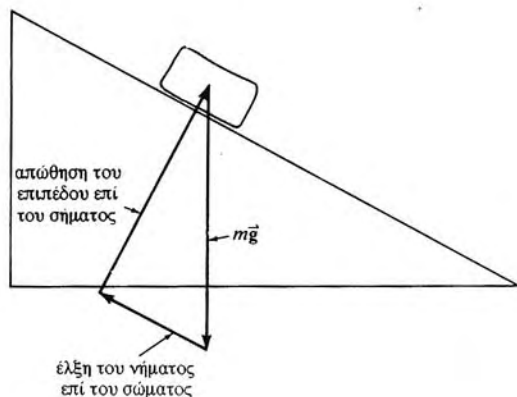
(β) Οι δυνάμεις “αντιδράσεις” είναι:

(1) Η έλξη του σώματος πάνω στη γη προς τα πάνω.

(2) Η δύναμη που ασκεί το σώμα πάνω στο επίπεδο.

(3) Η έλξη του σώματος, επί του νήματος προς τα κάτω.

(γ) Αν κοπεί το νήμα, τότε οι δυνάμεις “δράσεις” είναι η έλξη της γης επί του σώματος προς τα κάτω και η δύναμη που ασκεί το επίπεδο πάνω στο σώμα κάθετα προς το επίπεδο και προς τα πάνω. Οι δυνάμεις “αντιδράσεις” είναι η έλξη που ασκεί το σώμα πάνω στη γη που κατευθύνεται προς τα πάνω και η δύναμη που ασκεί το σώμα πάνω στο επίπεδο κάθετα προς αυτό και προς τα κάτω. Ποιες δυνάμεις που καλούνται δυνάμεις - “δράσεις” και ποιες δυνάμεις - “αντιδράσεις” είναι θέμα επιλογής. Αυτές οι έννοιες δεν πρέπει ποτέ να συγχέονται με τις έννοιες “αίτιο” και “αποτελεσμα”. Κατά τη λύση προβλημάτων στη μηχανική, συχνά θεωρούμε μόνο τις δυνάμεις που ασκούνται επί του σώματος το οποίο μελετούμε και δεν ασχολούμαστε με τις δυνάμεις που ασκεί αυτό το σώμα.



Σχήμα Β6-9

Επισκόπηση και Στόχοι

Το κεφάλαιο 7 εισαγάγει την έννοια της ενέργειας, μια από τις πιο χρήσιμες έννοιες της φυσικής. Η ιδέα της ενέργειας θα επεκταθεί στα επόμενα δύο κεφάλαια και χρησιμοποιείται πολύ στο υπόλοιπο του διδακτικού βιβλίου. Η εφαρμογή του νόμου της διατηρήσεως της ενέργειας είναι ισχυρό εργαλείο στη λύση μεγάλης ποικιλίας προβλημάτων, ειδικά εκείνων στα οποία οι δυνάμεις αλληλεπιδράσεως δεν είναι γνωστές στις λεπτομέρειές τους (π.χ. σε συγκρούσεις που γίνονται χημικές και πυρηνικές αντιδράσεις). Αυτά τα κεφάλαια αποκλίνουν μάλλον σαφώς από τον καθιερωμένο τρόπο αναπτύξεως, ο οποίος χρησιμοποιείται σε πολλά εισαγωγικά μαθήματα. Γι' αυτό το λόγο ίσως αξίζει να συζητηθεί σε γενικές γραμμές πώς αναπτύσσεται η έννοια της ενέργειας σε αυτό και στα ακόλουθα κεφάλαια.

Το διδακτικό βιβλίο δεν επιχειρεί να δώσει έναν ειδικό, βραχύ ορισμό της ενέργειας. Δεν υπάρχει! Αντί να ξεκινήσει με έναν ορισμό, μπορεί να επιτευχθεί μια καλύτερη κατανόηση και εκτίμηση της σημασίας της ιδέας της ενέργειας μαθαίνοντας πως η έννοια της ενέργειας μπορεί να εφαρμοσθεί σε πολλά φαινόμενα.

Η στρατηγική του διδακτικού βιβλίου είναι να εισαγάγει τις τρεις μορφές ενέργειας: την κινητική, τη δυναμική και την εσωτερική. Με την κατανόηση αυτών των τριών μορφών είναι δυνατόν να συζητηθεί η μεταφορά (μετασχηματισμός) ενέργειας από τη μια μορφή στην άλλη, δείχνοντας ότι η ολική ενέργεια πάντοτε διατηρείται.

Επειδή για να κατανοηθούν οι ποσοτικές ιδιότητες του έργου και της κινητικής ενέργειας συχνά απαιτείται η χρήση μαθηματικών τύπων, πρέπει να προσέξετε ώστε να μην γίνεται τυφλή εφαρμογή τύπων και να δώσετε έμφαση στη φαινολογική άποψη συσχετίζοντας μαθηματικούς τύπους, τα πειράματα στο εργαστήριο και τις φωτογραφίες του διδακτικού βιβλίου.

Η ανάπτυξη της έννοιας του έργου και της κινητικής ενέργειας είναι παρόμοια με αυτή που ακολουθήθηκε στην ανάπτυξη της ωθήσεως και της ορμής στο προηγούμενο κεφάλαιο. Ξεκινούμε με μια σταθερή δύναμη η οποία δρα επί ενός σώματος και γενικεύουμε για περίπτωση αυθαίρετης δυνάμεως. Στη συνέχεια προχωρούμε στην περίπτωση δύο σωμάτων τα οποία δρουν το ένα επί του άλλου και μελετούμε τις κινητικές τους ενέργειες στο σύστημα του εργαστηρίου και στο σύστημα του κέντρου μάζας. Κατά τη διαδικασία προετοιμάζεται το έδαφος για να συζητηθεί η δυναμική ενέργεια και η εσωτερική ενέργεια, πράγματα που γίνονται στα κεφάλαια 8 και 9.

Χρονοθέτηση των Πειραμάτων

Πείραμα 11* Ρίψη μπάλας μπέιζμπωλ. Αυτό το πείραμα μπορεί να γίνει μετά την παράγραφο 7 - 2.

Πείραμα 12** Ελαστικές και μη ελαστικές κρούσεις.

Αυτό το πείραμα χωρίζεται σε δύο μέρη. Η ανάλυση των προηγούμενων αποτελεσμάτων του πειράματος 10 καλύτερα να γίνουν μετά την παράγραφο 7 - 5. Οι μη ελαστικές κρούσεις είναι καλύτερα να γίνουν σε συνδυασμό με την παράγραφο 7 - 7.

Κινηματογραφικές Ταινίες

Ελαστικές Συγκρούσεις και Αποθηκευμένη Ενέργεια του James Strickland. Αυτό το φιλμ είναι παρόμοιο με την ανάπτυξη των παραγράφων 7 - 3 και 7 - 4 του βιβλίου. Το πρώτο μέρος του φιλμ μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως εισαγωγή αυτών των παραγράφων ή ως βοηθητικό τους. Δείτε το υπόλοιπο του φιλμ με το κεφάλαιο 8.

Ορμή, Ενέργεια και Κέντρο Μάζας, του Καθηγητή Πανεπιστημίου Herman Branson. Αυτό το φιλμ εξετάζει κρούσεις δύο σωμάτων (μαγνητικοί πεσσοί ξηρού πάγου) από διαφορετικά συστήματα αναφοράς: το σύστημα του εργαστηρίου και το σύστημα του κέντρου μάζας, δείχνοντας έτσι την εξάρτηση της ολικής ορμής, μόνον από το σύστημα αναφοράς από όπου παρατηρείται. Το φιλμ δείχνει ακόμη ότι η ολική ενέργεια δεδομένου συστήματος μπορεί να χωριστεί σε δύο μέρη: το ένα μέρος σχετίζεται με την κίνηση του κέντρου μάζας του συστήματος ως προς το σύστημα αναφοράς, αυτό το μέρος ενέργειας συνδέεται με το σύστημα αναφοράς· το άλλο μέρος σχετίζεται με την κίνηση των επί μέρους τμημάτων του συστήματος ως προς το κέντρο μάζας τους – αυτή λέγεται εσωτερική ενέργεια και είναι ίδια για οιοδήποτε σύστημα αναφοράς.

Αυτό το φιλμ μπορεί να χρησιμοποιηθεί επωφελώς με το δεύτερο μισό του Κεφαλαίου 7 ή αργότερα κατά το πρώτο μέρος του Κεφαλαίου 9. Διάρκεια: 25 λεπτά.

Ενέργεια και Έργο της Καθηγήτριας Πανεπιστημίου Dorothy Montgomery. Δείχνει ότι το έργο το οποίο δαπανάται για την ανύψωση μιας βαριάς μπάλας γίνεται τελικά κινητική ενέργεια όταν πέφτει η μπάλα. Η σχέση μεταξύ έργου και μεταβολής της κινητικής ενέργειας υπογραμμίζεται επί πλέον με μια επίδειξη με μια διάταξη στην οποία επιδρά μια μεταβλητή (αλλά αναπαραγόμενη) δύναμη επί ένα δεδομένο διάστημα. Αυτό γίνεται βρίσκοντας το έργο από την επιφάνεια κάτω από την καμπύλη δυνάμεως - αποστάσεως και την κινητική ενέργεια από μέτρηση της μάζας και της ταχύτητας. Χρησιμοποιείται μια διάταξη που λέγεται "Rube Goldberg" που είναι ένα είδος διασκεδαστικού παιγνιδιού για να υπενθυμίσει στους μαθητές ότι η παράσταση mgh εκφράζει δυναμική ενέργεια βαρύτητας. Τελειώνοντας το φιλμ οδηγεί στην έννοια της εσωτερικής ενέργειας δείχνοντας ότι όταν η λήπτουσα σφαίρα σταματήσει, η απωλεσθείσα κινητική ενέργεια συνοδεύεται από αύξηση εσωτερικής ενέργειας. Αυτό το φιλμ μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε σχέση με τα Κεφάλαια 7 ή 8. Οι περισσότεροι διδάσκοντες προτιμούν να το χρησιμοποιήσουν περίπου στο μέσο ή προς το τέλος του κεφαλαίου 8. Διάρκεια: 28 λεπτά.

Υποδείξεις για τη Διδασκαλία

Παράγραφοι 7 - 1 και 7 - 2

Ίσως να βρείτε χρήσιμο να κάνετε επανάληψη των σχέσεων για την κίνηση υπό σταθερή επιτάχυνση (παράγραφος 1 - 7) πριν να αρχίσετε την παράγραφο 7 - 1. Τότε αναφερθείτε στην τυπική ομοιότητα των σχέσεων

$$F\Delta t = m\Delta v$$

$$F\Delta x = ;$$

Δείξτε την ομοιότητα μεταξύ ωθήσεως και έργου και μεταξύ ορμής και κινητικής ενέργειας. Το γεγονός ότι η ώθηση και η ορμή είναι διανύσματα και ότι το έργο και η κινητική ενέργεια είναι βαθμωτά μεγέθη, δεν τονίστηκε επίτηδες στην παράγραφο 7 - 1. Όμως να το τονίσετε στην παράγραφο 7 - 2.

Αξίζει να συζητήσετε όλα τα ποιοτικά προβλήματα παραγράφων στην τάξη.

Παράγραφοι 7 - 3 και 7 - 4

Είναι σημαντικό οι μαθητές σας να κατανοήσουν την ανάλυση της κρούσεως η οποία φαίνεται στο σχ. 7 - 5, μαζί με τα γραφήματα των σχ. 7 - 7 και 7 - 8. Διδάξτε αυτές τις παραγράφους προσεκτικά στην τάξη. Αυτή η ανάλυση είναι σημαντική για το υπόλοιπο του κεφαλαίου. Θα υπάρχουν επανειλημμένες εφαρμογές των σχέσεων που αναπτύχθηκαν εδώ σε όλο το βιβλίο και πρέπει να αναγνωρίζονται όταν απαντώνται.

Τα προβλήματα παραγράφων είναι χρήσιμα ειδικά στο να συγκεντρώνουν την προσοχή των μαθητών στις λεπτομέρειες της αλληλεπιδράσεως.

Παράγραφος 7 - 5

Ενώ η συζήτηση σε αυτήν την παράγραφο βασίζεται στη μετωπική σύγκρουση μεταξύ δύο σωμάτων οπότε η κίνηση γίνεται σε ευθεία γραμμή, τα γενικά συμπεράσματα είναι ανεξάρτητα από τη γωνία υπό την οποία ένα αντικείμενο συγκρούεται με ένα άλλο.

Μπορείτε να επιδείξετε ποιοτικά τη σύγκρουση μεταξύ δύο σωμάτων χρησιμοποιώντας καροτσάκια εργαστηρίου φορτωμένα με διάφορες μάζες. Το ένα έχει το έμβολο - ελατήριο ελεύθερο ενώ το άλλο το έχει συμπιεσμένο.

Τα καρότσια τοποθετούνται έτσι ώστε το ελευθερωμένο ελατήριο - έμβολο να είναι προς τη μεριά του δεύτερου καροτσιού. Όταν στείλετε το ένα καρότσι προς το άλλο, η αλληλεπίδραση γίνεται αρκετά αργά ώστε μπορεί να παρακολουθήσει κανείς την κίνηση που την συνοδεύει. Με λίγη εξάσκηση μπορείτε να δείξετε εύκολα τι γίνεται όταν $m_1 > m_2$, όταν $m_1 = m_2$, και όταν $m_1 < m_2$.

Αφήνοντας τους μαθητές να εκτελέσουν το πρώτο μέρος του πειράματος 12, εξασφαλίζετε ότι οι μαθητές εξοικειώνονται με το αποτέλεσμα κρούσεων οι οποίες δεν είναι μετωπικές.

Αν έχετε μαθητές οι οποίοι δεν βλέπουν τη σπουδαιότητα της μελέτης "συγκρούσεων", δώστε έμφαση στις δύο τελευταίες υπο-

παραγράφους της παραγράφου 7 - 5. Η περισσότερη από τη γνώση μας για ατομικά και υποατομικά σωματίδια προέρχεται ακριβώς από τέτοια ανάλυση.

Ίσως θέλετε να αναφέρετε και κάποια πρακτική εφαρμογή συγκρούσεων. Τα νετρόνια παραγόμενα από σχέση σε ένα πυρηνικό αντιδραστήρα κινούνται πολύ γρήγορα και έτσι δεν είναι πολύ αποτελεσματικά στην πρόκληση περισσότερων σχέσεων. Ποια πρέπει να είναι τα χαρακτηριστικά της ουσίας που εισάγεται στον αντιδραστήρα για να επιβραδύνει τα νετρόνια;

Προφανώς τα νετρόνια θα χάσουν το μέγιστο ποσό από την κινητική τους ενέργεια αν συγκρούονται με σωματίδια με την ίδια μάζα με τα νετρόνια. Από αυτή και μόνον την παρατήρηση συνάγεται ότι το υδρογόνο είναι ιδανικό γι' αυτό το σκοπό. Παρόλο που υπάρχουν και άλλα κριτήρια για την επιλογή ενός επιβραδυντή, όπως η απορρόφηση νετρονίων, η απαίτηση για τη μάζα περιορίζει να γίνεται επιλογή μεταξύ μόνον ελαφρών στοιχείων.

Παράγραφος 7 - 6

Ελέγξτε δια της λογικής αυτής της παραγράφου ώστε οι μαθητές σας είναι βέβαιο ότι κατανοούν την έννοια εσωτερική ενέργεια. Παίζει ένα ουσιαστικό ρόλο στο νόμο διατηρήσεως της ενέργειας και είναι αναγκαία για την πλήρη κατανόηση του κεφαλαίου 9.

Παράγραφος 7 - 7

Βεβαιωθείτε ότι οι μαθητές σας δεν συγχέουν τη μόνιμη απώλεια κινητικής ενέργειας σε μια μη ελαστική κρούση με την προσωρινή “εξαφάνιση” κινητικής ενέργειας κατά τις ελαστικές κρούσεις. Θα μάθουν στο επόμενο κεφάλαιο ότι σε ελαστικές κρούσεις, η “εξαφανιζόμενη κινητική ενέργεια” μετατρέπεται σε δυναμική ενέργεια από όπου ξανά μπορεί να επανέλθει ως κινητική ενέργεια. Κινητική ενέργεια η οποία μετατράπηκε σε εσωτερική ενέργεια μπορεί στην καλύτερη περίπτωση να επανακτηθεί μερικώς.

Πείραμα 11. Ρίψη μιας Μπάλας Μπέιζμπωλ

Υλικά

- 1 Μπάλα του μπέιζμπωλ
- 1 Χρονόμετρο
- 1 Μετρική ταινία
- 1 Ζυγός
- 1 Μετρικός κανόνας μήκους 2 μέτρων (ή οιαδήποτε ελαφριά ράβδος περίπου ίδιου μήκους).

Αυτό το πείραμα παρέχει την ευκαιρία να σχετιστούν αφηρημένοι μαθηματικοί τύποι με συνήθη δράση στο ύπαιθρο. Επίσης δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να συγκρίνουν τις ικανότητές τους, ποσοτικά, στη ρίψη μπάλας του μπέιζμπωλ.

Βάλετε την τάξη να βγάλει τη σχέση του F ως συνάρτηση των d , x και t πριν να βγείτε έξω. Υπάρχουν πολλοί τρόποι να γίνει αυτό. Αν μερικοί μαθητές σας μπερδεύονται με την άλγεβρα μπορεί να

τους βοηθήσετε αν τους τονίσετε το φυσικό περιεχόμενο των εξισώσεων που χρησιμοποιούν:

$$\text{Αρχίστε με } Fd = E_K = \frac{1}{2} m (v_x^2 + v_y^2) \quad (1)$$

Αφού η οριζόντια κίνηση γίνεται με σταθερή ταχύτητα ισχύει

$$v_x = \frac{x}{t} \quad (2)$$

Αφού η κίνηση προς τα πάνω και η κίνηση προς τα κάτω έχουν σταθερή επιτάχυνση (η κάθε μία διαρκεί επί χρόνο $t/2$), έχουμε,

$$v_y = g \frac{t}{2} \quad (3)$$

Αντικαθιστώντας τα v_x και v_y από τις εξισώσεις (2) και (3) στην εξίσωση (1) και διαιρώντας και τα δύο μέλη δια d λαμβάνουμε,

$$F = \frac{1}{2} \frac{m}{d} \left[\left(\frac{x}{t} \right)^2 + \left(\frac{gt}{2} \right)^2 \right] \quad (4)$$

Σημειώστε ότι η εξίσωση (4) είναι ανεξάρτητη από τη γωνία υπό την οποία ρίπτεται η μπάλα.

Θα χρειαστείτε να έχετε χώρο που να επιτρέπει τη ρίψη σε μέγιστη απόσταση περίπου 70 m. Αν υπάρχει άνεμος και η διεύθυνσή του είναι κατάλληλη, ίσως θελήσετε να έχετε τους μαθητές να ρίχνουν τη μπάλα προς την κατεύθυνση του ανέμου και κατόπιν αντίθετα προς αυτήν.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 11

- Μπορείτε να έχετε έναν μαθητή να κρατά μια μακριά ράβδο κοντά σε έναν άλλον ο οποίος ρίχνει τη μπάλα· δύο άλλοι μαθητές μπορεί να σημειώνουν την αρχή και το τέλος της κινήσεως, σημειώνοντας τις θέσεις επάνω στη ράβδο. Έτσι θα μπορούσε να μετρηθεί το d .
- Η μέση δύναμη θα ποικίλλει πολύ από μαθητή σε μαθητή. Πιθανόν όλες οι δυνάμεις να κυμαίνονται μεταξύ 10 και 30 N.
- Πιθανόν οι μαθητές να προβλέπουν ένα δευτερόλεπτο ή κάποιο κλάσμα του δευτερολέπτου.

Με βάση τις υποθέσεις οι οποίες υποδεικνύονται στο βοήθημα για το Εργαστήριο, μπορούμε να υπολογίσουμε το χρόνο ρίψεως, τ , ως εξής:

Από τη σχέση ωθήσεως - ορμής έχουμε,

$$F\tau = mv \quad (5)$$

όπου

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

Αντικαθιστώντας την F από την εξίσωση (4) στην εξίσωση (5) και μετά από απλοποιήσεις έχουμε

$$\tau = \frac{2d}{v} \quad (6)$$

Βλέπε στον Πίνακα 1 δύο ακραία αποτελέσματα που λήφθηκαν από δύο ομάδες σε κάποια τάξη.

Πίνακας 1

Ομάδα μαθητών	t (s)	x (m)	d (m)	v m/s	τ (s)
A	1,8	25	1,3	16,5	0,16
B	4,0	60,5	1,6	24,8	0,13

Η μάζα της μπάλας ήταν 0,146 kg.

- Είναι πολύ πιθανόν ότι οι προβλέψεις θα ποικίλλουν πάρα πολύ από το χρόνο που υπολογίζεται.

Είναι δύσκολο να εκτιμηθούν χρονικά διαστήματα κλάσματος του δευτερολέπτου.

Μερικοί μαθητές ίσως να φοβούνται για το ότι η μπάλα χτυπά στο έδαφος σε σημείο κάτω από το επίπεδο από το οποίο ρίχτηκε. Αγνοώντας αυτή τη διαφορά ύψους έχει ως αποτέλεσμα σε μικρή υπερεκτίμηση της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας ρίψεως. Δεν είναι δύσκολο να ληφθεί υπόψη αλλά δεν αξίζει τον κόπο η προσπάθεια για κάτι τέτοιο. Δεν είναι δυνατόν να μπορεί το d να μετρηθεί με τόση ακρίβεια που να εγγυάται ότι χρειάζεται να ληφθεί υπόψη αυτή η διαφορά ύψους.

Πείραμα 12. Ελαστικές και μη Ελαστικές Κρούσεις

Υλικά

Δεδομένα από το πείραμα 10

- Συσσκευή κρούσεως σε δύο διαστάσεις που περιλαμβάνει νήμα της στάθμης
- Χαλύβδινες μπίλιες (διαμέτρου) $\frac{1}{2}$ ''
- C - σφικτήρα
- Φύλλα καρμπόν
- Φύλλα χαρτιού σχεδίου (ριζόχαρτο)
- Μοιρογνωμόνιο ή διαβήτης
- Μετρικός κανόνας

Ταινία αδιαφανής αυτοκόλλητη ή σελοτέϊπ

Αυτό το πείραμα έχει δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος οι μαθητές επανεξετάζουν τα αποτελέσματα (δεδομένα) που λήφθηκαν στο πείραμα 10, Κρούση σε Δύο Διαστάσεις.

Ο σκοπός του δεύτερου μέρους είναι να δείξει ότι σε κρούσεις διατήρηση της κινητικής ενέργειας και η διατήρηση της ορμής δεν εξαρτώνται από τους ίδιους παράγοντες. Σε κρούση μεταξύ δύο σωμάτων α και β , η ορμή διατηρείται εφόσον δεν ασκείται εξωτερική ολική (συνισταμένη) δύναμη επί των σωμάτων. Αν μόνον ασκούνται Νευτώνειες δυνάμεις επί των σωμάτων, η δύναμη την οποία το α ασκεί επί του β ($F_{\beta,\alpha}$) πρέπει να είναι ίση κατά μέτρο με τη δύναμη την οποία ασκεί το β επί του α ($F_{\alpha,\beta}$) ανά πάσα στιγμή.

Για να διατηρείται η κινητική ενέργεια, η δύναμη μεταξύ α και β πρέπει να εξαρτάται μόνο από τη μεταξύ τους απόσταση. Αυτό δεν θα είναι αληθές αν το σώμα παραμορφωθεί μόνιμα, όπως γίνεται σε

αντό το μέρος του πειράματος.

Η μπάλα - στόχος τοποθετείται πάνω στη βίδα - υποστήριγμα ώστε η προσπίπτουσα μπάλα να χτυπήσει την περιοχή όπου έχει τοποθετηθεί η ταινία. Χρειάζεται μόνο ένα πολύ μικρό κομμάτι ταινίας.

Επειδή οι μαθητές χρησιμοποιούν τις μετρήσεις της γωνίας μεταξύ διανυσμάτων ορμών για να δείξουν ότι οι κρούσεις είναι μη ελαστικές, πρέπει να επιβεβαιώσουν ότι το κομμάτι της ταινίας δεν μεταβάλλει σημαντικά τη μάζα της χαλύβδινης μπάλας - στόχου, διότι αυτή η μέτρηση έχει έννοια μόνο για κρούσεις μεταξύ ίσων μαζών.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 12

- Αφού η εξίσωση $v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2$ έχει τη μορφή του Πυθαγόρειου θεωρήματος, η γωνία μεταξύ v_1' και v_2' πρέπει να είναι 90° .
- Αφού οι γωνίες μεταξύ v_1' και v_2' είναι όλες κοντά στις 90° , οι κρούσεις όλες είναι σχεδόν πλήρως ελαστικές. (Στο Πείραμα 10, δείχτηκε ότι η ορμή διατηρόταν).

Τα ακόλουθα δεδομένα λήφθηκαν στο πρώτο μέρος του Πειράματος 10 ($m_1 = m_2$):

Οι τιμές του v_1 βρίσκονται μεταξύ της μέγιστης τιμής 40,5 και της ελάχιστης τιμής 38,6 cm/μονάδα χρόνου με μέση τιμή 39,6 cm/μονάδα χρόνου.

$$v_1' = 12,4 \text{ cm/μονάδα χρόνου}$$

$$v_2' = 36,5 \text{ cm/μονάδα χρόνου}$$

$$\alpha = 88^\circ, \text{ όπου } \alpha \text{ είναι η γωνία μεταξύ } v_1' \text{ και } v_2'$$

$$v_1'^2 + v_2'^2 = (12,4)^2 + (36,5)^2 = 1,49 \times 10^3 \text{ cm/μονάδα χρόνου}$$

Οι τιμές του v_1^2 βρίσκονται μεταξύ $1,64 \times 10^3$ cm/μονάδα χρόνου και $1,48 \times 10^3$ cm/μονάδα χρόνου.

- Αφού οι τιμές $v_1'^2 + v_2'^2$ βρίσκονται στην περιοχή τιμών του v_1^2 , η κινητική ενέργεια διατηρείται και το αποτέλεσμα είναι σύμφωνο με την απάντηση στην προηγούμενη ερώτηση.

Τα ακόλουθα δεδομένα λήφθηκαν από το δεύτερο μέρος του Πειράματος 10

$$\left(\frac{m_2}{m_1} = 0,357 \right):$$

Οι τιμές του v_1 , βρίσκονται μεταξύ της μέγιστης τιμής 40,5 cm/μονάδα χρόνου και της ελάχιστης τιμής 38,6 cm/μονάδα χρόνου, με μέση τιμή 39,6 cm/μονάδα χρόνου.

$$v_1' = 21,5 \text{ cm/μονάδα χρόνου}$$

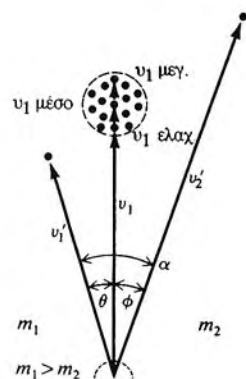
$$v_2' = 54,5 \text{ cm/μονάδα χρόνου}$$

$$\alpha = 35^\circ$$

$$k = 0,357, \text{ όπου } k \text{ είναι } \frac{m_2}{m_1}$$

$$v_1'^2 + kv_2'^2 = (21,5)^2 + 0,357(54,5)^2 = 1,52 \times 10^3 \text{ cm/μονάδα χρόνου}$$

Οι τιμές του v_1^2 βρίσκονται μεταξύ $1,64 \times 10^3$ cm/μονάδα χρόνου και $1,48 \times 10^3$ cm/μονάδα χρόνου.



Σχήμα Β7-1

- Αφού οι τιμές για το $v_1'^2 + kv_2'^2$ βρίσκονται μέσα στην περιοχή των τιμών του v_1^2 , η κινητική ενέργεια διατηρείται και οι κρούσεις είναι ελαστικές.

Για να βρούμε το βαθμό στον οποίο αυτές οι κρούσεις είναι ελαστικές, μπορούμε να βρούμε την τιμή της εκφράσεως $\frac{E_K - E_K'}{E_K}$ $= \frac{\Delta E_K}{E_K}$, δηλαδή το ποσοστό της ενέργειας που χάνεται κατά την κρούση. Η εύρεση του ΔE_K συνίσταται στην αφαίρεση μεταξύ ποσοτήτων οι οποίες (σε αυτή εδώ την περίπτωση) δεν διαφέρουν μεταξύ τους κατά πολύ, πράγμα που οδηγεί σε μειωμένη ακρίβεια. Με κάποια ανάλυση μπορούμε να βρούμε μια έκφραση η οποία μας δίνει τον λόγο $\frac{\Delta E_K}{E_K}$ απευθείας ως συνάρτηση των μετρουμένων ποσοτήτων και μειώνει την επίδραση του γεγονότος ότι για το v_1 ξέρουμε μόνο μια περιοχή τιμών.

Από το νόμο της διατήρησης της ορμής, μπορούμε να γράψουμε ότι

$$v_1' \cos \theta + kv_2' \cos \phi = v_1, \text{ όπου } k = \frac{m_2}{m_1}.$$

$$v_1' \sin \theta - kv_2' \sin \phi = 0 \text{ (Βλέπε σχ. Β7 - 1).}$$

$$\theta + \phi = \alpha$$

Έστω ότι η είναι το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας η οποία παραμένει μετά την κρούση, τότε μπορούμε να γράψουμε ότι $v_1'^2 + kv_2'^2 = \eta v_1^2$.

Από αυτή την εξίσωση βλέπουμε ότι

$$\frac{\Delta E_K}{E_K} = \frac{v_1^2 - (v_1'^2 + kv_2'^2)}{v_1^2} = \frac{v_1^2 - \eta v_1^2}{v_1^2} = 1 - \eta$$

Μετά από κάποιες μαθηματικές πράξεις, φθάνουμε στην ακόλουθη έκφραση:

$$1 - \eta = 2k \frac{v_1' v_2'}{v_1^2} \cos \alpha - k(1 - k) \frac{v_2'^2}{v_1^2}$$

Αν $m_1 = m_2$, τότε $k = 1$ και $(1 - k) = 0$ τότε

$$1 - \eta = 2 \frac{v_1' v_2'}{v_1^2} \cos \alpha.$$

Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα για το πρώτο μέρος του πειράματος 10, που δόθηκαν προηγουμένως και βρίσκοντας τη μέση τιμή του v_1 βρίσκουμε,

$$1 - \eta = 2 \times \frac{12,3 \times 36,5}{(39,6)^2} \cos 88^\circ = 0,02$$

Μόνο 2% της αρχικής κινητικής ενέργειας χάθηκε.

Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα από το δεύτερο μέρος του πειράματος 10, που δόθηκαν προηγουμένως, βρίσκουμε

$$1 - \eta = 2 \frac{2 \times 0,357 \times 21,5 \times 54,5}{(39,6)^2} \cos 35^\circ - 0,357(1 - 0,357) \left(\frac{54,5}{39,6} \right)^2 = 0,0022.$$

Μόνο 0,2% της αρχικής κινητικής ενέργειας χάθηκαν.

Δεν θα καταλήγαμε σε σημαντικά διαφορετικά αποτελέσματα αν χρησιμοποιούσαμε τη μέγιστη ή την ελάχιστη τιμή του v_1 αντί της μέσης τιμής.

- Στο δεύτερο μέρος του πειράματος το οποίο ασχολείται με μη ελαστικές κρούσεις, οι προβλέψεις είναι:

(1) Η ολική κινητική ενέργεια μετά την κρούση θα είναι μικρότερη από την ολική ενέργεια πριν την κρούση.

(2) Η ορμή θα διατηρείται.

(3) Οι γωνίες μεταξύ των ορμών μετά την κρούση θα είναι μικρότερες από 90° και μικρότερες από τις γωνίες στο Πείραμα 10.

Τα πειραματικά αποτελέσματα δείχνουν ότι οι προβλέψεις είναι σωστές.

Κατάταξη των Προβλημάτων Παραγράφων και ΣΤΕ

Παράγραφος	Εύκολα	Μέτρια	Δύσκολα
7 - 1	1, 5	2, 3, 4	
7 - 2	6, 7, 8, 9	10	
7 - 3	12	11	
7 - 4	14, 15		
7 - 5	16		13
7 - 5	18	17, 19	
7 - 6		20	
7 - 7			
ΣΤΕ	21	23, 24, 25 26, 29, 30	22, 27, 28

Απαντήσεις στα Προβλήματα

(Περιεχόμενο προβλημάτων όπως στο βιβλίο διδασκαλίας)

1. $\text{joule} = \text{newton} \cdot \text{meter} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m}$

$$= \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$$
2. Αφού $v^2 = v_0^2 + 2ad$ και $a = F/m$,

$$v^2 = v_0^2 + \frac{2Fd}{m}$$

 άρα $d = \frac{m(v^2 - v_0^2)}{2F} = \frac{10^3 (25^2 - 8^2)}{2 \times 3 \times 10^3}$

$$= 90 \text{ m.}$$
 (Είναι αρκετό ένα μήκος μεταξύ 0,0 - 100 m).
3. (α) $E_K = F \cdot d$,
 αφού F και d είναι τα ίδια και για τα δύο αυτοκίνητα, οι κινητικές ενέργειες είναι ίσες.
 (β) Αφού τα αυτοκίνητα ξεκινούν από ηρεμία, $v^2 = 2ad$, $a = F/m$. Άρα $v = \sqrt{2Fd/m}$. Αφού το $2Fd$ είναι το ίδιο και για τα δύο αυτοκίνητα, $v_1/v_2 = \sqrt{m_2/m_1}$.
 Άρα $v_{500}/v_{1000} = \sqrt{1000/500} = \sqrt{2}$.
 4. (α) Αφού η κινητική ενέργεια είναι $\frac{1}{2}mv^2$ το A έχει 2^2 , δηλαδή 4 φορές την κινητική ενέργεια του B .
 (β) Η κινητική ενέργεια είναι βαθμωτή ποσότητα· δεν έχει διεύθυνση και φορά άρα η κινητική ενέργεια του A ισούται με αυτήν του B .
 (γ) Όπως στο (β), οι κινητικές ενέργειες είναι ίσες, αφού τα μέτρα των ταχυτήτων είναι ίσα.
 (δ) Ξανά, όπως στο (β), οι κινητικές ενέργειες είναι ίσες, αφού τα μέτρα των ταχυτήτων είναι ίσα. (Φυσικά, σε αυτή την περίπτωση, οι κινητικές ενέργειες δεν θα είναι ίσες έστω και λίγο χρόνο αργότερα, αφού του A αυξάνεται, ενώ του B ελαττώνεται).
5. Θα είναι ίσες, διότι εξαρτώνται μόνον από τη δύναμη και την κινητική ενέργεια.
6. (α) Για να βρούμε την κινητική ενέργεια της πέτρας πρέπει να ξέρουμε το μέτρο της ταχύτητάς της και τη μάζα της. Το μέτρο της ταχύτητας ενός α-

ντικειμένου το οποίο κινείται επί κύκλου ακτίνας R με περίοδο T είναι

$$v = 2\pi R/T = 2\pi Rf,$$

όπου f είναι η συχνότητα. Άρα η κινητική ενέργεια είναι

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(2\pi Rf)^2$$

$$= \frac{1}{2}(2,0)(2 \times 3,14 \times 0,50 \times 2,0)^2$$

$$= 39 \text{ J}$$

(β) Η κεντρομόλος δύναμη είναι

$$F = mv^2/R = 2 E_K/R$$

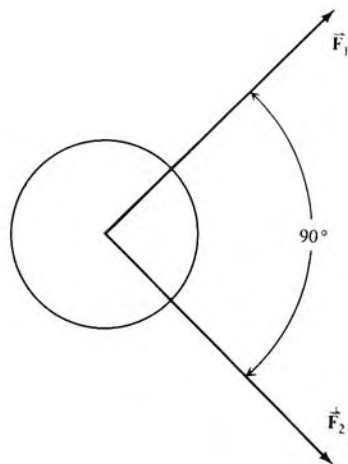
$$= 2(39 \text{ J})/0,50 \text{ m} = 160 \text{ N}$$

(γ) Μηδέν

7. (α) $W = F_1 s = (10 \text{ N})(2 \text{ m}) = 20 \text{ J}$

(β) $W = F_2 s = (10 \text{ N})(2 \text{ m}) = 20 \text{ J}$

(γ) $W = F_{\text{ολ}} s = (10\sqrt{2} \text{ N})(2 \text{ m}) = 28 \text{ J}$



Σχήμα Α

8. (α) Η κινητική ενέργεια ενός αντικειμένου ισούται με την ενέργεια που του δίνεται από την ολική (συνισταμένη) δύναμη που ασκείται πάνω του. Η ενέργεια που μεταφέρεται στο αντικείμενο ισούται με το έργο που εκτελείται πάνω του από τη δύναμη:
 $30 \text{ N} \times 3,0 \text{ m} + 15 \text{ N} \times 2,0 \text{ m} = 120 \text{ J}$

- (β) Το μέτρο της ταχύτητας του αντικειμένου καθορίζεται κάνοντας χρήση του γεγονότος ότι η κινητική του ενέργεια είναι $\frac{1}{2}mv^2$:

$$v = \sqrt{\frac{2 \times E_K}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 120}{2,0}} \\ = 11 \text{ m/s}$$

9. Η “επιφάνεια” κάτω από τα γραφήματα δυνάμεως - μετατοπίσεως δίνει το έργο που παράγεται. Το καθένα από τα τετραγωνίδια του πλέγματος παριστάνει έργο ίσο με $5 \text{ N} \times 0,5 \text{ m} = 2,5 \text{ J}$. Το μέρος του γραφήματος μεταξύ μετατοπίσεως 0 και μετατοπίσεως 3 m περιλαμβάνει χονδρικά 12,5 τετραγωνίδια μεταξύ του γραφήματος και του άξονα των μετατοπίσεων· αυτό παριστάνει $12,5 \times 2,5 \text{ J} = 31 \text{ J}$ που προστίθενται στην αρχική κινητική ενέργεια του αντικειμένου. Η αντίστοιχη “επιφάνεια” μεταξύ μετατοπίσεως 3 m και μετατοπίσεως 5 m είναι χονδρικά 5,5 τετραγωνίδια $\times 2,5 \text{ J} = 14 \text{ J}$. Αφού είναι κάτω από τον άξονα των μετατοπίσεων αυτό το έργο έχει φύγει από το σώμα (είναι αρνητικό).

10. (α) Από την απάντηση στο προηγούμενο πρόβλημα έχουμε ότι, 31 J προστίθενται στην ενέργεια του αντικειμένου μεταξύ 0 και 3 m και 14 J αφαιρούνται μεταξύ 3 m και 5 m. Άρα η κινητική ενέργεια του αντικειμένου στα 5 m ισούται με $3 + 31 - 14 \approx 20 \text{ J}$.

- (β) Το αντικείμενο αρχίζει να επιβραδύνεται όταν η δύναμη αντιστρέφεται· αυτό αρχίζει όταν η μετατόπιση είναι 3 m.

- (γ) Δεν μπορεί κανείς από το γράφημα που δείχνεται να πει για πόση μετατόπιση η κίνηση του αντικειμένου αντιστρέφεται. Αν υπάρχει μια τέτοια μετατόπιση, είναι έξω από το γράφημα, προς τα δεξιά. Στη μέγιστη μετατόπιση που φαίνεται στο γράφημα, που είναι 5 m, το αντικείμενο έχει ακόμη κινητική ενέργεια 20 J και κινείται προς την ίδια κατεύθυνση όπως αρχικά.

11. Στη φωτογραφία του διδακτικού βιβλίου, έχουμε για το 10ο διάστημα ότι $v_1 = 3,4 \text{ mm/t}$, $v_2 = 3,6 \text{ mm/t}$, διαχωριστική απόσταση = 2,15 cm. Διαιρώντας αυτούς τους

αριθμούς δια του συντελεστή μειώσεως 0,47 βρίσκουμε $v_1 = 7,2 \text{ mm/t}$, $v_2 = 7,7 \text{ mm/t}$ και απόσταση 4,6 cm.

Για το 11ο διάστημα, $v_1 = 3,4 \text{ mm/t}$, $v_2 = 3,8 \text{ mm/t}$ και διαχωριστική απόσταση 2,5 cm. Διαιρώντας πάλι διά του 0,47 βρίσκουμε $v_1 = 3,4 \text{ mm/t}$, $v_2 = 3,8 \text{ mm/t}$ και διαχωριστική απόσταση 5,3 cm. Και οι δύο ομάδες τιμών συμφωνούν αρκετά με τα δεδομένα του πίνακα 1. Οι αποστάσεις μετρούνται στο μέσον των χρονικών διαστημάτων. Στο σχ. 7 - 7 οι τιμές της ολικής κινητικής ενέργειας δίνονται από το 10ο και το 11ο σημείο και συμφωνούν με τον πίνακα 1. Στο σχ. 7 - 8 τα πιο απομακρυσμένα σημεία δεν έχουν σημειωθεί. Είναι πολύ εύκολο να αντιληφθεί κανείς το χάσιμο κινητικής ενέργειας στο 10ο και 11ο χρονικό διάστημα πηγαίνοντας προς τα έξω από το κοντινότερο σημείο. Το δεύτερο και το τρίτο τετραγωνίδιο βρίσκονται σε 18 και 14 μονάδες ενέργειας αντίστοιχα.

12. Για να εξηγηθεί η απόκλιση, μπορεί κανείς να αυξήσει τη δύναμη μεταξύ των μαγνητών ή μπορεί να αυξήσει το χρόνο που διαρκεί η αλληλεπίδραση ή και τα δύο. Στην πρώτη περίπτωση, μπορεί κανείς να κάνει την ευθύγραμμη τροχιά του μαγνήτη βλήματος να κατευθύνεται κατά μήκος ευθείας η οποία να πλησιάζει περισσότερο το μαγνήτη στόχο. Στη δεύτερη περίπτωση, μπορεί κανείς να ελαττώσει την αρχική ταχύτητα με την οποία ρίπτεται ο μαγνήτης βλήμα.

13. Η μεταβολή στην ολική κινητική ενέργεια κατά τη διάρκεια της αλληλεπίδρασης μεταξύ των δύο μαγνητών δίνεται από το γινόμενο $F\Delta s$, όπου F είναι η δύναμη μεταξύ των μαγνητών και Δs είναι η μεταβολή στη διαχωριστική απόσταση μεταξύ των δύο μαγνητών.

Μέχρι το διάστημα 8, το Δs είναι αρνητικό (διότι η απόσταση s ελαττώνεται). Άρα το έργο που παράγεται από τη δύναμη είναι αρνητικό και η ολική κινητική ενέργεια των μαγνητών έχει ελαττωθεί. Πέραν από αυτό το διάστημα, το Δs είναι θετικό, το έργο που παράγεται είναι θετικό και η ολική κινητική ενέργεια αυξάνεται. Επομένως στο διάστημα 8 η ολική κινητική ενέργεια έχει την ελάχιστη τιμή της.

14. Για ελκτική δύναμη, μπορούμε να αντικαταστήσουμε την $+F$ που χρησιμοποιήθηκε

στην απόδειξη με την $-F$. Αυτή η αντικατάσταση δεν μεταβάλλει την επιχειρηματολογία και τα γενικά συμπεράσματα είναι τα ίδια. Σημείωση: Αν η δύναμη μεταξύ των σωμάτων είναι ελκτική, τότε η κίνηση που προκύπτει ίσως είναι πιο πολύπλοκη, ανάλογα με τις αρχικές συνθήκες. Όμως, αυτό δεν αλλάζει τις συνθήκες για ελαστική κρούση.

15. Όσο πλησιάζει τον τοίχο, η μπάλα από στόχο υφίσταται, για μικρές αποστάσεις, απωστική δύναμη, η οποία την επιβραδύνει αφού ο στόχος φτάσει στον τοίχο, η δύναμη γίνεται ξαφνικά ελκτική, ώστε δεν είναι η ίδια με αυτήν κατά το πλησίμα της μπάλας στον τοίχο. Επομένως, καταλαβαίνουμε ότι η δύναμη δεν εξαρτάται μόνο από την απόσταση.

16. $m_1 < m_2$, αφού το πρώτο σώμα επιστρέφει διαγράφοντας την ίδια τροχιά. Όμως, αφού το πρώτο σώμα κινείται πολύ αργά μετά τη σύγκρουση, η m_1 πρέπει να είναι μόνο λίγο μικρότερη από την m_2 .

17. (α) Υποθέτουμε ότι η κρούση είναι ελαστική. Μόλις αρχίσει η κρούση, η ολική κινητική ενέργεια ελαττώνεται μέχρις ότου και τα δύο καρότσια να κινούνται για μια στιγμή με την ίδια ταχύτητα v_* . Από τότε και μετά, η κινητική ενέργεια ελαττώνεται κατά συμμετρικό τρόπο. Αφού ο λόγος των μαζών δεν δίνεται, είναι αποδεκτή οιαδήποτε μη μηδενική τιμή για $E_{\text{κελ.αχ.}}/E_K$. Το γράφημα του σχ. B7 - 2 (α) έγινε με την υπόθεση ότι $m_1 = m_2$.

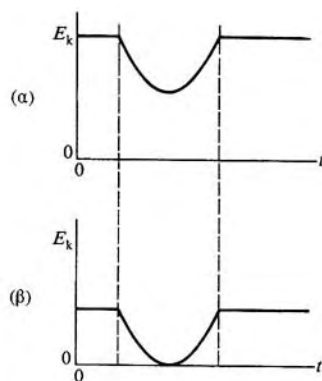
- (β) Στο σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας η κινητική ενέργεια στο σημείο της ελάχιστης μεταξύ τους αποστάσεως είναι μηδέν, ανεξάρτητα από το λόγο των μαζών. Για ίσες μάζες, η αρχική κινητική ενέργεια είναι η μισή αυτής στο σύστημα του εργατηρίου [σχ. B7 - 2(β)].

18. Μηδέν

19. (α) $v_* = 0,4 \text{ m/s}$

(β) $E_{K_{\text{KM}}} = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_*^2 = 0,48 \text{ J}$

(γ) $E_{K_{\text{εο}}} = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2$
 $= \left(\frac{1}{2}\right)(3)(0,4)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)(3)(-0,4)^2$
 $= 0,48 \text{ J}$



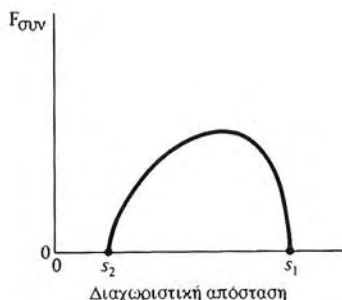
Σχήμα B7-2

20. Δεν υπάρχει ικανοποιητικός τρόπος προσδιορισμού του τρόπου που η δύναμη μεταβάλλεται με τη διαχωριστική απόσταση. Το μόνο που ξέρομε είναι ότι κάπου μέσα στο διάστημα μεταξύ της πρώτης επαφής της μπάλας από στόχο με το έδαφος και της τελικής της θέσεως ισορροπίας η δύναμη του εδάφους είναι μεγαλύτερη από το βάρος της μπάλας. Η συνισταμένη δύναμη μπορεί να μεταβάλλεται κατά κάποιον απροσδιόριστο τρόπο με τη διαχωριστική απόσταση. Η μπάλα υφίσταται μόνιμη παραμόρφωση και η διαχωριστική απόσταση είναι μικρότερη στο τέλος από ότι ήταν κατά την αρχική επαφή. Αφού η συνισταμένη όλων των δυνάμεων που ασκούνται πάνω στη μπάλα είναι μηδέν στο τέλος που και η ταχύτητά της είναι μηδέν, δεν υπάρχει “ανύψωση” της μπάλας. Βλέπε σχ. B7 - 3 όπου φαίνεται ένα πιθανό γράφημα* γι’ αυτή τη διαδικασία.

Απαντήσεις στα Προβλήματα ΣΤΕ

21. Σκοπός αυτού του προβλήματος είναι να επιτρέψει στους μαθητές να συσχετίσουν το joule με κάτι που τους είναι γνώριμο. Αφήστε τους μαθητές να κάνουν τις εκτιμήσεις τους και δεχτείτε οτιδήποτε μέσα σε λογικά όρια. Για παράδειγμα, υποθέστε ότι ένας μαθητής με μάζα 65 kg οδη-

*Σ.Μ. Θα μπορούσε κανείς να δώσει ένα άλλο γράφημα όπου το σημείο s_1 να είναι κάτω από τον οριζόντιο άξονα ώστε η αρχική συνισταμένη να ισούται με δύναμη μικρότερη ή ίση με το βάρος της μπάλας και σε κάποιο μικρό χρόνο να γίνεται η συνισταμένη μηδέν και στη συνέχεια να ακολουθεί το γράφημα που δίνεται. Οι λεπτομέρειες εξαρτώνται από τις “εσωτερικές τριβές” μέσα στη μάζα της μπάλας.



- s_1 : Απόσταση του κέντρου της μπάλας από το έδαφος κατά τη στιγμή της επαφής
 s_2 : Απόσταση του κέντρου μάζας της παραμορφωθείσας μπάλας στο τέλος

Σχήμα Β7-3

γεί ποδήλατο μάζας 15 kg τρέχοντας με ταχύτητα 20 km/h (5,6 m/s). Τότε η κινητική ενέργεια του μαθητή (μαζί με το ποδήλατο) είναι $E_K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 80 \times (5,6)^2 = 1300$ J.

22. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος ισούται προς το έργο που έγινε επ' αυτού

$$E_K - E_{K_0} = F\Delta x$$

ή

$$E_K = E_{K_0} + F\Delta x$$

Σκοπός αυτού του προβλήματος είναι να κάνει τους μαθητές να συνειδητοποιήσουν τους κινδύνους όταν βάζουν αριθμούς στις εξισώσεις χωρίς να σκέπτονται: δεν υπάρχει πρόβλημα όταν το $F\Delta x$ είναι θετικό, όμως με μια επιβραδύνουσα δύναμη δεν θα γίνουν όλες οι μετατοπίσεις, όπως δείχνεται παρακάτω.

- (α) Για μετατόπιση 0,10 m το έργο είναι $5,0 \times 0,10$ J = 0,50 J και επομένως η κινητική ενέργεια για $x = 0,10$ m είναι

$$E_K = \frac{1}{2} \times 2 \times 0,80^2 + 0,50 \\ = 0,64 + 0,50 = 1,14$$

$$\text{Για } x = 0,20 \text{ m}$$

$$E_K = 0,64 + 1,0 = 1,64 \text{ J}$$

- (β) Εφαρμόζοντας την ίδια διαδικασία για την περίπτωση της επιβραδύνουσας δυνάμεως έχουμε:

$$\text{Για } x = 0,10 \text{ m}$$

$$E_K = 0,64 - 0,50 = 0,14 \text{ J}$$

και για $x = 0,20$ m

$$E_K = 0,64 - 1,0 = -0,36 \text{ J}$$

Αυτό το αποτέλεσμα δεν έχει νόημα διότι η κινητική ενέργεια δεν είναι ποτέ αρνητική. Προσπαθώντας να φανταστεί την κίνηση ο μαθητής μπορεί να καταλάβει ότι το σώμα επιβραδύνθηκε, σταμάτησε και κατόπιν κινήθηκε προς την αντίθετη κατεύθυνση χωρίς να φτάσει ποτέ στο σημείο $x = 0,20$ m. Πράγματι, βάζοντας $E_K = 0$, βρίσκουμε ότι $0 = 0,64 - 5,0 x$, ή $x = 0,13$ m.

Αυτό το παράδειγμα είναι το ανάλογο της ρίψεως μιας μπάλας κατακόρυφα προς τα πάνω και ζητώντας την κινητική της ενέργεια σε ύψος στο οποίο δεν θα φτάσει ποτέ η μπάλα.

$$23. (\alpha) E_K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 0,75 \times (10)^2$$

$$= 37,5 \approx 38 \text{ J}$$

$$(\beta) F\Delta x = \Delta E_K$$

$$F = \frac{38}{1,5 \times 10^{-2}} = 2,5 \times 10^3 \text{ N}$$

$$24. Fr = \frac{1}{2}mv^2$$

$$F(40 - 0,4) = \frac{1}{2} (1 \times 10^3)(24)^2$$

$$= 288 \times 10^3 \text{ J}$$

$$F = (288 \times 10^3)/16$$

$$= 10,3 \times 10^3 \text{ N}$$

(και στους τέσσερις τροχούς μαζί)

$$F (\text{ανά τροχή}) = (18 \times 10^3)/4 \\ = 4,5 \times 10^3 \text{ N}$$

$$25. (\alpha) \text{ Έργο} = 3 \times 140 \times 100 \text{ J} = 42.000 \text{ J}$$

$$(\beta) 3 (140 - 130) \times 100 = 3000 \text{ J}$$

$$(\gamma) \frac{1}{2} \times 1400 \times v^2 = 3000$$

$$v = 2,1 \text{ m/s}$$

26. Και το βλήμα και το φορτηγό έχουν ορμή $10^4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$. Το βλήμα έχει κινητική ενέργεια $\frac{1}{2} (10 \times 10^6) = 5 \times 10^6 \text{ J}$ και το φορτηγό $\frac{1}{2} (12 \times 10^4) = 5 \times 10^3 \text{ J}$. Όταν κάτω παθαίνει ζημιά και παραμορφώνεται, γίνεται έργο εναντίον δυνάμεων οι οποίες το κρατούν στη μορφή που έχει πριν τη ζημιά. Αυτό εξηγεί γιατί το βλήμα, το οποίο έχει κινητική ενέργεια 10^3 φορές την κινητική ενέργεια του φορτηγού κάνει περισσότερο ζημιά.

27. Μπορείτε να προχωρήσετε ως εξής: Ξεκινώντας από την ηρεμία, κινηθείτε οδηγώντας το ποδηλάτο προς τα κάτω χωρίς να “κάνετε πετάλ”, διανύοντας απόσταση d_1 . Εφαρμόσετε τα φρένα και μετά μετρήστε την επί πλέον απόσταση d_2 που σας πέρνει για να σταματήσετε. Έστω ότι το συνολικό βάρος σας μαζί με του ποδηλάτου είναι W , η γωνία με την οριζόντιο του δρόμου είναι α και η δύναμη λόγω πεδήσεως είναι B . Καθώς αρχικά κινείστε (χωρίς πετάλ) προς τα κάτω το σύστημα ποδηλάτο - και εσείς αποκτάτε κινητική ενέργεια, στο τέλος της διαδρομής d_1 , ίση με

$$(\Delta E_K)_1 = F_x x = (W \sin \alpha) d_1$$

Η δύναμη λόγω φρεναρίσματος, που ασκείται από το έδαφος στους τροχούς, έχει κατεύθυνση προς τα πάνω κατά μήκος του κεκλιμένου δρόμου, ενώ το βάρος ασκείται κατακόρυφα προς τα κάτω. Επομένως, όταν εφαρμόζονται τα φρένα η μεταβολή κινητικής ενέργειας είναι

$$(\Delta E_K)_2 = -B d_2 + W \sin \alpha d_2$$

Αφού σταματάτε, η $(\Delta E_K)_1$, πρέπει να ισούται με $-(\Delta E_K)_2$ ή

$$W \sin \alpha d_1 = B d_2 - W \sin \alpha d_2$$

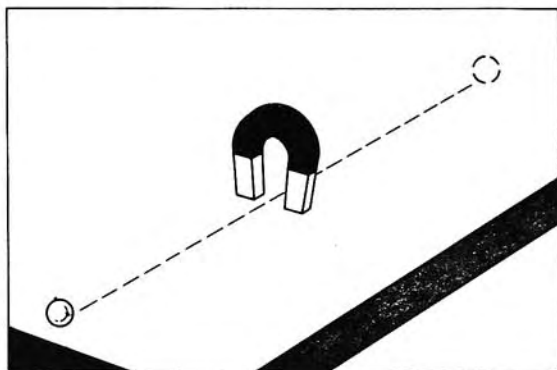
$$B = (W \sin \alpha) \left(\frac{d_1 + d_2}{d_2} \right)$$

Αν οι μαθητές μετρήσουν τα d_1 και d_2 , πολύ πιθανόν να βρουν ότι $d_2 \ll d_1$. Τότε θα ισχύει με καλή προσέγγιση

$$B \approx (W \sin \alpha) \frac{d_1}{d_2}$$

Αν τα φρένα είναι ταμπόουρα (τύμπανα), όπως είναι η περίπτωση στην “κόντρα” φρένων ποδηλάτου η δύναμη ασκείται κατά μήκος “διαδρομής” d_2 (r_1/r_2), όπου r_1 και r_2 είναι οι ακτίνες του τυμπάνου και του τροχού, αντίστοιχα.

28. Αυτό το πρόβλημα περιλαμβάνει ελαστική κρούση, παρόλο που οι μαθητές μπορεί να μην την αντιληφθούν ως κρούση. Επιπλέον, αυτή η κρούση είναι νέας μορφής υπό την έννοια ότι οι δυνάμεις είναι ελκτικές. Επειδή η μπάλα μπορεί να περάσει μέσα από τα σκέλη του μαγνήτη, γι’ αυτό μπορεί και απομακρύνεται από “την περιοχή της κρούσεως” και δεν κολλά πάνω στο μαγνήτη. Γιατί είναι ελαστική; Αυτό συμβαίνει γιατί η δύναμη μεταξύ

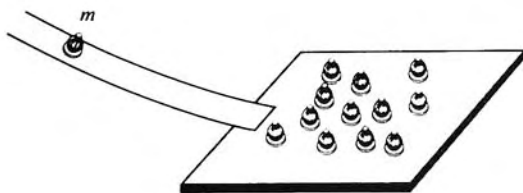


Σχήμα Β

των δύο σωμάτων εξαρτάται μόνο από τη μεταξύ τους απόσταση (και όχι για παράδειγμα από τη διανυσματική ταχύτητα ή απλά την κατεύθυνση της ταχύτητας).

Και επί του μαγνήτη και επί της μπάλας ασκείται μαγνητική δύναμη, άρα και τα δύο επιταχύνονται το ένα προς το άλλο· ο μαγνήτης επιταχύνεται ξεκινώντας από την ηρεμία και η μπάλα επιταχύνεται ξεκινώντας με κάποια αρχική ταχύτητα. Καθώς η μπάλα και ο μαγνήτης πλησιάζουν πιο κοντά το ένα στο άλλο, η δύναμη (και οι επιταχύνσεις) αυξάνονται σταθερά έως ότου η μπάλα διέρχεται μέσα από τα σκέλη του μαγνήτη. Τότε η δύναμη γίνεται γρήγορα μηδέν και στη συνέχεια αντιστρέφεται η φορά της. Καθώς η μπάλα απομακρύνεται από το μαγνήτη, η δύναμη επί της μπάλας και η δύναμη επί του μαγνήτη είναι επιβραδύνουσες δυνάμεις. Για κάθε τιμή της μεταξύ τους αποστάσεως, η επιβραδύνουσα δύναμη ισούται κατά μέτρο, αλλά έχει αντίθετη κατεύθυνση με την επιταχύνουσα δύναμη, η οποία ασκούνταν όταν η μπάλα και οι μαγνήτες πλησιάζαν ο ένας τον άλλο. Όταν η διαχωριστική απόσταση μεγαλώσει αρκετά ο μαγνήτης θα σταματήσει. Για να διατηρείται η ορμή και η ενέργεια, η μπάλα πρέπει τότε να επιβραδυνθεί αποκτώντας την αρχική της ταχύτητα κατά μέτρο, διεύθυνση και φορά.

29. Από την παράγραφο 7 - 5, ξέρετε ότι όταν ένας πεσσός, ο οποίος κινείται με ταχύτητα v_1 , συγκρουστεί μετωπικά με ακίνητο πεσσό θα ακινητοποιηθεί αν οι μάζες των δύο πεσσών είναι οι ίδιες:



Σχήμα Γ

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot v_1$$

Για να ελαττωθεί η ταχύτητα τουπίπτοντος πεσσού σε κάποια μικρή τιμή, πρέπει να συγκρουσθεί με πεσσό του οποίου η μάζα δεν είναι πολύ διαφορετική από τη δική του. Αυτό ισχύει επίσης και για συ-

γκρούσεις οι οποίες είναι μη μετωπικές (πλάγιες).

30. Οποιαδήποτε ώθηση που δίνεται στα ελατήρια από μικρές ανυψώσεις (σαμαράκια) του δρόμου μεταφέρεται στο σασί του αυτοκινήτου· όμως ο χρόνος της ωθήσεως αυξάνεται λόγω της συμπίεσεως του ελατηρίου και έτσι η ασκούμενη στο σασί δύναμη είναι ελαττωμένη. Τα ελατήρια θα ταλαντεύονταν επ' άπειρον, αλλά οι αποσβεστήρες κραδασμών (αμορτισέρ) ασκούν δυνάμεις αποσβέσεως (τριβή) οι οποίες “απορροφούν” την αποθηκευμένη μηχανική ενέργεια από τα ελατήρια (τα αμορτισέρ θερμαίνονται)· επί πλέον “απορροφούν” απευθείας μέρος από την ενέργεια που μεταφέρεται από το δρόμο προς το αυτοκίνητο.

Δυναμική ενέργεια

Επισκόπηση και Στόχοι

Στις παραγράφους 7 - 3 και 7 - 4 έχει γίνει η βασική προεργασία για την εισαγωγή της έννοιας της δυναμικής ενέργειας. Αυτό έγινε με την ανάπτυξη της συσχετίσεως μεταξύ ελαστικών κρούσεων και δυνάμεων οι οποίες εξαρτώνται από την απόσταση μεταξύ αλληλεπιδρώντων σωμάτων. Με τη μελέτη ξανά των ελαστικών κρούσεων και δίνοντας έμφαση στο ότι η απώλεια κινητικής ενέργειας των συγκρουομένων σωμάτων κάθε στιγμή εξαρτάται μόνο από τη μεταξύ τους διαχωριστική απόσταση (και όχι από την αρχική τους κινητική ενέργεια), πρακτικά “φωνάζει” για να εισαχθεί η έννοια της δυναμικής ενέργειας. Η εισαγωγή της δυναμικής ενέργειας επιτρέπει στη διατύπωση του νόμου διατηρήσεως της μηχανικής ενέργειας.

Εισηγούμαστε να δοθεί έμφαση στη διασύνδεση μεταβολών δυναμικής ενέργειας με πραγματικές διαδικασίες, όπως στο πείραμα 13 και αφήστε τους μαθητές να χρησιμοποιήσουν μαθηματικούς τύπους μόνο αφού δείξουν ότι έχουν μια ποιοτική κατανόηση στο τι θα δώσει ο υπολογισμός. Μην παραλείψετε να συζητήσετε όλα τα ποιοτικά προβλήματα παραγράφων.

Η επανεξέταση των ελαστικών συγκρούσεων μεταξύ δύο μαγνητών ξαναγίνεται στις παραγράφους 8 - 1 και 8 - 2. Η παράγραφος 8 - 3 είναι ένα πρόσθετο θέμα, το οποίο εξετάζει την αλληλεπίδραση μεταξύ δύο αντικειμένων όταν το ένα έχει πάρα πολύ μεγαλύτερη μάζα από ότι το άλλο· ειδικότερα όταν το ένα είναι η γη. Οι προκύπτουσες απλουστεύσεις χρησιμοποιούνται σε επόμενες παραγράφους. Στις παραγράφους 8 - 4 μέχρι 8 - 6 εφαρμόζεται η έννοια της δυναμικής ενέργειας σε μερικές ειδικές περιπτώσεις και ειδικότερα σε φαινόμενα με ελαστικότητα και σε φαινόμενα με βαρύτητα.

Η παράγραφος 8 - 7 εισαγάγει την έννοια του δυναμικού βαρύτητας, δηλαδή τη δυναμική ενέργεια βαρύτητας ανά μονάδα μάζας. Αυτό γίνεται λόγω της χρησιμότητάς της σε θέματα βαρύτητας αλλά και ως εισαγωγή στην έννοια του ηλεκτρικού δυναμικού αργότερα, στο κεφάλαιο 12. Το κεφάλαιο αυτό εδώ τελειώνει με μια συζήτηση δυνάμεων τριβής, οι οποίες προκαλούν απώλειες μηχανικής ενέργειας και έτσι οδηγούν στη δυνατότητα επί πλέον επεκτάσεως της έννοιας της ενέργειας.

Χρονοθέτηση του Πειράματος

Πείραμα 13** Μεταβολές Δυναμικής Ενέργειας. Αυτό το πείραμα είναι καλύτερα να γίνει μετά την παράγραφο 8 - 6.

Κινηματογραφική Ταινία

Αν έχετε δείξει μέρος από την ταινία *Ελαστική Κρούση και Αποθηκευμένη Ενέργεια* του Δρ. James Strickland κατά τη διδασκαλία του κεφαλαίου 7, είναι καλό να δείξετε το υπόλοιπο μέρος σε συνδυασμό με τις παραγράφους 8 - 3 και 8 - 4. Αν δεν το έχετε δείξει, είναι καλό να δείξετε όλο το φιλμ ενώ διδάσκετε το κεφάλαιο 8.

Υποδείξεις για τη Διδασκαλία

Παράγραφος 8 - 1

Πριν να συζητήσετε αυτή την παράγραφο, καλό είναι να κάνετε μια βραχεία επανάληψη της παραγράφου 7 - 3 και των γραφημάτων που περιέχει. Δώστε έμφαση στο ότι οι διαφορετικές κρούσεις που συζητούνται εδώ, γίνονται πάντοτε μεταξύ του ίδιου ζεύγους μαγνητικών πεσσών.

Παράγραφος 8 - 3

Αυτή η παράγραφος περιέχει δύο σημαντικές ιδέες οι οποίες χρειάζονται προσεκτική επεξεργασία. (1) Σε κρούση μεταξύ συνήθων αντικειμένων και της γης, η μεταβολή της κινητικής ενέργειας της γης είναι αμελητέα. Επομένως μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η γη παραμένει συνεχώς ακίνητη. (2) Αφού μόνο οι μεταβολές της δυναμικής ενέργειας ενός σώματος είναι μετρήσιμες, το σημείο μηδέν της δυναμικής ενέργειας είναι αυθαίρετο και μπορεί να επιλεγεί όπως μας είναι πιο βολικό. Η αυθαιρεσία επιλογής στο σημείο αναφοράς της δυναμικής ενέργειας εφαρμόζεται επίσης και στην περίπτωση του ελατηρίου. Σε αυτή την περίπτωση, όμως, φαίνεται πιο φυσιολογικό να επιλέγουμε $U = 0$ όταν $x = 0$.

Βάλτε τους μαθητές σας να κάνουν λεπτομερείς αλγεβρικές πράξεις σε αυτή την παράγραφο. Είναι εύκολο οι μαθητές να διαβάσουν απλώς επιπόλαια τη μαθηματική επιχειρηματολογία χωρίς να την καταλάβουν. Εδώ χρειάζεται κάποια ικανότητα στις αλγεβρικές πράξεις, απλοποιήσεις τύπων, ώστε να έρχονται υπό πιο βολική μορφή και στο να γίνονται προσεγγίσεις όταν μια ποσότητα είναι πολύ μεγαλύτερη από άλλη. Τέτοιες ικανότητες, που συνήθως δεν αποκτώνται σε ένα μάθημα μαθηματικών άλγεβρας, μπορούν να αναπτυχθούν μόνο με εξάσκηση.

Παράγραφοι 8 - 4 και 8 - 5

Ως προκαταρκτικό του πειράματος 13 με τίτλο, Μεταβολές Δυναμικής Ενέργειας, μπορείτε να κρεμάσετε ένα ελατήριο, να βάλετε διάφορες μάζες στο ελεύθερο άκρο του και να μετρήσετε τις αντίστοιχες επιμηκύνσεις. Αφού προσδιορίσουν τη σταθερά του ελατηρίου k , οι μαθητές μπορούν να υπολογίσουν τη δυναμική ενέργεια η οποία εξαρτάται από τις διάφορες επιμηκύνσεις και έτσι θα αποκτήσουν κάποιαν αίσθηση για τα μεγέθη των ενεργειών που είναι αποθηκευμένες κάθε φορά στο ελατήριο.

Επιστήστε την προσοχή των μαθητών σας στο γεγονός ότι οιαδήποτε προσπάθεια αύξησης της κινητικής ενέργειας ενός αντικειμένου το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση οδηγεί σε αύξη-

ση και της δυναμικής του ενέργειας και αντίστροφα. Αυτή η παρατήρηση χρησιμοποιείται στο επόμενο κεφάλαιο.

Παράγραφος 8 - 6

Ίσως βρείτε χρήσιμο να δώσετε στην τάξη σας μερικές επεκτάσεις στο παράδειγμα που δίνεται στο τέλος της παραγράφου. Μπορείτε να ζητήσετε από την τάξη να εκτιμήσουν με το νου, χωρίς πράξεις, τι θα ήταν το μέτρο της ταχύτητας του σώματος αν ρίπτοταν κοντά στην επιφάνεια της σελήνης όπου το g είναι περίπου $1,6 \text{ N/kg}$ · στη συνέχεια αφήστε τους να τη βρουν με υπολογισμούς.

Παράγραφος 8 - 7

Η μονάδα η οποία δίνεται για το δυναμικό βαρύτητας είναι το J/kg . Είναι δυνατόν να εκφρασθεί το δυναμικό ως προς τις θεμελιώδεις μονάδες της μάζας, του μήκους και του χρόνου:

$$\text{J/kg} = (\text{N} \cdot \text{m})/\text{kg} = (\text{kg} \cdot \text{m})/\text{s}^2 \cdot \text{m/kg} = (\text{m/s})^2$$

(αφού $m_{\text{βαρ}} = m_{\text{αδραν}})$.

Όμως, μπορείτε και να το αποφύγετε, εκτός αν κάποιος μαθητής το φέρει στην επιφάνεια. Αργότερα θα συγκρίνουμε το ηλεκτρικό δυναμικό με το δυναμικό βαρύτητας· το ηλεκτρικό δυναμικό (V_{η}) μετριέται σε J/C ενώ το δυναμικό βαρύτητας ($V_{\text{βαρ}}$) σε J/kg . Στον ηλεκτρισμό δεν υπάρχει αντίστοιχο φαινόμενο με το φαινόμενο ισοδυναμίας αδρανειακής μάζας και βαρυτικής μάζας.

Παράγραφος 8 - 8

Αυτή η παράγραφος καταγίνεται με τα αποτελέσματα δύο διαφορετικών ειδών δυνάμεων, καμιά από τις οποίες δεν εξαρτάται από τη θέση: μια δύναμη που ασκείται μόνο επί μικρό χρονικό διάστημα και τη δύναμη τριβής. Προσπαθήστε να τις διαχωρίσετε. Η μόνη τους κοινή ιδιότητα είναι ότι και οι δύο μεταβάλλουν τη μηχανική ενέργεια των σωμάτων επί των οποίων ασκούνται.

Πείραμα 13. Μεταβολές Δυναμικής Ενέργειας

Υλικά

- 1 Χαλύβδινο σπειροειδές ελατήριο (διαμέτρου της τάξεως του $1,5 \text{ cm}$ και μήκους 22 cm · k γύρω 30 N/m με 35 N/m)
- 2 Μάζες, με άγκιστρο, $0,5 \text{ kg}$ και $1,0 \text{ kg}$ αντίστοιχα
Στατίφ (Ringstand) (κατά προτίμηση με κοντό παχύ κατακόρυφο στέλεχος) με εγκάρσια ράβδο και σφιγκτήρες
- 2 C - σφιγκτήρες (για τη στερέωση της βάσεως του στατίφ γερά στο τραπέζι)
- 1 Φύλλο χαρτιού γραφημάτων
- 3 Καρφίτσες
Μετρικό κανόνα

(Αν δεν έχετε το χαλύβδινο σπειροειδές ελατήριο που χρειάζεται, ελατήρια από παλιά ρολά παραθύρων συνήθως δουλεύουν καλά σε αυτό το πείραμα).

Αυτό το πείραμα δείχνει μια κατάσταση όπου ενέργεια μετατρέπεται από μια μορφή σε άλλη με μικρές μόνο απώλειες. Δυναμική ενέργεια βαρύτητας μετατρέπεται σε δυναμική ενέργεια τεντωμένου ελατηρίου. Αυτό είναι ένα πολύ χρήσιμο πείραμα το οποίο χρειάζεται κάποια προσοχή στην εκτέλεση. Χρησιμοποιείστε ένα στατίφ στερεά στερεωμένο με σφιγκτήρα στο τραπέζι για να βαστά το ελατήριο και τη μάζα. (Βλέπε σχήμα 13 - 2 του Οδηγού Εργαστηρίου).

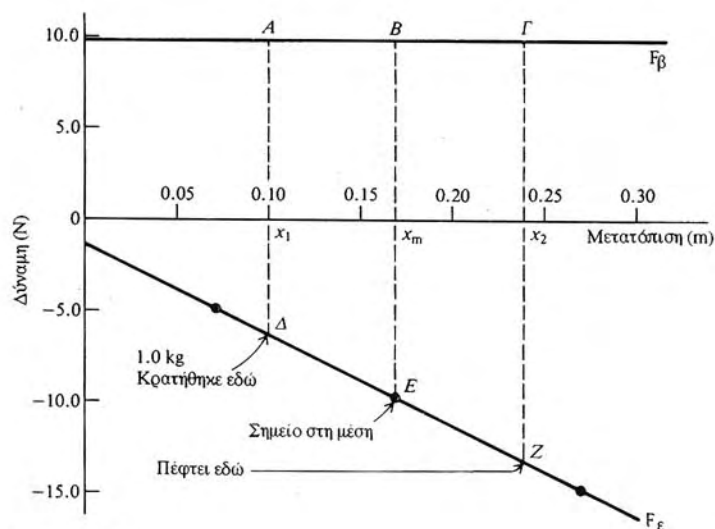
Πολλές από τις ερωτήσεις χρειάζονται υπολογισμούς για να βγουν συγκεκριμένα αριθμητικά αποτελέσματα. Για να δείξουμε πώς γίνεται το πείραμα, το εκτελέσαμε χρησιμοποιώντας ελατήριο κάπως πιο “σκληρό” από αυτό που υποδεικνύεται. Παρακάτω δείχνονται τα δεδομένα και το σχετικό γράφημα (σχ. B8 - 1) καθώς και απαντήσεις στις ερωτήσεις που προκύπτουν από τη χρήση αυτών των δεδομένων.

Μάζα (kg)	Δύναμη (N)	Θέση (m)	Μετατόπιση (m)
0	0	0,789	0
0,50	4,9	0,718	0,071
1,00	9,8	0,621	0,168
1,50	14,7	0,518	0,271

Κρεμώντας τη μάζα του 1,00 kg από το ελατήριο, η μάζα κρατήθηκε και στη συνέχεια αφέθηκε ελεύθερη.

	Θέση (m)	Μετατόπιση (m)
Κρατήθηκε σε	0,690	0,099
Έπεσε μέχρι	0,551	0,238
Σημείο στο μέσο μεταξύ των δύο σημείων		0,169

Χρόνος 50 ταλαντώσεων ... 45,8 s



Σχήμα B8-1

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 13

- Η δύναμη βαρύτητας και η δύναμη ελαστικότητας που ασκείται στη μάζα είναι ίσες κατά μέτρο και έχουν αντίθετες κατευθύνσεις.
- Η δύναμη βαρύτητας είναι mg , ή $1,00 \times 9,8 \text{ N} = 9,8 \text{ N}$.
- Η δύναμη βαρύτητας είναι θετική.
- Η δύναμη που ασκεί το ελατήριο είναι αρνητική, για τη δεδομένη επιλογή της θετικής κατευθύνσεως. (Το γράφημα θα μοιάζει με αυτό του σχ. Β8 - 1. Η ευθεία, η οποία παριστάνει την εξάρτηση της δυνάμεως ελαστικότητας μπορεί να διέρχεται από την αρχή των αξόνων ή και να μη διέρχεται, ανάλογα με το ελατήριο).
- Το μέτρο της μεταβολής της δυναμικής ενέργειας ελαστικότητας παριστάνεται από το εμβαδόν: $x_1 x_2 Z\Delta$. Το έργο είναι αρνητικό διότι η δύναμη ελαστικότητας είναι αρνητική και η μετατόπιση θετική. Άρα η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας ελαστικότητας παριστάνεται με $+ x_1 x_2 Z\Delta$. Άρα $\Delta U_e = \frac{1}{2} (6,3 + 13,2) \times (0,238 - 0,099) = 1,35 \text{ J}$.
- Το μέτρο της μεταβολής της δυναμικής ενέργειας βαρύτητας παριστάνεται από το εμβαδόν: $x_1 x_2 \Gamma A$. Αυτό το έργο είναι θετικό, διότι η δύναμη βαρύτητας είναι θετική. Άρα η μεταβολή στη δυναμική ενέργεια βαρύτητας παριστάνεται από: $- x_1 x_2 \Gamma A$. Εδώ $\Delta U_g = - 9,8 \times (0,238 - 0,099) \text{ J} = - 9,8 \times 0,139 \text{ J} = - 1,36 \text{ J}$.
- Είναι περίπου ίσες κατά μέτρο, αλλά έχουν αντίθετα πρόσημα· το άθροισμά τους είναι (περίπου) μηδέν.
- $\Delta U_{\text{μη}} = + x_1 x_2 E\Delta = \frac{1}{2} (9,8 + 6,3) \times (0,169 - 0,099) \text{ J} = 0,564 \text{ J}$.
 $\Delta v_{\text{μη}} = - x_1 x_{\text{μη}} B\Delta = - 9,8 \times (0,169 - 0,099) \text{ J} = - 0,686 \text{ J}$. $\Delta U = - 0,122 \text{ J}$. Δηλαδή έχει γίνει ελάττωση δυναμικής ενέργειας.
- Η μάζα όταν βρίσκεται στο μέσο της διαδρομής της έχει ταχύτητα και επομένως έχει κινητική ενέργεια. Η κινητική ενέργεια έχει προέλθει από τη μείωση της δυναμικής ενέργειας στο μεσαίο σημείο.
- Η περίοδος είναι $(45,8/50) \text{ s} = 0,916 \text{ s}$.
- $U = 2\pi R/T$, όπου R είναι η απόσταση $x_1 x_{\text{μη}}$. Εδώ $v = 2\pi (0,070)/0,916 \text{ m/s} = 0,480 \text{ m/s}$.
- Ναι. $E_k = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 1,00 (0,480)^2 \text{ J} = 0,115 \text{ J}$. Επίσης $E_k = - \Delta U = 0,122 \text{ J}$. Με ακρίβεια δύο ψηφίων (μετά από στρογγύλεμα των αριθμών), η κινητική ενέργεια που υπολογίστηκε από την ταχύτητα της μάζας, ισούται με την κινητική ενέργεια που βρέθηκε λόγω μείωσης της δυναμικής ενέργειας.

Κατάταξη των Προβλημάτων Παραγράφων και ΣΤΕ

Παράγραφος	Εύκολα	Μέτρια	Δύσκολα
1	1, 2, 3		
2	4	5	
4	6, 7, 8		
5	9	10	
6	11, 12, 14	13	
7	15, 16		
ΣΤΕ	25	17, 19, 20, 21, 22, 24, 26	18, 23

Απαντήσεις στα Προβλήματα

(Περιεχόμενο προβλημάτων όπως στο βιβλίο διδασκαλίας)

- (α) Από το σχ. 8 - 1, 10 (μάζες μαγνήτη) $\text{mm}^2/\text{αναλαμπή}^2$

(β) 5 (μάζες μαγνήτη) $\text{mm}^2/\text{αναλαμπή}^2$

(γ) Όχι. Η μείωση της κινητικής ενέργειας εξαρτάται μόνο από τη διαχωριστική απόσταση και όχι από την κατεύθυνση της κίνησης.
- 10 (μάζες μαγνήτη) $\text{mm}^2/\text{αναλαμπή}^2$
- Μηδέν.
- Για 4 cm: $\Delta E_K = -24$ (μάζες μαγνήτη) $\text{mm}^2/\text{αναλαμπή}^2$, $\Delta U = 24$ (μάζες μαγνήτη) $\text{mm}^2/\text{αναλαμπή}^2$

Για 6 cm: $\Delta E_K = -10$ (μάζες μαγνήτη) $\text{mm}^2/\text{αναλαμπή}^2$, $\Delta U = 10$ (μάζες μαγνήτη) $\text{mm}^2/\text{αναλαμπή}^2$

$\Delta U = 10 - 24 = -14$ (μάζες μαγνήτη) $\text{mm}^2/\text{αναλαμπή}^2$.
- (α) Όχι. Δεν υπάρχει πληροφορία για το πώς κατανέμεται η κινητική ενέργεια μεταξύ των μαγνητών.

(β) Ναι· είναι 24 (μάζες μαγνήτη) $\text{mm}^2/\text{αναλαμπή}^2$

(γ) Ναι· είναι ίδια όπως και στο (β)
- Η κινητική ενέργεια του ελατηρίου μπορεί να αγνοηθεί αν η μάζα του ελατηρίου είναι κατά πολύ μικρότερη από τη μάζα του κύβου.
- (α) $U = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \times 500 \times 3,0^2 = 2250 \text{ J}$.

(β) $F = kx = 500 \times 3,0 = 1500 \text{ N}$.

(γ) Δεν μπορεί κανείς να αποθηκεύσει αρκετή ενέργεια σε ελατήριο με σύνηθες λογικό μέγεθος και σταθερά ελατηρίου για να κινεί ένα επιβατικό αυτοκίνητο.

$$8. (α) k = \Delta F / \Delta x = (30 - 20) / (0,30 - 0,20) \text{ N/m} = 10 / 0,1 \text{ N/m} = 100 \text{ N/m}.$$

$$(β) U = \frac{1}{2} kx^2. \quad U = 50 x^2.$$

9. (α) Η ολική μηχανική ενέργεια πολλαπλασιάζεται επί τέσσερα.

(β) Η περίοδος δεν μεταβάλλεται αφού εξαρτάται μόνο από το k και το m .

10. (α) Η ολική ενέργεια του αντικειμένου ισούται με τη δυναμική του ενέργεια στην απόσταση d : $E = U_d = \frac{1}{2} kd^2$.

$$\text{Για μετατόπιση } d', U_d' = \frac{1}{2} kd'^2 = \frac{1}{2} k$$

$$\left(\frac{d'}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} kd^2. \quad \frac{1}{4} = \frac{1}{4} U_d.$$

$$(β) \text{Όταν } E_K = U_d'', \quad U_d'' = \frac{1}{2} U_d.$$

$$\text{Άρα } \frac{1}{2} kd''^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} kd^2\right)$$

$$d''^2 = \frac{1}{2} d^2$$

$$\text{και } d'' = \frac{\sqrt{2}}{2} d.$$

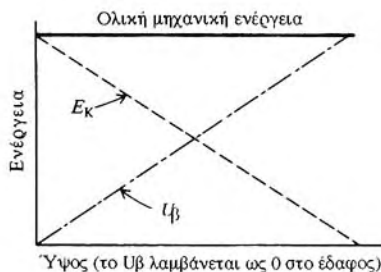
Η μετατόπιση είναι 0,707 d.

$$(γ) U_d''' = \frac{1}{2} kd'''^2 = \frac{1}{2} k (2d)^2 = \frac{1}{2} kd^2 \cdot 4 = 4 U_d.$$

Η ολική ενέργεια πολλαπλασιάζεται επί 4.

$$11. \quad \Delta U = mg\Delta h = 70 \times 7,8 \times 5 \\ = 3,4 \times 10^3 \text{ J}$$

12. Βλέπε σχ. B8 - 2



Σχήμα B8-2

13. Για να υπολογισθεί η ολική ενέργεια της πέτρας πρέπει πρώτα να επιλεγεί ένα βολικό μηδέν για τη δυναμική ενέργεια. Για ευκολία επιλέγουμε την επιφάνεια της γης.

(α) Η ολική ενέργεια E , ισούται με το άθροισμα της δυναμικής ενέργειας και της κινητικής ενέργειας, κάθε στιγμή.

$$E = E_K + U = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$

$$E = \frac{1}{2}(0,200 \text{ kg})(20,0 \text{ m/s})^2 \\ + (0,200 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(20,0 \text{ m})$$

$$E = 40 \text{ J} + 39,2 \text{ J} = 79,2 \text{ J}$$

(β) Αφού η ολική ενέργεια στο σύστημα αυτό διατηρείται (παραλείπουμε την αντίσταση του αέρα) η ολική ενέργεια είναι 79,2 Joule για όλα τα σημεία της τροχιάς.

(γ) $E = E_K + U$ στα 15,0 m

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$

$$v^2 = \frac{E - mgh}{\frac{1}{2}m}$$

$$v^2 = \frac{(79,2 \text{ J}) - (0,200 \text{ kg})(9,8 \text{ m/s}^2)(15,0 \text{ m})}{\frac{1}{2}(0,200 \text{ kg})}$$

$$v^2 = 498 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$v = 22,3 \text{ m/s.}$$

Κρατούμε το θετικό πρόσημο διότι μας ζητήθηκε μόνο το μέτρο της ταχύτητας.

Σημειώστε ότι οι απαντήσεις είναι τελείως ανεξάρτητες από τη γωνία

που σχηματίζει η ταχύτητα της πέτρας με το οριζόντιο επίπεδο. Η κινητική ενέργεια εξαρτάται μόνον από το μέτρο της ταχύτητας· δεν έχει σημασία αν το σώμα κινείται προς τα επάνω, προς τα κάτω ή οριζόντια.

14. Και στις δύο περιπτώσεις, κατά την κατακόρυφη ρίψη η κινητική ενέργεια της πέτρας κατά τη στιγμή της ρίψεως μετατρέπεται όλη σε δυναμική ενέργεια στο μέγιστο ύψος $E_K = mg_\sigma h_\sigma = mg_\gamma h_\gamma$.

$$\text{Άρα } h_\sigma = (g_\gamma/g_\sigma) \times 15 = 6 \times 15 \text{ m} = \underline{90 \text{ m.}}$$

15. (α) $V_\beta = gh = 9,8 \times 8848 \text{ J/kg}$

$$= 8,7 \times 10^4 \text{ J/kg.}$$

(β) $U_\beta = mV_\beta = 100 \times 8,7 \times 10^4 \text{ J}$

$$= 8,7 \times 10^6 \text{ J.}$$

$$16. \quad U/t = mg\Delta h/t \\ = 232 \text{ m}^3/\text{s} \times 1,00 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \times 9,8 \\ \text{N/kg} \times 1,70 \times 10^2 \text{ m} \\ = \underline{3,9 \times 10^8 \text{ J/s.}}$$

Απαντήσεις στα Προβλήματα ΣΤΕ

17. Χρειάζεται να ξέρομε: (1) τη μάζα των μαγνητικών πεσσών σε kg, (2) το χρονικό διάστημα μεταξύ αναλαμπών σε δευτερόλεπτα και (3) το συντελεστή κατά τον οποίο έχουν σμικρυνθεί οι αποστάσεις στη φωτογραφία από τις αποστάσεις της πραγματικής διατάξεως.

18. Για να βρούμε τις διαφορές κινητικές ενέργειες μπορούμε να μετρήσουμε ταχύτητες (κλίσεις) του κατάλληλου γραφήματος μετατοπίσεως ως προς το χρόνο τη χρονική στιγμή που μας ενδιαφέρει. Για να κάνετε αυτό, χαράξτε εφαπτόμενες ευθείες στο γράφημα μετατόπιση - χρόνου και υπολογίστε το λόγο $\Delta x/\Delta t$ για την εφαπτόμενη ευθεία.

(α) Η αρχική ταχύτητα της m_1 είναι

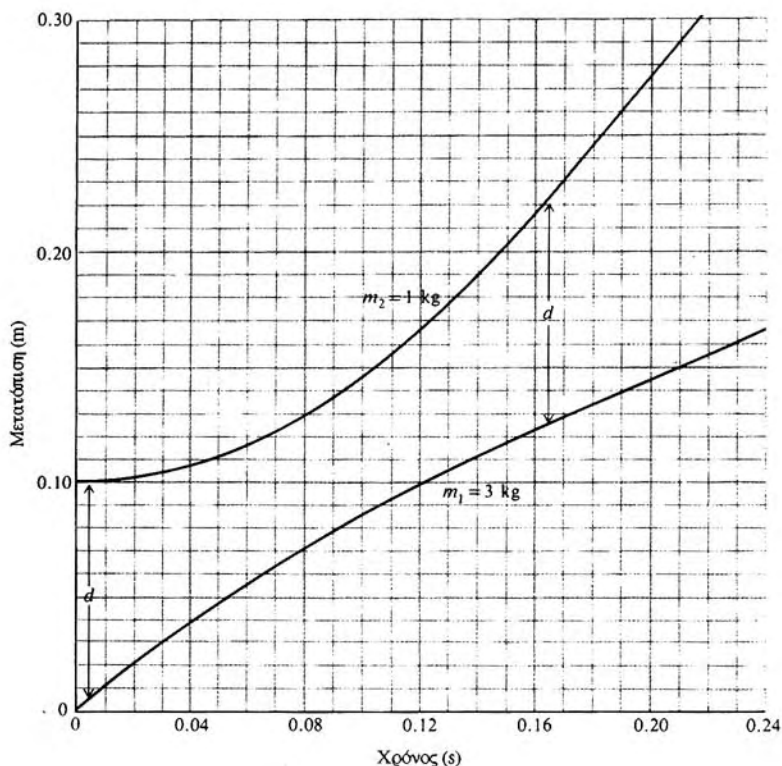
$$v_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(0,20 - 0,00) \text{ m}}{(0,20 - 0,00) \text{ s}}$$

$$= 1,0 \text{ m/s τη στιγμή } t = 0 \text{ s.}$$

Η αρχική κινητική ενέργεια της m_1 είναι τότε

$$E_{K1} = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 = \frac{1}{2}(3 \text{ kg})(1,0 \text{ m/s})^2 \\ = \underline{1,5 \text{ J}}$$

(β) Η τελική ταχύτητα της m_1 είναι



Σχήμα Β

$$v_1' = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(0,23 - 0,04) \text{ m}}{(0,17 - 0,04) \text{ s}} = 0,52 \text{ m/s για } t > 0,17 \text{ s.}$$

Η τελική κινητική ενέργεια της m_1 είναι

$$E_{K1}' = \frac{1}{2} m_1 (v_1')^2 = \frac{1}{2} (3 \text{ kg})(0,52 \text{ m/s})^2 = 0,4 \text{ J}$$

(γ) Η τελική ταχύτητα της m_2 είναι

$$v_2' = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(0,16 - 0,04) \text{ m}}{(0,23 - 0,00) \text{ s}} = 1,5 \text{ m/s για } t > 0,17 \text{ s.}$$

Η τελική κινητική ενέργεια της m_2 είναι

$$E_{K2}' = \frac{1}{2} m_2 (v_2')^2 = \frac{1}{2} (1 \text{ kg})(1,5 \text{ m/s})^2 = 1,1 \text{ J}$$

Σημειώνουμε ότι η ενέργεια διατηρείται σε αυτή την αλληλεπίδραση. Πριν να αρχίσει η αλληλεπίδραση είχαμε,

$$E = (E_K)_1 + (E_K)_2 = (1,5 + 0,0) \text{ J} = 1,5 \text{ J}$$

Μετά το τέλος της αλληλεπίδρασεως έχομε

$$E = (E_K')_1 + (E_K')_2 = (0,4 + 1,1) = 1,5 \text{ J}$$

(δ) Η κινητική ενέργεια έχει ελάχιστο και η δυναμική ενέργεια μέγιστο στην ελάχιστη διαχωριστική απόσταση. Μετακινώντας ένα κομμάτι χαρτί κατά μήκος των δύο καμπύλων φαίνεται ότι η απόσταση $x_2 - x_1$ έχει την ελάχιστη τιμή για $t = 0,085 \text{ s}$. Αυτή τη χρονική στιγμή η σχετική ταχύτητα είναι μηδέν, δηλαδή και οι δύο μάζες έχουν την ίδια ταχύτητα κατά μέτρο και κατεύθυνση. Για να ελεγχθεί αυτό, μπορεί να μετρηθούν οι δύο κλίσεις, οπότε βρίσκομε:

$$v_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(0,16 - 0,01) \text{ m}}{(0,02 - 0,00) \text{ s}} = 0,75 \text{ m/s τη στιγμή } t = 0,085 \text{ s.}$$

$$v_2 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(0,22 - 0,07) \text{ m}}{(0,20 - 0,00) \text{ s}} = 0,75 \text{ m/s τη στιγμή } t = 0,085 \text{ sec.}$$

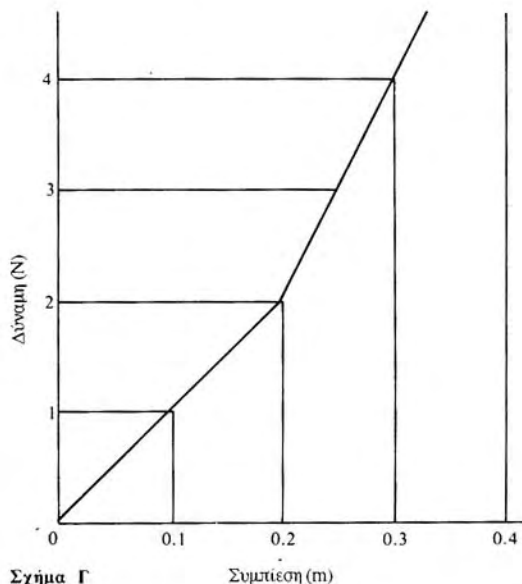
Η κινητική ενέργεια τότε είναι:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 = \frac{1}{2} (3 + 1)(0,75)^2 \text{ J} = 1,1 \text{ J}$$

- (ε) Η ολική ενέργεια ισούται με την αρχική (ή τελική) κινητική ενέργεια, αν θεωρήσουμε ότι η δυναμική ενέργεια είναι μηδέν για διαχωριστική απόσταση μεγαλύτερη από την εμβέλεια d της αλληλεπιδράσεως. Η ολική ενέργεια είναι επομένως 1,5 Joule. Τη στιγμή $t = 0,085$ s, η κινητική ενέργεια ήταν 1,1 Joule. Άρα η δυναμική ενέργεια την ίδια χρονική στιγμή πρέπει να ήταν:

$$U = E - E_k = 1,5 \text{ J} - 1,1 \text{ J} = 0,4 \text{ J}$$

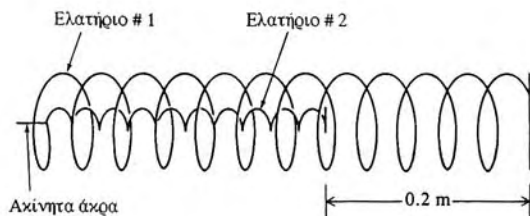
19. (α) Αυτό το πρόβλημα είναι μια πρόκληση για το μαθητή με αγάπη στην επινόηση μηχανικών διατάξεων.



Για να έχει κανείς μεταβολή στην κλίση στη θέση 0,2 m στην καμπύλη δυνάμεως συμπίεσεως, πρέπει να συνοδεύεται από μια μεταβολή στη σταθερά δυνάμεως του ελατηρίου στο σημείο συμπίεσεως 0,2 m.

Υπάρχουν πολλοί τρόποι για να επιτευχθεί αυτό. Ένας τρόπος είναι να τοποθετηθούν δύο ελατήρια έτσι ώστε το κινητό άκρο του ενός να βρίσκεται 0,2 m πίσω από το κινητό άκρο του άλλου. Αν τα ελατήρια έχουν διαφορετικές διαμέτρους (του σωληνοειδούς τους σχήματος), μπορεί να

τοποθετηθεί το ένα μέσα στο άλλο, όπως φαίνεται στο σχ. B8 - 3.



Σχήμα B8-3

Όταν κάποιο αντικείμενο σπρώχνει από τα δεξιά, πρώτα έρχεται σε επαφή με το ελατήριο # 1. Το σώμα αυτό υφίσταται την επίδραση δυνάμεως $F_1 = k_1 x$ μέχρις ότου το ελατήριο # 1 έχει συμπιεστεί κατά 0,2 m. Από το γράφημα, βλέπουμε ότι όταν $F_1 = 2$ N, $x = 0,2$ m· επομένως, $k_1 = 10$ N/m. Στο σημείο $x = 0,2$ m, το σώμα έρχεται σε επαφή με το ελατήριο # 2. Από τότε και μετά ασκείται πάνω στο σώμα δύναμη

$$\begin{aligned} F &= F_1 + F_2 = k_1 x + k_2 (x - 0,2) \\ &= (k_1 + k_2)(x - 0,2) + 0,2 k_1 \\ &= 0,2 k_1 + (k_1 + k_2) \Delta x \end{aligned}$$

όπου Δx παριστάνει την επί πλέον συμπίεση πέραν από το σημείο όπου $x = 0,2$ m. Από το γράφημα, η κλίση της ευθείας για $x > 0,2$ είναι

$$\begin{aligned} \Delta F / \Delta x &= (4 - 2) / (0,3 - 0,2) \\ &= 20 \text{ N/m.} \end{aligned}$$

Επομένως, ο συντελεστής k_2 έχει επίσης τιμή 10 N/m.

- (β) Ένα τέτοιο ζεύγος ελατηρίων χρησιμοποιούμενα ως “σουστά” θα είναι ικανά να σταματούν (με ασφάλεια) αντικείμενα με μεγαλύτερο εύρος μαζών και ταχυτήτων από ότι ένα μοναδικό ελατήριο.

20. (α) Το έργο που εκτελείται κατά τη συμπίεση του ελατηρίου είναι ίσο με το εμβαδόν της επιφάνειας κάτω από την καμπύλη δυνάμεως - αποστάσεως. Σε αυτή την περίπτωση, μεταξύ 0 και 0,3 m, το ολικό εμβαδόν της επιφάνειας κάτω από την καμπύλη είναι το άθροισμα του εμβαδού της επιφάνειας του τριγώνου και του εμβαδού

του τραπεζοειδούς· τα δύο εμβαδά είναι αυτά των δύο κομματιών της επιφάνειας αν κοπεί κάθετα στην απόσταση 0,2 m.

$$\begin{aligned}\text{Εμβαδόν τριγώνου} &= \frac{1}{2} (2 \text{ N}) (0,2 \text{ m}) \\ &= 0,2 \text{ N} \cdot \text{m} \\ &\text{ή Joule}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Εμβαδόν τραπεζοειδούς} &= \frac{1}{2} (2 \text{ N} + \\ &4 \text{ N}) (0,1 \text{ m}) = 0,3 \text{ N} \cdot \text{m} \text{ ή} \\ &\text{Joule}\end{aligned}$$

Άθροισμα = 0,5 Joule = έργο συμπιέσεως.

(6) Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου = έργο που εκτελείται από την ασκούμενη δύναμη = 0,5 joule (από πάνω).

(γ) Η αύξηση της κινητικής ενέργειας ισούται με την ελάττωση της δυναμικής ενέργειας, η οποία ισούται με το εμβαδόν της επιφάνειας, κάτω από την καμπύλη δυνάμεως-αποστάσεως μεταξύ $x = 0,3$ και $x = 0,2$ m. Αυτό το εμβαδόν είναι το εμβαδόν του τραπεζίου, το οποίο υπολογίστηκε στο (α) και είναι 0,3 joule. Επομένως, $\frac{1}{2} m v^2 = 0,3 \text{ joule} =$
= αύξηση κινητικής ενέργειας.

21. (α) $U_e = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} \times 30 \times (0,10)^2 = \underline{0,15 \text{ J.}}$

(β) 0,15 J.

(γ) Το σταθερό άκρο του ελατηρίου έχει ταχύτητα μηδέν ενώ το ελεύθερο άκρο έχει μέγιστη ταχύτητα. Οι σπείρες του ελατηρίου είναι όλες ίδιες και οι μεταξύ των διαδοχικών σπειρών αποστάσεις είναι ίσες μεταξύ τους. Κάθε σπείρα έχει ταχύτητα ανάλογη της αποστάσεώς της από το σταθερό άκρο του ελατηρίου. Άρα η μέση ταχύτητα είναι η ταχύτητα της σπείρας στο κέντρο του ελατηρίου.

(δ) Έστω ότι v είναι η ταχύτητα του σώματος μόλις αφήνει το ελατήριο (και επίσης η ταχύτητα του άκρου του ελατηρίου την ίδια στιγμή). Τότε

$$\begin{aligned}E_K = 0,15 &= \frac{1}{2} \times 5,0 \times v^2 + \frac{1}{2} \\ &\times 0,10 \times (v/2)^2\end{aligned}$$

$$0,15 = 2,5 v^2 + 0,0125 v^2$$

= $2,5 v^2$ με προσέγγιση δύο σημαντικών ψηφίων.

$$v = 0,24 \text{ m/s}$$

$$\text{Οπότε, } E_K (\text{ελατηρίου}) = \frac{1}{2} \times 0,10 \times (0,12)^2 \text{ J} \approx \underline{0,001 \text{ J}}$$

$$(\epsilon) \frac{E_K (\text{ελατηρίου})}{E_K (\text{σώματος})} = \frac{0,001 \text{ J}}{0,15 \text{ J}} = 7 \times 10^{-3}$$

δηλαδή 0,7% της κινητικής ενέργειας του σώματος.

22. Αμέσως μόλις έχει πιεσθεί η σκανδάλη, η ολική ενέργεια είναι το άθροισμα της δυναμικής ενέργειας του συμπιεσμένου ελατηρίου και της κινητικής ενέργειας του εμβόλου και της μπάλας. Το έμβολο και η μπάλα θα φτάσουν τη μέγιστη ταχύτητά τους όταν το ελατήριο αποκτήσει το φυσικό του μήκος. Σε αυτό το σημείο η ολική ενέργεια είναι κινητική ενέργεια του εμβόλου και της μπάλας. Πέραν αυτού του σημείου, το ελατήριο τεντώνεται οπότε αυξάνεται η δυναμική του ενέργεια και ελαττώνεται η κινητική ενέργεια και ταχύτητα του εμβόλου. Η μπάλα εξακολουθεί να κινείται με σταθερή ταχύτητα και απομακρύνεται από το έμβολο.

Στο σημείο που αρχίζουν να αποχωρίζονται, έχουμε,

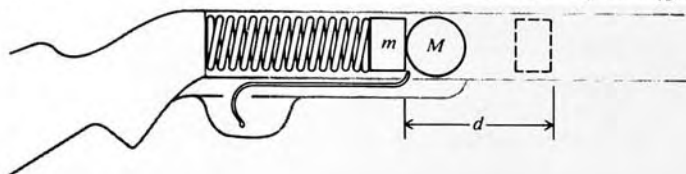
$$\frac{1}{2} k d^2 = \frac{1}{2} (m + M) v^2,$$

όπου k είναι η σταθερά της δυνάμεως του ελατηρίου.

Άρα η μπάλα θα πάρει κινητική ενέργεια

$$\begin{aligned}E_K &= \frac{1}{2} M v^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{M}{m + M} \right) k d^2 \\ &= \frac{M}{m + M} U_{\text{ελατηρίου}}\end{aligned}$$

Ίσως θα έπρεπε να λάβουμε υπόψη τη μάζα του ελατηρίου, η οποία είναι κατανεμημένη κατά μήκος του ελατηρίου. Σε αυτό το πρόβλημα έχουμε κάμει, για απλοποίηση, μια προσέγγιση αντικαθιστώντας τη μάζα του ελατηρίου με τη μάζα m στο άκρο του. Αυτή είναι καλή προσέγγιση αν η μάζα m , που αντιστοιχεί στο ελατήριο, είναι ίση με το ένα τρίτο της μάζας του



Σχήμα Α

ελατηρίου. Φυσικά εδώ δεν έχουμε πρόσθετη μάζα εμβόλου.

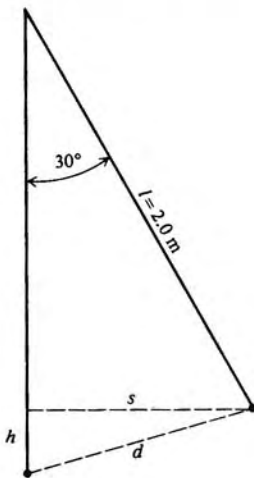
23. (α) $\frac{mv^2}{2} = mgh$ (Βλέπε σχ. Β 8 - 4)

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{19,6 \times 2,0 \times (1 - \cos 30^\circ)} = 2,3 \text{ m/s}$$

(β) Σχεδόν είναι. Αν η μετατόπιση s της σφαίρας από την κατώτατη θέση της είναι πρακτικά ίση με την οριζόντιά της μετατόπιση d , η κίνηση είναι απλή αρμονική ταλάντωση.

(Βλέπε παράγραφο 4 - 6).

Εδώ $d = 2,0 \sin 30^\circ = 1,0 \text{ m}$ και $s = 2 \times 2,0 \times \cos 75^\circ = 1,04 \text{ m}$, δηλαδή μια διαφορά μόνο 4%.

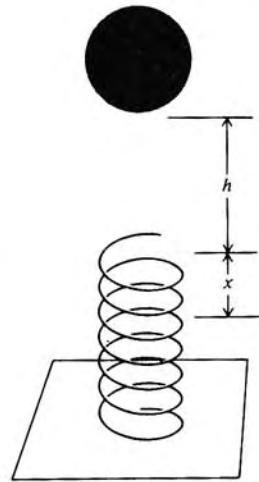


Σχήμα Β8-4

24. (α) Όταν το ελατήριο συμπιεσθεί κατά x , η ενέργεια που είναι αποθηκευμένη σε αυτό ισούται με το έργο που εκτελείται κατά τη συμπίεση του ελατηρίου. Η δύναμη F που συμπιέζει το ελατήριο μεταβάλλεται γραμμικά από μηδέν μέχρι kx . Η αποθηκευμένη ενέργεια στο ελατήριο είναι $\frac{1}{2} kx^2$.

Αυτή η ενέργεια προέρχεται από τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας βαρύτητας της μπάλας μέσα στο πεδίο βαρύτητας της γης, η οποία είναι $mg(h + x)$.

Ως θετική κατεύθυνση του x λαμβάνεται η προς τα κάτω με αρχή την αρχική θέση του πάνω μέρους του ελατηρίου. Στο σημείο μέγιστης συ-



Σχήμα Ε

μπιέσεως, όπου η κινητική ενέργεια είναι μηδέν έχουμε:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} kx^2 &= mg(h + x), \text{ ή} \\ \frac{1}{2} kx^2 - mgx - mgh &= 0. \end{aligned}$$

Άρα

$$x = \frac{mg}{k} \pm \frac{1}{k} \sqrt{(mg)^2 + 2kmgh}$$

και το πρόσημο + δίνει την τιμή της μέγιστης συμπίεσεως.

Ο πρώτος όρος mg/k είναι η απόσταση κατά την οποία θα συμπιεζόταν το ελατήριο για να φτάσει στη θέση ισορροπίας όταν η μπάλα είναι ακίνητη πάνω στο ελατήριο. Ο όρος

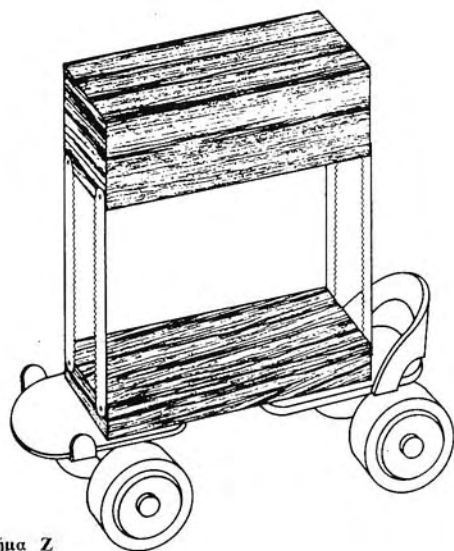
$\pm 1/k \sqrt{(mg)^2 + 2kmgh}$ είναι το πλάτος της ταλάντωσης περί τη θέση ισορροπίας αν η μπάλα ήταν κολλημένη στο άκρο του ελατηρίου (το πρόσημο - δίνει τη μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου με τη μπάλα πάνω στο ελατήριο).

(β) Όταν αντικατασταθούν οι τιμές, βρίσκουμε

$$\begin{aligned} x &= \frac{(4)(9,8) + \sqrt{(16)(9,8)^2 + 2(500)(4)(9,8)(3)}}{500} \\ &= 0,78 \text{ m} \end{aligned}$$

25. Για τη λύση αυτού του προβλήματος θα υποθέσουμε ότι όλες οι κινήσεις γίνονται χωρίς τριβές και ότι το όλο σύστημα είναι ακίνητο κατά τη στιγμή που αφήνεται η μετατοπισθείσα μάζα.

Αφού δεν ασκείται εξωτερική δύναμη στο σύστημα, η διατήρηση της ορμής μας λέει ότι το κέντρο μάζας πρέπει να είναι συνεχώς σε ηρεμία. Η κίνηση του συστήματος θα συνίσταται σε ταλάντωση πέρα - δώθε των άνω και των κάτω μισών του και το ένα μισό θα κινείται αντίθετα προς το άλλο. Η αρχική δυναμική ενέργεια η οποία ήταν αποθηκευμένη στις παραμορφωμένες λάμες μετασχηματίζεται σε κινητική ενέργεια των κινουμένων μερών του.



Σχήμα Ζ

Όταν οι λάμες είναι κατακόρυφες, η δυναμική ενέργεια είναι μηδέν και όλη η ενέργεια έχει μετατραπεί σε κινητική ενέργεια των δύο μαζών, μοιρασμένη εξίσου μεταξύ τους, $E_k = 2 \times \frac{1}{2} mv^2$. Όταν οι λεπίδες βρίσκονται στις ακραίες θέσεις της παραμορφώσεώς τους, η ταχύτητα των μαζών είναι μηδέν και όλη η κινητική ενέργεια του συστήματος έχει μετατραπεί σε δυναμική ενέργεια.

Αν περιγράψουμε την κίνηση σε μεγαλύτερη λεπτομέρεια θα λάβουμε υπόψη και την κατακόρυφη κίνηση της άνω μάζας

καθώς οι λεπίδες διαγράφουν τόξα. Αυτή η πάνω - κάτω κίνηση είναι σαν να "τεντώνει" και "χαλαρώνει" το "ελατήριο", που μπορεί να φανταστεί κανείς, αντιστοιχεί στο πεδίο βαρύτητας. Όμως, στη θέση χωρίς παραμόρφωση των λεπίδων προιονιού όπου η κινητική ενέργεια έχει μέγιστο, η δυναμική ενέργεια βαρύτητας έχει επίσης μέγιστο. Έτσι η ενέργεια του συστήματος δεν είναι ποτέ εντελώς μόνο κινητική ενέργεια. Υπάρχει πάντοτε κάποια δυναμική ενέργεια η οποία είναι αποθηκευμένη είτε στο ελατήριο είτε στο πεδίο βαρύτητας.

Αν λάβουμε υπόψη την τριβή, σταδιακά, η ενέργεια θα μετατραπεί σε εσωτερική ενέργεια και στη συνέχεια θα μεταφερθεί στο περιβάλλον ως θερμότητα, και τελικά η κίνηση θα σταματήσει. Εφόσον υπάρχουν τριβές και στα σημεία επαφής με την επιφάνεια, θα ασκείται εξωτερική δύναμη στο σύστημα και έτσι και το κέντρο μάζας του θα εκτελεί σταδιακά ελαττούμενου πλάτους ταλαντώσεις πέρα - δώθε αντί να παραμένει σε ηρεμία όπως περιγράφηκε προηγουμένως.

26. (α) $U = mgh$,

$$E_k = \frac{mv^2}{2} \text{ Οπότε } \frac{mv^2}{2} = mgh$$

$$\text{και } v = \sqrt{2gh}$$

$$v = \sqrt{2 \times 9,8 \times 100 \sin 10^\circ} = 18 \text{ m/s}$$

(β) Διατιθέμενη ενέργεια $U = mgh = 1500 \times 9,8 \times 100 \sin 10^\circ \text{ J} = 2,55 \times 10^5 \text{ J}$.
Πραγματική ενέργεια $E_k = \frac{1}{2} mv^2 =$

$$\frac{1}{2} \times 1500 \times \left(\frac{30 \times 1000}{3600} \right)^2 = 0,52 \times 10^5 \text{ J}$$

Ποσοστό απωλεσθείσας ενέργειας =

$$\frac{2,55 - 0,52}{2,55} \times 100 = 80\%$$

(γ) $F_t l = \text{έργο εκτελεσθέν κατά της τριβής} =$
= ενέργεια η οποία χάνεται.

$$F_t \times 100 = (2,55 - 0,52) \times 10^5 \text{ N} = 2,0 \times 10^5 \text{ N}$$

Μοριακή κίνηση, εσωτερική ενέργεια και διατήρηση της ενέργειας

Επισκόπηση και Στόχοι

Αυτό το κεφάλαιο έχει δύο σκοπούς. Πρώτον, δίνει ένα σημαντικό κρίκο στην αλυσίδα του φαινομένου της διατηρήσεως της ενέργειας. Σε κάθε πείραμα όταν υπεισέρχονται μηχανικές αλληλεπιδράσεις, πάντοτε η κάθε μεταφορά ενέργειας συνοδεύεται από τη μετατροπή κάποιου ποσού μηχανικής ενέργειας σε εσωτερική ενέργεια. Ενώ το διδακτικό βιβλίο αναπτύσσει την έννοια της εσωτερικής ενέργειας, επιτυγχάνει και ένα δεύτερο εξίσου σημαντικό αντικειμενικό σκοπό: Παρέχει μια φυσική μετάβαση από τη μηχανική στην ατομική φύση της ύλης. Αυτό γίνεται συσχετίζοντας τη θερμοκρασία ενός αερίου ή στερεού με την κινητική ενέργεια των ατόμων που το αποτελούν. Σε αυτό το σημείο, η Νευτώνεια μηχανική είναι μόνο μερικώς επιτυχής, δεν είναι επιτυχής στις χαμηλές θερμοκρασίες. Το κεφάλαιο τελειώνει με συζήτηση της ειδικής θερμοτήτας, για την οποία τα δεδομένα βρίσκονται πιο εύκολα από ότι των μοριακών θερμοτήτων.

Κινηματογραφικές Ταινίες

Μηχανική και Θερμική Ενέργεια, του Jerrold R. Zacharias του Πανεπιστημίου: Τεχνολογικό Ινστιτούτο της Μασαχουσέτης (MIT). Το φιλμ δείχνει τη διατήρηση της ενέργειας μικροσκοπικά, συσχετίζοντας άτακτη κινητική ενέργεια των μορίων με τις μακροσκοπικά παρατηρούμενες ποσότητες. Με χρήση μοντέλων, αυτό το φιλμ δείχνει τη συσχέτιση μεταξύ ενέργειας λόγω μακροσκοπικής κινήσεως (κίνηση της ύλης ως συνόλου) και της θερμικής ενέργειας της άτακτης κινήσεως των δομικών λίθων της, πως η άτακτη κίνηση μπορεί να δώσει κατά μέσο όρο ένα "ομαλό" αποτέλεσμα και πού οφείλεται η θερμική αγωγιμότητα. Αυτό το φιλμ είναι καλύτερα να προοργανωματοποιηθεί με τις παραγράφους 9 - 6 μέχρι 9 - 8. Διάρκεια: 22 λεπτά.

Πώς συγκρίνονται μεταξύ τους οι θερμικές διαστολές των αερίων; Μικρό φιλμ του τύπου βρόγχου IPS, το οποίο δείχνει ένα πείραμα που συγκρίνει τους θερμικούς συντελεστές διαστολής για διάφορα αέρια. (Μπορεί να αγορασθεί από την Prentice - Hall Englewood Cliffs, NJ 07632).

Υποδείξεις για τη Διδασκαλία

Παράγραφοι 9 - 1 και 9 - 2

Πολλή από την περιγραφική ύλη αυτών των παραγράφων ίσως είναι γνωστή στους μαθητές από άλλα προηγούμενα σχετικά μαθήματα φυσικών επιστημών ή χημείας. Ρυθμίστε τη διδασκαλία σας ανάλογα με αυτήν την πιθανή γνώση. Όμως, η εμπειρία έχει δείξει ότι μερικοί μαθητές έχουν δυσκολία στην κατανόηση της αναπτύξεως του γενικού νόμου της παραγράφου 9 - 3. Για αυτούς είναι ανάγκη πρώτα να καταλάβουν ότι η σταθερά a στη σχέση $V = aT$ εξαρτάται από την πίεση και ότι η σταθερά b στη σχέση $PV = b$ εξαρτάται από τη θερμοκρασία. Η προσεκτική μελέτη όλων των γραφικών παραστάσεων αυτών των παραγράφων θα δώσει τις βάσεις για το ξεκαθάρισμα αυτών των σημείων.

Παρόλο που η διάταξη που χρησιμοποιήθηκε για να ληφθούν τα πειραματικά δεδομένα αυτών των παραγράφων, είναι απλή, η χρησιμοποίησή της απαιτεί πολύ προσοχή· τριβές ή κάποια διαρροή μπορούν να “χαλάσουν” τα αποτελέσματα. Αυτό είναι αλήθεια, ιδιαίτερα όταν χρησιμοποιείται η διάταξη του σχ. 9 - 1 για να ληφθούν τα δεδομένα του Πίνακα 1. Αν επιθυμείτε να συνοδεύσετε τη μελέτη με επιδείξεις, σας συστήνουμε να περιορίσετε την κάθε επίδειξη σε δύο θερμοκρασίες, μια κοντά στο σημείο βρασμού του νερού και μια κοντά στο σημείο πήξεως του νερού. Αυτό έγινε κατά τη λήψη των πειραματικών δεδομένων του Πίνακα 2.

Για αυτές τις επιδείξεις μπορεί να βρει κανείς μια μορφή διατάξεως, όπου χρησιμοποιείται κτηνιατρική σύριγγα η οποία βρίσκεται από εμπορικούς οίκους επιστημονικών οργάνων. Αυτή η διάταξη μπορεί να μετατραπεί εύκολα για τις επιδείξεις.

Αν θέλετε να δείξετε την επίδραση της αυξήσεως της πίεσεως, σας χρειάζονται γεροί και σταθεροί σφιγκτήρες. Στην κάθε μία από τις δύο θερμοκρασίες, σηκώστε το έμβολο και αφήστε το να “καθίσει” σε κάποια τελική θέση. Διαβάστε την ένδειξη για τον όγκο. Στη συνέχεια πιέστε το έμβολο προς τα κάτω και αφήστε το να “σηκωθεί” σε κάποια τελική θέση. Διαβάστε τον όγκο. Η μέση τιμή αυτών των δύο ενδείξεων δίνει μια ικανοποιητικά ακριβή τιμή για τον όγκο του αερίου.

Για να επιδείξετε τη διαδικασία λήψεως των δεδομένων για τους Πίνακες 3 και 4, τοποθετήστε τα ίδια βάρη, ένα ένα κάθε φορά, αφήνοντας το έμβολο να ισορροπήσει χωρίς να το ακουμπάτε. Πάρτε την ένδειξη για τον όγκο που αντιστοιχεί στο κάθε ένα βάρος. Αφού έχει τοποθετηθεί το τελικό βάρος και έχει ληφθεί η ένδειξη για τον όγκο, πιέστε το έμβολο κάτω από αυτό το σημείο και αφήστε το να σηκωθεί και να φθάσει σε κάποια τελική θέση. Αφαιρέστε τα βάρη ένα ένα, διαβάζοντας την ένδειξη για τον όγκο που αντιστοιχεί στο κάθε βάρος. Χρησιμοποιήστε το μέσο όρο του όγκου για το γράφημα του V ή του $1/V$ ως προς P .

Μερικοί διδάσκοντες χρησιμοποιούν μια σχετικά σύντομη επίδειξη για να δείξουν την επίδραση της θερμοκρασίας στον όγκο υπό ατμοσφαιρική πίεση. Χρησιμοποιούν μια φιάλη, η οποία έχει πώμα

με μια τρύπα όπου έχει τοποθετηθεί ένας γυάλινος σωλήνας μικρού μήκους. Η φιάλη βυθίζεται μέχρι το λαιμό, μέσα σε νερό που βράζει. Μετά από μερικά λεπτά, διαβάξει κανείς τη θερμοκρασία του βράζοντος νερού. Τότε, με το ένα δάκτυλο κλείνει το άκρο του σωλήνα για να εμποδισθεί η είσοδος αέρα και η φιάλη βυθίζεται με το λαιμό προς τα κάτω σε ένα λουτρό πάγου και νερού. Το άκρο του σωλήνα αφήνεται ανοικτό. Καθώς το αέριο ψύχεται, εισέρχεται νερό μέσα στη φιάλη. Μετά από μερικά λεπτά, διαβάξει κανείς τη θερμοκρασία του λουτρού νερού - πάγου και απομακρύνεται η φιάλη, αφού τοποθετηθεί ξανά το δάκτυλο στο άκρο του γυάλινου σωλήνα. Μετριέται ο όγκος του νερού που εισήλθε στη φιάλη και στη συνέχεια μετριέται ο όγκος όλης της φιάλης.

Σε όλες αυτές τις επιδείξεις, πρέπει να επαναληφθεί η διαδικασία με διαφορετικό αέριο. Τα αέρια που χρησιμοποιούνται πρέπει να έχουν σημεία (θερμοκρασίες) βρασμού πολύ πιο κάτω από 0°C . Τα αέρια και τα δοχεία που τα περιέχουν πρέπει να είναι ξηρά (στεγνά). Οποιοδήποτε αέριο, το οποίο παράγεται για αυτό το πείραμα με κάποια συνηθισμένη διαδικασία, όπως για παράδειγμα με την προσθήκη ψευδαργύρου σε υδροχλωρικό οξύ, πρέπει να ξηρανθεί διαβιβαζόμενο δια μέσου αφυδατικού μέσου. Αν υπάρχει υγρασία τότε τα αποτελέσματα δεν θα είναι αξιόπιστα.

Παράγραφος 9 - 3

Το περιεχόμενο αυτής της παραγράφου είναι σημαντικό και πρέπει να συζητηθεί λεπτομερειακά. Στο τέλος, βάλτε ένα μαθητή να εξηγήσει γιατί η σταθερά του Boltzmann έχει μονάδες ενέργειας ανά μόριο $\cdot \text{kelvin}$.

Παράγραφοι 9 - 4 και 9 - 5

Παρόλο που το κάθε ένα βήμα χωριστά της εξαγωγής της σχέσεως μεταξύ της πίεσεως αερίου και της μέσης κινητικής ενέργειας των μορίων του είναι απλό, ο αριθμός των βημάτων που υπεισέρχονται, κάνει την εξαγωγή πολύ δύσκολη. Ενθαρρύνετε τους μαθητές να γράψουν το φυσικό νόημα της κάθε εξισώσεως και στη συνέχεια τη μαθηματική έκφραση. Για παράδειγμα:

Μεταβολή της ταχύτητας όταν μόριο χτυπά το τοίχωμα: $\Delta \vec{v} = -2\vec{v}$
 μεταβολή της ορμής n μορίων που χτυπούν το τοίχωμα: $\Delta \vec{p} = 2nm\vec{v}$
 Η απόσταση από την οποία ένα μόριο μπορεί να φθάσει το τοίχωμα σε χρόνο Δt : $v\Delta t$.

Ο αριθμός των μορίων στον όγκο με εμβαδόν επιφάνειας A και ύψος που αντιστοιχεί στον παραπάνω χρόνο:

$$\frac{N}{V} v \Delta t A, \text{ κτλ.}$$

Η υπόθεση που γίνεται για απλοποίηση ότι όλα τα μόρια κινούνται κατά μήκος των τριών αξόνων με ταχύτητες ιδίων μέτρων ίσως καταπλήξει μερικούς μαθητές. Αν έχετε τέτοιους μαθητές, διδάξτε τους λεπτομερειακά την παράγραφο 9 - 5. Αν έχετε λιγότερο σκεπτικιστές μαθητές, οι οποίοι θα σας πιστέψουν στο ότι αυτές οι υποθέσεις δεν επηρεάζουν τα αποτελέσματα πέραν της μεταβολής του v^2 σε $\bar{v}^2$, είναι καλύτερα να δαπανήσετε περισσότερο χρόνο

στην παράγραφο 9 - 4 και να παρακάμψετε την παράγραφο 9 - 5.

Παράγραφος 9 - 6

Παρόλο που η παράγραφος είναι μικρή, αναφέρεται σε ένα πολύ μεγάλο επίτευγμα της φυσικής και πρέπει να διδαχθεί λεπτομερειακά με προσοχή.

Για να εστιάσουμε στη συσχέτιση μεταξύ θερμοκρασίας και μέσης κινητικής ενέργειας ανά άτομο χρησιμοποιούμε από τη μικροσκοπική πλευρά την έννοια της γραμμομοριακής θερμότητας και όχι την ειδική θερμότητα.

Παράγραφος 9 - 7

Δύο ερωτήσεις που συνήθως γίνονται από μαθητές είναι: (1) Πώς εξηγεί κανείς το γεγονός ότι οι ειδικές και οι γραμμομοριακές θερμότητες διατομικών αερίων, είναι μεγαλύτερες κατά παράγοντα $\frac{5}{3}$ (περίπου) από ότι είναι το αντίστοιχο μέγεθος για μονατομικά αέρια; (2) Γιατί η περιστροφή των μορίων περί τον άξονά τους είναι σημαντική για διατομικά ή πολυατομικά μόρια και όχι για μονατομικά (δηλαδή για άτομα);

Οι απαντήσεις και στις δύο ερωτήσεις σχετίζονται μεταξύ τους και είναι πέραν των σκοπών αυτού του βιβλίου και του αντίστοιχου μαθήματος. Για το σκοπό μας είναι αρκετό να σημειώσουμε ότι σε θερμοκρασία δωματίου οι γραμμομοριακές θερμότητες των αερίων εξαρτώνται κυρίως από τον αριθμό των ατόμων του μορίου και με καλή προσέγγιση δεν εξαρτώνται από τη μάζα του κάθε ενός ατόμου του μορίου.

Παράγραφος 9 - 8

Συγκεντρώστε την προσοχή στον Πίνακα 7. Αυτή η παράγραφος έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τάξεις, οι οποίες θα μελετήσουν και τα τελευταία κεφάλαια του διδακτικού βιβλίου. Για πρώτη φορά γίνεται εδώ αναφορά στα όρια ισχύος της Νευτώνειας μηχανικής.

Παράγραφος 9 - 9

Για τον υπολογισμό μεταβολών εσωτερικής ενέργειας ουσιών, είναι μερικές φορές πιο βολικό να αρχίζει κανείς με την ειδική θερμότητα της ουσίας και όχι με τη γραμμομοριακή θερμότητά της. Η ειδική θερμότητα θα χρησιμοποιηθεί στο Πείραμα 19, Ηλεκτρικό Έργο και Μεταβολές Εσωτερικής Ενέργειας.

Στην Παράγραφο 9 - 6 περιορίσαμε τη συζήτηση για τη γραμμομοριακή θερμότητα αερίων στην περίπτωση υπό σταθερό όγκο. Επανερχόμαστε για λίγο με το σκοπό να εξετάσουμε τι γίνεται όταν αέριο εκτονώνεται υπό σταθερή πίεση. Όπως υποδεικνύεται στο πρόβλημα 38 ΣΤΕ, η μελέτη ειδικών θερμοτήτων αερίων αφ' ενός υπό σταθερή πίεση και αφ' ετέρου υπό σταθερό όγκο μπορούν να δώσουν κάποιες πληροφορίες για τη δομή του μορίου.

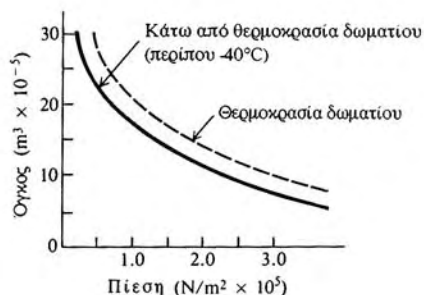
Κατάταξη των Προβλημάτων Παραγράφων και ΣΤΕ

Παράγραφος	Εύκολα	Μέτρια	Δύσκολα
9 - 1	1, 2, 3	4	
9 - 2	5, 7	6	
9 - 3	8, 11	9, 10	
9 - 4, 9 - 5	12, 13, 14, 15, 16		
9 - 6	17, 18, 19		
9 - 7	20, 21	22	
9 - 8	23, 24		
9 - 9	26, 27	25	
ΣΤΕ		29, 30, 32, 33, 34, 37, 38	28, 31, 35, 36

Απαντήσεις στα Προβλήματα

(Περιεχόμενο προβλημάτων όπως στο βιβλίο διδασκαλίας)

- Αφού $V = \alpha T$, $V_1/T_1 = V_2/T_2 = \alpha$. Επομένως $T_2 = T_1 (V_2/V_1)$, και $T_2 = 293 \times 2 = 147 \text{ K} = -126^\circ \text{C}$.
- Από την απάντηση στο πρόβλημα 1, έχετε, $T_2 = T_1 (V_2/V_1)$. Επομένως $T_2 = 293 \times 2 = 586 \text{ K} = 313^\circ \text{C}$.
- Όχι. Μπορεί κανείς να αυξήσει την πίεση τοποθετώντας ένα βάρος πάνω από το έμβολο. Το έμβολο θα ανυψώνεται καθώς θερμαίνεται το αέριο, αλλά η νέα ολική πίεση δεν θα μεταβάλλεται. Όπως δείχνεται στο σχ. 9 - 5, ο όγκος θα είναι και πάλι ανάλογος προς τη θερμοκρασία σε kelvin και πάλι θα ισχύει η σχέση $V_1/T_1 = V_2/T_2$.
- Αφού το μπαλόνι φτάσει στην τελική του μορφή δεν γίνονται άλλες μεταβολές στον όγκο του. Καθώς θερμαίνεται ο αέρας που βρίσκεται στο εσωτερικό του, μέρος από αυτόν διαφεύγει από το άνοιγμα στο κάτω μέρος του μπαλονιού. Έτσι η μάζα του θερμανθέντος αέρα του εσωτερικού του μπαλονιού είναι λιγότερη από τη μάζα αέρα στο εξωτερικό του μπαλονιού που έχει τον ίδιο όγκο με το μπαλόνι. Αφού η πυκνότητα μιας ουσίας είναι ίση με τη μάζα της ανά μονάδα όγκου (πυκνότητα = μάζα διά όγκου), η πυκνότητα του αέρα μέσα στο μπαλόνι είναι μικρότερη από την πυκνότητα του περιβάλλοντος αέρα.
- Η πίεση της ατμόσφαιρας πολλαπλασιασμένη επί το εμβαδόν της επιφάνειας του άκρου του εμβόλου.
- Βλέπε σχ. Β9 - 1. Θεωρήστε οποιοδήποτε σημείο του γραφήματος του σχ. 9 - 7. Σύμφωνα με την παράγραφο 9 - 1 ισχύει, $V = \alpha T$ όταν δε μεταβάλλεται η πίεση. Επομένως όταν η P δε μεταβάλλεται, ο όγκος V πρέπει να ελαττώνεται καθώς η θερμοκρασία T ελαττώνεται. Σε θερμοκρασία κάτω από τη θερμοκρασία δωματίου, κάθε σημείο του νέου γραφήματος πρέπει να είναι κάτω από το γράφημα του σχ. 9 - 7. Τα αντίστοιχα σημεία των δύο γραφη-



Σχήμα Β9-1

μάτων πλησιάζουν καθώς αυξάνεται η πίεση.

7. Θεωρήσετε για παράδειγμα όγκους $19,7 \times 10^{-5} \text{ m}^3$ και $12,1 \times 10^{-5} \text{ m}^3$ από τα δεδομένα για προπάνιο. Οι αντίστοιχες πιέσεις είναι $10,7 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ και $2,47 \times 10^5 \text{ N/m}^2$. Σε κάθε μια από τις πιέσεις του πίνακα πρέπει να προστεθεί η ατμοσφαιρική πίεση οπότε οι ολικές πιέσεις είναι $2,08 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ και $3,48 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ αντίστοιχα.

$$V_1/V_2 = (19,7 \times 10^{-5} \text{ m}^3) / (12,1 \times 10^{-5} \text{ m}^3) = 1,63.$$

$$1/(P_1/P_2) = P_2/P_1 = (3,48 \times 10^5 \text{ N/m}^2) / (2,08 \times 10^5 \text{ N/m}^2) = 1,67.$$

Ο λόγος μεταξύ των δύο όγκων και το αντίστροφο του λόγου μεταξύ των αντιστοιχών ολικών πιέσεων είναι ίσοι μέσα στα όρια ακριβείας του πειράματος.

8. Ο νόμος των ιδανικών αερίων είναι $P = kT(N/V)$. Αφού τα V και N δε μεταβάλλονται, μπορούμε να γράψουμε $P_2/P_1 = T_2/T_1$ και $P_2 = P_1(T_2/T_1)$. Επομένως $\Delta P = P_2 - P_1 = P_1 [(T_2/T_1) - 1]$. Άρα
- $$\Delta P = (3 \times 10^5 \text{ N/m}^2) [(373 \text{ K}/293 \text{ K}) - 1]$$
- $$= (3 \times 10^5)(0,27) \text{ N/m}^2$$
- $$= 0,81 \times 10^5 \text{ N/m}^2.$$

9. (α) Πυκνότητα = μάζα/όγκος = $(0,78)/(411 \text{ cm}^3) = 1,90 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$.

(β) Αφού $V_2 = V_1 (T_2/T_1)$. Έχουμε για τον V στους 0° ότι

$$V = (411 \text{ cm}^3) \times (273/293) = 383 \text{ cm}^3.$$

$$\text{Πυκνότητα (υπό κανονικές συνθήκες)} = (0,78 \text{ g})/(383 \text{ cm}^3) = 2,04 \times 10^{-3} \text{ g/m}^3.$$

10. Αφού $P = kT(N/V)$ έχουμε ότι $P_2 V_2 / T_2 = P_1 V_1 / T_1$ οπότε $0,9 V_2 / 303 = 1 \times (2,0/29,3)$, άρα

$$V_2 = 2,0 \times (1/0,9) \times (303/293) = 2,3 \text{ m}^3.$$

Αφού ο όγκος του δοχείου παραμένει ίδιος με $2,0 \text{ m}^3$, το κλάσμα του όγκου του αέρα που φεύγει από το δοχείο είναι $\frac{2,3 - 2,0}{2,0} = 0,3 / 2,0 = 0,15$.

11. Από τον πίνακα 5 έχουμε ότι, ένα λίτρο αερίου στους 273 K και υπό ατμοσφαιρική πίεση περιέχει $2,68 \times 10^{22}$ μόρια. Τότε η μάζα του μορίου του προπανίου είναι

ίση με τη μάζα ενός λίτρου προπανίου διαιρεμένη δια $2,68 \times 10^{22}$.

Μάζα ενός μορίου προπανίου =

$$\frac{2,02 \times 10^{-3}}{2,68 \times 10^{22}} = 7,5 \times 10^{-26} \text{ kg}.$$

12. Η ώθηση που δίνεται στο τοίχωμα προκύπτει από τη διατήρηση της ορμής ότι είναι ίση με $2mv$.

13. Αφού $P = \frac{1}{3} m \bar{v}^2 \left(\frac{N}{V} \right)$,

(α) Ο διπλασιασμός της μέσης ταχύτητας πολλαπλασιάζει την πίεση επί τέσσερα.

(β) Ο διπλασιασμός του αριθμού των μορίων διπλασιάζει την πίεση.

14. Περιμένει κανείς ότι η πίεση θα "πέφτει" με βραδύτερο ρυθμό αν υπήρχε οξυγόνο στο δοχείο αντί για ήλιο. Για την ίδια θερμοκρασία αφού τα άτομα του ήλιου έχουν μικρότερη μάζα, θα έχουν μεγαλύτερες ταχύτητες και επομένως θα εξέρχονται από την οπή με γρηγορότερο ρυθμό.

15. Από τη σχέση $P = \frac{1}{3} m \bar{v}^2 \left(\frac{N}{V} \right)$

$$\text{προκύπτει ότι } \frac{P_2}{P_1} = \frac{\bar{v}_2^2}{\bar{v}_1^2}$$

$$\text{άρα } \sqrt{\frac{\bar{v}_2^2}{\bar{v}_1^2}} = \frac{\bar{v}_2}{\bar{v}_1} = \sqrt{\frac{P_2}{P_1}} *$$

$$\text{Αφού } \frac{P_2}{P_1} = 0,64, \text{ έχουμε } \bar{v}_2 = 0,8 \bar{v}_1$$

16. Μηδέν, αν δεν κινείται το δοχείο.

17. Για ίδιες θερμοκρασίες

$$m_{\text{He}} \bar{v}_{\text{He}}^2 = m_{\text{Ne}} \bar{v}_{\text{Ne}}^2$$

Άρα

$$\sqrt{\frac{\bar{v}_{\text{He}}^2}{\bar{v}_{\text{Ne}}^2}} = \frac{\bar{v}_{\text{He}}}{\bar{v}_{\text{Ne}}} = \sqrt{\frac{5}{1}} = 2,24.$$

(Για το συμβολισμό $\bar{v}$ βλέπε πρόβλημα 15).

18. Η ολική κινητική ενέργεια του δείγματος του αερίου είναι N (ολικός αριθμός μορίων) επί E_K (μέση κινητική ενέργεια ανά

* Σ.Μ. (Συμβολίσαμε το $\sqrt{\bar{v}^2}$ που είναι η τετραγωνική ρίζα της μέσης τιμής των τετραγώνων της ταχύτητας και συνήθως παριστάνεται με v_{rms} με το $\bar{v}$ που δεν πρέπει να θεωρηθεί ότι είναι αυτό που "δείχνει", δηλαδή η μέση τιμή των μέτρων της ταχύτητας).

μόριο). Από τη σχέση $P = \frac{2}{3} E_K \frac{N}{V}$, προκύπτει ότι το γινόμενο NE_K είναι ανάλογο του PV .

19. Αφού $E_K = (\frac{3}{2}) kT$ και $E'_K = (\frac{3}{2}) kT'$
έπεται ότι, $\Delta E_K = (\frac{3}{2}) k (T' - T) = (\frac{3}{2})$
 $(1,38 \times 10^{-23})(75) \text{ J} = 1,55 \times 10^{-21} \text{ J}$.

20. (α) $2,07 \times 10^{-23} \text{ J}$, γιατί $E_K = (\frac{3}{2}) kT$.

(β) Όχι. Η θερμοκρασία του αερίου καθορίζεται από τη μέση κινητική ενέργεια της κίνησης του κέντρου μάζας των μορίων ανεξάρτητα από το πόσο πολύπλοκα είναι τα μόρια.

21. Για να αυξηθεί η θερμοκρασία ενός γραμμομορίου αζώτου κατά 1 K χρειάζονται $\frac{5}{3}$ της ενέργειας που απαιτούνται για να αυξηθεί η θερμοκρασία ενός γραμμομορίου ηλίου κατά 1 K .

$$C_N = 12,5 \times \frac{5}{3} = 20,8 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

22. Η ειδική μοριακή θερμότητα ενός τριατομικού αερίου είναι μεγαλύτερη από αυτήν ενός διατομικού αερίου. Με την αύξηση της πολυπλοκότητας του μορίου, προσφέρονται περισσότεροι τρόποι με τους οποίους μπορεί το μόριο να αποθηκεύσει ενέργεια περιστροφής. Άρα περισσότερο ποσοστό της ενέργειας που του προσφέρεται αποθηκεύεται στις “εσωτερικές” κινήσεις του μορίου και έτσι παραμένει ένα μικρότερο ποσοστό για να αυξήσει την κινητική ενέργεια λόγω κίνησης του κέντρου μάζας. Σαν αποτέλεσμα, χρειάζονται μεγαλύτερα ποσά ενέργειας για να προκαλέσουν αύξηση θερμοκρασίας κατά 1 K ενός γραμμομορίου τριατομικού αερίου. (Σημείωση: εμφανίζεται μια ακόμη πολυπλοκότητα λόγω του ότι δύο δέσμες μεταξύ τους άτομα μπορούν να ταλαντώνονται κατά μήκος του άξονα που τα ενώνει και έτσι η εσωτερική αποθηκευμένη ενέργεια στο μόριο είναι ακόμη μεγαλύτερη. Για λόγους που δεν μπορεί να εξηγήσει η Νευτώνεια μηχανική, αυτός ο μηχανισμός αποθηκεύσεως ενέργειας δεν ενεργοποιείται σε συνήθεις θερμοκρασίες που είναι σχετικά χαμηλές γι' αυτό το σκοπό).

23. Η μοριακή θερμότητα του δείγματος θείου χαλκού πρέπει να είναι περίπου $24 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$.

Δεν χρειάζεται να ξέρετε τις αναλογίες των ατόμων χαλκού και θείου στο θειούχο χαλκό. Οι μοριακές θερμότητες αυτών των υλικών είναι σχεδόν ίδιες για όλα τα υλικά. (Η πραγματική μοριακή θερμότητα είναι κάπως μεγαλύτερη – γύρω στα $30 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$).

24. Η μοριακή θερμότητα πρέπει να είναι μεταξύ 24 και $25 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$.

(Η πραγματική τιμή της είναι $25 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$).

$$25. c = \frac{C}{N_0 M} = \frac{25}{6,02 \times 10^{23} \times 9,3 \times 10^{-26}} \\ = \frac{447 \text{ J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} = 0,45 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ \text{C}}$$

(Αυτή η τιμή πλησιάζει την παρατηρούμενη τιμή της ειδικής θερμότητας του σιδήρου).

26. Από τον ορισμό της ειδικής θερμότητας έχουμε, $\Delta E = mc \Delta T$. Αφού τα m και ΔT είναι τα ίδια για τα δύο σώματα έχουμε ότι $\Delta E_{\text{Al}}/\Delta E_{\text{pb}} = 0,90/0,13 = 6,9$. Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του τεμαχίου αυτού είναι σχεδόν επτά φορές η μεταβολή του τεμαχίου από μόλυβδο.

27. (α) Ενέργεια $= m c_v \Delta T = 25 \times 0,316 \times 30 \text{ J} = 237 \text{ J}$

$$(β) \text{ Ενέργεια} = m c_p \Delta T = 25 \times 0,525 \times 30 \text{ J} = 394 \text{ J}.$$

Απαντήσεις στα Προβλήματα ΣΤΕ

28. (α) Η δύναμη ισούται με το γινόμενο της μεταβολής της ορμής του βλήματος επί τον αριθμό των βλημάτων ανά δευτερόλεπτο (400 βλήματα ανά λεπτό $= 6,67$ βλήματα ανά δευτερόλεπτο).

$$F = 6,67 \Delta p = 6,67 m \Delta v = 6,67 \times 10^{-2} \times 800 \text{ N} = 53,4 \text{ N}.$$

- (β) Σε ένα λεπτό 400 βλήματα χτυπούν τον τοίχο· το καθένα έχει $E_K = \frac{1}{2} mv^2 = 3.200 \text{ joule}$. Επομένως, η ολική κινητική ενέργεια είναι $400 \times 3.200 \text{ joule} = 1,28 \times 10^6 \text{ joule}$.

- (γ) Αφού το κάθε βλήμα κινείται με ταχύτητα 800 m/s , μπορεί να διανύσει 800 m σε ένα δευτερόλεπτο. Επομένως, τα $6,67$ βλήματα τα οποία ρίπτονται σε ένα δευτερόλεπτο θα κατανέμονται σε ένα διάστημα 800 m και ο αριθμός των βλημάτων ανά μέτρο

πρέπει να ισούται με $\frac{6,67}{800} = 8,34 \times 10^{-3}$ βλήματα ανά μέτρο.

Αφού το κάθε βλήμα έχει κινητική ενέργεια ίση με 3.200 J, η κινητική ενέργεια ανά μέτρο του “πίδακα” (ροής των βλημάτων) είναι 53,4 J/m = 53,4 N, αφού $1 \text{ N} \cdot \text{m} = 1 \text{ joule}$. Αυτό εξηγεί τη σχέση

$$F = mv^2 A \frac{N}{V}.$$

Όπως βρήκαμε στο μέρος (α), $F = 53,4 \text{ N}$. Το δεξιό μέλος της εξίσωσης μπορεί να γραφεί ως

$$mv^2 A \frac{N}{V} = (mv^2) \frac{NA}{LA} = 2 \left(\frac{1}{2} mv^2 \right) \frac{N}{L},$$

όπου L είναι το μήκος του “δρόμου” όπου βρίσκονται N βλήματα. Η έκφραση αυτή παριστάνει το διπλάσιο της κινητικής ενέργειας ανά μέτρο “ροής”.

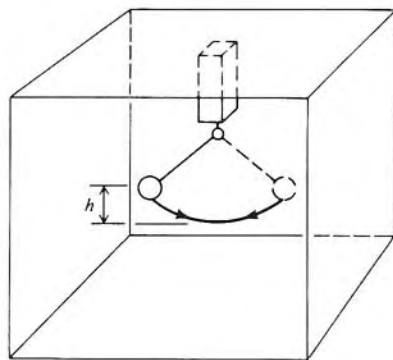
29. Όχι. Τα μόρια των τοιχωμάτων ταλαντεύονται με μια μέση κινητική ενέργεια που σχετίζεται με τη θερμοκρασία των τοιχωμάτων. Αν η θερμοκρασία του αερίου είναι μικρότερη από τη θερμοκρασία των τοιχωμάτων, τα μόρια του αερίου θα ανακρούουν λόγω συγκρούσεων με τα μόρια των τοιχωμάτων με περισσότερη, κατά μέσο όρο, κινητική ενέργεια από όση είχαν κατά την πρόσπτωσή τους επί των τοιχωμάτων· αυτό θα ισοφαρισθεί από απώλεια κινητικής ενέργειας, κατά μέσο όρο, των μορίων των τοιχωμάτων. Αν η θερμοκρασία του αερίου είναι μεγαλύτερη από τη θερμοκρασία των τοιχωμάτων, από τα μόρια του αερίου θα μεταφερθεί μέρος της κινητικής τους ενέργειας στα μόρια των τοιχωμάτων και έτσι θα ανακρούονται με μικρότερη κινητική ενέργεια, κατά μέσο όρο, από αυτή που είχαν κατά την πρόσπτωσή τους επί των τοιχωμάτων.

30. (α) Ενέργεια που χάνει το εκκρεμές = mgh . Ενέργεια που λαμβάνει το ήλιο = (αριθμός γραμμομορίων) $\times CT$.

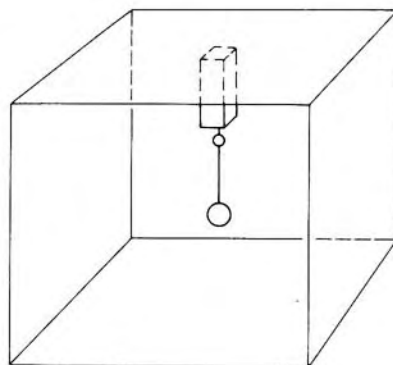
Άρα

$$\begin{aligned} \Delta T &= \frac{mgh}{(\text{αριθμός γραμμομορίων}) C} \\ &= \frac{3,0 \times 9,8 \times 0,20}{0,5 \times 12,5} = 0,94 \text{ K}. \end{aligned}$$

- (β) Μέρος της ενέργειας η οποία αρχικά είναι “αποθηκευμένη” στο εκκρεμές όταν βρίσκεται στην ακρότατη θέση του μετατοπισμένο από τη θέση ισορροπίας του, δαπανάται για να αυξηθεί η εσωτερική ενέργεια των τοιχωμάτων του δοχείου και του ίδιου του εκκρεμούς. Έτσι μένει μόνο μέρος της ενέργειας η οποία θα συντελέσει στην αύξηση της θερμοκρασίας του αερίου.



(α)



(β)

Σχήμα Α

31. (α) Ο αριθμός των μορίων ενός δείγματος μιας ουσίας ισούται με τη μάζα του δείγματος δια της μάζας ενός μορίου: $N = \frac{M}{m}$. Άρα μπορούμε να ξαναγράψουμε την έκφραση $P = \frac{1}{3} mv^2$. $\left(\frac{N}{V} \right)$ στη μορφή: $P = \frac{1}{3} v^2 \frac{M}{V}$. Λύνοντας ως προς v βρίσκουμε,

$$v = \sqrt{\frac{3PV}{M}}$$

$$= \left(\frac{3 \times 1,02 \times 10^5 \times 2,4 \times 10^{-2}}{3,2 \times 10^{-2}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \underline{4,8 \times 10^2 \text{ m/s}}$$

- (β) Στην ίδια θερμοκρασία, η μέση κινητική ενέργεια λόγω της κινήσεως του κέντρου μάζας των μορίων του υδρογόνου είναι ίση με αυτήν των μορίων οξυγόνου.

$$\frac{1}{2} m_{\text{H}} v_{\text{H}}^2 = \frac{1}{2} m_{\text{O}} v_{\text{O}}^2$$

Χρησιμοποιώντας δεδομένα από τον πίνακα 5 βρίσκουμε,

$$v_{\text{H}} = v_{\text{O}} \sqrt{\frac{m_{\text{O}}}{m_{\text{H}}}}$$

$$= 4,8 \times 10^2 \sqrt{\frac{53,2 \times 10^{-27}}{3,35 \times 10^{-27}}}$$

$$= 1,9 \times 10^3 \text{ m/s}$$

- (γ) Από το μέρος (β) και μέρος (α) έχουμε,

$$v_{\text{N}} = v_{\text{O}} \sqrt{\frac{m_{\text{O}}}{m_{\text{H}}}}$$

$$= 4,8 \times 10^2 \sqrt{\frac{53,2 \times 10^{-27}}{46,6 \times 10^{-27}}} \text{ m/s}$$

$$= \underline{5,1 \times 10^2 \text{ m/s.}}$$

Με προσέγγιση 10%, οι μέσες τιμές για τα μέτρα των ταχυτήτων (ακριβέστερα οι v_{rms} , βλέπε πρόβλημα 15) είναι ίσες για τα μόρια του οξυγόνου και του αζώτου.

- (δ) $\underline{4,8 \times 10^2 \text{ m/s.}}$

Χωρίς μεταβολή θερμοκρασίας, ο διπλασιασμός της πίεσεως δεν επηρεάζει τις ταχύτητες των μορίων του αερίου.

32. (α) Η θερμοκρασία είναι ένα μέτρο μόνο της μέσης κινητικής ενέργειας που οφείλεται στην κίνηση του κέντρου μάζας των μορίων. Αριθμητικά έχουμε,
- $$E_{\text{K}} = \frac{3}{2} kT$$
- $$= \frac{3}{2} (1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}) \times (300 \text{ K})$$
- $$= \underline{6,21 \times 10^{-21} \text{ J.}}$$

- (β) Από την παράγραφο 9 - 6 ξέραμε ότι η μοριακή θερμότητα μονατομικού αερίου είναι $12,5 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$. Άρα η

απαιτούμενη ενέργεια για αυτό το αέριο είναι

$$\left(\frac{5}{3}\right) \times 12,5 \text{ J} = \underline{20,8 \text{ J.}}$$

33. (α) Αφού η μέση κινητική ενέργεια ανά μόριο είναι $\frac{3}{2} kT$ και αφού για μονατομικό αέριο όλη η ενέργεια που του προσφέρεται εμφανίζεται ως κινητική ενέργεια (μεταφορές) των μορίων του, τότε η ενέργεια που προσφέρεται είναι

$$2,68 \times 10^{22} \times \frac{3}{2} \times 1,38 \times 10^{-23} \times 1 \quad \text{ή}$$

$$\underline{0,55 \text{ J.}}$$

- (β) Για το διατομικό αέριο άζωτο, μόνο $\frac{3}{5}$ της προσφερόμενης σε αυτό ενέργειας εμφανίζεται ως κινητική ενέργεια λόγω της κινήσεως των κέντρων μάζας των μορίων του. Επομένως, πρέπει να προσφερθεί ενέργεια στο άζωτο ίση με $\frac{5}{3}$ της ενέργειας που προσφέρεται στο ήλιο, δηλαδή $\underline{0,92 \text{ J.}}$

34. Εξ ορισμού $P = \frac{F}{A}$. Άρα $F = PA$ και το έργο που εκτελέσθηκε είναι $F \Delta x = PA \Delta x$. Η μεταβολή όγκου του αερίου ισούται προς το γινόμενο του εμβαδού επιφανείας της διατομής του εμβόλου επί την απόσταση κατά την οποία μετακινείται το έμβολο, δηλαδή $\Delta V = A \Delta x$. Επομένως $PA \Delta x = P \Delta V$ και $F \Delta x = P \Delta V$.

35. (α) Από το νόμο των ιδανικών αερίων έχουμε, $PV' = kN_0 T'$. Επίσης $PV = kN_0 T$. Αφαιρώντας κατά μέλη βρίσκουμε, $P(V' - V) = kN_0 (T' - T)$. Άρα $\underline{P \Delta V = kN_0 \Delta T.}$

- (β) Ισχύει για το έργο $P \Delta V = kN_0 \Delta T$.

- (γ) Έχετε μάθει ότι $C_p = C_v + P \Delta V$. Από το μέρος (β), $P \Delta V = kN_0 \Delta T$. Εδώ $\Delta T = 1 \text{ K}$. Από την παράγραφο 9 - 6, $C_v = \left(\frac{3}{2}\right) kN_0$. Άρα $\underline{C_p = \left(\frac{3}{2}\right) kN_0 + kN_0 = \left(\frac{5}{2}\right) kN_0.}$

- (δ) Από την παράγραφο 9 - 6 και από το μέρος (γ) βρίσκουμε,
- $$C_p / C_v = \left(\frac{5}{2}\right) kN_0 / \left(\frac{3}{2}\right) kN_0 = \frac{5}{3}$$

Επομένως $c_p = \left(\frac{5}{3}\right) (12,5) = \underline{20,8 \text{ J/mol} \cdot \text{K.}}$

- (ε) Αυτή η τιμή συμφωνεί καλά με τις παρατηρούμενες τιμές που δίνονται στον πίνακα 8.

36. (α) Από την παράγραφο 9 - 7 το c_v για το άζωτο $= (\frac{5}{2})(\frac{2}{2}) kN_0$ άρα $c_v = (\frac{5}{2}) \times 12,5 = 20,8 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$. Το c_p επομένως για το άζωτο πρέπει να ισούται με $(\frac{7}{2})(\frac{2}{2}) kN_0 = kN_0 = (\frac{7}{2}) kN_0$.

Άρα

$$C_p / C_v = (\frac{7}{2}) kN_0 / (\frac{5}{2}) kN_0.$$

$$\begin{aligned} \text{Έτσι } C_p &= (\frac{7}{5}) C_v = (\frac{7}{5}) \times 20,8 \\ &= 29,1 \text{ J/mol} \cdot \text{K} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\beta) \quad c_p &= C_p / N_0 M \\ &= 29,1 / (6,02 \times 10^{23} \times 4,65 \times 10^{-26}) = \\ &= 1040 \text{ J/kg} \cdot \text{K} = 1,04 \text{ J/g} \cdot ^\circ\text{C}. \\ c_v &= C_v / N_0 M \\ &= 20,8 / (6,02 \times 10^{23} \times 4,65 \times 10^{-26}) = \\ &= 743 \text{ J/kg} \cdot \text{K} = 0,743 \text{ J/g} \cdot ^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

- (γ) Οι τιμές που υπολογίσθηκαν για τα C_p , c_p για το άζωτο είναι πολύ κοντά στις παρατηρούμενες τιμές που δίνονται στον πίνακα 8.

37. (α)

Αέριο	$C_p - C_v$ σε $\text{J/mol} \cdot \text{K}$
Ήλιο	8,3
Αργό	8,3
Υδρογόνο	8,4
Άζωτο	8,3
Οξυγόνο	8,4

- (β) Η διαφορά $C_p - C_v$ φαίνεται να είναι η ίδια για όλα τα αέρια.

Αφού έχουμε ένα mol για κάθε ένα αέριο, οι όγκοι τους είναι ίσοι. Για αύξηση θερμοκρασίας κατά 1 K, οι αυξήσεις του όγκου είναι ίσες. Επομένως, το έργο που εκτελείται επί της ατμόσφαιρας από το αέριο είναι το ίδιο για όλα τα αέρια. Αφού το $C_p - C_v$ είναι ίσο αριθμητικά με αυτό το έργο, η διαφορά αυτή $C_p - C_v$ πρέπει να είναι η ίδια για όλα τα αέρια.

38. (α)

Αέριο	c_p / c_v
Ήλιο	1,66
Αργό	1,66
Υδρογόνο	1,41
Άζωτο	1,41
Οξυγόνο	1,40

Ο λόγος c_p/c_v για μονατομικά αέρια είναι περίπου 1,66· για διατομικά αέρια είναι περίπου 1,41.

- (β) Το αέριο είναι πιθανόν ότι είναι διατομικό.

Μετατροπές ενέργειας και εντροπία

Επισκόπηση και Στόχοι

Ο κυρίαρχος στόχος αυτού του κεφαλαίου είναι να εισαγάγει τους μαθητές στο Δεύτερο Νόμο της Θερμοδυναμικής, ένα νόμο με ευρύτατη ισχύ. Όπως και άλλοι νόμοι, είναι μια γενίκευση και το πρώτο βήμα είναι να δοθεί ένα σαφές σκηνικό από όπου να παρουσιαστούν οι σχετικές παρατηρήσεις.

Σε αυτό το κεφάλαιο το σκηνικό είναι η απόδοση μετατροπών ενέργειας. Αυτή η νέα έννοια συζητιέται πρώτα για την περίπτωση ενός ανεμόμυλου, όπου η εισερχόμενη ενέργεια είναι κινητική ενέργεια, μια έννοια με την οποία τώρα πια οι μαθητές είναι αρκετά εξοικειωμένοι. Μια συζήτηση για τη ροή θερμότητας στρώνει το δρόμο για την ανάλυση της λειτουργίας ενός ατμοστροβίλου που λαμβάνεται ως ένα παράδειγμα θερμικής μηχανής. Η ανάλυση της έννοιας της αποδόσεως οδηγεί στην εισαγωγή της εντροπίας και του Δευτέρου Νόμου.

Γράφοντας αυτό το κεφάλαιο συνειδητά προσπαθήσαμε να κρατήσουμε τον αριθμό των παρουσιαζόμενων όρων και διαδικασιών στο ελάχιστο. Αντί να προσθέσετε ύλη στην ύλη του κεφαλαίου σας συνιστούμε να διαθέσετε όσο χρόνο μπορείτε να διαθέσετε για τη συζήτηση των Προβλημάτων Παραγράφων και ΣΤΕ. Οι απαντήσεις σε πολλά από αυτά μπορεί να οδηγήσουν σε πολύ ενδιαφέρουσες συζητήσεις στην τάξη.

Υποδείξεις για τη Διδασκαλία

Παράγραφος 10 - 1

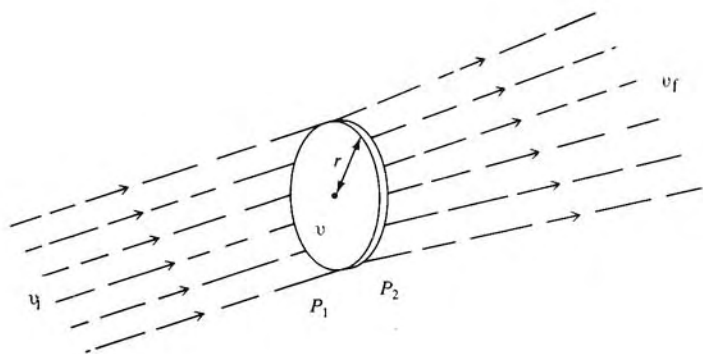
Παρόλη την απλή έκφραση, αυτή η παράγραφος περιέχει δύο σημαντικές ιδέες, οι οποίες είναι: (1) Τα κινούμενα μέρη των μετατροπών ενέργειας εκτελούν περιοδική κίνηση. (Αν δεν γίνονταν αυτό, τότε ένας μετατροπέας ενέργειας δεν θα μπορούσε να λειτουργεί συνέχεια). (2) Οι μετατροπείς ενέργειας έχουν περιορισμένη απόδοση. Βεβαιωθείτε ότι και τα δύο αυτά σημεία αναδεικνύονται κατά τη συζήτηση στην τάξη και επίσης παροτρύνετε τους μαθητές σας να δώσουν παραδείγματα και για τα δύο αυτά σημεία, από την καθημερινή ζωή.

Παράγραφος 10 - 2

Ο σκοπός αυτής της παραγράφου είναι να εισαγάγει ένα μετατροπέα ενέργειας, ο οποίος λειτουργεί με βάση αρχές με τις οποίες ο μαθητής είναι εξοικειωμένος, και αυτό ως μια προετοιμασία για

την παράγραφο 10 - 4. Για τους περισσότερους μαθητές αρκεί η έμφαση στα ποιοτικά χαρακτηριστικά της διαδικασίας. Μαθητές όμως με γερή μαθηματική υποδομή ίσως να εκτιμήσουν τη διδασκαλία της εξαγωγής, της μέγιστης αποδόσεως του ανεμόμυλου με χρήση μαθηματικών.

Το σχήμα B10 - 1 είναι ένα σχηματικό διάγραμμα της ροής του αέρα δια του δίσκου ο οποίος καθορίζει τον ρότορα (φτερωτή). Ο αέρας ρέει από αριστερά προς τα δεξιά και πλησιάζει το δίσκο - ρότορα με αρχική ταχύτητα v_i . Αφού ο ρότορας εμποδίζει τη ροή του αέρα, ο αέρας επιβραδύνεται και φτάνει στο ρότορα με ταχύτητα $v < v_i$. Ωθώντας τα κινητά πτερύγια ο αέρας εκτελεί έργο επί του ρότορα και επιβραδύνεται μέχρι τελική ταχύτητα $v_f < v$.



Σχήμα B10-1 Οι ποσότητες κλειδιά οι οποίες περιγράφουν τη ροή του αέρα δια του ρότορα (φτερωτή) του ανεμόμυλου: v_i η ταχύτητα του ανέμου σε κάποια απόσταση εμπρός από τον ανεμόμυλο, v η ταχύτητα του ανέμου στη φτερωτή, v_f η ταχύτητα του ανέμου σε κάποια απόσταση πίσω από την φτερωτή και P_1 και P_2 οι πιέσεις του αέρα στις δύο πλευρές του ρότορα.

Καθώς ο αέρας επιβραδύνεται στο εμπρόσθιο μέρος του ρότορα, η πίεσή του (και η θερμοκρασία του) αυξάνεται. Μεταξύ των δύο πλευρών (εμπρός και πίσω) του ρότορα η πίεση μειώνεται από P_1 σε P_2 . Για να βρούμε την απόδοση του ανεμόμυλου πρέπει να υπολογίσουμε το έργο που εκτελεί ο αέρας επί του ρότορα ανά μονάδα χρόνου και να το διαιρέσουμε δια της εισερχόμενης ισχύος. Η ισχύς εισόδου, $\mathcal{P}_i$, εκφράζεται ως προς την αρχική ταχύτητα του ανέμου, v_i :

$$\mathcal{P}_i = \frac{1}{2} \pi r^2 v_i^3 \quad (1)$$

Το έργο, το οποίο εκτελείται ανά μονάδα χρόνου επί της φτερωτής δίνεται από

$$\frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{F \Delta x}{\Delta t} = Fv \quad (2)$$

όπου F είναι η συνισταμένη δύναμη, η οποία ασκείται από τον άνεμο επί της φτερωτής και v είναι η ταχύτητα του ανέμου στη φτερωτή. Πρέπει να εκφράσουμε τα F και τα v ως προς v_i , r και d ώστε να μπορούμε να συγκρίνουμε το $\Delta W/\Delta t$ με το $\mathcal{P}_i$.

Πρώτα, η συνισταμένη δύναμη ισούται με τη διαφορά των πιέσεων στις δύο όψεις της φτερωτής επί το εμβαδόν της επιφάνειας του δίσκου:

$$F = (P_1 - P_2) \pi r^2 \quad (3)$$

Τώρα, θεωρήστε έναν όγκο αέρα $\Delta V = \pi r^2 \Delta x$. Αρχικά είχε κινητική ενέργεια $\frac{1}{2} \Delta V dv_i^2$. Αφού πέρασε δια της φτερωτής αυτός ο όγκος αέρα έχει κινητική ενέργεια $\frac{1}{2} \Delta V dv_f^2$. Η διαφορά ισούται με το έργο που παρήγαγε ο αέρας επί της φτερωτής.

$$F \Delta x = (P_1 - P_2) \Delta V = \frac{1}{2} \Delta V d (v_i^2 - v_f^2)$$

(Βλέπε πρόβλημα 34 στο κεφάλαιο 9).

Ο παράγοντας ΔV απλοποιείται στην τελευταία εξίσωση, οπότε:

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} d (v_i^2 - v_f^2) \quad (4)$$

Η συνισταμένη δύναμη, η οποία ασκείται επί της φτερωτής μπορεί επίσης να εκφρασθεί ως το αρνητικό του ρυθμού μεταβολής ορμής ενός όγκου αέρα, που διέρχεται δια της φτερωτής. (Ο ρυθμός μεταβολής ορμής ισούται με τη δύναμη, η οποία ασκείται επί του αέρα· η δύναμη αυτή ισούται με το αρνητικό της δυνάμεως, η οποία ασκείται επί της φτερωτής· βλέπε παράγραφο 6 - 2).

$$F = (\text{μάζα μέσα σε όγκο } \Delta V) (\text{μεταβολή ταχύτητας}) / \Delta t$$

$$\text{ή} \quad F = \frac{d \pi r^2 v \Delta t (v_i - v_f)}{\Delta t} = d \pi r^2 v (v_i - v_f)$$

Αντικαθιστώντας την F από την εξίσωση (3) στην τελευταία εξίσωση, βρίσκομε μιαν άλλη εξίσωση για $P_1 - P_2$:

$$P_1 - P_2 = d v (v_i - v_f) \quad (5)$$

Απαλείφοντας το $P_1 - P_2$ από τις εξισώσεις (4) και (5) και ενθυμούμενοι ότι $v_i^2 - v_f^2 = (v_i + v_f)(v_i - v_f)$ βρίσκομε ότι:

$$v = \frac{1}{2} (v_i + v_f) \quad (6)$$

Με λόγια, η ταχύτητα του αέρα στη φτερωτή ισούται με τη μέση τιμή της αρχικής και της τελικής ταχύτητας.

Τώρα μπορούμε να αντικαταστήσουμε αυτά τα αποτελέσματα (εξισ. 3 μέχρι 6) στην εξίσωση (2):

$$\frac{\Delta W}{\Delta t} = \pi d r^2 \cdot \frac{1}{2} (v_i^2 - v_f^2) \cdot \frac{1}{2} (v_i + v_f) \quad (7)$$

Τώρα υποθέτουμε ότι v_f είναι ανάλογο του v_i :

$$v_f = k v_i \quad \text{όπου } k < 1 \quad (8)$$

(Αυτή η υπόθεση μπορεί να δειχθεί ότι ισχύει).

Αντικαθιστώντας το v_f από την εξίσωση (8) στην εξίσωση (7) βρίσκομε:

$$\frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{1}{4} \pi r^2 d v_i^3 (1 - k^2) (1 + k) \quad (9)$$

Σημειώστε ότι η έκφραση για το $\frac{\Delta W}{\Delta t}$ έχει τον ίδιο παράγοντα

$\pi^2 \Delta v_1^3$ όπως και η έκφραση για την ισχύ $\mathcal{P}_1$.

Τελικά, έχουμε για την απόδοση η (συντελεστής αποδόσεως):

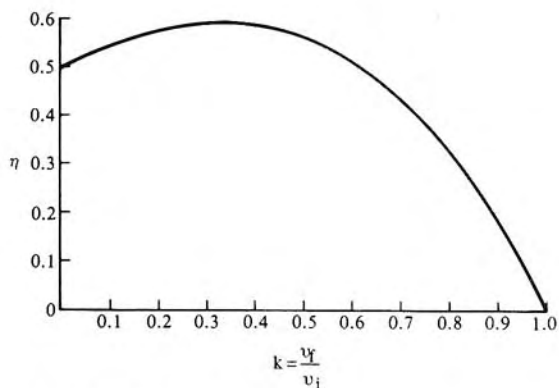
$$\eta = \frac{\frac{\Delta W}{\Delta t}}{\mathcal{P}_1} = \frac{1}{2} (1 - k^2)(1 + k)$$

Η τιμή του k εξαρτάται από το πως είναι κατασκευασμένη η φτερωτή. Όμως, για να βρει κανείς το $\eta_{\text{μεγ.}}$ αρκεί να παραστήσει γραφικά τον συντελεστή αποδόσεως η ως συνάρτηση του k (σχ. B10 - 2). Όπως φαίνεται από το γράφημα, το η γίνεται μέγιστο για $k = 0,33$, οπότε $\eta = 0,59$.

Μαθητές οι οποίοι ξέρουν Ανάλυση μπορούν να πάρουν την παράγωγο της συναρτήσεως

$$\eta = \frac{1}{2} (1 - k^2) (1 + k)$$

ως προς k και να την εξισώσουν με μηδέν και έτσι να βρουν τη μέγιστη απόδοση. Το αποτέλεσμα αυτής της διαδικασίας είναι $k = \frac{1}{3}$ και $\eta = \frac{16}{67} \approx 0,59$. Οι τιμές συμφωνούν με αυτές που βρίσκονται με τη βοήθεια του σχ. B10 - 2.



Σχήμα B10-2 Γράφημα του η ως προς k

Παράγραφοι 10 - 3 και 10 - 4

Θερμότητα, έργο, κινητική ενέργεια, δυναμική ενέργεια και εσωτερική ενέργεια εκφράζονται όλα με τις ίδιες μονάδες, σε joule. Εντούτοις, ενώ οι ποσότητες που περιέχουν τον όρο ενέργεια αναφέρονται σε αντικείμενα ή ομάδες αντικειμένων, η θερμότητα και το έργο αναφέρονται σε μεταφορές ενέργειας από το ένα σώμα σε άλλο. Για να κρατήσετε τη διαφορά τους καθαρή, αποφεύγετε να χρησιμοποιείται τον όρο “θερμική ενέργεια” όταν εννοείτε “εσωτερική ενέργεια”.

Η λογική της Παραγράφου 10 - 4 συνοψίζεται στα σχ. 10 - 5 μέχρι 10 - 8. Τονίσετε τη σπουδαιότητα αυτών των σχημάτων όταν δώσετε για μελέτη αυτές τις παραγράφους.

Παράγραφος 10 - 5

Μπορεί να ρωτήσει κανείς γιατί δεν εκφράσαμε το έργο που έγινε επί της φτερωτής ως $W = Q_H - Q_L$ όπου και το Q_H και το Q_L είναι θετικά. Αν γινόταν αυτό, τότε το Q_H θα αναφερόταν στον ατμό και το Q_L θα αναφερόταν στο συμπυκνωτή. Όταν “ακολουθούμε” τον ατμό/νερό ενώ υφίσταται την κυκλική μεταβολή πρέπει να προσθέσουμε (αλγεβρικά) όλες τις ροές θερμότητας, οι οποίες λαμβάνουν χώρα, είτε είναι θετικές είτε είναι αρνητικές. Για να ξεκαθαριστεί αυτό αναφερθείτε στο σχ. 10 - 10.

Ιστορικά, σχέση μεταξύ μέγιστου συντελεστή αποδόσεως θερμικής μηχανής και των θερμοκρασιών T_H και T_L παρήχθη πρώτα θεωρητικά για ιδανικό αέριο. Η εύρεση της σχέσεως χρειάζεται περισσότερες πληροφορίες από αυτές, οι οποίες παρέχονται στο κεφάλαιο 9. Επομένως προτιμήσαμε να παρουσιάσουμε το αποτέλεσμα ως μια προέκταση από πειραματικά δεδομένα, το οποίο είναι δυνατόν παρόλο που απαιτεί μεγαλύτερη διαδικασία.

Παράγραφοι 10 - 6 και 10 - 7

Το πρώτο μέρος της παραγράφου περιλαμβάνει αυστηρή επιχειρηματολογία. Ασχοληθείτε με αυτό λεπτομερώς. Το δεύτερο μέρος ορίζει τη μεταβολή εντροπίας αποκλειστικά σε σχέση με τη ροή θερμότητας και τη θερμοκρασία (K).

Μην επιχειρήσετε να προσθέσετε ότι η εντροπία είναι “μέτρο της αταξίας”. Μέσα στα πλαίσια της θερμοδυναμικής, η οποία χρησιμοποιείται σε αυτό το κεφάλαιο, μια τέτοια διατύπωση είναι χωρίς νόημα.

Παράγραφος 10 - 8

Όπως συμβαίνει και σε πολλές άλλες περιπτώσεις στην Φυσική PSSC, η τελευταία παράγραφος αυτού του κεφαλαίου αναπτύσσει το περιεχόμενο με περισσότερο ενεργό συμμετοχή και του μαθητή. Προσπαθήστε να ενισχύσετε αυτό τον τρόπο κατά τη συζήτηση των συνεπειών του Δευτέρου Νόμου.

Κατάταξη των Προβλημάτων Παραγράφων και ΣΤΕ

Παράγραφος	Εύκολα	Μέτρια	Δύσκολα
10 - 1	1	2	
10 - 2	3, 5, 6	4	
10 - 3	7	8, 9	
10 - 4	10		
10 - 5	11		
10 - 6		12	
10 - 7	13		
10 - 8	14	15	
ΣΤΕ	19, 23, 25	16, 17, 18 21, 24	20, 22

Απαντήσεις στα Προβλήματα

(Περιεχόμενο προβλημάτων όπως στο βιβλίο διδασκαλίας)

$$1. \eta_A = \frac{120 \text{ J}}{180 \text{ J}} = 0,67, \eta_B = \frac{70 \text{ J}}{90 \text{ J}} = 0,78.$$

Η μηχανή B έχει μεγαλύτερη απόδοση.

2. (α) Για να ανυψωθεί το σώμα κατά 2,0 m, πρέπει το κάθε ένα από τα τέσσερα σχοινιά, που συγκρατούν το κατώτερο τεμάχιο να βραχυνθούν κατά 2,0 m. Επομένως, τραβήξατε 8,0 m σχοινί.

(β) Εκτελέσατε έργο $200 \text{ N} \times 8,0 \text{ m} = 1.600 \text{ J}$.

(γ) Το σώμα και το βαρούλκο εκτέλεσαν έργο $50 \times 9,8 \times 2,0 \text{ J} = 980 \text{ J}$.

(δ) Η απόδοση $= \frac{980}{1600} = 0,61 \text{ J}$.

- (ε) Μέρος του έργου εισόδου δαπανήθηκε για την υπερνίκηση των τριβών στις τροχαλίες και στο σχοινί.

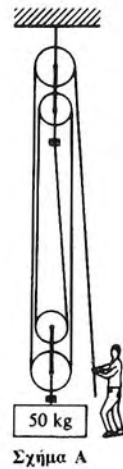
3. Η μάζα του αέρα ανά μονάδα χρόνου που φθάνει στον ανεμόμυλο είναι ανάλογη προς την ταχύτητά του. Η κινητική ενέργεια, η οποία φθάνει ανά μονάδα χρόνου είναι ανάλογη προς το τετράγωνο της ταχύτητας και προς τη μάζα ανά μονάδα χρόνου που φθάνει στον ανεμόμυλο. Επομένως η ισχύς εισόδου είναι ανάλογη προς την τρίτη δύναμη της ταχύτητας.

4. (α) Η ισχύς εισόδου για άνεμο ταχύτητας 25 m/s, ο οποίος κινείται δια μέσου κύκλου (κάθετα), ακτίνας 10 m είναι $\frac{1}{2} d\pi r^2 v_i^3 = \frac{1}{2} \times 1,2 \times 3,14 \times 10^2 \times 25^3$
 $= 3,0 \times 10^6 \text{ W}$.

Η κινητική ενέργεια ανά μονάδα χρόνου (ισχύς των φορτηγών) είναι $\frac{1}{2} N m v^2$, όπου N είναι ο αριθμός των φορτηγών ανά μονάδα χρόνου, τα οποία διέρχονται από κάποιο σημείο του εθνικού δρόμου. Αυτή η ισχύς ισοϋται με $\frac{1}{2} \times N \times 3,0 \times 10^3 \times 25^2$
 $= 9,4 \times 10^5 \text{ N Watt}$. Οπότε $9,4 \times 10^5 \text{ N} = 3,0 \times 10^6$ άρα $N \approx 3$ φορτηγά/s.

- (β) Η απόσταση μεταξύ των φορτηγών είναι $= \frac{v}{N} = \frac{25 \text{ m/s}}{3 \text{ s}^{-1}} = 8,3 \text{ m}$.

Αυτή είναι η απόσταση μεταξύ δύο αντίστοιχων σημείων διαδοχικών φορ-



τηγών. Η απόσταση μεταξύ του πίσω ενός φορτηγού και του μπροστινού του επόμενου θα είναι πολύ μικρότερη.

5. Ισχύς εξόδου του ανεμόμυλου

$$= 0,35 \times \text{ισχύς εισόδου} = 0,35 \times \left(\frac{1}{2} d\pi r^2 v_i^3\right)$$

$$= 0,35 \times \frac{1}{2} \times 1,2 \times 3,14 \times 10^2 \times 25^3$$

$$= 1,14 \times 10^3 \text{ watt}.$$

Αν ανυψώνονται N kg ανά δευτερόλεπτο κατά 10 m, η απαιτούμενη ισχύς $= N \times 9,8 \times 10 \text{ watt} = 98 \text{ N watt}$. Τότε

$$N = \frac{1,14 \times 10^3 \text{ kg/s}}{98} = 11,6 \text{ kg/s}.$$

6. Το σχ. 10 - 4 σχετίζεται με την στροβιλογεννήτρια του σχ. 10 - 2 και έχει σχεδιαστεί υπό κλίμακα. Η ωφέλιμη ισχύς είναι $2,0 \times 10^5 \text{ watt}$. Το ύψος του ορθογωνίου που παριστάνει την απομείνουσα (μη χρησιμοποιηθείσα) κινητική ενέργεια (ισχύς) είναι περίπου το ένα πέμπτο του ύψους του ορθογωνίου, το οποίο παριστάνει το ωφέλιμο έργο (ισχύ). Άρα εκτιμάται ότι η κινητική ενέργεια (ισχύς) που απέμεινε στον αέρα είναι περίπου $\frac{1}{5} \times 2,0 \times 10^5 \text{ watt}$,

$$\text{ή } 4,0 \times 10^4 \text{ watt}.$$

7. (α) Ροή θερμότητας προς το ψυχρό νερό
 $= 2 \times 10^3 \times (30 - 20) \times 4,2 \text{ J}$
 $= 8,4 \times 10^4 \text{ J}$.

(β) Ροή θερμότητας προς το θερμό νερό
 $= 2 \times 10^3 \times (30 - 40) \times 4,2 \text{ J}$
 $= - 8,4 \times 10^4 \text{ J}$.

8. (α) Η θερμότητα που δόθηκε στο νερό ισοϋται με τη θερμότητα που έχασε η πέτρα.

$$\begin{aligned}\text{Αυτή η θερμότητα} &= 50 \times (60 - 22) \text{ J} \\ &= 50 \times 38 \text{ J} = \underline{1.900 \text{ J}}.\end{aligned}$$

- (β) Θερμότητα που δόθηκε στο νερό = $5,0 \times 4,2 \times 10^3 \times \Delta T$ (σε joule).

$$\begin{aligned}\text{άρα } \Delta T &= \frac{1.900}{5,0 \times 4,2 \times 10^3} \text{ } ^\circ\text{C} \\ &= \underline{0,09^\circ \text{C}}\end{aligned}$$

Αυτή η αύξηση θερμοκρασίας είναι αμελητέα, οπότε δικαιολογείται το ότι α-γνοήθηκε η αύξηση της θερμοκρασίας.

9. Η θερμότητα που αποδίδεται ανά λεπτό από το ψυκτικό προς τον αέρα ισούται με $10 \times (100 - 40) \times 3,2 \times 1.000 \text{ J/min}$

$$= \underline{1,9 \times 10^6 \text{ J/min}}.$$

10. $30.000 \text{ hp} = 3,0 \times 10^4 \times 7,5 \times 10^2 \text{ watt}$
 $= 2,3 \times 10^7 \text{ watt}.$

Το ποσοστό ωφέλιμης ισχύος που κατανά-λωσε η αντλία είναι

$$\frac{2,3 \times 10^7 \text{ watt}}{6,5 \times 10^8 \text{ watt}} = \underline{0,035 \text{ ή } 3,5\%}.$$

11. Οι θερμοκρασίες 537°C και 37°C είναι ισοδύναμες με τις θερμοκρασίες 810 K και 310 K αντίστοιχα. Η μέγιστη απόδοση (συντελεστής αποδόσεως), η , του στροβί-λου είναι

$$\begin{aligned}\eta &= 1 - \frac{310 \text{ K}}{810 \text{ K}} = 1 - 0,38 = \underline{0,62} \\ &\text{ή } 62\%.\end{aligned}$$

12. (α) Ναι. Αφού μόνο οι μεταβολές εντρο-πίας έχουν σημασία, μπορεί να επι-λεγεί κατά βούληση το σημείο μηδέν.

- (β) Η δυναμική ενέργεια ορίζεται σε σχέ-ση με μεταβολές· ως σημείο αναφο-ράς της (μηδέν) επιλέγεται κάποιο (οποιοδήποτε) βολικό στοιχείο.

13. (α) Όλη η κινητική ενέργεια της μπάλας από στόχο μετατρέπεται σε εσωτερι-κή ενέργεια της μπάλας και του τοί-χου. Άρα, $Q = \frac{1}{2}mv^2$ και

$$\begin{aligned}\Delta S &= \frac{1}{2}mv^2/T = \frac{1}{2} \times \frac{0,50 \times 3,0^2}{(20 + 273)} \text{ J/K} \\ &= \underline{7,7 \times 10^{-3} \text{ J/K}}.\end{aligned}$$

- (β) $\Delta S = \frac{340}{273} \text{ J/K} = \underline{1,25 \text{ J/K}}$

- (γ) Η μεταβολή εντροπίας κατά την τήξη 1 g νερού (πάγου) είναι 100 φορές μεγαλύτερη από τη μεταβολή εντρο-πίας σώματος με μάζα 100 φορές τη μάζα του νερού, που σταματά ενώ

κινείται με μια “καλή” ταχύτητα τζό-γκιν (ελαφρό τρέξιμο)!

14. Όχι. Ποτέ δεν ελαττώνεται η θερμοκρα-σία ενός σώματος αν δεν συμβαίνει κά-ποια άλλη μεταβολή. Ο Δεύτερος Νόμος της Θερμοδυναμικής αναφέρεται στο αλ-γεβρικό άθροισμα όλων των μεταβολών ε-ντροπίας όχι μόνον ενός σώματος. Για μια επέκταση αυτού του προβλήματος βλέπε πρόβλημα ΣΤΕ 25.

15. Ο σκοπός αυτού του προβλήματος είναι να δείξει πόσο τεράστια είναι η εσωτερική ε-νέργεια, η οποία είναι αποθηκευμένη μέσα σε ένα μικροσκοπικό κλάσμα της γης και να θρηνησίμε για το γεγονός ότι δεν μπο-ρεί να χρησιμοποιηθεί για παραγωγή έργου.

- (α) $Q = mc \Delta T = dVc \Delta T$, όπου $d = 10^3 \text{ kg/m}^3$ είναι η πυκνότητα του νερού και V είναι ο όγκος του στρώματος της θάλασσας. Εκφράζοντας όλα τα μήκη σε μέτρα έχουμε

$$\begin{aligned}Q &= 10^3 \times 10^6 \times 10^6 \times 10 \times 4,2 \times 10^3 \text{ J} \\ &= \underline{4,2 \times 10^{19} \text{ J}}.\end{aligned}$$

- (β) $\frac{4,2 \times 10^{19} \text{ J}}{10^9 \text{ J/s}} = 4,2 \times 10^{10} \text{ s}$ ή περισ-σότερα από 1.000 έτη.

- (γ) Διότι τότε δεν θα είχαν προβλήματα όξινης βροχής, πυρηνικών σταθμών ηλεκτροπαραγωγής ή απαγορεύσεις μεταφοράς αργού πετρελαίου.

Απαντήσεις στα Προβλήματα ΣΤΕ

16. (α) Η απόδοση του συνδυασμού ισούται με 50% του 80%, δηλαδή, το γινόμε-νο των δύο συντελεστών αποδόσεως:
 $\eta = 0,5 \times 0,8 = \underline{0,4 \text{ ή } 40\%}.$

- (β) Δύο παραδείγματα είναι: i) μια πε-τρελαιομηχανή που κινεί ένα γερανό, ii) ένας ηλεκτροκινητήρας, ο οποίος κινεί έναν ανελκυστήρα. Τα προβλή-ματα από 17 μέχρι 19 σχετίζονται με πραγματικούς σταθμούς ηλεκτροπα-ραγωγής.

17. (α) Τα 750.000 kW (ή $7,5 \times 10^8 \text{ J/s}$) είναι το 30% της ισχύος εισόδου στο λέβη-τα. Επομένως η ισχύς εισόδου είναι

$$\frac{7,5 \times 10^8 \text{ J/s}}{0,30} = \underline{2,5 \times 10^9 \text{ J/s}}$$

- (β) $2,5 \times 10^9 \times 0,70 \text{ J} = 1,7 \times 10^9 \text{ J}$, υποθέ-τοντας ότι όλες οι άλλες απώλειες εί-

ναι αμελητέες. Αυτό ισχύει με προσέγγιση περίπου 10%.

- (γ) Αυτή είναι μια τυπική ερώτηση ευρέσεως ρυθμού μεταβολής.

Ενέργεια/δευτερόλεπτο =
(ενέργεια/χιλιόγραμμα) (χιλιόγραμμα/δευτερόλεπτο).

Άρα,

$$\frac{2,5 \times 10^9 \text{ J/s}}{2,6 \times 10^6 \text{ J/kg}} \approx \underline{0,96 \times 10^3 \text{ kg/s}}$$

ή περίπου ένας τόνος ανά δευτερόλεπτο!

- (δ) $2 \times 10^6 \text{ J/kg} \times 0,96 \times 10^3 \text{ kg/s}$
 $= 1,9 \times 10^9 \text{ J/s.}$

18. Ενέργεια/δευτερόλεπτο = (μάζα/δευτερόλεπτο) (ειδική θερμότητα)(μεταβολή θερμοκρασίας).

Άρα,

$$\text{μάζα/δευτερόλεπτο} = \frac{1,9 \times 10^9}{4,2 \times 10^3 \times 5} \text{ kg/s}$$

$$= \underline{9 \times 10^4 \text{ kg/s.}}$$

Αν εκφρασθεί σε όγκο, τότε αυτό αντιστοιχεί σε 90 m³/s.

19. Πρέπει να γίνουν οι παρακάτω μετατροπές μονάδων για να αποφευχθούν σφάλματα στα αριθμητικά αποτελέσματα:

$$55 \text{ g/ton} = 55 \times 10^{-6} \frac{\text{kg στερεού}}{\text{kg νερού}}$$

δηλαδή 5,5 μέρη στο εκατομμύριο

$$1 \text{ ημέρα (ημερόνυχτο)} =$$

$$= 24 \times 60 \times 60 \text{ s} = 8,6 \times 10^4 \text{ s.}$$

Με αυτές τις μετατροπές βρίσκουμε:

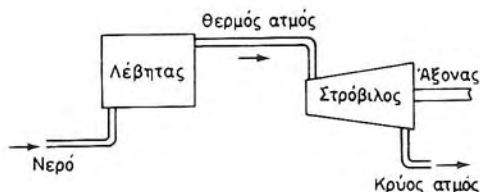
$$55 \times 10^{-6} \text{ kg στερεού/kg νερού} \times 0,96 \times 10^3 \text{ kg νερού/s} \times 8,64 \times 10^4 \text{ s/ημέρα}$$

$$= \underline{4,6 \times 10^3 \text{ kg στερεού/ημέρα.}}$$

Η απάντηση σε αυτό το πρόβλημα καθιστά προφανές, γιατί το νερό πρέπει να κυκλοφορεί, ανεξάρτητα από οποιοδήποτε άλλες αιτίες θερμοδυναμικής· αν δεν κυκλοφορεί, ο λέβητας θα φράξει.

20. (α) Όχι. Η ατμόσφαιρα θα παίζει το ρόλο του συμπυκνωτή, δημιουργώντας ένα τεράστιο σύννεφο γύρω από το στρόβιλο.

- (β) Όχι. Αν το πίσω μέρος του στρόβιλου είναι ανοιχτό στην ατμόσφαιρα, η πίεση θα είναι 1 atm. Αυτή η πίεση ελατώνει τη συνισταμένη δύναμη, την ο-



Σχήμα Β

ποία ο ατμός μπορεί να ασκήσει επί των περυγίων του ρότορα. Αν δεν υπάρχει αέρας, η μόνη πίεση στο πίσω μέρος του ρότορα είναι η πίεση του ατμού, η οποία είναι μόνο 0,05 atm.

21. Η “εξάτμιση” αυξάνει την πίεση στη μεριά εξόδου των καυσαερίων του κινητήρα, οπότε έτσι ελαττώνεται η συνισταμένη δύναμη, η οποία ασκείται στο πιστόνι. Το αποτέλεσμα είναι ελάττωση της αποδόσεως.

22. (α) Όχι. Μέρος της θερμότητας ξεφεύγει από την καπνοδόχο και μέρος εκφεύγει δια μέσου της μονώσεως. Εντούτοις, σε λέβητες που έχουν σχεδιαστεί σωστά, αυτές οι απώλειες είναι μόνο περίπου 10%.

- (β) Η απόδοση του εργοστασίου, συνολικά, μπορεί να ορισθεί ως το γινόμενο της αποδόσεως του λέβητα επί την απόδοση του στρόβιλου.

23. (α) $1 - \frac{20 + 273}{70 + 273} = \underline{0,15}$ ή 15%

- (β) Το “καύσιμο” είναι δωρεάν και το κόστος κατασκευής και συντηρήσεως είναι σχετικά χαμηλό. Φυσικά, ένα τέτοιο εργοστάσιο έχει νόημα να υπάρχει μόνο σε περιοχές όπου υπάρχει μεγάλη ηλιοφάνεια. (Βλέπε παράγραφο 20 - 3 για το μέγεθος των επιφανειών που χρειάζεται να εκτίθενται στον ήλιο ώστε να μπορεί να αξιοποιηθεί η ηλιακή ενέργεια).

24. Μείωση της θερμοκρασίας του συμπυκνωτή δεν έχει επίδραση στη θερμοκρασία T_L μέχρι την οποία ψύχεται ο ατμός στο στρόβιλο. Επομένως αυτό δεν επηρεάζει το έργο (ισχύ) που παράγει ο ρότορας. Από την άλλη μεριά, η επιπλέον θερμότητα, η οποία εξάγεται από το νερό λόγω της μεγαλύτερης ψύξεώς του πρέπει να επανέλθει στο νερό στο (ή κατά τη δια-

δρομή του προς το) λέβητα. Αυτό αυξάνει την Q_H . Αφού $\eta = \frac{W}{Q_H}$, ο συντελεστής απόδοσεως η ελαττώνεται.

25. Η αύξηση της εντροπίας, η οποία προκύπτει από την εξάτμιση πρέπει να είναι μεγαλύτερη από την ελάττωση της εντροπίας κατά την ψύξη.

Ηλεκτρικό φορτίο και ηλεκτρική δύναμη

Επισκόπηση και Στόχοι

Το κεφάλαιο 11 έχει τρεις κύριους σκοπούς:

- (α) Να δώσει μια ποιοτική εισαγωγή για τα ηλεκτρικά φαινόμενα και να αναπτύξει ένα απλό μοντέλο (πρότυπο) για να τα συνδέσει μεταξύ τους.
- (β) Να δείξει το διακριτό του φορτίου προσδιορίζοντας την ύπαρξη του στοιχειώδους φορτίου με το πείραμα του Millikan.
- (γ) Να μελετήσει ποσοτικά την ηλεκτρική δύναμη.

Ο στόχος (γ) περιλαμβάνει όχι μόνο τη διατύπωση του νόμου του Coulomb αλλά και την περιγραφή του χώρου στη γειτονιά φορτισμένων σωμάτων σε σχέση με το ηλεκτρικό πεδίο. Μια μεγεθυμένη παραλλαγή του πειράματος Millikan μας επιτρέπει να προσδιορίσουμε την ηλεκτρική δύναμη μεταξύ δύο στοιχειωδών φορτίων. Αυτό είναι ισοδύναμο με το να προσδιορίσει κανείς τη σταθερά k του νόμου του Coulomb και καθιστά δυνατή τη μέτρηση φορτίων συνηθισμένου μεγέθους.

Χρονοθέτηση των Πειραμάτων

Πειράματα 14 και 15, Ηλεκτρισμένα Σώματα και Ηλεκτροστατική Επαγωγή. Αυτά τα Πειράματα μπορούν να γίνουν ως τμήμα της συζητήσεως των παραγράφων 11 - 1 μέχρι 11 - 3.

** Πείραμα 16 Η δύναμη μεταξύ δύο Φορτισμένων Σφαιρών. Χρησιμοποιήστε αυτό το πείραμα ως εισαγωγή των παραγράφων 11 - 5 και 11 - 6.

** Πείραμα 17 Μέτρηση μικρών Ηλεκτρικών Δυνάμεων. Η εκτέλεση αυτού του πειράματος πριν από τη διδασκαλία της παραγράφου 11 - 8 θα διευκολύνει σημαντικά στη μελέτη των παραγράφων 11 - 8 και 11 - 9.

* Πείραμα 18 Το πείραμα του Millikan. Αυτό να γίνει καλύτερα πριν από την παράγραφο 11 - 9.

Κινηματογραφικές Ταινίες

Νόμος του Coulomb, του Eric M. Rogers. Αυτή η ταινία δείχνει την εξάρτηση των ηλεκτρικών δυνάμεων από το αντίστροφο του τετραγώνου της αποστάσεως και επίσης τις συνέπειες αυτού του νόμου. Χρησιμοποιήστε την με τις παραγράφους 11 - 5 μέχρι 11 - 7. Διάρκεια: 28 λεπτά.

Το Πείραμα του Millikan, των Alfred Redfield και Francis Friedman. Αυτή η ταινία είναι μια πιστή φωτογραφική καταγραφή, με σχόλια, του πειράματος το οποίο περιγράφεται στις παραγράφους

11 - 8 και 11 - 9 του διδακτικού βιβλίου. Όλες οι σχετικές ποσότητες έχουν μετρηθεί. Αυτή η ταινία μπορεί να χρησιμοποιηθεί πολύ αποτελεσματικά ως περίληψη μετά από τα δύο σχετικά πειράματα 17 και 18, τα οποία εκτελούν οι μαθητές. Διάρκεια: 30 λεπτά.

Σταθερά του Νόμου του Coulomb, του Eric M. Rogers. Αυτή η ταινία δείχνει πως ερμηνεύονται μακροσκοπικά πειράματα με τη βοήθεια του πειράματος του Millikan και βρίσκει την τιμή της σταθεράς k του νόμου του Coulomb. Αυτή η ταινία πάει με την παράγραφο 11 - 11. Διάρκεια: 34 λεπτά.

Υποδείξεις για τη Διδασκαλία

Παράγραφοι 11 - 1 μέχρι 11 - 3

Η επίδειξη των φαινομένων των σχ. 11 - 1 μέχρι 11 - 6 θα ενισχύσει τη μελέτη του διδακτικού βιβλίου. Βεβαιωθείτε ότι τα όργανα είναι ξηρά και καθαρά και δεν έχουν έρθει πολύ πολύ σε επαφή με το δέρμα. Κατά τη διάρκεια ημερών με υγρασία συμβουλευόμαστε να μη δοκιμάσετε επιδείξεις ηλεκτροστατικής.

Όπως και για άλλες κατατάξεις, η κατάταξη υλικών σε αγωγούς και μονωτές είναι κάτι που διευκολύνει και δεν έχει απόλυτη ισχύ. Η αγωγιμότητα υλικών ποικίλλει από πολύ καλή μέχρι πολύ κακή. Μπορείτε να επιδείξετε την περιοχή αγωγιμοτήτων κατά τον ακόλουθο τρόπο. Φορτίστε ένα ηλεκτροσκόπιο. Το φορτίο κρατείται επί πολύ χρόνο (ειδικά σε ξηρές μέρες). Ακουμπήστε την πλάκα και το περίβλημα με ένα σύρμα· το ηλεκτροσκόπιο εκφορτίζεται αμέσως. Κατόπιν χρησιμοποιώντας καρφίτσες, συνδέστε ένα κομμάτι 10 - 30 cm μαγνητικής ταινίας (μαγνητοφώνου) μεταξύ του μονωμένου ακροδέκτη του ηλεκτροσκοπίου και του περιβλήματος. Μόλις φορτίσετε ξανά το ηλεκτροσκόπιο θα αρχίσει να διέρχεται ρεύμα δια της ταινίας, εκφορτίζοντας το ηλεκτροσκόπιο σε 5 με 100 δευτερόλεπτα, ανάλογα με το αρχικό φορτίο, το μήκος της ταινίας και την υγρασία.

Παράγραφος 11 - 4

Το μοντέλο (πρότυπο) που αναπτύσσεται σε αυτή την παράγραφο περιορίζεται επίτηδες σε ότι υποδεικνύεται από τα πειράματα, τα οποία συζητήθηκαν μέχρι τώρα. Μην επιχειρήσετε σε αυτό το σημείο να “ερμηνεύσετε” τον ηλεκτρισμό με τη χρήση ηλεκτρονίων, πρωτονίων και νετρονίων. Απλώς η “ερμηνεία” θα φαίνεται σα δόγμα. Θα αναφερθούμε σε ερμηνείες με αυτά τα σωματίδια αργότερα.

Παράγραφοι 11 - 5 και 11 - 6

Αυτές οι δύο παράγραφοι καλύπτονται καλύτερα από το πείραμα 16 και την ταινία *Νόμος του Coulomb*. Χρησιμοποιήστε το κείμενο του διδακτικού βιβλίου ως περίληψη χωρίς να υπεισέλθετε πολύ βαθιά στην αρχική διάταξη του Coulomb.

Ίσως θελήσετε να τονίσετε ότι η κατανομή του ηλεκτρικού φορτίου βασίζεται σε συμμετρία. Μπορείτε να ελέγξετε την κατανόηση αυτού του σημείου των μαθητών, ρωτώντας τους πως να καταναείμουν ένα φορτίο σε τρία. Μια διάταξη τριών φορτίων όπως $\therefore$ είναι

ικανοποιητική. Μια διάταξη τριών φορτίων όπως . . . δεν είναι. Η αναγνώριση συμμετρίας σε διάφορες περιπτώσεις είναι σημαντικό στη φυσική και ειδικότερα στον ηλεκτρισμό. Στη δεύτερη διάταξη (. . .) δεν είναι ισοδύναμες όλες οι “μπάλες”. Συγκεκριμένα, οι δύο εξωτερικές θα “πάρουν”, τα μεγαλύτερα φορτία. Μπορεί να επιτευχθεί μοίρασμα φορτίου σε τέσσερα διαιρώντας δια δύο και στη συνέχεια ξανά διαιρώντας το κάθε μισό. Μια διάταξη όπως :: όπως επίσης ένα τετράεδρο είναι εντάξει αλλά όχι διάταξη όπως

Παράγραφος 11 - 7

Αν παραλείψατε το Κεφάλαιο 8, Βαρύτητα σε Μεγάλη Κλίμακα, αυτή εδώ είναι η πρώτη ευκαιρία σε αυτή τη σειρά μαθημάτων όπου οι μαθητές συναντούν την έννοια του πεδίου. Εδώ η ιδέα εφαρμόζεται για την περιγραφή της “ηλεκτρικής καταστάσεως” κάποιας περιοχής του χώρου. Για να ενισχύσετε αυτή την έννοια, ίσως είναι καλό να κάνετε μια μικρή συζήτηση άλλων παραδειγμάτων πεδίων:

- Το πεδίο θερμοκρασιών. Σε ένα δωμάτιο (ένα βαθμωτό πεδίο που δίνει τη θερμοκρασία σε κάθε σημείο του δωματίου).
- το πεδίο ταχυτήτων νερού, το οποίο κινείται στρωτά δια μέσου ενός σωλήνα (ένα διανυσματικό πεδίο, το οποίο δίνει την ταχύτητα του νερού σε κάθε σημείο μέσα στο σωλήνα).
- το βαρυτικό πεδίο της γης (διανυσματικό πεδίο που δίνει τη δύναμη βαρύτητας, η οποία ασκείται από τη γη σε κάθε σημείο στην περιοχή γύρω από τη γη).

Αν η τάξη σας μελέτησε το κεφάλαιο 8, αξίζει να συζητηθούν οι ομοιότητες (εξάρτηση από την απόσταση) και οι διαφορές (δύο είδη ηλεκτρικού φορτίου, αλλά ένα είδος βαρυτικού “φορτίου”) μεταξύ βαρυτικών και ηλεκτρικών πεδίων.

Παράγραφος 11 - 8

Μια βραχεία επανάληψη της παραγράφου 4 - 3 ακολουθούμενη από το πείραμα 17, Μέτρηση Μικρών Ηλεκτρικών Δυνάμεων, θα κάνει αυτή την παράγραφο πιο κατανοητή.

Είναι καλό να ζητήσετε από τους μαθητές σας να ελέγξουν στην τάξη, αντί στο σπίτι, ότι ο όρος με το v^2 στη σχέση για την αντίσταση του αέρα μπορεί να παραληφθεί. Έτσι είσθε σίγουροι ότι καταλαβαίνουν την επιχειρηματολογία.

Η κατανόηση αυτής της παραγράφου απαιτεί μια προσεκτική διάκριση μεταξύ των διαφόρων δυνάμεων, οι οποίες ασκούνται επί μικρών σφαιρών: το διανυσματικό άθροισμα της δυνάμεως βαρύτητας και της ηλεκτρικής δυνάμεως είναι η *κινούσα* δύναμη. Το διανυσματικό άθροισμα της κινούσας δυνάμεως και της αντιστάσεως του αέρα είναι η *συνισταμένη* δύναμη. Εκτός από ένα πολύ μικρό χρονικό διάστημα όταν το φορτίο της πλάκας μεταβάλλεται, η συνισταμένη δύναμη είναι μηδέν.

Παράγραφος 11 - 9

Από όσα γνωρίζομε μέχρι σήμερα, δεν υπάρχουν φυσικές μονάδες για το χρόνο, για το μήκος ή τη μάζα. Όμως, όλα τα ηλεκτρικά φορτία είναι ακέραια πολλαπλάσια μιας φυσικής μονάδας. Αυτή

είναι η αιτία που εισάγεται η έννοια του στοιχειώδους φορτίου τόσο νωρίς κατά τη μελέτη του ηλεκτρισμού. Προσπαθήστε να εντυπωσιάσετε τους μαθητές σας με το πώς μπορεί ένα τόσο βαθύ αποτέλεσμα να βρεθεί με σχετικά απλά μέσα.

Παράγραφος 11 - 10

Παρόλο που οι μαθητές σας κατά πάσα πιθανότητα θα χρησιμοποιήσουν ένα τροφοδοτικό με τη συσκευή Millikan και τον καθοδικό σωλήνα που χρησιμοποιείται στο Κεφάλαιο 12, παροτρύνετε τους μαθητές να δουν το τροφοδοτικό ως υποκατάστατο μπαταρίας.

Αυτή η παράγραφος δίνει την ευκαιρία να διαρθρωθεί μια κοινή πλάνη ότι μια “φορτισμένη” μπαταρία έχει συνολικά κάποιο καθαρό (πλεονάζον) φορτίο και ότι μια “ξεφορτισμένη” (ή “αφόρτιστη”) μπαταρία έχει χάσει το φορτίο της. Μια μπαταρία είναι συνολικά χωρίς πλεονάζον φορτίο. Η διαφορά μεταξύ μιας “φορτισμένης” και μιας “ξεφορτισμένης” (ή “αφόρτιστης”) είναι ότι η πρώτη έχει μεγαλύτερη εσωτερική ενέργεια, η οποία της επιτρέπει να διαχωρίζει μεταξύ τους τα θετικά και τα αρνητικά φορτία, ενώ η δεύτερη έχει μικρότερη εσωτερική ενέργεια και δε μπορεί πλέον να κάνει αυτό το διαχωρισμό. Η “φόρτιση” και η “εκφόρτιση” μιας μπαταρίας συνίσταται σε χημικές αντιδράσεις, οι οποίες μεταβάλλουν την εσωτερική ενέργεια της μπαταρίας.

Είναι σημαντικό η εξάρτηση του ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ παραλλήλων πλακών από την απόσταση μεταξύ τους και από τον αριθμό των (ηλεκτρικών) στοιχείων της μπαταρίας, η οποία είναι συνδεδεμένη με τις πλάκες. Γίνεται χρήση αυτών των πραγμάτων στην επιχειρηματολογία (δηλαδή στη λογική) που χρησιμοποιήθηκε στην παράγραφο 11 - 11 για να βρεθεί η σταθερά του νόμου του Coulomb. Το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ φορτισμένων πλακών θα χρησιμοποιηθεί στην κίνηση φορτισμένων σωματιδίων που συζητιέται στην παράγραφο 12.

Παράγραφος 11 - 11

Αφήστε την ταινία *Σταθερά του Νόμου του Coulomb* να “διδάξει” αυτή την παράγραφο.

Ίσως θέλετε να συνοψίσετε τη λογική των μετρήσεων ως εξής:

(1) Ξέρομε τη δύναμη ανά στοιχειώδες φορτίο μεταξύ δύο συγκεκριμένων πλακών (από το πείραμα του Millikan).

(2) Μεγεθύνουμε το πείραμα, πολλαπλασιάζοντας και την απόσταση μεταξύ των πλακών και τον αριθμό των μπαταριών επί 100, ώστε η δύναμη ανά στοιχειώδες φορτίο να είναι η ίδια όπως προηγούμενος (και επομένως γνωστή).

(3) Τοποθετούμε μια ή δυο μεγάλες ίδια φορτισμένες σφαίρες μεταξύ των φορτισμένων πλακών και χρησιμοποιούμε ζυγό με ελατήριο (κανταράκι) για να μετρήσουμε την ηλεκτρική δύναμη που ασκείται. Αυτή η δύναμη διαιρούμενη δια της δυνάμεως ανά στοιχειώδες φορτίο μας δίνει τον αριθμό των στοιχειωδών φορτίων της σφαίρας.

(4) Μετρούμε την απωστική δύναμη μεταξύ των ίδια φορτισμένων σφαιρών για δεδομένη μεταξύ τους απόσταση. Στη συνέχεια

μπορούμε να λύσουμε ως προς k την εξίσωση,

$$F = k \frac{q^2}{r^2}$$

Παρατηρήστε τη διαφορά στην ανάπτυξη που ακολουθείτε σε αυτό το διδακτικό βιβλίο από ότι συνήθως. Παλιότερα βιβλία ορίζουν την ηλεκτροστατική μονάδα φορτίου ως το φορτίο, το οποίο αν τοποθετηθεί σε απόσταση 1 cm από ένα πανομοιότυπο του φορτίο, ασκεί μian απωστική δύναμη σε αυτό ίση με 1 dyne ($= 10^{-5}$ N). Δηλαδή, ο νόμος του Coulomb, σε αυτή την περίπτωση, έπαιρνε τη μορφή $F = q_1 q_2 / r^2$. (Η σταθερά k ισούται με 1 δηλαδή είναι ένας καθαρός αριθμός). Τότε το φορτίο του ηλεκτρονίου, το στοιχειώδες φορτίο, είναι κάποιο κλάσμα της ηλεκτροστατικής μονάδας φορτίου (συγκεκριμένα $4,8 \times 10^{-10}$). Μερικά βιβλία που ξεκινούν με μονάδες του SI ορίζουν το coulomb με τη βοήθεια μαγνητικών δυνάμεων επί ρευμάτων. Επειδή η μονάδα του φορτίου βρίσκεται με κάποιον ανεξάρτητο τρόπο, η σταθερά k πρέπει να μετρηθεί. Επίσης πρέπει να μετρηθεί το φορτίο του ηλεκτρονίου ($1,602 \times 10^{-19}$ C).

Αυτό το βιβλίο υιοθετεί την ιδέα ότι η φύση παρέχει μια φυσική μονάδα φορτίου και ότι πρέπει να μετρήσουμε το συντελεστή k , ο οποίος έτσι ορίζεται από το νόμο του Coulomb. Με αυτή τη λογική δεν υπάρχει τέτοιο πράγμα όπως “μέτρηση του φορτίου του ηλεκτρονίου”.

Αυτή η παράγραφος περιγράφει τρόπο μετρήσεως του k αφού έχει μετρηθεί το φορτίο σε αριθμό στοιχειωδών φορτίων. Στα πλαίσια της ατομικής φυσικής, αυτή η λογική είναι ανώτερη και εννοιολογικά και πρακτικά. Στα πλαίσια της ηλεκτρολογίας αυτή η φυσική μονάδα φορτίου είναι πάρα πολύ μικρή και επομένως όχι βολική.

Παράγραφος 11 - 12

Σήμερα γνωρίζουμε την ύπαρξη των “κουόρκ” (“quark”), σωματίδια με φορτία $\pm \frac{1}{3}$ ή $\pm \frac{2}{3}$ του στοιχειώδους φορτίου. Όμως, παρόλο που το μοντέλο των κουόρκ ισχύει και βοηθά στην κατανόηση της φυσικής των στοιχειωδών σωματιδίων (ή αλλιώς φυσικής υψηλών ενεργειών), δεν έχουν παρατηρηθεί ελεύθερα κουόρκ (αλλά, μέχρι σήμερα φαίνεται ότι υπάρχουν μόνο δέσμια με άλλα κουόρκ σχηματίζοντας συνήθη σωματίδια έτσι ώστε το συνολικό φορτίο να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του στοιχειώδους φορτίου).

Πείραμα 14. Ηλεκτρισμένα Αντικείμενα

Υλικά

Τεμάχια ξηρού χαρτιού

2 Ακρίδες από οξική κυτταρίνη

2 Λωρίδες από βινυλίτη

1 Στατίφ, (36" $\approx$ 91 cm)

1 Ράβδος, (24" $\approx$ 61 cm)

1 Στήριγμα σφιγκτήρων

Σελοτέιπ ή αδιαφανής αυτοκόλλητη ταινία

Αυτό το πείραμα χρειάζεται λίγο χρόνο και υλικά και μπορεί να γίνει μέσα σε μια συνηθισμένη αίθουσα διδασκαλίας. Καλύτερα να γίνει πριν από το κεφάλαιο 11. Αν οι μαθητές σας είναι ήδη εξοικειωμένοι με την απλή συμπεριφορά θετικά φορτισμένων και αρνητικά φορτισμένων αντικειμένων, μπορεί να κάνετε το πείραμα σαν επίδειξη. Όπως κι αν έχουν τα πράγματα, προετοιμάζει το μαθητή για τα τρία πειράματα που ακολουθούν, τα οποία προϋποθέτουν εξοικείωση με την απλή ηλεκτροστατική.

Η επιτυχία των πειραμάτων 14, 15 και 16 εξαρτάται κατά πολύ από τη σχετική υγρασία του χώρου όπου διεξάγονται. Αν είναι περίπου 50 τοις εκατό ή λιγότερο, τα πειράματα θα δουλέψουν καλά, αλλά αν είναι περίπου 80 τοις εκατό ή περισσότερα, θα διαρρέυσουν φορτία πάνω από τους μονωτές, δυσκολεύοντας την εκτέλεση των πειραμάτων. Για την ελάττωση της διαρροής όταν υπάρχει πολύ υγρασία, έχετε αποθηκευμένα τα υλικά του πειράματος μέσα σε ένα μεγάλο κουτί, το οποίο να θερμαίνεται με τη βοήθεια ενός συνηθισμένου λαμπτήρα πυρακτώσεως ή έχετε τα σε ένα θερμαινόμενο δωμάτιο και φέρτε τα στο χώρο πειραμάτων λίγο πριν να χρησιμοποιηθούν. Ο βινυλίτης, ο οποίος ηλεκτρίζεται αρνητικά αν τριφθεί με ξηρό κομμάτι χαρτιού και η οξική κυτταρίνη, η οποία ηλεκτρίζεται θετικά όταν τριφθεί με τον ίδιο τρόπο, αναπτύσσουν μεγάλες ποσότητες φορτίων και δουλεύουν καλύτερα από ότι το γυαλί. Ο βακελίτης ή άλλα πλαστικά δουλεύουν και με μεγάλη υγρασία. Όμως, αν η επιφάνεια λερωθεί ίσως να είναι δύσκολο να κρατηθούν φορτία επάνω σε πλαστική ταινία, η οποία έχει τριφθεί. Τα φορτία δεν μπορούν εύκολα να απομακρυνθούν από το βινυλίτη και την οξική κυτταρίνη τρίβοντας τις επιφάνειές τους με το χέρι. Αν η ταινία (λωρίδα) περάσει γρήγορα επάνω από φλόγα ξεφορτίζεται.

Οι δύο διαφορετικές ταινίες (λωρίδες) μπορούν να κρεμασθούν από εγκάρσια ράβδο στερεωμένη σε ένα στατίφ. Πρέπει να κρατηθούν μακριά η μια από την άλλη και μακριά από το μέταλλο του στατίφ ώστε να μην αλληλεπιδρούν μεταξύ τους ή με τα επαγόμενα φορτία επί του στατίφ.

Οι μαθητές μπορούν να βρουν ότι μια φορτισμένη πλαστική ταινία πάντοτε έλκει μια αφορτιστη ταινία, παρόλο που δεν έχει ζητηθεί από τους μαθητές να κοιτάζουν για αυτό το φαινόμενο πριν από το τέλος του πειράματος. Αυτή η έλξη λόγω ηλεκτροστατικής επαγωγής δεν είναι εύκολο να κατανοηθεί μέχρις ότου μελετηθεί η (ηλεκτροστατική) επαγωγή από το βιβλίο και στο πείραμα 15. Η ερμηνεία ίσως είναι καλύτερα να καθυστερήσει για αργότερα.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 14

- Μια λωρίδα από βινυλίτη που έχει τριφθεί με ένα κομμάτι χαρτί, απωθεί μια άλλη λωρίδα από βινυλίτη, η οποία έχει τριφθεί κατά τον ίδιο τρόπο, με χαρτί, ενώ έλκει λωρίδα από οξική κυτταρίνη, η οποία έχει τριφθεί με τον ίδιο τρόπο. Φαίνεται να υπάρχουν τουλάχιστον δύο είδη ηλεκτρικού φορτίου.
- Σαν αποτέλεσμα του πλησιάζματος οξικής κυτταρίνης, η οποία έχει τριφθεί με χαρτί κοντά σε μιαν άλλη, παρόμοια φορ-

τισμένη λωρίδα, μπορεί κάποιος να συμπεράνει ότι τα όμοια φορτία που χρησιμοποιήσαμε απωθούν το ένα το άλλο και τα ανόμοια φορτία έλκουν το ένα το άλλο.

- Σε αυτό το σημείο οι μαθητές μπορούν να υποθέσουν ότι υπάρχουν μόνο δύο είδη φορτίου, στα οποία μπορούν να δώσουν οποιαδήποτε ονόματα όπως α και β , p και q ή συν (+) και μείον (-). Στη συνέχεια μπορούν να προσπαθήσουν να εξηγήσουν όλα τα επί πλέον αποτελέσματα με βάση αυτή την υπόθεση.
- Σχεδόν οποιοσδήποτε καλός μονωτής όταν τριφθεί θα φορτισθεί σε κάποιο βαθμό και οι μαθητές μπορούν να προσδιορίσουν το φορτίο του είτε ότι είναι του ίδιου είδους (τύπου) είτε αντίθετου τύπου με τα φορτία που βρήκαν παρατηρώντας την επίδραση του φορτισθέντα μονωτή επί φορτισμένης ταινίας από βινυλίτη και επί φορτισμένης ταινίας από οξική κυτταρίνη.
- Τα γενικά συμπεράσματα που προκύπτουν από το πείραμα είναι τα ακόλουθα.
(1) Υπάρχουν δύο είδη φορτίου.
(2) Όμοια (ομόσημα) φορτία απωθούνται· αντίθετα (ετερόσημα) φορτία έλκονται.
- Τα ονόματα είναι άνευ σημασίας. Δεν έχει σημασία ποιο ονομάζουμε “συν” και ποιο ονομάζουμε “μείον” (ή “ α ” και “ β ”).
- Αν οι μαθητές πρόσεξαν ότι και τα δυο είδη των φορτισμένων πλαστικών έλκουν κάποιο αντικείμενο που δεν έχει τριφθεί, δικαιολογούνται αν συμπεράνουν ότι ένα αντικείμενο που δεν έχει τριφθεί έχει “φορτίο”, το οποίο έλκει όλα τα σώματα που έχουν τριφθεί αλλά δεν έχει επίδραση επί άλλου αντικειμένου, το οποίο δεν έχει τριφθεί. Οι μαθητές θα βρουν αργότερα ότι στην πραγματικότητα δεν υπάρχει και τρίτο είδος φορτίου εκτός από τα δυο προαναφερθέντα.

Εκτός αν οι μαθητές έχουν εμπειρία με θέματα ηλεκτρισμού, δεν πρέπει να περιμένετε να δώσουν ικανοποιητική απάντηση για το πως είναι δυνατόν χαρτί ή νήμα, το οποίο δεν ηλεκτρίσαμε να έλκεται από φορτισμένα σώματα. Η ερώτηση δίνεται απλώς για να τους κάνει να συνειδητοποιήσουν ότι δεν είναι όλα τόσο απλά όσο φαίνονται.

Οι μαθητές πρέπει να παροτρυνθούν ώστε να προσπαθήσουν να φορτίσουν διάφορες ουσίες τρίβοντάς τις με διαφορετικά σώματα. Θα συμπεράνουν ότι δεν υπάρχει εύκολος τρόπος να προβλεφθεί τι φορτίο θα αποκτήσει η ουσία x όταν τριφθεί με το σώμα y . Έχουν δίκιο! Πράγματι, ανάλογα με την υγρασία και την καθαρότητα της επιφάνειας μερικές ουσίες μπορεί να φορτισθούν με οποιοδήποτε από τα δύο είδη φορτίου όταν τριφθούν με το ίδιο σώμα.

Η διαφορά μεταξύ μονωτών και αγωγών μπορεί να κατανοηθεί βάζοντας τους μαθητές να προσπαθήσουν να φορτίσουν μεταλλικές ράβδους. Το φορτίο θα διαφύγει τόσο γρήγορα όσο γρήγορα “σχηματίζεται”. όμως αν η τριβόμενη μεταλλική ράβδος κρατιέται από το μαθητή με ένα καλό μονωτή, θα φορτισθεί όπως το πλαστικό αλλά το φορτίο της θα κατανεμηθεί σε όλη τη ράβδο και δεν θα

παραμένει εντοπισμένο όπως συμβαίνει να παραμένει στην περιήγηση μονωτή.

Πείραμα 15. Ηλεκτροστατική Επαγωγή

Υλικά

- 2 Μεταλλικές ράβδοι, (6" $\approx$ 15 cm)
- 2 Ογκομετρικά γυάλινα δοχεία (200 με 500 ml)
Τεμάχια ξηρού χαρτιού
- 1 ταινία από οξική κυτταρίνη (ή από βινυλίτη)
- 1 Στατίφ, (36" $\approx$ 91 cm)
- 1 Ράβδος, (24" $\approx$ 61 cm)
- 1 Στήριγμα σφιγκτήρων
Νήμα, φύλλο (φύιλ) αλουμινίου, λεπτή ταινία
από κυτταρίνη ή αδιαφανής αυτοκόλλητη
Πολλά ηλεκτροσκόπια αν υπάρχουν.

Δεν είναι εύκολο να καταλάβουν οι μαθητές την ηλεκτροστατική επαγωγή. Ίσως είναι καλύτερα να γίνει αυτό το πείραμα μαζί ή λίγο μετά το θέμα έχει μελετηθεί από το διδακτικό βιβλίο. Ίσως για πολύ ικανούς μαθητές αυτό να τους είναι πρόβλημα - πρόκληση και να θέλουν να το καταλάβουν πριν να διδαχθούν για την ηλεκτροστατική επαγωγή. Ο σκοπός του πειράματος είναι να εξοικειώσει τον μαθητή με το διαχωρισμό και τη μεταφορά φορτίων.

Αν δε διατίθενται μεταλλικές ράβδοι μήκους 10 cm και διαμέτρου ενός εκατοστού, μπορεί να χρησιμοποιηθούν άλλα παρόμοια αντικείμενα όπως κουτάλια, τραπεζομάντιλα ή τεμάχια από μεταλλικούς σωλήνες. Επίσης μπορεί να χρησιμοποιηθούν σύρματα, αλλά η χωρητικότητα τους σε φορτία είναι τόσο μικρή που προκαλούν πολύ μικρές αποκλίσεις της κρεμασμένης λωρίδας. Αποφεύγετε να χρησιμοποιήσετε αντικείμενα με αιχμηρά σημεία ή πλευρές, γιατί οδηγούν σε στεματόμορφη εκκένωση ή σε σπινθήρα μεταξύ των αντικειμένων και των πλαστικών ταινιών. Αν συμβούν τέτοια φαινόμενα πρέπει να εκφορτισθούν οι μεταλλικές ράβδοι και να επαναληφθεί το πείραμα.

Αν υπάρχει μεγάλη υγρασία, για να αποφευχθεί διαρροή ίσως να είναι αναγκαίο να στηρίζονται οι ράβδοι, σε κομμάτια πολυαιθυλενίου, με μικρή μοριακή μάζα.

Οι μαθητές, μπορούν να επαναλάβουν το τελευταίο μέρος του πειράματος χρησιμοποιώντας ηλεκτροσκόπια, τα οποία είναι πιο ευαίσθητα από ένα κομμάτι κρεμασμένης ταινίας (φύιλ).

Το πρόσημο του φορτίου του ηλεκτροσκοπίου μπορεί να προσδιορισθεί φέρνοντας φορτισμένες ταινίες από βινυλίτη και οξική κυτταρίνη κοντά στο όργανο.

Ένα ηλεκτροσκόπιο με φύλλο ή ένα ηλεκτροσκόπιο με "καλαμάκι αναψυκτικού" είναι τα πιο ευαίσθητα για μικρές αποκλίσεις. Αν φορτισθούν για περισσότερη από 45° απόκλιση, θα δείξουν μικρή μεταβολή αν πλησιάσει ένα άλλο αντικείμενο με μέτρια ποσότητα φορτίου.

Αν υπάρχει αρκετός χρόνος, οι μαθητές θα μπορούσαν να ακολουθήσουν την ακόλουθη παραγωγή του διαχωρισμού φορτίων δια (ηλεκτροστατικής) επαγωγής: φορτίσθε δυο ηλεκτρικά μονωμένες μεταλλικές ράβδους εξ επαγωγής όπως στο πρώτο μέρος του πειράματος· κατόπιν φορτίσθε ένα ηλεκτροσκόπιο ακουμπώντας το με μια ράβδο και ένα άλλο με μιαν άλλη. Τα δύο ηλεκτροσκόπια θα εκφορτισθούν τελείως αν συνδεθούν οι ακροδέκτες τους μεταξύ τους. Τα ηλεκτροσκόπια πρέπει να είναι πολύ ευαίσθητα για να δείξουν καθαρά αυτό το φαινόμενο.

Μπορείτε να τονίσετε στους μαθητές ότι όταν ένα φορτισμένο αντικείμενο έλκει κομματάκια μονωτικού υλικού από χαρτί ή νήμα (κλωστή), η έλξη οφείλεται κυρίως στον διαχωρισμό των φορτίων όπως συμβαίνει σε έναν αγωγό και όχι στην πόλωση του μονωτικού υλικού, η οποία πόλωση μπορεί να οφείλεται στην παραμόρφωση των φορτίων ενός εκάστου μορίου. Ένας τέλειος μονωτής θα υφίστατο πολύ ασθενική έλξη που θα οφείλονταν στην πόλωση. Για συνήθεις μονωτές υπάρχει αρκετή αγωγιμότητα ώστε ο μεγαλύτερος διαχωρισμός φορτίων λόγω αγωγιμότητας να επισκιάζει τα φαινόμενα της πολώσεως.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 15

- Το φύλλ έλκεται προς την κοντινή ράβδο (διότι έχουν αντίθετα φορτία) και απωθείται από τη μακρινή (γιατί έχουν όμοια φορτία).
- Το φύλλ μπορεί να έλκεται (λόγω επαγωγής) και από τη μια και από την άλλη ράβδο. (Υπήρχε το ίδιο ποσό φορτίου επί κάθε ράβδου, αλλά αντιθέτων προσημών· όταν ακούμπησαν οι ράβδοι, η μια την άλλη, τα φορτία εξουδετέρωσαν το ένα το άλλο).
- Το φορτίο της ράβδου είναι τώρα αντίθετο του φορτίου του πλαστικού.

Πείραμα 16. Δύναμη Μεταξύ δύο Φορτισμένων Σφαιρών

Υλικά

- 1 Συναρμολογούμενη διάταξη για το νόμο του Coulomb, αποτελούμενη από κουτί με κάτοπτρο, κλίμακα, βάση και σκέπασμα, μπάλες από στυροφόμ διαμέτρου 0,5 cm
Ένες από νάυλον
Πλαστικές λωρίδες και ύφασμα ή χαρτί για ηλεκτρισή τους
Μεταλλικός δίσκο με μονωτική λαβή
Βάση με σφαίρα πάνω σε μονωτική ράβδο
Κολλοειδές αιώρημα γραφίτη σε αλκούλη (Dag 154)
Κόλλα

Αυτό είναι ένα σημαντικό πείραμα και δεν πρέπει να παραλείφθει. Αν διεξαχθεί πριν μελετηθούν οι παράγραφοι 11 - 5 και 11 - 6, οι μαθητές θα ανακαλύψουν μόνοι τους την ιδιότητα των ηλεκτρι-

κών δυνάμεων να ακολουθούν το νόμο του αντίστροφου τετραγώνου.

Το πείραμα είναι λεπτεπίλεπτο και δύσκολο να γίνει και τα αποτελέσματα ίσως χρειασθεί να αναλυθούν στο σπίτι. Συστήνουμε να γίνουν μερικά “τρεξίματα” για εξάσκηση, χωρίς να αναλυθούν τα δεδομένα που θα ληφθούν, ώστε να μπορεί να γίνει το τελικό τρέξιμο του πειράματος αρκετά γρήγορα για να μην επέλθει μεγάλη διαρροή φορτίου. Μπορεί να αποφευχθούν μεγάλες διαρροές φορτίων αν εξασφαλισθεί ότι όλα τα μονωτικά μέρη (συμπεριλαμβανομένων των ταινιών που προκαλούν τη φόρτιση), είναι καθαρά.

Υπό συνθήκες μεγάλης υγρασίας μπορείτε να στήσετε τη διάταξη με σφαιρίδια απο κουφοξυλιά και να θερμάνετε το εσωτερικό του κουτιού επί περίπου τρία λεπτά με τη βοήθεια μιας λυχνίας στεγνώματος υπέρυθρων ακτίνων (τύπου με ανακλαστήρα) πριν να εκτελέσετε το πείραμα. Αν το σύστημα δεν κρατηθεί στεγνό αρκετά για να πάρουν οι μαθητές αρκετά δεδομένα, μπορείτε να ξαναχρησιμοποιήσετε τη λυχνία ξηράνσεως.

Τα σφαιρίδια κουφοξυλιάς είναι καλυμμένα με κολοειδές αιώρημα γραφίτη σε αλκοόλη (το εμπορικό όνομά του είναι “Dag 154”) ή με Ινδική μελάνη. (“Βαφή” από αλουμίνιο δεν είναι καλός αγωγός). Χρησιμοποιείται μια μοναδική νάυλον ίνα για να κρεμασθεί το σφαιρίδιο από κουφοξυλιά γιατί είναι καλός μονωτής και ζυγίζει πολύ λιγότερο από το σφαιρίδιο. Αν τα νήματα αναρτήσεως είναι πολύ βαριά, θα σχηματίζουν καμπύλη (αλυσοειδή) όταν εκτρέπεται το σφαιρίδιο. Καθώς αυξάνεται η απόκλιση, η καμπύλωση θα γίνεται όλο και περισσότερο μεγαλύτερη και η οριζόντια απόκλιση δεν θα είναι ανάλογη προς την ασκούμενη δύναμη· έτσι τα σφάλματα θα είναι μεγάλα.

Αν η νάυλον ίνα δεν είναι ευθύγραμμη, αυτό μπορεί να βελτιωθεί τεντώνοντάς την, τραβώντας την δυνατά. Το σφαιρίδιο στηρίζεται περνώντας δύο ίνες δια μέσου μιας μικρής οπής, η οποία ανοίγεται στο σφαιρίδιο. Καλύψετε με λίγη κόλα τις ίνες και τραβήξτε την κόλα μέσα στο σφαιρίδιο. Αφού ξεραθεί η κόλα, τα κοντά άκρα των ινών μπορεί να κοπούν. Και οι δυο ίνες πρέπει να βγουν από την ίδια πλευρά του σφαιριδίου.

Και οι δύο σφαίρες φορτίζονται με φορτίο ίδιου προσήμου ακουμπώντας τις στον ίδιο μεταλλικό δίσκο, όπως δείχνεται στο *Βοήθημα Εργαστηρίου*. Αν οι μπάλες φορτισθούν με αντίθετα φορτία και έλξουν η μια την άλλη, ίσως να αιωρούνται μαζί, να ακουμπήσουν μεταξύ τους και εκφορτισθούν, κάνοντας το πείραμα πιο δύσκολο να εκτελεσθεί και οδηγώντας σε αποτελέσματα, τα οποία δεν είναι πολύ ικανοποιητικά. Και οι δυο μπάλες πρέπει να είναι στην ίδια απόσταση επάνω από τη βάση και όταν λαμβάνονται οι αγωγώσεις πρέπει να μην είναι κοντά στα τοιχώματα του κουτιού, στο χέρι ή άλλα αντικείμενα, γιατί επαγόμενα φορτία θα προκαλέσουν σφάλματα.

Οι μαθητές θα βρουν ότι αν φέρουν τις μπάλες πολύ κοντά τη μια προς την άλλη, ο νόμος του αντίστροφου τετράγωνου φαίνεται να μην ισχύει. Αυτό συμβαίνει γιατί ο νόμος αυτός ισχύει για σημειακά φορτία. Οι μπάλες συμπεριφέρονται σαν σημειακά φορτία μόνο όταν η μεταξύ τους απόσταση είναι πολλές φορές οι διάμετροί τους.

Όταν είναι πολύ κοντά, οι μπάλες δε συμπεριφέρονται όπως σημειακά φορτία λόγω του διαχωρισμού των φορτίων τους εξ επαγωγής.

Αφού η απόσταση μεταξύ των “αντίστοιχων” πλευρών των σφαιριδίων ισούται με την απόσταση των κέντρων των σφαιρών, η ανάγνωση των θέσεων των σφαιρών λαμβάνεται από αυτές τις πλευρές γιατί μπορούν να διαβασθούν με μεγαλύτερη ακρίβεια από ότι μεταξύ των κέντρων τους.

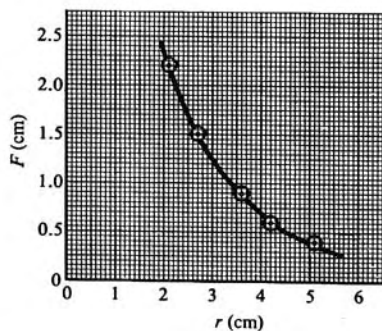
Όλοι οι μαθητές πρέπει να εκτελέσουν το πρώτο μέρος του πειράματος που εξετάζει την εξάρτηση της δυνάμεως μεταξύ δύο φορτισμένων σφαιρών ως συνάρτηση της μεταξύ τους αποστάσεως.

Μερικοί μαθητές εργάζονται γρηγορότερα και με μεγαλύτερη ακρίβεια από άλλους· αυτοί πρέπει να ενθαρρυνθούν να συνεχίσουν με το δεύτερο μέρος το οποίο εξετάζει την εξάρτηση της δυνάμεως μεταξύ των σφαιρών από τα φορτία τους. Σε αυτή την περίπτωση, είναι καλύτερο να καθυστερήσετε την ανάλυση των δεδομένων που λήφθηκαν στο πρώτο μέρος μέχρις ότου ληφθούν δεδομένα από το δεύτερο μέρος.

Συνήθως είναι εύκολο να ληφθούν καλά δεδομένα ελαττώνοντας το φορτίο του B στο μισό της αρχικής του τιμής. Είναι περισσότερο δύσκολο να ληφθούν καλά δεδομένα για μικρά φορτία και κανονικά δεν πρέπει να περιμένετε οι μαθητές να βρίσκουν τίποτα χρήσιμο για φορτίο στο B μικρότερο από ένα τέταρτο του αρχικού του φορτίου.

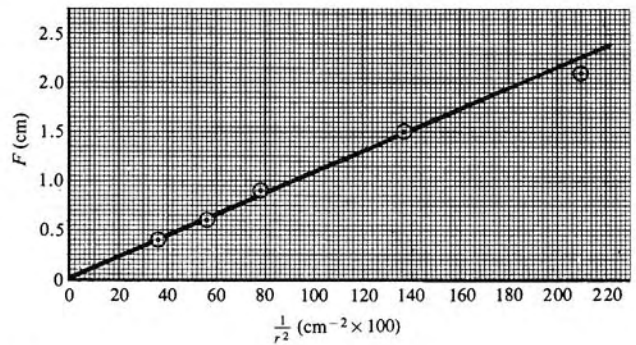
Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 16

- Η μπάλα στη βάση μπορεί να κινηθεί στη θέση όπου ελήφθη η πρώτη ανάγνωση. Αν υπήρξε κάποια διαρροή, η απόκλιση της κρεμασμένης μπάλας θα είναι μικρότερη από ότι η αρχική.
- Στο τέλος του “τρεξίματος” του πειράματος.
- Βλέπε σχ. B11 - 1 όπου φαίνεται ένα τυπικό γράφημα της δυνάμεως ως συναρτήσεως της (διαχωριστικής) αποστάσεως. Το γράφημα της δυνάμεως ως συναρτήσεως της διαχωριστικής αποστάσεως δεν θα δώσει στο μαθητή, που απλώς θα το κοιτάξει, την αλγεβρική μορφή του νόμου. Εντούτοις, η δύναμη για κάθε απόσταση r πρέπει να είναι περίπου το ένα τέταρτο της δυνάμεως σε απόσταση $\frac{1}{2} r$ και περίπου τα $\frac{4}{9}$ της δυνάμεως σε απόσταση $\frac{2}{3} r$.



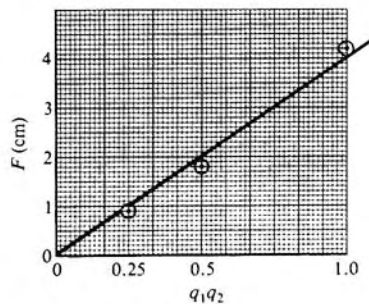
Σχήμα B11-1

- Αυτό υποδεικνύει εξάρτηση αντιστρόφου τετραγώνου. Βλέπε σχ. B11 - 2 όπου δείχνεται ένα τυπικό γράφημα της δυνάμεως ως συναρτήσεως του $1/r^2$.



Σχήμα B11-2

- Ίσως λήφθηκαν δεδομένα όταν οι μπάλες βρίσκονταν πολύ κοντά η μια στην άλλη· ίσως υπήρξε διαρροή φορτίων κατά την εκτέλεση του πειράματος.
- Η απόκλιση του A ελαττώθηκε.
- Το φορτίο του B είναι τώρα $1/2$ μονάδα φορτίου.
- Το B πρέπει να μετακινηθεί ώστε η απόσταση μεταξύ A και B να γίνει ίδια όση ήταν στην αρχή.
- Δεν θα υπήρχαν διαφορές στις παρατηρήσεις.
- Αν δεν υπάρχει φορτίο στις μπάλες, δεν υπάρχει δύναμη μεταξύ τους. Η δύναμη μεταξύ των σφαιρών εξαρτάται άμεσα από το γινόμενο μεταξύ των φορτίων τους.
Βλέπε σχ. B11 - 3 όπου δείχνεται ένα τυπικό γράφημα της δυνάμεως ως συναρτήσεως του γινομένου των φορτίων.



Σχήμα B11-3

Πείραμα 17. Μέτρηση Μικρών Ηλεκτρικών Δυνάμεων

Υλικά

- 1 Μια διάταξη του πειράματος του Millikan
- 1 Χρονόμετρο
- 1 Τροφοδοτικό (500 - Volt DC· 6,3 - Volt AC για λαμπτήρα).

Αυτό είναι ένα ποιοτικό πείραμα, το οποίο έχει σχεδιασθεί προκειμένου να εξοικειώσει τους μαθητές με τη διάταξη του Millikan και να τους δώσει μιαν αίσθηση για τις κινήσεις των μικρών πλαστικών σφαιρών υπό την επίδραση μόνον της βαρύτητας και υπό την επίδραση βαρυτικών και ηλεκτρικών δυνάμεων μαζί. Πρέπει να διεξαχθεί από όλους τους μαθητές.

Όταν στήσετε τη διάταξη, υπάρχουν πολλοί έλεγχοι που πρέπει να κάνετε:

(1) Βεβαιωθείτε ότι η φωτεινή πηγή έχει τοποθετηθεί έτσι ώστε να φωτίζει την περιοχή στη μέση μεταξύ των πλακών. Έχοντας τις πλάκες στις θέσεις τους και με το λαμπτήρα σε λειτουργία (ON), αρκεί μια απλή παρατήρηση με το μάτι.

(2) Βεβαιωθείτε ότι το μικροσκόπιο είναι εστιασμένο στην περιοχή στη μέση μεταξύ των πλακών. Για αυτό το σκοπό, αφαιρέσετε το σύστημα των πλακών από τη θέση του και “ανάψτε” το λαμπτήρα. Κρατήστε ένα κομμάτι χαρτί, με μια πολύ μικρή κουκίδα σημειωμένη επάνω του, στην περιοχή στη μέση στο χώρο που θα ήταν κανονικά μεταξύ των πλακών, κατόπιν ρυθμίστε τη θέση του μικροσκοπίου μέχρις ότου η κηλίδα επί του χαρτιού είναι σαφής και καθαρή.

(3) Βεβαιωθείτε ότι η “μύτη” (ακροφύσιο) του ψεκαστήρα είναι στην κατάλληλη θέση για να ρίχνει σφαιρίδια στην περιοχή στη μέση μεταξύ των πλακών. Επανατοποθετήστε το σύστημα των πλακών, εισάγετε το ακροφύσιο και ανάψτε το λαμπτήρα. Πιέστε την πλαστική φιάλη, η οποία περιέχει το αιώρημα των σφαιρών. Μετακινήστε κατάλληλα το ακροφύσιο ώστε να ρίχνει τα σφαιρίδια στη μέση του πεδίου οράσεως του μικροσκοπίου. Τοποθετήστε ένα συνδετήρα στο εκτεθειμένο μέρος του ακροφυσίου για να κρατηθεί στη σωστή θέση.

Τα σφαιρίδια παρέχονται ως ένα πυκνό (10 τοις εκατό στερεό) αιώρημα σε νερό, το οποίο πρέπει να αραιωθεί σε συγκέντρωση ενός μέρους του παραπάνω αιωρήματος με δύο μέρη νερού. Αρκεί ένα κουταλάκι του γλυκού ή λιγότερο από αυτό το μίγμα να τοποθετηθεί στο δοχείο του ψεκαστήρα για άριστα αποτελέσματα. Το αραιωμένο μίγμα μπορεί να φυλαχθεί μέσα σε καθαρό δοχείο για μελλοντική χρήση. Το δοχείο του ψεκαστήρα και ειδικότερα το ακροφύσιο πρέπει να καθαρίζονται συχνά. Αυτό το δοχείο καθαρίζεται ξεβγάζοντάς το πολλές φορές με καθαρό νερό και το ακροφύσιο φυσώντας νερό δια μέσου του μέχρις ότου το ψεκαζόμενο νερό να βγαίνει καθαρό.

Οι πλάκες φορτίζονται με τη βοήθεια ενός τροφοδοτικού DC με καλό ηλεκτρικό φίλτρο ή με μπαταρία, η οποία παρέχει περίπου 500 volt. Η αντίσταση της πηγής τροφοδοσίας πρέπει να είναι όσο μεγάλη γίνεται για λόγους ανθρώπινης ασφάλειας· το παρεχόμενο ρεύμα είναι μικρό, γιατί ο μόνος φόρτος είναι ο αντιστάτης διαρροής 10 - megohm μεταξύ των άκρων των πλακών. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν εξίσου καλά τέσσερις μπαταρίες των 90 volt η καθεμία. Αν χρησιμοποιήσετε μπαταρίες, να βεβαιωθείτε ότι οι συνδετήρες είναι καλά μονωμένοι και ότι έχει συνδεθεί στην έξοδο και σε σειρά με τη διάταξη των πλακών, αντιστάτης προστασίας 1 megohm οπότε έτσι αυξάνεται η αντίσταση της πηγής.

Είναι πολύ καλά αν το πείραμα γίνει μέσα σε σκοτεινό δωμάτιο.

Το κάθε τρέξιμο του πειράματος είναι αρκετά βραχύ, που ο χρόνος αρκεί ώστε ο κάθε ένας μαθητής να έχει την ευκαιρία να παρατηρήσει μόνος του τις σφαίρες και τη συμπεριφορά τους.

Αν υπάρχει αρκετός χρόνος, είναι καλό να βάζετε τους μαθητές να χρονομετρήσουν την κίνηση των σφαιριδίων.

Μπορούν να ληφθούν δεδομένα κατά πιο αποτελεσματικό τρόπο αν ένας μαθητής παρατηρεί μια σφαίρα και επίσης ξεκινά και σταματά το χρονόμετρο καθώς η σφαίρα διέρχεται από δυο σημεία αναφοράς. Ένας δεύτερος μαθητής να καταγράφει τις ενδείξεις του ρολογιού, την κατεύθυνση της κινήσεως και αν είναι φορτισμένες ή όχι οι πλάκες. Σημειώστε ότι το μικροσκόπιο αντιστρέφει και μεγεθύνει συγχρόνως: επομένως, τα σφαιρίδια θα φαίνονται να “πέφτουν προς τα πάνω” υπό την επίδραση της βαρύτητας αν παρατηρούνται κατευθείαν με το μικροσκόπιο. Στη συσκευή, η οποία εικονίζεται στο βιβλίο *Βοήθημα για το Εργαστήριο*, το φως εισέρχεται στο μικροσκόπιο αφού ανακλαστεί σε ένα επίπεδο κάτοπτρο οπότε η κίνηση των σφαιριδίων φαίνεται κανονική.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 17

- Πολλές από τις σφαίρες φαίνονται όλες εξίσου πολύ λαμπερές, αλλά μερικές φαίνονται ασαφείς και είναι λιγότερο λαμπερές. (Μερικές από τις σφαίρες μεταξύ των πλακών είναι σε περιοχές εκτός της περιοχής καλής εστίασεως του μικροσκοπίου).
- Όλες οι σφαίρες κινούνται βραδέως κατά την ίδια κατεύθυνση.
- Βάζοντας φορτίο επί των πλακών κάνει μερικές σφαίρες να κινηθούν προς αντίθετη κατεύθυνση.
- Δεν φέρουν όλες οι σφαίρες το ίδιο είδος φορτίου.
- Φορτίζοντας τις πλάκες κάνει μερικές σφαίρες να κινούνται γρηγορότερα και άλλες βραδύτερα με ταχύτητες διαφορετικών μέτρων.
- Η ταχύτητα μιας σφαίρας φαίνεται σταθερή κατά μήκος της τροχιάς της.
- Η κινούσα δύναμη (χωρίς την αντίσταση του αέρα) που ασκείται σε κάποια σφαίρα είναι σταθερή στο χώρο μεταξύ των πλακών.
- Το πηλίκο των κινουσών δυνάμεων είναι k .

Πείραμα 18. Το Πείραμα του Millikan

Υλικά

- 1 Διάταξη του πειράματος του Millikan
- 1 Χρονόμετρο
- 1 Τροφοδοτικό (500 - Volt DC· 6,3 - volt AC για το λαμπτήρα)

Σε αυτό το πείραμα οι μαθητές μετρούν τις ταχύτητες ενός αριθμού μικρών πλαστικών σφαιρών, οι οποίες πέφτουν υπό την επίδρα-

ση μόνο της βαρύτητας και τις ταχύτητες όταν πέφτουν υπό την επίδραση της βαρύτητας και ηλεκτρικού πεδίου μαζί. Η κατανομή των ταχυτήτων που οφείλονται μόνο στο ηλεκτρικό πεδίο φαίνονται να συγκεντρώνονται γύρω από τιμές που είναι πολλαπλάσια μιας τιμής ταχύτητας (μονάδας ταχύτητας), πράγμα που υποδεικνύει ότι τα φορτία εμφανίζονται επίσης μόνο ως πολλαπλάσια κάποιας “μονάδας” φορτίου*.

Αυτό το σημαντικό πείραμα απαιτεί δεξιότητες και φροντίδα καθώς και υπομονή για να διεξαχθεί επιτυχώς. Ίσως δεν πρέπει να επιχειρηθεί από όλους, ανεξαιρέτως, τους μαθητές. Να το βάλετε μόνο σε εκείνους οι οποίοι το θέλουν και μπορούν. Εντούτοις πρέπει να γίνει μια συζήτηση μετά το εργαστήριο για όλη την τάξη.

Η διάταξη είναι η ίδια όπως στο προηγούμενο πείραμα και ισχύουν οι ίδιες συμβουλές και τι πρέπει να προσεχθεί. Ξανά, είναι σημαντική η συνεργασία δύο μαθητών. Είναι καλό να γίνουν πολλά ζεύγη μετρήσεων (ας πούμε, τρία) για κάθε σφαίρα και να ληφθεί η μέση τιμή τους.

Υπενθυμίστε στους μαθητές σας πρώτα να αφήσουν το ηλεκτρικό πεδίο να “καθαρίσει” το χώρο από τις σφαίρες οι οποίες κινούνται πολύ γρήγορα και δε μπορούν να χρονομετρηθούν με ακρίβεια και φέρουν πολλά φορτία ώστε δε μπορούν να παρέχουν ενδείξεις για το διακριτό του φορτίου. Μετά από λίγο θα είναι ορατές μόνο μερικές σφαίρες. Είναι καλύτερα να παρακολουθηθούν οι βραδύτερα κινούμενες. Αφού επιλέξει μια σφαίρα, ο μαθητής την κάνει να “βηματίζει” αντιστρέφοντας το πεδίο μετά από κάθε χρονομετρούμενο “τρέξιμο” του πειράματος. Ο μαθητής, ο οποίος παρατηρεί τις σφαίρες πρέπει να λειτουργεί το χρονόμετρο ενώ ο συνεργάτης του το διαβάζει και καταγράφει τα αποτελέσματα. Ο παρατηρητής πρέπει να κρατά τη σφαίρα στο οπτικό πεδίο ενώ διαβάζεται το ρολόι.

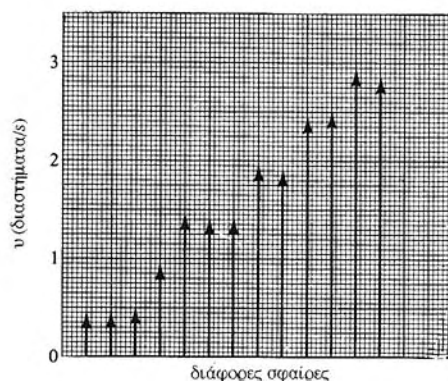
Συστήνεται να τοποθετηθεί διαφορά δυναμικού περίπου 375 V μεταξύ των πλακών, αν οι πηγές που χρησιμοποιείτε μπορούν να δώσουν αυτή την τάση. Αλλιώς, μπορεί να χρησιμοποιηθούν 500 V.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 18

- Οι βραδύτερα κινούμενες σφαίρες μπορούν να χρονομετρηθούν με μεγαλύτερη ακρίβεια· άρα η διαφορά στην ταχύτητα μεταξύ δυο σφαιρών μπορεί να προσδιορισθεί με μεγαλύτερη ακρίβεια. Θα είναι ευκολότερο να διαπιστώσει κανείς αν οι διαφορές στην ταχύτητα είναι πολλαπλάσιες κάποιας ελάχιστης μεταβολής ταχύτητας και άρα αν οι διαφορές των φορτίων των σφαιρών είναι πολλαπλάσιες του ίδιου ελάχιστου φορτίου.
- Οι διαφορές στις ταχύτητες των σφαιρών φαίνονται να είναι πολλαπλάσια μιας ελάχιστης μεταβολής ταχύτητας και συνεπώς οι διαφορές των φορτίων των σφαιρών είναι πολλαπλάσια ενός ελάχιστου ηλεκτρικού φορτίου.

* Μερικά σωμάτια δεν είναι σφαίρες αλλά είναι κομμάτια σφαίρας ή συσσωματώματα σφαιρών και θα έχουν διαφορετικές οριζικές ταχύτητες λόγω των διαφορετικών μαζών τους. Τα συσσωματώματα σφαιρών θα κινούνται γρηγορότερα από ότι οι μοναδικές σφαίρες.

Βλέπε σχ. B11 - 4 για τυπικά αποτελέσματα από το πείραμα. Επειδή υπάρχουν κάποιες διαφορές στα μεγέθη των σφαιρών, επιλέξαμε για σύγκριση μόνο αυτά τα “τρεξίματα” στα οποία οι ταχύτητες των σφαιρών κατά την ελεύθερη πτώση τους ήταν περίπου ίδιες. Οι μαθητές σας πρέπει να κάνουν το ίδιο κατά την ανάλυση των δεδομένων που πήραν. Ενώ οι ταχύτητες, των σφαιρών μπορεί να βρεθούν σε εκατοστά/δευτερόλεπτο, δεν αξίζει τον κόπο να το κάνουν· έχουμε εκφράσει τις ταχύτητες σε διαστήματα ανά δευτερόλεπτο (διαστήματα/s).



Σχήμα B11-4

Κατάταξη των Προβλημάτων Παραγράφων και ΣΤΕ

Παράγραφος	Εύκολα	Μέτρια	Δύσκολα
11 - 1	1, 2		
11 - 2	3	4	
11 - 4	6, 7	5	
11 - 5	8, 9, 10		
11 - 6	11	12	
11 - 7	13, 15	14, 16	
11 - 8	17, 18, 19		
11 - 9	20	21	
11 - 10		22, 23	
11 - 11	24, 25		
11 - 12	27, 28, 29 30	26	
ΣΤΕ	32, 33 34, 36, 43	31, 35, 37, 39 40, 41, 42, 44	38

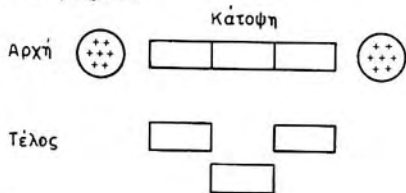
Απαντήσεις στα Προβλήματα

(Περιεχόμενο προβλημάτων όπως στο βιβλίο διδασκαλίας)

1. Το πρόσημο είναι το ίδιο, αλλά δε μπορεί να πει κανείς αν είναι θετικό ή αρνητικό.
2. Αρνητικό.
3. Η μπάλα θα γειωθεί και θα χάσει το φορτίο της, έτσι ξαναέρχεται πίσω ακουμπώντας στη ράβδο που είναι πάνω στο γυάλινο δοχείο. Κατόπιν αφού φορτίζεται ξανά θα ξανααιωρηθεί απομακρυνόμενη από τη ράβδο.
4. Επειδή το αεροπλάνο και το φορτηγό μεταφοράς βενζίνης συνήθως έχουν ρόδες από λάστιχο (καουτσούκ), είναι ηλεκτρικά μονωμένα από το έδαφος. Επί πλέον οι ράμπες που χρησιμοποιούνται για την ανύψωση οχημάτων κατά το σέρβις, αποτελούνται συνήθως από "τσιμέντο" (μπετόν) ή/και ασφαλτο που δεν είναι κατ' ανάγκη καλοί αγωγοί (προς τη γη). Επομένως, παρόλη τη χρήση αλυσίδων γειώσεως, το αεροπλάνο και το φορτηγό θα παραμείνουν φορτισμένα. Μπορεί να δημιουργηθεί σπινθήρας όταν ο μεταλλικός σωλήνας τροφοδοσίας καυσίμου πλησιάζει κοντά στο αεροπλάνο. Η σύνδεση με το (αγώγιμο) σύρμα εξασφαλίζει την απενεργοποίηση των φορτίων (ακριβέστερα, την εξίσωση των δυναμικών) πριν από το άνοιγμα των δοχείων καυσίμων. Αν δημιουργηθεί σπινθήρας αφού ανοίξουν τα δοχεία μπορεί να προκληθεί ανάφλεξη στο εκρηκτικό μίγμα βενζίνης - αέρα.
Όταν ρέει η βενζίνη είναι δυνατόν να φορτισθεί η ροή του υγρού λόγω τριβής με το σωλήνα τροφοδοσίας. Το φορτίο της βενζίνης θα πάει μέσα στο αεροπλάνο και θα το φορτίσει με αντίθετο φορτίο από αυτό που έχει ο σωλήνας τροφοδοσίας. Αν δεν υπάρχει κάποιος αγωγός "δρόμος" ώστε τα φορτία του αεροπλάνου και του σωλήνα να επανασυνδεθούν, μπορεί να δημιουργηθεί σπινθήρας με καταστροφικές συνέπειες.
5. (α) Φορτίστε την πλαστική ταινία τρίβοντάς την με το χαρτί. Κατόπιν φορτίστε τη μια από τις δυο σφαίρες, είτε ακουμπώντας την με τη φορτισμένη ταινία είτε, κατά προτίμηση, εξ επαγωγής. Μετακινήστε τη φορτισμένη

πλαστική ταινία και ακουμπήστε τη μια σφαίρα με την άλλη. Επειδή έχουν το ίδιο μέγεθος, το φορτίο θα κατανεμηθεί εξίσου και στις δυο.

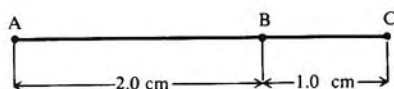
- (β) Αυτό πρέπει να γίνει εξ επαγωγής. Ακουμπήστε τις δυο μεταλλικές σφαίρες μεταξύ τους. Φορτίστε την πλαστική ταινία και κρατήστε την κοντά τους αλλά χωρίς να ακουμπά καμιά από τις σφαίρες. Κατόπιν απομακρύνετε τις σφαίρες τη μια από την άλλη και στη συνέχεια απομακρύνετε την πλαστική ταινία. Η σφαίρα που βρίσκεται μακρύτερα από την πλαστική λωρίδα θα έχει (σχεδόν παντού) ίδιου προσήμου φορτίο όπως η λωρίδα· η κοντινότερη σφαίρα θα έχει σχεδόν παντού φορτίο αντιθέτου προσήμου. Αφού οι δυο σφαίρες ήταν αρχικά ουδέτερες, τα φορτία των διαχωρισθέντων σφαιρών θα είναι (με μεγάλη προσέγγιση) ίσα κατά μέτρο.
6. Η σφαίρα μπορεί να είναι ουδέτερη ή θετικά φορτισμένη.
7. (α) Περιμένετε να παρατηρήσετε ότι η φορτισμένη σφαίρα κινείται προς τη ράβδο.
(β) Το άκρο της ράβδου φορτίζεται αρνητικά εξ επαγωγής λόγω του θετικού φορτίου της σφαίρας.
8. Η προσθήκη αρνητικών φορτίων ή η αφαίρεση θετικών φορτίων.
9. Όχι. Η απομάκρυνση οποιουδήποτε αριθμού αρνητικών φορτίων από ουδέτερο σώμα που δίνει αρνητικό φορτίο.
10. (α) Όταν τα τρία μπλοκ διαχωρισθούν, (όπως φαίνεται στα διαγράμματα), τα δύο εξωτερικά θα φέρουν αρνητικά φορτία και το μεσαίο θα φέρει θετικό φορτίο.



Σχήμα Α

- (β) Ο συνδυασμός των τριών μπλοκ σε επαφή υποτίθεται ότι είναι αρχικά ηλεκτρικά ουδέτερος. Τα δυο θετικά φορτισμένα σώματα προκαλούν ανακατανομή του φορτίου ώστε το μεσαίο μπλοκ χάνει αρνητικό φορτίο, το οποίο παίρνουν τα δύο εξωτερικά ή κερδίζει θετικό φορτίο από αυτά. Έτσι, όταν διαχωρισθούν τα μπλοκ, το μεσαίο φέρει συνολικό θετικό φορτίο. Δεν επανέρχεται η αρχική ουδέτερη κατάσταση γιατί ο αέρας και το πάνω του τραπέζιού είναι μονωτικά. Αν ο αέρας ιοντιστεί ή το τραπέζι είναι λίγο αγωγίμο, θα υπάρξει μια βαθμιαία μετάβαση στην αρχική κατάσταση μηδενικού φορτίου (ουδετερότητα).

11. $F = 1,0 \times 10^{-5} \text{ N}$



Σχήμα Β

12. (α) Αφού η απόσταση μεταξύ A και B είναι διπλάσια αυτής μεταξύ Γ και B , η δύναμη του Γ επί του B , πρέπει να είναι τέσσερις φορές αυτή του A επί του B . $F_{B\Gamma} = 4 \times 3,0 \times 10^{-6} \text{ N} = 1,2 \times 10^{-5} \text{ N}$.

- (β) Υποθέτοντας ότι τα τρία φορτία έχουν το ίδιο πρόσημο και ίδιες απολυτές τιμές, οι δυνάμεις είναι και οι δυο απωστικές. Η δύναμη του A επί του B είναι $3,0 \times 10^{-6} \text{ N}$ προς τα δεξιά.

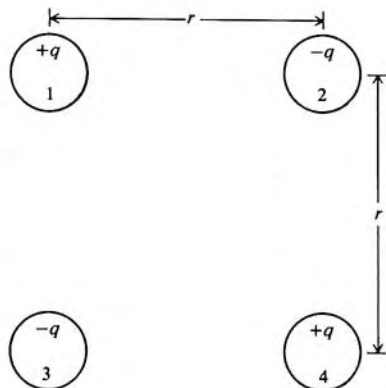
Από το (α) η δύναμη του Γ επί του B είναι $12 \times 10^{-6} \text{ N}$ προς τα αριστερά.

$$\therefore F_{\text{ολική}} = 12 \times 10^{-6} \text{ N} - 3 \times 10^{-6} \text{ N}$$

$$= 9 \times 10^{-6} \text{ N} \text{ προς τα αριστερά.}$$

13. (α) Η δύναμη πολλαπλασιάζεται επί τέσσερα.

- (β) Η δύναμη διαιρείται δια τέσσερα.



Σχήμα Γ

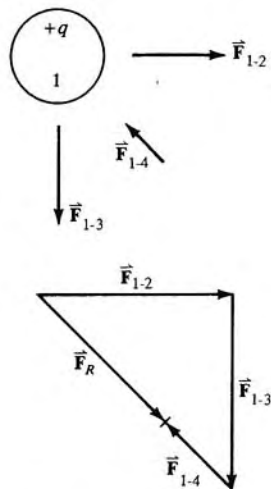
14. (α) Επειδή οι σφαίρες 2 και 3 η καθεμιά βρίσκεται σε απόσταση r από τη σφαίρα 1, οι δυνάμεις που ασκούν επί αυτής έχουν ίσα μέτρα:

$$F_{1-2} = F_{1-3} = k \frac{q^2}{r^2}.$$

Επειδή η διαγώνιος ενός τετραγώνου έχει μήκος $\sqrt{2}$ φορές το μήκος της πλευράς του,

$$F_{1-4} = k \frac{q^2}{(\sqrt{2}r)^2} = \frac{kq^2}{2r^2}.$$

Η δύναμη που ασκείται από τη σφαίρα 4 είναι η μισή από τη δύναμη που ασκεί η σφαίρα 2 επί της 3.



Σχήμα 11-5

Τα βέλη στο σχ. Β11 - 5 δείχνουν την κατεύθυνση και το σχετικό μέτρο της κάθε μιας δυνάμεως επί της σφαίρας 1.

Η συνισταμένη δύναμη $\vec{F}_R$ ισούται με $\vec{F}_{1-2} + \vec{F}_{1-3} + \vec{F}_{1-4}$. Από το διάγραμμα μπορεί κανείς να δει ότι $(F_R + F_{1-4})^2 = F_{1-2}^2 + F_{1-3}^2 = 2F_{1-2}^2$.

Άρα

$$F_R = \sqrt{2} F_{1-2} - F_{1-4} \\ = (\sqrt{2} - \frac{1}{2})F_{1-2} = 0,91 kq^2/r^2.$$

- (β) Από τη συμμετρία του σχήματος, μπορεί κανείς να δει ότι η συνισταμένη δύναμη επί του κάθε φορτίου θα έχει το ίδιο μέτρο και η κάθε συνισταμένη θα κατευθύνεται προς το κέντρο του τετραγώνου. Αν αφεθούν όλα ταυτόχρονα, θα κινηθούν προς το κέντρο του τετραγώνου.

15. Έστω ότι q είναι το αρχικό φορτίο των A και B . Αφού οι Γ και A ακουμπήσουν η μια την άλλη, θα έχουν η καθεμιά φορτίο $q/2$.

- (α) Αφού η δύναμη είναι ανάλογη προς το γινόμενο των φορτίων,

$$\frac{F_A(\text{τώρα})}{2,0 \times 10^5 \text{ N}} = \frac{(\frac{1}{2}q)(\frac{3}{2}q)}{(q)(q)} = \frac{3}{4}$$

$F_{(\text{τώρα})} = 1,5 \times 10^5 \text{ N}$ προς τα αριστερά.

- (β) Αν η Γ ακουμπήσει μόνο την A αλλά όχι τη B , το φορτίο της θα είναι $q/2$. Αφού η απόσταση μεταξύ A και Γ είναι

η μισή αυτής μεταξύ A και B , τότε η δύναμη, η οποία ασκείται από τη σφαίρα A στη σφαίρα Γ βρίσκεται από:

$$\frac{F_{\Gamma A}}{2,0 \times 10^{-5} \text{ N}} = \frac{(q/2)(q/2)/(\frac{1}{2}AB)^2}{(q)(q)(AB)^2} \\ = 1.$$

$F_{\Gamma A} = 2,0 \times 10^{-5} \text{ N}$ προς τα δεξιά.

Η σφαίρα B απέχει από την Γ όσο απέχει και η A αλλά η B έχει διπλάσιο φορτίο από την A . Άρα η δύναμη που ασκεί επί της Γ είναι $\vec{F}_{\Gamma B} = 4,0 \times 10^{-5} \text{ N}$ προς τα αριστερά.

Η ολική δύναμη επί της Γ που οφείλεται στις A και B είναι επομένως $F_{\Gamma} = 2,0 \times 10^{-5} \text{ N}$ προς τα αριστερά.

Μερικοί μαθητές ίσως ερμηνεύσουν ότι το πρόβλημα εννοεί πως η Γ ακούμπησε πρώτα την A , κατόπιν τη B και κινήθηκε στη μέση μεταξύ A και B . Σε αυτή την περίπτωση, η Γ μοιράστηκε δύο φορές φορτίο και το φορτίο της είναι $3 q/4$, πράγμα που θα οδηγούσε σε διαφορετική απάντηση.

16. Η δύναμη μεταξύ δύο σημειακών φορτίων μεταβάλλεται αντίστροφα με το τετράγωνο της μεταξύ τους αποστάσεως. Άρα αν η απόσταση πολλαπλασιασθεί επί τρία, η δύναμη πολλαπλασιάζεται επί ένα ένατο. Αν η μεταξύ τους δύναμη πολλαπλασιασθεί επί ένα δεύτερο, το τετράγωνο της αποστάσεως πολλαπλασιάζεται επί δύο και η απόσταση η ίδια επί την τετραγωνική ρίζα του δύο.

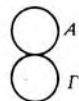
17. Σχ. 11 - 13

Σχ. 11 - 14

(α)	αντιστοιχεί	(α)
(β)	στο	(β)
(γ)		(γ)
(δ)		κανένα



(α)



(β)



(γ)

Σχήμα Δ

18. Όχι. Αν αυτό συνέβαινε, στο σημείο όπου θα συναντιόνταν, η ολική δύναμη επί κινητού (ελεύθερου) φορτίου θα ήταν προς δυο κατευθύνσεις ταυτόχρονα.

19. (α) Όχι.

- (β) Ναι· στο άκρο δεξιά.

$$20. \quad 2,7 \times 10^{-10} \times 3,9 \times 10^{-4} \text{ N} = 1,05 \times 10^{-13} \text{ N}$$

$$7,0 \times 10^{-13} \times (3,9 \times 10^{-4})^2 = 1,06 \times 10^{-19} \text{ N}$$

Ο όρος που έχει το v είναι 10^6 φορές ο όρος που έχει το v^2 · σε σχέση με τον πρώτο ο δεύτερος είναι αμελητέος.

21. (α) Αν η σφαίρα κινείται προς τα επάνω με ταχύτητα μέτρου $\frac{3}{2}$ αυτής της πτώσεως της (οριζή ταχύτητα) υπό την επίδραση μόνο της βαρύτητας, η κινούμενη δύναμη είναι προς τα επάνω και το μέτρο της είναι $\frac{3}{2} \times \text{βάρος} = 4,2 \times 10^{-14} \text{ N}$. Αυτό επιβάλλει να είναι η ηλεκτρική δύναμη προς τα επάνω και να έχει μέτρο $4,2 \times 10^{-14} \text{ N} + 2,8 \times 10^{-14} \text{ N} = 7,0 \times 10^{-14} \text{ N}$.

- (β) Αν η σφαίρα κινείται προς τα κάτω με ταχύτητα (οριζή) μέτρου $\frac{3}{2}$ της πτώσεως υπό την επίδραση της βαρύτητας, η πρόσθετη ηλεκτρική δύναμη πρέπει να κατευθύνεται προς τα κάτω και να έχει μέτρο $(\frac{3}{2} - 1)(\text{βάρος}) = \frac{1}{2}(2,8 \times 10^{-14} \text{ N}) = 1,4 \times 10^{-14} \text{ N}$.

22. Οι συνθήκες που πρέπει να υπάρχουν είναι:

- (α) Οι πλάκες της διατάξεως είναι παράλληλες και το μικροσκόπιο κατευθύνεται ώστε να βλέπει σφαίρες στη μέση της περιοχής μεταξύ των πλακών, όπως μπορεί να δει κανείς από τα σχ. 11 - 16 και 11 - 17.
- (β) Όταν φορτισθούν οι πλάκες, το φορτίο είναι το ίδιο κατά τη διάρκεια όλου του πειράματος.
- (γ) Δεν υπάρχει κίνηση του ίδιου του αέρα μεταξύ των πλακών.
- (δ) Οι σφαίρες έχουν όλες την ίδια διάμετρο και την ίδια μάζα. Υποθέτουμε ότι οι παρατηρούμενες ίσες διαφορές μεταξύ των ηλεκτρικών δυνάμεων, οι οποίες ασκούνται επί των σφαιρών είναι αποτέλεσμα ίσων διαφορών μεταξύ των ηλεκτρικών φορτίων των σφαιρών.

23. (α) Κατ' αρχήν θα μπορούσε κανείς να διεξαγάγει ένα πείραμα στο κενό για να προσδιορίσει την ύπαρξη στοιχειώδους φορτίου. Οι σφαίρες θα εκτελούσαν ελεύθερη πτώση όταν δεν θα υπήρχε ηλεκτρική δύναμη υπό την

επίδραση μόνο της mg · με την παρουσία και ηλεκτρικής δύναμης, η ολική δύναμη θα είναι $mg + F_{\eta}$, $mg + 2mg + 3F_{\eta}$, ... κτλ. Χρονομετρώντας την πτώση των σφαιρών κατά δεδομένη απόσταση, θα μπορούσαν να προσδιορισθούν οι επιταχύνσεις και συνεπώς και οι δυνάμεις· η ανάλυση των αποτελεσμάτων θα αποκάλυπτε τις ίσες διαφορές των ασκούμενων δυνάμεων. Αυτό θα ήταν όμως πάρα πολύ δύσκολο να γίνει γιατί θα απαιτούσε την ακριβή μέτρηση πολύ μικρών χρόνων. Δεν θα μπορούσε να ακολουθηθεί στην περίπτωση του κενού, ακριβώς η μέθοδος των παραγράφων 11 - 8 και 11 - 9, γιατί δεν θα υπήρχαν οριζές ταχύτητες.

- (β) Περιμένετε μια μειωμένη πυκνότητα αέρα να οδηγεί σε μειωμένη αντίσταση αέρα. Επομένως, οι οριζές ταχύτητες θα ήταν μεγαλύτερες στο μεγαλύτερο υψόμετρο. Όμως, δεν θα υπάρξει διαφορά στα συμπεράσματα· θα παρατηρηθούν ίσες διαφορές μεταξύ των οριζών ταχυτήτων.

24. (α) $2F$
(β) $2F$
(γ) $2F$

25. Επαναφέρετε τη σφαίρα, η οποία χρησιμοποιήθηκε μεταξύ των φορτισμένων πλακών, σε μια απόσταση $0,15 \text{ m}$ από τη σφαίρα με την οποία ακούμπησε. Δείτε αν η ηλεκτρική δύναμη εξακολουθεί να είναι ίδια με αυτήν που ήταν προηγουμένως.

26. Η ένταση του πεδίου ηλεκτρικών δυνάμεων μεταξύ παραλλήλων πλακών μεταβάλλεται ευθέως ανάλογα με τον αριθμό των μπαταριών (σε σειρά) και αντιστρόφως ανάλογα με τη διαχωριστική απόσταση.

- (α) Η διαχωριστική απόσταση αυξάνεται κατά παράγοντα $\frac{3}{2}$ · οπότε η δύναμη ελαττώνεται κατά παράγοντα $\frac{2}{3}$ (δηλαδή πολλαπλασιάζεται επί παράγοντα $\frac{2}{3}$):

$$\frac{2}{3} \times 3 \times 10^{-4} \text{ N} = 2 \times 10^{-4} \text{ N}.$$

- (β) Ο αριθμός των μπαταριών τριπλασιάζεται, οπότε οδηγεί σε τριπλασιασμό της δύναμης

$$3 \times 2 \times 10^{-4} \text{ N} = \underline{6 \times 10^{-4} \text{ N.}}$$

27. Ο σκοπός της χρήσεως μιας παραλλαγής μεγεθυμένης διατάξεως του πειράματος του Millikan είναι να σχηματισθεί ένα γνωστό ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ των πλακών ενώ αυτές βρίσκονται αρκετά μακριά η μια από την άλλη ώστε να μπορούν να χρησιμοποιηθούν στο μεταξύ τους χώρο αρκετά μεγάλα σφαιρίδια. Τότε, αν μετρηθεί η δύναμη που ασκείται επί ενός τέτοιου σχετικά μεγάλου σφαιριδίου, μπορεί να προσδιορισθεί ο αριθμός των στοιχειωδών φορτίων του.

28. $F = 2,3 \times 10^{-16} \text{ N.}$

29. $E = 9 \times 10^{-18} \text{ newton}$ ανά στοιχειώδες φορτίο, με κατεύθυνση προς το αντικείμενο.

$$V = -5 \times 10^{-18} \text{ J/στοιχειώδες φορτίο.}$$

30. Πανομοιότυπες αγωγίμες σφαίρες μοιράζονται εξίσου τα φορτία τους αν έρθουν σε επαφή μεταξύ τους. Μετά το πρώτο βήμα, οι σφαίρες 1 και 2 έχουν η καθεμιά $N/2$ φορτία. Μετά το δεύτερο βήμα, οι σφαίρες 2 και 3 φέρουν από $N/4$ φορτία. Μετά το τρίτο βήμα, οι σφαίρες 1 και 3 φέρουν από $3N/8$ φορτία, ενώ η σφαίρα 2 εξακολουθεί να φέρει $N/4$ φορτία. Αφού το φορτίο διατηρείται, το συνολικό φορτίο και των τριών σφαιρών μαζί στο τέλος, εξακολουθεί να ισούται με N φορτία, $(3N/8 + N/4 + 3N/8)$.

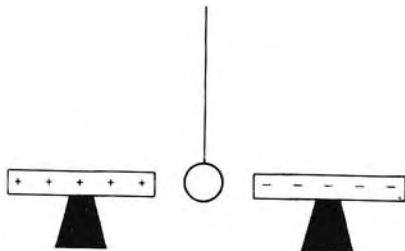
Απαντήσεις στα Προβλήματα ΣΤΕ

31. (α) Έχετε έτοιμη μια ελαφριά μπάλα, επενδυμένη με μέταλλο κρεμασμένη με νάυλον νήμα. Ακουμπήστε τη μπάλα και έτσι μοιρασθείτε με αυτήν μέρος του φορτίου σας. Μπορείτε να απομακρύνετε από επάνω σας το υπόλοιπο φορτίο σας ακουμπώντας, ας πούμε, ένα σωλήνα υδρεύσεως. Κατόπιν τρίψτε μια γυάλινη ράβδο με μετάξι και φέρτε τη φορτισμένη γυάλινη ράβδο κοντά στη μπάλα· αν η μπάλα απωθείται, είσθε θετικά φορτισμένος. Αν έλκεται, είσθε αρνητικά φορτισμένος.
- (β) Αν φέρετε σημαντική ποσότητα φορτίου και ακουμπήσετε μεταλλικό α-

ντικείμενο η μεταφορά του φορτίου γίνεται με το σπινθήρα που δημιουργείται. Επειδή το μέταλλο είναι αγωγός, το φορτίο μπορεί να κατανεμηθεί γρήγορα επί όλου του αγωγού (ακριβέστερα ισορροπεί στην εξωτερική του επιφάνεια). Όταν ακουμπήσουμε ένα μονωτή, το φορτίο δεν μπορεί να κινηθεί δια αυτού ή πάνω του. Άρα, μπορεί να μεταφερθεί μικρή μόνο ποσότητα φορτίου και δε δημιουργείται σπινθήρας.

- (γ) Μερικές φορές ο μονωτής δεν είναι τέλειος και απλώς είναι ένας πολύ κακός αγωγός. Τη στιγμή που ακουμπούμε το ξύλο, ο μονωτής αυτός δε δέχεται φορτία με αρκετά γρήγορο ρυθμό ώστε να προκληθεί σπινθήρας· όμως η επαφή μπορεί να διαρκέσει επί αρκετό χρόνο ώστε να μπορέσουν τα φορτία να φύγουν από επάνω σας. Όταν κατόπιν ακουμπήσετε το χερούλι της πόρτας, δε δημιουργείται σπινθήρας γιατί δεν υπάρχει πλέον φορτίο επάνω σας που να μεταφερθεί.

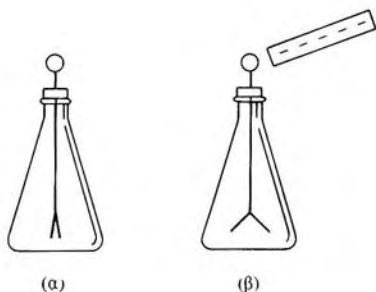
32. Η σφαίρα θα αιωρείται μεταξύ των ράβδων. Η θετική ράβδος πρώτα μοιράζεται μέρος του φορτίου της με τη σφαίρα, η οποία στη συνέχεια απωθείται από τη θετική και έλκεται από την αρνητική ράβδο. Κινείται ώσπου να ακουμπήσει την αρνητική ράβδο. Παίρνει αρκετό φορτίο από την αρνητική ράβδο ώστε να εξουδετερωθεί το φορτίο της σφαίρας και τότε η αρνητική ράβδος μοιράζεται μέρος του φορτίου της με τη σφαίρα· η σφαίρα στη συνέ-



Σχήμα Ε

χεια απωθείται από την αρνητική και έλκεται από τη θετική ράβδο. Μόλις ακουμπήσει τη θετική ράβδο ξανά, η σφαίρα χάνει το αρνητικό της φορτίο και ξαναφορτίζεται θετικά και η διαδικασία εξακολουθεί να επαναλαμβάνεται. Τελικά η σφαίρα μεταφέρει αρκετό φορτίο μεταξύ των ράβδων ώστε οι ράβδοι να μείνουν πρακτικά χωρίς φορτία (αφού αρχικά είχαν ίσα και αντίθετα φορτία και είναι ίδιες ράβδοι).

- 33.** Όταν κρατάτε τη φορτισμένη ράβδο κοντά στο σφαιρίδιο (ή κουμπί) του ηλεκτροσκοπίου, μπορεί φορτίο ίδιου προσήμου με αυτό της ράβδου να απωθηθεί προς τα φύλλα του ηλεκτροσκοπίου ή φορτίο αντίθετου προσήμου μπορεί να τραβηχθεί προς το κουμπί του ηλεκτροσκοπίου ή ακόμη μπορεί να επέλθει μετακίνηση και των δυο ειδών φορτίων. (Θυμηθείτε ότι σε αυτό το σημείο δεν ξέρομε αν κινείται το ένα είδος φορτίου ή το άλλο ή και τα δυο). Οτιδήποτε και να συμβαίνει, το φορτίο του κουμπιού του ηλεκτροσκοπίου έχει αντίθετο πρόσημο από αυτό των φύλλων του. Τα φύλλα απομακρύνονται το ένα από το άλλο λόγω της απωθήσεως των ομοσήμων φορτίων τους. Εντούτοις, δεν έγινε μεταφορά φορτίου από (ή προς) το ηλεκτροσκόπιο· ως σύνολο είναι ουδέτερο (συνολικό φορτίο μηδέν). Αν απομακρυνθεί η φορτισμένη ράβδος τα φορτία τα οποία απλώς είχαν μετακινηθεί από τις αρχικές τους θέσεις ξαναεπιστρέφουν σε αυτές, έτσι δεν είναι φορτισμένο κανένα μέρος του ηλεκτροσκοπίου και τα φύλλα του πέφτουν μαζί προς τα κάτω.

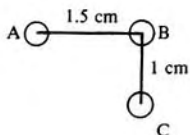


Σχήμα Ζ

- 34.** Η ράβδος από γυαλί είναι θετικά φορτισμένη· καθώς πλησιάζει το κουμπί του ηλεκτροσκοπίου, μπορεί να μετακινηθεί (ελκόμενο) αρνητικό φορτίο προς το κουμπί από τα φύλλα. Θετικό φορτίο μπορεί να απωθηθεί από το κουμπί προς τα φύλλα ή μπορεί να συμβαίνουν και τα δύο. Όταν η γυάλινη ράβδος ακουμπήσει το κουμπί του ηλεκτροσκοπίου, ανταλλάσσεται φορτίο μεταξύ τους· μπορεί αρνητικό φορτίο να αφήνει το κουμπί και να μεταφέρεται στη ράβδο, μπορεί θετικό φορτίο να αφήνει τη ράβδο και να μεταφέρεται στο κουμπί ή μπορεί να συμβαίνουν και τα δύο. Όπως και να είναι τα πράγματα εμφανίζεται περίσσεια θετικού φορτίου επί του ηλεκτροσκοπίου αφού απομακρυνθεί η ράβδος· το ηλεκτροσκόπιο έχει τώρα θετικό φορτίο παντού στα μεταλλικά του μέρη και η αμοιβαία άπωση των θετικών φορτίων των δυο φύλλων τα κρατά χωρισμένα.

- 35.** Όταν κρατάτε τη φορτισμένη ράβδο κοντά στο κουμπί του ηλεκτροσκοπίου και ακουμπήσετε το κουμπί με το δάκτυλό σας, μπορεί φορτίο να απωθηθεί από (ή να τραβηχθεί προς) το κουμπί προς (ή από) το δάκτυλό σας· επίσης, φορτίο μπορεί να κινείται και προς τις δυο κατευθύνσεις (θυμηθείτε ότι και εσείς είστε, επίσης, αγωγίμα σώματα και μπορείτε να είστε όπως η γη σαν πηγή ή “καταβόθρα” για φορτία). Όταν απομακρύνετε το δάκτυλό σας και η αρνητικά φορτισμένη ράβδος κρατηθεί κοντά στο κουμπί του ηλεκτροσκοπίου, το φορτίο εμποδίζεται από το να επανέλθει στην αρχική του θέση· παραμένει περίσσεια φορτίου επί του ηλεκτροσκοπίου. Όταν απομακρύνετε τη φορτισμένη ράβδο, όλα τα μεταλλικά μέρη του ηλεκτροσκοπίου είναι θετικά φορτισμένα και τα φύλλα παραμένουν διαχωρισμένα.

Για να επιβεβαιώσετε ότι το φορτίο είναι θετικό, μπορείτε να κρεμάσετε μια ελαφριά, καλυμμένη με μέταλλο μπάλα, με νάυλον νήμα και να φορτίσετε τη μπάλα με θετικό φορτίο ακουμπώντας την με γυάλινη ράβδο, η οποία έχει ηλεκτρισθεί δια τριβής με μετάξι. Το κουμπί του ηλεκτροσκοπίου θα απωθήσει τη θετικά φορτισμένη μπάλα.



Σχήμα Η

36. (α) Από το νόμο του Coulomb,

$$\frac{F_{B\Gamma}}{F_{BA}} = \frac{(1/1)^2}{(1/1,5)^2}$$

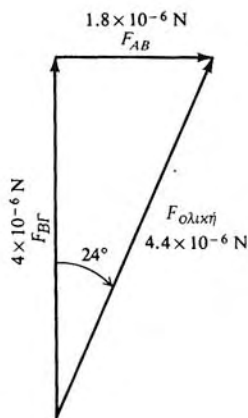
$$F_{BA} = \left(\frac{1}{1,5}\right)^2 \times 4 \times 10^{-6} \text{ N}$$

$$= 1,8 \times 10^{-6} \text{ N, προς τα δεξιά.}$$

$$(\beta) F_{ολική} = \sqrt{(4 \times 10^{-6})^2 + (1,8 \times 10^{-6})^2}$$

$$= 4,4 \times 10^{-6} \text{ N}$$

Η κατεύθυνση της ολικής δυνάμεως καθορίζεται από το διανυσματικό άθροισμα όπως φαίνεται στο σχήμα B11 - 6.



Σχήμα B11-6

37. (α) Από το νόμο του Coulomb, $F_{\eta} = \frac{k}{x^2}$
όπου $k = kq_A q_B$.

(β) Υπάρχουν τρεις δυνάμεις που ασκούνται επί του Α: η ηλεκτρική δύναμη $\vec{F}_{\eta}$, η δύναμη βαρύτητας $m\vec{g}$ και η τάση του νήματος $\vec{F}_{\tau}$. Αφού το Α ισορροπεί, η ολική δύναμη που ασκείται επάνω του πρέπει να είναι μηδέν:
 $\vec{F}_{\eta} + m\vec{g} + \vec{F}_{\tau} = 0$. Άρα το διανυσματικό άθροισμα των F_{η} και mg πρέπει να είναι κατά μήκος του νήματος.

Από τα όμοια τρίγωνα έχουμε επομένως,

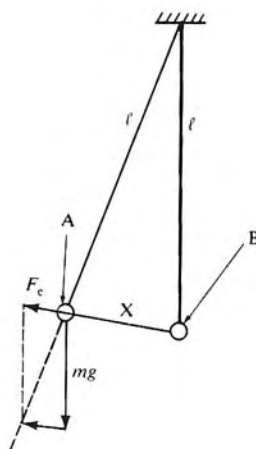
$$\frac{F_{\eta}}{mg} = \frac{X}{l}$$

Βλέπε σχήμα B11 - 7.

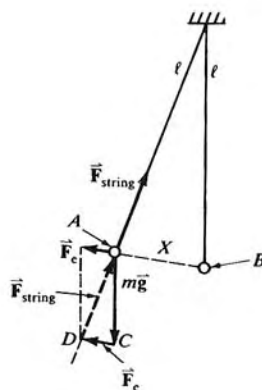
(γ) Αν η απόσταση X η οποία αντιστοιχεί στην ισορροπία, διαιρεθεί δια δύο, η F_{η} θα πολλαπλασιασθεί επί τέσσερα. Μπορούμε να γράψουμε για τη νέα ισορροπία:

$$\frac{4F_{\eta}}{m'g} = \frac{X}{2l} \quad \text{ή} \quad \frac{F_{\eta}}{m'g} = \frac{X}{8l}$$

Το βάρος πρέπει να πολλαπλασιασθηκε κατά παράγοντα 8.



Σχήμα Θ



Σχήμα B11-7

38. Αυτό είναι ένα ενδιαφέρον πρόβλημα, το οποίο αναδεικνύει τα φαινόμενα της ηλεκτροστατικής επαγωγής σε αγωγό. Στο

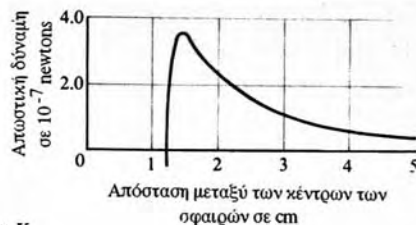
σχ. Β11 - 8 φαίνονται τρεις ειδικές περιπτώσεις.

- (1) Μεγάλη διαχωριστική απόσταση: άπωση ίδια όπως μεταξύ σημειακών φορτίων.
 - (2) Ενδιάμεση απόσταση: άπωση μικρότερη από αυτήν μεταξύ σημειακών φορτίων, γιατί το φορτίο της μεγάλης σφαίρας έχει απωθηθεί μακρύτερα.
 - (3) Πολύ κοντά: έχει εμφανισθεί εξ επαγωγής αρνητικό φορτίο στην πλευρά της μεγάλης σφαίρας που είναι προς το μέρος της μικρής σφαίρας οπότε επειδή αυτό είναι κοντύτερα προς τη μικρή σφαίρα από ότι το θετικό φορτίο προκύπτει έλξη.
- (α) Για αποστάσεις 5 cm και 3 cm μετρούμε, στο σχήμα Κ, $0,4 \times 10^{-7}$ και $1,1 \times 10^{-7}$ N αντίστοιχα. Άρα ο λόγος

$$\frac{F \text{ (στα 3 cm)}}{F \text{ (στα 5 cm)}} = \frac{1,1}{0,40} = 2,7$$

Η δύναμη πολλαπλασιάζεται επί παράγοντα 2,7 όταν η απόσταση μειωθεί από 5 cm σε 3 cm. Αν η δύναμη μεταβαλλόταν σύμφωνα με το νόμο του αντίστροφου τετραγώνου, θα περιμέναμε λόγο

$$\frac{F \text{ (στα 3 cm)}}{F \text{ (στα 5 cm)}} = \frac{5^2}{3^2} = 2,8.$$

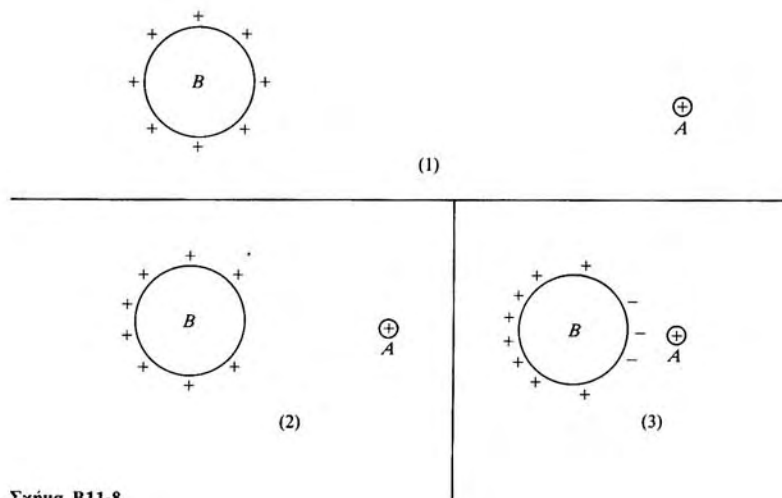


Σχήμα Κ

Για αυτήν την περιοχή αποστάσεων επομένως η δύναμη αυξάνεται λίγο πολύ όπως αν τα φορτία ήταν σημειακά φορτία.

- (β) Καθώς οι σφαίρες πλησιάζουν περισσότερο, γύρω στα 2 cm, η απωστική δύναμη μεταξύ τους αυξάνεται. Στα 1,4 cm περίπου η απωστική δύναμη αρχίζει να μικραίνει γρήγορα ως αποτέλεσμα της επαγωγής, η οποία περιγράφηκε στα (2) και (3) προηγουμένως. Για απόσταση 1,2 cm, η έλξη λόγω του φαινομένου της επαγωγής ισούται με την άπωση των φορτίων που φέρουν οι σφαίρες. Για αυτή την απόσταση, η συνολική δύναμη είναι μηδέν, όπως φαίνεται από το γράφημα.

Το γράφημα στο βιβλίο σταματά σε απόσταση 1,2 cm. Καθώς οι σφαίρες πλησιάζουν ακόμη περισσότερο, η ολική δύναμη αντιστρέφεται και γίνε-



Σχήμα Β11-8

ται ελκτική. Στην ιδανική περίπτωση που το A θα ήταν σημειακό φορτίο, η ελκτική δύναμη θα γινόταν άπειρη. Στην πραγματικότητα, η ελκτική δύναμη θα πάψει να αυξάνεται καθώς οι σφαίρες θα ακουμπήσουν. Αφού ακουμπήσουν, θα κινηθεί φορτίο από τη μια στην άλλη και ο χαρακτήρας της δυνάμεως θα αλλάξει ριζικά. Χρειάζεται οι μαθητές να κατανοήσουν μόνο το ρόλο των δυο φαινομένων: της απώσεως των φορτίων και την έλξη λόγω της επαγωγής.

39. Μόνο αν η γραμμή είναι ευθεία και το σωματίδιο κινείται κατά μήκος της. Αν η γραμμή είναι καμπύλη, η τροχιά του σωματιδίου θα κατευθύνεται γενικά, σε διαφορετική κατεύθυνση από την κατεύθυνση της δυνάμεως επί του σωματιδίου.

40. Στην αρχή, η ηλεκτρική δύναμη, η οποία κατευθύνεται προς τα πάνω εξουδετερώνει τη δύναμη της βαρύτητας, η οποία κατευθύνεται προς τα κάτω.

(α) Αυξάνοντας την απόσταση μεταξύ των πλακών ελαττώνεται το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ αυτών και άρα ελαττώνεται η ηλεκτρική δύναμη επί της σφαίρας. Επομένως υπάρχει μια ολική δύναμη προς τα κάτω επί της σφαίρας. Θα την επιταχύνει για λίγο μέχρις ότου η ταχύτητά της είναι αρκετά μεγάλη ώστε η αντίσταση του αέρα να εξουδετερώνει την ολική κινούσα δύναμη. Τότε κατέρχεται με σταθερή ταχύτητα.

(β) Αυξάνοντας τον αριθμό των μπαταριών αυξάνεται η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ των πλακών και έτσι αυξάνεται η ηλεκτρική δύναμη επί της σφαίρας. Άρα υπάρχει μια ολική κινούσα δύναμη προς τα πάνω επί της σφαίρας. Η σφαίρα επιταχύνεται επί βραχύ χρονικό διάστημα μέχρις ότου η ταχύτητά της είναι αρκετά μεγάλη ώστε η αντίσταση του αέρα να εξουδετερώνει την ολική κινούσα δύναμη. Τότε ανέρχεται με σταθερή ταχύτητα.

(γ) Διπλασιάζοντας την απόσταση μεταξύ των πλακών και τον αριθμό των μπαταριών που είναι συνδεδεμένες με τις πλάκες αφήνει το ηλεκτρικό πεδίο

αμετάβλητο. Έτσι δεν υπάρχει μεταβολή στην ηλεκτρική δύναμη και η σφαίρα παραμένει ακίνητη.

41. (α) Τα δεδομένα που εκτίθενται στο σχ. 11 - 20, έχουν προέλθει από έναν αριθμό δοκιμών με την ίδια διάταξη. Από τους παράγοντες που επηρεάζουν την κίνηση των σφαιρών, ο μόνος, ο οποίος πιθανόν μπορεί να οδηγήσει σε κάποιες αποκλίσεις είναι το μέγεθος των σφαιρών. Επειδή προορίζονται για βαθμονόμηση, είναι σχεδόν ίδιες· αλλά δεν μπορεί να είναι απόλυτα ίδιες και τα μεγέθη τους συγκεντρώνονται γύρω από μέσες τιμές με διαφορές πάνω και κάτω από το μέσο όρο. Πιθανόν αποκλίσεις στα δεδομένα που παριστάνονται γραφικά να οφείλονται σε αυτή την αιτία. Υπάρχει ένα άλλο φαινόμενο, που μπορεί να σχηματισθούν κομμάτια ή ομάδες από σφαίρες· τέτοια σωματίδια θα έχουν διαφορετικά μεγέθη από ότι οι σφαίρες και έτσι διαφορετικές οριζικές ταχύτητες. Συνήθως το αρχικό βήμα “καθαρίσματος” της περιοχής από όλες εκτός από τις καλά συμπεριφερόμενες σφαίρες θα ελευθερώσει την περιοχή από σωματίδια πολύ μεγαλύτερα από τις σφαίρες, αλλά κομμάτια σφαιρών μπορεί να μείνουν.

(β) Το φορτίο επί των πλακών και άρα και η ηλεκτρική δύναμη είναι ανάλογα προς τον αριθμό των πανομοιότυπων μπαταριών, οι οποίες συνδέονται με τις πλάκες και συνεπώς, η δύναμη με 5 μπαταρίες συνδεδεμένες με τις πλάκες ισούται με $\frac{5}{4}$ της δυνάμεως με 4 μπαταρίες. Άρα οι ταχύτητες των σφαιρών θα είναι $\frac{5}{4}$ των ταχυτήτων που φαίνονται στο σχ. 11 - 20. Έτσι η ελάχιστη οριζική ταχύτητα θα συγκεντρώνεται γύρω από $\frac{5}{4} \times 6,8$ (μονάδες ταχύτητας) δηλαδή 8,5 (μονάδες ταχύτητας)· η επόμενη μεγαλύτερη ταχύτητα θα συγκεντρώνεται γύρω από $\frac{5}{4} \times 13,5$ (μονάδες ταχύτητας), δηλαδή 16,9 (μονάδες ταχύτητας) κ.ο.κ. Τα συμπεράσματα όσον αφορά το στοιχειώδες φορτίο θα παραμείνουν φυσικά τα ίδια.

42. Τα σχήματα θα ήταν διαφορετικά (εκτός από την απίθανη περίπτωση που η εφαρμοζόμενη τάση στις πλάκες ήταν ακριβώς η κατάλληλη για να κρατήσει ακίνητη μια σφαίρα με ένα στοιχειώδες φορτίο). η κάθε μια ευθεία στα σχήματα θα ήταν μακρύτερη κατά το ίδιο ποσό. Η κάθε μια από τις μεταβολές στα μήκη των ευθειών θα ήταν ίδια όπως αυτές που δείχνονται, αλλά η όλη συλλογή ευθειών θα ανυψωνόταν κάπως πάνω από το επίπεδο που φαίνεται. Τα γραφήματα έχουν τη μορφή που φαίνεται, γιατί:

- (1) Όλες οι σφαίρες έχουν την ίδια μάζα.
- (2) Οι πλάκες είναι παράλληλες και οι σφαίρες που παρατηρήθηκαν είναι κοντά στη μέση της περιοχής κοντά στις πλάκες.
- (3) Το φορτίο των πλακών είναι σταθερό.

43. (α) Στο πείραμα που περιγράφηκε στην Παράγραφο 11 - 8 οι παρατηρούμενες οριζικές ταχύτητες θα ήταν μεγαλύτερες. (Αν οι σφαίρες είχαν την ίδια ακτίνα η οριζική τους ταχύτητα θα ήταν ακριβώς διπλάσια. Αν οι ακτίνες ήταν μεγαλύτερες, η οριζική ταχύτητα θα ήταν μικρότερη από διπλάσια λόγω της αυξημένης αντιστάσεως τριβής επί των σφαιρών).

(β) Τα συμπεράσματα θα ήταν τα ίδια και για τα δύο πειράματα. Διπλασιάζοντας τη μάζα των σφαιρών δεν θα επηρεάσει την αναλογία μεταξύ της κινούμενης δυνάμεως και της οριζικής ταχύτητας, από την οποία εξαρτώνται τα συμπεράσματα από τα δυο πειράματα.

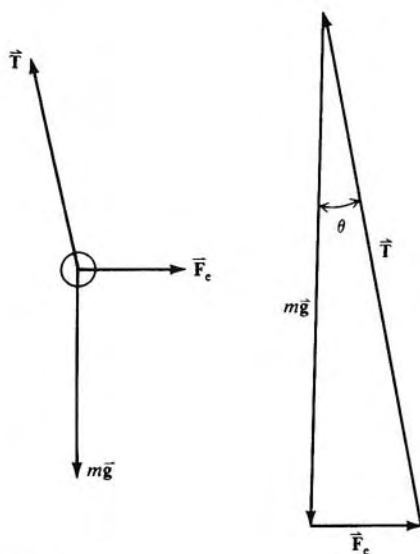
44. Όταν η κάθε μια σφαίρα παραμένει ακίνητη, η ολική δύναμη είναι μηδέν. Τα διανύσματα που παριστάνουν τις τρεις δυνάμεις - βαρύτητας, τάση νήματος και ηλεκτρική άπωση - πρέπει να σχηματίζουν (κλειστό) τρίγωνο. Βλέπε σχ. B11 - 9.

Ο αριθμός των στοιχειωδών φορτίων, q επί κάθε μιας σφαίρας δίνεται από

$$F_{\eta} = \frac{kq^2}{r^2}, \quad \text{ή} \quad q = r \sqrt{F_{\eta}/k}$$

Από το διάγραμμα των δυνάμεων έχουμε, $F_{\eta}/mg = \tan \theta$. Από το διάγραμμα μετατοπίσεως, $\sin \theta = \frac{5}{82} = 0,061$. Βλέπομε ότι η γωνία πρέπει να είναι πολύ μικρή οπότε $\sin \theta \approx \theta$ (σε ακτίνια) $\approx \tan \theta$. Άρα

$$\begin{aligned} q &= r \sqrt{(mg \tan \theta)/k} \\ &= 0.10 \text{ m} \sqrt{\frac{(1.2 \times 10^{-4} \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)}{(6.1 \times 10^{-2})}} \\ &= \underline{5.6 \times 10^{11} \text{ στοιχειώδη φορτία.}} \end{aligned}$$



Σχήμα B11-9

Φορτίο και ενέργεια σε ηλεκτρικά κυκλώματα

Επισκόπηση και Στόχοι

Ο στόχος αυτού του κεφαλαίου είναι να δώσει στους μαθητές μια κατανόηση της φύσεως των εννοιών του ηλεκτρισμού και μια εισαγωγή στα βασικά περί ηλεκτρικών κυκλωμάτων από την άποψη του φορτίου και της ενέργειας. Μια επανεξέταση των πειραμάτων στο τέλος του κεφαλαίου 11 οδηγεί στη διαφορά δυναμικού και στο πώς μετρείται. Αμέσως μετά, εξετάζονται το φορτίο και το ρεύμα και κατόπιν, γίνεται εισαγωγή του ηλεκτρικού έργου και της ηλεκτρικής ισχύος.

Αφού ερευνηθούν η αντίσταση και ο νόμος του Ohm, το υπόλοιπο κεφάλαιο πάνω στα ηλεκτρικά κυκλώματα βασίζεται στους θεμελιώδεις νόμους της διατήρησης της ενέργειας και του φορτίου.

Χρονοθέτηση του Πειράματος

Το πείραμα 19, Ηλεκτρικό Έργο και Μεταβολές στην Εσωτερική Ενέργεια. Αυτό το πείραμα μπορεί να γίνει με την παράγραφο 12 - 5 ή σε όποια άλλη στιγμή κατόπιν.

Υποδείξεις για τη Διδασκαλία

Μια επισήμανση επάνω στις μονάδες ηλεκτρισμού: Μία από τις δυσκολίες με τη διδασκαλία του ηλεκτρισμού συνίσταται στο ότι σχεδόν κάθε ηλεκτρική ποσότητα έχει ένα ιδιαίτερο όνομα προς τιμή κάποιου διάσημου φυσικού. Παρόλο που είναι καλό να τιμούμε αυτούς που το αξίζουν, δεν υπάρχει αμφιβολία ότι αυτή η συνήθεια κάνει τη διδασκαλία πιο δύσκολη. Είναι καλή ιδέα να επιμένουμε κάπου κάπου στις πιο λειτουργικές ονομασίες των ηλεκτρικών μεγεθών αντί να μεταχειριζόμαστε αποκλειστικά διάσημα ονόματα. Κάπου κάπου, να λέτε – και να υποχρεώνετε τους μαθητές να λένε – “η διαφορά δυναμικού στα άκρα του στοιχείου κυκλώματος Χ είναι 35 joule ανά coulomb” (αντί 35 volt), ή “το ρεύμα στο στοιχείο για αυτό το κύκλωμα είναι 5,3 coulomb ανά δευτερόλεπτο” (αντί για 5,3 ampere). Και δεν πειράζει αν πάτε ακόμα και πιο πέρα καμιά φορά και μεταχειριστείτε joule ανά στοιχειώδες φορτίο και στοιχειώδη φορτία ανά δευτερόλεπτο, όσο άκομψες και να είναι αυτές οι εκφράσεις.

Μπορούμε να προχωρήσουμε ακόμη περισσότερο στην απαλειφή διασήμων ονομάτων. Κάθε μαθητής φυσικής πρέπει να είναι σε θέση να εκφράσει οποιαδήποτε φυσική ποσότητα στις θεμελιώδεις μονάδες μετρήσεως μάζας, μήκους, χρόνου και φορτίου. Το ίδιο το joule είναι ένα newton x meter, ένα newton είναι ένα kg x m/s².

Έτσι, σε θεμελιώδεις μονάδες το ένα volt είναι ένα $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{C} \cdot \text{s}^2}$. Άτομα που έχουν συνηθίσει να σκέφτονται τις φυσικές ποσότητες ως προς τις θεμελιώδεις μονάδες έχουν το προβάδισμα όταν αντιμετωπίζουν φυσικά προβλήματα. Η διαστατική ανάλυση προσφέρει σημαντικές νύξεις στο πώς να προχωρήσουμε στη λύση προβλημάτων και βοηθά στο να αποφεύγεται να γράφονται μαθηματικές εκφράσεις που δεν είναι συνεπείς ως προς τις διαστάσεις των δυο μελών τους.

Παράγραφος 12 - 1

Αυτή η παράγραφος εξαρτάται από την κατανόηση των παραγράφων 11 - 10 και 11 - 11. Μια σύντομη επανάληψή τους θα ήταν χρήσιμη.

Δώστε έμφαση και συζητήστε με λεπτομέρεια το νόημα του ηλεκτρικού δυναμικού και της διαφοράς δυναμικού όπως αναπτύσσονται στις παραγράφους που ακολουθούν.

Τα πειράματα που αναφέρονται στις παραγράφους 11 - 10 και 12 - 1 χρειάζονται τουλάχιστον 1000 volt για μια μετρήσιμη απόκλιση της κρεμασμένης σφαίρας. Αν διαλέξετε να επιδείξετε αυτά τα πειράματα, πρέπει να προσέξετε πάρα πολύ, γιατί οι τάσεις είναι θανάσιμες. Για προφύλαξη, συνδέστε έναν αντιστάτη πολύ μεγάλης αντιστάσεως (ΜΩ) σε σειρά.

Παράγραφος 12 - 2

Ο όρος *HEΔ* πολλές φορές δημιουργεί δυσκολίες. Έχομε πρωτοαναφέρει τον όρο σε σχέση με το ηλεκτρικό στοιχείο, και τον μεταχειριζόμαστε για να καθορίσουμε την ενέργεια ανά μονάδα φορτίου που παράγεται κατά τη μετατροπή ενέργειας που γίνεται όταν το ηλεκτρικό στοιχείο προκαλεί ρεύμα.

Στην πραγματικότητα, ο όρος *HEΔ* γενικεύεται και σημαίνει την ενέργεια ανά μονάδα φορτίου που παράγεται οπότε ενέργεια κάποιας άλλης μορφής μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια. Άρα, για παράδειγμα, μιλούμε για την *HEΔ* μιας γεννήτριας ή ενός φωτοστοιχείου.

Παράγραφος 12 - 3

Η ιδέα ακόμα υπάρχει στην κοινή γλώσσα αλλά και σε χακοδιδασκόμενα μαθήματα φυσικής, ότι τα volt μετρούν το “σπρώξιμο” ενός ηλεκτρικού ρεύματος. Αυτό εν μέρει μπορεί να οφείλεται στην κληρονομιά της λανθασμένης χρήσεως του όρου “*ηλεκτρεγερτική δύναμη*” και κάνει τους μαθητές να πιστεύουν ότι όταν δεν υπάρχει ρεύμα μεταξύ δύο σημείων σ’ ένα κύκλωμα, δεν μπορεί να υπάρχει τάση μεταξύ τους.

Μην αναφέρετε το θέμα εσείς, αλλά να είστε σε ετοιμότητα. Εάν προκύψει, τότε θα είναι η κατάλληλη στιγμή να τους το βγάλετε από το νου εντελώς.

Παράγραφος 12 - 4

Αν ρωτηθείτε από τους μαθητές αν υπάρχει τρόπος να μετρήσουμε άμεσα το φορτίο που ρέει σ’ ένα κύκλωμα, μπορείτε να τονίσετε

ότι η ποσότητα του αερίου που μαζεύεται στην ηλεκτρόλυση του νερού, ας πούμε, ή η ποσότητα του μετάλλου που εναποτίθεται κατά την ηλεκτρική επιμετάλλωση είναι ευθέως ανάλογη του φορτίου που διήλθε. Τέτοιες διατάξεις μπορούν να βαθμονομηθούν ως προς το φορτίο που διήλθε δια αυτών. Όμως, το αμπερόμετρο και το ρολόι είναι πολύ πιο βολικά γι' αυτό το σκοπό. Η χρήση του αμπερομέτρου και του ρολογιού στο Πείραμα 19, Ηλεκτρικό Έργο και Μεταβολές στην Εσωτερική Ενέργεια, θα ενισχύσουν αυτήν την παράγραφο.

Είναι πολύ πιθανόν οι μαθητές να έχουν ακούσει για τα ηλεκτρόνια πριν διδαχθούν αυτό το μάθημα.

Καμιά φορά οι μαθητές ρωτούν γιατί η κατεύθυνση του ηλεκτρικού ρεύματος δεν ορίζεται ως η κατεύθυνση της κινήσεως των ηλεκτρονίων σε ένα σύρμα. Η απάντηση είναι ότι η μόνη λογική σύμβαση σχετικά με τα ρεύματα είναι αυτή όπου το ρεύμα που ρέει σε μια περιοχή θα οριστεί σαν θετικό αν αυξάνει το καθαρό θετικό φορτίο (ή μειώνει το καθαρό αρνητικό φορτίο). Αυτό υπονοεί ότι το ρεύμα των αρνητικών φορτίων (όπως των ηλεκτρονίων) έχει αντίθετη φορά από αυτή της κινήσεως αυτών των φορτίων.

Δυστυχώς, ο Βενιαμίν Φρανκλίνος ονόμασε τα φορτία θετικά και αρνητικά πριν την ανακάλυψη των ηλεκτρονίων και πρωτονίων.

Παράγραφος 12 - 5

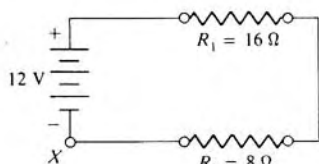
Η έννοια του ηλεκτρικού έργου παίζει σημαντικό ρόλο στην κατανόηση της μεταφοράς ενέργειας μέσα στα ηλεκτρικά κυκλώματα. Να τονίσετε στους μαθητές σας τις ομοιότητες μεταξύ ηλεκτρικού και μηχανικού έργου. Το μηχανικό έργο μετρά τη μεταφορά μηχανικής ενέργειας από μια μορφή (ή από ένα μέρος) σε άλλη (άλλο): το ηλεκτρικό έργο μετρά τη μεταφορά ηλεκτρικής ενέργειας από μια μορφή (ή από ένα μέρος) σε άλλη (σε άλλο). Η ηλεκτρική ισχύς, όπως και η μηχανική ισχύς, ορίζεται ως το έργο που έγινε ανά μονάδα χρόνου, και στο μετρικό σύστημα, το καθένα μετριέται με τις ίδιες μονάδες, watt (joule ανά δευτερόλεπτο). Η ηλεκτρική ισχύς που παράγεται σε σταθμούς ηλεκτροπαραγωγής εκφράζεται συνήθως σε mcgawatt (μονάδα ίση με 10^6 watt).

Παράγραφος 12 - 6

Κάνετε επανάληψη του πίνακα 1 με τους μαθητές σας. Ο πίνακας θα τους βοηθήσει να αποκτήσουν μια αίσθηση για την τάξη μεγέθους των διαφόρων αντιστάσεων. Το πρόβλημα 20 είναι μια καλή επανάληψη αυτής της παραγράφου.

Παράγραφος 12 - 7

Να τονίσετε ότι η σχέση $IV = IV_1 + IV_2$ για στοιχεία κυκλωμάτων σε παράλληλη σύνδεση είναι μια εκδήλωση του νόμου της διατηρήσεως του φορτίου, και ότι η σχέση $IV = IV_1 + IV_2$ για στοιχεία κυκλωμάτων σε σειρά είναι μια εκδήλωση της διατηρήσεως της ενέργειας. Τα προβλήματα 25 και 26 είναι χρήσιμα για εξάσκηση επάνω σε αυτές τις σχέσεις.



Σχήμα B12-1

Ίσως αξίζει να ξανακοιτάξετε τη σχέση μεταξύ ΗΕΔ και της διαφοράς δυναμικού, μελετώντας ένα κύκλωμα όπως αυτό που φαίνεται στο σχήμα B 12 -1.

Σκεφτείτε ότι μια μονάδα φορτίου κινείται από το σημείο x , γύρω στο κύκλωμα, στην κατεύθυνση του ρολογιού. Καθώς το φορτίο διέρχεται δια μέσου της μπαταρίας, η ενέργειά του αυξάνεται, κατά 12 joule σε βάρος της χημικής ενέργειας της μπαταρίας. Καθώς το φορτίο διέρχεται δια του πρώτου αντιστάτη, αφαιρούνται 8 joule από την ενέργεια του φορτίου (και εμφανίζονται σαν εσωτερική ενέργεια στον αντιστάτη). Η διαφορά δυναμικού στα άκρα του R_1 , είναι 8 volt. Καθώς το φορτίο διέρχεται δια του δεύτερου αντιστάτη, αφαιρείται ενέργεια 4 joule (και εμφανίζονται σαν εσωτερική ενέργεια του αντιστάτη). Η διαφορά δυναμικού στα άκρα του R_2 είναι 4 volt. Όταν η μονάδα του φορτίου φτάνει πάλι στο σημείο x , η ολική μεταβολή της ενέργειάς της είναι μηδέν.

Παράγραφος 12 - 8

Είναι εύκολο να επιδειχθεί η ελάττωση τάσεως στα άκρα ενός ηλεκτρικού στοιχείου (μπαταρίας) όταν το στοιχείο αυτό παρέχει ρεύμα. Μπορεί να συνδεθεί ένα βολτόμετρο στα άκρα ενός ξηρού στοιχείου και στα άκρα του στοιχείου να συνδεθεί κατόπιν, ένας αντιστάτης 1 - 2 ohm. Τα μικρότερα ξηρά στοιχεία δείχνουν το φαινόμενο πιο εύκολα, αφού τα μικρότερα ηλεκτρικά στοιχεία έχουν μεγαλύτερη εσωτερική αντίσταση.

Πείραμα 19 - Ηλεκτρικό Έργο και Μεταβολές στην Εσωτερική Ενέργεια

Υλικά

Ειδικός κύλινδρος από αλουμίνιο,
με τρύπες για τον αντιστάτη και
το θερμόμετρο
Θήκη μονωτικού στυροφύμ
Αμπερόμετρο, 0 - 1 ampere
Βολτόμετρο, 0 - 15 volt
Θερμόμετρο, 10° C έως 40° C,
0,2° ανά υποδιαίρεση
Θερμόμετρο - 10° C έως 110° C
(προαιρετικό)
Τροφοδοτικό, 0 - 15 volt ή ισοδύναμο
(8 ξηρά στοιχεία τύπου D σε σειρά
με ενδιάμεσες λήψεις)

Καλώδια συνδέσεως
Αντιστάτης 47 ohm $\frac{1}{4}$ watt
Αντιστάτης 68 - ohm $\frac{1}{4}$ watt
Αντιστάτης 100 - ohm $\frac{1}{4}$ watt
Καρφί
Πλαστελίνη
Λάδι μηχανής
Πάγο
Πλαστική σακούλα ή χάρτι-
νο δοχείο (για τον πάγο)
Ρολόι με δείκτη δευτερολέ-
πτων ή χρονόμετρο
Χάρτινη πετσέτα

Πριν αρχίσουν τη δουλειά οι μαθητές, να τονίσετε την επισήμανση για προφύλαξη που είναι γραμμένη στον Οδηγό Εργαστηρίου: οι αντιστάτες θα πρέπει να συνδεθούν με τη μπαταρία ή την πηγή του ρεύματος μόνο όταν είναι μέσα στους κυλίνδρους από αλουμίνιο. Σ' αυτό το πείραμα, παράγεται εσωτερική ενέργεια κατά πολύ περισσότερη από την ισχύ $\frac{1}{4}$ Watt που είναι η κατηγορία ισχύος των αντιστατών, οπότε αν δεν υπάρχει θερμική επαφή με τους κυλίνδρους, οι αντιστάτες θα πάθαιναν ζημιά ή θα καταστρέφονταν.

Η μεγαλύτερη τρύπα στον κύλινδρο από αλουμίνιο που συγκρατεί το θερμομέτρο, είναι εν μέρει γεμισμένη με πλαστελίνη όπως φαίνεται στο σχήμα 19 - 1 στον Οδηγό Εργαστηρίου. Οι μαθητές θα πρέπει να δουλέψουν την πλαστελίνη για να μαλακώσει, προσθέτοντας μικρή ποσότητα λαδιού μηχανής. Βάλτε τους να κάνουν μία τρύπα στην πλαστελίνη με κατάλληλο καρφί. Να τοποθετήσουν μετά, τη βάση του θερμομέτρου καλά μέσα στην τρύπα. Να βεβαιωθείτε ότι υπάρχει καλή επαφή μεταξύ της πλαστελίνης της βάσεως του θερμομέτρου και του κυλίνδρου.

Να τοποθετήσουν οι μαθητές δύο μικρά κομμάτια μονώσεως τύπου σωληνίσκου, “μακαρονάκι”, στους ακροδέκτες του αντιστάτη, όπως φαίνεται στο σχήμα 19 - 1. Να τοποθετήσουν τον αντιστάτη μέσα στη μικρή τρύπα του κυλίνδρου και μετά να βάλουν την όλη διάταξη μέσα στην προκατασκευασμένη θήκη από στυροφόμ.

Ίσως θελήσετε να ελέγξετε τα αμπερόμετρα οι ίδιοι για να σιγουρευτείτε ότι είναι σωστά μηδενισμένα.

Αν οι μαθητές σας μεταχειριστούν μπαταρίες, να μεταχειριστούν την ίδια μπαταρία σε όλο το πείραμα. Τα αποτελέσματα καμιά φορά αλλάζουν λίγο ανάλογα με την κατάσταση της μπαταρίας. Κάθε “τρέξιμο” παίρνει από 40 ως 130 δευτερόλεπτα.

Πριν αρχίσει κάποιο “τρέξιμο” του πειράματος οι μαθητές πρέπει να αποφασίσουν ποια θα είναι η μεταβολή θερμοκρασίας (για να ξέρουν πόσο κάτω από τη θερμοκρασία δωματίου να κατεβάσουν τη θερμοκρασία του κυλίνδρου από αλουμίνιο). Αφήστε τους να αποφασίσουν μόνοι τους. Πρέπει να ανακαλύψουν οι ίδιοι ότι ένα “τρέξιμο” το οποίο διαρκεί λίγο θα δυσκολέψει στο να επιτευχθεί ακριβής μέτρηση και ένα “τρέξιμο” που διαρκεί πολύ καταλήγει σε λάθη που οφείλονται στην απώλεια θερμότητας.

Να σιγουρευτείτε ότι οι μαθητές σας σημειώνουν το ρεύμα με ακρίβεια του πλησιέστερου 0,01 amπερε και τη θερμοκρασία στους πλησιέστερους 0,05° C στο θερμομέτρο μετρήσεως θερμοκρασιών από 10° C ως 40° C. Ένα συνηθισμένο θερμομέτρο περιοχής από -10° C ως 110° C μπρεί να χρησιμοποιηθεί για να παρακολουθεί τη θερμοκρασία δωματίου, παρόλο που δεν είναι αναγκαίο εκτός αν είναι πιθανή μεταβολή αυτής της θερμοκρασίας κατά ένα βαθμό, ή περισσότερο, κατά τη διάρκεια του “τρέξιματος” του πειράματος. Αν το χρησιμοποιήσετε, οι μαθητές πρέπει να το τοποθετήσουν κοντά στη συσκευή.

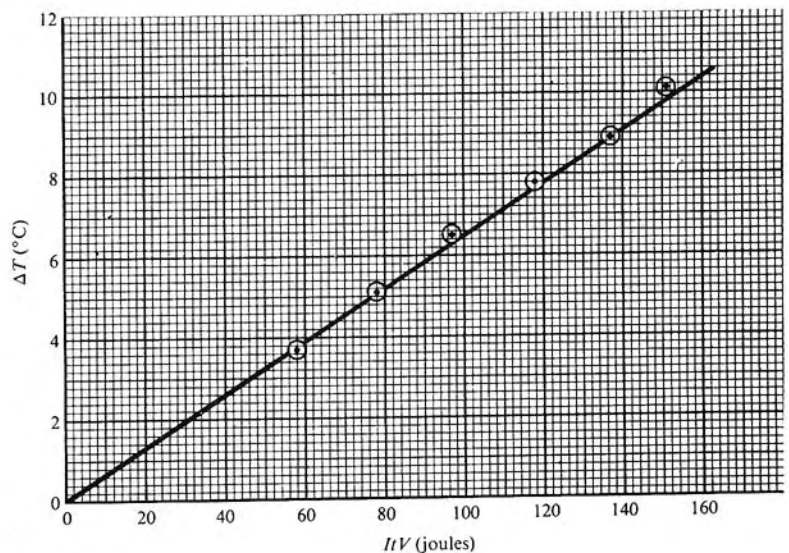
Δείγμα Δεδομένων

T_i	T_f	ΔT	I	t	V	W
14,8° C	21,4° C	6,6° C	0,150 A	123 s	5,4 V	99,4 J
13,8° C	21,6° C	7,8° C	0,130 A	89,3 s	10,2 V	118 J
15,9° C	21,0° C	5,1° C	0,145 A	49,0 s	11,0 V	78,2 J

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 19

- Για να μετρήσουμε το ρεύμα στο θερμαντικό σώμα, το αμπερόμετρο θα πρέπει να διαρρέεται από το ίδιο ρεύμα όπως αυτό που διαρρέει το θερμαντικό στοιχείο. Η σύνδεσή τους σε σειρά εξασφαλίζει αυτό το πράγμα.

- Το βολτόμετρο μετρά τη διαφορά δυναμικού στα άκρα των ακροδεκτών. Συνδέοντας τον ένα ακροδέκτη του βολτομέτρου με τη μια άκρη του αντιστάτη, και τον άλλο ακροδέκτη με την άλλη άκρη του αντιστάτη (παράλληλη σύνδεση), εξασφαλίζουμε ότι η διαφορά δυναμικού (τάση) που δείχνει το βολτόμετρο είναι αυτή η οποία υπάρχει μεταξύ των άκρων του αντιστάτη.
- Θα πρέπει να χρησιμοποιήσετε την υψηλότερη τιμή μετρήσεως. Αυτό εξασφαλίζει ότι η θερμοκρασία είναι σχεδόν ομοιόμορφη σε όλο τον κύλινδρο, και επομένως, ότι το γινόμενο του ΔT επί τη θερμοχωρητικότητα μετρά με ακρίβεια τη μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας.
- Συνδυασμοί των I , i , και V που έχουν περίπου το ίδιο γινόμενο, καταλήγουν στην ίδια περίπου μεταβολή θερμοκρασίας (είναι απίθανο “δύο τρεξίματα” να έχουν πανομοιότυπα γινόμενα IV).
- Το γράφημα του ΔT ως συνάρτηση του IV , είναι μια ευθεία γραμμή που περνά από την αρχή των αξόνων. Το ΔT είναι πράγματι ανάλογο του IV . Βλέπε σχ. B12 - 2 για ένα δείγμα γραφικής παραστάσεως.
- Αυτή η ερώτηση γίνεται για να αναγκασθούν οι μαθητές να σκεφθούν την ερμηνεία των δεδομένων και να ζυγίσουν την επίδραση αντιφατικών παραγόντων. Η ακρίβεια, με την οποία μπορούν να διαβασθούν το βολτόμετρο, το αμπερόμετρο και τα θερμόμετρα θα επηρεάσει την απάντηση. Συνήθως ο χρόνος θα είναι αρκετά μεγάλος (30 - 40 δευτερόλεπτα) ούτως ώστε το σφάλμα στον προσδιορισμό του χρόνου θα είναι μικρό και η επίδρασή του επίσης μικρή σε σχέση με των άλλων μετρήσεων. Άλλος ένας παράγοντας που πρέπει να ληφθεί



Σχήμα B12-2

υπ' όψη είναι η απώλεια και το κέρδος εσωτερικής ενέργειας, που οφείλονται στο περιβάλλον. Γενικά αυτές θα είναι μικρές για μικρά χρονικά διαστήματα και για μικρές διαφορές θερμοκρασίας. Τα πλέον αξιόπιστα δεδομένα πιθανόν θα επιτευχθούν με υψηλότερα ρεύματα, μικρότερα χρονικά διαστήματα και μεταβολές θερμοκρασίας μόνο λίγων βαθμών.

Πρόσθετες Σημειώσεις για το Πείραμα:

Αν υποχρεώνεστε να μεταχειριστείτε το τροφοδοτικό του PSSC γενικής χρήσεως (PSSC Universal Power Supply), είναι διαθέσιμοι οι τύποι 0 - 5 volt και + 8 - 0 - - 8 volt. Σ' αυτό το πείραμα δεν υπάρχει περιορισμός στο ρεύμα για το τροφοδοτικό τύπου 0 - 5 volt. Για τον τύπο + 8 - 0 - - 8 volt το ρεύμα περιορίζεται μέχρι 0,25 A. Αν μεταχειριστείτε αυτό το τροφοδοτικό, να υπολογίσετε πρώτα το ρεύμα που, μάλλον θα χρειαστεί από τους συγκεκριμένους αντιστάτες, έχοντας υπ' όψη τις μεταβολές που θα πρέπει να περιμένετε από τις σημειωμένες τιμές των αντιστάτων. Αυτός ο υπολογισμός θα σας δείξει αν οι ικανότητες της πηγής θα ξεπεραστούν. Επίσης, μπορείτε να υπολογίσετε την ισχύ που καταναλώνεται στους αντιστάτες. Με τη χρήση μόνο του αντιστάτη που είναι μέσα στο κομμάτι από αλουμίνιο μπορείτε να υπερβείτε το σημειωμένο περιορισμό ισχύος με ένα συντελεστή 6 ή 7. Κατανάλωση επάνω από αυτό το σημείο πιθανόν να βλάψει τους αντιστάτες.

Οι αντιστάτες που διατίθενται στο εμπόριο, μαζί με τα υλικά γι' αυτό το πείραμα, έχουν κυλινδρικό σχήμα και εφαρμόζουν αρκετά καλά και κάνουν καλή θερμική επαφή με το αλουμίνιο. Αν τύχει να αντικαταστήσετε τον αντιστάτη ή χρειαστείτε να αυξήσετε την προμήθειά σας σε αντιστάτες, πρέπει να ξέρετε ότι δεν κάνουν όλοι οι κατασκευαστές αντιστάτες του $\frac{1}{4}$ watt, που να εφαρμόζουν σωστά στην τρύπα που έχει γίνει στο αλουμίνιο. Ελέγξτε αν οι διαστάσεις αυτών που θα αγοράσετε ταιριάζουν στις διαστάσεις με αυτούς που έχετε αρχικά.

Κατάταξη των Προβλημάτων Παραγράφων και ΣΤΕ

Παράγραφος	Εύκολα	Μέτρια	Δύσκολα
12 - 1	2, 3	1	
12 - 2	5	4,6	
12 - 3	7, 8, 9		
12 - 4	10, 11, 12, 13		
12 - 5	14, 15		
12 - 6	16, 17, 18, 19 20, 21, 22		
12 - 7	25, 26, 28, 29	23, 24, 27	
12 - 8	30	31	
ΣΤΕ	34, 37	33, 35, 36, 39	32, 38

Απαντήσεις στα Προβλήματα

(Περιεχόμενο προβλημάτων όπως στο βιβλίο διδασκαλίας)

- (α) Το φορτίο της σφαίρας επάγει αντίθετο φορτίο στην πλάκα. [Βλ. σχήμα 11 - 13 (δ)]. Το φορτίο της σφαίρας και το επαγόμενο φορτίο έλκονται μεταξύ τους και η σφαίρα κινείται έτσι που χτυπά την πλάκα.
(Σημείωση: Μπορείτε να δείτε ότι το πεδίο γύρω από το αρνητικό φορτίο στο σχήμα 11 - 13 (β) είναι το ίδιο όπως αυτό γύρω από το αρνητικό φορτίο στο σχήμα 11 - 13 (δ). Γι' αυτό το λόγο, το αρνητικό φορτίο "βλέπει" την πλάκα σα να είχε αντικατασταθεί με ένα ίσο φορτίο αντίθετου προσήμου σε απόσταση πίσω από την πλάκα όση η απόσταση του αρνητικού φορτίου μπροστά από την πλάκα. Έτσι, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το νόμο του Coulomb, άμεσα, για να υπολογίσουμε τη δύναμη μεταξύ του αρνητικού φορτίου και της πλάκας.
- (β) Στη θέση στη μέση, τα επαγόμενα φορτία στις πλάκες έχουν ίσες και αντίθετες επιδράσεις επάνω στην κρεμασμένη σφαίρα, οι οποίες αλληλοαναιρούνται.
- Η εκτροπή στα 15,0 cm είναι ίση με τα $\frac{2}{3}$ της εκτροπής στα 10,0 cm.
- (α) Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια διπλασιάζεται.
(β) Το ηλεκτρικό δυναμικό δεν αλλάζει.
- Τρεις μπαταρίες μολύβδου στη σειρά δίνουν $3 \times 2,1\text{V} = 6,3\text{V}$. Για να έχουμε την ίδια διαφορά δυναμικού χρειαζόμαστε $6,3/1,5\text{V} = 4,2$ ηλεκτρικά στοιχεία "φακού". Εφ' όσον δε μπορούμε να έχουμε 0,2 της μπαταρίας δεν υπάρχει ακριβής αντιστοιχία. 6 volt είναι το πιο κοντινό που μπορούμε να καταφέρουμε, που επιτυγχάνεται με 4 ξηρά στοιχεία.
- (α) 22,5 volt και 45 volt είναι ακέραια πολλαπλάσια των 1,5 volt. Οπότε η μπαταρία αποτελείται από στοιχεία ψευδαργύρου - άνθρακα.
(β) $22,5\text{V}/1,5\text{V} = 15$ και $45\text{V}/1,5\text{V} = 30$. Οπότε υπάρχουν 30 στοιχεία ψευδαργύρου - άνθρακα στη σειρά,

με ενδιάμεση λήψη μεταξύ του 15ου και 16ου στοιχείου.

- (α) Το ηλεκτρικό πεδίο μεταξύ των πλακών, και επομένως η δύναμη που ασκείται πάνω στο φορτίο που φέρει η σφαίρα, είναι ανάλογα προς τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των πλακών. Οι εκτροπές της σφαίρας είναι στη συνέχεια, αναλογίες των δυνάμεων. Έτσι, η εκτροπή S' που προκαλείται από το στοιχείο μολύβδου είναι $S' = (2,1\text{V}/1,55\text{V})S = 1,4\text{S}$.
(β) Η ίδια εκτροπή όπως στο (α) θα προκαλείται από την ίδια διαφορά δυναμικού μεταξύ των πλακών. Οπότε, $N_{\text{Ni-Cd}} \times 1,2 = N_{\text{Pb}} \times 2,1$ και $N_{\text{Ni-Cd}} = 2,1/1,2 = 1,75 N_{\text{Pb}}$. Δεν υπάρχει κανένας αριθμός στοιχείων Ni - Cd που θα δώσει την ίδια εκτροπή όπως N στοιχεία μολύβδου, εκτός αν ο αριθμός των στοιχείων μολύβδου είναι τέτοιος που όταν πολλαπλασιασθεί με 1,75, το γινόμενο είναι ακέραιος αριθμός.
- Ένα στοιχείο συσσωρευτή που έχει φορτισθεί πρόσφατα έχει $HE\Delta$ 2,1 volt. Κατά τη διάρκεια της εκφορτίσεως, η τάση πέφτει γρήγορα στα 2,0 volt, όπου και παραμένει. Μια μπαταρία αυτοκινήτου "12 volt" έχει 6 στοιχεία.
- Έργο = mgh
 $3,1 \times 10^{-7} = 10^{-4} \times 9,8 \times h$
 $h = (3,1 \times 10^{-7})/(9,8 \times 10^{-4})$
 $= 3,2 \times 10^{-4}\text{m}$
 $= 0,32\text{mm}$
- (α) $E = F/q = \frac{2,8 \times 10^{-14}\text{N}}{2e}$
 $= 1,4 \times 10^{-14}\text{N/e}$
(β) $E' = E \times 3,1/41 = 1,4 \times 10^{-15} \times 3,1/41$
 $= 1,06 \times 10^{-15}\text{N/e}$
(γ) $E'' = E' \times 1060/270$
 $= 1,06 \times 10^{-15} \times 1060/270$
 $= 4,16 \times 10^{-15}\text{N/e}$
(δ) $F = qE$,
 $q = F/E = (7,6 \times 10^{-6})/(4,16 \times 10^{-15})$
 $q = 1,83 \times 10^9 e$
- $10^{-9} \times 6,25 \times 10^{18}\text{e/s} = 6,25 \times 10^9\text{c/s}$
- $q = It = 20 \times 3600\text{C} = 7,2 \times 10^4\text{C}$
- $q = It = 0,7 \times 10\text{C} = 7\text{C}$
- Καταγράψτε το ρεύμα για βολικά χρονικά διαστήματα, για παράδειγμα, κάθε 30 δευτερόλεπτα. Σχεδιάστε μια γραφική παράσταση του ρεύματος ως συνάρτηση του χρόνου. Βρείτε το "εμβαδόν" κάτω α-

πό τη γραφική παράσταση για το χρονικό διάστημα που θέλετε.

14. (α) (1) $1,7 \times 10^{-2} \text{ A}$

(2) $0,83 \text{ A}$

(3) $6,3 \text{ A}$

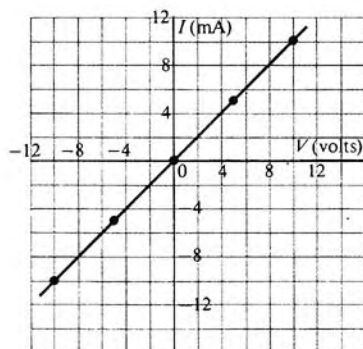
(β) (1) $1,4 \text{ kW} \cdot \text{h}$

(2) $9,0 \text{ kW} \cdot \text{h}$

(3) $3,8 \text{ kW} \cdot \text{h}$

15. Μηχανικό Έργο:

$$W = Fd = 500 \times 20 = 1,0 \times 10^4 \text{ J}$$



Σχήμα B12-3

Ηλεκτρικό Έργο:

$$W = qV = 80 \times 125 = 1,0 \times 10^4 \text{ J}$$

Η ποσότητα του έργου είναι ίδια.

16. (α) Βλέπετε σχήμα B12 - 3.

(β) Η γραφική παράσταση που έγινε για να απαντηθεί το (α) είναι μια ευθεία γραμμή που διέρχεται από την αρχή των αξόνων. Το αντίστροφο της κλίσεώς της είναι η (σταθερή) αντίσταση του αντιστάτη. Ο αντιστάτης είναι μια ωμική διάταξη που υπακούει στο νόμο του Ohm. Η γραφική παράσταση στο σχήμα 12 - 9 έχει μια σχεδόν σταθερή κλίση για τάσεις που είναι μεγαλύτερες από $+ 0,6 \text{ V}$ περίπου, και άλλη μια πολύ διαφορετική σταθερή κλίση στις τάσεις που είναι μικρότερες από -18 V περίπου. Καμιά από αυτές δεν περνά από την αρχή των αξόνων. Για ίσες απόλυτες τιμές τάσεως, το ρεύμα για τις αρνητικές τάσεις είναι πολύ μικρότερο από το ρεύμα για θετικές τάσεις. Η δίοδος Zener (Ζήνερ) δεν είναι ωμική διάταξη.

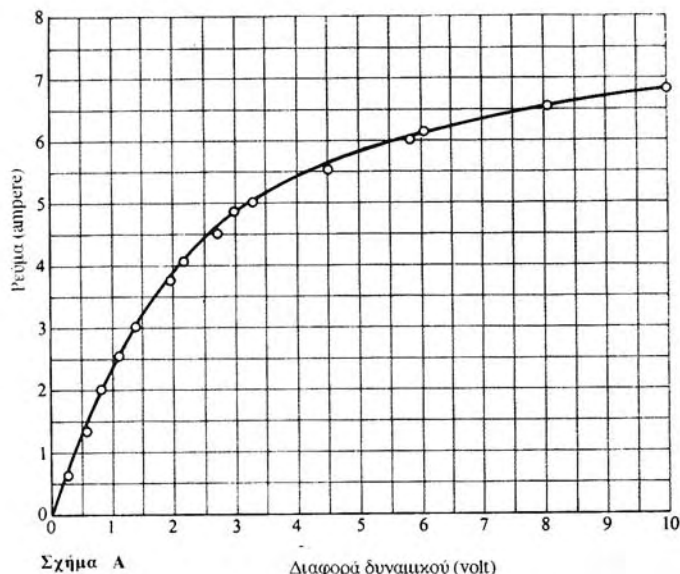
$$17. V = IR = 2,0 \times 10^{-3} \times 220 \text{ V} = 0,44 \text{ V}$$

$$18. R = V/I = 4,0 \text{ V} / 10 \times 10^{-3} \text{ A} = 400 \Omega$$

19. (α) Μέταλλα: χαλκός, κράμα χρωμίου νικελίου, τάνγκστεμ. Μη μέταλλα: άνθρακας, ηλεκτρολυτικό διάλυμα.

(β) Μέταλλα: το κράμα χρωμίου - νικελίου και το ηλεκτρολυτικό διάλυμα δείχνουν μια αύξηση της αντιστάσεως με την αύξηση της θερμοκρασίας. Δεν υπάρχουν πληροφορίες για το χαλκό. Μη μέταλλα: Ο άνθρακας και το διάλυμα δείχνουν μια μείωση της αντιστάσεως με την αύξηση θερμοκρασίας.

20. (α) Αυτό εξαρτάται από το σφάλμα που είσατε διατεθειμένοι να δεχτείτε, εφαρμόζοντας το νόμο του Ohm σ' αυτόν τον αγωγό. Αν υπολογίσετε το R από το σημείο $(1 \text{ V}, 2,4 \text{ A})$, $R = 0,42 \text{ Ohm}$ τότε η έκφραση $V = 0,42 I$ θα δώσει σφάλμα 10% ή λιγότερο για την περιοχή τάσεων από 0 έως $1,5 \text{ volt}$.

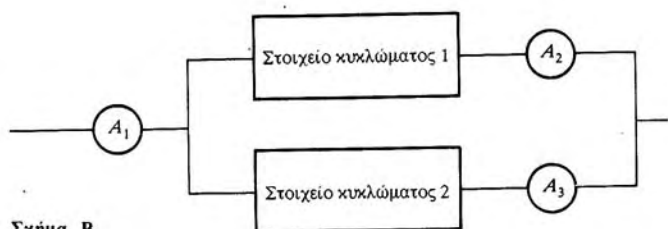


(β) Όταν υπάρχει ρεύμα στο σιδερένιο σύρμα, η θερμοκρασία θα ανέβει έως ότου η ενέργεια που εκλύεται στο γύρο χώρο από το σύρμα ανά μονάδα χρόνου είναι ίση με την ηλεκτρική ισχύ που καταναλώνεται μέσα σε αυτό. Μια αύξηση της ισχύος θα καταλήξει σε αύξηση θερμοκρασίας. Για το σίδηρο η αντίσταση αυξάνεται με τη θερμοκρασία. Εφ' όσον $I = \frac{V}{R}$, μια γραφική παράσταση του I ως προς V , θα είναι μια καμπύλη που θα βρίσκεται κάτω από την ευθεία γραμμή που είναι προέκταση από τις μικρές τιμές του V .

21. (α) Εφ' όσον $V = RI$, $\text{Ισχύς} = VI = (RI)I = I^2 R$.

(β) $\text{Ισχύς} = VI = V \left(\frac{V}{R} \right) = \frac{V^2}{R}$

22. $60 = \frac{(120)^2}{R}$
 $R = 240 \, \Omega$



23. (α) Η ένδειξη του $A_3 = (0,75 - 0,20) \, \text{A} = 0,55 \, \text{A}$.

(β) Η διαφορά δυναμικού στα άκρα του στοιχείου 1 $= 0,20 \times 12 \, \text{V} = 2,4 \, \text{V}$. Αφού τα στοιχεία κυκλώματος είναι παράλληλα, αυτή η διαφορά δυναμικού είναι ίδια με αυτή κατά μήκος του στοιχείου κυκλώματος 2. Επομένως η αντίσταση του στοιχείου κυκλώματος 2 $= 2,4 \, \text{V} / 0,55 \, \text{A} = 4,36 \, \Omega$.

24. Υποθέστε ότι τα αμπερόμετρα είναι ακριβή ως 2% ή και καλύτερα. Το ρεύμα στο στοιχείο κυκλώματος 1 συν το ρεύμα στο στοιχείο κυκλώματος 2 πρέπει να ισούται με το συνολικό ρεύμα. Η ένδειξη στο A_1 πρέπει να ισούται με το άθροισμα των ενδείξεων A_2 και A_3 . Εφ' όσον $0,12 + 0,26 \neq 0,40$, τουλάχιστον ένα από τα όργανα πρέπει να έχει λανθασμένη ένδειξη.

Αν έχετε ένα όργανο δια του οποίου τη βαθμονόμηση είστε σίγουροι, τότε μπορείτε να το συνδέσετε σε σειρά με καθένα από τα παραπάνω αμπερόμετρα και σε σειρά με μια μπαταρία και με ένα κατάλληλο αντιστάτη. Η σύγκριση με την ένδειξη του προτύπου αυτού οργάνου θα δείξει ποιο από τα όργανα δείχνει λάθος. Αν δεν έχετε πρότυπο όργανο, μπορείτε να συνδέσετε και τα τρία όργανα σε σειρά με μια μπαταρία και ένα αντιστάτη. Αν τα δύο συμφωνούν πιθανόν η ένδειξη να είναι σωστή και το τρίτο είναι αυτό που κάνει λάθος.

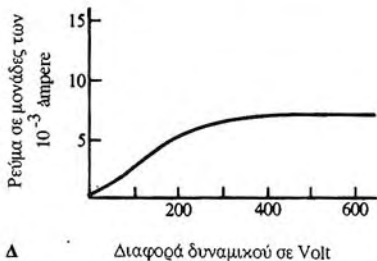
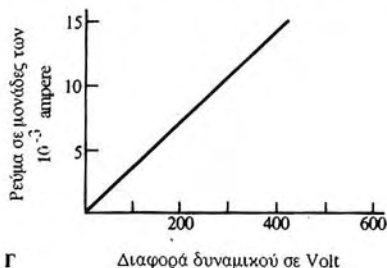
25. Από τη γραφική παράσταση του στοιχείου κυκλώματος 1, βλέπουμε ότι χρειάζεται διαφορά δυναμικού περίπου 3,3 volt για να έχουμε ρεύμα 2 amperes. Από τη γραφική παράσταση του στοιχείου κυκλώματος 2, βλέπουμε ότι χρειάζεται διαφορά δυναμικού περίπου 1,7 volt για να έχουμε ρεύμα 2 amperes. Όταν τα στοιχεία είναι συνδεδεμένα σε σειρά, τότε χρειάζεται τάση $(3,3 + 1,7) \, \text{V} \approx 5,0 \, \text{volt}$ για να έχουμε ρεύμα 2 amperes.

Αυτό μπορεί να εξακριβωθεί από τη γραφική παράσταση του σχήματος 12 - 15.

26. (α) Από το σχήμα Γ βλέπουμε ότι όταν $I = 5 \times 10^{-3} \, \text{amperes}$, $V = 140 \, \text{volt}$.

(β) Το ίδιο ρεύμα στην ηλεκτρονική λυχνία κενού (σχήμα Δ) παράγεται από

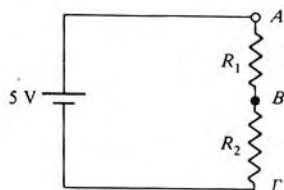
μια διαφορά δυναμικού στα άκρα της λυχνίας κενού ίση με 200 volt.



27. (α) Για 2,2 mA, η διαφορά δυναμικού στα άκρα της διόδου είναι 0,29 V, όπως φαίνεται από τη γραφική παράσταση στο σχήμα 12 - 10 (α). Οπότε, η τάση στα άκρα του αντιστάτη θα είναι $(4,5 - 0,29) \text{ V} = 4,21 \text{ V}$. Για να έχουμε αυτή την πτώση τάσεως με ρεύμα 2,2 mA, η τιμή του αντιστάτη πρέπει να είναι

$$R = \frac{V}{I} = \frac{4,21}{2,2 \times 10^{-3}} = 1910 \, \Omega$$

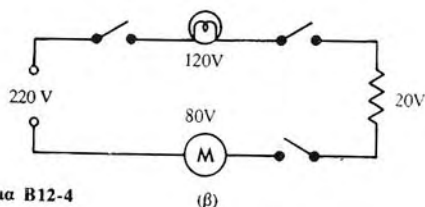
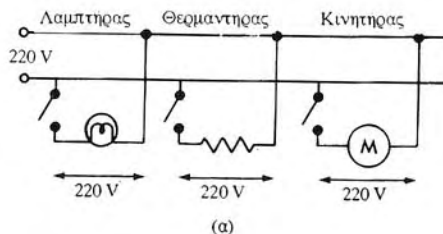
- (β) Για 4,5 V το ανάστροφο ρεύμα μέσω της διόδου είναι περίπου $1 \times 10^{-6} \text{ A}$, όπως φαίνεται από τη γραφική παράσταση του σχ. 12 - 10 (β), και η αντίσταση της διόδου κατά την ανάστροφη φορά είναι $4,5 \times 10^6 \, \Omega$. Ο αντιστάτης των 1910 Ω έχει αμελητέα αντίσταση σε σχέση με αυτή την αντίσταση, και το ανάστροφο ρεύμα είναι $\approx 1 \times 10^{-6} \text{ A}$.
28. (α) $V_{BF} = HE\Delta - V_{AB} = (5 - 4) \text{ V} = 1 \text{ V}$.
(β) Όχι.



- (γ) Ναι. Το ρεύμα του R_1 ισούται με $4/R_1$ ενώ το ρεύμα του R_2 ισούται με $1/R_2$. Εφ' όσον το ρεύμα του R_1 είναι ίσο με το ρεύμα του R_2 , $4/R_1 = 1/R_2$, και $R_1/R_2 = 4/1$.

29. Τέτοιες συσκευές είναι συνδεδεμένες παράλληλα για δύο αιτίες:

- (1) Οι συσκευές είναι σχεδιασμένες να λειτουργούν στην ίδια τάση δικτύου, γύρω στα 220 volt. Στο παράλληλο κύκλωμα, κάθε συσκευή τροφοδοτείται με την τάση, με την οποία λειτουργεί [σχήμα B12 - 4 (α)]. Σε ένα κύκλωμα σειράς, το άθροισμα των τάσεων στα άκρα των στοιχείων κυκλώματος ισούται με την τάση του δικτύου, έτσι η μειωμένη τάση στα άκρα του κάθε στοιχείου κυκλώματος εμποδίζει τη σωστή λειτουργία του. Βλέπε σχ. B12 - 4 (β).



Σχήμα B12-4

- (2) Σε ένα παράλληλο κύκλωμα οι συσκευές λειτουργούν ανεξάρτητα. Είναι φανερό ότι στο κύκλωμα σε σειρά το άνοιγμα οποιουδήποτε διακόπτη θα εμποδίζει όλες τις συσκευές να λειτουργήσουν, αφού το ρεύμα κόβεται εντελώς από όλες τις συσκευές.
30. Η $HE\Delta$ του ξηρού ηλεκτρικού στοιχείου δεν έχει αλλάξει, αφού είναι ακόμα φτιαγμένο από τα ίδια υλικά. Η μείωση του ρεύματος πρέπει να οφείλεται σε αύξηση της εσωτερικής του αντίστασης. Α-

ζεται κυρίως από την εσωτερική αντίσταση του ηλεκτρικού στοιχείου.

$$R_{\text{εσ}} = 1,5 \text{ V} / 6 \text{ A} = 0,25 \Omega$$

φήνοντας το ξηρό στοιχείο να “ξεκουραστεί” για λίγο αυτό μειώνει την εσωτερική του αντίσταση.

(Σημείωση: Όταν χρησιμοποιείται το στοιχείο σχηματίζονται φυσαλίδες αερίου. Όταν αυτές κολλούν στα ηλεκτρόδια, ο ηλεκτρολύτης διώχνεται από τα ηλεκτρόδια και έτσι μειώνεται η ενεργός επιφάνεια των ηλεκτροδίων που είναι σε επαφή με τον ηλεκτρολύτη. Αυτό αυξάνει την εσωτερική αντίσταση. Ένα από τα χημικά συστατικά του ξηρού στοιχείου είναι ένας αποπολωτής, μια ουσία που αφαιρεί τις φυσαλίδες. Αυτή η ουσία ενεργεί αργά, οπότε μια περίοδος αναπαύσεως μετά από τη χρήση της επιτρέπει να ολοκληρώσει τη διαδικασία της αποπολώσεως).

31. (α) Ένα καλό αμπερόμετρο έχει αμελητέα αντίσταση και το ρεύμα περιορίζεται

(β) Το μέγιστο ρεύμα από τα ξηρά στοιχεία τύπου D επιτυγχάνεται όταν η εξωτερική αντίσταση είναι πολύ χαμηλή. Οπότε,

$I_{\text{μεγ}} = (6 \times 1,5) \text{ V} / (6 \times 0,25) \Omega = 6 \text{ A}$,
το ίδιο με αυτό που βγαίνει από ένα μοναδικό στοιχείο. Αυτό είναι πάρα πολύ χαμηλό για να περιστρέψει ένα κινητήρα εκκινήσεως (στάρτερ, εκκινήτης) που μπορεί να χρειαστεί από 100 ως 300 A.

(Σημειώσεις: 1. Η εσωτερική αντίσταση μιας μπαταρίας αυτοκινήτου είναι πολύ μικρή, όπως είναι και η αντίσταση του κινητήρα εκκινήσεως. Ο συσσωρευτής μπορεί να παράσχει τις μεγάλες εντάσεις ρευμάτων που χρειάζονται. 2. Πριν συνδέσετε το αμπερόμετρο στα άκρα μιας μπαταρίας, πρέπει να σιγουρευτείτε ότι η εσωτερική αντίσταση της μπαταρίας αρκεί να περιορίσει το ρεύμα στα όρια μετρήσεων του οργάνου. Πολλά όργανα που βρίσκονται σε εργαστήρια σχολείων μέσης εκπαίδευσης θα πάθαιναν βλάβη αν συνδέονταν στα άκρα ενός ξηρού στοιχείου, τύπου # 6 και θα καίγονταν αμέσως αν συνδέονταν στα άκρα του συσσωρευτή).

$$32. k = (2,306 \times 10^{-28}) / (1,6 \times 10^{-19})^2$$

$$= 9,0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$$

$$(α) F = kq^2/r^2, q = \sqrt{Fr^2/k} = r\sqrt{F/k}$$

$$= 1\sqrt{1/(2,306 \times 10^{-28})}$$

$$= 6,59 \times 10^{13} e$$

$$(β) 1 \text{ C} = 6,25 \times 10^{18} e$$

$$\text{Άρα } q = (6,59 \times 10^{13}) / (6,25 \times 10^{18}) \text{ C}$$

$$= 1,0 \times 10^{-5} \text{ C}$$

$$(γ) F = k' q_1 q_2 / r^2$$

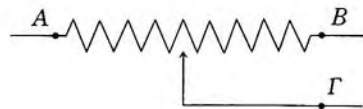
$k' = Fr^2 / q_1 q_2$. Με αυτές τις μονάδες τα F , r , q_1 και q_2 είναι όλα 1. Άρα $k' = 1$.

$$33. (α) P = I^2 R, \text{ άρα } I = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{4}{50}} \text{ A}$$

$$= 0,28 \text{ A (μέγιστο)}$$

$$(β) \text{ Όταν } V = 5 \text{ volt και } I = 0,28 \text{ A,}$$

$R = \frac{5}{0,28} = 17,9 \Omega$. Τότε, το μη χρησιμοποιηθέν μέρος του μεταβλητού αντιστάτη είναι $(50 - 17,9) = 32,1 \Omega$, δηλαδή $\frac{32,1}{50} = 0,64$ της ολικής αντιστάσεως. Μπορείτε να μετακινήσετε το Γ προς το A κατά 0,64 της αποστάσεως χωρίς να γίνει υπέρβαση στην ισχύ που μπορεί να καταναλώσει ο αντιστάτης.



$$34. (α) R = k \frac{l}{A}$$

$$(β) \Omega \times \text{m}$$

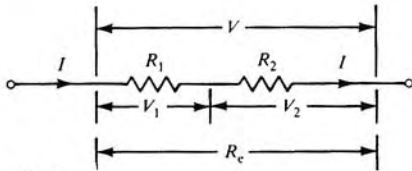
$$35. \text{ Εφόσον } R = k \frac{l}{A}, \frac{R_1}{R_2} = \frac{l_1}{l_2} \times \frac{A_2}{A_1} = \frac{l_1}{l_2} \times \frac{d_2^2}{d_1^2}$$

$$\text{και } \frac{R_1}{R_2} = \frac{200 \times (0,25)^2}{0,80 \times (4,6)^2} = 0,74$$

36. (α) Κάνετε το ρεύμα στο κύκλωμα να είναι I , και τις αντιστάσεις των αντιστατών να είναι R_1 και R_2 . Βλέπε σχ. Β12 - 5. Γνωρίζετε από τα δεδομένα ότι $I = V_1 / R_1$, και επίσης ότι $I = V_2 / R_2$ ή $V_1 = IR_1$, και $V_2 = IR_2$. Επί πλέον, $V = IR_{\text{ολ}}$, όπου $R_{\text{ολ}}$ είναι η ισοδύναμη αντίσταση του συνδυα-

σμού. Από τα δεδομένα, ξέρετε επίσης ότι $V = V_1 + V_2$ · οπότε $IR_{ολ} = IR_1 + IR_2$. Επομένως $R_{ολ} = R_1 + R_2$.

- (β) Παρομοίως, είναι λογικό ότι $R_{ολ} = R_1 + R_2 + R_3$



Σχήμα B12-5

37. (α) Βλέπε σχ. B12 - 6. Από τη διατήρηση του φορτίου, γνωρίζετε ότι το άθροισμα των ρευμάτων των κλάδων είναι ίσο με το συνολικό ρεύμα. Η διαφορά δυναμικού είναι ίδια στα άκρα των δύο κλάδων. Τότε έχουμε για κάθε έναν αντιστάτη, $I_1 = V/R_1$ και $I_2 = V/R_2$. για το συνδυασμό ισχύει $I = V/R_{ολ}$. Εφόσον $I = I_1 + I_2$,

$$V/R_{ολ} = V/R_1 + V/R_2$$

οπότε

$$1/R_{ολ} = 1/R_1 + 1/R_2$$

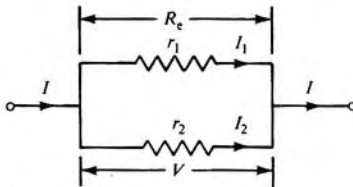
και

$$R_{ολ} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$$

- (β) Παρομοίως, $1/R_{ολ} = 1/R + 1/R_2 + 1/R_3$
 $= (R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2) / R_1 R_2 R_3$

και

$$R_{ολ} = R_1 R_2 R_3 / (R_2 R_3 + R_1 + R_3 R_1 R_2).$$



Σχήμα B12-6

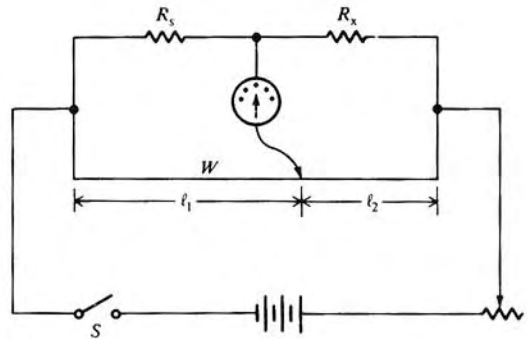
38. Αφού το ρεύμα I_1 , στο λαμπτήρα είναι αρκετά μικρό σε σύγκριση με το ρεύμα I_R , το ρεύμα I_r στο κάτω μέρος του R (κάτω από το σημείο επαφής του δρομέα), θα είναι σχεδόν ίσο με το ρεύμα I_R στο πάνω μέρος του R . Σ' αυτήν την περίπτωση,

$$I_R = V_i / R \text{ και } V_0 = I_R r = (V_i / R) r = \frac{r}{R} V_i.$$

Τα ποτενσιόμετρα χρησιμοποιούνται σε μεγάλο βαθμό σε ρυθμιστές τάσεως.

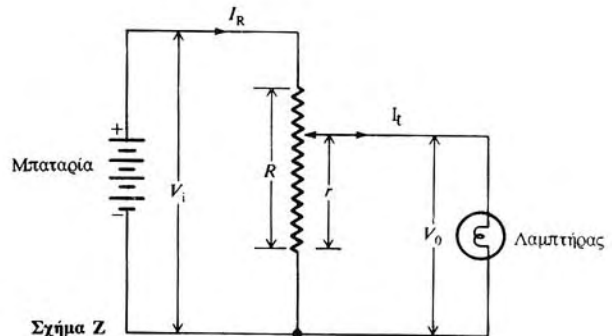
Οι περισσότεροι ρυθμιστές τάσεως σε μια τηλεόραση είναι ποτενσιόμετρα.

39. (α) Όταν το όργανο δε δείχνει ρεύμα, δεν υπάρχει διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων, στα οποία είναι συνδεδεμένο. Οι πτώσεις τάσεως στα άκρα του I_2 και R_x πρέπει να είναι ίσες, όπως ίσες είναι και αυτές στα άκρα των I_1 και R_s . Οπότε το πηλίκο των διαφορών δυναμικού στα άκρα του I_1 και του I_2 πρέπει να είναι ίσο προς το πηλίκο των τάσεων στα άκρα των R_s και R_x . Επειδή το σύρμα είναι ομοιόμορφο, το πηλίκο των διαφορών δυναμικού στα άκρα του I_1 και I_2 είναι ίσο με το πηλίκο των μηκών των δύο τμημάτων του σύρματος. Αφού το ρεύμα στα R_s και R_x είναι το ίδιο, οι διαφορές δυναμικού στα άκρα τους έχουν τον ίδιο λόγο όπως οι αντιστάσεις τους. Οπότε $I_1 / I_2 = R_s / R_x$.



Σχήμα Η

$$(β) R_x = R_s (l_2 / l_1) = 24 \times (40 / 60) = 16 \Omega.$$



Σχήμα Ζ

Ηλεκτρονικές λογικές πύλες και δυαδική πρόσθεση

Επισκόπηση και Στόχοι

Οι στόχοι αυτού του κεφαλαίου είναι τριπλοί:

(1) Να δοθεί στους μαθητές πρόσθετη εξάσκηση σε ένα μέρος της Φυσικής από εμπειρικής πλευράς. (Έχομε ήδη εισαγάγει τους μαθητές σε τέτοιου τύπου αντιμετώπιση στην παράγραφο 4 - 3, Αντίσταση του Αέρα: Κατακόρυφη κίνηση μέσα στην Ατμόσφαιρα).

(2) Να δοθεί η ευκαιρία εφαρμογής αρχών ηλεκτρικών κυκλωμάτων σε κυκλώματα που περιέχουν ωμικά και μη ωμικά στοιχεία κυκλώματος, και

(3) να δοθεί στους μαθητές μια ιδέα στο πώς ένας ηλεκτρονικός υπολογιστής εκτελεί μια αριθμητική πράξη.

Αυτό το κεφάλαιο είναι προαιρετικό γιατί δεν είναι προαπαιτούμενο για μια μελέτη της υπόλοιπης σειράς μαθημάτων. Πάντως, παρόλο που πολλοί μαθητές είναι ήδη εξοικειωμένοι με τη χρήση υπολογιστών τσέπης ή μεγαλύτερων ηλεκτρονικών υπολογιστών, πολλοί λίγοι καταλαβαίνουν πώς λειτουργούν αυτά τα όργανα. Συνεπώς, πολλοί μαθητές θα βρουν αυτό το κεφάλαιο ενδιαφέρον. Αν ο χρόνος επιτρέπει, θα το βρείτε χρήσιμο να το διδάξετε.

Χρονοθέτηση των Πειραμάτων

Πείραμα 20** Είσοδος και Έξοδος. Αυτό το πείραμα είναι καλύτερα να γίνει ταυτόχρονα με την παράγραφο 13 - 2.

Πείραμα 21** Δύο Λογικές Πύλες. Τα μέρη αυτού του πειράματος που έχουν σχέση με τις AND και OR πύλες καλύτερα να γίνουν με τις παραγράφους 13 - 4 και 13 - 5. Το μέρος που ασχολείται με ολοκληρωμένα κυκλώματα μπορεί να διδαχθεί με την παράγραφο 13 - 8.

Πείραμα 22** Και άλλες Λογικές Πύλες. Αυτό το πείραμα καλύτερα να γίνει με τις παραγράφους 13 - 6 και 13 - 7.

Υποδείξεις για τη Διδασκαλία

Παράγραφος 13 - 1

Η γνώση για δυαδικούς αριθμούς και πώς προστίθενται, είναι αναγκαία για την κατανόηση των ακολούθων παραγράφων. Πάντως, περιορίστε τη διδασκαλία μόνο στα θέματα που καλύπτονται σε αυτή την παράγραφο. Μη χάσετε χρόνο προσπαθώντας να μάθουν

οι μαθητές τέλεια όλα τα θέματα γύρω από τους δυαδικούς αριθμούς.

Παράγραφος 13 - 2

Αυτή, και άλλες παράγραφοι, καλύπτονται στο εργαστήριο. Οι όροι έξοδος και είσοδος χρησιμοποιούνται συχνά. Η προσοχή να συγκεντρωθεί στην εφαρμογή των ηλεκτρικών κυκλωμάτων. Δώστε έμφαση στη σχέση μεταξύ τάσεων και στο 0 και στο 1 που μεταχειριζόμαστε συνήθως για να παραστήσουμε την είσοδο και έξοδο στις δυαδικές πράξεις. Το πείραμα 20, Είσοδος και Έξοδος, όχι μόνο εφαρμόζει την παράγραφο, αλλά και εισαγάγει τους μαθητές στις επιδράσεις των οργάνων μετρήσεως σε αυτά που μετρούνται.

Παράγραφος 13 - 3

Επανάληψη παραγράφου 12 - 6. Επιδείξτε τις ιδιότητες των διόδων που αναφέρονται σε αυτή την παράγραφο: (α) την ισχυρή εξάρτηση της αντιστάσεως της διόδου από την κατεύθυνση της εφαρμοζόμενης τάσεως, και (β) τη μεγάλη περιοχή ρευμάτων διαμέσου της διόδου, για τα οποία η πτώση τάσεως στα άκρα της μεταβάλλεται πολύ λίγο. Και οι δύο αυτές ιδιότητες είναι σημαντικές στη χρήση διόδων στις λογικές πύλες που αναφέρονται στις ακόλουθες παραγράφους.

Παράγραφοι 13 - 4 και 13 - 5

Τα πρώτα δύο μέρη του Πειράματος 21, Δύο Λογικές Πύλες, θα πρέπει να δώσουν το κύριο νόημα τούτων των παραγράφων. Το τρίτο μέρος, είναι χρήσιμο σαν εισαγωγή στα ολοκληρωμένα κυκλώματα (Intergrated Circuit) ή IC, και η παρουσίασή του μπορεί να καθυστερήσει αν ο χρόνος είναι λίγος. Είναι αναντικατάστατη, για τους μαθητές (και τους διδάσκοντες) η εμπειρία να κατασκευάσουν, στην κυριολεξία, και να ερευνήσουν τις ιδιότητες αυτών των πυλών.

Παράγραφοι 13 - 6 και 13 - 7

Να γίνει το πείραμα 22, Πρόσθετες Λογικές Πύλες, μαζί με τη μελέτη αυτών των παραγράφων. Πάλι, δεν υπάρχει υποκατάστατο από το να κατασκευάσουν οι ίδιοι μαθητές και να ερευνήσουν αυτές τις πύλες.

Αφήστε τους πιο πεπειραμένους μαθητές να συναρμολογήσουν τον ημιπροσθετή και να τον επιδείξουν στην τάξη.

Παράγραφος 13 - 8

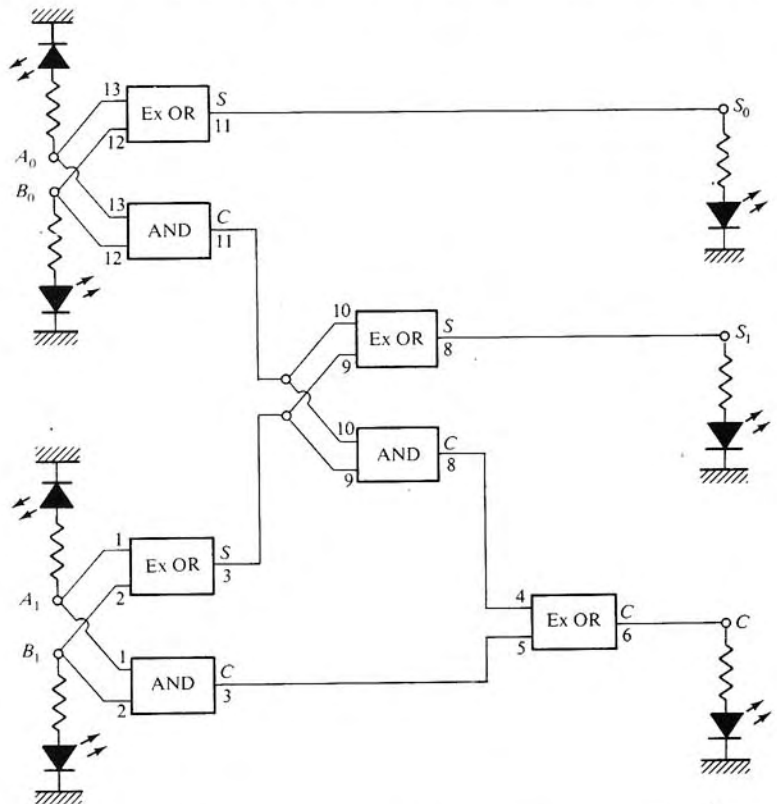
Αν οι μαθητές δεν είχαν χρόνο να τελειώσουν το πείραμα 21, θα πρέπει να τελειώσει τώρα.

Οποσδήποτε, θα ήταν χρήσιμο να μοιρασθούν συσκευές για να ερευνήσουν οι μαθητές από πρώτο χέρι τις ιδιότητες μιας ή περισσότερων πυλών IC (ολοκληρωμένων κυκλωμάτων). Θα πρέπει να δοθεί προσοχή στις πληροφορίες που δίνονται από τον κατασκευαστή για τη σημασία των ποδιών των συγκεκριμένων IC που έχετε.

Παράγραφος 13 - 9

Αφήστε πεπειραμένους μαθητές να φτιάξουν το κύκλωμα για πρόσθεση δύο διψηφίων δυαδικών αριθμών, όπως δείχνεται σχηματικά στο σχ. 13 - 2. Σίγουρα η απλούστερη κατασκευή μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας ένα IC τεσσάρων πυλών τύπου αποκλειστικού OR (Exclusive OR, Exc OR, XOR), δύο εισόδων και ένα IC τεσσάρων πυλών τύπου AND δύο εισόδων. Το διάγραμμα ποδιών για την πύλη αποκλειστικού OR είναι το ίδιο με αυτό της πύλης AND που φαίνεται στο πείραμα 21. Βάλτε τους μαθητές να σχεδιάσουν ένα πλήρες διάγραμμα (σχ. B13 - 1), σημειώνοντας τους αριθμούς των ποδιών που θα μεταχειρισθούν. Αν έχετε συζητήσει το πρόβλημα 23 του Κεφαλαίου 13 με τους μαθητές σας, θα γνωρίζουν ότι σε αυτό το κύκλωμα η τελική πύλη OR μπορεί να αντικατασταθεί από ένα από τα τμήματα του IC που έχει πύλες αποκλειστικού OR, κάνοντας έτσι οικονομία χώρου στην πλακέτα του κυκλώματος.

Έχοντας τελειωμένο το πλήρες σχεδιάγραμμα του κυκλώματος, οι μαθητές μπορούν πλέον να τοποθετήσουν τα IC και τις LED (Light Emitting Diode, φωτοδίοδος) και να κάνουν τις κατάλληλες συνδέσεις τους. Αν δεν έχετε IC τύπου Exc OR, το κύκλωμα μπορεί να κατασκευασθεί από IC με πύλες τύπου OR, τύπου AND και τύπου NAND. Η διάταξη των ποδιών των πυλών OR, και NAND μπορεί να μοιάζουν ή να μη μοιάζουν με αυτή της πύλης AND. Θα πρέπει να ελέγξετε τα διαγράμματα του κατασκευαστή. Οι μαθητές



Σχήμα B13-1 Κύκλωμα για πρόσθεση δύο διψηφίων αριθμών. Αφού οι πύλες σε κάθε IC είναι ισοδύναμες, θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν διάφοροι τρόποι διευθέτησής των στοιχείων του κυκλώματος.

θα πρέπει να αρχίσουν με ένα πλήρες σχεδιάγραμμα κυκλώματος, όπως έγινε παραπάνω. Το κύκλωμα είναι πολύ πιο πολύπλοκο, και χρειάζεται δύο πλακέτες κυκλωμάτων με 23 στήλες, ενωμένες μαζί, για το στερέωμα των εξαρτημάτων.

Πείραμα 20. Είσοδος και Έξοδος

Υλικά

- 1 Τροφοδοτικό: Με μεταβλητή τάση 0 - 5 V DC. Μη έχοντας τέτοιο τροφοδοτικό, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μια πηγή σταθερής τάσεως 5 με 6 V DC με ένα ποτενσιόμετρο. Ένα με αντίσταση περίπου 20 Ω και για ισχύ μέχρι 5 W, είναι κατάλληλο. Βλέπε σχ. B13 - 2.

- 1 Πλακέτα κυκλώματος

Αντιστάτες: 2 100 Ω , $\frac{1}{4}$ W

2 100.000 Ω , $\frac{1}{4}$ W

2 1.000 Ω , $\frac{1}{4}$ W

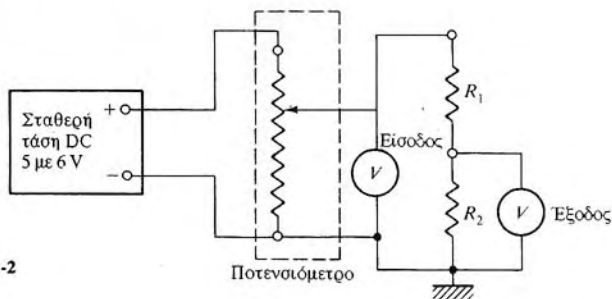
- 1 Δίοδος (δεν έχει σημασία τι είδους· μια τύπου 1 N914 κάνει).

- 1 Βολτόμετρο (είναι επιθυμητό να έχει περιοχή 0 - 5 V με 1000 Ω/V τουλάχιστον).

Καλώδιο συνδέσεως, με γυμνωμένες άκρες, για την τοποθέτηση μέσα στις τρύπες της πλακέτας του κυκλώματος.

- 2 Ακροδέκτες τύπου μπανάνας με καλώδια συνδέσεως, για τη σύνδεση της πλακέτας του κυκλώματος με την πηγή τροφοδοσίας.

Μυτοτσίμπιδα, για το ίσιωμα των καλωδίων συνδέσεων καθώς και των καλωδίων τροφοδοσίας.



Σχήμα B13-2

Γι' αυτούς που είναι καλά ενημερωμένοι σχετικά με τα ηλεκτρονικά κυκλώματα, τα κυκλώματα αυτού του πειράματος μπορεί να φαίνονται τετριμμένα. Πάντως λίγοι μαθητές στη μέση εκπαίδευση έχουν οποιαδήποτε εμπειρία ή αίσθηση για το τι περιλαμβάνουν αυτά τα κυκλώματα. Αν σκοπεύετε να βάλετε τους μαθητές να κάνουν τις επόμενες δύο εργαστηριακές ασκήσεις, με λογικές πύλες και ηλεκτρονική πρόσθεση, πρέπει οπωσδήποτε να κάνουν αυτό το προκαταρκτικό πείραμα πρώτα.

Αυτή είναι η πρώτη φορά που η τάξη σας θα έχει μεταχειριστεί πλακέτες κυκλωμάτων. Μπορεί να υπάρχουν μερικοί μαθητές που είναι εξοικειωμένοι με τέτοιες πλακέτες, επειδή πιθανόν έχουν κατασκευάσει κάποιο κιτ ή και από άλλες παρόμοιες δραστηριότητες· αλλά γενικά θα χρειασθεί λίγη εξάσκηση για να τις χειρίζονται οι

μαθητές σας άνετα. Βοηθήστε τους όσο χρειάζεται, και ελέγξτε τα ολοκληρωμένα κυκλώματα πριν τα μεταχειρισθούν. Οι πλακέτες κυκλωμάτων είναι πιο ευκολόχρηστες αν τα καλώδια τροφοδοσίας και συνδέσεως έχουν ισιωμένες άκρες.

Το θέμα της επιδράσεως του οργάνου μετρήσεως πάνω στη μέτρηση που θα γίνει καθίσταται κρίσιμο σε ορισμένα μέρη του πειράματος. Βολτόμετρα χρησιμοποιούνται παντού. Το ιδανικό όργανο είναι ένα ψηφιακό βολτόμετρο επειδή η αντίστασή του είναι τόσο υψηλή ώστε να μην έχει σχεδόν καμία επίδραση πάνω στο κύκλωμα όπου γίνεται η μέτρηση. Πάντως, πολλά σχολικά εργαστήρια έχουν μόνο όργανα με βασικό όργανο τύπου d' Arsonval (κινουμένου πλαισίου). Αυτά ποικίλλουν όσον αφορά στο μέγεθος της ολικής τους αντιστάσεως. Ένα κοινό βολτόμετρο δύο περιοχών, 0 - 15 V και 0 - 3 V, χαρακτηρίζεται από 1000 Ω/V· αυτό σημαίνει ότι έχει αντίσταση 15.000 Ω στην κλίμακα 0 - 15 V και 3.000 Ω στην κλίμακα 0 - 3 V.

Κοιτάξτε τα κυκλώματα του σχήματος 20 - 1. Χωρίς βολτόμετρο, περιμένει κάποιος την τάση να μοιραστεί εξίσου μεταξύ των δύο αντιστάτων: 2,5 V όταν V_i είναι 5 V. Τώρα ας υποθέσουμε ότι το βολτόμετρο είναι συνδεδεμένο στα άκρα του κατώτερου από τους δύο αντιστάτες, έτσι ώστε να μετριέται η τάση στα άκρα του. Ας υποθέσουμε ότι χρησιμοποιείται η 0 - 15 V, κλίμακα (σχ. B13 - 3). Η αντίσταση του συστήματος του κατώτερου αντιστάτη των 100 - Ω σε συνδυασμό με την αντίσταση του βολτόμετρου είναι

$$\frac{100 \times 15000}{100 + 15000} = 99 \Omega.$$

Το βολτόμετρο τότε πρέπει να δείχνει

$$\frac{99}{199} \times 5,0 \text{ V} = 2,5 \text{ V}$$

μέσα στις αβεβαιότητες του βολτόμετρου και των τιμών των αντιστάτων. Γι' αυτό το κύκλωμα το βολτόμετρο παρέχει ικανοποιητικές ενδείξεις.

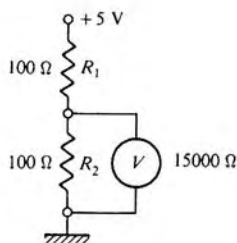
Όμως, ας υποθέσουμε ότι οι αντιστάτες είναι $10^5 \Omega$ αντί για 100 Ω. Τότε το κύκλωμα είναι όπως εικονίζεται στο σχήμα B13 - 4. Αυτή τη φορά η αντίσταση του χαμηλότερου αντιστάτη και του βολτόμετρου είναι

$$\frac{10^5 \times 1,5 \times 10^4}{0,15 \times 10^5 + 10^5} \Omega = \frac{1,5 \times 10^9}{1,15 \times 10^5} \Omega = 1,30 \times 10^4 \Omega.$$

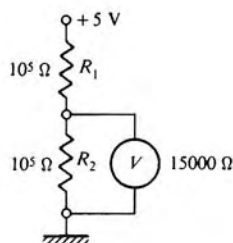
Το βολτόμετρο τότε θα δείχνει $\frac{1,30 \times 10^4}{11,3 \times 10^4} \times 5,0 \text{ V} = 0,57 \text{ V}$, που είναι μακριά από την αναμενόμενη τιμή των 2,5 V.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 20

- Συνδέστε τον αρνητικό ακροδέκτη του βολτόμετρου με το έδαφος. Τότε ο θετικός ακροδέκτης μπορεί να συνδεθεί είτε ως V_1 ή V_0 .
- Ναι. Αρκετά ικανοποιητικά, $V_0 = \frac{1}{2} V_1$.
- Η απάντηση εξαρτάται από την αντίληψη του μαθητή. Η συνηθισμένη απάντηση πιθανόν θα είναι: Όχι. Μερικοί μαθητές μπο-



Σχήμα B13-3



Σχήμα B13-4

ρεί να καταλάβουν ότι παραλληλίζοντας το βολτόμετρο με μια πολύ υψηλή αντίσταση θα μειώσει την αντίσταση μεταξύ των άκρων του βολτόμετρου, και αυτό θα μειώσει την τάση.

- $V_0 < \frac{1}{2} V_i$.
- Ανταλλάξτε τις θέσεις των αντιστάτων και επαναλάβετε τις μετρήσεις.
- Η απάντηση θα εξαρτάται από το αν έχετε ψηφιακό βολτόμετρο ή πολύμετρο μεγάλης αντιστάσεως. Με ένα ψηφιακό όργανο μετρήσεως η ένδειξη V_0 θα είναι 2,5 V. Με ένα 20.000 Ω/V πολύμετρο στην κλίμακα 10 - V, η ένδειξη V_0 θα είναι γύρω στο 2,0 V. Και στις δύο περιπτώσεις η απάντηση είναι "ναι".
- Σχήμα 20 - 4:

V_i	V_0
5	4,3
0	0

V_i	V_0
1	1
0	0
- Σχήμα 20 - 5:

V_i	V_0
5	5
0	0,7

V_i	V_0
1	1
0	0
- Ο δεύτερος τρόπος δίνει έμφαση στις ομοιότητες.

Τείραμα 21. Δύο Λογικές Πύλες

Γλικά

1 Τροφοδοτικό: 5 - 6 V DC. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί μία ξηρή μπαταρία (συστοιχία).

1 Πλακέτα κυκλώματος

Αντιστάτες: 1 1 k Ω , $\frac{1}{2}$ W

3 220 Ω , $\frac{1}{2}$ W

Δίοδοι: 2 (δεν είναι κρίσιμο ποιου τύπου, αλλά τύπου πυριτίου (Si) είναι προτιμότερο· η 1N914 είναι κατάλληλη).

LED: 3 (δεν είναι κρίσιμο ποιου τύπου)

Μεγάλες κόκκινες LED, ή παρόμοιες LED οποιουδήποτε χρώματος.

IC: Με τέσσερις πύλες AND δύο εισόδων*

Καλώδια συνδέσεων των στοιχείων κυκλώματος.

2 Καλώδια συνδέσεων με βύσματα μπανάνες για να συνδεθεί το τροφοδοτικό με την πλακέτα του κυκλώματος.

Μυτοτσίμπιδα για το ίσιωμα των άκρων των διαφόρων καλωδίων.

1 Εργαλείο εξαγωγής, για να μπορείτε εύκολα να αφαιρείτε IC από την πλακέτα.

* Ελέγξτε τις οδηγίες του κατασκευαστή για να σιγουρευτείτε ότι η διευθέτηση των ποδιών συμφωνεί με το σχ. 21 - 6. Αν όχι, βάλτε τους μαθητές να αλλάξουν το σχ. 21 - 6 ώστε να συμφωνεί με τα IC που υπάρχουν.

Οι σκοποί αυτού του πειράματος είναι: να δώσει στους μαθητές εμπειρία στην κατασκευή κυκλωμάτων, να επιτρέψει στους μαθητές να εξακριβώσουν τις ιδιότητες των πυλών AND και OR, και να εξοικειώσει τους μαθητές με διόδους που εκπέμπουν φως (φωτο-δίοδους) και με IC.

Απλώς δώστε στους μαθητές τις πλακέτες, τα ηλεκτρονικά εξαρτήματα και τα καλώδια και αφήστε τους να προχωρήσουν.

Κανένα από τα κομμάτια δεν είναι ακριβό, και λανθασμένες συνδέσεις συνήθως κάνουν λίγη ζημιά. Ελέγχοντας ότι οι διόδοι και τα τρανζίστορ χρησιμοποιούνται με περιοριστικούς (προστατευτικούς) αντιστάτες είναι μια προφύλαξη που συνήθως αρκεί.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 21

•	<u>A</u>	<u>B</u>	<u>C</u>
	0	0	0
	0	1	0
	1	0	0
	1	1	1

Αυτή η διάταξη δίνει έξοδο 1 μόνο αν και οι δύο εισοδοί είναι 1.

- Κάθε LED φωτίζει όταν η είσοδος ή η έξοδος είναι 1, και μένει σκοτεινή όταν η είσοδος ή η έξοδος είναι μηδέν.
- Το LED εξόδου φωτίζει όταν ένα από τα LED εισόδου φωτίζει ή και τα δύο LED εισόδου φωτίζουν, αλλά όχι όταν και τα δύο LED εισόδου δεν φωτίζουν.

<u>A</u>	<u>B</u>	<u>C</u>
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- Η διάταξη δίνει έξοδο 1 αν μια από τις εισόδους είναι 1 αν ή και οι δύο είναι 1. Κάθε πύλη AND δίνει τα ίδια αποτελέσματα όπως η πύλη AND, στην αρχή του πειράματος.

Πείραμα 22. Και Άλλες Λογικές Πύλες

Υλικά

Τα υλικά είναι τα ίδια όπως αυτά του πειράματος 21, με την προσθήκη επί πλέον IC:

Με τέσσερις πύλες NAND 2 - εισόδων*

Με τέσσερις πύλες OR 2 - εισόδων*

Αυτό το πείραμα είναι, στην πραγματικότητα, μια συνέχεια του πειράματος 21 Δύο Λογικές Πύλες. Όπως και σε εκείνο το πείραμα, απλά δώστε στους μαθητές τις πλακέτες και τα ηλεκτρονικά εξαρτήματα καθώς και τα σχετικά εξαρτήματα συνδέσεων. Μετά αφήστε τους να προχωρήσουν.

* Ελέγξτε τη διευθέτηση των ποδιών αυτών των πυλών με τις οδηγίες του κατασκευαστή. Μπορεί να συμφωνεί με τη διευθέτηση που δείχνεται στο προηγούμενο πείραμα ή και να μην συμφωνεί.

Στην κατασκευή της πύλης Αποκλειστικού OR (XOR), θα πρέπει να μεταχειριστείτε την κρίση σας, ανάλογα με τον τύπο πλακέτας κυκλώματος που είναι διαθέσιμη. Προφανώς, δεν είναι δυνατόν να κατασκευασθεί αυτή η πύλη από τρεις πύλες 14 ποδιών πάνω σε πλακέτα 23 στηλών. Μερικοί τύποι πλακετών μπορεί να συνδέονται (δένονται) μαζί. Δύο πλακέτες 23 στηλών έτσι δεμένες μπορούν εύκολα να δεχθούν όλα τα κυκλώματα που οι μαθητές πιθανόν θα επιχειρήσουν σε αυτό το κεφάλαιο.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 22

Πύλη NOT

- Για είσοδο 0V, η έξοδος είναι κοντά στα 5 V. Για είσοδο στα 5 V η έξοδος είναι κοντά στο 0V.

C	D
0	1
1	0

- Η έξοδος είναι “αντίθετη” από την είσοδο.

Πύλη NAND

- Η πύλη AND
- Η πύλη NOT.

A	B	C	D
0	0	0	1
1	0	0	1
0	1	0	1
1	1	1	0

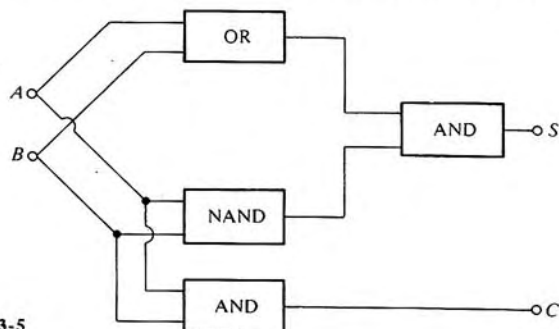
Αυτή η πύλη είναι αντίθετη από την πύλη AND. Είναι μια πύλη NOT - AND, δηλαδή πύλη NAND. Δίνει έξοδο 1 οπότε A και B δεν είναι και οι δύο 1.

Αποκλειστικό OR

A	B	S
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	0

Ναι. Το S είναι 1 αν το A ή το B είναι 1, αλλά όχι αν και τα δύο είναι 1.

- Θα πρέπει να συνδεθεί μια πύλη AND παράλληλα με την είσοδο της πύλης Αποκλειστικού OR. (Βλέπε σχ. B13 - 5).



Σχήμα B13-5

Κατάταξη των Προβλημάτων Παραγράφων και ΣΤΕ

Παράγραφος	Εύκολα	Μέτρια	Δύσκολα
13 - 1	1, 2		
13 - 2	4	3	
13 - 3	6, 7, 8	5, 9	
13 - 4, 13 - 5	10, 11, 12	13	
13,6	16	15	14
13,7		17, 18	
13,8, 13,9	19, 20		
ΣΤΕ		21, 22, 24	23

Απαντήσεις στα Προβλήματα

(Περιεχόμενο προβλημάτων όπως στο βιβλίο διδασκαλίας)

1. Βάση 10	Βάση 2	Βάση 10	Βάση 2
0	0	9	1001
1	1	16	10000
2	10	19	10011
6	110		

2. Βάση 2	Βάση 10	Βάση 2	Βάση 10
0	0	1011	11
1	1	1101	13
11	3	100100	36
111	7		

3. Είσοδοι: Ραδιοκύματα· συνεχής τάση από μπαταρία.

Έξοδος: Ήχος. (Το υποπροϊόν η θερμότητα δεν θεωρείται ως έξοδος).

4. Είσοδος: Ηλεκτρικό έργο (IIV)

Έξοδος: Μηχανικό έργο (Fd). (Το παραπροϊόν η θερμότητα δεν θεωρείται έξοδος).

5. (α) Στο σχήμα 13 - 6 (α): Ονομάστε την τάση στα άκρα του αντιστάτη V_R .

Αφού $I = 2,0 \times 10^{-4} \text{ A}$,

$V_R = 2,0 \times 10^{-4} \text{ A} \times 2,2 \times 10^4 \Omega$

$= 4,4 \text{ V}$.

Στο σχήμα 13 - 6 (β):

Αφού $I = 2 \times 10^{-7} \text{ A}$,

$V_R = 2 \times 10^{-7} \text{ A} \times 2,2 \times 10^4 \Omega$

$= 4,4 \times 10^{-3} \text{ V}$.

(β) Στο σχήμα 13 - 6 (α): Ονομάστε την τάση στα άκρα της διόδου V_D .

$V = V_R + V_D$, οπότε

$V_D = V - V_R = 5,0 \text{ V} - 4,4 \text{ V} = 0,6 \text{ V}$.

Στο σχήμα 13 - 6 (β):

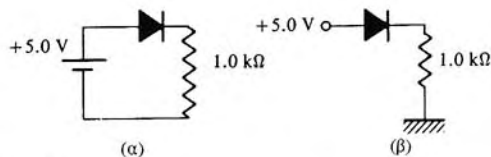
$V_D = 5,0 \text{ V} - 4,4 \times 10^{-3} \text{ V} = 5,0 \text{ V}$.

6. Περίπου 0,34 V.

7. Από πυρίτιο.

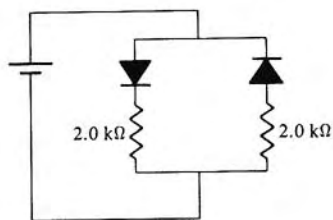
8. (α) Η τάση στα άκρα της διόδου γερμάνιου είναι περίπου 0,3 V· έτσι η τάση στα άκρα του αντιστάτη είναι περίπου $5,0 \text{ V} - 0,3 \text{ V}$, ή περίπου 4,7 V.

(β) Η τάση στα άκρα της διόδου πυριτίου είναι περίπου 0,7 V· έτσι η τάση στα άκρα του αντιστάτη είναι περίπου $5,0 \text{ V} - 0,7 \text{ V}$, ή περίπου 4,3 V.



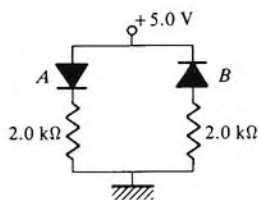
Σχήμα Α

9. Αριστερός κλάδος: Η διόδος είναι πολωμένη κατά την ορθή φορά και άγει. Επει-



Σχήμα Β

(α)



(β)

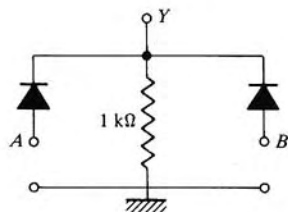
δή είναι από γερμάνιο, η διόδος έχει στα άκρα της τάση γύρω στο 0,3 V. Η τάση στα άκρα του αντιστάτη είναι τότε 5,0 V - 0,3 V ή περίπου 4,7 V, και το ρεύμα $I = 4,7 \text{ V} / 2,0 \times 10^3 \Omega$, ή περίπου $2,3 \times 10^{-3} \text{ A}$.

Δεξιός κλάδος: Η διόδος είναι ανάστροφα πολωμένη και η αντίστασή της είναι γύρω στα $10^7 \Omega$. Η αντίσταση του αντιστάτη, $2,0 \times 10^3 \Omega$, είναι αμελητέα σε σύγκριση με τα $10^7 \Omega$. Έτσι η τάση στα άκρα της διόδου είναι περίπου 5,0 V και το ρεύμα είναι περίπου $5 \times 10^{-7} \text{ A}$.

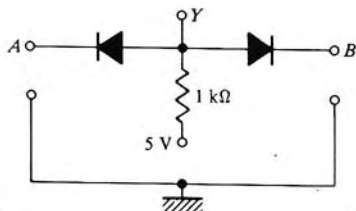
10. Για το σχήμα Γ:

A	B	Y
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

Το σχήμα Γ δείχνει μια πύλη OR.



Σχήμα Γ



Σχήμα Α

Σχήμα B13-7

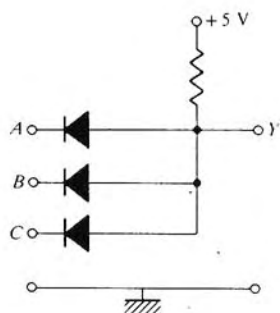
Για το σχήμα Δ:

A	B	Y
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

Το σχήμα Δ δείχνει μια πύλη AND.

11. Βλέπε σχ. B13 - 6.

A	B	C	Y
0	0	0	0
1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
1	1	0	0
1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	1	1



Σχήμα B13-6

12. Βλέπε σχ. B13 - 7.

A	B	C	Y
0	0	0	0
1	0	0	1
0	1	0	1
0	0	1	1
1	1	0	1
1	0	1	1
0	1	1	1
1	1	1	1

13. (α) Όταν V_A είναι 5 V και V_B είναι 0 V η διόδος A άγει και η B δεν άγει. Η τάση στα άκρα της διόδου A είναι περίπου 0,7 V. Η τάση στα άκρα του αντιστάτη είναι $5,0 \text{ V} - 0,7 \text{ V} = 4,3 \text{ V}$. Το ρεύμα είναι περίπου $4,3 \text{ V} / 1000 \Omega$, δηλαδή περίπου $4,3 \times 10^{-3} \text{ A}$.

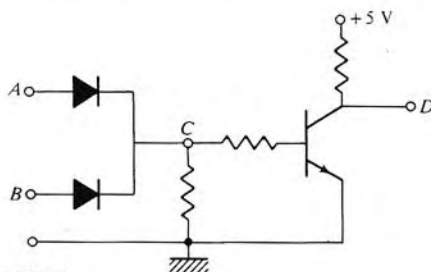
(β) Όταν V_A και V_B είναι και οι δύο 5 V, και οι δύο διόδους άγουν. Κάθε διόδος διαρρέεται από το μισό του συνολικού ρεύματος. Από το σχήμα 13 - 7, η τάση στα άκρα των διόδων είναι ακόμα περίπου 0,7 V. Εφ' όσον η τάση στα άκρα του αντιστάτη είναι ακόμα περίπου 4,3 V, το ρεύμα είναι ακόμα περίπου $4,3 \times 10^{-3} \text{ A}$ και το ρεύμα δια μέσου της διόδου A είναι περίπου $2,2 \times 10^{-3} \text{ A}$.

14 Στο σχήμα 13 - 16, αν είτε η V_A ή η V_B ή και οι δύο είναι 0, η τάση στο C μειώνεται στο 0,7 V περίπου, αν τα εξαρτήματα είναι από πυρίτιο. Η τάση στο C είναι η είσοδος στο τμήμα NOT της πύλης NAND. Σύμφωνα με το σχήμα 13 - 15, αν η είσοδος στην πύλη NOT είναι 0,7 V, η τάση εξόδου V_D είναι περίπου 4,3 V, που συμφωνεί με λογική έξοδο 1. Αν και τα δύο V_A και V_B είναι 5 V (λογικό 1) τότε και οι δύο διόδους είναι ανάστροφα πολωμένες και δεν άγουν. Η τάση στο C είναι τώρα γύρω στα 5 V. Από το σχήμα 13 - 15, όταν το V_C (η είσοδος της NOT πύλης) είναι κοντά στα 5 V, η τάση εξόδου V_D είναι κοντά στο μηδέν. Έτσι όταν είτε V_A είτε η V_B είναι 0, ή και οι δύο ταυτόχρονα είναι 0, η V_D είναι 1, και όταν V_A και V_B είναι και οι δύο 1, η V_D είναι 0. Αυτά είναι τα χαρακτηριστικά της πύλης NAND που φαίνονται στον πίνακα 8.

15.

A	B	D
0	0	1
1	0	0
0	1	0
1	1	0

16 Βλέπε σχήμα B13 - 8.



Σχήμα B13-8

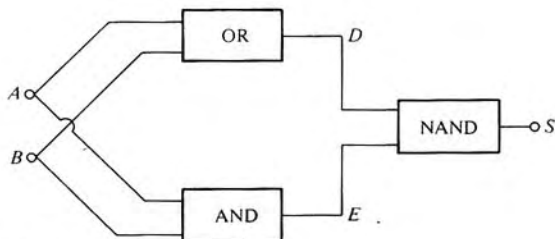
17. Είναι βολικό να αντιγράψετε το διάγραμμα και να σημαδέψετε τις ενδιάμεσες συνδέσεις. Βλέπε σχήμα B13 - 9. Μπορεί να ακολουθήσει κανείς τις τιμές εισόδων και εξόδων της κάθε πύλης μία μία για όλη την κατασκευή. Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι το A είναι 1 και το B είναι 0. Τότε το C είναι 0. Έτσι η πύλη AND που ακολουθεί έχει δύο εισόδους 0, και το E είναι 0, κτλ.

A	B	C	D	E	F	X
0	0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	1
1	1	0	0	0	0	0

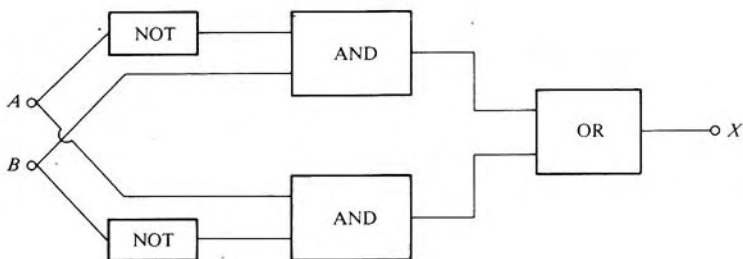
Ο πίνακας αλήθειας αποτελείται από τις στήλες A, B και X. Προφανώς η διάταξη είναι μια πύλη Αποκλειστικού OR.

18. Εναλλάσσοντας τις θέσεις των πυλών NAND και AND, το κύκλωμα θα έμοιαζε με το σχήμα B13 - 10. Τότε ο πίνακας αλήθειας θα ήταν όπως εικονίζεται.

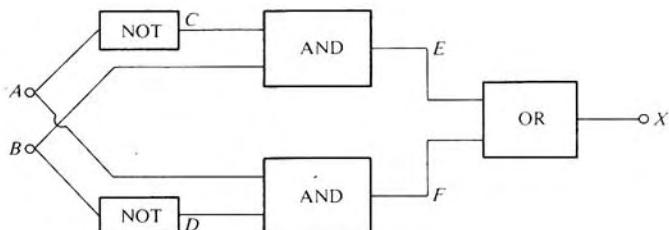
A	B	D	E	S
0	0	0	0	1
0	1	1	0	1
1	0	1	0	1
1	1	1	1	0



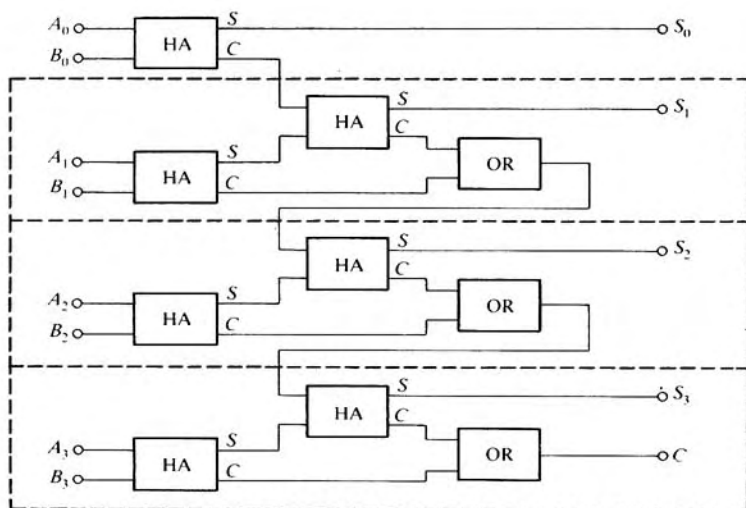
Σχήμα B13-10



Σχήμα E



Σχήμα B13-9



Σχήμα B13-11

Απαντήσεις στα Προβλήματα ΣΤΕ

Το κύκλωμα θα λειτουργούσε σα μια πύλη NAND. Μια πύλη NAND δεν επιχειρείται ποτέ να κατασκευαστεί με αυτόν τον τρόπο, αφού οι πύλες OR και AND είναι περιττές.

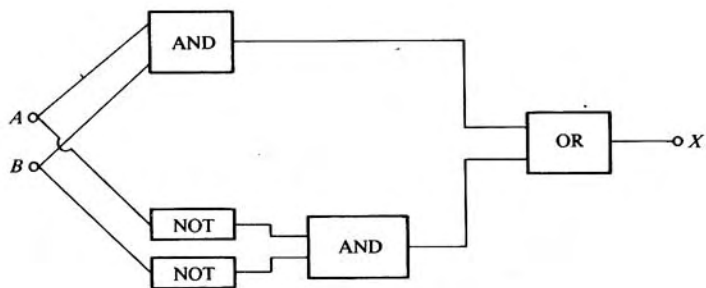
19. Κάθε ημιπροσθετής αποτελείται από, 1 πύλη OR, 1 πύλη NAND και 2 πύλες AND. Άρα για τον πλήρη προσθετή χρειάζονται 3 πύλες OR, 2 πύλες NAND και 4 πύλες AND. Οπότε θα χρειαζόσασταν τα εξής ολοκληρωμένα 1 IC OR, 1 IC NAND, και 1 IC AND.

20. Βλέπε σχήμα B13 - 11.

21. Ο πίνακας πολλαπλασιασμού για μονοψήφιους δυαδικούς αριθμούς είναι απλός:

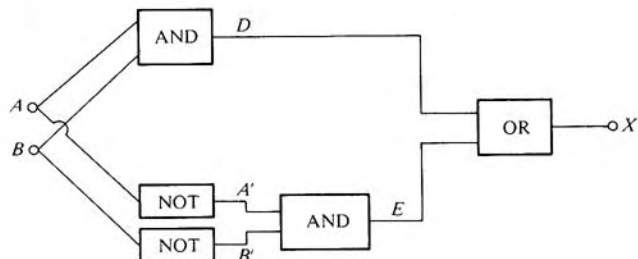
	0	1
0	0	0
1	0	1

Εφ' όσον το γινόμενο δύο δυαδικών αριθμών είναι 1 μόνο όταν και οι δύο αριθμοί είναι 1, θα χρειαζόμασταν μία πύλη AND.



Σχήμα Z.

22. Ονομάστε D την έξοδο της άνω πύλης AND και E την έξοδο της κάτω πύλης AND. Ονομάστε A' την έξοδο της άνω πύλης NOT και B' την έξοδο της κάτω πύλης NOT. Βλέπε σχ. B13 - 12. Ο πίνα-



Σχήμα B13-12

κας αλήθειας είναι ο ακόλουθος.

A	B	C	A'	B'	E	X
0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	0	0
1	1	1	0	0	0	1

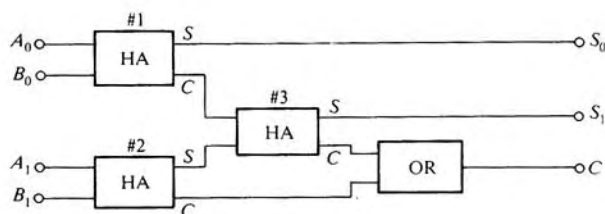
Αυτή η πύλη δίνει έξοδο 1 μόνο όταν τα A και B είναι ίδια. Η πύλη αυτή ονομάζεται συγκριτής.

- (β) Η έξοδος αυτού του κυκλώματος είναι το αντίθετο της πύλης Αποκλειστικού OR. Αν η έξοδος μιας πύλης Αποκλειστικού OR γίνει είσοδος μιας πύλης NOT, ο συνδυασμός θα δώσει τον ίδιο πίνακα αλήθειας.

23. Μια πύλη OR δεν θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί αν τα κρατούμενα από τους ημιπροσθετές που τροφοδοτούν τις εισόδους της πύλης OR ήταν και τα δύο 1 ταυτόχρονα. Για να εξετάσουμε αυτήν την περίπτωση, ο άνω ημιπροσθετής στο σχήμα 13 - 20 παριστάνεται με το 1 (HA #1).

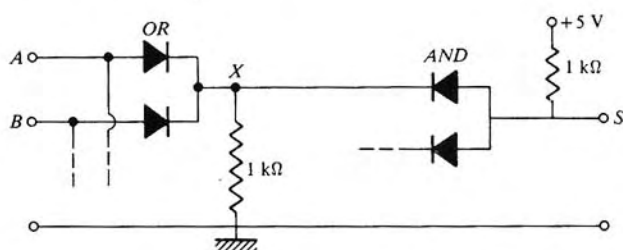
Ο αριθμός για τον κάτω αριστερό ημιπροσθετή μπορεί να είναι 2 (HA #2) και ο δεξιός 3 (HA #3). Βλέπε σχήμα B13 - 13.

Η έξοδος του ημιπροσθετή μπορεί να έχει είτε $S = 1$ είτε $C = 1$, αλλά όχι και τα δύο μαζί. Αν ο HA #2 έχει $C = 1$, τότε



Σχήμα B13-13

έχει $S = 0$. Αν η είσοδος S του HA #3 είναι 0, τότε ο HA #3 δεν μπορεί να έχει κρατούμενο. Παρόμοια, αν ο HA #3 έχει κρατούμενο τότε ο HA #2 δεν μπορεί να έχει κρατούμενο. Κατά συνέπεια, οι είσοδοι της πύλης OR δεν μπορούν και οι δύο να είναι 1 ταυτόχρονα, και μπορούμε να μεταχειριστούμε μια πύλη Αποκλειστικού OR αντί για μια πύλη OR.



Σχήμα Η

24. Η άνω διόδος στην πύλη AND είναι ορθώς πολωμένη και άγει. Διέρχεται ρεύμα από το σημείο + 5 V της πηγής και της “γης” ρέοντας δια μέσου των δύο αντιστάτων και δια αυτής της διόδου. Η πτώση τάσεως στα άκρα της διόδου είναι περίπου 0,7 V ή 0,3 V (ανάλογα με το είδος του υλικού της διόδου), ώστε η τάση στα άκρα του κάθε αντιστάτη είναι περίπου $\frac{1}{2}(5 - 0,7 \text{ ή } 0,3) \text{ V}$, ή περίπου 2,1 V με 2,4 V.

Έτσι, η τάση στο σημείο X είναι περίπου 2,1 με 2,4 V, αντί για μηδέν, η τάση στο S θα είναι περίπου 2,6 με 2,9 V και η έξοδος δεν θα μπορούσε να θεωρηθεί ούτε 0 ούτε 1.

(Για να αποφευχθεί μια τέτοια κατάσταση, και άλλες παρόμοιες που ίσως θα δημιουργηθούν με άλλους συνδυασμούς απλών πυλών, πύλες που κατασκευάζονται για το εμπόριο έχουν πρόσθετα στοιχεία κυκλωμάτων: περισσότερους αντιστάτες, διόδους, και τρανζίστορ).

Κίνηση φορτισμένων σωματιδίων σε ηλεκτρικά πεδία

Επισκόπηση και Στόχοι

Ο κυριότερος σκοπός αυτού του κεφαλαίου είναι να ερευνήσουμε το εφαρμοσμένο της Νευτώνειας μηχανικής σε φορτισμένα σωματίδια με μικρή μάζα και μεγάλη ταχύτητα. Το κεφάλαιο απαρτίζεται από δύο μέρη. Στο πρώτο, παρουσιάζουμε μαρτυρίες για την ύπαρξη ηλεκτρονίων και ιόντων (παρ. 14 - 1 και 14 - 2). Η έμφαση δίνεται σε ποιοτικά χαρακτηριστικά των φαινομένων και στην ερμηνεία τους. Οι παρ. 14 - 3 μέχρι 14 - 7 παρουσιάζουν την επιτυχή εφαρμογή της Νευτώνειας μηχανικής στις κινήσεις ηλεκτρονίων και ιόντων μέσα στα περιορισμένα όρια που μελετάμε. Στην πορεία οι μαθητές αποκτούν πολύτιμη εμπειρία στη χρήση του καθοδικού σωλήνα και του σχετικού βοηθητικού εξοπλισμού. Η παρ. 14 - 5 είναι μια αναγκαία προσθήκη για να εισαγάγει τις έννοιες volt και ηλεκτρονιοβόλτ σαν βολικές μονάδες, όταν έχουμε να κάνουμε με μοναδικά ηλεκτρόνια και ιόντα, αντί των μονάδων joule ανά στοιχειώδες φορτίο και joule.

Υπογραμμίστε ότι, προς το παρόν, υποθέτουμε ότι το ελάχιστο φορτίο που μεταφέρεται από ένα ιόν και το φορτίο του ηλεκτρονίου είναι ένα στοιχειώδες φορτίο. Ότι αυτό είναι μόνο μία υπόθεση για την ώρα είναι εύκολο να ξεχαστεί στις συζητήσεις που ακολουθούν σ' αυτό το κεφάλαιο, αλλά και στα κεφ. 15 & 16.

Χρονοθέτηση του Πειράματος

*Πείραμα 23*** Απόκλιση ηλεκτρονίων σε καθοδικό σωλήνα (CRT). Το πείραμα αυτό καλύτερα να γίνει σαν μέρος της παρ. 14 - 6.

Κινηματογραφική Ταινία

«Στοιχειώδη Φορτία και Μεταφορά Κινητικής Ενέργειας»: Του Francis L. Friedman.

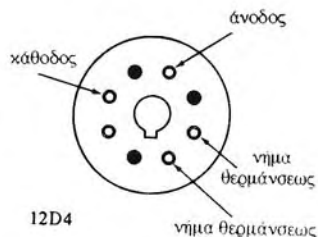
Ηλεκτρόνια επιταχύνονται στο κενό για ορισμένο διάστημα, μέσα σε γνωστό ηλεκτρικό πεδίο που σχηματίζεται ανάμεσα σε δύο φορτισμένες πλάκες. Η απόσταση των πλακών και η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου είναι τα ίδια με τα αντίστοιχα που χρησιμοποιήθηκαν στο «Πείραμα του Millikan». Το πείραμα ελέγχει την προβλεπόμενη ενέργεια που αποκτούν τα ηλεκτρόνια καθώς διατρέχουν το διάστημα μεταξύ των πλακών. Αυτό γίνεται με μέτρηση της μεταβολής της θερμοκρασίας της ανόδου σαν αποτέλεσμα γνωστού ηλεκτρικού ρεύματος που διέρχεται για ορισμένο χρονικό διάστημα. Αυτή η προβλεπόμενη ολική κατανάλωση ενέργειας, όταν παρέχεται από μια μηχανική πηγή, δίνει την ίδια ανύψωση θερμοκρασίας σε πανομοιότυπη άνοδο.

Τα στοιχειώδη φορτία σε ένα πείραμα ηλεκτρολύσεως φαίνεται ότι είναι τα ίδια με αυτά σε ένα πείραμα τύπου Millikan. Διάρκεια: 33,5 min.

Υποδείξεις για τη Διδασκαλία

Παράγραφος 14 - 1

Δώστε το για διάβασμα και πείτε στους μαθητές από τα πριν ότι θα τους ζητήσετε να συσχετίσουν τα διάφορα στοιχεία των κυκλωμάτων και των καλωδίων που τα συνδέουν και δείχνονται στα σχηματικά διαγράμματα και τις φωτογραφίες που περιλαμβάνονται στα σχ. 14 - 3 έως 14 - 6. Κατόπιν κάνετε επίδειξη της λειτουργίας της λυχνίας στην τάξη. Η λυχνία που φαίνεται είναι η 12D4 και απαιτεί τάση θερμάνσεως 12 V. Οι συνδέσεις με τα πόδια φαίνονται στο σχ. Β 14 - 1. Μπορείτε επίσης να χρησιμοποιήσετε την 6AX5 ή την 6W4G που κοστίζουν λιγότερο και απαιτούν τάση θερμάνσεως μόνο 6 V. Με τις λυχνίες αυτές κάθε αμπερόμετρο με κλίμακα 0-1 A ή 0 - 0,5 A είναι κατάλληλο. Για τη συνεχή τάση (DC) χρησιμοποιήσετε κάθε συνδυασμό ηλεκτρικών στοιχείων ή τροφοδοτικό που να μπορεί να παρέχει 16 - 20 V. Στην πράξη, σχεδόν κάθε ηλεκτρονική λυχνία κενού μπορεί να χρησιμοποιηθεί στις παραπάνω επιδείξεις, αρκεί να υπάρχει τροφοδοτικό με τη σωστή τάση θερμάνσεως. Στην περίπτωση τριόδου λυχνίας, συνδέουμε (βραχυκυκλώνουμε) το πλέγμα με την κάθοδο. Στην περίπτωση τετραόδου λυχνίας, συνδέουμε το πρώτο πλέγμα με την κάθοδο και το δεύτερο με την άνοδο. Για μικρές ανοδικές τάσεις πιθανώς να δημιουργείται ασθενές ρεύμα και να χρειάζεται μιλιαμπερόμετρο. Το πόσο ισχυρό είναι το ρεύμα που διέρχεται μέσα από τη λυχνία, σε μία τέτοια επίδειξη, δεν είναι σημαντικό.



Σχήμα Β14-1

Παράγραφος 14 - 2

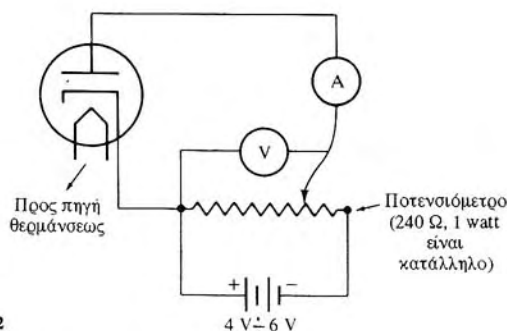
Είναι εύκολο να επιδείξετε το φαινόμενο ιοντισμού που προκαλεί μια φλόγα ή ένα ραδιενεργό υλικό. Φέрте κοντά στο στέλεχος (πόλο) φορτισμένο ηλεκτροσκόπιο ένα αναμμένο κερί ή σπίρτο. Τα θετικά και αρνητικά ιόντα που παράγονται λόγω της υψηλής θερμοκρασίας στην περιοχή της φλόγας εκφορτίζουν γρήγορα το ηλεκτροσκόπιο.

Μία ισχυρή πηγή ραδιενέργειας ιοντίζει επίσης τον αέρα και εκφορτίζει το ηλεκτροσκόπιο. Όμως, τέτοιες ισχυρές πηγές που να εκφορτίζουν γρήγορα το ηλεκτροσκόπιο είναι επικίνδυνες. Η φωσφορίζουσα πλευρά ενός ρολογιού, όταν τοποθετείται κοντά στο ηλεκτροσκόπιο, το εκφορτίζει σε 10 min περίπου. Στην περίπτωση αυτή το γυάλινο καπάκι του ρολογιού πρέπει να αφαιρεθεί γιατί σταματάει τα σωματίδια α που παράγουν το μεγαλύτερο μέρος του ολικού ιοντισμού.

Παράγραφος 14 - 3

Η παράγραφος αυτή μπορεί να στηριχθεί στην κινηματογραφική ταινία «Στοιχειώδη Φορτία και Μεταφορά της Κινητικής Ενέργειας». Το περισσότερο μέρος του φιλμ παρουσιάζει τα ντοκουμέντα τα απαραίτητα για τα πειράματα που συζητούνται εδώ. Επιπλέον, αποτελεί ένα προάγγελο του φιλμ «Η Έσχατη Ταχύτητα», που επεκτείνει το πείραμα σε πολύ μεγαλύτερες ενέργειες και παίζει θεμελιακό ρόλο στο Κεφ. 21.

Ίσως επιθυμείτε να επιδείξετε τη μικρή κινητική ενέργεια, που έχουν τα ηλεκτρόνια, που εκπέμπονται από τη θερμή κάθοδο, χωρίς να υπάρχει επιταχύνουσα τάση. Με ένα ευαίσθητο αμπερόμετρο μπορείτε να δείξετε τη ροή των θερμοηλεκτρονίων μέσα από τη λυχνία. Μετά εφαρμόστε αρνητικό δυναμικό στην άνοδο της λυχνίας ικανό να σταματήσει τη ροή. Η



Σχήμα B14-2

διαφορά δυναμικού που απαιτείται για να σταματήσει τη ροή μετράει την κινητική ενέργεια των θερμοηλεκτρονίων. Βλ. λεπτομέρειες στο σχ. B 14 - 2.

Παράγραφος 14 - 4

Θα ήταν χρήσιμο να υπογραμμίσετε την αναλογία ανάμεσα στην κίνηση ηλεκτρονίων μεταξύ φορτισμένων παραλλήλων μεταλλικών πλακών και την κίνηση βλημάτων κοντά στην επιφάνεια της γης.

Αν ονομάσουμε x την οριζόντια απόσταση από το αριστερό άκρο των παραλλήλων πλακών στο σχ. 14 - 9, τότε η κατακόρυφη απόκλιση του ηλεκτρονίου δίνεται από τη σχέση:

$$y = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{eV_d}{m \cdot d} \right) \cdot \left(\frac{x^2}{v_0^2} \right) \text{ η οποία μπορεί να γραφεί: } y = \frac{eV_d}{2 m v_0^2} \cdot x^2$$

Από την Παράγραφο 4 - 4 Ιδανική Κίνηση Βλημάτων, η σχέση για την κατακόρυφη «απόκλιση» (πτώση) του βλήματος είναι:

$$y = - \frac{g}{2v_0^2} \cdot x^2$$

Επειδή ο συντελεστής του x^2 και στις δύο παραπάνω σχέσεις είναι σταθερός για κάθε συγκεκριμένη περίπτωση, οι τροχιές τόσο του ηλεκτρονίου (στο χώρο μεταξύ των πλακών) όσο και του βλήματος είναι παραβολικές.

Παράγραφος 14 - 5

Κάθε καινούργια ιδέα είναι δύσκολη στην αρχή. Γι' αυτό συμβουλεύουμε να χρησιμοποιείται η έννοια του ηλεκτρονιοδότ συχνά, ώστε να έχουν εξοικειωθεί με αυτήν οι μαθητές, όταν φτάσουν στα τρία τελευταία κεφάλαια του βιβλίου.

Παράγραφος 14 - 6

Η ύλη θα αφομοιωθεί καλύτερα αν οι μαθητές εργαστούν με καθοδικό σωλήνα (Cathode Ray Tube - CRT) (Πείραμα 23). Αν δε διαθέτετε αρκετούς CRT στο εργαστήριο, τουλάχιστον κάντε το πείραμα σαν επίδειξη.

Παράγραφος 14 - 7

Οι τεχνικές λεπτομέρειες που δίνονται στην παράγραφο αυτή, με κανένα

τρόπο δεν πρέπει να επισκιάσουν το κύριο σημείο ολοκλήρου του κεφαλαίου, που είναι η επιτυχής εφαρμογή της Νευτώνειας Μηχανικής σε μικρές και ταχέως κινούμενες μάζες. Γι' αυτό δώστε έμφαση στην τελευταία υποπαράγραφο της παραγράφου αυτής.

Πείραμα 23. Εκτροπή Ηλεκτρονίων σε Καθοδικό Σωλήνα

Υλικά

- 1 2 BP1 CRT (Cathode Ray Tube) με προστατευτικό πλαστικό κύλινδρο και δικτυωτό (πλέγμα)
- 1 Σύστημα δάσεως και υποστηρίγματος
- 1 Ηλεκτρική πηγή (0 - 500 volt DC σε τέσσερις βαθμίδες των 125 volt, +8 volt DC, -8 volt DC, Γείωση, 6,3 volt, 2,5 ampere AC).
- 1 Μαρκαδόρο (μόνο υδατοδιαλυτής μελάνης)

Σκοπός του πειράματος είναι να εξοικειώσει τους μαθητές με μερικά από τα χαρακτηριστικά του καθοδικού σωλήνα και να τους δώσει την ευκαιρία να κάνουν πρακτική εφαρμογή αυτών που θα μελετήσουν στο κείμενο.

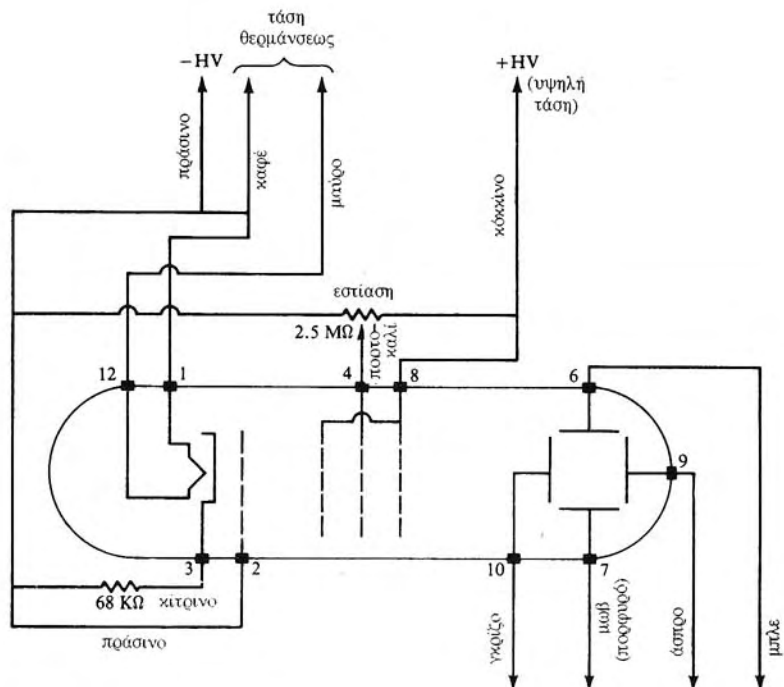
Ο σωλήνας πρέπει να τοποθετηθεί κατάλληλα ώστε τα πλακίδια κατακόρυφης αποκλίσεως (Y) να είναι οριζόντια και τα οριζόντιας αποκλίσεως (X), κατακόρυφα. Αυτό επιτυγχάνεται αν ευθυγραμμίσουμε τα σημάδια που βρίσκονται πάνω στη βάση του σωλήνα με τις προαναφερθείσες διευθύνσεις. Λάβετε υπόψη σας, όμως, ότι τα πλακίδια Y μπορούν να έρθουν παράλληλα προς το οριζόντιο επίπεδο σε δύο θέσεις, που απέχουν κατά 180° (περιστροφής) γύρω από τον άξονα του σωλήνα. Σε μερικές περιπτώσεις, τα ηλεκτρόνια χτυπούν πλησιέστερα προς το κέντρο της οθόνης, όταν ο σωλήνας βρίσκεται σε μια από τις παραπάνω θέσεις, παρά στην άλλη. Γι' αυτό, πριν ο μαθητής αρχίσει το πείραμα, θα πρέπει να έχετε ελέγξει το σωλήνα ώστε να βρίσκεται στη θέση εκείνη που τα ηλεκτρόνια χτυπούν πλησιέστερα προς το κέντρο της οθόνης. Ο καθοδικός σωλήνας πρέπει να βρίσκεται μέσα στον προστατευτικό πλαστικό κύλινδρο.

Το πλαστικό δικτυωτό μπροστά από την οθόνη του σωλήνα πρέπει να τοποθετηθεί έτσι ώστε οι οριζόντιες γραμμές του να είναι παράλληλες προς την οριζόντια απόκλιση της δέσμης των ηλεκτρονίων του σωλήνα, ή οι κατακόρυφες, παράλληλες προς την κατακόρυφη απόκλιση των ηλεκτρονίων.

Τέσσερις αντιστάτες των $1,2 \text{ M}\Omega$ έκαστος, που δεν φαίνονται στον Εργαστηρικό Οδηγό, είναι συνδεδεμένοι ανάμεσα στα πλακίδια αποκλίσεως και την άνοδο, ένας για κάθε πλακίδιο. Οι αντιστάσεις αυτών των αντιστάτων είναι αρκετά μεγάλες για να μην αλλοιωθεί η λειτουργία του καθοδικού σωλήνα. Ταυτόχρονα, βέβαια, αποφορτίζουν τα πλακίδια, όταν αυτά αποσυνδέονται από τα διάφορα δυναμικά που μελετούσαμε στο πείραμα, ενώ παράλληλα εμποδίζουν αδέσποτα δυναμικά να επηρεάσουν τη λειτουργία του σωλήνα. Η παραπάνω ρύθμιση, επίσης, εμποδίζει την επιταχύνουσα διαφορά δυναμικού να εμφανισθεί μεταξύ των πλακιδίων και της ανόδου του σωλήνα. Στο σχ. Β 14 - 3 φαίνεται σχηματικά ο καθοδικός σωλήνας και ο τρόπος συνδέσεως των ποδιών του.

Βεβαιώσου ότι η πηγή υψηλής τάσεως (HV) παραμένει μετέωρη (στον αέρα), δηλαδή δεν είναι συνδεδεμένη με τη γείωση ή το σασί. Οι τάσεις δεν είναι καθορισμένες, αν και η τάση θερμάνσεως πρέπει να βρίσκεται κοντά στα 6,3 V.

Τοποθετήστε το CRT όσο γίνεται πιο μακριά από το τροφοδοτικό, για να



Σχήμα B14-3

μην επηρεάζονται οι τροχιές των ηλεκτρονίων μέσα στο σωλήνα από το μαγνητικό πεδίο του μετασχηματιστή. ΠΡΟΣΟΧΗ! Η πηγή των 6,3 V πρέπει επίσης να παραμένει στον αέρα.

Αν κι ο σωλήνας μπορεί να λειτουργήσει με ασφάλεια με ανοδική τάση μέχρι 2500 V, τα καλώδια που χρησιμοποιούνται για το παραπάνω πείραμα δεν είναι κατάλληλα για τάσεις που ξεπερνάνε κατά πολύ τα 500 V. Πάντως δεν μπορείτε να πάρετε αξιοποιήσιμες μετρήσεις με ανοδική τάση πολύ κάτω των 250 V.

Εάν είναι δυνατό, κάντε έλεγχο των τάσεων με ένα ακριβές βολτόμετρο. Οι τιμές των τάσεων που αναγράφονται στα τροφοδοτικά είναι συχνά διαφορετικές από τις πραγματικές. Στους υπολογισμούς τους οι μαθητές πρέπει να χρησιμοποιούν τις πραγματικές τιμές που βρίσκουν απ' τις μετρήσεις.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 23

- Η διαφορά δυναμικού θα είναι 375 V.
- Οι αποκλίσεις είναι ίσες κατά μέτρο.
- Η διαφορά δυναμικού θα είναι 16 V.
- Οι αποκλίσεις ανά volt είναι ίδιες σε όλες τις περιπτώσεις.
- Όχι. Μια δοσμένη τάση προκαλεί μεγαλύτερη απόκλιση, όταν εφαρμόζεται στα Y πλακίδια, παρά στα X. Αυτό σημαίνει ότι τα volt/cm είναι λιγότερα για τα Y πλακίδια παρά για τα X. Για να απαντήσουν σ' αυτή την ερώτηση οι μαθητές πρέπει να επαναλάβουν τις μετρήσεις χρησιμοποιώντας τώρα τα Y πλακίδια αντί για τα X πλακίδια και να χαράξουν ένα νέο διάγραμμα.

Οι τυπικές ευαισθησίες είναι:

V_a	$V/cm, X$	$V/cm, Y$
500	15	8,9
375	11	6,4
250	7,1	4,2

- Τα πλακίδια αποκλίσεως X βρίσκονται πλησιέστερα προς την οθόνη του σωλήνα, επειδή χρειάζονται μεγαλύτερη τάση για να δημιουργήσουν απόκλιση 1 cm.
- Η ευαισθησία στην απόκλιση είναι ανάλογη προς την επιταχύνουσα τάση.
- Τα συμπεράσματα αυτά συμφωνούν με εκείνα της Παραγράφου 14-6 του διδακτικού βιβλίου.

Για ν' απαντήσουν στην ερώτηση αυτή, οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν τη σχέση που παρέχει την απόκλιση

$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{V_d}{V_a} \cdot \frac{l}{d} \cdot D$$

και να την γράψουν ως εξής:

$$\text{ευαισθησία} = \frac{V_d}{S} = 2 \cdot \frac{V_a}{D} \cdot \frac{\delta}{l}$$

Από την τελευταία προκύπτει ότι η ευαισθησία είναι ανάλογη προς το V_a και αντιστρόφως ανάλογη προς το D .

Η γραφική παράσταση της ευαισθησίας σε συνάρτηση με την τάση V_a είναι μια ευθεία γραμμή που περνάει από την αρχή των αξόνων, τόσο για την οριζόντια όσο και για την κατακόρυφη απόκλιση.

Κατάταξη των Προβλημάτων Παραγράφων και ΣΤΕ

Παράγραφος	Εύκολα	Μέτρια	Δύσκολα
14 - 1	1, 2, 3, 4		
14 - 2	5, 6		
14 - 3	7	8	
14 - 4		10	9
14 - 5	11, 12		
14 - 6	13, 14, 15		
14 - 7	17	16	
ΣΤΕ	18, 19, 24	20, 21, 22, 23 25, 26, 27, 28	

Απαντήσεις στα Προβλήματα

(Περιεχόμενο προβλημάτων όπως στο βιβλίο διδασκαλίας).

1. (α) Είναι ίσος με 6×10^{17} ηλεκτρόνια ανά sec.

Το φορτίο διατηρείται. Δεν υπάρχει μέρος στο κύκλωμα, όπου θα μπορούσε να συσσωρευτεί φορτίο, ούτε άλλη πηγή ηλεκτρονίων εκτός από τη μπαταρία.

- (β) Είναι επίσης 6×10^{17} ηλεκτρόνια ανά sec.

2. Να βρείτε πρώτα τους ακροδέκτες για την τάση θερμάνσεως. Αυτό μπορείτε να το κάνετε συνδέοντας την πηγή θερμάνσεως με δύο οποιαδήποτε πόδια, ώσπου να βρείτε το κατάλληλο ζευγάρι. Τότε, το νήμα θερμαίνεται και αρχίζει να εκπέμπει κοκκινωπό φως. Άστε την πηγή θερμάνσεως συνδεδεμένη στη λυχνία. Συνδέστε μια πηγή και ένα αμπερόμετρο στη σειρά με τα υπόλοιπα πόδια ανά δύο — αντιστρέφοντας τη φορά της πηγής αν χρειάζεται — μέχρι που να βρείτε το ζευγάρι των μικρών ποδιών για το οποίο το αμπερόμετρο δείχνει ρεύμα. Τότε το πόδι το συνδεδεμένο με τον αρνητικό πόλο της πηγής είναι η κάθοδος και το άλλο η άνοδος.
3. Στη θερμοκρασία που βρίσκεται το νήμα της καθόδου, μερικά ηλεκτρόνια, που έχουν αρκετή ενέργεια, διαφεύγουν απ' την κάθοδο. Έτσι η κάθοδος φορτίζεται λίγο θετικά. Τα διαφεύγοντα ηλεκτρόνια, που χτυπούν στην άνοδο, επιστρέφουν στην κάθοδο μέσα από το αμπερόμετρο.
4. Καθώς η τάση της πηγής θερμάνσεως αυξάνει, παράγεται περισσότερο ηλεκτρικό έργο και η μεγαλύτερη αύξηση της εσωτερικής ενέργειας της καθόδου έχει ως αποτέλεσμα να αυξάνει η θερμοκρασία της. Στην υψηλότερη θερμοκρασία, περισσότερα ηλεκτρόνια έχουν την απαραίτητη ενέργεια να διαφύγουν απ' την κάθοδο.
5. Σε υψηλό κενό υπάρχουν ελάχιστα ιόντα που θα μπορούσαν να απομακρύνουν φορτία από τη ράβδο.

6. Τα αέρια στην περιοχή της φλόγας περιέχουν ιόντα.
7. Η αύξηση στην εσωτερική ενέργεια του στόχου ισούται με το ηλεκτρικό έργο που εκτελείται πάνω του από τα ηλεκτρόνια. Επομένως:

$$\begin{aligned} Mc\Delta T &= ItV \\ 24 \times 0.38 \times \Delta T &= 2.0 \times 10^{-3} \times 21 \times 270 \\ \Delta T &= \frac{2.0 \times 10^{-3} \times 21 \times 270}{24 \times 0.38} \\ &= 1.2^\circ\text{C} \end{aligned}$$

8. (α) Το ΔT διπλασιάζεται.
- (β) Το ΔT διπλασιάζεται.
- (γ) Το ΔT πολλαπλασιάζεται με συντελεστή μικρότερο του 20.
Για μεγάλες θερμοκρασιακές διαφορές και για μεγάλα χρονικά διαστήματα οι απώλειες σε θερμότητα μεγαλώνουν.
- (δ) Το ΔT δεν μεταβάλλεται.
9. (α) Επειδή η ενέργεια ανά φορτίο = με τη δύναμη ανά φορτίο $\times$ την απόσταση, η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στις πλάκες θα δίνεται από τη σχέση:

$$V = Ed$$

$$V = (1000 \text{ N/C}) \cdot (2.0 \times 10^{-3} \text{ m}) = 2.0 \text{ volt}$$

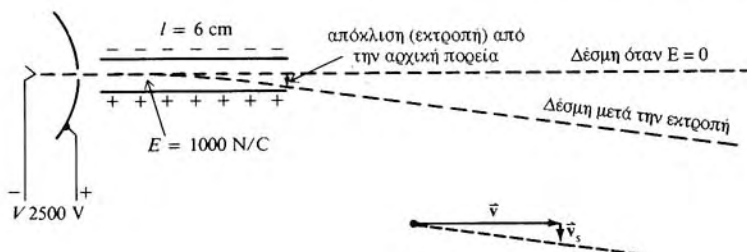
- (β) Η επιταχύνουσα τάση των 2500 V ανάμεσα στο νήμα της καθόδου και την άνοδο, δίνει στα ηλεκτρόνια κινητική ενέργεια:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv^2 &= E_K \\ &= (2500 \text{ V})(1.60 \times 10^{-19} \text{ C}) \\ &= 4.00 \times 10^{-16} \text{ joule} \end{aligned}$$

$$\text{Άρα } v^2 = \frac{2E_K}{m}$$

$$\begin{aligned} \text{και } v &= \sqrt{\frac{2(4.00 \times 10^{-16} \text{ J})}{0.91 \times 10^{-30} \text{ kg}}} \\ &= 3.0 \times 10^7 \text{ m/s} \end{aligned}$$

- (γ) Η πειραματική διάταξη πιθανόν είναι έτσι ρυθμισμένη, ώστε να μην υπάρχει συνιστώσα ηλεκτρικού πεδίου έξω από το «κανόνι» κατά τον άξονα της αρχικής κατευθύνσεως



Σχήμα Α

της δέσμης (άξονας x). Αυτό ισχύει αν η επιταχύνουσα ανοδική πλάκα του «κανονιού» βρίσκεται σε δυναμικό ενδιάμεσο αυτού που επικρατεί στα δύο πλακίδια εκτροπής. Με τον τρόπο αυτό η συνιστώσα v_x της ταχύτητας παραμένει σταθερή μετά την έξοδο των ηλεκτρονίων από το «κανόνι» (σε όλο το τμήμα μεταξύ καθόδου - ανόδου), δηλ. ίση με $3,0 \times 10^7$ m/s.

Ο χρόνος που απαιτείται για να διανύσουν τα ηλεκτρόνια την απόσταση $l = 0,060$ m θα είναι:

$$t = \frac{l}{v_x} = \frac{0,060 \text{ m}}{3,0 \times 10^7 \text{ m/s}} = 2,0 \times 10^{-9} \text{ sec}$$

- (δ) Το ηλεκτρικό πεδίο ανάμεσα στα πλακίδια ασκεί δύναμη $F_y = qE$, εγκάρσια στον άξονα των x, σε κάθε φορτίο q που βρίσκεται μέσα του. Η δύναμη αυτή ενεργώντας για χρόνο t πάνω στο φορτισμένο σωματίδιο του προσδίνει ορμή mv_y . Άρα

$$mv_y = F_y t \Rightarrow v_y = \frac{F_y t}{m} = \frac{qEt}{m}$$

Για το ηλεκτρόνιο:

$$v_y = \frac{(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})(1,00 \times 10^3 \text{ N/C}) \cdot (2,0 \times 10^{-9} \text{ s})}{9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}}$$

$$v_y = 3,5 \times 10^5 \text{ m/s}$$

- (ε) Επειδή η επιτάχυνση είναι σταθερή και η αρχική εγκάρσια ταχύτητα είναι μηδέν, η μέση εγκάρσια ταχύτητα θα είναι ίση με το μισό της τελικής εγκάρσιας ταχύτητας. Άρα η εγκάρσια εκτροπή θα είναι

$$Y = v_{ymέση} \cdot t$$

$$Y = \frac{3,5 \times 10^5 \text{ m/s}}{2} \cdot (2,0 \times 10^{-9} \text{ s}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Y = 3,5 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$\text{ή } Y = 0,35 \text{ mm}$$

10. (α) Γνωρίζουμε ότι $\tan \phi = \frac{qVl}{mdv_0^2}$. Όταν μειώ-

νομε την απόσταση μεταξύ των πλακιδίων στα $2/3$ της αρχικής τιμής η $\tan \phi$ πολλαπλασιάζεται επί το $3/2$. Αρχικά, $\phi = 6^\circ$ και $\tan \phi = 0,1051$. Επομένως οι νέες τιμές θα είναι $\tan \phi' = 0,1577$ και $\phi' = 8,9^\circ$. Η γωνία ϕ αυξάνεται κατά $2,9^\circ$.

- (β) Εάν η αρχική ταχύτητα διπλασιαστεί, η $\tan \phi$ μειώνεται στο $1/4$ της αρχικής τιμής. Αρχικά, $\phi = 6^\circ$ και $\tan \phi = 0,1051$. Οι νέες τιμές θα είναι:

$$\tan \phi' = \frac{0,1051}{4} = 0,0263 \text{ και } \phi' = 1,5^\circ. \text{ Η}$$

γωνία ϕ μειώνεται κατά $4,5^\circ$.

11. (α) $1,2 \times 10^2 \text{ eV}$

$$(β) (1,2 \times 10^2 \text{ V}) \times (1,6 \times 10^{-19} \text{ C}) = 1,9 \times 10^{-17} \text{ J}$$

12. (α) $1,5 \text{ MeV}$

$$(β) 1,5 \times 1,6 \times 10^{-13} \text{ C} \cdot \text{V} = 2,4 \times 10^{-13} \text{ J}$$

13. Θετικό φορτίο.

14. (α) Το s τριπλασιάζεται.

(β) Το s διπλασιάζεται.

(γ) Το s εξαπλασιάζεται.

15. Αν αυξηθεί η επιτάχυνση (ανοδική) τάση V_a αυξάνει η ταχύτητα των ηλεκτρονίων που περνάνε ανάμεσα στα πλακίδια εκτροπής. Αυτό μειώνει το χρόνο που τα ηλεκτρόνια παραμένουν ανάμεσα στα πλακίδια, άρα μειώνει την εγκάρσια ώθηση. Η μειωμένη ώθηση, συνεπώς, ελαττώνει την κατακόρυφη συνιστώσα v_y της ταχύτητας των ηλεκτρονίων, άρα και την κατακόρυφη εκτροπή.

$$16. (α) v = \frac{1,0 \text{ m}}{7,7 \times 10^{-6} \text{ s}} \Rightarrow v = 1,3 \times 10^5 \text{ m/s}$$

- (β) Για κάθε απλή ριπή απαιτείται χρόνος $7,7 \times 10^{-6} \text{ s}$ για να καλύψει την απόσταση από το Β στο Γ. Άρα μπορούμε να δεχόμαστε μια ριπή κάθε $7,7 \times 10^{-6} \text{ s}$, δηλαδή:

$$\frac{1}{7,7 \times 10^{-6}} = 1,3 \times 10^5 \text{ φορές ανά sec ή λιγότερο.}$$

- (γ) Το μήκος της ριπής δεν πρέπει να είναι περισσότερο από $0,05 \times 1,0 \text{ m} = 0,05 \text{ m}$. Με ταχύτητα $1,3 \times 10^5 \text{ m/s}$, ο χρόνος που απαιτείται για να καλυφτεί απόσταση $0,05 \text{ m}$ από τη ριπή είναι:

$$t = \frac{5 \times 10^{-2} \text{ m}}{1,3 \times 10^5 \text{ m/s}} = 3,8 \times 10^{-7} \text{ s}$$

Άρα το ρυθμιστικό πλέγμα δεν πρέπει να είναι αρνητικό για περισσότερο από $3,8 \times 10^{-7} \text{ s}$.

$$17. (α) E_K = eV_a = 1,6 \times 10^{-19} \times 88 = 1,4 \times 10^{-17} \text{ J}$$

$$(6) m = \frac{2 e V_a}{v_o^2} = \frac{2 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 88}{(1,3 \times 10^5)^2} \text{ kg} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

Απαντήσεις στα Προβλήματα ΣΤΕ

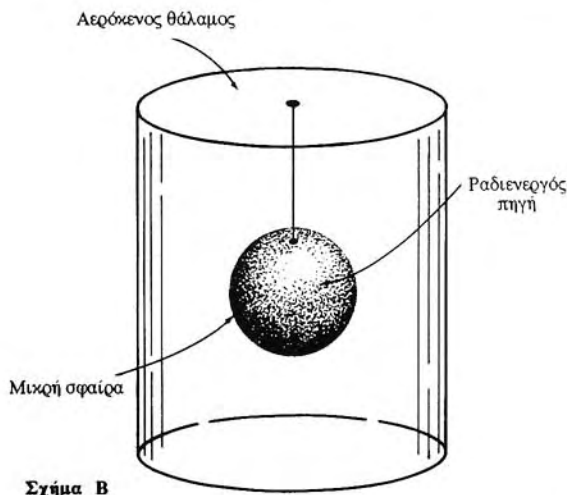
18. Επειδή η σφαίρα φορτίζεται θετικά, τα σωματίδια δ πρέπει να μεταφέρουν αρνητικό φορτίο.

(α) Αριθμός σωματιδίων δ = ρυθμός εκπομπής $\times$ χρόνος = $1,00 \times 10^4 \frac{\text{σωματίδια } \delta}{\text{s}} \times 50 \text{ (μέρες} \times$

$$\frac{24 \text{ ώρες}}{\text{μέρα}} \times \frac{3600 \text{ s}}{\text{ώρα}}) = 4,32 \times 10^{10} \text{ σωματίδια } \delta$$

εκπέμπονται σε 50 ημέρες.

Τα σωματίδια δ μεταφέρουν $4,32 \times 10^{10}$ στοιχειώδη αρνητικά φορτία. Άρα κάθε σωματίδιο δ πρέπει να μεταφέρει ένα στοιχειώδες φορτίο, όπως και το ηλεκτρόνιο.



(6) Πριν δγάλομε το συμπέρασμα ότι τα σωματίδια δ ταυτίζονται με τα ηλεκτρόνια, θα πρέπει να συγκριθούν και άλλα γνωρίσματά τους (π.χ. μάζα), όμως αυτό το πείραμα, στηριζόμενο στη σύγκριση των φορτίων, μας δίνει μιαν αιτία να δεχτούμε αυτή την υπόθεση.

19. Με διαφορά δυναμικού 180 V ανάμεσα στις πλάκες, ένα σωματίδιο με ένα στοιχειώδες φορτίο θα αποκτούσε κινητική ενέργεια 180 eV

κατά την κίνησή του από τη μία πλάκα στην άλλη.

(α) Ένα ιόν οξυγόνου φορτισμένο με δύο στοιχειώδη φορτία πηγαίνονας από την μια πλάκα στην άλλη θα αποκτήσει ενέργεια 360 eV = $5,8 \times 10^{-17} \text{ Joule}$.

(6) Επειδή το ηλεκτρικό πεδίο ανάμεσα στις πλάκες είναι ομογενές, η διαφορά δυναμικού μοιράζεται ομοιόμορφα από τη μία πλάκα στην άλλη. Έτσι, όταν τα ιόντα οξυγόνου, που φέρουν δυο στοιχειώδη φορτία διανύουν το μισό της ολικής αποστάσεως, αποκτούν ενέργεια 180 eV = $2,9 \times 10^{-17} \text{ Joule}$.

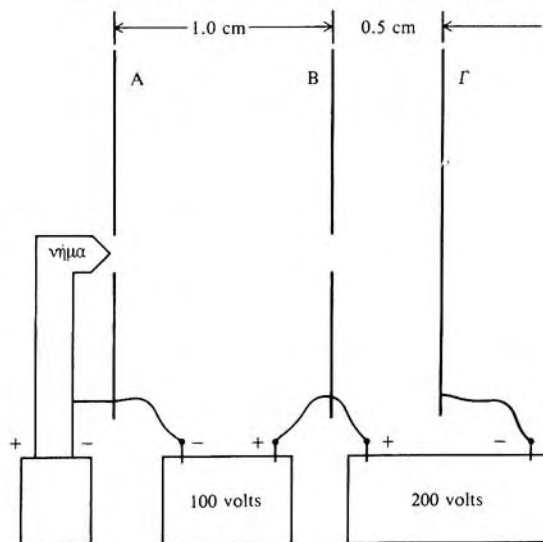
20. Κάθε διπλά φορτισμένο ιόν οξυγόνου μεταφέρει ενέργεια 360 eV κατά τη σύγκρουσή του με την πλάκα, δηλαδή $5,8 \times 10^{-17} \text{ joule}$. Ο αριθμός τέτοιων ιόντων που απαιτείται για να θερμανθεί η πλάκα κατά 1 joule θα είναι:

$$N = \frac{1 \text{ joule}}{5,8 \times 10^{-17} \text{ joule/ión}} \Rightarrow N = 1,7 \times 10^{16} \text{ ιόντα}$$

21. (α) Η ενέργεια που παρέχεται σε ένα ηλεκτρόνιο που κινείται μεταξύ δύο σημείων με διαφορά δυναμικού 100 V είναι:

$$e \cdot \Delta V = (1 \text{ στοιχειώδες φορτίο}) \cdot (100 \text{ V}) = 100 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-17} \text{ Joule}$$

(6) Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου είναι η δύναμη ανά φορτίο (F/e). Επειδή η ενέργεια που αποκτά ένα φορτίο ισούται με το



Σχήμα Γ

έργο της δυνάμεως (F.d) θα ισχύει:

$$e\Delta V = F.d$$

Άρα ισχύει:

$$E = \frac{F}{e} = \frac{(e\Delta V/d)}{e} = \frac{\Delta V}{d}$$

Στο χώρο μεταξύ Α και Β είναι:

$$E_{AB} = \frac{100 \text{ V}}{1,0 \times 10^{-2} \text{ m}} \times \left(\frac{1,6 \times 10^{-19} \text{ J/στοιχειώδες φορτίο}}{1 \text{ V}} \right) = 1,6 \times 10^{-15} \text{ N/στοιχειώδες φορτίο.}$$

Η κατεύθυνση του πεδίου είναι από τη θετική πλάκα Β προς την αρνητική πλάκα Α.

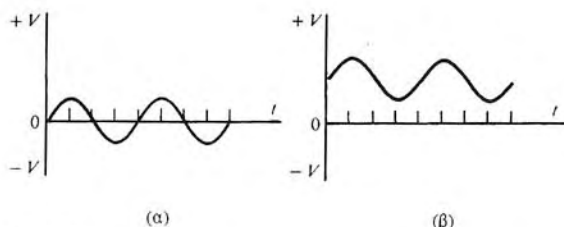
Η ένταση του πεδίου ανάμεσα στις πλάκες Β και Γ είναι:

$$E_{BG} = \frac{200 \text{ V}}{5 \times 10^{-3} \text{ m}} \times \left(\frac{1,6 \times 10^{-19} \text{ J/στοιχειώδες φορτίο}}{1 \text{ V}} \right) = 6,4 \times 10^{-15} \text{ N/στοιχειώδες φορτίο.}$$

Η κατεύθυνση του πεδίου είναι από την πλάκα Β προς στην πλάκα Γ.

(γ) Επειδή το ηλεκτρικό πεδίο παντού μεταξύ των παραλλήλων πλακών είναι ομογενές, το δυναμικό σε σημεία που βρίσκονται στο μέσο μεταξύ των πλακών Β και Γ θα είναι 100 V μικρότερο από αυτό στο Β. Όταν, λοιπόν, τα ηλεκτρόνια φτάνουν στο μέσο, έχουν χάσει τα 100 eV της κινητικής τους ενέργειας, που είχαν αποκτήσει κατά την κίνησή τους από το Α στο Β, και θα επιστρέψουν στην πλάκα Β, από την οποία έλκονται. Εάν χτυπήσουν στην πλάκα Β, σ' αυτή τη διαδρομή ή σε μια επόμενη, τα 100 eV που αποκτούν επιστρέφοντας, αποδίδονται στην πλάκα και αυξάνουν την εσωτερική ενέργειά της.

22. (α) Θα περιμένετε να δείτε ένα ίχνος σαν αυτό της γραφικής παραστάσεως του σχ. Δ(α). Η γραμμική τάση σαρώσεως κινεί τη δέσμη από τα αριστερά προς τα δεξιά με σταθερή ταχύτητα. Η τάση στα πλακίδια κατακόρυφης αποκλίσεως κινεί τη δέσμη πάνω - κάτω



Σχήμα Δ

τω σε συγχρονισμό με την εφαρμοζόμενη τάση.

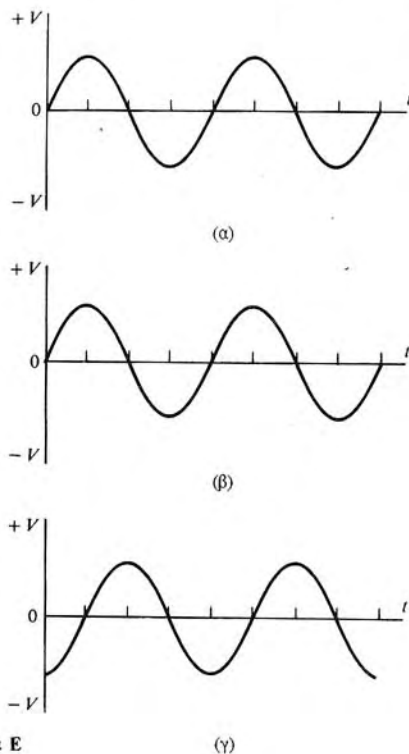
- (β) Για τους ίδιους λόγους, θα περιμένετε να δείτε ένα ίχνος σαν αυτό του σχ. Δ (β).

(Μιλήστε για συγχρονισμό σαρώσεως και συχνότητα σαρώσεως μόνο αν σας ρωτήσουν οι μαθητές).

23. Οι τάσεις (α) και (β) στα δύο ζευγάρια των πλακιδίων αυξάνονται και μειώνονται ταυτόχρονα, αυξάνονται ταυτόχρονα προς την αντίθετη φορά και επιστρέφουν στο μηδέν την ίδια στιγμή. Σε κάθε χρονική στιγμή η δέσμη εκτρέπεται οριζόντια και κατακόρυφα κατά το ίδιο ποσό, πρώτα προς τα δεξιά και πάνω και μετά προς τ' αριστερά και κάτω.

Γι' αυτό το ίχνος θα είναι μια ευθεία γραμμή διερχόμενη από το κέντρο και με κλίση +1.

Όταν εφαρμόζονται οι τάσεις (α) και (γ) στα



Σχήμα Ε

πλακίδια οριζόντιας και κατακόρυφης αποκλίσεως αντίστοιχα, τη χρονική στιγμή μηδέν το ίχνος θα βρίσκεται στο μηδέν για τον οριζόντιο άξονα και στη μέγιστη απομάκρυνση προς τα κάτω για τον κατακόρυφο άξονα. Έτσι, το ίχνος θα αρχίζει από σημείο που βρίσκεται κάτω από το κέντρο. Ένα τέταρτο της περιόδου αργότερα το ίχνος θα βρίσκεται στη μέγιστη απομάκρυνση προς τα δεξιά, αλλά στο κέντρο του κατακόρυφου άξονα. Στο μέσο, ανάμεσα στις παραπάνω δύο χρονικές στιγμές, το ίχνος απέχει το ίδιο από το κέντρο, τόσο οριζόντια, όσο και κατακόρυφα. Το διανυσματικό άθροισμα των δύο αυτών απομακρύνσεων ισούται κατά μέτρο με τη μέγιστη απομάκρυνση που προκαλείται από την κάθε μια τάση χωριστά. Μπορείτε να διαπιστώσετε αυτό από τις γραφικές παραστάσεις του Σχ. Ε, αν τις παραστήσετε υπό κλίμακα και προσθέσετε τις αντίστοιχες απομακρύνσεις διανυσματικά. Τότε θα δείτε ότι ισχύει το ίδιο για κάθε χρονική στιγμή. Η απόσταση του ίχνους από το κέντρο είναι πάντοτε ίδια και ίση με τη μέγιστη απομάκρυνση. Επομένως το ίχνος θα διαγράφει στην οθόνη ένα κύκλο με κέντρο, το κέντρο της οθόνης.

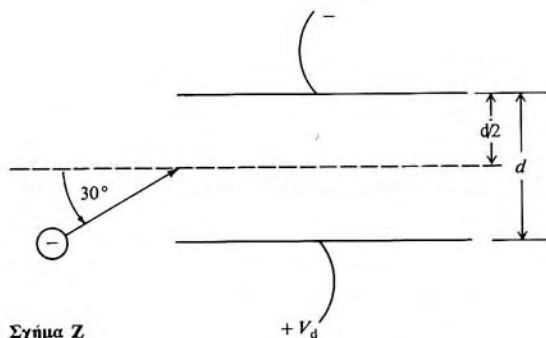
- 24.** Οι δυναμικές γραμμές καμπυλώνονται στο χώρο και εκτείνονται πέρα από τα άκρα των παραλλήλων πλακιδίων. Άρα ένα φορτισμένο σωματίδιο που θα περάσει ανάμεσα από τα πλακίδια δέχεται την επίδραση του πεδίου για μεγαλύτερο διάστημα, από αυτό του μήκους των πλακιδίων. Γι' αυτό η ενεργός τιμή του μήκους l , στην έκφραση της εκτροπής από την αρχική πορεία (που καθορίζει την ευαισθησία του παλμογράφου),

$$S = \frac{1}{2} \frac{V_d}{V_a} \cdot \frac{l}{d} \cdot D,$$

είναι μεγαλύτερη από το πραγματικό μήκος των πλακιδίων, με αποτέλεσμα η εκτροπή S να είναι κατά τι μεγαλύτερη από αυτή που προβλέπει η

παραπάνω σχέση. Επομένως, η ευαισθησία V_d/S γίνεται ελαφρώς μικρότερη εξαιτίας της διασποράς του πεδίου.

- 25.** Στις 30° η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας κάθε ηλεκτρονίου γίνεται το μισό της αρχικής, δηλ. $v/2$. Η δυναμική ενέργεια που απαιτείται για να δώσει στο ηλεκτρόνιο την ταχύτητα αυτή είναι $1000 \text{ eV}/4$, επειδή η κινητική ενέργεια είναι ανάλογη προς το τετράγωνο της ταχύτητας. Η κινητική ενέργεια κάθε ηλεκτρονίου πρέπει να μετατρέπεται σε αύξηση της δυναμι-



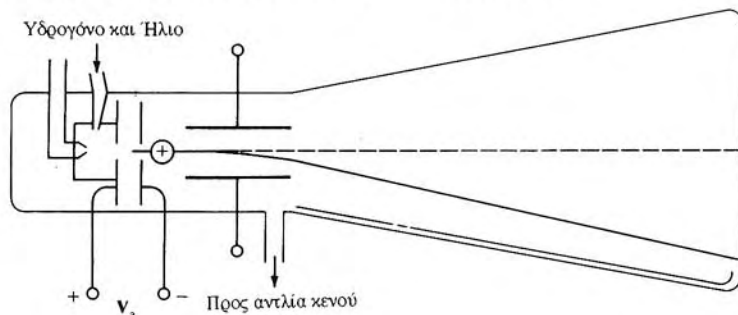
Σχήμα Ζ

κής του ενέργειας, καθώς πλησιάζει στην πάνω πλάκα. Κάθε ηλεκτρόνιο ανυψώνεται κατά $d/2$ όταν φτάνει στην πάνω πλάκα. Θα πρέπει επομένως η ολική διαφορά στη δυναμική ενέργεια κάθε ηλεκτρονίου, από τη μια πλάκα στην άλλη, να είναι $2 \times 1000 \text{ eV}/4 = 500 \text{ eV}$.

Άρα πρέπει να εφαρμοστεί στις πλάκες τάση 500 V.

- 26.** Στην έκφραση της εκτροπής $S = \frac{1}{2} \frac{V_d}{V_a} \cdot \frac{l}{d} \cdot D$

ούτε η μάζα ούτε το φορτίο εμφανίζονται. Για δεδομένο παλμογράφο, η εκτροπή της δέσμης καθορίζεται μόνον από το πηλίκο του δυναμικού εκτροπής δια του δυναμικού επιταχύνσεως. Άρα οι εκτροπές των τριών ιόντων θα είναι ίσες και η δέσμη δεν θα διαχωρίζεται στις συνιστώσες της.



Σχήμα Η

27. (α) Στην Παράγρ. 14-4, η έκφραση της γωνίας

$$\text{εκτροπής δρέθηκε ότι ήταν } \tan\varphi = \frac{eV_d I}{m d v_o^2}.$$

Εάν οι ταχύτητες των σωματιδίων και στις δύο δέσμες είναι ίσες, τότε $\tan\varphi_H = eV_d I / m_H \cdot d \cdot v_o^2$ και $\tan\varphi_n = eV_d I / m_n \cdot d \cdot v_o^2$, με

αποτέλεσμα να ισχύει $\tan\varphi_H \frac{m_n}{m_H} \tan\varphi_n$. Αν

υποθέσουμε ότι η δέσμη των ηλεκτρονίων εκτρέπεται κατά 15° τότε $\tan\varphi_n = 0,27$ και

$$\tan\varphi_H = \frac{9,1 \times 10^{-31}}{1,6 \times 10^{-27}} \times 0,27 = 1,5 \times 10^{-4}.$$

Άρα η εκτροπή των ιόντων υδρογόνου θα ήταν πολύ μικρή για να φανεί.

(6) Βλ. απάντηση στο πρόβλημα 26.

28. Η δύναμη που ασκείται σε ένα απλά φορτισμένο άτομο ουρανίου από το ηλεκτρικό πεδίο είναι:

$$F_E = eE = \frac{V}{d}$$

$$\text{Άρα } F_E = (1,6 \times 10^{-19} \text{ C}) \cdot \left(\frac{1}{0,5 \times 10^{-2} \text{ m}} \frac{\text{V}}{\text{m}} \right) \approx 3 \times 10^{-17} \text{ N}$$

Το βάρος του φορτισμένου ατόμου ουρανίου είναι:

$$F_g = mg = (4,0 \times 10^{-25} \text{ kg}) \times (9,8 \text{ m/s}^2) \approx 4 \times 10^{-24} \text{ N}$$

$$\text{Άρα } \frac{F_g}{F_E} \approx \frac{4 \times 10^{-24}}{3 \times 10^{-17}} \approx 10^{-7}$$

Επισκόπηση και Στόχοι

Στο κεφάλαιο αυτό επιχειρούμε: 1) να εισαγάγουμε τα μαγνητικά φαινόμενα, 2) να τα εκφράσουμε με μαθηματικές σχέσεις, 3) να εφαρμόσουμε τους νόμους και 4) να αναπτύξουμε νέες ιδέες βασισμένες στα αποτελέσματα αυτών των εφαρμογών.

Το κεφάλαιο διαιρείται σε δύο μέρη. Οι παράγραφοι 15-1 έως 15-6 εισαγάγουν το μαγνητικό πεδίο, δείχνουν το διανυσματικό του χαρακτήρα και την εξάρτησή του από το ηλεκτρικό ρεύμα και εφαρμόζουν τα αποτελέσματα στα αμπερόμετρα, στους ηλεκτρικούς κινητήρες και στον καθορισμό των μονάδων της εντάσεως του ρεύματος και του φορτίου. Οι παράγραφοι 15-7 και 15-8 αναπτύσσουν την ισοδυναμία ηλεκτρικού ρεύματος και ροής φορτισμένων σωματιίων, σε ό,τι έχει σχέση με τη δύναμη που ασκείται πάνω τους μέσα σε μαγνητικό πεδίο και εφαρμόζουν αυτό στο φασματογράφο μάζας.

Το κεφάλαιο προχωράει καλύτερα με τη βοήθεια του εργαστηρίου, ενώ το διδακτικό βιβλίο μπορεί να χρησιμοποιείται συμπληρωματικά.

Χρονοθέτηση των Πειραμάτων

*Πείραμα 24** Το μαγνητικό πεδίο ηλεκτρικού ρεύματος. Αυτό το πείραμα αποτελεί μια χρήσιμη εισαγωγή στην παράγραφο 15-3.

*Πείραμα 25*** Μέτρηση της εντάσεως μαγνητικού πεδίου σε θεμελιώδεις μονάδες. Αυτή μπορεί να γίνει άριστα μετά την παράγραφο 15-4.

*Πείραμα 26*** Η μάζα του ηλεκτρονίου. Το πείραμα αυτό, στο οποίο γίνεται χρήση του καθοδικού σωλήνα, πραγματοποιείται καλύτερα μετά την παράγραφο 15-7. Δεν εξαρτάται από αυτά της παραγράφου 15-8.

*Πείραμα 26A*** Η μάζα του ηλεκτρονίου. Αυτό το παλιότερο πείραμα, στο οποίο γίνεται χρήση ενδεικτικής λυχνίας του συντονισμού («μάτι συντονισμού») πραγματοποιείται καλύτερα με την παράγραφο 15-8.

Πείραμα 27 Το μαγνητικό πεδίο της Γης. Το προαιρετικό αυτό πείραμα, μπορεί να πραγματοποιηθεί μετά την παράγραφο 15-8.

Κινηματογραφική Ταινία

Μάζα των Ατόμων (Μέρος I και II) των Raymond Hertz και Charles Brewer. Παρουσιάζουν το πλήρες πείραμα που περιγράφεται στην παράγραφο 15-9. Παρουσιάζονται με μεγάλη σαφήνεια η αρχή του πειράματος, οι τεχνικές λεπτομέρειες χειρισμού ισχυρών ραδιενεργών ουσιών, καθώς και οι σχετικοί υπολογισμοί. Το φιλμ πρέπει να προβληθεί πριν από τη συζήτηση της παραγράφου 15-9. Η διάρκειά του είναι 47 λεπτά.

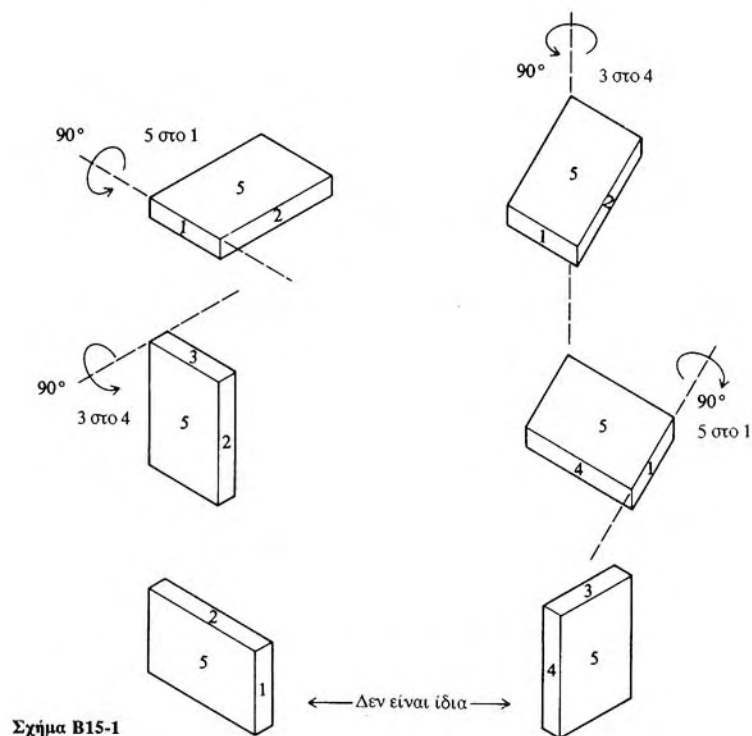
Υποδείξεις για τη Διδασκαλία

Παράγραφοι 15-1 και 15-2

Ρωτήστε να μάθετε αν όλοι οι μαθητές σας έπαιξαν ποτέ με μαγνήτες. Σε περίπτωση που μερικοί δεν έχουν παίξει ποτέ, να έχετε μερικούς μαγνήτες έτοιμους για σύντομη εξερεύνηση, προτού να τους δώσετε για μελέτη αυτές τις περιγραφικές παραγράφους.

Παράγραφος 15-3

Είναι χρήσιμο να επιδείξετε τις περιστροφές ενός βιβλίου, που περιγράφονται στην αρχή της παραγράφου. Βλ. σχ. Β 15-1. Εάν γίνει κατανοητή η σημασία της διανυσματικής φύσεως του μαγνητικού πεδίου, τότε το Πείραμα 24 και μια σύντομη μελέτη θα είναι αρκετά.



Παράγραφος 15-4

Θεωρία και πείραμα ενισχύονται, εάν το Πείραμα 24 ακολουθεί αμέσως μετά τη συζήτηση της παραγράφου.

Η μονάδα της εντάσεως του μαγνητικού πεδίου είναι γνωστή σαν *weber* ανά *meter²* και σαν *tesla*, αλλά οι μαθητές σας θα έχουν λιγότερα να μνημονεύσουν αν περιοριστείτε στην έκφραση *newton* ανά *ampere-meter*. Η τελευταία ονομασία θα θυμίζει παράλληλα στους μαθητές πώς να υπολογίζουν τη μαγνητική δύναμη σε ρευματοφόρο αγωγό όταν δίνονται η ένταση του μαγνητικού πεδίου και το μήκος του αγωγού.

Παράγραφος 15-5

Μπορείτε να ενδυναμώσετε αυτή την παράγραφο φέροντας στην τάξη όργανα ή κινητήρες μερικώς αποσυναρμολογημένα. Σε κάποιες περιπτώσεις θα ήταν ίσως αρκετό να δγάλετε απλά το όργανο ή τον κινητήρα από τη θήκη του. Στην παράγραφο αυτή ενδιαφερόμαστε για τη μαγνητική πλευρά των αμπερομέτρων και βολτομέτρων καθώς και για την εσωτερική τους αντίσταση.

Παράγραφος 15-6

Η παράγραφος αυτή είναι σπουδαία, επειδή εισαγάγει μια μέθοδο ορισμού του ampere και συνεπώς του coulomb.

Για να επιδείξετε τις δυνάμεις ανάμεσα σε παράλληλους ρευματοφόρους αγωγούς, χρειάζεστε ειδική συσκευή και ισχυρά ρεύματα. Μπορείτε να ζητήσετε από τους μαθητές σας να υπολογίσουν τη δύναμη που αναπτύσσεται ανάμεσα σε δύο παράλληλα σύρματα μήκους 1 m το καθένα, που απέχουν 0,50 cm μεταξύ τους και διαρρέονται από ρεύμα 15 A το καθένα. Προφανώς $F = (2 \times 10^{-7} \times 15 \times 15 \times 1) / (0,5 \times 10^{-2}) \text{ N} \Rightarrow F = 9,0 \times 10^{-3} \text{ N}$. Αυτή είναι ίση με τη βαρυτική δύναμη πάνω σε 0,1 g.

Ζητήστε από τους μαθητές να δείξουν ότι τα παράλληλα και ομόρροπα ρεύματα έλκονται, ενώ τα αντίρροπα απωθούνται μεταξύ τους. Για να το δείξουν αυτό, θα πρέπει να εφαρμόσουν τον κανόνα του δεξιού χεριού για να βρουν τη φορά του μαγνητικού πεδίου που παράγει ο ένας ευθύγραμμος αγωγός, έστω A, και μετά τον κανόνα του δεξιού χεριού για να βρουν τη δύναμη που δέχεται ο άλλος αγωγός, B, από το μαγνητικό πεδίο του πρώτου.

Παράγραφος 15-7

Για να πάμε από τη μαγνητική δύναμη πάνω σε ρευματοφόρο αγωγό στη μαγνητική δύναμη πάνω σε κινούμενο φορτισμένο σωματίδιο, χρειάζεται προσεκτικός χειρισμός.

Το κλειδί για τη μετάβαση από τον τύπο $F_1 = IB \perp$ στον τύπο $F_1 = qvB \perp$ βρίσκεται στην κατανόηση του σχ. 15-21. Προσέξτε ότι τόσο το l όσο και το N απαλείφονται και γι' αυτό δεν χρειάζεται να είναι γνωστά.

Παράγραφος 15-8

Η εύρεση της σχέσεως $m = qB^2R^2/2V$ που εμφανίζεται σ' αυτή την παράγραφο, εξυπηρετεί όχι μόνο σαν εισαγωγή στο φασματογράφο μάζας, αλλά και σαν εισαγωγή στο Πείραμα 26 A. Στο πείραμα αυτό οι μαθητές προσδιορίζουν τη μάζα του ηλεκτρονίου χρησιμοποιώντας την ενδεικτική λυχνία του συντονισμού. Τέτοιες λυχνίες δεν βρίσκονται στο εμπόριο, γι' αυτό μόνο αν διαθέτετε τέτοια λυχνία μπορείτε να αναθέσετε το Πείραμα 26A.

Το Πείραμα 26 χρησιμοποιεί τον καθοδικό σωλήνα για τον προσδιορισμό της μάζας του ηλεκτρονίου. Εάν σχεδιάζετε να χρησιμοποιήσετε αυτό το πείραμα, θα πρέπει να αναθέσετε την παράγραφο 15-8 κυρίως για μελέτη και να επικεντρώσετε την προσοχή στην εύρεση της σχέσεως $m = qB^2R^2/2\pi^2V_a$ που περιέχεται στον Εργαστηριακό Οδηγό. Σε κάθε περίπτωση, βέβαια, προσπαθήστε να δείτε αν οι μαθητές κατανοούν τον τρόπο μετρήσεως των μαζών φορτισμένων σωματιδίων.

Παράγραφος 15-9

Αυτή η παράγραφος έχει δυο σπουδαίες αποστολές: 1) Να παρουσιάσει τη μαρτυρία ότι τα σωματίδια α είναι διπλά φορτισμένα ιόντα ηλίου (τα σωματίδια α παίζουν σπουδαίο ρόλο στο Κεφ. 17) και 2) να παρουσιάσει μια μέθοδο, προσδιορισμού της μάζας των ατόμων ηλίου, που δεν εξαρτάται από το φορτίο τους. Αυτό οδηγεί σε δικαίωση της υποθέσεως που κάναμε στην παράγραφο 14-2, ότι τα ηλεκτρόνια φέρουν ένα στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο.

Συζητήσετε την πειραματική μαρτυρία με τους μαθητές σας. Σε συνδυασμό με την παράγραφο αυτή, αν ο χρόνος το επέτρεπε, θα ήταν ίσως χρήσιμο να προβάλετε το φιλμ: *Η Μάζα των Ατόμων* (μέρος 1 και 2).

Πείραμα 24. Το Μαγνητικό Πεδίο Ηλεκτρικού Ρεύματος

Υλικά

- 1 Πλήρης διάταξη γαλβανομέτρου με στρεφόμενο πλαίσιο που περιλαμβάνει:
 - Πλαίσιο και βάση συναρμολογήσεως
 - Μονωμένα σύρματα
 - Μαγνητική πυξίδα
- 1 Ξηρό στοιχείο Νο 6, 1,5 volt
- 1 Λαμπάκι φακού, Νο 41, και ντουί
- 1 Φύλλο γραφικών παραστάσεων με πολική ή ορθογώνια χάραξη

Εναλλακτικές λύσεις

- Αντί για το ξηρό στοιχείο Νο 6: 2 ή περισσότερα στοιχεία D σε κατάλληλη θήκη, συνδεμένα παράλληλα.
- Αντί για το λαμπάκι φακού: 1 μεταβλητό αντιστάτη (10 ohm, 4 watt), 1 αμπερόμετρο (0-3 A).
- Μια άλλη λύση θα ήταν: 1 τροφοδοτικό χαμηλής ισχύος, 1 αμπερόμετρο (0-3 A).

Είναι ευκολότερο να φτιάξετε τετράγωνο συρμάτινο πλαίσιο, παρά κυκλικό. Όλο το μήκος του σύρματος που παρέχεται, πρέπει να χρησιμοποιείται στη διάρκεια του πειράματος. Αυτό θα εξασφαλίζει ένα σταθερό ρεύμα στο σύρμα, αρκεί να μην είναι υπερβολική η παροχή της μπαταρίας. Το μικρό (Νο 41) λαμπάκι περιορίζει το ρεύμα στα 0,3 A με το ξηρό στοιχείο Νο 6. Αντί για ένα ξηρό στοιχείο Νο 6, μπορούν να χρησιμοποιηθούν δύο ή περισσότερα D στοιχεία, συνδεμένα παράλληλα, και τοποθετημένα σε κατάλληλη θήκη.

Μπορείτε επίσης να χρησιμοποιήσετε την έξοδο 0-5 V DC του τροφοδοτικού Universal Power Supply (U.P.S.) ή μια παρόμοια πηγή. Απλά κανονίστε την τάση ώστε να παρέχει περίπου 0,3 A μέσα από το σύρμα, παρεμβάλλοντας ένα αμπερόμετρο. Μετά δγάλετε το αμπερόμετρο και συμβουλευτείτε τους μαθητές να μην αλλάξουν τη θέση του κουμπιού ρυθμίσεως. Με το τροφοδοτικό U.P.S., που προστατεύεται από βραχυκυκλώματα, μπορείτε να εργαστείτε χωρίς τη λάμπα που περιορίζει το ρεύμα. Με άλλες ηλεκτρικές πηγές είναι φρόνιμο να υπάρχει λάμπα στο κύκλωμα.

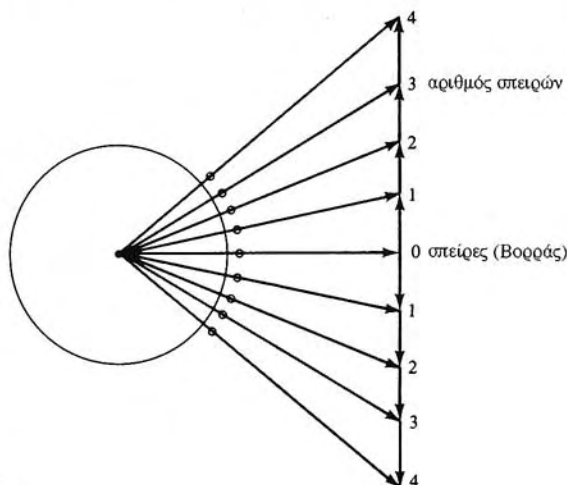
Σαν ανιχνευτής του μαγνητικού πεδίου, θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί μια μικρή μαγνητική πυξίδα με διάμετρο 3 cm περίπου. Οι γωνίες θα μπορούσαν να μετρηθούν κατευθείαν πάνω στην πυξίδα, αν διέθετε μια κλίμακα βαθμολογημένη σε μοίρες. Η πυξίδα πρέπει να χτυπιέται ελα-

φρά πριν από κάθε ανάγνωση, για να εξουδετερώνονται τα σφάλματα από τριβή. Εάν ο άξονας περιστροφής δεν βρίσκεται στο κέντρο της κλίμακας, οι αποκλίσεις μπορούν να διαβάζονται και από τα δύο άκρα της βελόνας και να καταγράφεται ο μέσος όρος. Το πείραμα μπορεί να εκτελεστεί είτε χρησιμοποιώντας μόνο γραφική μέθοδο στη λήψη δεδομένων και στην ανάλυση, είτε καταγράφοντας τις γωνίες σε μοίρες και χρησιμοποιώντας τριγωνομετρικές σχέσεις για να βρίσκεται κάθε φορά η ένταση του πεδίου.

Η κατεύθυνση της βελόνας της πυξίδας (το άκρο της) μπορεί να σηματοδεύεται με σημάδια πάνω σε χαρτί που έχει τοποθετηθεί κάτω από την πυξίδα.

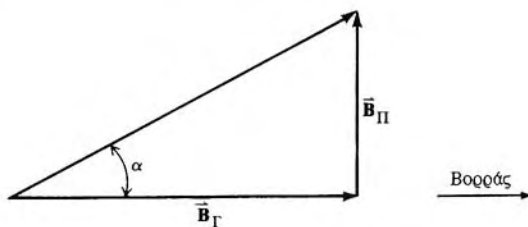
Τα δεδομένα μπορούν να αναλυθούν όπως φαίνεται στο σχ. Β 15-2.

Οι γραμμές κατευθύνσεως της μαγνητικής βελόνας για διάφορους αριθμούς σπειρών πρέπει να σηματοδεύουν (αποκόπτουν) ίσα τμήματα πάνω σε ευθεία γραμμή, κάθετη στη γραμμή κατευθύνσεως που αντιστοιχεί σε μηδενικό ρεύμα. Κάθε ένα από αυτά τα τμήματα αντιστοιχεί στο πεδίο που προστίθεται, κάθε φορά που προστίθεται μια σπείρα στο πηνίο.



Σχήμα Β15-2

Εάν οι γωνίες αποκλίσεως της βελόνας μετρούνται σε μοίρες, τα δεδομένα μπορούν να αναλυθούν όπως φαίνεται στο σχ. Β 15-3. Η σταθερή οριζόντια συνιστώσα της εντάσεως του μαγνητικού πεδίου της B_T Γης, η ένταση B_π που προέρχεται από το πηνίο και η γωνία α που σχηματίζει ο άξονας της βελόνας με την αρχική της διεύθυνση (όταν το ρεύμα είναι μηδέν) συνδέονται με τη σχέση $B_\pi = B_T \tan \alpha$. Παριστάνοντας γραφικά την $\tan \alpha$, σε συνάρτηση με τον αριθμό των σπειρών, θα πάρουμε μια ευθεία



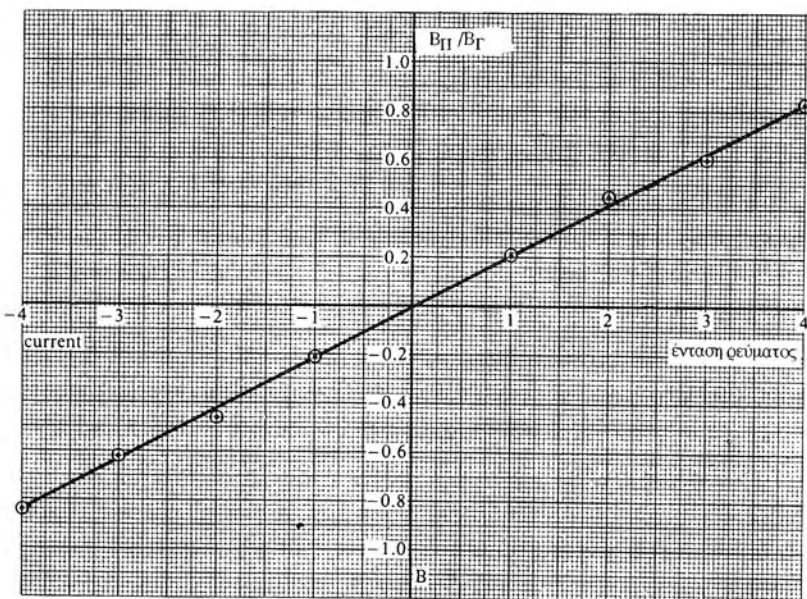
Σχήμα Β15-3

γραμμή. Λάβετε υπόψη σας ότι η γραφική ανάλυση των δεδομένων (σχ. Β 15-2) μεγεθύνει τα σφάλματα, ενώ η λογιστική ανάλυση και στη συνέχεια η γραφική παράσταση των αποτελεσμάτων περιορίζει τα σφάλματα και αναδεικνύει τη γενική τάση των αποτελεσμάτων.

Μερικοί μαθητές ίσως διαφωνήσουν με την πρόταση του Εργαστηριακού Οδηγού, ότι η ένταση στο πηνίο αυξάνεται με την αύξηση του αριθμού των σπειρών. Το σημαντικό σημείο είναι ότι, ενώ το ρεύμα μέσα από το σύρμα παραμένει σταθερό, το ρεύμα που διαρρέει τρεις σπείρες που βρίσκονται κοντά η μία στην άλλη, ισοδυναμεί με τριπλάσιας εντάσεως ρεύμα που διαρρέει μια μόνο σπείρα. Αυτός ο τρόπος αύξησης του ρεύματος σε ένα πηνίο (πλαίσιο) είναι πολύ πρακτικός, γιατί δεν απαιτεί αμπερόμετρο.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 24

- Οι γωνίες μπορεί να διαβαστούν πέρνοντας την πλησιέστερη ένδειξη που απέχει το πολύ 2 μοίρες.
- Η απάντηση εξαρτάται από τη διάταξη που χρησιμοποιείται. Μπορεί να είναι περίπου 0,18. Βλέπε σχ. Β 15-2 για μια ανάλυση με διανυσματικό διάγραμμα και σχ. Β 15-4 για μια ανάλυση με τη βοήθεια γραφήματος.
- Το μέτρο της εντάσεως του πεδίου είναι ανάλογο προς την ένταση του ρεύματος.
- Ναι.



Σχήμα Β15-4

Πείραμα 25. Μέτρηση της Εντάσεως Μαγνητικού Πεδίου σε Θεμελιώδεις Μονάδες

Υλικά

- 1 Σωληνοειδές χωρίς πυρήνα
- 1 Ζυγό ρεύματος και επαφές
- 1 Πηγή ρεύματος DC, 0-5 A, φιλτραρισμένη (με εξομαλυντή)

- 1 Αμπερόμετρο, 0-5 A
- 4 Αγωγοί συνδέσεως
- 10-12 Βαρύδια των 20 mg ή κάτι ισοδύναμο

Εναλλακτική λύση για τα βαρίδια

Ζυγό με δύο δίσκους (τασάκια), ευαισθησίας τουλάχιστον 0,1 g.

Νήμα ή λεπτό σύρμα (#30 χάλκινο)

Κανόνα ή μέτρο.

Η βαθμονόμηση του πηνίου που πραγματοποιείται στο πείραμα αυτό θα χρειαστεί και στο Πείραμα 26. Γι' αυτό τα πηνία πρέπει να αριθμηθούν εάν διαφέρουν μεταξύ τους, ώστε να μπορούν να αναγνωρίζονται όταν χρησιμοποιούνται ξανά.

Είναι σημαντικό οι άξονες στηρίξεως του ζυγού να είναι ευθυγραμμισμένοι, όπως επίσης τα υποστηρίγματα στα οποία στηρίζονται οι άξονες. Διαφορετικά κάθε αλλαγή στη θέση της ζυγαριάς θα εισαγάγει σφάλματα. Βλέπε σχ. Β 15-5(α).

Προσέξτε ότι υπάρχει ένα μικρό λύγισμα στους άξονες στηρίξεως κοντά στο σώμα της ζυγαριάς (σχ. Β 15-5). Αυτό εξασφαλίζει το κέντρο βάρους της ζυγαριάς να βρίσκεται κάτω από τον άξονα περιστροφής, έτσι ώστε να είναι ευσταθής η ζυγαριά.

Είναι χρήσιμο να υπάρχει ένα σημάδι οριζοντιότητας κοντά στο εξωτερικό χείλος της ζυγαριάς, ώστε να φαίνεται εύκολα πότε οριζοντιώνεται. Εάν χωρίς να διέρχεται ρεύμα από το πηνίο ή από τη ζυγαριά, η ζυγαριά δεν είναι οριζόντια, ένα κομμάτι χαρτιού σε μια κατάλληλη θέση θα φέρει τη ζυγαριά σε οριζόντια ισορροπία.

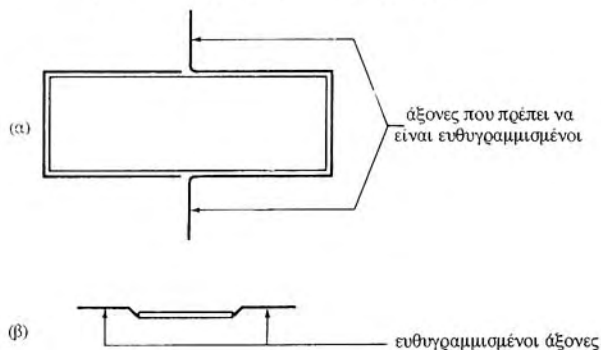
Στα πλαίσια της ακρίβειας του πειράματος, το σύρμα μπορεί να θεωρηθεί ισοπαχές και η μάζα του κάθε μικρού κομματιού σύρματος μπορεί να βρεθεί από τη μάζα που έχουν μερικά μέτρα του σύρματος.

Το μήκος L του ευθύγραμμου άκρου της σπείρας (δρόγχου) (Α στο σχ. 25-1 του Εργαστηριακού Οδηγού) πρέπει να μετρηθεί ως η απόσταση μεταξύ των κέντρων των συρμάτων που σχηματίζουν τις πλευρές της σπείρας.

Σημειώστε ότι ένα συστηματικό σφάλμα μπορεί να εισαχθεί εάν η βαθμονόμηση του αμπερομέτρου έχει μηδενική μετατόπιση. Να ελέγξετε προσεκτικά το μηδέν του οργάνου και να παρακολουθείτε τους μαθητές σας για να διαπιστώσετε αν αυτοί διαβάζουν με ακρίβεια το αμπερόμετρο.

Μην επιτρέπετε το ρεύμα να ξεπεράσει τα 5 A. Υπερβολικά ρεύματα υπερθερμαίνουν το πηνίο και οξειδώνουν τις επαφές των σπειρών.

Το τροφοδοτικό πρέπει να έχει εξομαλυντή (φίλτρο).



Σχημα Β15-5

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 25

- Οι συνδέσεις του δρόγχου ή του πηνίου πρέπει να αντιστραφούν, αλλά όχι και οι δύο μαζί.
- Αφού η δύναμη που ασκείται στην πλευρά του δρόγχου είναι $F = BIL$, και $B = kI \Rightarrow F = kI^2L$

Άρα η δύναμη που απαιτείται για να ισορροπήσει το δρόγχο είναι ανάλογη προς το τετράγωνο της εντάσεως του ρεύματος.

- Η γραφική παράσταση της δυνάμεως που ισορροπεί ο δρόγχος, σε συνάρτηση με το τετράγωνο της εντάσεως του ρεύματος, είναι ευθεία γραμμή. Το F είναι πράγματι ανάλογο του I^2 .
Σημειώστε ότι το k είναι η κλίση της γραμμής που παριστάνει την F σε συνάρτηση με το I^2 , διαιρεμένη δια του L .

- Εάν τα σωληνοειδή είναι σχεδιασμένα να χρησιμοποιούνται με τον καθοδικό σωλήνα 2 BP1 στο Πείραμα 26, η σταθερά έχει την τιμή:

$$3,9 \times 10^{-3} \text{ N/m} \cdot \text{A}^2 \text{ με σχετικό σφάλμα } \pm 10\% \text{ και } B = 3,9 \times 10^{-3} \text{ I N/A} \cdot \text{m}$$

Εάν τα σωληνοειδή είναι σχεδιασμένα να χρησιμοποιούνται με την ενδεικτική λυχνία συντονισμού στο Πείραμα 26A, η σταθερά έχει την τιμή:

$$3,6 \times 10^{-3} \text{ N/m} \cdot \text{A}^2 \text{ με σχετικό σφάλμα } \pm 10\% \text{ και } B = 3,6 \times 10^{-3} \text{ I N/A} \cdot \text{m}$$

Πείραμα 26. Η Μάζα του Ηλεκτρονίου

Υλικά

- 1 2BP1 CRT, με προστατευτικό κύλινδρο και πλέγμα
- 1 Διάταξη βάσεως και στήριγμα
- 1 Τροφοδοτικό (0-500 volt DC, σε βαθμίδες των 125 V + 8 V DC, -8 V DC Γείωση 6,3 v, 2,5 A AC)
- 1 Σωληνοειδές χωρίς πυρήνα
- 1 Ηλεκτρική πηγή DC, 0-5 ampere, φιλτραρισμένη
- 1 Αμπερόμετρο, 0-5 A
- 4 Καλώδια συνδέσεως

Για να προχωρήσουν οι μαθητές στο πείραμα αυτό, θα πρέπει να έχουν κάνει το Πείραμα 23, Εκτροπή Ηλεκτρονίων σε Καθοδικό Σωλήνα, για να γνωρίζουν τα χαρακτηριστικά και τη λειτουργία του σωλήνα. Η τακτοποίηση της όλης διατάξεως φαίνεται στο σχ. 26-1 του Εργαστηριακού Οδηγού. Όπως και στα προηγούμενα, θα πρέπει και πάλι οι μαθητές να τοποθετήσουν το σωλήνα όσο γίνεται πιο μακριά από το τροφοδοτικό και το αμπερόμετρο.

Το τροφοδοτικό πρέπει να είναι φιλτραρισμένο.

Για άλλη μια φορά θα πρέπει οι μαθητές να περιστρέψουν το σωλήνα έτσι ώστε η Y εκτροπή να είναι κατακόρυφη και να στερεώσουν το πλέγμα, ώστε οι γραμμές του να είναι παράλληλες προς την Y εκτροπή. Θυμηθείτε από το Πείραμα 23 ότι υπάρχουν δυο θέσεις του σωλήνα, με την Y εκτροπή κατακόρυφη. Διαλέξτε την καλύτερη.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 26

- Τα ηλεκτρόνια θα χτυπήσουν την οθόνη σε σημείο που βρίσκεται κατακόρυφα πάνω από το σημείο που χτυπούν, όταν δεν υπάρχει τάση στα πλακίδια εκτροπής ή ρεύμα στο πηνίο. Αυτό παρατηρείται.

- Γενικά, τα ηλεκτρόνια θα χτυπήσουν λίγο έξω από το κέντρο της οθόνης.
- Όταν τα ηλεκτρόνια χτυπούν λίγο έξω από το κέντρο της οθόνης, έχουν μια μικρή συνιστώσα ταχύτητας κάθετη στον άξονα του σωλήνα.
- Εάν τα ηλεκτρόνια χτυπούν στο κέντρο της οθόνης χωρίς ρεύμα στο πηνίο, θα συνεχίσουν να κάνουν το ίδιο και όταν διέρχεται ρεύμα απ' το πηνίο. Η ταχύτητα των ηλεκτρονίων είναι παράλληλη προς τις μαγνητικές γραμμές του πεδίου και γι' αυτό δεν ασκείται μαγνητική δύναμη πάνω τους. Εάν τα ηλεκτρόνια χτυπούν δίπλα από το κέντρο της οθόνης χωρίς το πηνίο να διαρρέεται από ρεύμα, η κηλίδα θα κινηθεί διαγράφοντας μια μικρή καμπύλη καθώς θα αυξάνεται το ρεύμα στο πηνίο. Στην περίπτωση αυτή υπάρχει μια μικρή συνιστώσα της ταχύτητας των ηλεκτρονίων κάθετη στις δυναμικές γραμμές και γι' αυτό αναπτύσσεται μικρή μαγνητική δύναμη στα ηλεκτρόνια.
- Η κηλίδα, πάνω στην οποία πέφτουν τα ηλεκτρόνια, θα κινηθεί προς τα δεξιά (ή αριστερά, ανάλογα με τη φορά του μαγνητικού πεδίου) και πλησιέστερα προς το σημείο που χτυπάει η δέσμη την οθόνη, όταν δεν παθαίνει εκτροπή. (Βλ. σχ. 26-3 του Εργαστηριακού Οδηγού: Όταν το B μεγαλώνει, το r μικραίνει).
- Υπάρχει ένα ρεύμα, για το οποίο η ευθεία, που συνδέει τη θέση της κηλίδας με την αρχική της θέση, σχηματίζει ορθή γωνία με την ευθεία για μηδενικό ρεύμα στο πηνίο. Η ακριβής τιμή εξαρτάται από την ειδική διάταξη. Μπορεί να είναι γύρω στα 0,4 έως 0,5 ampere.
- Το έργο που εκτελείται επί ηλεκτρονίου, όταν αυτό κινείται ανάμεσα σε σημεία με διαφορά δυναμικού V_a είναι eV_a και μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια $\frac{1}{2}mv^2$ του ηλεκτρονίου. Άρα $eV_a = \frac{1}{2}mv^2$ και

$$v = \sqrt{\frac{2eV_a}{m}}$$

- Εδώ $V_a = 250$ volt
- Η δύναμη που ασκείται σε ηλεκτρόνιο που κινείται με ταχύτητα $v \perp$ κάθετη στην ένταση B του μαγνητικού πεδίου δίνεται από τον τύπο $F = ev \perp B$. Η δύναμη αυτή είναι κάθετη στην ταχύτητα και ενεργεί ως κεντρομόλος δύναμη $F = mv^2/r$. Άρα $ev \perp B = mv^2/r$ και

$$v \perp = \frac{eBr}{m}$$

- Η τιμή του B ισούται με τη σταθερά του πηνίου k (που δρέθηκε στο προηγούμενο πείραμα) πολλαπλασιασμένη επί το ρεύμα I ($B = kI$). Η σταθερά k του πηνίου αυτού είναι: $3,9 \times 10^{-3} \text{ N/m} \cdot \text{A}^2$. Έτσι η τιμή του B θα είναι: $0,45 \times 3,9 \times 10^{-3} \text{ N/A} \cdot \text{m} = 1,8 \times 10^{-3} \text{ N/A} \cdot \text{m}$.
- Χρησιμοποιώντας την παραπάνω τιμή του B παίρνουμε:

$$m = \frac{1,6 \times 10^{-19} \times (1,8 \times 10^{-3})^2 \times (9,0 \times 10^{-2})^2}{2\pi^2 \times 250} \text{ kg} = 8,5 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

Το αποτέλεσμα αυτό απέχει κατά 7% από την αποδεκτή τιμή ($9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$).

Γενικά οι μαθητές θα πλησιάσουν κατά 10% έως 15%.

- Οι μάζες που υπολογίζονται με $V_a = 375$ volt και $V_a = 500$ volt είναι κοντά σ' αυτή που υπολογίζεται με $V_a = 250$ volt.

Πείραμα 26Α. Η Μάζα του Ηλεκτρονίου

Υλικά

- 1 Σωληνοειδές χωρίς πυρήνα
- 1 Συσκευή για τη μάζα του ηλεκτρονίου
- 1 Τροφοδοτικό (90 - 250 volt DC φιλτραρισμένο / 0-5 volt DC φιλτραρισμένο, 5 ampere / 6,3 volt AC)
- 1 Αμπερόμετρο (0-5 A)
- 4 Καλώδια συνδέσεως
- 1 Κανόνα ή μετροταινία
- 1 Σειρά από ξυλόκαρφα διαφόρων διαμέτρων

Οι συνθήκες στο εσωτερικό της ηλεκτρονικής λυχνίας 6AF6G είναι περισσότερο πολύπλοκες από ό,τι περιγράφονται στον Εργαστηριακό Οδηγό. Τα μέρη της λυχνίας και τα στηρίγματά τους είναι ελαφρώς μαγνητισμένα, εισάγοντας έτσι μια μικρή παραμόρφωση στο μαγνητικό πεδίο. Ακόμη, επειδή το ηλεκτρικό πεδίο επιταχύνσεως εκτείνεται από την κάθοδο στην άνοδο, τα ηλεκτρόνια της δέσμης δεν κινούνται με σταθερή ταχύτητα, όταν εκτρέπονται απ' το μαγνητικό πεδίο. Οποσδήποτε, χάρη στη γεωμετρία της λυχνίας (μέγεθος, σχήμα και αποστάσεις των μερών της) το μεγαλύτερο μέρος της ταχύτητας το αποκτούν τα ηλεκτρόνια πριν φύγουν από την περιοχή κάτω από το κεντρικό πόμα. Η μαγνητική παραμόρφωση μαζί με την αλλαγή της ταχύτητας στη διάρκεια της εκτροπής καταλήγουν στον προσδιορισμό της μάζας του ηλεκτρονίου με σφάλμα ενός παράγοντα 2 ή 3, όμως υπολογίζεται σωστά η τάξη μεγέθους της που είναι 10^{-30} kg. Αυτό είναι σπουδαίο επίτευγμα, όταν κάποιος μετράει τόσο μικρή μάζα.

Λάβετε υπόψη σας ότι το σχέδιο που βλέπετε δεν είναι η τροχιά των ηλεκτρονίων, αλλά τα σημεία στα οποία χτυπούν τα διάφορα ηλεκτρόνια καθώς συναντούν τον κωνικό στόχο.

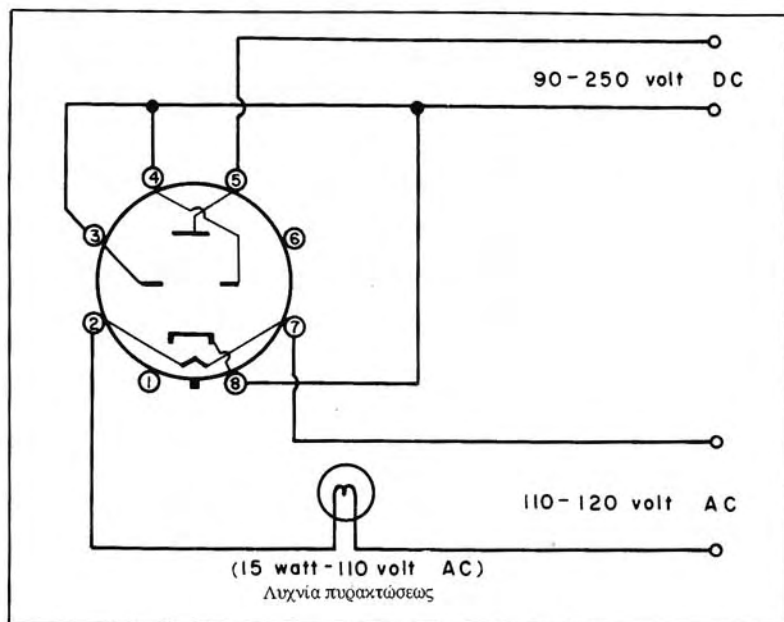
Ίσως να ρωτήσει κάποιος, γιατί το ελικοειδές πλέγμα που περιβάλλει την κάθοδο δεν μπορεί να συνδεθεί με την άνοδο, ώστε τα ηλεκτρόνια να επιταχύνονται μόνο μεταξύ της καθόδου και αυτού του πλέγματος, κινούμενα στη συνέχεια με σταθερή ταχύτητα από το πλέγμα προς την άνοδο. Αν παρατηρήσετε προσεκτικά στο σχ. 26Α-1(6), θα δείτε ότι αυτό το πλέγμα είναι εσωτερικά συνδεδεμένο με την κάθοδο.

Η τάση θερμάνσεως για τη λυχνία 6AF6G είναι 6,3 V και η ένταση 0,15 A. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν μπαταρίες ή μετασχηματιστές ή να χρησιμοποιηθεί κατευθείαν η τάση του δικτύου των 110 volt AC, αρκεί να παρεμβληθεί σε σειρά μια λάμπα πυρακτώσεως των 110 volt AC, 15 watt ως αντιστάσεις μειώσεως τάσεως όπως φαίνεται στο σχ. B15-6.

Είναι επίσης δυνατό να χρησιμοποιήσετε τα 110 volt AC για ανοδική τάση. Και πάλι θα σχηματίζεται μια έντονη σκιά με τη γρήγορα μεταβαλλόμενη ανοδική τάση, χάρη στο μετείκασμα και την αύξηση της λαμπρότητας της δέσμης με την αύξηση της ανοδικής τάσεως. Στους υπολογισμούς πρέπει να χρησιμοποιηθεί η μέγιστη τάση (τάση κορυφής). Αυτά τα σημεία είναι δύσκολο να εξηγηθούν στους μαθητές, γι' αυτό μια συνεχής ανοδική τάση (DC) είναι προτιμητέα.

Όταν συναρμολογείτε το κύκλωμα, να θυμάστε ότι οι αριθμοί των ποδιών της βάσεως της λυχνίας, που φαίνονται στο σχ. 26Α-4 του Εργαστηριακού Οδηγού, ισχύουν όταν κοιτάζετε τη βάση από κάτω και όχι από πάνω.

Οι τάσεις που χρησιμοποιούνται σ' αυτό το πείραμα είναι επικίνδυνες.



Σχήμα B15-6

Γι' αυτό πρέπει να παίρνονται προστατευτικά μέτρα για να αποφεύγονται τινάγματα από ρεύμα ή και ηλεκτροπληξίες.

Το σωληνοειδές, είναι το ίδιο που χρησιμοποιήθηκε στο Πείραμα 25. Οι μονάδες πρέπει να έχουν κάποια συνέπεια κατά την επεξεργασία των δεδομένων. Για να βρεθεί η μάζα m σε χιλιόγραμμα, πρέπει το R να μετρηθεί σε μέτρα, το q σε coulomb, το B σε newton ανά ampere-meter και το V σε volt.

Σε ένα πείραμα υπήρξαν τα παρακάτω δεδομένα:
σταθερά του πηνίου $B/I = 3,6 \times 10^{-3} \text{ N/A} \cdot \text{m}$

$$I = 3 \text{ A}$$

$$B = 10,8 \times 10^{-3} \text{ N/A} \cdot \text{m}$$

$$V = 135 \text{ V}$$

$$R = 5 \times 10^{-3} \text{ m}$$

Αντικαθιστώντας στον τύπο $m = \frac{B^2 q R^2}{2V}$ που φαίνεται στον Εργαστηριακό Οδηγό δρίσκομε:

$$m = \frac{1,2 \times 10^{-4} \times 1,6 \times 10^{-19} \times 25 \times 10^{-6}}{270} \text{ kg} \Rightarrow m = 1,8 \times 10^{-30} \text{ kg}$$

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 26Α

- Η ακριβής τιμή της ακτίνας της κυκλικής σκιάς εξαρτάται από τις τιμές της επιταχύνουσας ανοδικής τάσεως και του ρεύματος στο σωληνοειδές. Οι συνηθισμένες τιμές είναι μεταξύ 0,5 cm και 1,5 cm.
- Πολλαπλασιάστε την ένταση του ρεύματος στο σωληνοειδές επί τη σταθερά του πηνίου που δρέθηκε στο προηγούμενο πείραμα.
- Οι μαθητές θα βρουν τιμές για τη μάζα του ηλεκτρονίου που μπορεί να είναι δύο και τρεις φορές μεγαλύτερες από την αποδεκτή τιμή, χάρη στις συνθήκες που αναφέραμε προηγουμένως.
- Οι μάζες που υπολογίζονται με άλλες επιταχύνουσες ανοδικές τάσεις είναι κοντά σ' αυτή που υπολογίστηκε παραπάνω.

Πείραμα 27. Το Μαγνητικό Πεδίο της Γης

Υλικά

1 2BP1 CRT, με προστατευτικό πλαστικό κύλινδρο και πλέγμα

1 Διάταξη βάσεως

1 Τροφοδοτικό (+250 volt, +375 volt / 6,3 volt, 2,5 A AC)

1 Μαρκαδόρος (που σβήνει)

Στην τοποθέτηση και λειτουργία της συσκευής, πρέπει να ληφθούν οι ίδιες προφυλάξεις: Όλες οι επαφές συνδέσεως με το τροφοδοτικό να είναι αρχικά κομμένες, ο σωλήνας CRT πρέπει να βρίσκεται μέσα στο προστατευτικό κύλινδρο και μακριά όσο γίνεται από το τροφοδοτικό.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 27

- Όταν ο σωλήνας περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του, η φωτεινή κηλίδα διαγράφει μικρό κύκλο στην οθόνη. Όταν ο σωλήνας περιστρέφεται γύρω από άξονα κάθετο στον άξονά του, η κηλίδα κινείται απ' τη μια άκρη στην άλλη.
- Προφανώς, μια εξωτερική δύναμη ενεργεί στα ηλεκτρόνια.
- Η εξωτερική δύναμη είναι η μαγνητική δύναμη. Η κίνηση της κηλίδας γίνεται κάθετα προς την κίνηση του σωλήνα, καθώς αυτός περιστρέφεται γύρω από άξονα κάθετο στον άξονά του.
- Η μαγνητική δύναμη στα ηλεκτρόνια θα βρίσκεται κοντά στο μέγιστό της, επειδή τα ηλεκτρόνια κινούνται κάθετα στις δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου της Γης.
- Περιγράψτε το σωλήνα γύρω από τον άξονά του. Σ' αυτή την περίπτωση, δεν παρατηρείται κίνηση της κηλίδας σε σχέση με το πλέγμα.
- Η τιμή της $B_{γης}$ εξαρτάται από τον τόπο που γίνεται το πείραμα. Στην περιοχή της ανατολικής Μασαχουσέτης, η τιμή πρέπει να είναι περίπου $5,0 \times 10^{-5}$ N/A·m ή 0,5 gauss.
- Η τιμή του $B_{γης}$ είναι κοντά σ' αυτή που βρέθηκε με επιταχύνουσα τάση 250 volt.

Κατάταξη των Προβλημάτων Παραγράφων και ΣΤΕ

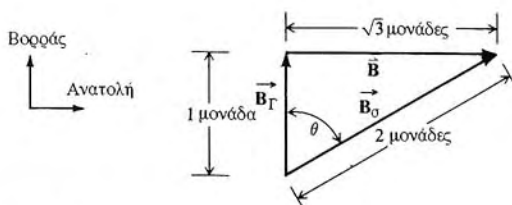
Παράγραφος	Εύκολα	Μέτρια	Δύσκολα
15 - 1	1, 2, 3		
15 - 2	4, 5, 6		
15 - 3	7, 8	9	
15 - 4	10, 11	12	
15 - 5	14, 15, 16	13	
15 - 6			
15 - 7	17, 18, 21	19, 20	
15 - 8	22	23	
15 - 9	24	25	
Σ.Τ.Ε.	26, 27, 30, 32	28, 29, 33, 34	31

Απαντήσεις στα Προβλήματα

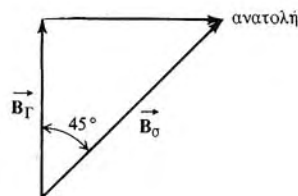
(Περιεχόμενο προβλημάτων όπως στο βιβλίο διδασκαλίας)

1. Όταν η μαγνητική βελόνα τοποθετείται σε μαγνητικό πεδίο που μεταβάλλεται τοπικά έντονα (π.χ. στις περιοχές κοντά στους πόλους του μαγνήτη του σχ. 15-1), τα διάφορα μέρη της βελόνας βρίσκονται σε διαφορετικές περιοχές, με διαφορετικές κατευθύνσεις μαγνητικού πεδίου. Η βελόνα μπορεί να δείξει μόνο μια μέση κατεύθυνση. Γι' αυτό η βελόνα πρέπει να είναι όσο γίνεται μικρότερη για να ελαχιστοποιηθεί αυτό το φαινόμενο.
2. Θα πρέπει να αναρτηθεί η μαγνητική βελόνα, έτσι ώστε το κέντρο της να βρίσκεται σε οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου που είναι μεσοκάθετο στο ραβδόμορφο μαγνήτη ή να βρίσκεται πάνω στον επιμήκη άξονα του ραβδόμορφου μαγνήτη, αλλά έξω από τους πόλους του.
3. Η πολικότητα του γήινου μαγνητικού πόλου που βρίσκεται στο Β Ημισφαίριο είναι αντίθετη της πολικότητας του βόρειου πόλου της πυξίδας. Είναι δηλ. νότιος μαγνητικός πόλος.
4. Τα ρινίσματα θα προσπαθούσαν να σταθούν όρθια κάθετα πάνω στο χαρτί.
5. Όχι. Είναι κλειστές γραμμές (δρόγχοι) με διάφορα σχήματα.
6. Κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού και στις δύο περιπτώσεις.
7. Το μέτρο της συνισταμένης εντάσεως των πεδίων είναι $\sqrt{2}$ φορές μεγαλύτερο από το μέτρο της μιας.
8. Η ένταση του πεδίου είναι ανάλογη προς την ένταση του ρεύματος.
9. (α) Αφού ξέρουμε τις κατευθύνσεις και τα μέτρα των δύο εντάσεων μαγνητικού πεδίου, μπορούμε να σχεδιάσουμε το διανυσματικό διάγραμμα των μαγνητικών εντάσεων υπό κλίμακα και να κατασκευάσουμε τη συνισταμένη ένταση μαγνητικού πεδίου $\vec{B}_\sigma$. Από το διάγραμμα αυτό με μετρήσεις βρίσκουμε τόσο το μέτρο της συνισταμένης εντάσεως $\vec{B}_\sigma$ όσο και την κατεύθυνσή της (σχ. B15-7).
Μερικοί μαθητές θα αναγνωρίσουν τρίγωνο, του οποίου οι πλευρές έχουν λόγους $1:\sqrt{3}:2$. όπως ενός τριγώνου με γωνίες $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ ή μπορούμε να βρούμε την θ από το διάγραμμα ή με τριγωνομετρία:

$$\tan \theta = \frac{B}{B_\sigma} = \sqrt{3} \text{ άρα } \theta = 60^\circ.$$



Σχήμα B15-7



Σχήμα B15-8

Η μαγνητική βελόνα θα δείχνει 60° βορειο-ανατολικά.

- (β) Εάν εξακολουθεί το πρόσθετο μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ να κατευθύνεται προς την ανατολή, το διανυσματικό διάγραμμα των εντάσεων θα είναι αυτό του σχ. B15-8 (σχηματίζεται ορθογώνιο τρίγωνο). Η γωνία ανάμεσα στα διανύσματα $\vec{B}_\Gamma$ και $\vec{B}_\sigma$ είναι 45° , άρα $B = B_\Gamma$.
10. Παράλληλα προς τις μαγνητικές γραμμές, με την ίδια ή την αντίθετη φορά προς αυτές.
11. Προς τα κάτω.
12. $F = 2,1 \text{ N}$
13. (α) Το αμπερόμετρο κινητού πλαισίου πρέπει να συνδεθεί παράλληλα με αντιστάτη διακλαδωτήρα που θα διαρρέεται από ρεύμα $1 - 1,0 \times 10^{-3} = 0,999 \text{ A}$. Όταν το αμπερόμετρο διαρρέεται από το μέγιστο ρεύμα $1,0 \times 10^{-3} \text{ A}$, η διαφορά δυναμικού στα άκρα του είναι $17 \times 1,0 \times 10^{-3} \text{ V} = 1,7 \times 10^{-2} \text{ V}$. Αυτή η διαφορά δυναμικού είναι η ίδια που επικρατεί και στα άκρα τους διακλαδωτήρα. Άρα η αντίσταση του διακλαδωτήρα πρέπει να είναι:

$$\frac{1,7 \times 10^{-2}}{0,999} = \frac{V}{A} = 1,7 \times 10^{-2} \Omega$$

- (β) Το αμπερόμετρο κινητού πλαισίου πρέπει να συνδεθεί σε σειρά με αντιστάτη R. Όταν το όργανο διαρρέεται από το μέγιστο ρεύμα $1,0 \times 10^{-3} \text{ A}$, η τάση στα άκρα του είναι $1,7 \times 10^{-2} \text{ V}$. Η τάση στα άκρα του R θα

πρέπει τότε να είναι $(15 - 1,7 \times 10^{-2})$

$$V = 14,983 \text{ V.}$$

Άρα η R πρέπει να είναι:

$$R = \frac{14,983 \text{ V}}{1,0 \times 10^{-3} \text{ A}} = 14.983 \text{ } \Omega$$

14. Θα έδειχνε μικρότερη τιμή.

15. (α) Ο συλλέκτης αντιστρέφει το ρεύμα στο πλαίσιο, όταν το επίπεδο του πλαισίου είναι κάθετο στη διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου.

(β) Εκτός αν το ρεύμα αντιστραφεί, το πλαίσιο θα μείνει ακίνητο, κάθετο στη διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου. Σ' αυτή τη θέση οι μαγνητικές δυνάμεις στο ρεύμα του πλαισίου δεν έχουν συνιστώσες που να μπορούν να περιστρέψουν το πλαίσιο.

16. Θα μπορούσαμε να αντιστρέψουμε τη φορά περιστροφής του πλαισίου, αντιστρέφοντας τους πόλους της μπαταρίας, ή αντιστρέφοντας τη φορά του μαγνητικού πεδίου, αλλά όχι και τα δύο μαζί.

17. Η ακτίνα αυξάνει ανάλογα με την τετραγωνική ρίζα της επιταχύνουσας τάσεως.

18. Εξαρτάται από το πρόσημο και το μέγεθος του φορτίου, την ταχύτητά του και τη συνιστώσα της εντάσεως του μαγνητικού πεδίου, την κάθετη στην ταχύτητα.

19. Η μαγνητική δύναμη πάνω σε κινούμενο φορτισμένο σωματίδιο είναι $F = qB \perp v$. Επειδή η δύναμη αυτή ενεργεί διαρκώς κάθετα στην ταχύτητα του σωματιδίου, αναγκάζει αυτό να διαγράφει κύκλο ακτίνας r . Άρα ενεργεί ως κεντρομόλος δύναμη: $qB \perp v = mv^2/r$.

$$\text{Επομένως: } p = mv = qB \perp r$$

Επειδή το πρωτόνιο και το ηλεκτρόνιο έχουν από ένα στοιχειώδες φορτίο, εάν αυτά κινούνται κάθετα στις μαγνητικές γραμμές του ίδιου πεδίου και διαγράφουν κύκλους ίσης ακτίνας, οι ορμές τους θα έχουν ίσα μέτρα.

Να σημειωθεί ότι τα διανύσματα της ορμής του πρωτονίου και του ηλεκτρονίου περιστρέφονται αντίθετα. Για να δρεθεί η φορά περιστροφής θα πρέπει να είναι γνωστή η κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου.

20. (α) $1 \mu\text{A} = 10^{-6} \text{ A}$. Αυτό σημαίνει ότι περνάει από κάθε διατομή φορτίο 10^{-6} C κάθε δευτερόλεπτο. Ένα coulomb είναι ισοδύναμο με $6,25 \times 10^{18}$ στοιχειώδη φορτία. Άρα:

$$1,00 \mu\text{A} = 1,00 \mu\text{C/s} =$$

$$= 1,00 \times 10^{-6} \text{ C/s} \times 6,25 \times 10^{18} \text{ στοιχ. φορτ./C} \\ = 6,25 \times 10^{12} \text{ στοιχ. φορτ./s}$$

Δηλ. διέρχονται $6,25 \times 10^{12}$ ηλεκτρόνια/s

(β) Επειδή η ταχύτητα των ηλεκτρονίων είναι $3,00 \times 10^6 \text{ m/s}$, θα περνάει από μια δοσμένη διατομή δέσμη μήκους $3,00 \times 10^6 \text{ m}$ κάθε δευτερόλεπτο. Από την απάντηση (α) γνωρίζουμε ότι μέσα σ' αυτό το τμήμα της δέσμης περιέχονται $6,25 \times 10^{12}$ ηλεκτρόνια. Εάν τα ηλεκτρόνια κατανέμονται ομοιόμορφα κατά μήκος της δέσμης, τότε σε $1,00 \text{ m}$ θα υπάρχουν

$$\frac{6,25 \times 10^{12} \text{ ηλεκτρ.}}{3,00 \times 10^6 \text{ m}} \times 1,00 \text{ m} = 2,08 \times 10^6 \text{ ηλεκτρ.}$$

(γ) Ρεύμα I μήκους l που δέχεται δύναμη $F = IB \perp l$ από μαγνητικό πεδίο εντάσεως B . Στην περίπτωση της δέσμης, κάθε ένα μέτρο της, που βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο $0,10 \text{ N/A.m}$, θα δέχεται δύναμη $F = (1,00 \times 10^{-6} \text{ A}) \cdot (0,10 \text{ N/A.m}) \cdot (1,00 \text{ m}) \Rightarrow \Rightarrow \Phi = 1,0 \times 10^{-7} \text{ N}$.

(δ) Από την ερώτηση (β) φαίνεται ότι 1 m δέσμης περιέχει $2,08 \times 10^6$ ηλεκτρόνια. Εάν η δύναμη είναι ίδια σε κάθε ηλεκτρόνιο, τότε αυτή θα ισούται με:

$$F = 1,0 \times 10^{-7} \text{ N} / 2,08 \times 10^6 \text{ ηλεκτρ.} = \\ = 4,8 \times 10^{-14} \text{ N}$$

Στο ίδιο αποτέλεσμα καταλήγουμε αν χρησιμοποιήσουμε τον τύπο $F = qvB$.

$$F = (1,6 \times 10^{-19} \text{ C}) (3,00 \times 10^6 \text{ m/s}) \times (0,10 \text{ N/A.m}) \\ = 4,8 \times 10^{-14} \text{ N}$$

21. Το σωματίδιο είναι κοντύτερα προς εμάς από ότι στην ευθεία που παριστάνει το μαγνητικό πεδίο και κινείται προς τα πάνω. Εφαρμόζουμε τον κανόνα του δεξιού χεριού. Προσανατολίζουμε το δεξί χέρι ώστε ο αντίχειράς μας να πάρει την κατεύθυνση της ταχύτητας του σωματιδίου και τα υπόλοιπα δάχτυλα, την κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου. Τότε η παλάμη δείχνει προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς. Άρα το φορτίο είναι θετικό.

22. Η ερώτηση αυτή αποτελεί κατευθείαν εφαρμογή της εξίσωσης (3) της Παραγράφου 15-8:

$$m = \frac{qB^2 r^2}{2V}$$

Αντικαθιστώντας βρίσκουμε: $m = 3,9 \times 10^{-26} \text{ kg}$

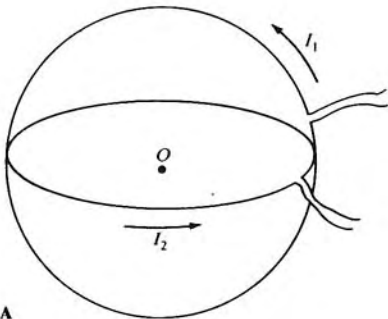
23. Οι ποσότητες που πρέπει να μετρηθούν είναι: Η διαφορά δυναμικού που επιταχύνει τα σωματίδια και το φορτίο των σωματιδίων. Οι δύο

αυτές ποσότητες καθορίζουν την κινητική ενέργεια των σωματιδίων πριν εισέλθουν στο μαγνητικό πεδίο. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου και η ακτίνα καμπυλότητας της τροχιάς των σωματιδίων μέσα στο πεδίο. Οι δύο αυτές ποσότητες μαζί με το φορτίο καθορίζουν την ορμή των σωματιδίων. Από την κινητική ενέργεια και την ορμή μπορούμε στη συνέχεια να προσδιορίσουμε τη μάζα των σωματιδίων.

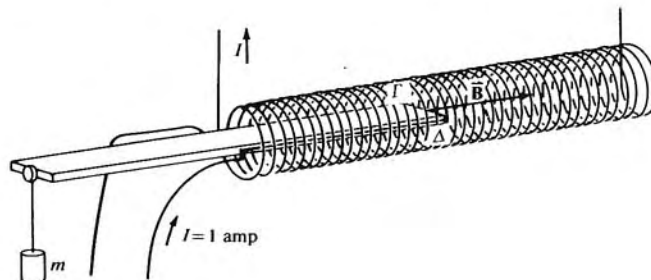
24. Όταν $v = E/B$, η ηλεκτρική δύναμη F ισούται με τη μαγνητική F_B επί των σωματιδίων άλφα. Εάν η ταχύτητα του σωματιδίου είναι μικρότερη από το λόγο E/B τότε, ενώ η F παραμένει σταθερή, η F_B μικραίνει (αφού $F = qvB$). Άρα η ολική δύναμη θα έχει την κατεύθυνση της F , δηλ. εδώ θα είναι προς τα πάνω.
25. Επειδή $v = E/B \Rightarrow B = E/v$.
Άρα $B = 2,5 \times 10^{-4} \text{ N/A.m}$

Απαντήσεις στα Προβλήματα ΣΤΕ

26. Με τον κανόνα του δεξιού χεριού βρίσκουμε ότι η ένταση του μαγνητικού πεδίου που παράγεται από το I_1 είναι κάθετη στη σελίδα και με φορά προς τα έξω. Η κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου που παράγεται από το I_2 είναι κατακόρυφη (βρίσκεται πάνω στη σελίδα) και με φορά προς τα πάνω (σχ. Β 15-9). Τα μέτρα B_1 και B_2 είναι ανάλογα των εντάσεων I_1 και I_2 , αντίστοι-



Σχήμα Α

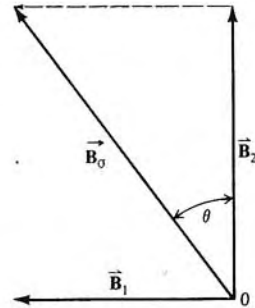


Σχήμα Β

χα. Μπορούμε επομένως να παραστήσουμε τα διανύσματα υπό κλίμακα και στη συνέχεια να μετρήσουμε τη γωνία θ που σχηματίζει η συνισταμένη $\vec{B}_0$ με την $\vec{B}_2$ (γραφική λύση). Μπορούμε όμως και τριγωνομετρικά (λογιστική λύση).

$$\tan \theta = B_1/B_2 = 3,0/4,0 = 0,75$$

$$\text{άρα } \theta \approx 37^\circ.$$



Σχήμα Β15-9

27. Εάν διοχετεύουμε ρεύμα κάθε φορά στον ένα μόνο από τους δρόχους και αντιστρέφουμε και τη φορά του, θα πάρουμε συνολικά τέσσερα διαφορετικά πεδία που θα αντιστοιχούν στην κάθε περίπτωση. Εάν διοχετεύουμε ρεύμα και στους δύο δρόχους ταυτόχρονα, θα πάρουμε επίσης τέσσερα επί πλέον διαφορετικά πεδία που θα αντιστοιχούν σε όλους τους δυνατούς συνδυασμούς. Άρα το σύνολο των διαφορετικών πεδίων θα είναι οκτώ.
28. (α) Το ρεύμα σε αγωγό, που είναι παράλληλος με τον άξονα του σωληνοειδούς, είναι επίσης παράλληλο με τις μαγνητικές γραμμές. Άρα δεν αναπτύσσεται πάνω του μαγνητική δύναμη. Η μαγνητική δύναμη στον αγωγό αυτό είναι μηδέν.
(Τα αποτελέσματα της επιδράσεως του μαγνητικού πεδίου πάνω στον αγωγό, κοντά στην άκρη του πηνίου, όπου το $\vec{B}$ δεν είναι εντελώς παράλληλο με τον αγωγό, θεωρούνται αμελητέα).

(β) Σύμφωνα με τα παραπάνω, δεν ασκούνται μαγνητικές δυνάμεις στους αγωγούς που μεταφέρουν το ρεύμα από την πηγή στο τμήμα ΓΔ και αντίστροφα. Το τμήμα ΓΔ είναι κάθετο στο μαγνητικό πεδίο και γι' αυτό ασκείται πάνω του μαγνητική δύναμη που, σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού, κατευθύνεται προς τα κάτω. Το μέτρο της είναι $F = BI\ell$. Άρα $F = 2 \times 10^{-4} \text{ N}$ προς τα κάτω.

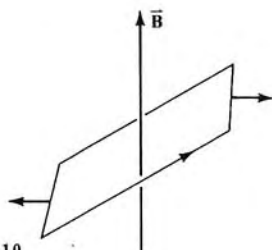
(γ) Αν υποθέσουμε ότι οι βραχίονες της ζυγαριάς (σχ. Β) είναι ίσοι μεταξύ τους, τότε η δύναμη F που δρέθηκε προηγουμένως θα είναι ίση με το βάρος, mg , της μάζας m που την ισορροπεί. Άρα

$$m = \frac{w}{g} = \frac{F}{g} \Rightarrow m = \frac{2 \times 10^{-4} \text{ N}}{9,8 \text{ m/s}^2} =$$

$$\approx 2 \times 10^{-5} \text{ kg}$$

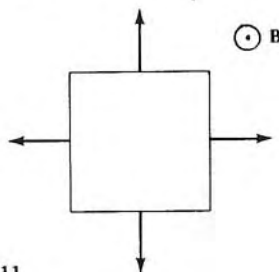
(δ) Στη θέση του σώματος m θα μπορούσαμε να τοποθετήσουμε ένα δυναμόμετρο με ελατήριο και να μετράμε μ' αυτό τη δύναμη F . Επειδή η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι περίπου ανάλογη με τη δύναμη που το επιμηκύνει (γραμμική εξάρτηση) και η μαγνητική δύναμη F είναι ανάλογη προς την ένταση I , η επιμήκυνση θα είναι ανάλογη προς το I . Άρα θα μπορούσαμε να βαθμονομήσουμε τη γραμμική κλίμακα του δυναμομέτρου να δείχνει κατευθείαν ampere.

29. (α) Ας υποθέσουμε ότι το επίπεδο του πλαισίου (δρόγχο) δεν είναι κάθετο στο μαγνητικό πεδίο. Στη θέση που φαίνεται στο σχ. Β15-10, το ρεύμα στο πλαίσιο δέχεται δυνάμεις που τείνουν να το στρέψουν, ώστε να γίνει κάθετο στο πεδίο. Πιο πολύπλοκοι προσανατολισμοί δίνουν πιο πολύπλοκες δυνάμεις, αλλά γενικά και σε οποιαδήποτε άλλη τυχαία θέση οι μαγνητικές δυνάμεις θα τείνουν να στρέψουν το δρόγχο ώστε να βρεθεί σε επίπεδο κάθετο προς το πεδίο.



Σχήμα Β15-10

(β) Όταν το πλαίσιο είναι κάθετο στο πεδίο, οι μαγνητικές δυνάμεις που ασκούνται στις πλευρές του πλαισίου φαίνονται στο σχ. Β15-11. Επειδή οι πλευρές είναι ίσες μεταξύ τους και διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα, οι δυνάμεις όλες έχουν το ίδιο μέτρο. Άρα η συνισταμένη τους είναι μηδέν. Στη θέση αυτή οι δυνάμεις τείνουν να ανοίξουν τις πλευρές του πλαισίου και ταυτόχρονα να το διατηρούν κάθετο στις μαγνητικές γραμμές του πεδίου.



Σχήμα Β15-11

Σημειώσεις στο Πρόβλημα 29

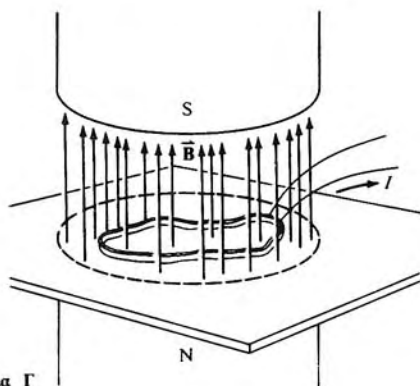
(1) Εάν το μαγνητικό πεδίο στο πρόβλημα 29 δεν ήταν ομογενές, το πλαίσιο θα έτεινε πάλι να γίνει, κατά μέσο όρο, κάθετο στο μαγνητικό πεδίο. (Θα ήταν δυνατό να βρεθούν πεδία που να μην περιστρέφουν το πλαίσιο). Μετά τον προσανατολισμό του όμως μπορεί να παραμείνει μια συνισταμένη δύναμη που θα μπορούσε να έχετε σε μεταφορική κίνηση το πλαίσιο αν δεν ήταν ελεύθερο. Αυτή η παραμένουσα ολική δύναμη μπορεί να αναλυθεί σε δύο συνιστώσες: μία παράλληλη και μια κάθετη προς το πλαίσιο. Είναι εύκολο να αποδειχτεί ότι και οι δύο αυτές συνιστώσες τείνουν να μεταφέρουν το πλαίσιο προς περιοχές μεγαλύτερης εντάσεως μαγνητικού πεδίου.

(2) Αν λάβουμε υπόψη μας ότι ένας ραβδόμορφος μαγνήτης είναι ισοδύναμος με μια διάταξη ρευματοφόρων δρόγχων με επίπεδα κάθετα προς το μαγνήτη μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το αντίστροφο αυτού για να απαντήσουμε στο (α). Αντικατάστησε το τετραγωνικό δρόγχο ρεύματος με έναν κατάλληλο σχηματισμό μαγνητών με κατεύθυνση $\vec{N}$. Όπως γνωρίζουμε οι μαγνήτες θα τείνουν να προσανατολιστούν με τον άξονά τους ο-

μόρφοπο προς το μαγνητικό πεδίο. Αυτή η θέση των μαγνητών είναι θέση ευσταθούς ισορροπίας. Προφανώς ο βρόγχος ρεύματος θα έχει το επίπεδό του κάθετο στο μαγνητικό πεδίο. Υπάρχει όμως και μια άλλη θέση ισορροπίας που είναι ακριβώς αντίστροφη της προηγούμενης. Όταν βρίσκεται στη θέση αυτή το πλαίσιο, οι δυνάμεις έχουν φορά προς τα μέσα, και στην παραμικρή μετακίνηση στρέφουν το πλαίσιο και το απομακρύνουν από τη θέση αυτή.

Αυτού είδους η ισορροπία λέγεται επομένως, ασταθής ισορροπία. Με τις δυνάμεις να δρουν προς τα έξω, η ισορροπία λέγεται ευσταθής, διότι η επίδραση των δυνάμεων είναι έτσι που να επαναφέρει το σώμα σε αυτή τη θέση αν συμβεί οποιαδήποτε μικρή απομάκρυνση από αυτή.

30. Εφαρμόζοντας τον κανόνα του δεξιού χεριού της Παραγράφου 15-2, βλέπουμε ότι η δύναμη σε κάθε κομμάτι της λωρίδας κατευθύνεται προς τα έξω. Με τον τρόπο αυτό η ελαστική λωρίδα αποκτά κυκλικό σχήμα και επιμηκύνεται τόσο



Σχήμα Γ

όσο επιτρέπουν οι μαγνητικές δυνάμεις από τη μια και οι δυνάμεις ελαστικότητας από την άλλη.

31. (α) Έστω m η μάζα του πρωτονίου, q το φορτίο του και v το μέτρο της ταχύτητάς του. Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει κάθετα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο B είναι:

$$r = \frac{mv}{qB} \quad (1)$$

Η ορμή του σε συνάρτηση με την κινητική του ενέργεια E_K είναι:

$$p = mv = \sqrt{2mE_K} \quad (2)$$

Άρα η ακτίνα ως συνάρτηση των δεδομένων ποσοτήτων, θα δίνεται από τη σχέση:

$$r = \frac{\sqrt{2mE_K}}{qB} \quad (3)$$

Η έκφραση για την περίοδο είναι απλούστερη.

Η περίοδος σώματος που κινείται ομαλά σε κυκλική τροχιά ακτίνας r δίνεται από τη σχέση: $T = 2\pi r/v$ (4)

Βάζοντας όπου r το ίδιο του από την πρώτη σχέση βρίσκουμε:

$$T = \frac{2\pi m}{qB} \quad (5)$$

- (6) Εάν η E_K τετραπλασιαζόταν, η ακτίνα μόνο που θα διπλασιαζόταν διότι η ακτίνα μεταβάλλεται ανάλογα με την τετραγωνική ρίζα της κινητικής ενέργειας. Η περίοδος όμως δεν εξαρτάται από την E_K και την r , γι' αυτό παραμένει αμετάβλητη.

- (γ) Η περίοδος δίνεται από τη σχέση (5) και με αντικατάσταση των μεγεθών με τις δοσμένες τιμές τους βρίσκουμε:

$$T = 3,12 \times 10^{-6} \text{ s} \text{ ή } T = 3,12 \text{ } \mu\text{s}$$

Η ακτίνα δίνεται από τη σχέση (3). Υπολογίζουμε αρχικά την E_K :

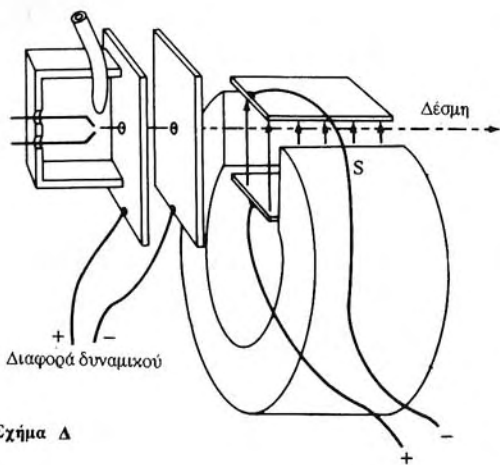
$$E_K = (4,60 \times 10^5 \text{ eV}) \times 1,6 \times 10^{-19} \text{ J/eV} = 7,36 \times 10^{-14} \text{ J}$$

Άρα η ακτίνα r θα είναι:

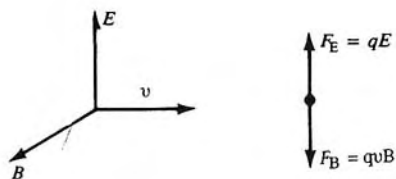
$$r = \frac{\sqrt{2(1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}) \cdot (7,36 \times 10^{-14} \text{ J})}}{(1,6 \times 10^{-19} \text{ C}) \cdot (2,10 \times 10^{-2} \text{ N/Am})} = 4,67 \text{ m}$$

32. Πρέπει να υπολογίσουμε την ταχύτητα για την οποία η μαγνητική δύναμη είναι ίση κατά μέτρο και αντίθετη της ηλεκτρικής (Βλ. σχ. Β15-12). Τα μέτρα των δύο αυτών δυνάμεων είναι ίσα: $qE = qvB$. Απαλείφοντας το q βρίσκουμε:

$$v = E/B \Rightarrow v = 5,0 \times 10^4 \text{ m/s}$$



Σχήμα Δ



Σχήμα B15-12

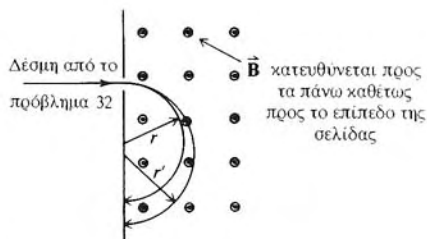
33. (α) Από το πρόβλημα 32 γνωρίζουμε ότι $v = 5,0 \times 10^4 \text{ m/s}$.

$$\text{Επειδή } mv = qBr \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r = 1,18 \times 10^{-1} \text{ m} \approx 12 \text{ cm}$$

$$\text{Άρα η διάμετρος } d = 24 \text{ cm}$$

- (β) Για ιόντα μάζας $3,7 \times 10^{-26} \text{ kg}$ είναι:



Σχήμα Ε

$$r = \frac{3,7}{3,4} \times 12 \text{ cm} = 13 \text{ cm}.$$

$$\text{Άρα } d = 26 \text{ cm}$$

Επομένως η απόσταση ανάμεσα στα σημά-

δια είναι:

$$(26-24) \text{ cm} = 2 \text{ cm}$$

34. (α) Μάζα = πυκνότητα $\times$ volume $\Rightarrow$
 $\Rightarrow m = 1,7 \times 10^{-4} \text{ g/cm}^3 \times 4,0 \times 10^{-2} \text{ cm}^3$
 $= 6,8 \times 10^{-9} \text{ kg}$

- (β) Ο ολικός αριθμός N των ατόμων ηλίου που παράγονται είναι ίσος με τον αριθμό των ατόμων που παθαίνουν διάσπαση (εκπέμπουν σωματίδια α).

$$\text{Άρα } N = 10^8 \times (4,0 \times 10^5 \text{ διασπάσεις/min}) \times 3,0 \times 10^4 \text{ min} = 1,2 \times 10^{18} \text{ διασπάσεις}$$

- (γ) Μάζα ενός ατόμου = $\frac{\text{μάζα του δείγματος}}{N} =$

$$\frac{6,8 \times 10^{-9} \text{ kg}}{1,2 \times 10^{18}} = 5,7 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

Επισκόπηση και Στόχοι

Στόχος αυτού του κεφαλαίου είναι να αναπτύξει την ιδέα της παραγωγής ηλεκτρικών πεδίων με χρονικά μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο και να την εφαρμόσει στην επιτάχυνση φορτισμένων σωματιδίων. Η επεξεργασία επεκτείνεται λογικά για να περιλάβει μια μικρή επαγωγή στις ηλεκτρογεννήτριες. Αυτό είναι μια απόκλιση από προηγούμενες εκδόσεις, οι οποίες είχαν και ένα δεύτερο στόχο, να παρουσιάσουν την προέλευση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων. Εδώ το κεφάλαιο του ηλεκτρομαγνητισμού προηγείται από αυτό της οπτικής και κυματικής και θεωρήθηκε ότι ήταν καλύτερα να υπάρχει ένας μοναδικός στόχος.

Το κεφάλαιο είναι προσεκτικά δομημένο ώστε να προχωρά από τα συγκεκριμένα και γνωστά στα αφηρημένα και απροσδόκητα. Αρχικά, το φαινόμενο της κίνησης αγωγού μέσα σε μαγνητικό πεδίο συσχετίζεται με την καμπύλωση της τροχιάς φορτισμένων σωματιδίων που κινούνται μέσα σε μαγνητικό πεδίο (Παράγρ. 16 - 1). Κατόπιν, ανακαλύπτουμε ότι εκείνο που έχει σημασία είναι η σχετική κίνηση του αγωγού ως προς το μαγνήτη και όχι η κίνηση αυτών σε σχέση με τον παρατηρητή (Παράγρ. 16 - 2).

Στην Παράγρ. 16 - 3 μαθαίνουμε ότι εκείνο που έχει σημασία για την παραγωγή επαγωγικού ρεύματος σε κλειστό κύκλωμα είναι η μεταβολή της μαγνητικής ροής που οφείλεται στη σχετική κίνηση και όχι αυτή καθαυτή η κίνηση. Η μεταβολή της μαγνητικής ροής και χωρίς την ύπαρξη κίνησης προκαλεί επίσης επαγωγικό ρεύμα. Στην Παράγρ. 16 - 4 επεκτείνουμε την παραπάνω γνώση στο γνωστό εναλλασσόμενο ρεύμα οικιακής χρήσεως.

Στη συνέχεια μεταθέτουμε την προσοχή μας από το επαγωγικό ρεύμα (που απαιτεί κλειστό κύκλωμα) στην ΗΕΔ από επαγωγή, που αναπτύσσεται ακόμη και αν το κύκλωμα δεν είναι κλειστό (Παράγρ. 16 - 4 και 16 - 5). Τελικά, απομακρύνουμε εντελώς τον αγωγό και συγκεντρώνουμε την προσοχή μας στο ηλεκτρικό πεδίο που παράγεται από τη μεταβολή της μαγνητικής ροής (Παράγρ. 16 - 7).

Υποδείξεις για τη Διδασκαλία

Παράγραφοι 16 - 1 και 16 - 2

Η ύλη που περιέχεται στις παραγράφους αυτές προσφέρεται καλύτερα με πειράματα επιδείξεως από τον καθηγητή και μελέτη από το μαθητή. Οι παρακάτω υποδείξεις ίσως είναι χρήσιμες για τη συναρμολόγηση των αναγκαίων υλικών μέσων.

1. Ποιοτικό Πείραμα με Συρμάτινο Βρόγχο.

Εξοπλισμός: Ένας μαγνήτης και ένα μικροαμπερόμετρο ή ευαίσθητος DC παλμογράφος. Ο μαγνήτης πρέπει να είναι ισχυρός. Είναι χρήσιμο να υπάρχουν μέγιστα πεδία 0,1 N/A.m, δηλ. 1.000 gauss έως 2.000 gauss. Εάν διαθέτετε διάφορα μικροαμπερόμετρα πάρτε εκείνο με τη μικρότερη εσωτερική αντίσταση. Εάν ο παλμογράφος που διαθέτετε ανταποκρίνεται σε κλάσματα του mV, τότε, προτιμήστε αυτόν.

Διαδικασία: Φτιάξτε ένα κλειστό κύκλωμα, χρησιμοποιώντας μακρύ αγωγό και το μικροαμπερόμετρο. Εάν χρησιμοποιήσετε παλμογράφο, συνδέστε στη θέση του οργάνου έναν αντιστάτη μεγάλης αντιστάσεως και τα άκρα του συνδέστε τα με τον παλμογράφο. Κινήστε γρήγορα τον αγωγό ανάμεσα στους πόλους του μαγνήτη. Το όργανο, ή ο παλμογράφος πρέπει να ανταποκριθούν.

Τυπικές τιμές και πιθανές δυσκολίες: Ας υποθέσουμε ότι ο μαγνήτης παράγει πεδίο 0,2 N/A.m και ότι οι πόλοι του έχουν εμβαδό 10 cm² (=10⁻³ m²). Τότε, κατά τη διέλευση του αγωγού μπροστά από τους πόλους, η μαγνητική ροή μέσα από το κλειστό κύκλωμα μεταβάλλεται από το μηδέν μέχρι τη μέγιστη τιμή που είναι: $\Phi_B = B \cdot A = 2 \times 10^{-4} \text{ N.m/A} = 2 \times 10^{-4} \text{ V.s}$. Εάν υποθέσουμε ότι η παραπάνω κίνηση διαρκεί 0,5 sec, τότε η ΗΕΔ από επαγωγή θα είναι:

$$E = \frac{2 \times 10^{-4} \text{ V.s}}{0,5 \text{ s}} = 4 \times 10^{-4} \text{ V}$$

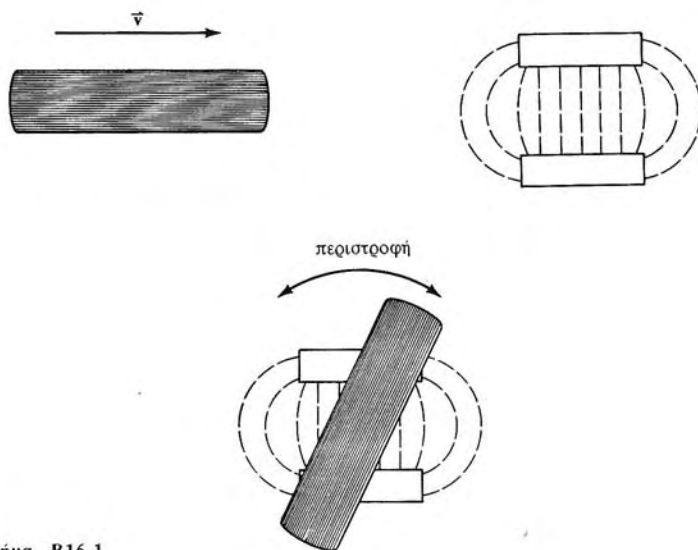
Εάν χρησιμοποιείτε αντιστάτη και παλμογράφο, αυτή η τάση θα αναπτύσσεται στα άκρα του αντιστάτη και θα «φαίνεται» στον παλμογράφο. Με τη βοήθεια του παλμογράφου μπορείτε επίσης να δείξετε ποιοτικά την εξάρτηση της ΗΕΔ από την ταχύτητα υ. Με μικροαμπερόμετρο, βέβαια, ίσως είναι δύσκολο να φανεί η παραπάνω εξάρτηση. Αν δεχτούμε ένα ιδανικό μικροαμπερόμετρο με εσωτερική αντίσταση 100 Ω, τότε η παραπάνω ΗΕΔ θα προκαλεί στο κύκλωμα ρεύμα εντάσεως

$$I = \frac{V}{R} = \frac{4 \times 10^{-4} \text{ V}}{100 \Omega} = 4 \times 10^{-6} \text{ A}$$

Η ένταση I εξαρτάται από την ΗΕΔ, άρα και από την ταχύτητα υ. Προτού όμως επιχειρήσετε να δείξετε αυτήν την εξάρτηση, καλό θα είναι να ελέγξετε αν το μικροαμπερόμετρο ανταποκρίνεται στις αλλαγές της υ.

Εάν το μικροαμπερόμετρο που έχετε δεν είναι αρκετά ευαίσθητο, θα ήταν προτιμότερο να χρησιμοποιήσετε, αντί ενός αγωγού, ένα πηνίο με πολλές σπείρες. Για 50 σπείρες η ΗΕΔ θα είναι: $E = 50 \times 4 \times 10^{-4} \text{ volt} = 2 \times 10^{-2} \text{ volt}$.

Η επίδειξη μπορεί να επεκταθεί περιστρέφοντας το πηνίο (ή το βρόγχο) γύρω από μια διάμετρό του, κάθετη χοντρικά στο μαγνητικό πεδίο, όπως φαίνεται στο σχ. Β 16-1. Αυτό το μέρος της επιδείξεως ταιριάζει καλύτερα με την Παράγρ. 16 - 3. Εάν χρησιμοποιήσετε αντιστάτη και παλμογράφο, μπορείτε να δείξετε και την εναλλαγή της πολικότητας της τάσεως στα άκρα του πηνίου. Η εναλλαγή αυτή θα μπορούσε να φανεί και με μικροαμπερόμετρο διότι αντιστρέφεται η απόκλιση του δείκτη. Ένα μικροαμπερόμετρο με



Σχήμα B16-1

μηδενική ένδειξη στο μέσο της κλίμακας του θα δείξει τη συμμετρία μεταξύ θετικών και αρνητικών τάσεων.

Κατά τις παραπάνω επιδείξεις καλό θα είναι να τονίσετε ότι μας ενδιαφέρει η συνιστώσα $B_{\perp}$, η κάθετη στην ταχύτητα και στον αγωγό και όχι η ολική ένταση B του μαγνητικού πεδίου.

2. Σχετική Κίνηση.

Συνδέστε τα άκρα ενός πηνίου, που χρησιμοποιήσατε στα Πειράμ. 25 και 26, με ένα μικροαμπερόμετρο. Κινήστε ένα ραβδόμορφο μαγνήτη μέσα-έξω στο πηνίο, με το πηνίο ακίνητο. Κατόπιν κρατάτε το μαγνήτη ακίνητο και κινήστε το πηνίο. Αυτό καταδεικνύει ότι η ΗΕΔ από επαγωγή εξαρτάται μόνο από τη σχετική κίνηση του πηνίου ως προς το μαγνήτη. Για ενίσχυση του μαγνητικού πεδίου θα μπορούσατε να δέσετε μαζί δύο ή περισσότερους μαγνήτες ομόρροπα.

3. Επαγωγικό Ρεύμα από Μεταβαλλόμενο Μαγνητικό Πεδίο.

(α) Διατηρώντας το πηνίο ακίνητο και κινώντας το μαγνήτη, δείξτε ότι το επαγωγικό ρεύμα αυξάνει, όταν αυξάνει ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής δια του πηνίου. Η ταχύτερη κίνηση του μαγνήτη επάγει ισχυρότερο ρεύμα. Όμως, δεν είναι η ταχύτητα του μαγνήτη, αυτή καθαυτή, που ενδιαφέρει. Πράγματι, αν χρησιμοποιήσετε έναν ασθενέστερο μαγνήτη, μπορείτε να πετύχετε το ίδιο επαγωγικό ρεύμα με αυτό του πρώτου μαγνήτη, αρκεί να κινείται ο δεύτερος με μεγαλύτερη ταχύτητα από τον πρώτο.

(Τη διαφορά στην ισχύ των μαγνητών μπορείτε να επιδείξετε με τον αριθμό καρφιών που μπορεί να σηκώσει ο καθένας από ένα σωρό καρφιών).

(β) Μπορεί να γίνει ένα απλό πείραμα με ηλεκτρομαγνήτη (αντί για μόνιμο μαγνήτη) με τη βοήθεια του πηνίου του Πειράμ. 25. Τυλίξτε μερικές σπείρες χονδρού μονωμένου καλωδίου γύρω από το σωληνοειδές και συνδέστε το με ένα ξηρό στοιχείο, παρεμβάλλοντας μαχαιρωτό διακόπτη. Δείξτε μετά τα παρακάτω:

(1) Όταν κλείνει ο διακόπτης, επάγεται ρεύμα στο πηνίο, επειδή μετα-

βάλλεται (αυξάνει) η μαγνητική ροή στο εσωτερικό του, αφού αυξάνεται η ένταση του μαγνητικού πεδίου.

(2) Όταν ανοίγει ο διακόπτης, πάλι επάγεται ρεύμα (αντίθετης τώρα φοράς), επειδή μεταβάλλεται (μειώνεται) η μαγνητική ροή.

(3) Δεν υπάρχει επαγωγικό ρεύμα στο πηνίο όταν η μαγνητική ροή στο εσωτερικό του παραμένει σταθερή, όταν ο διακόπτης του κυκλώματος του σωληνοειδούς παραμένει κλειστός.

(γ) Εάν διαθέσετε μετασχηματιστή, δείξτε στους μαθητές πώς λειτουργεί, χρησιμοποιώντας μια πηγή εναλλασσόμενης τάσεως και έναν παλμογράφο ή ένα βολτόμετρο AC. Δείξτε πειραματικά ότι ο λόγος των τάσεων στο δευτερεύον πηνίο δια του πρωτεύοντος πηνίου είναι περίπου ίσος με το λόγο των αντιστοίχων σπειρών τους.

Εάν διαθέσετε έναν παλιό μετασχηματιστή, ξετυλίξτε τον για να δουν οι μαθητές τον πυρήνα και τα πηνία, και αν υπάρχει χώρος, τυλίξτε μερικές σπείρες από μονωμένο αγωγό γύρω από το ένα από τα πηνία. Δείξτε τότε ότι αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή στα άκρα αυτού του τρίτου πηνίου, όταν ένα από τα αρχικά πηνία διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα.

4. Ρεύματα Επαγόμενα από Μεταβολή του Προσανατολισμού του Κυκλώματος ως προς το Μαγνητικό Πεδίο

Τυλίγουμε ένα μικρό πηνίο και το στερεώνουμε με μια ταινία στην άκρη από ένα καρφί ή ξυλάκι. Τα καλώδια, που περισσεύουν στις άκρες του πηνίου, συστρέφονται, στερεώνονται παράλληλα με το ξυλάκι και οδηγούνται σε αμπερόμετρο ή στον αντιστάτη με τον παλμογράφο στα άκρα του. Περιστρέφοντας αργά το ξυλάκι με το πηνίο, αναπαράγουμε τα φαινόμενα που φαίνονται στο σχ. 16 - 12.

5. Νόμος του Lenz και Διατήρηση της Ενέργειας.

Από τη φορά του επαγωγικού ρεύματος, όπως αυτή φαίνεται με το όργανο μετρήσεως και τη φορά ελικώσεως στο πηνίο, να βρεθεί η φορά του μαγνητικού πεδίου που παράγεται από το επαγωγικό ρεύμα. Δείξτε ότι αυτό το πεδίο αντιστέκεται στο μαγνητικό πεδίο του μαγνήτη και οδηγεί σε δύναμη επί του μαγνήτη η οποία εμποδίζει την κίνησή του και επομένως η φορά του επαγόμενου ρεύματος βρίσκεται σε συμφωνία με την αρχή διατήρησης της ενέργειας.

Ένα πολύ πειστικό πείραμα για τη μεταφορά ενέργειας από το μαγνήτη στο πηνίο, είναι το ακόλουθο: Κρεμάστε ένα ισχυρό ραβδόμορφο μαγνήτη από το άκρο του ελατηρίου που χρησιμοποιήθηκε στο Πείραμα 13, έτσι ώστε να μπορεί να ταλαντώνεται με τον άξονά του κατακόρυφα στο εσωτερικό του πηνίου που χρησιμοποιήθηκε στα Πειράμ. 25 και 26. Συνδέστε το πηνίο με ένα αμπερόμετρο (περίπου 0-3 A), παρεμβάλλοντας ένα μαχαίρωτο διακόπτη. Διατηρώντας το διακόπτη ανοιχτό, δάλτε το μαγνήτη σε ταλάντωση. Θα παρατηρήσετε ότι ταλαντώνεται χωρίς σημαντικές απώλειες. Ενώ ο μαγνήτης βρίσκεται σε ταλάντωση, κλείστε το διακόπτη του κυκλώματος του πηνίου. Θα παρατηρήσετε ότι η ταλάντωση σήνει γρήγορα, γιατί η μηχανική ενέργεια του μαγνήτη χάνεται αφού μεταφέρεται στο κύκλωμα του πηνίου, όπου ένεκα ροής ρεύματος στο σύρμα, εμφανίζεται τελικά ως απώλεια θερμότητας.

Το αμπερόμετρο πρέπει να έχει χαμηλή αντίσταση και τα καλώδια συνδέσεως να είναι χοντρά, ώστε το φαινόμενο της αποσβέσεως να είναι έντονο και εμφανές.

Παράγραφος 16 - 3

Η ροή ενός πεδίου, που είναι το γινόμενο της εντάσεως του πεδίου επί την επιφάνεια την κάθετη προς αυτό, είναι νέα έννοια για τους μαθητές. Δώστε λίγο χρόνο για την εξήγησή της με κατάλληλα σχέδια στον πίνακα. Σημειώστε ότι όπως και στην περίπτωση του έργου $W = F_{\perp}d$ ή $Fd_{\perp}$, έτσι και η μαγνητική ροή μπορεί να εκφραστεί ως: $\Phi_B = B_{\perp}A$ ή $\Phi_B = B \cdot A_{\perp}$. Το εμβαδόν επιφάνειας θεωρείται ως διάνυσμα με μέτρο A και διεύθυνση κάθετη στην επιφάνεια και με φορά προς τα έξω αν η επιφάνεια είναι μέρος κλειστής επιφάνειας. Η φορά είναι αμφίβολη κυρίως στην περίπτωση επιπέδων επιφανειών, αλλά αυτό δεν είναι σημαντικό για εμάς εδώ.

Όταν το μαγνητικό πεδίο είναι ανομοιογενές, τότε η ολική μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια υπολογίζεται από το άθροισμα των γινομένων $B_{\perp}\Delta A$ ή $B \cdot \Delta A_{\perp}$.

Μπορείτε ξανά να αναφέρεστε στην έννοια του έργου και να τονίσετε την αναλογία υπολογισμού του έργου με τον υπολογισμό της μαγνητικής ροής, για μεταβλητή δύναμη όπου αντικαθιστούμε το $F_{\perp}d$ με το άθροισμα όρων της μορφής $(F_{\perp}\Delta d)$.

Η έννοια της ροής ως γινόμενο μιας ποσότητας επί το εμβαδό μιας επιφάνειας θα εμφανιστεί ξανά στα Κεφ. 20 και 21, όπου εισάγομε την έννοια της ροής ενέργειας.

Παράγραφος 16 - 4

Στην παράγραφο αυτή συσχετίζονται οι προηγούμενες έννοιες με εφαρμογές στον οικιακό ηλεκτρισμό. Η ανάθεσή της για μελέτη θα είναι αρκετή, επειδή δεν δίνεται μεγάλη έμφαση σ' αυτή. Μερικοί από τους μαθητές, που θα ήθελαν να καταλάβουν την έννοια της ενεργού τάσεως και εντάσεως, ίσως χρειαστούν κάποια βοήθεια.

Παράγραφοι 16 - 5 και 16 - 6

Με το να μην υπάρχει πειραματική υποστήριξη στη θεωρητική ανάπτυξη, οι παράγραφοι αυτές απαιτούν περισσότερο χρόνο από τις προηγούμενες. Θα ήταν χρήσιμο να παρουσιάσετε μερικά από τα ενδιαμέσα βήματα που παραλείπονται στο κείμενο κατά την εξαγωγή ορισμένων τύπων. Π.χ., ξεκινώντας από τη σχέση

$$F = -IB$$

υπενθυμίζομε ότι $W = Fd$ και $d = v\Delta t$ ή $W = Fv\Delta t$. Άρα

$$W = -IBv \Delta t.$$

Παρομοίως, ξεκινώντας από τη σχέση $\varepsilon \Delta t = -IBv\Delta t$ υπενθυμίζομε ότι $Iv \Delta t = \Delta A$ και άρα $\varepsilon \Delta t - B \Delta A = -\Delta \Phi_B$
Επομένως:

$$\varepsilon = - \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t}$$

Η τελευταία σχέση αποτελεί το κλειδί για την κατανόηση των ηλεκτρογεννητριών.

Μπορείτε να αποφύγετε άσκοπες περιπλανήσεις, αν ακολουθήσετε το φυσικό συλλογισμό της Παραγρ. 16 - 6 για το πρόσημο της ΗΕΔ.

Παράγραφος 16 - 7

Αν και η παράγραφος αυτή αποτελεί το τέλος της όλης αναπτύξεως, θα μπορούσατε ίσως να την συζητήσετε με τα δυνατότερα τμήματα (τάξεις).

Κατάταξη των Προβλημάτων Παραγράφων και ΣΤΕ

Παράγραφος	Εύκολα	Μέτρια	Δύσκολα
16 - 1	1, 2		
16 - 2	3	4	
16 - 3	5, 6, 7, 8		
16 - 4	9, 10		
16 - 5	11, 12	13, 14	
16 - 6	15	17	16
16 - 7	18, 19, 20, 22	21	
Σ.Τ.Ε.	32	23, 24, 25, 27 28, 29, 30, 31	26, 33

Απαντήσεις στα Προβλήματα

(Περιεχόμενο προβλημάτων όπως στο διδύλιο διδασκαλίας)

1. Το θετικό φορτίο θα είναι στο Q και το αρνητικό στο P.
2. (α) Η δύναμη στο θετικό φορτίο κατευθύνεται από τη σελίδα προς τα έξω, ενώ στο αρνητικό φορτίο από έξω προς τη σελίδα.
(β) Όχι.
3. Καθώς ο μαγνήτης εξέρχεται, το αμπερόμετρο δείχνει ένα ρεύμα με φορά αυτή που φαίνεται στο σχήμα. Το ρεύμα μηδενίζεται, όταν σταματάει η κίνηση του μαγνήτη, ενώ εμφανίζεται και πάλι ρεύμα, αλλά αντίθετης φοράς, όταν ο μαγνήτης επιστρέφει κινούμενος προς το εσωτερικό του δρόγχου.
4. (α) I, II και VI
(β) V
5. Δεν θα αναπτυσσόταν ρεύμα, εάν όλος ο δρόγχος δρισκόταν σε περιοχή ομογενούς πεδίου.
6. (α) Όταν το επίπεδο του δρόγχου είναι παράλληλο προς το μαγνητικό πεδίο.
(β) Όταν το επίπεδο του δρόγχου είναι κάθετο στο μαγνητικό πεδίο.
7. Η μαγνητική ροή μέσα από το δρόγχο δεν θα αλλάξει.

$$8. \Phi_B = 1 \times 10^{-2} \text{ N.m/A.}$$

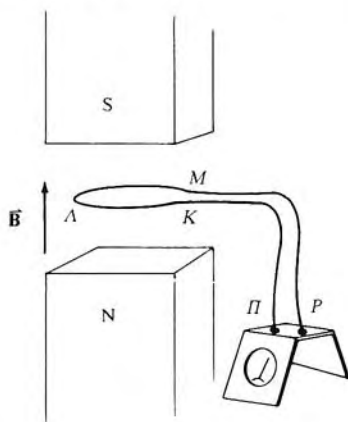
9. Το πλάτος της ηλεκτρικής τάσεως είναι 175 volt. Άρα η ενεργός τιμή της θα είναι $175/\sqrt{2} \text{ V} \approx 124 \text{ V}$. Επομένως η καταναλισκόμενη ισχύς θα είναι:

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{(124 \text{ V})^2}{21 \Omega} = 730 \text{ W}$$

10. Το ρεύμα σε μια λυχνία πυρακτώσεως ακολουθεί πιστά τις μεταβολές της τάσεως, έτσι πάει από το μηδέν στη μέγιστη (απολύτως) τιμή 100 φορές στο δευτερόλεπτο. Η θερμοκρασία τείνει να ακολουθήσει τις μεταβολές του ρεύματος, αλλά το νήμα της λάμπας δεν προλαβαίνει να ακτινοβολήσει όλη την ενέργεια τόσο γρήγορα. Γι' αυτό η θερμοκρασία φτάνει σε μια μέση τιμή, γύρω από την οποία παίζει λίγο προς τα πάνω και προς τα κάτω, ακολουθώντας τις μεταβολές του ρεύματος, αλλά είναι τόσο μικρή και τόσο γρήγορη η μεταβολή, που δεν γίνεται αντιληπτή. Αν όμως η συχνότητα είναι χαμηλή (π.χ. 25 Hz), οι μεταβολές της λαμπρότητας του νήματος γίνονται αντιληπτές και το φως τρεμοπαίζει ενοχλητικά.
11. Ναι. Η δύναμη που πρέπει να ασκούμε στο δρόγχο είναι ανάλογη με το ρεύμα, το οποίο θα είχε μικρότερη ένταση, αν η ηλεκτρική αντίστα-

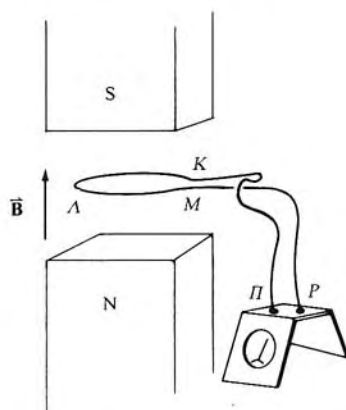
ση του δρόγγου αυξανόταν.

12. Σε μεγαλύτερη ταχύτητα η δύναμη στο δρόγγο πρέπει να είναι μεγαλύτερη, άρα και το έργο μεγαλύτερο.
13. $\varepsilon = 1 \times 10^{-4} \text{ V}$
14. $\varepsilon = 0,5 \text{ V}$
15. Όχι. Η μαγνητική δύναμη στο ρεύμα του δρόγγου, που είναι ανάλογη με την ταχύτητά του, αυξάνεται μέχρι να εξουδετερώσει την εφαρμοζόμενη σταθερή δύναμη. Από τότε και μετά ο δρόγγος θα κινείται με σταθερή ταχύτητα.
16. (α) Εάν εφαρμόσουμε τον κανόνα του δεξιού χεριού για το τμήμα του δρόγγου στην περιοχή του K, βρίσκουμε ότι θετικά φορτία κινούνται με κατεύθυνση προς εμάς και διαγράφουν το δρόγγο κατά την έννοια LKJ. Το ρεύμα εισέρχεται στο αμπερόμετρο από το P και ο δείκτης κινείται προς το P. Εάν ο δρόγγος επαναφέρεται στην αρχική θέση, το ρεύμα κινείται απομακρυνόμενο από εμάς στη θέση K του δρόγγου και ο δείκτης κινείται προς το Q.



Σχήμα Α

(α)



(β)

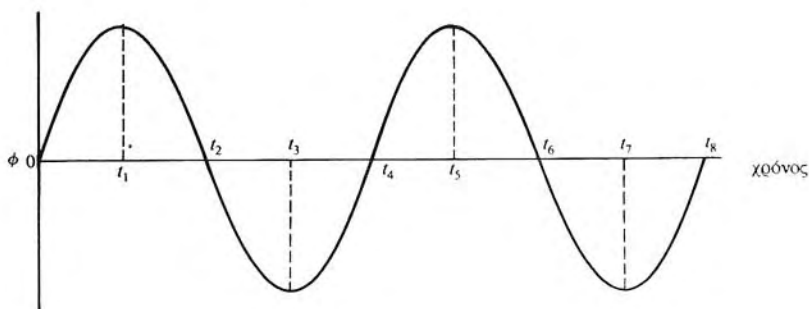
- (β) Εάν ο δρόγγος επαναφέρεται στην αρχική θέση όπως φαίνεται στο δεύτερο σχήμα, τότε το ρεύμα στο τμήμα της περιοχής K κινείται απομακρυνόμενο από εμάς, αλλά λόγω της περιστροφής του δρόγγου κατά 180° , το ρεύμα κινείται κατά τη φορά LKJ και ο δείκτης κινείται προς το P.
- (γ) Περιστρέφοντας το δρόγγο από την αρχική θέση (α) κατά 90° , το επίπεδό του γίνεται παράλληλο προς το μαγνητικό πεδίο. Έτσι, η μαγνητική ροή μηδενίζεται. Η περιστροφή αυτή μοιάζει με εξαγωγή του δρόγγου απ' το μαγνητικό πεδίο και ο δείκτης θα κινηθεί προς το P. Περιστρέφοντας το δρόγγο κατά

90° ακόμη κατά την ίδια φορά, για να τον φέρομε στη δεύτερη θέση, είναι σαν να εισάγουμε το δρόγγο στο μαγνητικό πεδίο, όπως κάναμε στη (β) ερώτηση. Άρα ο δείκτης ξανά θα κινηθεί προς το P.

17. Η φορά του πεδίου, που οφείλεται στο ρεύμα του δρόγγου, είναι προς τα κάτω. Το μαγνητικό πεδίο του δρόγγου, έχοντας την ίδια φορά με το πεδίο του μαγνήτη, τείνει να εμποδίσει τη μείωση της μαγνητικής ροής δια του δρόγγου.
18. Όχι. Οι δυναμικές γραμμές είναι κλειστές, επειδή δεν υπάρχουν ελεύθερα φορτία από τα οποία να αρχίζουν ή να τελειώνουν σ' αυτά.
19. Ναι. Ο δρόγγος εξακολουθεί να περικλείει το μαγνητικό πεδίο που παράγεται από το ρεύμα I και οιαδήποτε μεταβολή της ροής επάγει ΗΕΔ στο δρόγγο. (Ακριβέστερα, το μαγνητικό πεδίο που οφείλεται στο I θα είναι μεγαλύτερο και δεδομένη μεταβολή στο I θα προκαλέσει μεγαλύτερη ΗΕΔ στο δρόγγο. Αυτή η κατασκευή είναι ένας απλός μετασχηματιστής. Σχεδόν κάθε μετασχηματιστής λειτουργεί με κλειστό σιδή-

ρένιο πυρήνα.

20. Η ένταση του ρεύματος διπλασιάζεται.
21. (α) Το μέτρο της εντάσεως του ηλεκτρικού πεδίου γίνεται μέγιστο τις χρονικές στιγμές $t=0, t_2, t_4, t_6, t_8, \dots$
- (β) Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου μηδενίζεται τις χρονικές στιγμές $t=t_1, t_3, t_5, t_7, \dots$
- (γ) Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο χρονικό διάστημα t_1 έως t_3 είναι αντίθετης φοράς με την ένταση στο χρονικό διάστημα t_3 έως t_5 κ.ο.κ.
22. Τα ηλεκτρόνια θα έκαναν ελικοειδή κίνηση και θα χτυπούσαν στην εξωτερική πλευρά του αερόκενου δακτύλιου.



Σχήμα Β

Απαντήσεις στα Προβλήματα ΣΤΕ

23. (α) Επειδή το διάνυσμα $\vec{v}$ είναι προς τα αριστερά και το $\vec{B}$ προς τα κάτω, η δύναμη $\vec{F}$ σε όλα τα θετικά φορτία του αγωγού θα είναι προς τα εμπρός. Επειδή ολόκληρος ο αγωγός βρίσκεται σε περιοχή ομογενούς μαγνητικού πεδίου, το μέτρο της δύναμης είναι παντού το ίδιο. Τα θετικά φορτία ανάμεσα στα Ρ και Q ωθούνται προς το Ρ, ενώ τα θετικά φορτία που βρίσκονται ανάμεσα στα R και S ωθούνται προς το S με την ίδια δύναμη, με αποτέλεσμα να μην παρατηρείται ηλεκτρικό ρεύμα. Τα φορτία ανάμεσα στα Q και R και ανάμεσα στα S και Ρ ωθούνται κάθετα προς τον αγωγό και δεν προκαλούν ρεύμα.

(β) Όταν το τμήμα RS φθάνει σε περιοχή ασθενέστερου πεδίου, η δύναμη στα θετικά φορτία που υπάρχουν στο εσωτερικό του, εξακολουθεί να κατευθύνεται προς το S, αλλά είναι μικρότερη από τη δύναμη που ωθεί τα θετικά φορτία από το Q στο Ρ. Έτσι, μπορούν να κινηθούν θετικά φορτία περνώντας από τα σημεία QPSR, δημιουργώντας ηλεκτρικό ρεύμα κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού, όπως φαίνεται από τη θέση μας.

24. (α) $HE\Delta = B\dot{h} \Rightarrow HE\Delta = 0,1 \text{ V}$

(β) $I = F/Bl \Rightarrow I = 0,2 \text{ A}$

(γ) Το έργο μετατρέπεται σε εσωτερική ενέργεια του δρόγχου, αυξάνοντας τη θερμοκρασία του.

25. (α) Μερικοί μαθητές ίσως δώσουν μια σύντομη σωστή απάντηση, όχι όμως πλήρως θεμελιωμένη. Μια πλήρης απάντηση θα περιελάμβανε τρία δήματα:

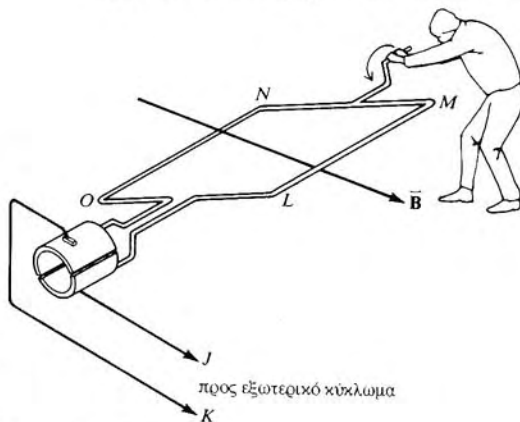
(1) Διευθετήστε ώστε να περιστρέφεται το πηνίο με μια εξωτερική μηχανική δύναμη.

(Το γεγονός ότι απαιτείται εξωτερική μηχανική δύναμη για την περιστροφή συνεπάγεται από την Παράγρ. 16-5, αλλά μπορεί και να προβλεφτεί από πρην).

(2) Τοποθετήστε το εξωτερικό κύκλωμα στη θέση της μπαταρίας.

(3) Βεβαιωθείτε ότι το ρεύμα κυκλοφορεί προς τη μια μόνο φορά. Ο έλεγχος αυτός στην ουσία εμπεριέχει την απάντηση στο μέρος (6). (Βλ. σχ. Β 16-2).

Όταν το επίπεδο του πηνίου είναι παράλληλο στις μαγνητικές γραμμές και η δεξιά πλευρά του κινείται προς τα πάνω, ενώ η αριστερή προς τα κάτω, η μαγνητική ροή στο πηνίο γίνεται για μια στιγμή μηδέν, αλλά μεταβάλλεται με το χρόνο και γι' αυτό αναπτύσσεται ΗΕΔ από επαγωγή. Η φορά του επαγωγικού ρεύματος μπορεί να βρεθεί μέσω της μαγνητικής δυνάμεως που ασκείται σε κινούμενο θετικό φορτίο. Θετικό φορτίο στο τμήμα LM ωθείται απ' το L στο M σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού και θετικό φορτίο στο NO ωθείται



Σχήμα Β16-2

από το Ν στο Ο. Το ρεύμα επομένως ρέει από το Κ, μέσα από το εξωτερικό κύκλωμα, και επιστρέφει στο J.

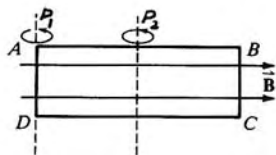
Καθώς το πηνίο συνεχίζει την περιστροφή του, η μαγνητική ροή εξακολουθεί να μεταβάλλεται, ώσπου το πηνίο γίνεται κάθετο στο πεδίο. Στη θέση αυτή η μαγνητική ροή καθίσταται μέγιστη. Η περαιτέρω περιστροφή προκαλεί αντίστροφη μεταβολή στη μαγνητική ροή. Έτσι, αν η ροή αυξανόταν πριν, τώρα μειώνεται (σχ. 16-12, 16-13 και 16-14), με αποτέλεσμα να αλλάζει η φορά του ρεύματος δια του πηνίου, παίρνοντας μηδενική τιμή τη στιγμή της αλλαγής φοράς. Απ' τη μεριά της μαγνητικής δύναμης σε κινούμενα θετικά φορτία, αυτή είναι μηδέν τη στιγμή που το πλαίσιο γίνεται κάθετο στο πεδίο, γιατί η ταχύτητα των φορτίων τότε είναι παράλληλη προς το πεδίο.

Προσέξτε πώς αλλάζουν επαφές οι ψήκτρες του συλλέκτη από τον ένα ημικύλινδρο (άκρο του πηνίου) στον άλλο, τη στιγμή εκείνη. Με την αλλαγή αυτή το ρεύμα στο εξωτερικό κύκλωμα διατηρεί την προηγούμενη φορά του. (Η παραπάνω επιχειρηματολογία μπορεί να επεκταθεί και για άλλους προσανατολισμούς του πηνίου).

- (β) Το επίπεδο των σπειρών του πηνίου πρέπει να είναι κάθετο στο $\vec{B}$, όταν οι ψήκτρες αλλάζουν επαφές στο συλλέκτη, επειδή τότε η επαγόμενη ΗΕΔ και το ρεύμα είναι μηδέν.

26. Αυτό είναι ένα απλό πρόβλημα επαγόμενης ΗΕΔ, αλλά ίσως είναι δύσκολο επειδή περιλαμβάνει κυκλική κίνηση αγωγού. Δίνει έμφαση στη σπουδαιότητα της μαγνητικής ροής. Αυτό το πρόβλημα είναι προτιμότερο να το συζητήσετε στο σχολείο, παρά να το δώσετε σαν εργασία στο σπίτι.

- (α) Η φορά του ρεύματος μπορεί να βρεθεί καθορίζοντας τη μαγνητική δύναμη σε θετικά φορτία, με τη βοήθεια του κανόνα του δεξιού χεριού. Λάβετε υπόψη σας το μήκος BC



Σχήμα Γ

και την περιστροφή γύρω από τον άξονα P_1 . Βάλτε τον αντίχειρα να κατευθύνεται προς τα μέσα της σελίδας (όπως και η ταχύτητα $\vec{v}$) και τα άλλα δάκτυλα κατά τη φορά του μαγνητικού πεδίου. Η ανοιχτή παλάμη δείχνει την κατεύθυνση της δύναμης σε θετικά φορτία, από το Β στο C. Δεν υπάρχει δύναμη κατά μήκος του AB και DC. Το AD δεν κινείται. Το επαγωγικό ρεύμα έχει φορά, τη φορά των δεικτών του ρολογιού μέσα στο δρόγχο.

Όταν η περιστροφή γίνεται γύρω από τον άξονα P_2 , η δύναμη σε θετικά φορτία στο τμήμα BC εξακολουθεί να έχει την ίδια φορά από το Β στο C. Με τον κανόνα του δεξιού χεριού βρίσκουμε ότι η δύναμη σε θετικά φορτία στο τμήμα DA έχει φορά από το D στο A. Αυτές οι δυνάμεις προκαλούν επαγωγικό ρεύμα κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού στο δρόγχο.

- (β) Η περιστροφή του πλαισίου έχει ως συνέπεια τη μεταβολή της μαγνητικής ροής από το μηδέν (πλαίσιο παράλληλο στο πεδίο) μέχρι μια μέγιστη τιμή (πλαίσιο κάθετο στο πεδίο), ανεξάρτητα από το πού βρίσκεται ο άξονας. Επομένως, όταν η (γωνιακή) ταχύτητα περιστροφής είναι η ίδια, τότε και ο ρυθμός μεταβολής της μαγνητικής ροής θα είναι η ίδια και για τους δύο άξονες, αφού το εμβαδόν του πλαισίου δεν αλλάζει. Άρα το ρεύμα θα είναι το ίδιο και στις δύο περιπτώσεις.

- (γ) Η επαγόμενη ΗΕΔ είναι ανάλογη προς το ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής και η τελευταία ανάλογη με το εμβαδόν του δρόγχου. Άρα και η ΗΕΔ θα είναι ανάλογη με το εμβαδόν του δρόγχου.

- (δ) Η μέγιστη ΗΕΔ επάγεται, όταν το επίπεδο του πλαισίου είναι παράλληλο προς το πεδίο, όπως στο σχ. Γ, επειδή τη στιγμή εκείνη η ροή μεταβάλλεται με το μέγιστο ρυθμό. Για να υπολογίσουμε τη μέγιστη ΗΕΔ λαμβάνουμε υπόψη μας από το (α) ότι η μόνη πλευρά, στην οποία αναπτύσσεται ΗΕΔ, είναι η BC. Η πλευρά αυτή τη στιγμή εκείνη κινείται με ταχύτητα κάθετη στην ένταση $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου. Άρα η ΗΕΔ από επαγωγή στα άκρα της θα δίνεται από τον τύπο: $\epsilon = vBl$.

Σε μια πλήρη περιστροφή με συχνότητα f , η πλευρά BC διαγράφει τόξο μήκους

$2\pi \times (AB)$ σε χρόνο $T=1/f$. Άρα η ταχύτητα της θα ισούται με:

$$v = \frac{2\pi \times (AB)}{T} = 2\pi f \times (AB)$$

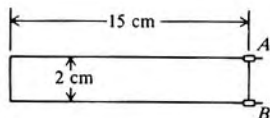
Επομένως η ΗΕΔ θα ισούται με:

$$\varepsilon = 2\pi f B \times (AB) \times (BC) \implies$$

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 2\pi \left(\frac{120}{2\pi} \frac{\text{κύκλοι}}{\text{s}} \right) \times \left(1,5 \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} \right) \times \\ &\times (0,10 \text{ m}) \times (0,04 \text{ m}) = 0,72 \text{ N.m/A.s} = \\ &= 0,72 \text{ J/C} = \underline{0,72 \text{ V}} \end{aligned}$$

27. (α) Για να υπολογίσουμε την επαγόμενη ΗΕΔ από τη μεταβολή της μαγνητικής ροής χρησιμοποιούμε τον τύπο:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t}$$



Σχήμα Δ

(Παραλείπουμε το αρνητικό πρόσημο διότι δεν μας ελέγχθη αν το AB κινείται προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά, οπότε θα μας ενδιαφέρουν μόνο τα μέτρα).

Η μεταβολή στη μαγνητική ροή οφείλεται στη μεταβολή του εμβαδού $\Delta A = l \cdot v \cdot \Delta t$, όπου v είναι η ταχύτητα του αγωγού AB και l το μήκος του. Άρα

$$E = \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = \frac{B \cdot \Delta A}{\Delta t} = \frac{B l v \Delta t}{\Delta t} = B l v$$

Αντικαθιστώντας τα μεγέθη με τις τιμές τους δρίσκομε:

$$E = \left(40 \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} \right) \left(0,20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) (0,02 \text{ m}) = \underline{0,16 \text{ V}}$$

Εναλλακτική λύση. Αν και η Παράγρ. 16-6 τονίζει τη σχέση ανάμεσα στη ροή και στην επαγόμενη ΗΕΔ, μερικοί μαθητές ίσως ήθελαν να εργασθούν στο πρόβλημα μέσω δυνάμεων. Η δύναμη που ασκείται σε ένα φορτίο q που κινείται με ταχύτητα $\vec{v}$ κάθετη σε μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ είναι: $F = qvB$.

Η ΗΕΔ είναι ίση με την ενέργεια (έργο) ανά φορτίο που απαιτείται για τη μεταφορά του φορτίου αυτού από το Α στο Β. Επειδή το έργο είναι ίσο με το γινόμενο της δύναμης επί τη μετατόπιση συνεπάγεται:

$$\varepsilon = \frac{F l}{q} = \frac{q v B l}{q} = B v l$$

Καταλήγουμε στο ίδιο αποτέλεσμα, άρα $\varepsilon = 0,16 \text{ V}$.

- (β) Η επαγόμενη ΗΕΔ εξαρτάται από το ρυθμό μεταβολής της ροής. Στην προκειμένη περίπτωση, η μεταβολή της ροής οφείλεται στη μεταβολή του εμβαδού. Επειδή ο ρυθμός μεταβολής του εμβαδού εξαρτάται από την ταχύτητα του AB και όχι από το εκάστοτε εμβαδό, η επαγόμενη ΗΕΔ θα είναι 0,16 V σε κάθε θέση του αγωγού AB, όπου η ταχύτητά του είναι $v = 20 \text{ cm/s}$. Άρα και στην περίπτωση που το AB δρίσκεται σε απόσταση 5,0 cm από τα αριστερά, η $\varepsilon = 0,16 \text{ V}$ παρόλο που το εμβαδόν είναι διαφορετικό. Προφανώς όταν η ταχύτητα γίνει 10 cm/s η ε θα γίνει η μισή, άρα θα είναι $\varepsilon = 0,08 \text{ V}$.

- (γ) Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας, η ενέργεια που προσφέρεται στο δρόγχο είναι ίση με την ενέργεια που παρέχεται στα φορτία που κινούνται σε διαφορά δυναμικού που δημιουργείται από τη ΗΕΔ. Επειδή η ΗΕΔ είναι η ενέργεια ανά φορτίο, η ολικώς προσφερόμενη ενέργεια είναι ίση με το γινόμενο της ΗΕΔ επί το ολικό φορτίο και ο ρυθμός με τον οποίο προσφέρεται η ενέργεια (ισχύς) είναι ίσος με το γινόμενο της ΗΕΔ επί το ρυθμό ροής φορτίου (ένταση ρεύματος).

Χρησιμοποιώντας την τιμή της ε που δρήκαμε στο (α) λαμβάνουμε:

$$\varepsilon I = (0,16 \text{ V}) (2,0 \text{ A}) = 0,32 \text{ J/s}$$

- (δ) Η αναγκαία για την κίνηση δύναμη είναι ίση κατά μέτρο, αλλά με αντίθετη κατεύθυνση με τη μαγνητική δύναμη στον αγωγό. Άρα το μέτρο της θα είναι:

$$F_{\text{αγωγ.}} = B I l = (40 \text{ N/A.m}) \times (2,0 \text{ A}) \times (2 \times 10^{-2} \text{ m}) = 1,6 \text{ N}$$

Διαφορετικά: Ο ρυθμός παροχής ενέργειας είναι ίσος με το γινόμενο της ασκούμενης δύναμης επί τη ταχύτητα μετατοπίσεως:

$$F_{\text{αγωγ.}} \cdot v = \text{ρυθμός παροχής ενέργειας} \Rightarrow$$

$$F_{\text{αγωγ.}} = \frac{\text{ρυθμός παροχής ενέργειας}}{v} = \frac{0,32 \text{ J/s}}{0,20 \text{ m/s}} = 1,6 \frac{\text{J}}{\text{m}} = 1,6 \text{ N}$$

28. Το πρόβλημα αυτό μπορεί να συζητηθεί σε διάφορα επίπεδα, ανάλογα με το διαθέσιμο χρόνο, τις ικανότητες, τα ενδιαφέροντα και την προετοιμασία της τάξεως.

Ο απλούστερος τρόπος είναι αυτός με την ΗΕΔ που επάγεται στον αγωγό, όταν αυτός κινείται, με αποτέλεσμα να αναπτύσσεται ηλεκτρικό ρεύμα στο κύκλωμα. Εφόσον υπάρχει ρεύμα στον αγωγό, ασκείται σ' αυτόν μαγνητική δύναμη, η οποία με τον κανόνα του δεξιού χεριού φαίνεται ότι αντιστέκεται στην κίνηση του αγωγού. Όταν η εξωτερική δύναμη απομακρυνθεί, ο αγωγός αρχίζει να επιβραδύνεται. Αυτό έχει ως συνέπεια τη μείωση της επαγωγικής ΗΕΔ, τη μείωση του επαγωγικού ρεύματος, άρα και τη μείωση της μαγνητικής δυνάμεως στον αγωγό. Η μείωση της δυνάμεως συνεπάγεται μείωση της επιταχύνσεως. Έτσι, ο αγωγός χάνει ταχύτητα με ρυθμό που διαρκώς ελαττώνεται.

29. Το πρόβλημα είναι ποιοτικό, αλλά δύσκολο, επειδή απαιτεί από τους μαθητές να λάβουν υπόψη τους τη ροή μέσα από το δορυφόρο που κινείται στο μαγνητικό πεδίο της γης. Οι μαθητές συναντούν δυσκολία να φανταστούν ρεύματα σε σφαιρικά κελύφη.

(α) Για τροχιά που παραμένει σε σταθερό μαγνητικό πλάτος (κατά την έννοια του γεωγραφικού) η μαγνητική ροή μέσα από το δορυφόρο δεν αλλάζει. Μια τέτοια τροχιά πρέπει να είναι κυκλική, να βρίσκεται πάνω στο επίπεδο του μαγνητικού ισημερινού και φυσικά να έχει το κέντρο της στο κέντρο της γης. (Ο «μαγνητικός ισημερινός» δεν συμπίπτει με το γεωγραφικό ισημερινό, αλλά χοντρικά θα μπορούσαμε να δεχτούμε ότι συμπίπτουν). Όταν λοιπόν ο δορυφόρος κινείται πάνω στον ισημερινό κύκλο, δεν παράγονται επαγωγικά ρεύματα στο μεταλλικό περίβλημά του, αλλά και σε κάθε μεταλλικό αντικείμενό του.

Για κάθε άλλη τροχιά, επειδή το $\vec{B}$ αλλάζει κατά κατεύθυνση και μέτρο, η μαγνητική ροή στα μεταλλικά τμήματά του θα μεταβάλλεται χρονικά και γι' αυτό θα ανα-

πτύσσονται επαγωγικά ρεύματα.

- (β) Τα ρεύματα παράγουν μαγνητικό πεδίο και ως εκ τούτου ο δορυφόρος θα ενεργεί σαν μικρός μαγνήτης. Θα αλληλεπιδρά επομένως λίγο με το «μαγνήτη» της γης και έτσι η δύναμη που θα δέχεται από τη γη δεν θα είναι μόνο βαρυτική. Αυτό θα έχει ως συνέπεια, ο δορυφόρος να αποκλίνει κατά τι από τη βαρυτική τροχιά, που θα ακολουθούσε, αν δεχόταν την επίδραση μόνο του δά-ρους του.

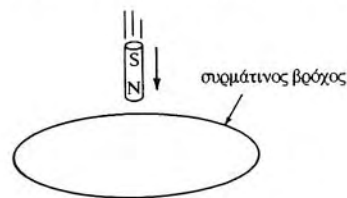
Μια άλλη συνέπεια της αλληλεπιδράσεως των δύο μαγνητικών πεδίων (δορυφόρου - γης), είναι η απώλεια μηχανικής ενέργειας από το δορυφόρο, που χάνεται ως θερμότητα, εξαιτίας των επαγωγικών ρευμάτων. Η απώλεια μηχανικής ενέργειας προξενεί πτώση του δορυφόρου σε μικρότερα ύψη και όλως περιέργως αύξηση της ταχύτητάς του.

Βέβαια, είναι πολύ δύσκολο να υπολογιστεί το μέτρο των παραπάνω δυνάμεων.

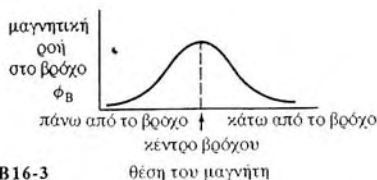
30. (α) Το πρώτο πράγμα που πρέπει να αντιληφθούν οι μαθητές είναι ότι, όταν ο μαγνήτης πέφτει, περνώντας μέσα από το δρόγχο, μεταβάλλεται η μαγνητική ροή στο δρόγχο. Είναι μηδέν, όταν ο μαγνήτης βρίσκεται μακριά πάνω από το δρόγχο, γίνεται μέγιστη τη στιγμή που ο μαγνήτης βρίσκεται στο κέντρο του δρόγγου και μηδενίζεται πάλι, όταν ο μαγνήτης βρεθεί μακριά κάτω από το δρόγχο. Η μεταβολή αυτή στη ροή επάγει ρεύμα στο δρόγχο.

Για να πάρουν μια ιδέα, πώς εξαρτάται η ένταση του επαγωγικού ρεύματος από τη θέση του μαγνήτη, μπορείτε να παραστήσετε πρώτα γραφικά τη μαγνητική ροή σε συνάρτηση με τη θέση του μαγνήτη (σχ. Β 16-3) και κατόπιν την επαγόμενη ΗΕΔ όπου για ευκολία μπορείτε να θεωρήσετε ότι ο μαγνήτης κινείται με σταθερή ταχύτητα.

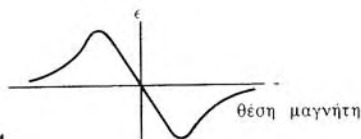
Γνωρίζουμε ότι $\varepsilon = \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t}$ (Παραλείπουμε το πρόσημο του τύπου και παρακολουθούμε μόνο την αλλαγή της φοράς του ε). Το ε



Σχήμα Ε



Σχήμα B16-3



Σχήμα B16-4

γίνεται μέγιστο κατά απόλυτη τιμή στα σημεία όπου η Φ_B μεταβάλλεται ταχύτερα, ενώ γίνεται μηδέν όπου η Φ_B παραμένει σταθερή (σχ. B 16-4).

Όταν ο μαγνήτης είναι πάνω από το βρόγχο, το Φ_B αυξάνει, το $\Delta\Phi_B$ είναι θετικό και

επομένως η $\varepsilon = \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$ είναι θετική. Όταν

η ροή Φ_B ελαττώνεται, η ε είναι αρνητική.

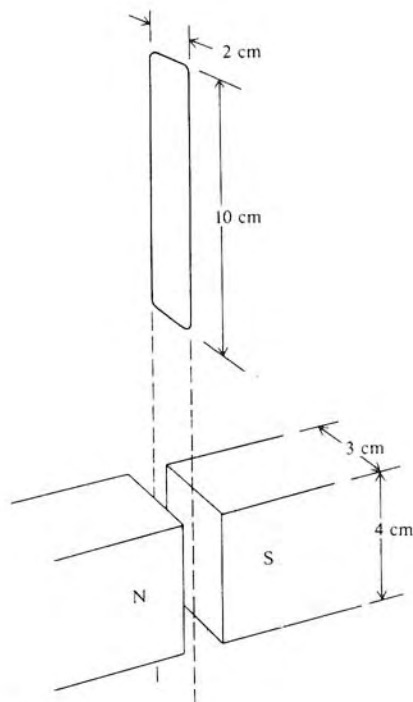
Το διάγραμμα της εντάσεως του ρεύματος θα μοιάζει με αυτό της ΗΕΔ. Για να δρούμε την ακριβή φορά του ρεύματος εφαρμόζουμε τον κανόνα του Lenz: Η μαγνητική ροή που παράγεται από το επαγωγικό ρεύμα αντιτίθεται στη μαγνητική ροή που δημιουργεί το επαγωγικό ρεύμα.

- (6) Επειδή το επαγόμενο ρεύμα παράγει μαγνητικό πεδίο, που απωθεί το μαγνήτη που πέφτει, ο μαγνήτης δεν θα πέφτει με σταθερή επιτάχυνση. Η επιτάχυνσή του αρχικά θα μειώνεται και μετά θα αυξάνεται και θα γίνεται ξανά «g».

31. Εφόσον ο δρόγχος βρίσκεται ψηλά πάνω από το μαγνητικό πεδίο, θα πέφτει ελεύθερα με σταθερή επιτάχυνση.

Μόλις όμως η κατώτερη πλευρά του εισέλθει στο μαγνητικό πεδίο, και όσο παραμένει μέσα σ' αυτό, η μαγνητική ροή δια του πλαισίου θα αρχίσει και θα συνεχίσει να αυξάνεται. Αυτή η μεταβαλλόμενη ροή επάγει ΗΕΔ στο πλαίσιο, η οποία δάξει σε κίνηση το φορτίο και παράγει ηλεκτρικό ρεύμα, όπως φαίνεται στο σχ. B 16-5. Η μαγνητική δύναμη $\vec{F}_m$ στην κατώτερη πλευρά του πλαισίου μειώνει την επιτάχυνσή του.

Μετά την έξοδο της κατώτερης πλευράς από το πεδίο, και μέχρις ότου εισέλθει η ανώτερη πλευρά στο πεδίο, το πλαίσιο θα πέφτει ελεύ-



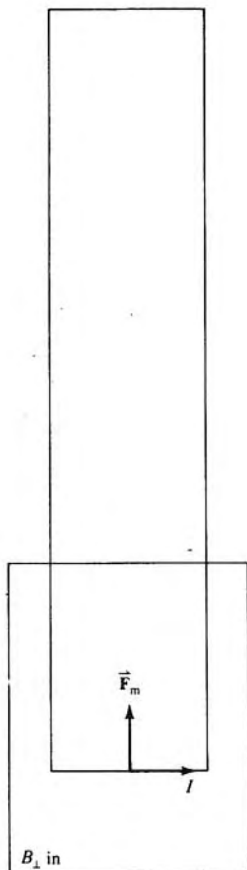
Σχήμα Z

θερα με την επιτάχυνση της βαρύτητας. Στη διάρκεια αυτή η μαγνητική ροή δια του πλαισίου παραμένει σταθερή, όπως μπορεί να φανεί στο σχ. B 16-6.

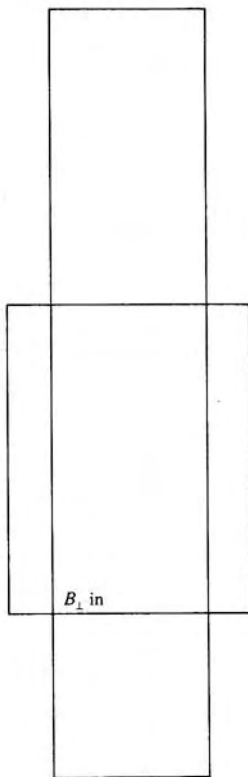
Από τη στιγμή που η ανώτερη πλευρά του πλαισίου εισέρχεται στο πεδίο, η μαγνητική ροή στο πλαίσιο αρχίζει να μειώνεται. Αυτό προκαλεί ΗΕΔ από επαγωγή και συνεπώς ηλεκτρικό ρεύμα στο πλαίσιο (σχ. B 16-7). Η μαγνητική δύναμη $\vec{F}_m$ στο ρεύμα αντιστέκεται πάλι στην πτώση και μειώνει την επιτάχυνση της κινήσεως.

Από τη στιγμή όμως που το πλαίσιο βρίσκεται εντελώς έξω από το μαγνητικό πεδίο, πέφτει ελεύθερα με σταθερή επιτάχυνση.

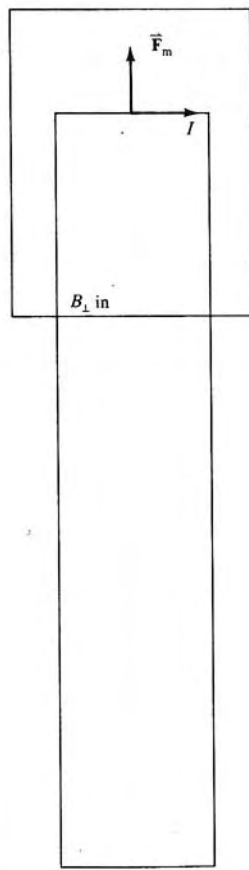
32. Όταν ο κινητήρας αποσυνδέεται από την πηγή, η μαγνητική ροή στο εσωτερικό του μειώνεται ταχύτατα. Αυτή η απότομη μείωση στη ροή παράγει στο πηνίο του ΗΕΔ από επαγωγή, που είναι συνήθως μεγαλύτερη από την τάση που απαιτείται για την κίνησή του. Η υψηλή τάση που εμφανίζεται στα άκρα του πηνίου επιταχύνει τα ελάχιστα ιόντα που υπάρχουν στον αέρα. Αυτά χτυπούν δίαια σε μόρια του αέρα, τα ιοντίζουν (Βλ. Παράγρ. 14-2), ο αέρας μετατρέπεται για λίγο σε αγωγό και σχηματίζεται σπινθήρας.



Σχήμα B16-5



Σχήμα B16-6



Σχήμα B16-7

33. Το πρόβλημα αυτό, που περιέχει εμφάνιση ΗΕΔ ένεκα επαγωγής, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να δώσει έμφαση στη δημιουργία ηλεκτρικού πεδίου με μεταβολή της μαγνητικής ροής. Περιλαμβάνει επίσης μερικά ενδιαφέροντα πράγματα γύρω από τους επιταχυντές σωματιδίων.

Η ενέργεια που μεταφέρεται στο ηλεκτρόνιο θα είναι ίση με το έργο της δύναμews που ασκείται πάνω του, το οποίο ισούται με το γινόμενο $F \cdot d$, όπου F η ηλεκτρική δύναμη και d η ολική μετατόπιση. Η δύναμη F μπορεί να υπολογιστεί από την ΗΕΔ που επάγεται στον κυκλικό δακτύλιο:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = \frac{24 \text{ N} \cdot \text{m}}{\text{A} \cdot \text{s}} = 24 \frac{\text{J}}{\text{C}} = 24 \text{ V}$$

Η ένταση E του ηλεκτρικού πεδίου υπολογίζεται από το γεγονός ότι το πεδίο δρα ομοιόμορφα σε όλο το μήκος $2\pi r$ του δακτυλίου (βλ.

παράγρ. 16 - 7). Δηλ. $\varepsilon = 2\pi r E \iff E = \frac{\varepsilon}{2\pi r}$

Το διάστημα που διανύει το ηλεκτρόνιο ενώ βρίσκεται κάτω από την επίδραση του πεδίου είναι $d = vt$ (δεχτήκαμε το v σταθερό). Η τάση που αντιστοιχεί στο διάστημα αυτό είναι:

$$V = Ed = \frac{\varepsilon}{2\pi r} vt = \frac{(24 \text{ V})(3,0 \times 10^8 \text{ m/s})(1/240 \text{ s})}{2(3,14)(0,50 \text{ m})}$$

$$\implies V = 9,6 \times 10^6 \text{ V}$$

Το ηλεκτρόνιο έχει ένα στοιχειώδες φορτίο και άρα κερδίζει ενέργεια $9,6 \times 10^6 \text{ eV} = 9,6 \text{ MeV}$. Το πρόβλημα επομένως αναφέρεται σε δέκατο των 10 MeV.

Διαφορετική λύση

Μπορούμε να φτάσουμε στο ίδιο αποτέλεσμα και ως εξής: Σε κάθε πλήρη περιφορά το ηλεκτρόνιο αποκτά ενέργεια $e\varepsilon = 24 \text{ eV}$, αφού η ΗΕΔ κατά μήκος του δακτυλίου είναι 24 V. Σε κάθε περιφορά το ηλεκτρόνιο διανύει διάστημα $2\pi r$. Άρα, για να καλύψει διάστημα vt θα πρέπει να κάνει $vt/2\pi r$ περιφορές. Η ενέργεια επομένως που θα κερδίσει συνολικά το ηλεκτρόνιο

θα είναι: ε (1 στοιχ. φορτίο) $\frac{vt}{2\pi r} = 9,6 \times 10^6 \text{ eV}$

Επισκόπηση και Στόχοι

Καθώς απομακρυνόμαστε απ' την καθημερινή πραγματικότητα και προχωρούμε στην έρευνα του φυσικού κόσμου, οι συνδέσεις ανάμεσα στις άμεσες παρατηρήσεις και τις εικόνες ή μοντέλα στο μυαλό μας γίνονται περισσότερο λεπτές. Το κεφάλαιο αυτό παρέχει θαυμάσιες ευκαιρίες στους μαθητές να συνειδητοποιήσουν το παραπάνω. Για το σκοπό αυτό θα ήταν χρήσιμο να ζητάτε από την τάξη να σας λέει με σαφήνεια ποιες είναι οι άμεσες παρατηρήσεις σε όλη την έκταση του κεφαλαίου, τις συνέπειες για το μοντέλο του ατόμου και ποιες προβλέψεις μπορούν να γίνουν με το μοντέλο αυτό. Αν και οι περισσότερες από τις περιγραφές των πειραμάτων είναι ποιοτικές, παρόλα αυτά η λογική είναι αυστηρή.

Το κεφάλαιο αυτό αναγκαστικά υπηρετεί σαν μια επανάληψη στα μαθήματα: ελαστικές κρούσεις, κίνηση φορτισμένων σωματιδίων σε ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο, καθώς και στις σχετιζόμενες με αυτά θεμελιώδεις αρχές. Συχνά γίνονται παραπομπές σε σχετικές παραγράφους για εκείνους τους μαθητές που θα είχαν την ανάγκη τους.

Η χρήση των πειραμάτων συγκρούσεως (σκεδάσεως), για να αντλήσουμε πληροφορίες για τις ιδιότητες που έχει η δύναμη αλληλεπιδράσεως, είναι νέα για τους μαθητές. Το ίδιο ισχύει και για το φαινόμενο της ραδιενεργούς διασπάσεως. Και τα δύο αξίζουν προσοχής, επειδή οι συγκρούσεις και οι διασπάσεις αποτελούν τα σπουδαιότερα εργαλεία που χρησιμοποιούνται στην πυρηνική φυσική και στη φυσική των στοιχειωδών σωματιδίων. Οι μεγάλοι επιταχυντές, που αναφέρονται περιοδικά στα νέα, προμηθεύουν τις δέσμες των σωματιδίων για τις συγκρούσεις.

Κινηματογραφική Ταινία

Το *Άτομο του Rutherford*, του Robert I. Hulsizer, είναι μια παρουσίαση του πειράματος σκεδάσεως του Rutherford, της σκεδάσεως σωματιδίων α από λεπτό φύλλο χρυσού. Το πείραμα και τα αποτελέσματά του αναλύονται αρκετά σε βάθος, έτσι που το φιλμ να σηκώνει το μεγαλύτερο βάρος στην ανάπτυξη των πέντε πρώτων παραγράφων του κεφαλαίου. Ίσως ήταν σκόπιμο να προβάλετε το φιλμ σε δύο διδακτικές ώρες για να αφήσετε χρόνο για συζήτηση. Διάρκεια 40 λεπτά.

Υποδείξεις για τη Διδασκαλία

Παράγραφος 17 - 1

Οι μαθητές αναμένεται να γνωρίζουν τη σχέση ανάμεσα στη μάζα, τον όγκο και την πυκνότητα. Εντούτοις αξίζει να επιμείνετε στην εύρεση του αριθμού των ατομικών στρωμάτων σε ένα λεπτό μεταλλικό φύλλο, έως ότου δεβαιωθείτε ότι οι μαθητές μπορούν από μόνοι τους να επαναλάβουν τα ίδια δήματα.

Οι μαθητές μπορεί να διερωτηθούν μήπως οι σκεδάσεις με μεγάλες γωνίες είναι το αθροιστικό αποτέλεσμα πολλαπλών σκεδάσεων με μικρές γωνίες. Με άλλα λόγια, είναι το φύλλο του χρυσού αρκετά λεπτό, ώστε να μας επιτρέπει να δγάζουμε συμπεράσματα για μοναδικές συγκρούσεις ανάμεσα σε ένα σωματίδιο α και ένα άτομο; Η απάντηση στο ερώτημα αυτό μπορεί να βρεθεί παρατηρώντας πώς μεταβάλλεται το ποσοστό των σωματιδίων α , που παθαίνουν εκτροπή προς μια ορισμένη γωνία, σε συνάρτηση με το πάχος του φύλλου. Αυτό το ποσοστό θα αυξάνει ανάλογα με το πάχος, μόνο αν οι εκτροπές οφείλονται σε μοναδικές συγκρούσεις. Ακριβώς αυτό συμβαίνει στην περίπτωση που χρησιμοποιούμε λεπτό φύλλο χρυσού στο πείραμα.

Παράγραφος 17 - 2

Προχώρησε στην παράγραφο αυτή σε βάθος. Η κατανόηση του περιεχομένου της είναι αναγκαία όχι μόνο για τις επόμενες παραγράφους, αλλά και για την ανάπτυξη της δομής του ατόμου του υδρογόνου στο Κεφ. 27.

Παράγραφοι 17 - 3 και 17 - 4

Το κύριο σημείο που πρέπει να δώσετε σ' αυτές τις παραγράφους, είναι ότι διαφορετικοί νόμοι δυνάμεων παράγουν διαφορετικές γωνιακές κατανομές στο πείραμα σκεδάσεως. Ο νόμος του Coulomb – ένας νόμος του αντιστρόφου τετραγώνου – προβλέπει μια ειδική γωνιακή κατανομή, που συμφωνεί με την πειραματική κατανομή των σωματιδίων α για διάφορες ενέργειες. Δυστυχώς, οι υπολογισμοί βρίσκονται πέρα από το σκοπό αυτής της σειράς μαθημάτων. Όμως, οι καλύτεροι μαθητές μπορούν να βρουν το N_θ ως συνάρτηση του θ στην περίπτωση μιας δυνάμεως που μεταβάλλεται απότομα, λύνοντας το Πρόβλημα 33 και επαληθεύοντας έτσι το σχ. 17 - 15 από μόνοι τους, αποκτώντας έτσι μια σαφή εμπειρία στην εύρεση γωνιακής κατανομής.

Πειράματα σκεδάσεως είναι δύσκολα να πραγματοποιηθούν στην τάξη. Το μηχανικό μοντέλο που περιγράφεται στο κείμενο μπορεί αρκετά καλά να δώσει ποιοτικές επεξηγήσεις, ενέχει όμως το μειονέκτημα να είναι δισδιάστατο αντί για τρισδιάστατο. Έτσι, όπως είπαμε και πριν, το φιλμ μπορεί να φανεί πολύ χρήσιμο.

Παράγραφος 17 - 5

Να δώσετε την παράγραφο αυτή για μελέτη και να ελέγξετε αν κατανόησαν την επίδραση του πυρηνικού φορτίου στη γωνιακή κατανομή και το ρόλο που παίζει η ελάχιστη απόσταση (πλησιάζματος) στην ισχύ του νόμου του Coulomb για πολύ μικρές αποστάσεις.

Παράγραφος 17 - 6

Βάλτε την τάξη να μελετήσει τον Πίνακα 1 για να φωτιστεί το γεγονός ότι οι μάζες των ισotόπων ή ένα μικρό ακέραιο πολλαπλάσιο ενός δεδομένου στοιχείου διαφέρουν μεταξύ τους σχεδόν ακριβώς κατά μια μονάδα ή ένα μικρό ακέραιο πολλαπλάσιο ατομικής μάζας. Η παρατήρηση αυτή θα δώσει μια καλή εισαγωγή στην Παράγρ. 17 - 7.

Παράγραφος 17 - 7

Αν αναθέσετε για επανάληψη στο σπίτι την Παράγρ. 7 - 5, αυτό θα διευ-

κολύνει τη μελέτη της παρούσας παραγράφου.

Οι μαθητές ίσως προβληματιστούν πώς ο Ghadwick μέτρησε την ταχύτητα αναπηδήσεως των πρωτονίων ή των ατόμων του αζώτου. Τόσο το υδρογόνο όσο και το άζωτο ιοντίζονται όταν συγκρούονται με τα νετρόνια και οι τροχιές τους φαίνονται στο θάλαμο νέφους (θάλαμο Wilson). Οι ταχύτητές τους υπολογίστηκαν από το μήκος των τροχιών τους.

Παράγραφος 17 - 8

Όπως η μελέτη του Πίνακα 1 οδηγεί στην Παράγρ. 17 - 7, έτσι και η μελέτη του Πίνακα 2 και του σχ. 17 - 19 οδηγεί στην Παράγρ. 17 - 8, θέτοντας μάλιστα και την ερώτηση αν μπορούμε να προσθέτουμε νετρόνια σε οποιοδήποτε ισότοπο για να παράγουμε ολοένα βαρύτερα στοιχεία. Προφανώς, η παράγραφος δίνει την πιο υποτυπώδη απάντηση στο ερώτημα αυτό.

Κατάταξη των Προβλημάτων Παραγράφων και ΣΤΕ

Παράγραφος	Εύκολα	Μέτρια	Δύσκολα
17 - 1	1, 3, 4	2	
17 - 2	5, 6, 7		
17 - 3	8, 9, 10		
17 - 4	11, 12, 13, 14, 15		
17 - 5	18	16, 17, 19	
17 - 6	20, 21		
17 - 7	22	22	
17 - 8	24, 26	25	
ΣΤΕ	31, 41	27, 28, 29 32, 34, 35 36, 38, 40	30, 33, 37 39

Απαντήσεις στα Προβλήματα

(Περιεχόμενο προβλημάτων όπως στο διδύλιο διδασκαλίας)

1. Ας υποθέσουμε ότι βρήκατε ότι 200 σελίδες, ή 100 φύλλα, του σχολικού εγχειριδίου έχουν 0,8 cm πάχος. Συνεπώς κάθε φύλλο έχει 8×10^{-3} cm ή 8×10^{-5} m πάχος. Επειδή κάθε φύλλο χρυσού έχει πάχος 1×10^{-7} m, χρειαζόμαστε μια στίβα από 800 φύλλα χρυσού για να φτάσουμε στο πάχος ενός φύλλου του παραπάνω διδύλου.

2. (α) $\text{μάζα} = \text{όγκος} \times \text{πυκνότητα} = \text{εμβαδόν} \times \text{πάχος} \times \text{πυκνότητα}$. Άρα $\text{πάχος} = \frac{\text{μάζα}}{\text{εμβαδόν} \times \text{πυκνότητα}} = \frac{5 \times 10^{-3} \text{ kg}}{(1\text{m}^2)(1 \times 10^4 \text{ kg/m}^2)}$
 $\Rightarrow \text{πάχος} = 5 \times 10^{-7} \text{ m}$

(β) Ο όγκος του κουτιού που αντιστοιχεί σε κάθε άτομο ισούται με το πηλίκο της μάζας του ατόμου προς την πυκνότητα του αργύρου. Επομένως το μήκος της κάθε ακμής αυτού του μικρού κυβικού κουτιού θα είναι:

$$\begin{aligned} \text{μήκος ακμής} &= \left(\frac{\text{μάζα ατόμου}}{\text{πυκνότητα}} \right)^{1/3} = \\ &= \left(\frac{1,8 \times 10^{-25} \text{ kg}}{1 \times 10^4 \text{ kg/m}^3} \right)^{1/3} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{μήκος ακμής} = 3 \times 10^{-10} \text{ m}$$

(γ) Το πάχος του φύλλου σε μονάδες ατομικών «κουτιών» είναι: $\frac{5 \times 10^{-7} \text{ m}}{3 \times 10^{-10} \text{ m}} = 2 \times 10^3$

3. Ο μεγάλος αριθμός των σωματιδίων που διαπερνούν το φύλλο χωρίς να εκτραπούν, συγκρινόμενος με το μικρό αριθμό που υφίστανται ε-

κτροπή, μας λέει ότι η πιθανότητα για μια σύγκρουση είναι πολύ μικρή. Συνεπώς η πιθανότητα να πάθει ένα σωματίδιο α δύο συγκρούσεις είναι ακόμη μικρότερη.

4. Το άτομο πρέπει να είναι κυρίως κενός χώρος, με κάτι μέσα του που μπορεί να ασκήσει ισχυρή δύναμη σε ένα σωματίδιο άλφα.
5. Η δυναμική ενέργεια σε απόσταση r είναι $k q_1 q_2/r$. Όλη αυτή η ενέργεια μεταφέρεται στο κινούμενο φορτισμένο σωματίδιο ως κινητική ενέργεια στο άπειρο.

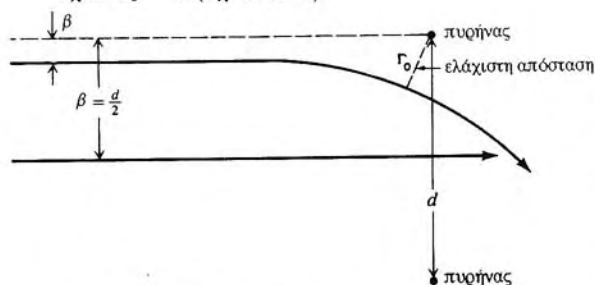
$$6. \text{ Έργο } W = \Delta U = kQq \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{2r} \right]$$

$$7. \frac{E_r}{E_{2r}} = \frac{4}{1} \quad \frac{U_r}{U_{2r}} = \frac{2}{1}$$

8. Είναι η γωνία ανάμεσα στην αρχική και τελική κατεύθυνση της ταχύτητας του σκεδαζόμενου σωματιδίου.
9. Έχουμε δεχτεί ότι κάθε άτομο χρυσού καταλαμβάνει το χώρο ενός κυβικού κουτιού που έχει μήκος ακμής $2,5 \times 10^{-10} \text{ m}$. Σε μια διάταξη τέτοιων κουτιών, που είναι τοποθετημένα το ένα κοντά στο άλλο, το μέγιστο δυνατό σφάλμα σκοπεύσεως θα ήταν ίσο με το μισό της διαγώνιου της έδρας κάθε κύβου. Δηλ.

$$1,8 \times 10^{-10} \text{ m}$$

10. Εάν δεν υπήρχε άπωση ανάμεσα στον πυρήνα και το σωματίδιο α, το σφάλμα σκοπεύσεως δ θα ήταν πάντοτε ίσο με την απόσταση r_0 του πλησιέστερου σημείου (ελάχιστη απόσταση) της τροχιάς από τον πυρήνα. Επειδή υπάρχει άπωση είναι πάντοτε $r_0 > \delta$, εκτός από την περίπτωση που $\delta = d/2$, όπου d η απόσταση μεταξύ των πυρήνων. Στην περίπτωση του προβλήματος ισχύει $r_0 = \delta$ (σχ. Β 17-1).



Σχήμα Β17-1 Δεν είναι σχεδιασμένο υπό κλίμακα

11. Δεν μπορούμε να μετρήσουμε το δ κατευθείαν, επειδή δεν γνωρίζουμε πού βρίσκεται ο κάθε πυρήνας, ούτε γνωρίζουμε τις ακριβείς τροχιές των σωματιδίων α.

12. Το N_θ είναι ανάλογο με το τετράγωνο του σφάλματος σκοπεύσεως.
13. Είναι ένα πεδίο Coulomb, που σημαίνει ότι μεταβάλλεται με το νόμο του αντιστρόφου τετραγώνου ($1/r^2$).
14. Με γωνίες ανάμεσα σε 90° και 180° .
15. Επειδή το διάγραμμα είναι μικρό, μόνο μια κατά προσέγγιση απάντηση είναι δυνατή. Ο λόγος είναι:

$$\frac{N_{15^\circ}}{N_{22,5^\circ}} \approx \frac{1,2}{0,6} \approx 2$$

16. Περίπου 6 φορές πλησιέστερα.

$$17. r_0 = 7 \times 10^{-15} \text{ meter.}$$

18. Το νόμο διατήρησης της ενέργειας.

19. (α) Η αρχική δυναμική ενέργεια των πρωτονίων, που οφείλεται στις δυνάμεις Coulomb είναι:

$$k \frac{q_1 q_2}{r} = 2,3 \times 10^{-28} \times \frac{N \cdot m^2 (1 \text{ στοιχ. φορτ.})^2}{(1 \text{ στοιχ. φορτ.})^2 \cdot (10^{-10} \text{ m})} = 2,3 \times 10^{-18} \text{ J}$$

Όπου έχει θεωρηθεί ως μηδέν δυναμική ενέργεια η δυναμική ενέργεια για μεγάλη (άπειρη) διαχωριστική απόσταση. Σε μεγάλη λοιπόν απόσταση τα πρωτόνια θα έχουν δυναμική ενέργεια μηδέν και άρα μόνο κινητική ενέργεια, και επειδή η αρχική κινητική ενέργειά τους ήταν μηδέν, η τελική κινητική ενέργεια θα είναι ίση με την αρχική δυναμική, δηλ. $2,3 \times 10^{-18} \text{ J} = 14,4 \text{ eV}$.

Κάθε πρωτόνιο θα έχει το μισό της ολικής κινητικής ενέργειας (από τη διατήρηση της ορμής), άρα η κινητική ενέργεια κάθε πρωτονίου θα είναι $1,2 \times 10^{-18} \text{ J}$.

- (β) Επειδή δεν μπορεί να αποθηκευθεί ενέργεια κατά κάποιον τρόπο και δεν μπορεί και να χαθεί και επειδή το ένα μένει ακίνητο (κινητική ενέργεια μηδέν), το κινούμενο πρωτόνιο μεταφέρει όλη την κινητική ενέργεια $2,3 \times 10^{-18} \text{ J}$.

$$20. \text{ Επειδή } \frac{mv^2}{r} = qvB \Rightarrow r = \frac{mv}{qB} . \text{ Συνε-}$$

πώς το ισότοπο με τη μικρότερη μάζα ακολουθεί μια τροχιά μέσα στο μαγνητικό πεδίο με τη μεγαλύτερη ακτίνα και γι' αυτό εμφανίζεται χαμηλότερα στην πλάκα. Εδώ πρόκειται για το ισότοπο με μάζα $19,992 \text{ amu}$.

21. Ο σίδηρος.

22. (α) Εδώ έχουμε περίπτωση ελαστικής μετωπικής συγκρούσεως ενός σώματος με άλλο σώμα

της ίδιας μάζας που βρίσκεται αρχικά σε ηρεμία. Η κινητική ενέργεια του βλήματος μεταφέρεται εξ ολοκλήρου στο στόχο και το βλήμα ακινητοποιείται. Αναλυτικά έχουμε:

$$v_1 = \frac{m_1 + m_2}{2 m_1} v_2' = \frac{3,3 \times 10^7 \text{ m/s}}{2} = 1,65 \times 10^7 \text{ m/s}$$

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 = 0$$

$$(6) m_2 = 14 m_1$$

$$v_2' = \frac{2 m_1}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{2 m_1}{m_1 + 14 m_1} v_1 = \frac{2 \times 3,3 \times 10^7 \text{ m}}{15} = 4,4 \times 10^6 \text{ m/s}$$

(γ) Από το (α), μετά τη μετωπική σύγκρουση του με το πρωτόνιο, το νετρόνιο ακινητοποιείται. Μετά τη μετωπική σύγκρουσή του με το άζωτο, το νετρόνιο έχει ταχύτητα:

$$v_1' = \frac{m_1 - 14 m_1}{m_1 + 14 m_1} \times 3,3 \times 10^7 \text{ m/s} = -2,9 \times 10^7 \text{ m/s}$$

(Τα νετρόνια αναπηδούν προς τα πίσω, όταν συγκρούονται με το άζωτο).

$$23. Z = 92, A = 234 \text{ και } N = 142$$

24. Η δυναμική ενέργεια των θραυσμάτων στην εκ-

$$\begin{aligned} \text{κίνηση είναι: } U &= \frac{k Z_1 Z_2 e^2}{r} = \\ &= \frac{2,3 \times 10^{-28} \times N \cdot m^2 \times 39 \times 53}{1 \times 10^{-14} \text{ m}} = \\ &= 4,8 \times 10^{-11} \text{ J} = 300 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Η ενέργεια αυτή μετατρέπεται εξ ολοκλήρου σε κινητική ενέργεια των θραυσμάτων η οποία επομένως είναι επίσης $4,8 \times 10^{-11} \text{ J}$.

25. Στην Παράγρ. 15-8 βρήκαμε ότι η μάζα ενός ιόντος υδρογόνου είναι $1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$. Στην Παράγρ. 17-6 μάθαμε ότι το άτομο του υδρογόνου έχει μάζα 1,008 amu. Άρα

$$1 \text{ amu} = \frac{1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}}{1,008} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

Τότε η μάζα του ατόμου U^{235} πρέπει να είναι $235 \times 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$ και συνεπώς $1 \text{ kg } U^{235}$

$$\text{πρέπει να περιέχει } \frac{1}{235 \times 1,66 \times 10^{-27}} =$$

$$= 2,6 \times 10^{24} \text{ άτομα}$$

Από το προηγούμενο πρόβλημα, τα θραύσμα-

τα από τη σχάση ενός ατόμου U^{235} έχουν ολική κινητική ενέργεια $4,8 \times 10^{-11} \text{ J}$. Έτσι η κινητική ενέργεια όλων των θραυσμάτων από $1 \text{ kg } U^{235}$

$$\begin{aligned} \text{θα είναι: } (2,6 \times 10^{24} \text{ άτομα}) \times (4,8 \times 10^{-11} \frac{\text{J}}{\text{άτομο}}) \\ = 1,2 \times 10^{14} \text{ J.} \end{aligned}$$

$$26. 10^9 \frac{\text{J}}{\text{s}} \times \text{χρόνο} = 1,2 \times 10^{14} \text{ J}$$

Άρα ο χρόνος που θα διαρκέσει $1 \text{ kg } U^{235}$ θα είναι: $1,2 \times 10^5 \text{ s} = 1,4 \text{ μέρες}$.

Απαντήσεις στα Προβλήματα ΣΤΕ

27. Το πρόβλημα αυτό προορίζεται για βάση συζητήσεως μέσα στην τάξη, πώς η σκέδαση σωματιδίων από ένα αόρατο στόχο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να μάθουμε μερικές από τις ιδιότητες του στόχου.

(α) Μια επίπεδη πλάκα που εκτείνεται σε ολόκληρη την περιοχή του στόχου θα ανακλούσε σε όλα τα βλήματα (μπάλες) κανονικά, αρκεί η σύγκρουση να ήταν ελαστική.

Δεν μπορούμε να καθορίσουμε επακριβώς τη σύνθεση της πλάκας, ούτε να πούμε πόσο είναι το πάχος της. Θα μπορούσαμε ίσως να μάθουμε περισσότερα, αν εκτοξεύαμε βλήματα με διαφορετικές ταχύτητες και διαστάσεις. Τα πολύ γρήγορα βλήματα ίσως να μην ανακλώνταν κανονικά (ίσως γωνίες προσπτώσεως και ανακλάσεως), τα πολύ μικρά βλήματα ίσως να διαπερνούσαν την πλάκα.

Μια άλλη δυνατότητα είναι να υπάρχουν μερικές πλάκες στο στόχο, όλες παράλληλες, αλλά να βρίσκονται σε διάφορα επίπεδα. Αυτή η τοποθέτηση θα δούλευε για μια ορισμένη γωνία προσπτώσεως, αλλά όχι για όλες. Εάν η γωνία προσπτώσεως μεταβάλλεται, μερικά από τα βλήματα θα μπορούσαν να διαπεράσουν τις πλάκες, είτε κατευθείαν ή μετά από μερικές ανακλάσεις.

(β) Μια ανώμαλη επιφάνεια σε όλη την περιοχή του στόχου θα οδηγούσε σε «διάχυση» των σωματιδίων. Η πλάκα πρέπει να είναι κατασκευασμένη από υλικό που συγκρούεται ελαστικά με τα βλήματα και οι ανωμαλίες πρέπει να είναι και τυχαία κατανεμημένες και μεγαλύτερες σε μέγεθος από τα βλήματα. (Μπορούμε να βρούμε ακόμη πιο πολύπλοκη τακτοποίηση, ώστε να παίρνομε διάχυση).

(γ) Εάν τα περισσότερα από τα διλήματα διέρχονται μέσα από την πλάκα χωρίς σημαντική αλλαγή στην κατεύθυνση ή την ταχύτητα, το μεγαλύτερο μέρος του στόχου πρέπει να είναι κενό. Επειδή μερικά διλήματα δεν περνούν μέσα από την πλάκα, ένα μικρό μέρος από την περιοχή του στόχου πρέπει να καταλαμβάνεται από κάτι που μπορεί να σταματήσει τα διλήματα ή να τα καταστρέψει. Μία ή περισσότερες πλάκες από πηλό ή στόκο θα έκαναν, αρκεί οι πλάκες να ήταν αρκετά χοντρές ώστε να σταματούν ένα μέρος από τα διλήματα. Μετρώντας τον αριθμό των διλημάτων που διαπερνούν το στόχο και τον αριθμό που σταματούν μέσα στο στόχο, μπορούμε να καθορίσουμε το κλάσμα της ολικής ενεργού διατομής των δομικών μονάδων του πηλού («πηλοσφαιρών»), αλλά όχι το πλήθος των «πηλοσφαιρών» ή το σχήμα τους. Θα μπορούσαμε να δρούμε τα σχήματα αυτών των δομικών μονάδων του πηλού, εάν είμασταν ικανοί να κατευθύνουμε τα διλήματα πολύ προσεκτικά, κάτι που δεν μπορεί να γίνει με ατομικά διλήματα και ατομικούς στόχους. Στο παράδειγμά μας οι «πηλόσφαιρες» πρέπει να είναι στερεωμένες με κάποιο τρόπο, διαφορετικά θα βλέπαμε να αναπηδούν έξω από τον πηλό.

(δ) Ένα τοίχωμα αρκετά παχύ και μαλακό για να σταματάει τα διλήματα, προφανώς, εκτείνεται σε όλη την περιοχή του στόχου. Το πείραμα δεν αποκαλύπτει αν το τοίχωμα είναι από πηλό, χιόνι ή άλλο υλικό. Ούτε μαθαίνουμε τίποτα για το μέγεθος και το σχήμα του τοιχώματος.

(ε) Ένα κοίλο κάτοπτρο, που να στρέφει τα κοίλα προς τη μεριά από όπου έρχονται τα διλήματα, θα μπορούσε να τα εστιάζει. Για να συγκεντρώνονται, δέβαια, όλα τα διλήματα μιας δέσμης σε ένα σημείο, το κάτοπτρο πρέπει να είναι παραβολικό και κατασκευασμένο από υλικό με ελαστικότητα, ώστε να γίνεται ελαστική αναπήδηση των διλημάτων. Θα μπορούσαμε να πούμε ίσως ότι αυτό είναι ένα πείραμα που δεν μπορεί να γίνει με ατομικά διλήματα που εκτοξεύονται πάνω σε ατομικούς στόχους. Σ' ένα τέτοιο πείραμα μπορούμε μόνο να παρατηρούμε τις αλλαγές στην κατεύθυνση των σωματιδίων.

28. Όταν μια σφαίρα κυλάει με κάθε φορά αυξανόμενη κινητική ενέργεια, κυλάει επίσης με αυξανόμενη ταχύτητα. Σε μεγαλύτερες ταχύτητες δαπανά λιγότερο χρόνο στις πλαγιές του λόφου και γι' αυτό δέχεται μικρότερη ώθηση από το λόφο. Συνεπώς η μεταβολή στην ορμή της είναι μικρότερη. Κατά την αλληλεπίδρασή της με το λόφο, βέβαια, η ολική της ενέργεια παραμένει σταθερή. Έτσι με την παύση της αλληλεπίδρασης η κινητική ενέργεια γίνεται ίση με την αρχική, όπως επίσης και το μέτρο της ταχύτητας. Η μικρότερη αλλαγή στην ορμή σημαίνει μικρότερη εκτροπή. Άρα, η γωνία σκεδάσεως (εκτροπής) για την ίδια αρχική τροχιά μειώνεται καθώς η κινητική ενέργεια αυξάνεται.

29. Το πρόβλημα αυτό δείχνει, ότι η πιθανότητα σκεδάσεως με μια ορισμένη γωνία, εξαρτάται μόνο από την εγκάρσια επιφάνεια του στόχου. Μάλιστα στην περίπτωση αυτή, επειδή όλοι οι πυρήνες έχουν την ίδια ακτίνα, η πιθανότητα σκεδάσεως εξαρτάται μόνο από τον ολικό αριθμό των πυρήνων ανά μονάδα επιφάνειας, άρα κατευθείαν από το πάχος του στόχου.

(α) Εάν το πάχος του φύλλου διπλασιαστεί, ο αριθμός των πυρήνων ανά μονάδα επιφάνειας διπλασιάζεται, άρα διπλασιάζεται και ο αριθμός των σωματιδίων που σκεδάζονται με γωνία μεγαλύτερη από 5° , δηλ. σκεδάζονται 8 στα 10.000.

(β) Το μέρος αυτό του προβλήματος εξυπηρετεί ώστε να επαναληφθούν οι λόγοι για τους οποίους πρέπει να χρησιμοποιηθούν πολύ λεπτά φύλλα στο πείραμα σκεδάσεως σωματιδίων α. Με το αρχικό φύλλο, 4 στα 10.000 σωματίδια παθαίνουν εκτροπή πάνω από 5° . Με τέτοια μικρή πιθανότητα εκτροπής, η περίπτωση να οφείλονται οι εκτροπές σε μια μόνο σύγκρουση είναι πιο πιθανή.

Εάν χρησιμοποιούσαμε ένα φύλλο χιλιάδες φορές παχύτερο, τα σωματίδια α θα έχαναν την κινητική τους ενέργεια με συγκρούσεις με τα ηλεκτρόνια του φύλλου και θα σταματούσαν στο εσωτερικό του. Εάν κατόρθωναν να περάσουν μέσα από το φύλλο, θα ήταν πολύ πιθανό η εκτροπή τους να οφείλεται σε πολλαπλές συγκρούσεις.

30. (α) Οι ταχύτητες συνδέονται όπως φαίνονται στο σχ. B17-2. Επειδή η θ είναι πολύ μικρή, η τιμή της σε rad είναι: $\theta = \Delta v/v$. Άρα: $\Delta v = (1,6 \times 10^7 \text{ m/s})(5 \times 10^{-2}) = 8 \times 10^5 \text{ m/s}$



Σχήμα B17-2

- (6) Από την παράγρ. 17-1 έχουμε διάμετρο $2,5 \times 10^{-10} \text{ m}$ για κάθε άτομο χρυσού. Συνεπώς:

$$\Delta t = \frac{2,5 \times 10^{-10} \text{ m}}{1,6 \times 10^7 \text{ m/s}} = 1,6 \times 10^{-17} \text{ s}$$

$$(\gamma) \vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \text{ και κατά μέτρο } a = \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} =$$

$$\frac{8 \times 10^5 \text{ m/s}}{1,6 \times 10^{-17} \text{ s}} = 5 \times 10^{22} \text{ m/s}^2$$

Η επιτάχυνση γίνεται κάθετα προς την αρχική ταχύτητα. Μια επιτάχυνση τόσο μεγάλη χρειάζεται εξαιρετικά μεγάλη δύναμη, σε σύγκριση με τις δυνάμεις που μπορούμε να ασκήσουμε στα σωματίδια α στο εργαστήριο. Παρά τις προσεγγίσεις που κάναμε στο πρόβλημα, βλέπουμε ότι ακόμα και για μικρές γωνίες εκτροπής τα σωματίδια α πρέπει να πλησιάζουν πολύ το φορτισμένο πυρήνα.

31. Όπως φαίνεται από τα δεδομένα, ο κώνος καλύπτει έναν κύκλο ακτίνας 2 cm. Οι χαλυβδίνες σφαίρες κατανέμονται ομοιόμορφα πάνω στην επιφάνεια της τρύπας, και επειδή το εμβαδό κύκλου είναι ανάλογο με το τετράγωνο της ακτίνας του, ο αριθμός των σφαιρών που χτυπούν στον κώνο και σκορπίζονται προς τα γύρω πριν φθάσουν στην τρύπα είναι:

$$\frac{(2 \text{ cm})^2}{(5 \text{ cm})^2} \times (1.000) = 160$$



Σχήμα A

32. (α) Οι σφαίρες που χτυπούν στο κεντρικό επίπεδο του κώνου, αναπηδούν προς τα πίσω και εκείνες που χτυπούν στις πλαγιές, αναπηδούν προς τα πλάγια. Όπως φαίνεται από τα δεδομένα, το κυκλικό επίπεδο έχει ακτίνα 1 cm και η κωνική επιφάνεια καλύπτει την έκταση ενός δακτυλίου που έχει εσωτερική ακτίνα 1 cm και εξωτερική 2 cm. Επομένως:



Σχήμα B

Αριθμός σφαιρών που επιστρέφουν =

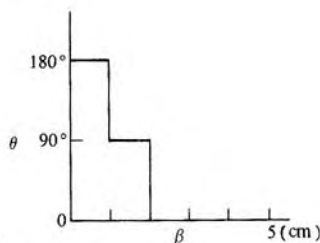
$$= \frac{(1 \text{ cm})^2}{(5 \text{ cm})^2} \times (1.000) = 40$$

Αριθμός σφαιρών που εκτρέπονται στα πλάγια =

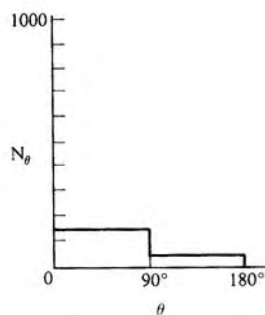
$$= \frac{(2 \text{ cm})^2 - (1 \text{ cm})^2}{(5 \text{ cm})^2} \times (1.000) = 120$$

(6) Βλ. σχ. B17-3

(γ) Βλ. σχ. B17-4



Σχήμα B17-3



Σχήμα B17-4

33. (α) Καθώς το σωματίδιο φτάνει στην επιφάνεια της σφαίρας δέχεται μια αιφνίδια μεταβολή της ορμής. Υποθέτουμε δύο πράγματα:

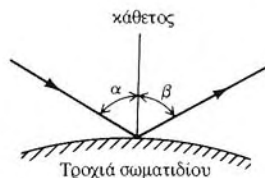
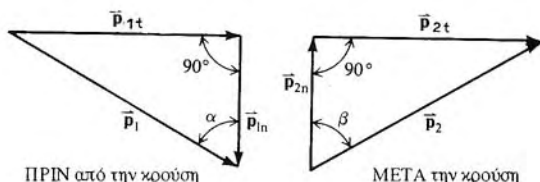
- (1) Η κρούση είναι ελαστική, επειδή η δύναμη όχι μόνο μεταβάλλεται απότομα (ενεργεί σχεδόν στιγμιαία), αλλά είναι η ίδια κατά την προσέλευση και κατά την αποχώρηση του σωματιδίου.
- (2) Η μάζα του σωματιδίου είναι πολύ μικρή, συγκρινόμενη με τη μάζα της σφαίρας στόχου.

Η υπόθεση (2) έχει ως συνέπεια, η κινητική ενέργεια που μεταφέρεται στη μεγάλη σφαίρα κατά τη σύγκρουση να είναι

αμελητέα. Τότε η πρώτη υπόθεση επιβάλλει, η κινητική ενέργεια του σωματιδίου πριν και μετά την κρούση να είναι (σχεδόν) η ίδια. Έτσι, το μέτρο της ορμής του σωματιδίου πριν από την κρούση είναι ίσο με αυτό μετά την κρούση: $p_1 = p_2$.

Η υπόθεση (1) επιβάλλει, η δύναμη στο σωματίδιο να εξαρτάται μόνο από τη σχετική του θέση ως προς τη σφαίρα. Ειδικά, η κατεύθυνση της δυνάμεως εξαρτάται μόνο από τη σχετική θέση και όχι από το μέτρο της ταχύτητας (τριβές μηδέν). Λόγω συμμετρίας η δύναμη πρέπει να είναι κάθετη στη σφαιρική επιφάνεια του στόχου. Επομένως, δεν παρατηρείται αλλαγή στην εφαπτομενική συνιστώσα της ορμής του σωματιδίου: $\vec{p}_{1t} = \vec{p}_{2t}$.

Αναλύουμε την ορμή πριν και μετά την κρούση σε δύο συνιστώσες, μία κατά την εφαπτομένη της σφαίρας και μία κάθετη σ' αυτήν (σχ. B17-5).



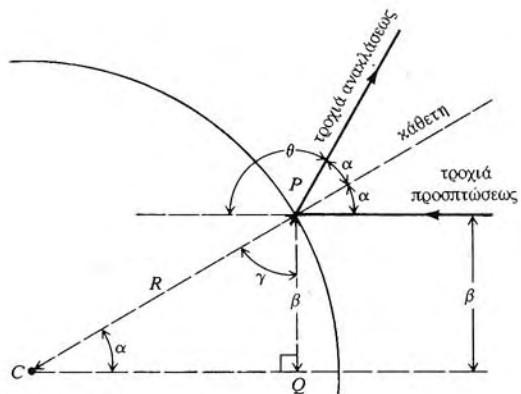
Σχήμα B17-5

Επειδή $p_1 = p_2$ και $p_{1t} = p_{2t}$ τα δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα (το ένα είναι κατοπτρικό είδωλο του άλλου). Επομένως $\alpha = \beta$.

Σχεδιάζουμε μια τομή της σφαίρας πάνω στο επίπεδο που ορίζεται από την ευθεία τροχιά του σωματιδίου που πέφτει και το κέντρο Γ της σφαίρας (σχ. B17-6).

- C = κέντρο σφαίρας
- δ = σφάλμα σκοπεύσεως
- θ = γωνία σκεδάσεως $= 180^\circ - \alpha$
- $\theta/2 = 90^\circ - \alpha = \gamma$
- Βλ. σχ. B17 - 6

Μπορούμε να σχεδιάσουμε διάφορες τροχιές προσπτώσεως και να μετράμε τις γω-



Σχήμα B17-6

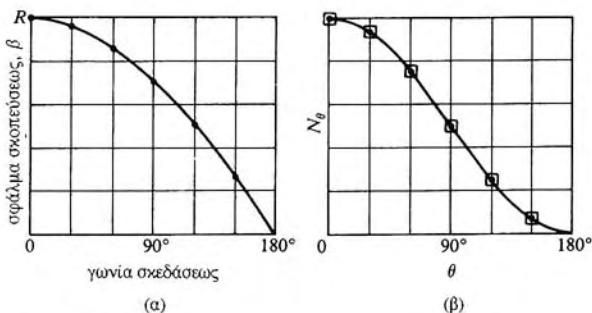
νίες σκεδάσεως και τα αντίστοιχα σφάλματα σκοπεύσεως, ή να εργαστούμε αναλυτικά ως εξής: Από το τρίγωνο CPQ έχουμε:

$$\frac{\delta}{R} = \cos \gamma = \cos \left(\frac{\theta}{2} \right)$$

Από οποιαδήποτε από τις παραπάνω μεθόδους βρίσκουμε τα αποτελέσματα που φαίνονται στον Πίνακα B17-1 και αποδίδονται γραφικά στο σχ. B17-7.

Πίνακας B17 - 1

	(α)	(β)
θ	$\frac{\delta}{R}$	$(\delta/R)^2$
0	1,000	1,000
30°	0,966	0,933
60°	0,866	0,750
90°	0,707	0,500
120°	0,500	0,250
150°	0,259	0,067
180°	0,000	0,000



Σχήμα B17-7

(β) Με n στόχους ανά μονάδα εμβαδού διατομής δέσμης, η πιθανότητα σκεδάσεως με γωνία μεγαλύτερη από θ ισούται με $n\theta^2$. Ο αριθμός των σωματιδίων N_θ που σκεδάζονται υπό γωνία μεγαλύτερη από θ είναι επομένως ανάλογος προς το θ^2 και συνεπώς προς το $(\delta/R)^2$. Οι τιμές του $(\delta/R)^2$ φαίνονται στον πίνακα B17-1, και χρησιμοποιήθηκαν στη χάραξη του διαγράμματος (β) του N_θ σε συνάρτηση με το θ . Τα ζευγάρια τιμών που φαίνονται στον πίνακα, φαίνονται επίσης στο προηγούμενο διάγραμμα (β) και συμφωνούν με αυτά που προκύπτουν από τη συνεχή γραμμή του σχ. 17-15. Συμφωνούν εάν πολλαπλασιαστούν με μια σταθερά, έτσι ώστε να συμπίπτουν σε ένα σημείο, π.χ. στο $\theta = 0$.

(γ) Το αποτέλεσμα της γωνιακής κατανομής των σωματιδίων κατά τη σκέδαση, στην απάντηση (α), βρέθηκε χωρίς αναφορά σε ενέργειες. Εφόσον ισχύουν οι προϋποθέσεις που βάλαμε, η γωνία θ στο σχ. B17-6 είναι ανεξάρτητη του μέτρου της ταχύτητας, άρα και της κινητικής ενέργειας. Επομένως η σχέση ανάμεσα στον αριθμό N_θ και στη γωνία θ είναι ανεξάρτητη της ενέργειας του σωματιδίου.

34. Σ' αυτό το πρόβλημα φαίνεται η σύνδεση ανάμεσα στη γωνιακή κατανομή των σκεδαζομένων σωματιδίων και στον ατομικό αριθμό των πυρήνων που προκαλούν τη σκέδαση. Σημειώστε ότι οι πειραματικές συνθήκες που παρουσιάζονται στο πρόβλημα (πανομοιότυποι απαριθμητές, ίδιες θέσεις, ίδιοι αριθμοί ατόμων στην πορεία της δέσμης) εξασφαλίζουν, ώστε οι παρατηρούμενες διαφορές να οφείλονται μόνο σε διαφορές ανάμεσα στους πυρήνες του υλικού του στόχου.

(α) Ένα διάγραμμα των δεδομένων των πειραμάτων (το οποίο παραλείπομε) δείχνει, ποιοτικά, την ίδια γωνιακή εξάρτηση για κάθε στόχο. Για μια ποσοτική εκτίμηση είναι απλούστερο να συγκρίνετε τους ρυθμούς σκεδάσεως αριθμητικά με βάση τις δεδομένες τιμές.

(β) Η πιθανότητα σκεδάσεως μέσα σε μια δεδομένη γωνιακή περιοχή (άνοιγμα) πρέπει να είναι ανάλογο προς το τετράγωνο του πυρηνικού φορτίου (βλ. παράγρ. 17-5). Υπολογίζουμε το πηλίκο των μετρήσεων για τους στόχους 2 και 3 προς τις αντίστοιχες

μετρήσεις για το στόχο 1. Τα αποτελέσματα είναι:

θ	Στόχος 2/Στόχος 1	Στόχος 3/Στόχος 1
30°	12,9	36,8
60°	12,9	36,9
90°	12,9	36,8
120°	12,7	36,5
150°	13,4	38,0
Μέσος όρος	13,0	37,8

Παρατηρούμε ότι οι λόγοι είναι οι ίδιοι σε όλες τις γωνίες, όπως θα αναμέναμε από τη θεωρία. Επειδή ο λόγος των μετρήσεων πρέπει να είναι ίσος με το τετράγωνο του λόγου των φορτίων των πυρήνων, έχουμε:

$$\left(\frac{q_2}{q_1} \right)^2 = 13,0 \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = 3,60$$

$$\left(\frac{q_3}{q_1} \right)^2 = 37,0 \Rightarrow \frac{q_3}{q_1} = 6,08$$

Λαμβάνοντας υπόψη μας ότι το φορτίο του πυρήνα του αλουμινίου είναι 13 στοιχειώδη φορτία, παίρνουμε:

$$q_2 = q_1 \times 3,60 = 13 \times 3,60 = 46,8 \text{ στοιχειώδη φορτία}$$

$$q_3 = q_1 \times 6,08 = 13 \times 6,08 = 79,0 \text{ στοιχειώδη φορτία}$$

Ο στόχος 2 ήταν, πιθανώς, άργυρος ($Z=47$) και ο στόχος 3 ήταν, πιθανώς, χρυσός ($Z=79$). Η συνέπεια στα δεδομένα δεν είναι αρκετά καλή για να βεβαιώσουμε τα συμπεράσματα, αλλά είμαστε κοντά στην αλήθεια με σφάλμα μιας μονάδας στον ατομικό αριθμό. Πραγματικά, τα δεδομένα είναι αποτελέσματα από μετρήσεις σε πειράματα, όπου χρησιμοποιήθηκαν αλουμίνιο, άργυρος και χρυσός.

35. Κατά τη λύση αυτού του προβλήματος ακολουθούμε το σκεπτικό της Παραγρ. 17-5.

(α) και (β). Η δυναμική ενέργεια στη θέση της ελάχιστης αποστάσεως r_0 είναι

$$U = \frac{kq_1q_2}{r_0}$$

Εάν η κρούση είναι μετωπική (το σφάλμα σκοπεύσεως είναι μηδέν), τα σωματίδια α θα φτάσουν σε ακινησία σε μια ελάχιστη απόσταση

r_0 από τον πυρήνα, τέτοια ώστε η $U(r_0)$ να είναι ίση με την αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος. Λύνοντας ως προς r_0 βρίσκουμε:

$$r_0 = \frac{kq_1q_2}{E_K} = \frac{(2,3 \times 10^{-28} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{στοιχ. φορτ.})^2 \times (79 \text{ στοιχ. φορτ.}) \times (2 \text{ στοιχ. φορτ.})}{1,0 \times 10^{-12} \text{ J}} \Rightarrow r_0 = 3,6 \times 10^{-14} \text{ m}$$

(γ) Για το πρωτόνιο, $q_2 = 1$ στοιχ. φορτ., συνεπώς το r_0 τώρα είναι το μισό του προηγούμενου, ή $r_0 = 1,8 \times 10^{-14} \text{ m}$.

Επειδή το νετρόνιο δεν έχει φορτίο, δεν απωθείται από το φράγμα (δυναμικού) του Coulomb και γι' αυτό μπορεί να πλησιάσει τον πυρήνα όσο θέλει, ανεξάρτητα από την ενέργεια που έχει. Στην πραγματικότητα υπάρχουν σημαντικές πυρηνικές δυνάμεις μικρής εμβέλειας, που εμφανίζονται για αποστάσεις της τάξεως της πυρηνικής ακτίνας. Αυτές οι δυνάμεις ενεργούν στα νετρόνια και στα φορτισμένα σωματίδια μέσα στον πυρήνα, καθώς και σε εκείνα που εκτοξεύονται εναντίον των πυρήνων και έχουν αρκετή ενέργεια ώστε να ξεπεράσουν το ενεργειακό φράγμα του πεδίου Coulomb και να εισχωρήσουν στην περιοχή του πυρήνα.

36. Αυτό το απλό πρόβλημα επεξηγεί ότι η ελάχιστη απόσταση που μπορεί να φτάσει ένα φορτισμένο σωματίδιο που κινείται προς ένα πυρήνα (σε σκέδαση Coulomb) εξαρτάται μόνο από την κινητική ενέργεια και το φορτίο των σωματιδίων και των πυρήνων που αλληλεπιδρούν. Η ελάχιστη απόσταση r_0 στην οποία μπορούν να φτάσουν τα σωματίδια καθορίζεται από το σημείο στο οποίο το «βλήμα» ακινητοποιείται σε μια μετωπική κρούση. Στο σημείο αυτό η δυναμική ενέργεια του σωματιδίου γίνεται ίση με την αρχική κινητική του ενέργεια

$$\frac{kq_1q_2}{r_0} = \text{αρχική } E_K$$

Επειδή τα δύο σωματίδια, πρωτόνια και δευτερόνια, έχουν το ίδιο φορτίο και ίδια κινητική ενέργεια, η ελάχιστη απόσταση πρέπει να είναι ίδια και στις δυο περιπτώσεις.

37. (α) Μπορούμε να βρούμε την ταχύτητα v_η του ηλεκτρονίου και την ταχύτητα v_α των σωματιδίων α μετά τη σύγκρουση, εφαρμόζοντας

τις αρχές διατήρησης της ορμής και της ενέργειας. Οι τύποι δίνονται στην Παράγραφο 7-5 και είναι:

$$v_\eta = \frac{2m_\alpha}{m_\alpha + m_\eta} v_\alpha \text{ και } v'_\alpha = \frac{m_\alpha - m_\eta}{m_\alpha + m_\eta} v_\alpha$$

Επειδή η μάζα m_α των σωματιδίων α είναι πολύ μεγαλύτερη από τη μάζα m_η των ηλεκτρονίων, η ταχύτητα v'_α μετά την κρούση είναι ελάχιστα μικρότερη από την v_α πριν από την κρούση. Η ταχύτητα που αποκτούν τα ηλεκτρόνια δίνεται με αρκετά καλή προσέγγιση από τη σχέση

$$v'_\eta = 2 v_\alpha$$

Για να βρούμε την κινητική ενέργεια που χάνει το σωματίδιο α , υπολογίζουμε την κινητική ενέργεια που κερδίζει το ηλεκτρόνιο:

$$E'_\eta = \frac{1}{2} m_\eta (v'_\eta)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{m_\eta}{m_\alpha} \right) m_\alpha (2v_\alpha)^2 = \frac{4m_\eta}{m_\alpha} \left(\frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 \right) = \frac{4m_\eta}{m_\alpha} E_\alpha = \frac{4}{7200} E_\alpha = \frac{E_\alpha}{1800}$$

Η μείωση της κινητικής ενέργειας του σωματιδίου α είναι ίση με E'_η σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας.

- (β) Δεκαοχτώ μετωπικές συγκρούσεις θα απαιτούνταν για να κάνουν το σωματίδιο α να χάσει το 1/100 της ενέργειάς του. Θα ήταν ίσως χρήσιμο να σημειώσουμε ότι 1% είναι κατά προσέγγιση η ενέργεια που χάνεται από ένα σωματίδιο α , που εκπέμπεται από ραδιενεργό πολώνιο, κατά τη διέλευσή του μέσα από φύλλο χρυσού πάχους 10^{-7} m που αντιστοιχεί σε 400 άτομα. Η απώλεια της ενέργειας των σωματιδίων α οφείλεται σε συγκρούσεις του με τα ηλεκτρόνια των ατόμων. Όμως, δεν είναι όλες οι συγκρούσεις μετωπικές, γι' αυτό απαιτούνται περισσότερες συγκρούσεις απ' ό,τι έχομε υπολογίσει εδώ.

38. Σκοπός του προβλήματος αυτού είναι να ελέγξει την υπόθεση ότι μεταφέρεται πολύ μικρό ποσό ενέργειας στους πυρήνες χρυσού κατά τη σύγκρουσή τους με σωματίδια α . Το ποσό αυτό της ενέργειας μπορείς να το υπολογίσετε με εφαρμογή του νόμου διατήρησης της ορμής.

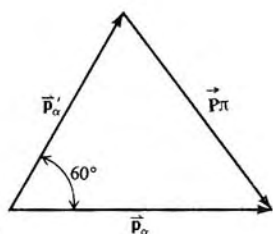
(α) Από το νόμο διατήρησης της ορμής:

$$\vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}} \text{ ή } \vec{p}_\alpha = \vec{p}'_\alpha + \vec{p}'_\pi \quad (1)$$

Από την υπόθεση ότι το μέτρο της ταχύτητας των σωματιδίων α δεν αλλάζει, έπεται για τα μέτρα των ορμών $P_\alpha = P'_\alpha$. Σας δίνεται η γωνία ανάμεσα στα διανύσματα $\vec{p}_\alpha$ και $\vec{p}'_\alpha$, ίση με 60° . Επομένως, μπορείτε να σχεδιάσετε το διανυσματικό διάγραμμα (σχ. B17-8) που παριστάνει τη σχέση (1).

Επειδή το τρίγωνο είναι ισοσκελές με τη μία γωνία ίση με 60° , είναι επίσης ισόπλευρο. Επομένως:

$$p_\pi = p_\alpha = (6,62 \times 10^{-27} \text{ kg})(1,00 \times 10^7 \text{ m/s}) = 6,6 \times 10^{-20} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$



Σχήμα B17-8

- (6) Γνωρίζετε την ορμή και τη μάζα του πυρήνα και άρα μπορείτε να υπολογίσετε την ταχύτητά.

$$p_\pi = m_\pi v_\pi \Rightarrow v_\pi = \frac{p_\pi}{m_\pi} = \frac{6,6 \times 10^{-20} \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{3,3 \times 10^{-25} \text{ kg}}$$

$$v_\pi = 2,0 \times 10^5 \text{ m/s}$$

- (γ) Η κινητική ενέργεια του πυρήνα θα είναι:

$$E_{\kappa\pi} = \frac{1}{2} m_\pi v_\pi^2 = \frac{1}{2} (3,3 \times 10^{-25} \text{ kg})(2,0 \times 10^5 \text{ m/s})^2$$

$$E_{\kappa\pi} = 6,6 \times 10^{-15} \text{ J}$$

- (δ) Ο λόγος της κινητικής ενέργειας του πυρήνα προς αυτή του σωματιδίου α είναι:

$$\frac{E_{\kappa\pi}}{E_{\kappa\alpha}} = \frac{6,6 \times 10^{-15} \text{ J}}{1/2(6,6 \times 10^{-27} \text{ kg})(1,0 \times 10^7 \text{ m/s})^2} = 0,02$$

Η αρχική υπόθεση επιβεβαιώθηκε.

39. (α) Επειδή διατηρείται η ενέργεια, το άθροισμα της κινητικής και δυναμικής ενέργειας παραμένει σταθερό:

$$\frac{1}{2} mv^2 + \frac{kq_\alpha q_\pi}{r} = E \text{ (ολική ενέργεια)}$$

Κινητική ενέργεια Δυναμική ενέργεια

Όταν το σωματίδιο α βρίσκεται μακριά από τον πυρήνα (θεωρητικά άπειρη απόσταση), η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι αμελητέα και η ολική κινητική ενέργεια είναι:

$$E = \frac{1}{2} mv_o^2 = \frac{1}{2} \times (6,62 \times 10^{-27} \text{ kg})(1,00 \times 10^7 \text{ m/s})^2$$

$$E = 3,31 \times 10^{-13} \text{ J}$$

Όταν $r = 1,65 \times 10^{-13} \text{ m}$, η δυναμική ενέργεια είναι:

$$\frac{kq_\alpha q_\pi}{r} = \frac{(2,31 \times 10^{-28} \text{ J} \cdot \text{m})}{(1,65 \times 10^{-13} \text{ m})} = 2,21 \times 10^{-13} \text{ J}$$

Άρα η κινητική ενέργεια στην απόσταση της κοντινότερης προσεγγίσεως είναι:

$$E_\kappa = \frac{1}{2} mv^2 = (3,31 - 2,21) \times 10^{-13} \text{ J} = 1,10 \times 10^{-13} \text{ J}$$

Επομένως:

$$v = \sqrt{\frac{2E_\kappa}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1,10 \times 10^{-13} \text{ J}}{6,62 \times 10^{-27} \text{ kg}}} = 5,80 \times 10^6 \text{ m/s}$$

- (6) Στην απόσταση της κοντινότερης προσεγγίσεως η συνιστώσα της ταχύτητας με κατεύθυνση προς τον πυρήνα είναι μηδέν (σχ. B17-9).



Σχήμα B 17-9

$$40. (\alpha) F = k \frac{q_1 q_2}{r_2} = \frac{2,3 \times 10^{-28} (1 \times 1)}{(5 \times 10^{-11})^2} \text{ N} = 9 \times 10^{-8} \text{ N} \quad F \approx 10^{-7} \text{ N}$$

- (6) Οι πλάκες στο πείραμα του Millikan, που περιγράφεται στην Παράγρ. 11-11, ασκούν μια δύναμη περίπου 10^{-14} N σε κάθε στοιχειώδες φορτίο, όταν συνδέονται με αυτές τρεις μπαταρίες των 90 volt σε σειρά. Για να αυξήσουμε τη δύναμη σε 10^{-7} N θα χρειαζόμασταν 10^7 φορές περισσότερες μπαταρίες, δηλ. 3×10^7 μπαταρίες των 90 volt, σε σειρά συνδεδεμένες.

Προφανώς, δεν είναι αυτός ο μηχανισμός για να ιοντίσουμε τα άτομα αερίου, διότι ο ιοντισμός του αερίου αρχίζει πολύ πριν εφαρμοστεί τόσο υψηλή τάση. Μια αποτελεσματική μέθοδος είναι να χρησιμοποιήσουμε τη σύγκρουση με φορτισμένα σωματίδια. Με τη σύγκρουση, το αναγκαίο ηλεκτρικό πεδίο, για να αποσπάσουμε το ηλεκτρόνιο από το άτομο, παράγεται από ένα στοιχειώδες φορτίο που έρχεται πολύ κοντά στο άτομο ($\sim 10^{-10} \text{ m}$), αντί να χρησιμοποιήσουμε τεράστιο αριθμό στοιχειωδών φορτίων σε πολύ μεγαλύτερη απόσταση ($\sim 10^{-3} \text{ m}$).

41. Το πρόβλημα απαιτεί την εφαρμογή του νόμου διατήρησης της ενέργειας σε περιπτώσεις που

περιλαμβάνουν ηλεκτρική δυναμική ενέργεια. Παρουσιάζει μια απλοποιημένη εικόνα πυρηνικής σχάσεως που είναι χρήσιμη για υπολογισμούς τάξεως μεγέθους.

Επειδή οι μόνες δυνάμεις που ενεργούν στα δύο θραύσματα είναι οι ηλεκτρικές απώσεις, που ασκεί το ένα πάνω στο άλλο, το άθροισμα της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας του συστήματος και των κινητικών ενεργειών τους μένει σταθερό. Καθώς τα θραύσματα απομακρύνονται, η δυναμική ενέργεια ελαττώνεται, με αποτέλεσμα να αυξάνεται το άθροισμα των κινητικών τους ενεργειών. Η αρχική δυναμική ενέργεια είναι:

$$U_c = k \frac{Z_1 Z_2}{r} = \frac{2,3 \times 10^{-28} \text{ Nm}^2}{(\text{στ.φ.})^2} \times \frac{(42 \text{ στ.φ.})(50 \text{ στ.φ.})}{10^{-14} \text{ m}}$$

$$U_c \approx 5 \times 10^{-11} \text{ J} = 300 \text{ MeV}$$

Αυτή θα μετατραπεί σε κινητική ενέργεια των θραυσμάτων, εάν ακολουθήσουμε το απλό μοντέλο που προτάθηκε. Στην πραγματικότητα, μέρος της ενέργειας αυτής μεταφέρεται στη διεγερση των θραυσμάτων και ένα πολύ μικρό μέρος δαπανάται στην εξαγωγή μερικών νετρονίων, που ελευθερώνονται στις περισσότερες σχάσεις.

Φως: Διάδοση, ανάκλαση και διάθλαση

Επισκόπηση και Στόχοι

Αυτή η σειρά μαθημάτων θα κλείσει με τη μελέτη ορισμένων πλευρών της δομής της ύλης. Η μελέτη του φωτός, πέρα από το ενδιαφέρον που παρουσιάζουν τα φαινόμενά του αυτά καθαυτά, έχει επίσης ως βαθείες συνέπειες στην κατανόηση της ενέργειας και της ύλης. Γι' αυτό είναι αναγκαίο να στρέψουμε την προσοχή μας από τώρα σ' αυτήν την κατεύθυνση προτού φθάσουμε στα τελικά κεφάλαια.

Αρχίζουμε σε αυτό το κεφάλαιο με κάποιες γεωμετρικές ιδιότητες του φωτός, όπως αυτές παρατηρούνται στη διάδοση, την ανάκλαση και τη διάθλαση. Τα Πειράματα 28 και 29 είναι βασικά στην ανάπτυξη του κεφαλαίου. Τα πειράματα αυτά μαζί με τις φωτογραφίες και τα σχέδια που δείχνουν πορείες φωτός, βοηθούν στην κατανόηση των φαινομένων.

Η μελέτη των νόμων της ανακλάσεως και διαθλάσεως, όπως ο νόμος του Νεύτωνα για την κίνηση, σκοπεύει να εντυπώσει στους μαθητές την περιληπτική και προβλεπτική ικανότητα που έχει η πυκνή και απλή διατύπωση ενός νόμου. Ταυτόχρονα θέλουμε να καταδείξουμε ότι ακόμη και νόμοι με περιορισμένη ισχύ μπορούν να φανούν χρήσιμοι.

Ο πρωταρχικός στόχος είναι η κατανόηση των νόμων της ανακλάσεως και διαθλάσεως ως ιδιότητες του φωτός οι οποίες πρέπει να προκύπτουν από οποιοδήποτε μοντέλο φωτός κατασκευάζεται.

Χρονοθέτηση των Πειραμάτων

Πείραμα 28 Ανάκλαση.** Χρησιμοποιήστε αυτό το πείραμα για να εισαγάγετε την Παράγρ. 18 - 4.

Πείραμα 29 Διάθλαση.** Χρησιμοποιήστε αυτό το πείραμα για να εισαγάγετε την Παράγρ. 18 - 5.

Υποδείξεις για τη Διδασκαλία

Παράγραφος 18 - 1

Χρησιμοποιήστε πειράματα επιδείξεως ή τις φωτογραφίες του βιβλίου, ανάλογα με τις δυνατότητες για να προχωράει η συζήτηση στα θέματα. Ο σχηματισμός σκιών με τη βοήθεια μια μικρής, αλλά ισχυρής πηγής φωτός είναι αρκετά διδακτικός. Χρησιμοποιήστε βολταϊκό τόξο, αν διαθέτετε, ή τη φωτεινή πηγή της διατάξεως του δοχείου κυμάτων.

Παράγραφος 18 - 2

Υπάρχουν περισσότερα πράγματα στη μέθοδο του Roemer υπολογισμού της ταχύτητας του φωτός από ό,τι περιέχονται στο βιβλίο. Για παράδειγ-

μα, πώς υπολογίστηκε ο χρόνος, που χρειάστηκε το φως να διατρέξει τη διάμετρο της τροχιάς της γης, από τις καθυστερήσεις στην επανεμφάνιση του δορυφόρου;

Είναι καλύτερα να μη μπείτε σε λεπτομέρειες και να περιοριστείτε στην ποιοτική ερμηνεία της καθυστέρησης του δορυφόρου να ανατείλει πίσω από τον πλανήτη.

Παράγραφος 18 - 3

Το κύριο σημείο που πρέπει να τονιστεί φαίνεται στα σχ. 18 - 6 και 18 - 7. Μπορούμε να δημιουργήσουμε λεπτές δέσμες φωτός, αλλά η ακτίνα είναι κάτι το αφηρημένο.

Να επιμείνετε στη χρήση των ακτίνων και στη γραφική αντιμετώπιση σχηματισμού σκιών από σημειακή πηγή φωτός και από πηγή με διαστάσεις. Τέτοια διαγράμματα ακτινών θα χρησιμοποιηθούν συχνά στην ανάλυση σχηματισμού ειδώλων από οπτικές συσκευές. Σημειώστε ότι ο τρόπος με τον οποίο χρησιμοποιούνται οι ακτίνες υποδηλώνει τις ιδιότητες που παρατηρούνται στις φωτεινές δέσμες. Υποδηλώνει π.χ. ότι οι δέσμες μπορούν να διασταυρώνονται χωρίς να συμβαίνει καμιά αλλαγή σ' αυτές.

Παράγραφος 18 - 4

Αφήστε το Πείραμα 28 και τις φωτογραφίες να καλύψουν την παράγραφο. Μια συζήτηση μετά το πείραμα θα εξασφάλιζε την εμπέδωση των εννοιών: γωνία προσπτώσεως, γωνία ανακλάσεως και κάθετης στην επιφάνεια.

Παράγραφοι 18 - 5 και 18 - 6

Είναι καλύτερα η εισαγωγή της τάξεως στο φαινόμενο της διαθλάσεως να γίνει με το Πείραμα 29. Αφού εκτελεστεί το πείραμα και συζητηθεί, μπορείτε να αναθέσετε τις παραγράφους αυτές για μελέτη.

Στη συζήτηση των παραγράφων αυτών με την τάξη, θα ήταν καλό να στρέψετε την προσοχή στα παρακάτω σημεία:

Όταν υπάρχει διάθλαση, υπάρχει επίσης ανάκλαση (σχ. 18 - 15). Το γεγονός αυτό δεν είναι εμφανές από το Πείραμα 29.

Από το σχ. 18 - 15 είναι αδύνατο να πείτε αν οι σχετικές εντάσεις της ανακλώμενης και διαθλώμενης δέσμης παραμένουν σταθερές. Όχι, δεν παραμένουν. Θα επανέλθουμε στο ζήτημα αυτό στην Παράγρ. 18 - 9, που είναι και πιο σχετική με το θέμα.

Παράγραφος 18 - 7

Συσχετίστε την παράγραφο αυτή με το τελευταίο μέρος του Πειράματος 38 που πραγματεύεται νερό. Επειδή το δεύτερο μέρος της Παραγρ. 18 - 8 έρχεται σε συνέχεια αυτής της παραγράφου, θα μπορούσατε να διδάξετε και τις δύο παραγράφους σε μια διδακτική ώρα (περίοδο), αν ο χρόνος σας το επιτρέπει.

Παράγραφος 18 - 8

Αν δεν έχει ήδη γίνει, να αναθέσετε την ολοκλήρωση του Πειράμ. 29 πέρα από τη διακεκομμένη γραμμή στον Εργαστηριακό Οδηγό. Οι μαθητές που δούλεψαν με προσοχή σε μεγάλες γωνίες προσπτώσεως θα έχουν διαγράμματα που μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως βάση συζητήσεως σε συνδυασμό με αυτά στο διδακτικό βιβλίο.

Ζητήστε από τους μαθητές σας να συμβουλευτούν το σχ. 18 - 16, για να υπολογίσουν το σφάλμα που εισάγεται με τη χρήση του προσεγγιστικού

τύπου $\frac{i}{r} = \text{σταθ.}$ στην εύρεση του r για μερικές τιμές του i μέχρι 45° .

Ίσως να εκπλαγούν, όταν δουν, ότι και μέχρι 30° το σφάλμα μόλις ανέρχεται στο 2%, για φως που εισέρχεται από αέρα σε νερό.

Οι μαθητές που έχουν κλίση στα μαθηματικά, θα ωφεληθούν αν τους υπομνήσουμε ότι για μικρές γωνίες ισχύει $\sin \theta \approx \theta$ (το θ σε rad) ή $\sin \theta \approx \frac{2\pi}{360} \theta$ (το θ σε μοίρες).

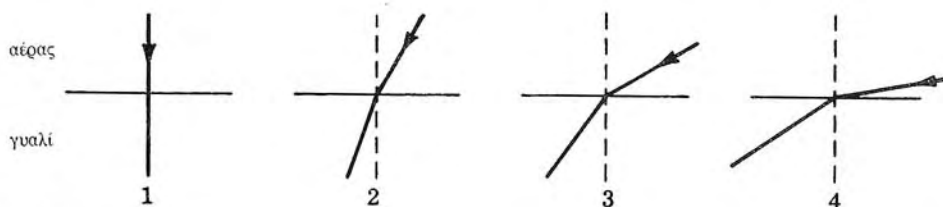
Άρα για μικρές προσπτώσεις ισχύει: $\frac{\sin i}{\sin r} \approx \frac{i}{r}$

(τα i και r μετρούνται σε rad ή σε μοίρες).

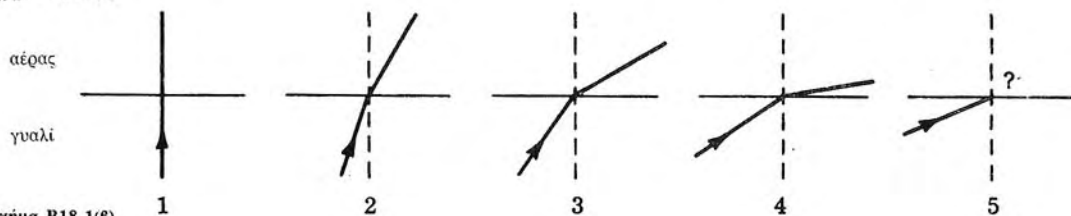
Παράγραφος 18 - 9

Για τους μαθητές εκείνους που είναι ικανότεροι στη γεωμετρία παρά στην ανάλυση, θα ήταν καλύτερα να οδηγηθείτε στην ολική ανάκλαση χρησιμοποιώντας τα διαγράμματα του σχ. B 18 - 1.

Όπως παρατηρείτε, κατά τη μετάβαση, ας πούμε, από τον αέρα σε γυαλί, αυξάνοντας τη γωνία προσπτώσεως είναι φυσικό να εφαρμόσουμε την αντιστρεπτικότητα του φωτός και να διερωτηθούμε για την κατάσταση η οποία δεν εικονίζεται στο σχ. B 18 - 1(α). Προφανώς στο σχ. B 18 - 1(β)-5 δεν υπάρχει περιοχή στον αέρα όπου μπορεί να πάει το φως.

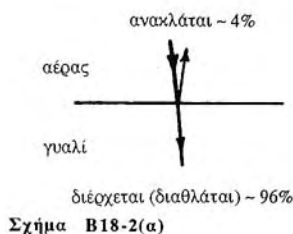


Σχήμα B18-1(α)

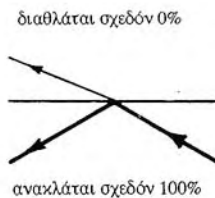
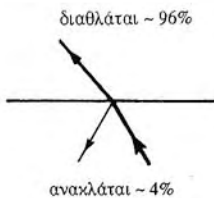
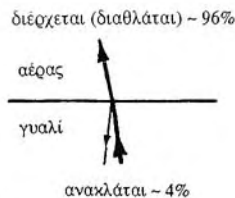
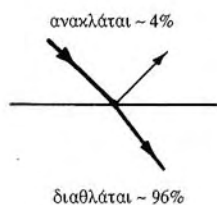


Σχήμα B18-1(β)

Η μετάβαση από τη μερική ανάκλαση και διάθλαση στην ολική ανάκλαση δεν είναι απότομη, όπως ίσως μερικοί μαθητές υποθέσουν. Εάν μια δέσμη πέφτει στο γυαλί από τον αέρα, το ποσοστό που ανακλάται εξαρτάται από τη γωνία προσπτώσεως θ_a από τον αέρα. Όταν $\theta_a = 0$, το κλάσμα του φωτός που ανακλάται δίδεται από τη σχέση $\left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2$. Για άλλες γωνίες, τα ποσοστά ανακλάσεως φαίνονται στο σχ. B 18 - 2. Καθώς η n θα αυξάνεται το ποσοστό που ανακλάται παραμένει σχεδόν σταθερό μέχρι τις 50° και μετά αυξάνεται σχεδόν απότομα στο 100%.



Σχήμα B18-2(α)



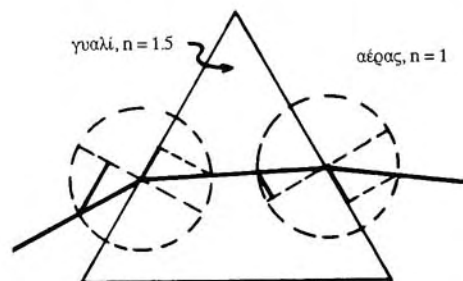
Σχήμα B18-2(β)

Στην περίπτωση που η δέσμη προσπίπτει από το γυαλί και συναντάει τη διαχωριστική επιφάνεια με τον αέρα, βρίσκουμε ότι για γωνίες προσπτώσεως θ_γ , θ_α , τα ποσοστά που ανακλώνται είναι τα ίδια. Το ποσοστό ανακλάσεως είναι σταθερό αρχικά, αλλά καθώς το $\sin \theta_\gamma$ πλησιάζει στο $1/n$ (και επομένως το $\sin \theta_\alpha$ πλησιάζει στο 1), το ποσοστό ανακλάσεως αυξάνει απότομα και πλησιάζει το 100%.

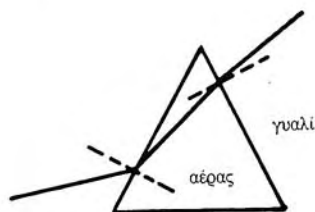
Παράγραφος 18 - 10

Τονίσετε ότι η ανάλυση του λευκού φωτός δεν παραβιάζει το νόμο του Snell, αλλά τον διαφωτίζει περισσότερο. Πράγματι, όπως φαίνεται στον Πίνακα 2, το αποτέλεσμα της διασποράς (διασκεδασμός) των χρωμάτων εμφανίζεται στο τρίτο ψηφίο του δείκτη διαθλάσεως.

Μερικοί μαθητές ίσως το βρίσκουν διασκεδαστικό να σχεδιάζουν την πορεία μιας φωτεινής ακτίνας μέσα από πρίσμα με ακρίβεια, όπως φαίνεται στο σχ. B 18 - 3. Άλλοι ίσως προτιμούν να γράψουν ένα πρόγραμμα στον υπολογιστή για να τους δώσει την πορεία. Όποιον δρόμο και αν



Σχήμα B18-3



Σχήμα B18-4

ακολουθήσουν θα πρέπει επίσης να δρίσκουν την πορεία του φωτός όταν διέρχεται μέσα από «αέρινο» πρίσμα που φαίνεται στο σχ. Β 18 - 4.

Παράγραφος 18 - 11

Σκοπός αυτής της παραγράφου είναι να δείξει τα όρια που ισχύει η γεωμετρική οπτική. Αυτό το πετυχαίνει, προβάλλοντας το ζήτημα αλλαγής κλίμακας των γεωμετρικών διαστάσεων. Με απλή πειραματική επίδειξη μπορεί να φανεί ότι, όταν οι διαστάσεις – όπως το άνοιγμα μιας σχισμής ή το πάχος ενός λεπτού στρώματος – γίνονται πολύ μικρές, εμφανίζονται φαινόμενα που δεν μπορούν να εξηγηθούν με τη γεωμετρική οπτική που είδαμε μέχρι τώρα. Τοποθετήστε μια ισχυρή λάμπα στην τάξη και καλέσετε τους μαθητές να κάνουν ό,τι φαίνεται στο σχ. 18 - 26.

Βυθίστε ένα συρμάτινο πλαίσιο σε σαπουνόνερο (τον τύπο που χρησιμοποιείται για σαπουνόφουσες) για να σχηματίσετε ένα λεπτό στρώμα (μεμβράνη) και κρατήστε το πλαίσιο κατακόρυφο, ώστε να στραγγίσει το στρώμα. Βάλτε την τάξη να παρατηρήσει τα οπτικά φαινόμενα, καθώς το στρώμα γίνεται λεπτότερο.

Μην μπλέκεστε με κύματα για την ώρα και αφήστε αρκετό χρόνο για να κατασταλάξουν οι ιδέες.

Πείραμα 28. Ανάκλαση

Υλικά

- 1 Επίπεδο καθρέφτη (περίπου $14\text{ cm} \times 4\text{ cm}$, με επιμεταλλωμένη την μπροστινή επιφάνεια, αν υπάρχει).
- 2 Καρφίτσες (περίπου μήκους $2,5\text{ cm}$).
- 1 Φύλλο χαρτιού (περίπου $21\text{ cm} \times 28\text{ cm}$).
- 1 Φύλλο από μαλακό χαρτόνι ή παρόμοιο υλικό (περίπου $21\text{ cm} \times 28\text{ cm}$).
- 1 Μυτερό σκληρό μολύδι.
- 1 Μοιρογνωμόνιο.
- 1 Χοντρό κομμάτι ξύλου κατάλληλο για να στηρίξετε τον καθρέφτη.
- 1 Ελαστικός βρόγχος (Λαστιχάκι).

Η απλή συσκευή που χρησιμοποιείται στο πείραμα αυτό είναι ικανή να δώσει ακριβή αποτελέσματα, αρκεί οι μαθητές να εργαστούν με προσοχή. Γι' αυτό, παροτρύνετε τους μαθητές να χρησιμοποιήσουν μυτερά μολύδια, να τραβούν τις γραμμές ακριβώς πάνω στις τρυπούλες και να μετρούν γωνίες με ακρίβεια κλάσματος της μοίρας.

Για να μην είναι το φύλλο του χαρτιού χαλαρό, πείτε στους μαθητές να δίνουν το χαρτόνι ακριβώς κάτω από μια σελίδα του τετραδίου τους.

Βεβαιωθείτε ότι οι μαθητές γνωρίζουν, αν οι καθρέφτες τους έχουν την μπροστινή ή πισινή επιφάνεια επαργυρωμένη και έτσι να τους τοποθετήσουν ανάλογα, πάνω στην τραδηγμένη γραμμή.

Την ώρα που παρακολουθείτε τους μαθητές να εργάζονται, προσέξτε να δείτε αν μεταβάλλουν τη γωνία προσπτώσεως σε μεγάλο εύρος τιμών.

Οι επιδεξιότητες που αποκτούν στο πείραμα αυτό θα τους είναι χρήσιμες και στο επόμενο (διάθλαση).

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 28

- Η κατεύθυνση της προσπίπτουσας ακτίνας, άρα και η γωνία προσπτώσεως, μπορεί να καθοριστεί με μεγαλύτερη ακρίβεια εάν το αντικείμενο δρίσκεται μακριά από τον καθρέφτη.

- Ο ίδιος συλλογισμός εφαρμόζεται στην τοποθέτηση της καρφίτσας που χρησιμοποιείται στη σκόπευση.
- Οι δύο γραμμές αντιπροσωπεύουν την προσπίπτουσα και την ανακλώμενη ακτίνα.
- Δείγμα μετρήσεων:

Γωνία προσπτώσεως (σε μοίρες)	Γωνία ανακλάσεως (σε μοίρες)
11,0	10,5
24,5	23,0
38,0	37,0
44,5	44,5
53,5	53,0

Τα αποτελέσματα των μετρήσεων οδηγούν στη γενίκευση: «η γωνία ανακλάσεως ισούται με τη γωνία προσπτώσεως».

Πείραμα 29. Διάθλαση

Υλικά

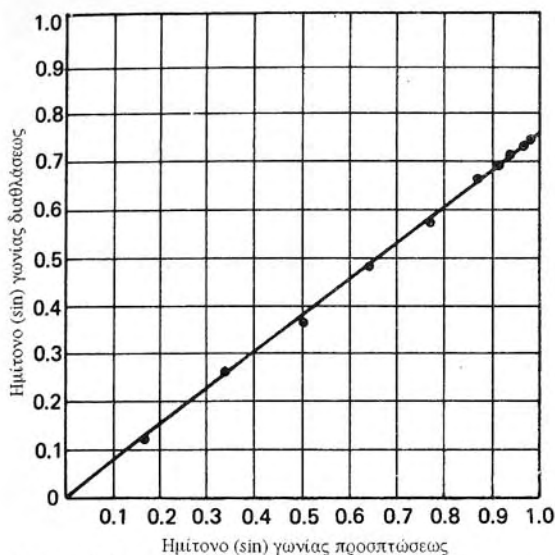
- 1 Ημικυλινδρικό ανοιχτό πλαστικό κουτί (ακτίνα 6 cm, βάθος 3 cm).
- 4 Φύλλα χαρτιού για παραστάσεις σε ορθογώνιους άξονες, ή 2 φύλλα με ορθογώνιους και 2 με πολικούς άξονες.
- 1 Φύλλο από μαλακό χαρτί ή παρόμοιο υλικό (περίπου 20 cm × 28 cm).
- 2 Καρφίτσες (περίπου 2,5 cm).
Ορυκτό λάδι (περίπου 75 ml), ή άλλο κατάλληλο υγρό.
- 1 Μυτερό σκληρό μολύδι.
- 1 Μοιρογνωμόνιο ή κάτι ανάλογο (αν δεν υπάρχει πολικό χαρτί).
- 1 Κανόνα (χάρακα).

Η κατακόρυφη γραμμή στην επίπεδη πλευρά του πλαστικού κουτιού μπορεί να φαίνεται καλύτερα μέσα από το υγρό, εάν τονιστεί με κόκκινο στυλό. Με πολικό χαρτί διαγραμμάτων είναι δυνατόν να διαβάσουμε τις γωνίες κατευθείαν από τις τρυπούλες με ακρίβεια 0,2°. Εάν χρησιμοποιηθεί άλλο χαρτί διαγραμμάτων (π.χ. τετραγωνισμένο), η προσπίπτουσα ακτίνα και η διαθλώμενη πρέπει να χαράσσονται με μυτερό μολύδι για να αποφεύγονται ανεπιθύμητα σφάλματα στη μέτρηση γωνιών. Τοποθετώντας το μαλακό χαρτόνι κάτω από το χαρτί γραφημάτων, μας διευκολύνει στην τοποθέτηση των καρφίτσων.

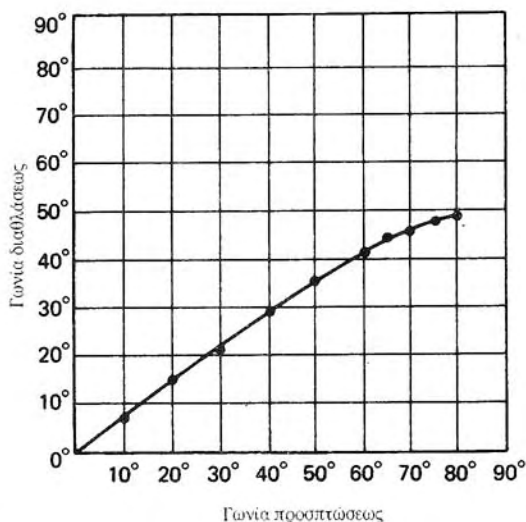
Η καρφίτσα αντικείμενο πρέπει να βρίσκεται περίπου 4 cm μακριά από την κατακόρυφη γραμμή του πλαστικού δοχείου. Διαφορετικά, για μεγαλύτερες αποστάσεις και μεγάλες γωνίες προσπτώσεως, το είδωλο γίνεται αμυδρό και παραμορφωμένο. Συνήθως, για μεγαλύτερες γωνίες, είναι αναγκαίο να τοποθετήσετε την καρφίτσα πλησιέστερα από 4 cm προς την κατακόρυφη γραμμή.

Μπορείτε να βάλετε διαφορετικούς μαθητές να κάνουν το πείραμα με διαφορετικά υγρά. Μερικά από τα υγρά που δεν αποχρωματίζουν ούτε διαλύουν το πλαστικό κουτί είναι: γλυκερίνη, ορυκτό λάδι ($n \approx 1,5$), αλατόνερο, διάλυμα ζαχάρως. Μην χρησιμοποιείτε τετραχλωροάνθρακα, διθειούχο άνθρακα, νέφτι, οξέα ή βάσεις.

Εάν το πείραμα εκτελεστεί με προσοχή, το πηλίκο $\sin i / \sin r$ είναι περίπου



Σχήμα B18-5



Σχήμα B18-6

σότερο σταθερό από το πηλίκο i/r . [σχ. B 18 - 5 και B 18 - 6], όπου r η γωνία διαθλάσεως και i η γωνία προσπτώσεως.

Εάν όμως οι μαθητές δεν καταφέρνουν να μετρούν με ακρίβεια για μεγάλες γωνίες προσπτώσεως, δεν θα είναι σε θέση να αποφασίσουν ποια από τις σχέσεις είναι πιο σωστή. Σε οριακές περιπτώσεις, παρότρυνε τους μαθητές να επαναλάβουν μερικές από τις μετρήσεις για μεγάλες γωνίες.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 29

- Όταν η γωνία προσπτώσεως είναι 0° , το φως δεν διαθλάται.
- Η διαφορά των γωνιών προσπτώσεως και διαθλάσεως δεν παραμένει σταθερή.
- Ο λόγος i/r είναι σταθερός μόνο για μικρές γωνίες.
- Για μικρές γωνίες $i/r = n$, όπου n μία σταθερά.
- Η πορεία του φωτός είναι αντιστρέψιμη. Αν οι μαθητές τοποθετήσουν τη δεύτερη καρφίτσα στην ίδια ευθεία με την καρφίτσα αντικείμενο, μπορούν να επαληθεύσουν ότι η καρφίτσα αντικείμενο είναι επίσης στην ίδια ευθεία με τη δεύτερη καρφίτσα, αν κοιτάξουν μέσα από το δοχείο με νερό κατά την αντίθετη κατεύθυνση. Οποσδήποτε όμως, ένας μπορεί να βρει τη φορά που ταξιδεύει το φως, επειδή δεν διέρχεται δια της επιφάνειας αέρα-νερού όλο το φως που πέφτει σε αυτή τη διαχωριστική επιφάνεια, αλλά μέρος του ανακλάται προς τα πάνω. Η ανάκλαση γίνεται πάντοτε προς την πλευρά που βρίσκεται η πηγή.
- Για άλλο υγρό θα προκύψει διαφορετικό κλάσμα $\sin i / \sin r$.
- Από το διάγραμμα μπορεί να φανεί ότι το $\sin i$ είναι ανάλογο του $\sin r$. Επομένως, ο καλύτερος μαθηματικός τύπος για να περιγράψουμε τη διάθλαση είναι $\frac{\sin i}{\sin r} = n$, όπου n μία σταθερά.

Κατάταξη των Προβλημάτων Παραγράφων και ΣΤΕ

Παράγραφος	Εύκολα	Μέτρια	Δύσκολα
18 - 1	1, 2, 3, 4, 5		
18 - 2	6	7	
18 - 3	8, 9, 10		
18 - 4	11, 12, 13, 14, 15, 16	17	
18 - 5	18, 19, 20, 21, 22	23	
18 - 6	26, 28	24, 25, 27	
18 - 7	29, 30, 31		
18 - 8	32, 33, 34		
18 - 9	35, 36		
18 - 10	37	38	
18 - 11			Κανένα
ΣΤΕ	42, 43, 45, 47, 48	39, 41, 44 46, 49, 50 51, 53, 54	40, 52

Απαντήσεις στα Προβλήματα

(Περιεχόμενο προβλημάτων όπως στο διδύλιο διδασκαλίας)

- (α) Στη μαύρη περιοχή, στο κέντρο της σκιάς.
(β) Στη γκριζα περιοχή που περιβάλλει την κεντρική σκοτεινή περιοχή.
- Σε γωνία 45° .
- Ναι, αν τοποθετήσουμε την οθόνη μακρύτερα. Κάποτε, η φωτεινή ακτίνα που ξεκινάει από την κορυφή της πηγής και εφάπτεται με την κορυφή του αντικειμένου θα συναντηθεί με την ακτίνα που ξεκινάει από τη βάση της πηγής και εφάπτεται στη βάση του αντικειμένου. Από το σημείο αυτό και πέρα θα υπάρχει μόνο παρασκιά.
- Αυτό είναι ένα καλό πρόβλημα για συζήτηση στην τάξη. (Μπορεί να συζητηθεί στην τάξη χωρίς να τους έχει ανατεθεί από πριν).
Για μια ορισμένη φωτεινή πηγή, η σκιά μπορεί να γίνει ευκρινέστερη, είτε αυξάνοντας την απόσταση πηγής - αντικειμένου, είτε ελαττώνοντας την απόσταση αντικειμένου - οθόνης. Μια μικρότερη σε διαστάσεις πηγή θα έκανε επίσης τη σκιά ευκρινέστερη.
- Όταν το μολύβι βρίσκεται κοντά στην επιφάνεια, η σκιά έχει σαφή όρια. Ο ήλιος φαίνεται υπό γωνία μικρότερη από μία μοίρα, έτσι αρχικά ενεργεί σαν σημειακή πηγή με παράλληλες ακτίνες. Καθώς το μολύβι απομακρύνεται από την επιφάνεια, η σκιά διευρύνεται και εκτός από τη σαφή

σκιά σχηματίζεται και παρασκιά. Με το μολύβι μακριά από την επιφάνεια, ο ήλιος δεν ενεργεί σα σημειακή πηγή, αλλά σα πηγή με διαστάσεις, όπως αυτή του σχ. 18 - 3. Σε αρκετά μεγάλες αποστάσεις από την επιφάνεια, η ολική σκιά του μολυβιού γίνεται τελείως ασαφής διότι το πάχος του μολυβιού δεν μπορεί πλέον να εμποδίσει τελείως το φως του ήλιου από όλα τα σημεία της επιφάνειας. Για ακόμη μεγαλύτερες αποστάσεις η σκιά απλώνεται και εξασθενίζει τόσο που εξαφανίζεται τελείως.

- (α) Η απόσταση της γης από τον ήλιο είναι περίπου $1,5 \times 10^{11} \text{ m}$.

$$\text{Άρα } t = \frac{d}{v} = \frac{1,5 \times 10^{11} \text{ m}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} = \frac{500 \text{ s}}{1}$$

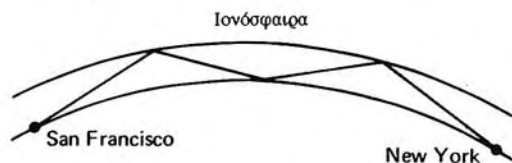
- (β) Επειδή η ταχύτητα του φωτός δίνεται σε m/s, ο χρόνος 4,3 έτη πρέπει να μετατραπεί σε sec.

$$\begin{aligned} \text{χρόνος} &= (4,3 \text{ έτη}) \times \left(\frac{365 \text{ μέρες}}{\text{έτη}} \right) \times \\ &\quad \times \left(\frac{24 \text{ ώρες}}{\text{έτος}} \right) \times \left(\frac{3600 \text{ sec}}{\text{ώρα}} \right) \end{aligned}$$

$$\text{χρόνος} = 13,6 \times 10^7 \text{ s}$$

$$\begin{aligned} \text{Άρα } d &= vt = (3 \times 10^8 \text{ m/s}) \times (13,6 \times 10^7 \text{ s}) \\ &= 4,1 \times 10^{16} \text{ m} \end{aligned}$$

7. Το φως δεν μπορεί να πάει κατευθείαν από τη Νέα Υόρκη στο San Francisco, εξαιτίας της καμπυλότητας της γης. Τα ραδιοφωνικά όμως κύματα και εκείνα που έχουν συχνότητες ανάμεσα στο 1 MHz και 30 MHz μπορούν να ανακλαστούν στην ιονόσφαιρα και κατόπιν στην επιφάνεια της γης και μετά από διαδοχικές τέτοιες ανακλάσεις να φτάσουν στην άλλη πόλη (σχ. Β 18 - 7).



Σχήμα Β18-7

$$(α) t = \frac{d}{v} = \frac{4,8 \times 10^3 \text{ km} \times 10^3 \text{ m/km}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} = 1,6 \times 10^{-2} \text{ s}$$

Το μήκος της τεθλασμένης γραμμής που ακολουθούν τα κύματα είναι λίγο μεγαλύτερο από την απόσταση που μας δίνεται (το τόξο που ενώνει τις δύο πόλεις), αλλά αυτό δεν επιδρά σημαντικά στο αποτέλεσμα μας.

- (β) Το μήκος της τροχιάς του φωτός είναι:

$$d = vt = (3 \times 10^8 \text{ m/s}) (2,7 \text{ s}) = 8,1 \times 10^8 \text{ m}$$

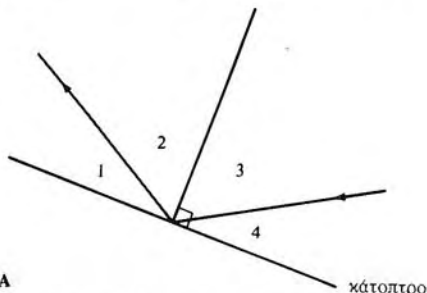
Η απόσταση γης - σελήνης είναι:

$$\frac{d}{2} = 4,0 \times 10^8 \text{ m}$$

8. Θα γινόταν στενότερος.
9. Όχι. Οι πλευρές της είναι περισσότερο παράλληλες από αυτές της πρώτης φωτογραφίας, αλλά παρόλα αυτά αποκλίνουν ελαφρά.
10. Ανάμεσα σε εσάς και σε ένα αντικείμενο, στο οποίο κοιτάζετε, διέρχονται άπειρες φωτεινές ακτίνες προερχόμενες από άλλα αντικείμενα. Οι φωτεινές αυτές ακτίνες δεν επηρεάζουν το φως με το οποίο βλέπετε το αντικείμενο, δεν παραμορφώνουν το αντικείμενο, ούτε παρατηρείται άλλο φαινόμενο.
11. Το ποσοστό του φωτός που ανακλάται από το τζάμι πρέπει να είναι μικρό και δεν γίνεται αντιληπτό, μπροστά στο άφθονο φως που μπαίνει στο δωμάτιο απ' έξω στη διάρκεια της ημέρας.
12. Το ηλιακό φως ανακλάται από τη γη, φτάνει στη σελήνη, όπου ανακλάται πάλι και επιστρέφει στη γη. Είναι αυτή η διπλή ανάκλαση του φωτός, που κάνει το μέρος της σελήνης, που δεν

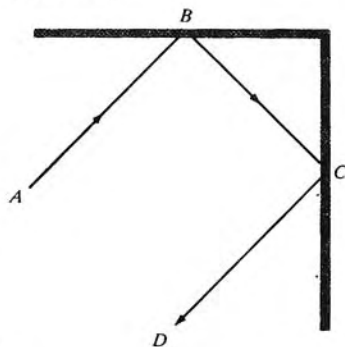
φωτίζεται άμεσα από τον ήλιο, να φαίνεται αμυδρά.

13. Το φως που επανεκπέμπεται (σκεδάζεται) από τη φωτεινή περιοχή της οθόνης, τον καθρέφτη και το κερί, πέφτει στα γύρω αντικείμενα, σκεδάζεται επ' αυτών και φτάνει στην οθόνη. Έτσι, λόγω της διπλής σκεδάσεως γίνεται ορατό και το σκιερό μέρος της οθόνης.
14. Γωνία προσπτώσεως είναι η 3 και ανακλάσεως η 2.

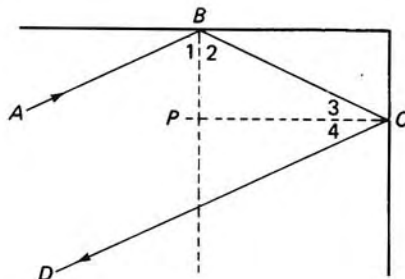


Σχήμα Α

15. Άπειρος αριθμός ακτίνων μπορούν να σχηματίζουν την ίδια γωνία προσπτώσεως. Όλες αυτές οι ακτίνες τέμνονται στο σημείο προσπτώσεως και σχηματίζουν κωνική επιφάνεια, της οποίας ο άξονας είναι κάθετος στην επιφάνεια του καθρέφτη.
16. Μία.
17. Οι μαθητές πιθανώς να προτείνουν διάφορες αποδεκτές λύσεις. Βλέπε σχ. Β 18- 8. Εδώ υπάρχει ένας τρόπος:



Σχήμα Β

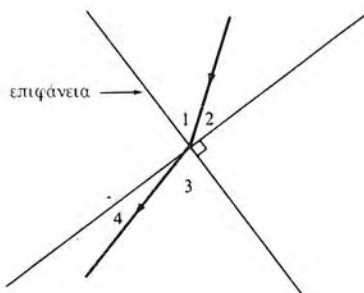


Σχήμα Β18-8

Φέρτε κάθετες γραμμές στις ανακλαστικές επιφάνειες στα σημεία Β και C. Οι δύο αυτές κάθετες τέμνονται σ' ένα σημείο Ρ. Προφανώς η γωνία BPC είναι 90° και επομένως $\gamma_{\text{ων. 2}} + \gamma_{\text{ων. 3}} = 90^\circ$. Από το νόμο της ανακλάσεως έχουμε $\gamma_{\text{ων. 1}} = \gamma_{\text{ων. 2}}$ και $\gamma_{\text{ων. 3}} = \gamma_{\text{ων. 4}}$. Άρα

$$\gamma_{\text{ων. 1}} + \gamma_{\text{ων. 2}} + \gamma_{\text{ων. 3}} + \gamma_{\text{ων. 4}} = 180^\circ$$

Επομένως οι γωνίες ABC και BCD είναι παραπληρωματικές και οι ακτίνες AB και CD παράλληλες μεταξύ τους.

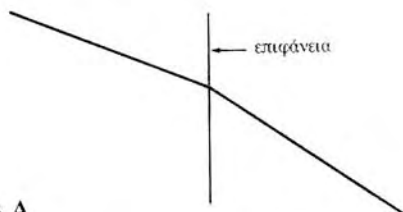


Σχήμα Γ

18. Γωνία προσπτώσεως = γωνία 2

Γωνία διαθλάσεως = γωνία 4

19. Στην αριστερή πλευρά.



Σχήμα Δ

20. Στη φωτογραφία του σχ. 18 - 15.

21. Σε κάθε περίπτωση η προσπίπτουσα ακτίνα, η κάθετος στην επιφάνεια και ανακλώμενη ή διαθλούμενη ακτίνα βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο.

22. Ναι. Σε κάθε περίπτωση που φαίνεται στο σχ. 18 - 15 η γωνία ανακλάσεως είναι ίση με τη γωνία προσπτώσεως.

23. Για μικρές γωνίες, ας πούμε από 0° έως 30° , οι καμπύλες στα διαγράμματα του σχ. 18 - 16 είναι ευθείες για το νερό και το γυαλί. Επομένως, διπλασιάζοντας την γωνία προσπτώσεως 5° θα διπλασιαστεί και η γωνία διαθλάσεως σε κάθε περίπτωση. Για γωνίες από 30° έως 90° οι καμπύλες αποκλίνουν από την ευθεία. Διπλασιάζοντας, επομένως, μια γωνία προσπτώσεως 40° δίνει γωνία διαθλάσεως μικρότερη από το διπλάσιο σε κάθε περίπτωση.

24. Υπολογίζουμε την κλίση του ευθύγραμμου τμήματος των καμπυλών στο σχ. 18 - 16:

$$\text{Για το νερό είναι: } \frac{15-0}{20-0} = 0,75,$$

$$\text{άρα } n_v = \frac{1}{0,75} = 1,3$$

$$\text{Για το γυαλί είναι: } \frac{13-0}{20-0} = 0,65,$$

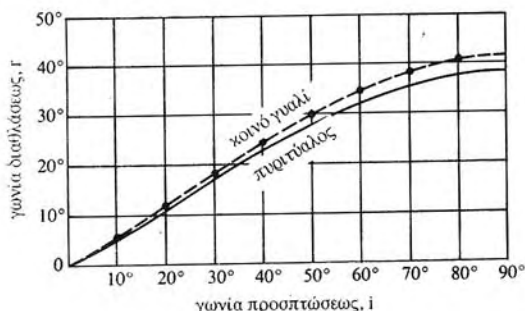
$$\text{άρα } n_\gamma = \frac{1}{0,65} = 1,5$$

Αυτές είναι κοντά στις τιμές που περιλαμβάνονται στον Πίνακα 2.

25. Η γραφική παράσταση στο σχ. Β 18 - 9 είναι ευθεία γραμμή για μικρές γωνίες. Ο μαθητής μπορεί να υπολογίσει τη γωνία διαθλάσεως που αντιστοιχεί σε γωνία προσπτώσεως, ας πούμε 20° ως εξής:

$$r = 20^\circ / 1,65 = 12^\circ.$$

Το σημείο που παριστάνει τις παραπάνω γωνίες βρίσκεται λίγο παρακάτω από το αντίστοιχο σημείο του κοινού γυαλιού. Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει την αρχή των αξόνων με το παραπάνω σημείο, αποτελεί την αρχή της ζητούμενης γραφικής παραστάσεως. Ο μαθητής μπορεί να συμπληρώσει το διάγραμμα, προεκτείνοντας την καμπύλη, διατηρώντας την, όμως, διαρκώς κάτω από την καμπύλη του κοινού γυαλιού. Ο παρατηρητικός μαθητής θα δει ότι, όπως η καμπύλη του γυαλιού απομακρύνεται κάτω από την καμπύλη του νερού κατά αυξανόμενες αποστάσεις στο σχ. 18 - 16, η καμπύλη για πυριτύλιο θα απομακρύνεται κάτω από την καμπύλη για σύννηθες γυαλί, κατά αυξανόμενες αποστάσεις.



Σχήμα Β18-9

26. Το διαμάντι.

27. Στο δεύτερο μέρος της Παραγρ. 18 - 6 παρέχεται η πληροφορία ότι ο δείκτης διαθλάσεως

του γυαλιού ως προς τον αέρα είναι $n_{γα} = 1,50000$ και ως προς το κενό είναι $n_{γκ} = 1,50044$. Άρα, ο απόλυτος δείκτης διαθλάσεως του αέρα (δείκτης ως προς το κενό) θα είναι:

$$n_{ακ} = \frac{n_{γκ}}{n_{γα}} = \frac{1,50044}{1,50000} = 1,0029$$

και με καλή προσέγγιση $n_{ακ} = 1,00$.

28. Ο απόλυτος δείκτης διαθλάσεως του νερού θα είναι λίγο μεγαλύτερος από 1,33299.

29. (α) Ναι. Η πορεία του φωτός είναι αντιστρεπτή.

(β) Όχι. Εφόσον εκείνος βλέπει τα μάτια της, εκείνη βλέπει επίσης τα μάτια του.

30. Όχι. Δεν θα υπήρχε τότε ανακλώμενη δέσμη στη θέση που δείχνεται. Η ανακλώμενη δέσμη θα βρισκόταν στο κάτω αριστερό τεταρτημόριο.

31. Θα είναι πιο απομακρυσμένες.

32. (α)

Γωνία	Ημίτονο	Γωνία	Ημίτονο
4°	0,070	73°	0,96
30°	0,50	17,8°	0,31
45°	0,71	37,3°	0,61
60°	0,87	90°	1,00

(β)

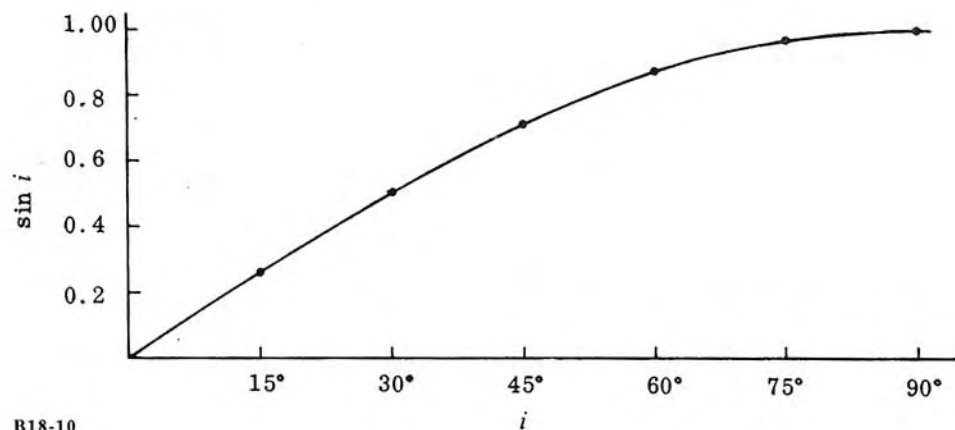
Ημίτονο	Γωνία	Ημίτονο	Γωνία
0,10	5,7°	1,0	90°
0,00	0°	0,50	30°
0,31	18°	0,52	31°
0,87	60°	0,96	74°

(γ) Βλέπε σχ. B18 - 10.

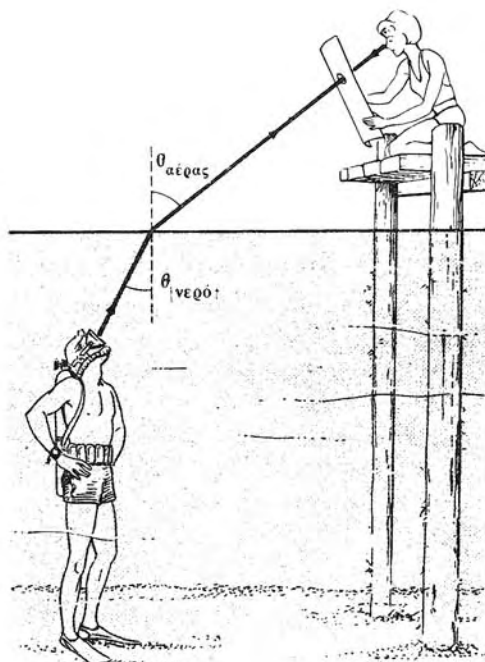
33. Είναι 1,22.

34. Ο σχετικός δείκτης διαθλάσεως του γυαλιού ως προς το νερό, όταν το φως πηγαίνει από το νερό

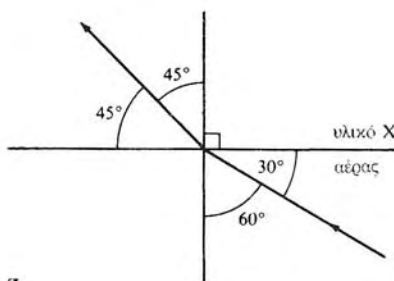
στο γυαλί είναι: $n_{γγ} = \frac{1,5}{1,33} = 1,13$.



Σχήμα B18-10



Σχήμα Ε



Σχήμα Ζ

Άρα $r = 2,5/1,13 = 2,2^\circ$.

Διαφορετικά, χρησιμοποιώντας το νόμο του Snell βρίσκουμε:

$$1,5 \sin \theta_v = 1,33 \sin 2,5^\circ \Rightarrow \sin \theta_v = 0,0386 \\ \Rightarrow \theta_v = 2,2^\circ$$

Για μικρές γωνίες ο τύπος $n = i/r$ είναι καλή προσέγγιση του $n = \sin i / \sin r$.

$$35. n_v \sin \theta_v = n \sin \theta_n \Rightarrow 1,5 \sin \theta_v = 1,33 \sin 90^\circ \\ \Rightarrow \sin \theta_v = 0,887 \Rightarrow \theta_v = 62^\circ$$

Άρα η οριζική γωνία για το φως που μεταβαίνει από το γυαλί στο νερό είναι 62° .

$$36. (a) 0^\circ \text{ έως } 90^\circ$$

$$(b) 0^\circ \text{ έως } 41,8^\circ$$

37. Η ανάλυση (διασκεδασμός) του φωτός παρατηρείται ευκολότερα με ένα πρίσμα εξαιτίας της δεύτερης διαθλάσεως που παθαίνει κατά την έξοδο του από αυτό. Η δεύτερη διάθλαση χοντρικά διπλασιάζει τη γωνιακή εκτροπή κάθε χρώματος.

$$38. (a) \frac{\sin 80^\circ}{\sin r_{\text{κόκ.}}} = 1,513 \Rightarrow \sin r_{\text{κόκ.}} = 0,6509 \Rightarrow \\ \Rightarrow r_{\text{κόκ.}} = 40,6^\circ \\ \frac{\sin 80^\circ}{\sin r_{\text{ιώδες}}} = 1,532 \Rightarrow \sin r_{\text{ιώδες}} = 0,6428 \Rightarrow \\ \Rightarrow r_{\text{ιώδες}} = 40,0^\circ$$

Άρα η γωνιακή απομάκρυνση είναι $0,6^\circ$.

(b) Η παραπάνω γωνία σε rad είναι:

$$\theta_{\text{rad}} = \frac{\text{τόξο}}{\text{ακτίνα}} \Rightarrow \text{τόξο} = \theta_{\text{rad}} \cdot \text{ακτίνα} \\ = \left(0,6 \times \frac{\pi}{180} \right) \times 20 \text{ cm} = 0,21 \text{ cm}$$

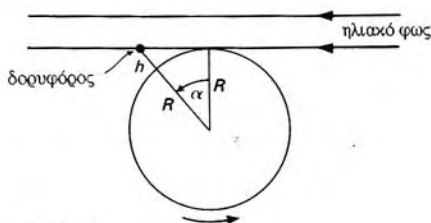
Άρα η απομάκρυνση των δύο ακτίνων σε απόσταση 20 cm από το κέντρο του δίσκου θα είναι 0,21 cm.

Απαντήσεις στα Προβλήματα ΣΤΕ

39. Το επίπεδο της σεληνιακής τροχιάς συμπίπτει σχεδόν με αυτό της τροχιάς της γης γύρω από τον ήλιο. (Τα δύο επίπεδα σχηματίζουν γωνία 5°). Η πανσέληνος παρατηρείται όταν τα τρία σώματα βρίσκονται σε ευθεία σχεδόν γραμμική με τη γη ανάμεσα στον ήλιο και τη σελήνη. Άρα η πανσέληνος θα ανατέλλει τη στιγμή που δύει ο ήλιος.

Η νέα σελήνη παρατηρείται όταν τα τρία σώματα είναι και πάλι σε ευθεία γραμμική, αλλά με τη σελήνη στο μέσο. Άρα θα ανατέλλει την ώρα που ανατέλλει και ο ήλιος.

40. Ξεκινείτε με ένα σχέδιο. Φανταστείτε τον εαυτό σας, σε ένα σημείο ακριβώς πάνω από το Β. Πόλο, να κοιτάζετε προς τα κάτω. Θα βλέπατε τη γη να γυρίζει αντίθετα προς την κίνηση των δεικτών του ρολογιού. Δείξτε την κατεύθυνση του ηλιακού φωτός και τοποθετήστε το δορυφόρο πάνω από τη σκοτεινή πλευρά της γης σε τέτοιο σημείο, ώστε μόλις να φωτίζεται από τις ακτίνες του ήλιου που περνούν ξυστά από την επιφάνεια της γης. (σχ. Β 18 - 11). (Λάβετε υπόψη σας ότι ο δορυφόρος κινείται κατά τη φορά



Σχήμα Β18-11

περιστροφής της γης).

Στο χρονικό διάστημα που πέρασε από τη στιγμή που ο ήλιος έδωσε μέχρι τη στιγμή που ο δορυφόρος βρέθηκε στη θέση που αναφέραμε, η γη περιστράφηκε κατά γωνία α . Από το σχήμα φαίνεται ότι:

$$\cos \alpha = \frac{R}{R+h}$$

Λύνουμε ως προς h . (Είναι προτιμότερο να λύνομε μια εξίσωση με γράμματα παρά με αριθμητικές τιμές). Πολλαπλασιάζουμε αρχικά με το $R+h$ και τα δύο μέλη της εξίσωσης:

$$(R+h) \cos \alpha = R \Rightarrow R \cdot \cos \alpha + h \cos \alpha = R \\ \Rightarrow h \cos \alpha \cdot R - R \times \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = R \left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right)$$

$$\text{Σε δύο ώρες το } \alpha \text{ γίνεται } \alpha = \frac{2}{24} \times 360 = 30^\circ \Rightarrow$$

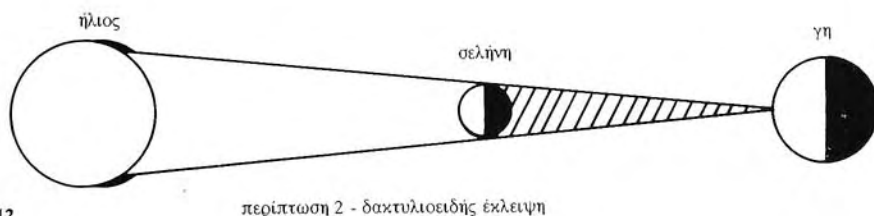
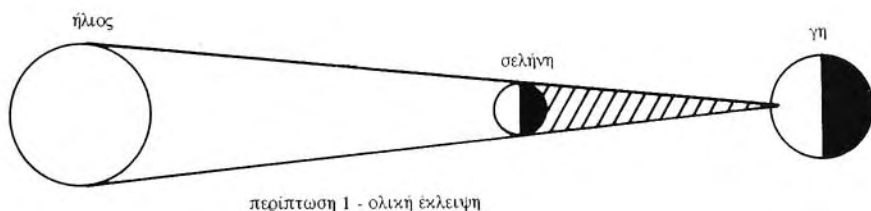
$$\Rightarrow \cos \alpha = 0,866$$

$$\text{Το } R \text{ δίνεται σε μέτρα } R = 6,38 \times 10^6 \text{ m}$$

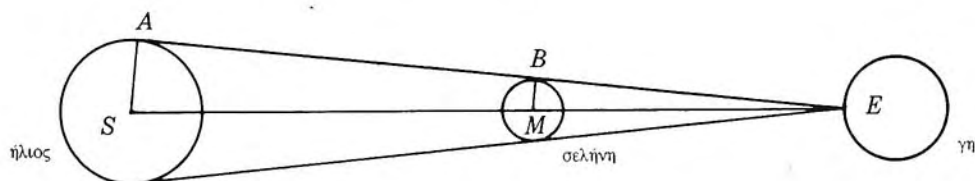
$$\text{Άρα } h = 9,9 \times 10^5 \text{ m}$$

41. (a) Βλ. σχ. Β 18 - 12.

Το γεγονός, ότι έχουμε ολική και δακτυλιοειδή έκλειψη, δείχνει ότι η απόσταση



Σχήμα B18-12



σελήνης - γης ή η απόσταση γης - ήλιου αλλάζει. Πράγματι και οι δύο αλλάζουν.

(6) Βλ. σχ. B 18 - 13.

Επειδή η ολική έκλειψη είναι ορατή μόνο από μια μικρή περιοχή σε κάθε χρονική στιγμή, μπορούμε να θεωρήσουμε την περιοχή αυτή σαν σημείο και να σχεδιάσουμε τα τρίγωνα ASE και BME. Τότε θα έχουμε:

$$\frac{AS}{BM} = \frac{SE}{ME} \Rightarrow AS = BM \times \frac{SE}{ME}$$

$$\begin{aligned} \text{Άρα } AS &= \left(\frac{3,5}{2} \times 10^6 \right) \times \frac{1,5 \times 10^{11} \text{ m}}{3,8 \times 10^8} = \\ &= 6,9 \times 10^8 \text{ m.} \end{aligned}$$

Άρα η διάμετρος του ήλιου θα είναι $1,4 \times 10^9 \text{ m}$.

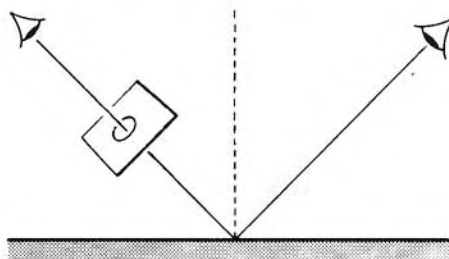
$$42. (\alpha) \quad t = \frac{d}{v} = \frac{2 \times 1000 \text{ m}}{3,0 \times 10^8 \text{ m/s}} = 6,7 \times 10^{-6} \text{ s}$$

(6) Θα μπορούσαν να κάνουν το πείραμα για διαφορετικές αποστάσεις. Επειδή θα εύρισκαν διαρκώς γύρω στα 0,3 s, ανεξάρτητα από την απόσταση, αυτός ο χρόνος των 0,3 s πρέπει να είναι ο χρόνος αντιδράσεώς τους.

43. Οι νόμοι της ανακλάσεως υπονοούν ότι η πορεία του φωτός είναι αντιστρέπτη. Αυτό είναι εύκολο

να φανεί με έναν μοναδικό καθρέφτη.

Ας υποθέσουμε ότι κοιτάζουμε στον καθρέφτη μέσα από μια οπή ενός εμποδίου και βλέπουμε το μάτι ενός άλλου μέσα στον καθρέφτη (από ανάκλαση). Είναι φανερό ότι και ο άλλος βλέπει το δικό μας μάτι από την οπή. Βλέπε σχήμα B18 - 14. Αυτή η ιδέα μπορεί να επεκταθεί από καθρέφτη σε καθρέφτη για οιοδήποτε σύστημα καθρεφτών, όσο πολύπλοκο και να είναι.



44. Μας λέει ότι η ανάκλαση γίνεται και κατά την διέλευση του φωτός από τον αέρα στο γυαλί και κατά την διέλευσή του από το γυαλί στον αέρα.

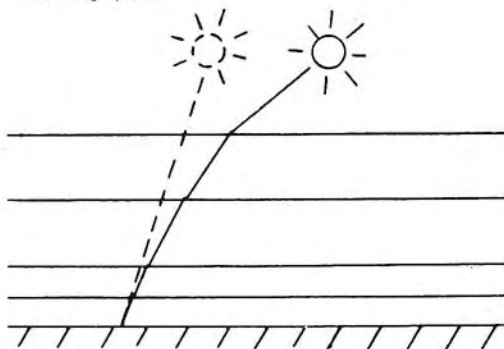
45. Ο τηγμένος χαλαζίας και το ελαϊκό οξύ έχουν τον ίδιο δείκτη διαθλάσεως και είναι αμφοτέρωτερά άχρωμα. Επειδή το φως θα περάσει από το ένα υλικό στο άλλο χωρίς να πάθει ανάκλαση ή διάθλαση,

δεν υπάρχει τρόπος να δούμε το χαλαζία, εκτός και αν υπάρχουν στο εσωτερικό του ατέλειες. Θα έπρεπε ίσως να πείτε στους μαθητές ότι ένας άνθρωπος για να είναι αόρατος θα πρέπει να είναι άχρωμος, διαφανής και να έχει δείκτη διαθλάσεως ίσο με του αέρα.

Επίδειξη. Συνηθισμένα υλικά που έχουν τους ίδιους σχεδόν δείκτες διαθλάσεως είναι το κοινό ορυκτέλαιο και το Plexiglas. Μίγμα βενζολίου και αλκοόλης, σε ορισμένη αναλογία, έχει τον ίδιο δείκτη με το Pyrex. Μερικοί από τους μαθητές που έχουν κάνει Βιολογία, θα έχουν ίσως δει δείγματα ιστών στηριγμένα με βάλασμα του Καναδά, το οποίο έχει τον ίδιο δείκτη διαθλάσεως με το γυαλί που χρησιμοποιείται στα slides (αντικειμενοφόρες πλάκες) και στις καλυπτρίδες των μικροσκοπίων.

46. Επειδή ο δείκτης διαθλάσεως του αέρα είναι διαφορετικός από αυτόν του κενού, ο αραιωμένος αέρας θα έχει έναν δείκτη διαθλάσεως ανάμεσα σ' αυτόν του αέρα στο ύψος της θάλασσας και του κενού. Με την αύξηση του ύψους ο αέρας αραιώνει και γι' αυτό μειώνεται ο δείκτης διαθλάσεως. Να υποθέσετε για ευκολία ότι ο αέρας αποτελείται από πολλά αλληπάλγηλα στρώματα με ελάχιστα διαφορετικούς δείκτες διαθλάσεως το ένα από το επόμενο. Έτσι λαβαίνουμε το σχ. Β 18 - 15, στο οποίο η διάθλαση έχει υπερτονιστεί.

Όταν βασιλεύει ο ήλιος και πάει να χαθεί, είναι στην πραγματικότητα κάτω από τον ορίζοντα, αλλά χάρη στη διάθλαση εξακολουθούμε να τον βλέπουμε για λίγο. Επίσης, πολλά φαινόμενα αντικατοπτρισμού εξηγούνται με τη διάθλαση του φωτός που συμβαίνει ανάμεσα στα ζεστά και συνεπώς αραιά στρώματα, και στα κρύα και επομένως πυκνά στρώματα.

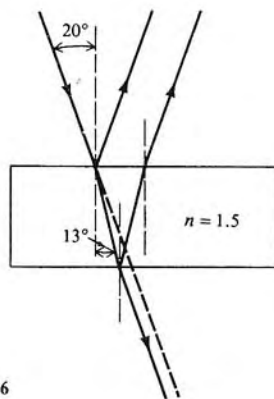


Σχήμα Β18-15

47. Κάποια ποσότητα ηλιακού φωτός διέρχεται μέσα από την ατμόσφαιρα της γης και παθαίνει διάθλαση. Έτσι, στο χώρο της σκιάς πίσω από τη γη

εισέρχεται ένα μικρό μέρος φωτός που φτάνει στη σελήνη και τη φωτίζει αμυδρά.

48. Οι δύο ανακλώμενες ακτίνες θα είναι πάντοτε παράλληλες μεταξύ τους, επειδή οι διαθλάσεις του φωτός, κατά την είσοδό του στην πλάκα και κατά την έξοδό του από το πάνω μέρος αριστερά της πλάκας, είναι ακριβώς αντίθετες η μία της άλλης.
49. Όχι. Αυτό μπορεί να φανεί στο εργαστήριο, αλλά μπορεί εξίσου καλά να φανεί και με ένα διάγραμμα. Στην περίπτωση του σχ. Β 18 - 16 η απόσταση ανάμεσα στις ανακλώμενες ακτίνες είναι πολύ μεγαλύτερη από αυτήν ανάμεσα στη διαθλώμενη ακτίνα και την προέκτασή της προσπίπτουσας ακτίνας.



Σχήμα Β18-16

50. Οι μαθητές μπορούν να φτάσουν στη λύση γραφικά, αρκεί να κάνουν ένα διάγραμμα (βλ. σχ. Β 18 - 17) υπό κλίμακα, ή να χρησιμοποιήσουν τους πίνακες για να βρουν το γ. Ακολουθώντας τη δεύτερη πορεία έχουμε:

$$c^2 = (8^2 + 3^2) \text{ cm}^2 \Rightarrow C = \sqrt{73} \text{ cm}$$

$$(α) \sin r = \frac{3}{\sqrt{73}} = 0,3511 \Rightarrow r = 20,6^\circ$$

$$(β) \sin i = 1,33 \sin r = 0,4670 \Rightarrow i = 27,8^\circ$$

$$(γ) n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\eta_{\mu 31^\circ}}{3/\sqrt{73}} \Rightarrow n = 1,47$$

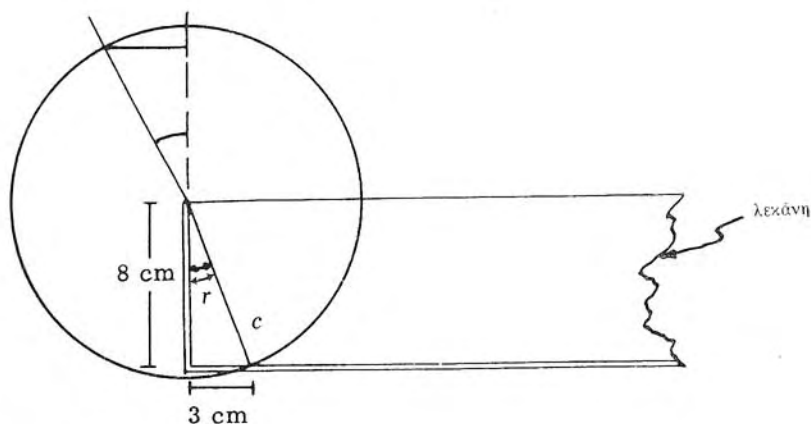
51. Βλ. σχ. Β 18 - 18

$$\text{Επειδή } n_{\text{αέρος}} \sin \theta_{\text{αέρος}} = n_{\text{γυαλί}} \sin \theta_{\text{γυαλί}} \Rightarrow$$

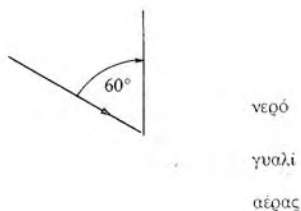
$$\sin \theta_{\gamma} = \frac{1,33}{1,5} \sin 60^\circ = 0,768 \Rightarrow \theta_{\gamma} = 50^\circ$$

Επειδή $n_{\gamma} \sin \theta_{\gamma} = n_{\text{αέρ.}} \sin \theta_{\text{αέρ.}}$, η οριακή γωνία για το φως που πηγαίνει από το γυαλί στον αέρα δρίσκεται από τη σχέση $1,5 \sin \theta_{\text{οριακή}} = 1,0 \times \sin 90^\circ \Rightarrow$

$$\sin \theta_{\text{ορ.}} = 0,667 \Rightarrow \theta_{\text{ορ.}} = 41,8^\circ$$



Σχήμα B18-17



Σχήμα Η

Επομένως η ακτίνα παθαίνει ολική ανάκλαση από τη διαχωριστική επιφάνεια γυαλιού - αέρα.

52. Αν πείτε στους μαθητές από πριν ότι δεν χρειάζονται το δείκτη διαθλάσεως της κηροζίνης (ή τους δώσετε κάποια τιμή), θα τους αποθαρρύνετε από την επιθυμητή πρακτική να λύνουν τα προβλήματα αλγεβρικά και στο τέλος να κάνουν αντικαταστάσεις με τις γνωστές τιμές. Η διάταξη των υγρών φαίνεται στο σχ. Β 18 - 19.

(α) Από το νόμο του Snell έχουμε

$$n_{\text{ολθ}} \sin 5^\circ = n_v \sin \theta_v = n_x \sin \theta_x = 1 \times \sin \theta_a$$

Επομένως $\sin \theta_a = 1,63 \sin 5^\circ \Rightarrow \theta_a = 8,2^\circ$

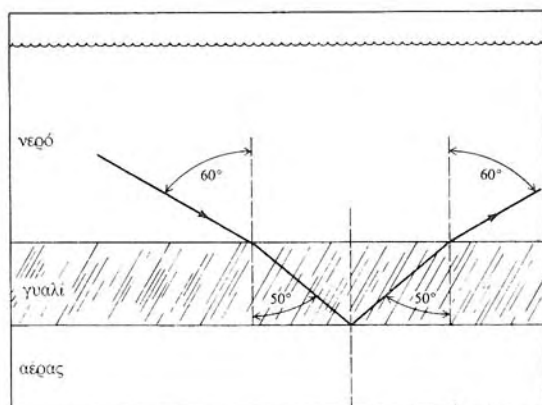
- (β) Η απάντηση είναι **ναι**, αλλά θα πρέπει να τονιστεί ότι η αντιστρεψιμότητα της πορείας του φωτός είναι ένας εμπειρικός νόμος.

- (γ) Όταν υπάρχει μόνο νερό, η γωνία αναδύσεως της ακτίνας είναι **μικρότερη** από αυτή στο μέγρος (α) και μπορεί να υπολογιστεί από το νόμο του Snell.

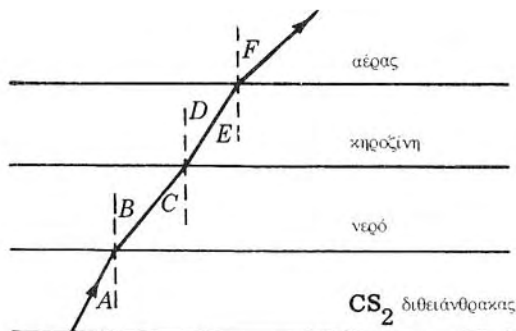
$$1,33 \sin 5^\circ = 1 \times \sin \theta_a \Rightarrow \theta_a = 6,7^\circ$$

53. Ο ουρανός εμφανίζεται γαλάζιος, επειδή το κυανό χρώμα σκεδάζεται περισσότερο από τα άλλα χρώματα. Στο ηλιοβασίλεμα, οπότε ο δρόμος του φωτός μέσα στον αέρα είναι μακρύτερος, σκεδάζεται περισσότερο κυανό χρώμα. Έτσι υπάρχει μεγαλύτερο ποσοστό ερυθρού χρώματος στο φως που φτάνει κατευθείαν στον παρατηρητή από τον ήλιο κατά το ηλιοβασίλεμα.

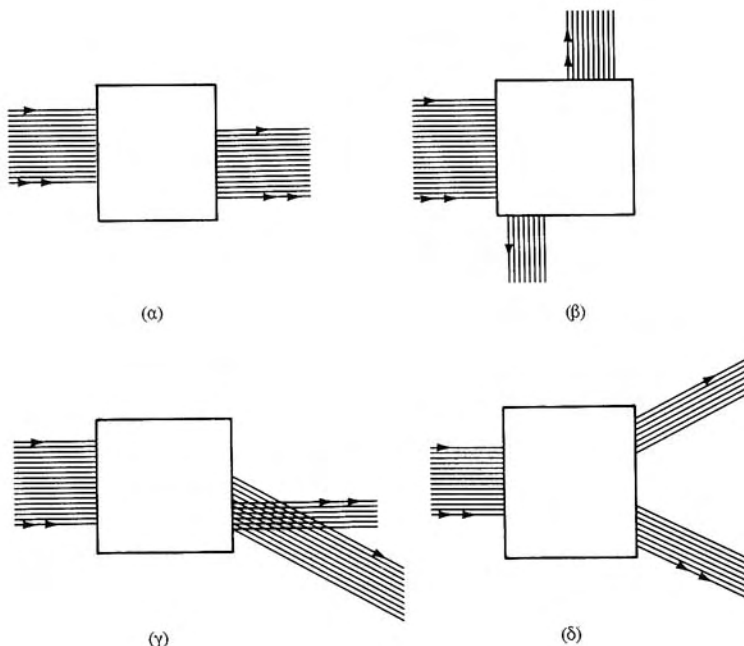
Μερικοί μαθητές ίσως προτείνουν ότι το γαλάζιο χρώμα απορροφάται περισσότερο και γι' αυτό φαίνεται κόκκινος ο ήλιος στο ηλιοβασίλεμα αφού



Σχήμα B18-18



Σχήμα B18-19

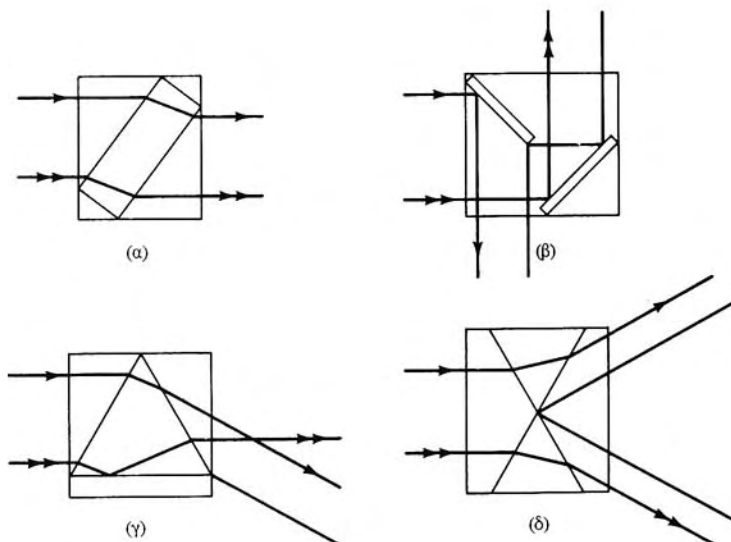


Σχήμα Θ

τότε ο δρόμος του φωτός είναι μεγαλύτερος. Αυτή η υπόθεση, όμως, δεν εξηγεί το γαλάζιο χρώμα του ουρανού.

54. Πρέπει να ξεκαθαρίσετε στους μαθητές ότι πρό-

κειται για πραγματικές φυσικές καταστάσεις και όχι για προβλήματα «τρικ». Στο σχ. Β18 - 20 φαίνεται ένα τρόπος πραγματοποίησής της κάθε μιας περιπτώσεως.



Σχήμα Β18-20

Είδωλα που σχηματίζονται από φακούς και κάτοπτρα

Επισκόπηση και Στόχοι

Η έμφαση σε αυτό το κεφάλαιο είναι να συνδέσει τα φαινόμενα, που παρατηρούνται με τους καθρέφτες και φακούς, με τους βασικούς νόμους της ανακλάσεως και διαθλάσεως, και να παρουσιάσει πρακτικές εφαρμογές αυτών των οπτικών οργάνων (κατόπτρων και φακών). Υπάρχει αρκετή ομοιότητα ανάμεσα στη συλλογιστική των Παραγρ. 19 - 3 και 19 - 7, και των Παραγρ. 19 - 5 και 19 - 8. Έτσι μπορείτε να αναθέσετε τις τελευταίες παραγράφους για μελέτη στο σπίτι ή να τις παρακάμψετε εντελώς. Πάντως, αν αποφασίσετε να συμπεριλάβετε το κεφάλαιο αυτό στο πρόγραμμά σας, μη λησμονήσετε να αναθέσετε τα δύο πειράματα.

Χρονοθέτηση των Πειραμάτων

*Πείραμα 30**. Είδωλα σε επίπεδο κάτοπτρο. Χρησιμοποιήστε το με την Παράγρ. 19 - 2.

Πείραμα 31. Είδωλα με φακούς. Χρησιμοποιήστε το με την Παράγρ. 19 - 7.

Υποδείξεις για τη Διδασκαλία

Παράγραφοι 19 - 1 και 19 - 2

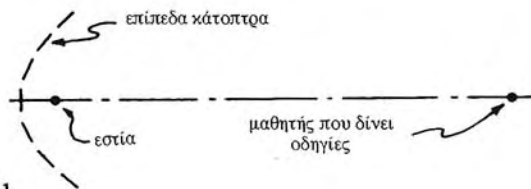
Η Παράγρ. 19 - 1 είναι βασική για την κατανόηση του πώς γίνονται αντιληπτά τα είδωλα. Προκαταρκτικά, να αναθέσετε και να συζητήσετε το πρόβλημα ΣΤΕ 43. Ο εντοπισμός του φανταστικού ειδώλου είναι σχετικά εύκολος, είτε με τη μέθοδο της παραλλάξεως είτε με χάραξη ακτίνων (Πείραμα 30). Πάντως, ο εντοπισμός του πραγματικού ειδώλου των κοίλων κατόπτρων όπως και των συγκλινόντων φακών, συνήθως στην αρχή, μπερδεύει τους μαθητές. Είναι δύσκολο γι' αυτούς να καταλάβουν ότι τα πραγματικά είδωλα που ψάχνουν να βρουν είναι πράγματι ανάμεσα σ' αυτούς και το κάτοπτρο ή το φακό. Χρειάζεται να καταλάβουν ότι πρέπει να τοποθετήσουν τα μάτια τους αρκετά μακριά ώστε το είδωλο να βρίσκεται πέρα από την ελάχιστη απόστασή τους ευκρινούς οράσεως.

Όταν όμως αποκτήσουν τη «μαστοριά», ο εντοπισμός του ειδώλου με παραλλαγή είναι εύκολος. Προετοιμάστε τους γι' αυτό, δίνοντας έμφαση στο περιεχόμενο αυτής της παραγράφου.

Αφήστε το Πείραμα 30 να διδάξει την Παράγρ. 19 - 2.

Παράγραφοι 19 - 3 και 19 - 4

Μπορείτε να εμπλουτίσετε την Παράγρ. 19 - 3, κάνοντας επίδειξη κατασκευής παραβολικού κατόπτρου «με το μάτι» (σχ. Β 19 - 1) χρησιμοποι-



Σχήμα B19-1

ώντας μικρά επίπεδα κάτοπτρα διαστάσεων, ας πούμε, 5 cm × 8 cm.

Στη συνέχεια τοποθετήστε τα μικρά κάτοπτρα χοντρικά πάνω σε μια παραβολή που η εστία της είναι κάπου κοντά. Θα διευκολυνθείτε αρκετά αν στερεώσετε τα μικρά κάτοπτρα με λαστιχάκια πάνω σε ένα μαλακό έλασμα (λωρίδα) από αλουμίνιο. Βάλτε μια μικρή ισχυρή φωτεινή πηγή (μια λάμπα «φακού» είναι ό,τι πρέπει) στη θέση που επιθυμείτε να είναι η εστία. Ένας μαθητής στέκεται δίπλα στο τραπέζι για να μετακινεί τα μικρά κάτοπτρα και ένας άλλος βρίσκεται σε απόσταση, ας πούμε, 6 m προστά από τα κάτοπτρα και δίνει οδηγίες. Ο απομακρυσμένος μαθητής κοιτάζει μέσα στα κάτοπτρα, σε ένα κάθε φορά, και δίνει οδηγίες, ώστε να μπουν τα κάτοπτρα, έτσι που να φαίνεται η πηγή στο μέσο του κάθε κατόπτρου. Είναι εκπληκτική η ακρίβεια της παραβολής που κατασκευάζεται.

Η χρησιμότητα της κατασκευής παραβολικού κατόπτρου είναι διπλή:

- (1) Επεξηγεί την αρχή στην οποία στηρίζεται η σκέψη να θεωρούμε ένα λείο καμπύλο κάτοπτρο ως ένα όριο ενός συνόλου από μικρά επίπεδα κάτοπτρα και
- (2) δείχνει πώς μια συλλογή από επίπεδα μικρά κάτοπτρα μπορεί να προσεγγίσει ένα καμπύλο κάτοπτρο.

Στην Παράγρ. 19 - 4 γίνεται εφαρμογή αυτών που έμαθαν οι μαθητές στην προηγούμενη παράγραφο 19 - 3 και είναι καλή να δοθεί για μελέτη.

Παράγραφος 19 - 5

Μερικοί μαθητές ίσως χρειάζονται τη βοήθειά σας για να ακολουθήσουν πιστά τις οδηγίες της κατασκευής ειδώλων με παραβολικά κάτοπτρα. Με τη βοήθεια ενός πρόχειρου σχεδίου, οι μαθητές θα διευκολυνθούν να καταγράψουν σωστά τις αποστάσεις και τα ύψη αντικειμένων και ειδώλων καθώς και τη σχέση ανάμεσά τους. Ίδια διαδικασία θα αποδειχθεί χρήσιμη και με τους φακούς αργότερα. Τέτοιες κατασκευές διευκολύνουν επίσης και στην κατανόηση των διαφορών ανάμεσα σε πραγματικά και φανταστικά είδωλα.

Θα το βρείτε ίσως χρήσιμο να φτιάξετε ένα αντίγραφο του σχ. 19 - 17 ή του σχ. 19 - 18, σε μεγέθυνση, πάνω σε μια διαφάνεια για να την χρησιμοποιήσετε στον προβολέα διαφανειών.

Μαθητές με καλό μαθηματικό υπόβαθρο θα είναι ίσως εξοικειωμένοι με τις αλγεβρικές και γεωμετρικές ιδιότητες της παραβολής. Μια συζήτηση, όμως, στην τάξη πάνω σε τέτοια θέματα θα ήταν ανώφελη παρέκκλιση και χάσιμο χρόνου.

Η αναλυτική σχέση $S_i S_o = f^2$ εξάγεται μερικώς για να δείχθει πώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί το γεωμετρικό σχήμα για να προσδιορισθεί το είδωλο. Η ισοδύναμη σχέση $1/p + 1/q = 1/f$ θα μπορούσε επίσης να αποδειχθεί εύκολα, αλλά μπερδεύει κάπως μερικούς μαθητές με τα αντίστροφα που περιέχει. Επίσης η απόδοση των σωστών προσήμων στα p , q , f είναι πιο πολύπλοκη από ότι στην εξίσωση.

Εάν είστε περισσότερο εξοικειωμένοι με τη σχέση $1/p + 1/q = 1/f$, λίγη εξάσκηση θα σας δώσει όλη την άνεση που χρειάζεστε με τη σχέση $S_i S_o = f^2$.

Φυσικά, οι μαθητές που δεν έχουν προηγούμενες εμπειρίες από καμιά από τις δύο σχέσεις, βρίσκουν ευκολότερη να μάθουν και να δουλέψουν τη σχέση $S_i S_o = f^2$.

Στρέψτε την προσοχή στο σχ. 19 - 20 για να δώσετε έμφαση στο γεγονός ότι ένα μικρό τμήμα από επιφάνεια σφαίρας και παραβολοειδούς σχεδόν συμπίπτουν.

Παράγραφος 19 - 6

Όταν κάποιος εντοπίζει το είδωλο με παράλλαξη, δεν υπάρχει διάκριση ανάμεσα σε πραγματικό και φανταστικό είδωλο. Όμως, μια οθόνη, όπως π.χ. ένα φύλλο χαρτιού, θα «συλλάβει» μόνο το πραγματικό είδωλο, αλλά όχι το φανταστικό. Η παρατήρηση αυτή παίρνει νόημα για τους μαθητές, όταν αντιληφθούν ότι το φως δεν φτάνει στην περιοχή του φανταστικού ειδώλου (είτε με επίπεδο είτε με σφαιρικό κάτοπτρο). Πράγματι, όταν σχεδιάζουμε την πορεία των ακτίνων, τα φανταστικά είδωλα παράγονται με την προέκταση των ακτίνων πίσω από το αδιαφανές κάτοπτρο.

Παράγραφοι 19 - 7 και 19 - 8

Προσέξτε την ομοιότητα στην ανάπτυξη αυτών των παραγράφων με την ανάπτυξη των Παραγράφων 19 - 3 και 19 - 5, όπως τονίστηκε στην επισκόπηση. Συγκρίνετε το σχ. 19 - 9 με το σχ. 19 - 23 και το σχ. 19 - 17 με το σχ. 19 - 26. Αυτό είναι πιο σπουδαίο από την επιμονή σε κατασκευές με ακτίνες και εφαρμογές τύπων.

Πείραμα 30. Είδωλα σε Επίπεδα Κάτοπτρα.

Υλικά

- 2 Επίπεδοι καθρέφτες (~ 14 cm × 3 cm) (με μπροστινή επαργύρωση, αν υπάρχουν)
- 2 Καρφιά με επίπεδο κεφάλι (~ 4 - 6 cm)
- 3 Καρφίτσες (~ 3 cm)
- 3 Φύλλα χαρτιού (~ 21 cm × 28 cm)
- 1 Φύλλο από μαλακό χαρτόνι ή παρόμοιο υλικό (~ 21 cm × 25 cm)
- 1 Μυτερό, σκληρό μολύδι
- 1 Κομμάτι από ξύλο (~ 5 cm × 3 cm × 3 cm)
- 1 Ελαστικός θρόγγος (λαστιχάκι)
- 1 Κανόνα (ή μέτρο).

Σ' αυτό το πείραμα χρησιμοποιούνται μόνο καρφιά και καρφίτσες για αντικείμενα. Αντίθετα με τα γράμματα, τα καρφιά είναι συμμετρικά και δεν θα αναδειχθεί το πρόβλημα της αντιστροφής δεξιού-αριστερού.

Καρφιά αρκετά μακριά, ώστε να προεξέχουν πάνω από το κάτοπτρο, πρέπει να χρησιμοποιηθούν στον εντοπισμό του ειδώλου με παράλλαξη. Η εύρεση του ειδώλου γίνεται απλώς με το να τοποθετηθεί «η κορυφή» στο είδωλο καρφί. (Βλ. σχ. 19 - 7 του διδακτικού βιβλίου). Ένας άλλος τρόπος να στερεωθεί το κάτοπτρο είναι να το δάλομε μέσα σε τομή, από πριόνι, σε ένα κομμάτι ξύλο.

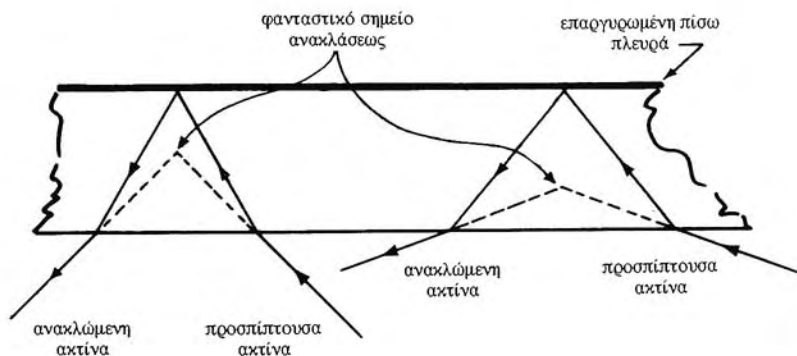
Αξιίζει να τονίσουμε ότι όσο πιο προσεκτικά καθορίζουμε τις ευθείες σκοπεύσεως, τόσο πιο ακριβή θα είναι τα αποτελέσματα. Τα μολύδια που χρησιμοποιούνται πρέπει να είναι μυτερά και σκληρά.

Οι γραμμές σκοπεύσεως, που χαράσσουμε για να εντοπίσουμε το είδωλο, πρέπει να σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία τουλάχιστον 30° . Αν οι γωνίες είναι μικρές, οι γραμμές σκοπεύσεως είναι σχεδόν παράλληλες και είναι δύσκολο να βρεθεί το σημείο τομής τους. Οι ακτίνες, η ανακλαστική επιφάνεια, το αντικείμενο, το είδωλο και οι αποστάσεις από το κάτοπτρο πρέπει να σηματοδοτούνται προσεκτικά.

Στον Εργαστηριακό Οδηγό δεν υπάρχει υπόδειγμα διάγραμμα. Αυτό κάνει τους μαθητές να ανακαλύψουν από μόνοι τους τις πορείες των ανακλωμένων ακτίνων.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 30

- Όταν το κεφάλι κινείται προς τα αριστερά, το πλησιέστερο από τα δύο μολύβια φαίνεται να κινείται προς τα δεξιά. Αυτή η εξάσκηση θα ανανεώσει τη μνήμη του μαθητή σχετικά με την παράλλαξη και στο τέλος θα κάνει σαφές ότι δεν υπάρχει κάτι το μυστήριο στον εντοπισμό του ειδώλου με παράλλαξη. Επιπρόσθετα η παρατήρηση, ότι το πλησιέστερο από τα δύο αντικείμενα φαίνεται να κινείται προς την αντίθετη κατεύθυνση από αυτήν του ματιού, θα είναι χρήσιμη στο μαθητή να αποφασίσει προς τα πού πρέπει να μετακινήσει το «δείκτη» παραλλάξεως.
- Τα μολύβια πρέπει να βρίσκονται κοντά το ένα στο άλλο, ώστε να μην υπάρχει παράλλαξη ανάμεσά τους.
- Πολλοί μαθητές θα νομίζουν ότι το είδωλο του καρφιού βρίσκεται στο επίπεδο του κατόπτρου. Εάν πιστεύουν κάτι τέτοιο, πριν κάνουν μετρήσεις, αφήστε τους να χαρούν με την ανακάλυψη του πού πράγματι είναι το είδωλο.
- Το είδωλο είναι πίσω από το πραγματικό καρφί. Όταν οι μαθητές κινούν το κεφάλι τους προς τ' αριστερά, βλέπουν το πραγματικό καρφί να κινείται προς τα δεξιά σε σχέση με το είδωλο.
- Ακριβείς μετρήσεις, με κάτοπτρα που έχουν επαργυρωμένη την πίσω πλευρά, θα δείξουν ότι και το αντικείμενο και το είδωλο βρίσκονται σχεδόν στην ίδια απόσταση από την πίσω ανακλαστική επιφάνεια. Η διάθλαση, βέβαια, κάνει την απόσταση του ειδώλου λίγο μικρότερη από αυτήν του αντικειμένου (περίπου 1 mm για κάτοπτρο πάχους 2 mm) όπως φαίνεται στο σχ. Β 19 - 2. Δεν είναι αναγκαίο να συζητήσετε αυτήν τη λεπτομέρεια για την ώρα.
- Οι γραμμές τέμνονται στην καρφίτσα αντικείμενο.

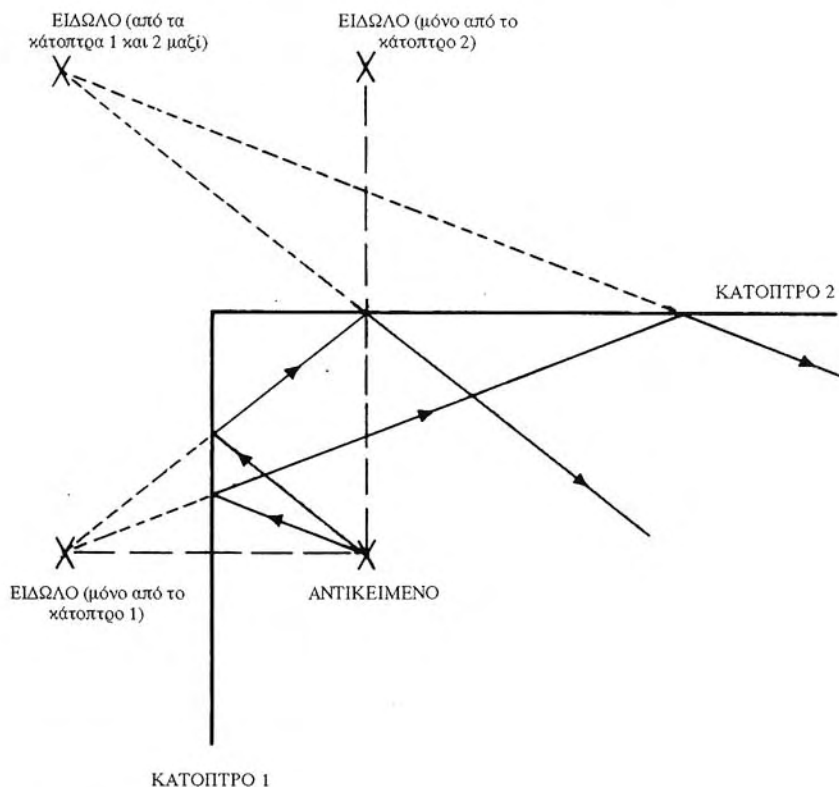


Σχήμα Β19-2

- Οι γραμμές σκοπεύσεως συγκλίνουν σε ένα σημείο πίσω από το κάτοπτρο που απέχει απ' αυτόν τόσο όσο και η καρφίτσα αντικείμενο, η οποία είναι μπροστά από το κάτοπτρο.
- Ναι. Εάν ο μαθητής επαναφέρει το κάτοπτρο στην αρχική του θέση και στηρίξει ένα καρφί με το κεφάλι προς τα κάτω στη θέση που συγκλίνουν οι ευθείες σκοπεύσεως, θα βλέπει ελάχιστη ή μηδενική παράλλαξη ανάμεσα στο καρφί αυτό και στο είδωλο του καρφιού αντικειμένου, που έχει επαναφερθεί στην αρχική του θέση.

Το είδωλο και το αντικείμενο έχουν το ίδιο μέγεθος αν και το είδωλο φαίνεται μικρότερο, επειδή βρίσκεται σε μεγαλύτερη απόσταση από τον παρατηρητή. Όταν χρησιμοποιείται ένα άλλο καρφί πανομοιότυπο με το καρφί αντικείμενο σαν «δείκτης» παραλλάξεως, τότε το είδωλο και ο δείκτης φαίνονται σαφώς να έχουν το ίδιο μέγεθος.

Τα τρία είδωλα που σχηματίζονται με δύο κάτοπτρα τοποθετημένα κάθετα μεταξύ τους, μπορούν να δρεθούν όπως φαίνεται στο σχ. Β 19 - 3.



Σχήμα Β19-3

Πείραμα 31. Είδωλα με Φακούς.

Υλικά για Συγκλίνοντες Φακούς

- 1 Συγκλίνοντα φακό (~ 15 - 20 cm εστιακή απόσταση)
- 2 Μακριά λωρίδα χαρτιού (~ 1,5 m × 1 cm)
- 1 Λάμπα φακού 2,5 volt (No. 41) και ντουί
- 1 Ξηρό στοιχείο No. 6, 1,5 volt
- 2 Καλώδια συνδέσεως

- 1 Κομμάτι πηλού (~ 10 g)
- 1 Μυτερό, σκληρό μολύδι
- 1 Κανόνα (ή μέτρο)
- 1 Κομμάτι ευθύγραμμου σύρματος (~ 8 cm, No. 22)
- 1 Πώμα (No. 2 έως No. 4)
- 1 Φύλλο τετραγωνισμένου χαρτιού γραφημάτων.

Οι μαθητές είναι συνήθως εξοικειωμένοι με τη χρήση συγκλίνοντος φακού ως απλού μεγεθυντικού φακού και δεν έχουν δυσκολίες στο πρώτο μέρος του πειράματος, που περιλαμβάνει παρατήρηση και περιγραφή φανταστικών ειδώλων. Έχουν όμως μικρότερη εμπειρία στην αναζήτηση της θέσεως πραγματικών ειδώλων και ίσως χρειάζονται τη βοήθειά σας. Επειδή το πραγματικό είδωλο βρίσκεται στην ίδια πλευρά του φακού που βρίσκεται και ο παρατηρητής, ο φακός πρέπει να κρατιέται σε αρκετή απόσταση από το μάτι, ώστε το είδωλο να σχηματίζεται πέρα από την ελάχιστη απόσταση ευκρινούς οράσεως του παρατηρητή — γύρω στα 10 cm για μαθητές Λυκείου. Έτσι, οι μαθητές με φακό εστιακής αποστάσεως 20 cm θα βλέπουν τα είδωλα μακρινών αντικειμένων, μόνο αν κρατούν το φακό σε απόσταση 30 cm από το μάτι τους τουλάχιστον. Ο φακός πρέπει να τοποθετείται ακόμη μακρύτερα, όταν πρόκειται να δουν οι μαθητές πραγματικά είδωλα αντικειμένων που βρίσκονται σε μικρότερη απόσταση. Για κοντινά αντικείμενα δεν είναι δυνατόν να κρατάνε το φακό απλώς με το χέρι αρκετά μακριά από το μάτι τους. Γι' αυτό θα πρέπει να τον στηρίξουν κάπου, προκειμένου να δουν πραγματικά είδωλα κοντινών αντικειμένων.

Ένας φακός με εστιακή απόσταση 15-20 cm είναι ο καλύτερος για το πείραμα αυτό. Οι μαθητές θα χρειαστούν μια επιφάνεια εργασίας (τραπέζι) τουλάχιστον 2 m σε μήκος. Μια ταινία χαρτιού χρονόμετρου πειραμάτων ή ταινία σαν αυτή που χρησιμοποιείται στις αθροιστικές μηχανές μήκους 2 m πρέπει να στερεωθεί στο τραπέζι με κολλητική ταινία και να χρησιμοποιηθεί σαν «οπτικό σημάδι».

Οι μαθητές που έχουν εξοικειωθεί με το όλο πείραμα, πριν αρχίσουν να εργάζονται, θα πρέπει να σημειώσουν με ακρίβεια πάνω στην ταινία τη θέση του φακού και να προσδιορίσουν τις θέσεις του αντικειμένου καθώς και τις θέσεις των ειδώλων.

Βεβαιωθείτε ότι οι μαθητές πάντοτε παρατηρούν το αντικείμενο μέσα από το φακό. Το αντικείμενο δεν πρέπει ποτέ να είναι ανάμεσα στο μάτι και το φακό. Εάν είναι οι μαθητές θα βλέπουν είδωλα λόγω ανακλάσεως στην κυρτή επιφάνεια του φακού.

Χρησιμοποιούμε λυχνία ηλεκτρικού φαναριού (φακού) ως αντικείμενο, επειδή είναι λαμπερή και το είδωλό της ξεχωρίζει από το φόντο. Μια μικρή δάση (ντουί) από πορσελάνη είναι το καλύτερο για να κρατά στη θέση της τη λυχνία. Επίσης ένα ντουί ενδεικτικού λαμπτήρα, στερεωμένο σε ένα κομμάτι ξύλου, θα έκανε για να στηρίξουμε τη λυχνία. Αν δεν διαθέτετε τίποτα από αυτά, κολλήστε δύο καλώδια στη βάση (κάλυκα) της λυχνίας και στερεώστε μετά τη λυχνία όρθια πάνω σε ένα κομμάτι πηλού για να την κρατήσετε όρθια. Το νήμα τη λυχνίας και το κέντρο του φακού πρέπει να βρίσκονται στο ίδιο ύψος πάνω από το τραπέζι.

Η ανεύρεση του ειδώλου με παράλλαξη, ίσως είναι δύσκολη για μερικούς μαθητές. Μπορείτε να ελέγξετε γρήγορα τους σωστούς χειρισμούς, συγκρίνοντας το γινόμενο $S_o S_i$ με το f^2 . Εάν οι δύο τιμές απέχουν περισσότερο από 5%, θα πρέπει να δώσετε κάποια βοήθεια στον εντοπισμό του ειδώλου. Επειδή ένας από τους σκοπούς του μαθήματος είναι να δάλει

τους μαθητές να ανακαλύψουν τη σχέση ανάμεσα στο S_o και S_i , μην προτείνετε να ελέγχουν κάθε ζευγάρι χωριστά, όταν τις μετρούν.

Ένας βολικός «δείκτης» παραλλάξεως είναι ένα κομμάτι σύρματος, ή μια καρφίτσα, στερεωμένα σε πώμα φελλού. Το στερέωμα δεν είναι απαραίτητο, αρκεί να μπορεί κάποιος να κρατάει το δείκτη κατακόρυφο. Βεβαιωθείτε ότι οι μαθητές βλέπουν ότι το φανταστικό είδωλο σχηματίζεται πίσω από το φακό και το πραγματικό βρίσκεται μπροστά από το φακό.

Ένας τρόπος να βρεθεί η εστιακή απόσταση είναι να σκοτεινιάσετε το δωμάτιο κάπως, κλείνοντας τα φώτα και κατεβάζοντας μερικώς τα πατζούρια των παραθύρων. Κατόπιν οι μαθητές μπορούν να κρατήσουν το μέτρο με το άκρο του να ακουμπά στον τοίχο απέναντι από το παράθυρο, να κρατήσουν κάποιο φακό με το άκρο του επί του μέτρου και να μετακινήσουν το φακό μέχρι να σχηματισθεί στον τοίχο ευκρινές είδωλο αντικείμενου έξω από το κτίριο. Αυτό εξασφαλίζει ότι τα αντικείμενα είναι αρκετά μακριά, ώστε να προσδιορίζεται το εστιακό επίπεδο του φακού με ακρίβεια. Όταν βρεθεί η εστιακή απόσταση, σημαδεύεται πάνω στη χαρτινή ταινία.

Ένας μισός φακός προσφέρεται καλύτερα για τον εντοπισμό των φανταστικών ειδώλων, επειδή περιορίζει το σφάλμα της σφαιρικής εκτροπής και παρέχει μια επίπεδη επιφάνεια για να σκοπεύετε από πάνω. Είναι δυνατό να κόψετε ένα λεπτό φακό, αν τον χαράξετε κατά μήκος μιας διαμέτρου του με κοπίδι γυαλιού (διαμάντι) και μετά τον σπάσετε στα δύο. Για να λειάνετε τις άκρες στα σημεία τομής, χρησιμοποιήσετε σμυριδόπανο.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις για Συγκλίνοντες Φακούς

- Οι μαθητές βλέπουν τα είδωλα σε μεγέθυνση, όταν τα αντικείμενα τοποθετούνται κοντά στο φακό. Όταν κρατούν το φακό μακριά από το μάτι τους, βλέπουν τα είδωλα μακρινών αντικειμένων σε σμίκρυνση.
- Τα είδωλα αντικειμένων που τοποθετούνται κοντά στο φακό φαίνονται όρθια, ενώ αυτά των μακρινών αντικειμένων, αντεστραμμένα.
- Ναι.
- Το είδωλο είναι αντεστραμμένο.
- Όταν το αντικείμενο βρίσκεται μακριά από το φακό, μια μεγάλη μετακίνηση του αντικειμένου προκαλεί μικρή αλλαγή στη θέση του ειδώλου. Όταν το αντικείμενο είναι κοντά στο φακό, μικρή μεταβολή στη θέση του αντικειμένου προκαλεί μεγάλη μεταβολή στη θέση του ειδώλου.
- Περιμένετε το είδωλο να σχηματίζεται πάνω ή κοντά στην κύρια εστία του φακού στην άλλη πλευρά του. Για ένα φακό με εστιακή απόσταση 15 - 20 cm, το είδωλο πρέπει να βρίσκεται λιγότερο από 1 cm μακριά από την εστία.
- Γυρίζουμε το φακό και βρίσκουμε πάλι την κύρια εστία.
- Το είδωλο είναι όρθιο.
- Το S_i είναι ανάλογο του $1/S_o$.
- Το είδωλο θα βρίσκεται στο άπειρο και δεν θα φαίνεται.

Υλικά για Αποκλίνοντα Φακό

1 Συγκλίνοντα φακό

1 Αποκλίνοντα φακό (f ανάμεσα σε 5,0 και 10,0 cm)

1 Διάφραγμα με κυκλική οπή

1 Λαμπάκι φακού 2,5 volt (No. 41) και δάση (ντουί) στηρίξεως

1 Ξηρό στοιχείο 1,5 volt (No. 6)

1 Κανόνα (μέτρο)

1 Φύλλο τετραγωνισμένου χαρτιού γραφημάτων

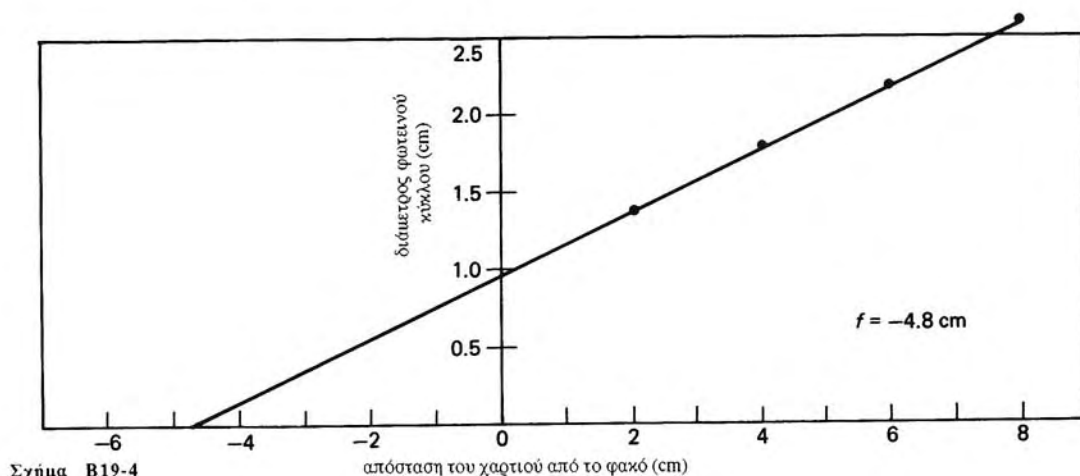
Χαρτόνι

Πηλό ή πλαστελίνη

Το πείραμα αυτό χρησιμοποιεί μια ενδιαφέρουσα τεχνική για τη μέτρηση της εστιακής απόστασης αποκλίνοντος φακού. Είναι ευκολότερο να μετρηθεί η διάμετρος του φωτεινού κύκλου, εάν χρησιμοποιηθεί ένα κομμάτι από άσπρο χαρτόνι, πάνω στο οποίο σημειώνουμε το χείλος του κύκλου. Το χαρτόνι θα μπορούσε να στερεωθεί πάνω σε πλαστελίνη. Πρέπει να τονιστεί στους μαθητές να μη φράζουν (εμποδίζουν) το αντικείμενο, ενώ προσπαθούν να εντοπίσουν το είδωλό του στο τελευταίο μέρος του πειράματος.

Εάν ο αποκλίνων φακός έχει εστιακή απόσταση ανάμεσα στα 5,0 cm και 10,0 cm, η μεταβολή στη διάμετρο του κύκλου ανά cm είναι λογική (είναι μεταξύ 0,1 cm και 0,2 cm), και παράλληλα ο εντοπισμός του ειδώλου στο τελευταίο μέρος του πειράματος ευκολότερος.

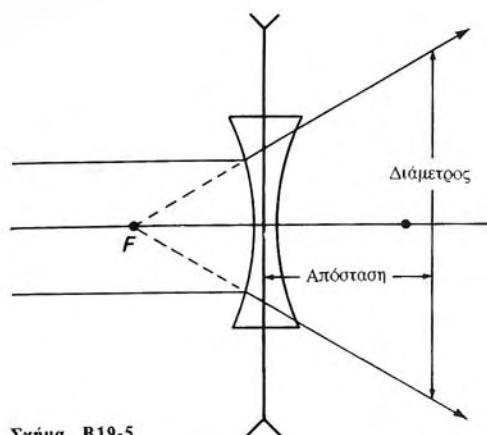
Ένα δείγμα μετρήσεων περιέχεται στο σχ. Β 19 - 4. Η εστιακή απόσταση του συγκλίνοντα φακού που χρησιμοποιήθηκε ήταν 14,5 cm.



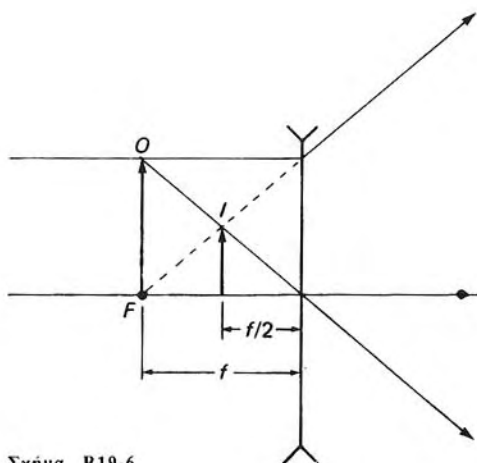
Σχήμα Β19-4

Απαντήσεις στα Προβλήματα για Αποκλίνοντες Φακούς.

- Η θέση της κύριας εστίας μπορεί να βρεθεί από το διάγραμμα. Είναι το σημείο πάνω στον κύριο άξονα που αντιστοιχεί σε κύκλο μηδενικής ακτίνας. (Σχ. Β 19 - 5).
- Όχι. Τα είδωλα με αποκλίνοντες φακούς είναι πάντα μικρότερα από τα αντικείμενα (για πραγματικά αντικείμενα).
- Όχι. Το είδωλο είναι πάντα φανταστικό με αποκλίνοντα φακό (για πραγματικό αντικείμενο).
- Όταν το λαμπάκι τοποθετείται σε μια από τις κύριες εστίες, το είδωλο σχηματίζεται στο μισό της εστιακής απόστασης και έχει ύψος ίσο με το μισό του αντικειμένου (σχ. Β 19 - 6).



Σχήμα Β19-5



Σχήμα Β19-6

Κατάταξη των Προβλημάτων Παραγράφων και ΣΤΕ

Παράγραφος	Εύκολα	Μέτρια	Δύσκολα
19 - 1			
19 - 2	1, 2, 3		
19 - 3	4, 5		
19 - 4	6		
19 - 5	7, 8, 10, 12	9, 11	
19 - 6	13, 14, 15, 16, 17		
19 - 7	18, 19	20, 21	
19 - 8	22, 23		
	24, 26, 27, 33, 38, 42	25, 29, 30, 31, 32, 34, 35, 36, 37, 39, 40, 41	

Απαντήσεις στα Προβλήματα

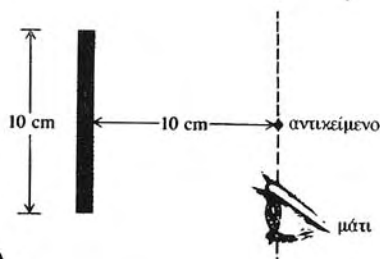
(Περιεχόμενο προβλημάτων όπως στο διδύλιο διδασκαλίας)

1. $H'N'$, $H'L'$, HL'

2. Το είδωλό μας απέχει το ίδιο με μας από την ανακλαστική επιφάνεια. Έχει το ίδιο μέγεθος και σχήμα με μας και αναπαράγει με ακρίβεια όλα τα επιφανειακά χαρακτηριστικά. Βέβαια, βρίσκεται πίσω από την επιφάνεια και έχει υποστεί κατοπτρική αναστροφή με την εξής έννοια: όταν σηκώνουμε το δεξί χέρι, το είδωλο σηκώνει το αριστερό. Είναι όμως όρθιο.

3. 20 cm.

4. Οι ακτίνες θα ανακλώνται και θα επιστρέφουν στο παραβολικό κάτοπτρο, όπου θα παθαίνουν



Σχήμα Α

άλλη ανάκλαση και θα φεύγουν παράλληλες προς τον άξονα.

5. (α) Στο σχ. 19 - 10 $f = 21,0 \text{ mm}$

Στο σχ. 19 - 11, $f = 12,0 \text{ mm}$

(β) Όσο πιο πεπλατυσμένο το κάτοπτρο τόσο μεγαλύτερη είναι η εστιακή του απόσταση.

6. Δύο ακτίνες είναι αρκετές, διότι οι άλλες περνούν από το ίδιο σχεδόν σημείο.

7. (α) Εάν τοποθετηθεί ένα λαμπάκι στη θέση του ειδώλου στο σχ. 19 - 17 και έχει τις ίδιες διαστάσεις μ' αυτό, θα σχηματιστεί ένα νέο είδωλο στη θέση του παλιού αντικειμένου και θα έχει τις ίδιες διαστάσεις μ' αυτό. Το φως θα ακολουθούσε τους ίδιους δρόμους που φαίνονται στο σχήμα, αλλά με αντίθετη φορά.

Εάν μετακινηθεί το υπάρχον πραγματικό λαμπάκι και έρθει στη θέση του υπάρχοντος ειδώλου, θα σχηματιστεί ένα νέο είδωλο στην παλιά θέση του αντικειμένου και θα είναι μεγαλύτερο από το πραγματικό λαμπάκι.

(β) Γενικά, η τοποθέτηση του αντικειμένου στη θέση του πραγματικού ειδώλου του, παράγει είδωλο στην αρχική θέση του αντικειμένου. (Αυτό δεν ισχύει, αν τοποθετηθεί το αντικείμενο στη θέση του φανταστικού του ειδώλου).

8. Όχι. Καμιά από τις ακτίνες του ειδώλου δεν θα περάσει από το μάτι σας.

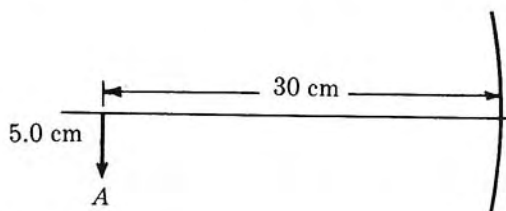
9. Εδώ $H_o = 4,0 \text{ cm}$, $S_o = 15 \text{ cm}$ και $f = 20 \text{ cm}$.

$$\frac{H_i}{H_o} = \frac{f}{S_o} \text{ και } H_i = H_o \frac{f}{S_o} = \frac{4,0 \times 20}{15} \text{ cm} = 5,3 \text{ cm}$$

(Σημείωση: Υπάρχουν δύο θέσεις του αντικειμένου, που μπορούν να απέχουν 15 cm από την εστία. Εάν το αντικείμενο τοποθετηθεί ανάμεσα στην εστία και το κάτοπτρο, το είδωλο θα είναι φανταστικό. Η περίπτωση αυτή αναλύεται στην Παράγρ. 19 - 6. Πάντως, τα μεγέθη του πραγματικού και φανταστικού ειδώλου είναι ίσα).

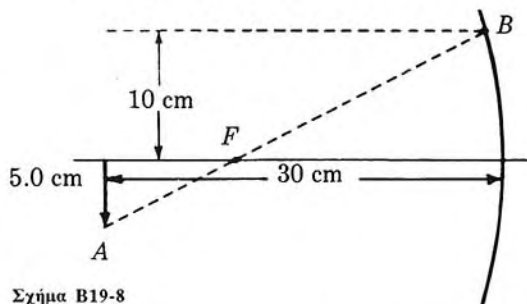
10. Είναι ένα καλό πρόβλημα για να δείξουμε πόσο εύκολα μπορούμε να καταλήξουμε σ' ένα τύπο γεωμετρικά, κατασκευάζοντας ένα διάγραμμα ακτίνων.

Γνωρίζουμε ότι το είδωλο, ύψους 5,0 cm, απέχει από το κάτοπτρο 30 cm (σχ. Β 19 - 7). Επίσης γνωρίζουμε ότι η ακτίνα που περνάει από την



Σχήμα Β19-7

εστία και καταλήγει στην κορυφή του ειδώλου, έχει προσπέσει παράλληλα προς τον (κύριο) άξονα του κατόπτρου και σε απόσταση 10 cm πάνω απ' αυτόν, αφού το αντικείμενο έχει ύψος 10 cm. Επομένως μπορούμε να εντοπίσουμε το είδωλο. (Βλ. σχ. Β 19 - 8).



Σχήμα Β19-8

Η γραμμή AB τέμνει τον άξονα στο F. Από τα όμοια τρίγωνα προκύπτει $f = 20 \text{ cm}$.

$$\left(\frac{10}{f} = \frac{5}{30 - f} \Rightarrow f = 20 \text{ cm} \right)$$

Το πρόβλημα θα μπορούσε επίσης να λυθεί με την εξίσωση: $\frac{H_i}{H_o} = \frac{S_i}{f}$

Επειδή $S_i + f = 30 \text{ cm}$ συνεπάγεται $H_i/H_o \cdot f + f = 30 \text{ cm}$ και άρα $f = 20 \text{ cm}$.

Η γεωμετρία είναι πιο διδακτική και εύκολη από την άλγεβρα.

Μην ξεχάσετε, λοιπόν, να δείξετε αυτήν την ευκολία στην τάξη, αν αναθέσετε αυτό το πρόβλημα.

$$11. \frac{H_i}{H_o} = \frac{f}{S_o} \Rightarrow H_i = H_o \frac{f}{S_o}$$

$$\text{Άρα } H_i = 1,4 \times 10^9 \text{ m} \times \frac{18 \text{ m}}{1,5 \times 10^{11} \text{ m}} = 0,17 \text{ m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H_i = 17 \text{ cm}$$

12. Το γινόμενο $S_i S_o$ πολλαπλασιάζεται επί τέσσερα.

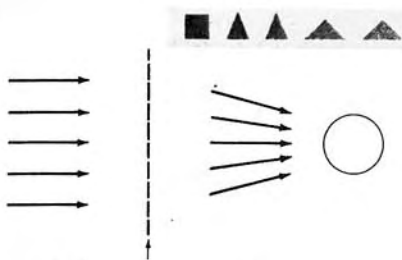
13. Ναι, οπότε ισχύει $S_o < f$.

14. Όχι.

15. Ναι. (Βλ. για παράδειγμα τα σχήματα 18 - 9 και 19 - 7). Μπορούμε να φωτογραφίσουμε ένα φανταστικό είδωλο.

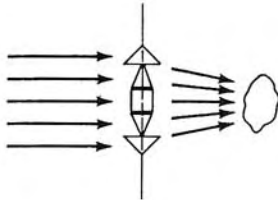
16. Οι ακτίνες που ξεκινούν από ένα σημείο του αντικειμένου μετά την ανάκλασή τους στο κάτοπτρο, δεν τέμνονται.

17. Θα ανακλαστεί προς τέτοια κατεύθυνση, ώστε να περάσει από την κορυφή του ειδώλου.



Βάλτε τα πρίσματα κατά μήκος αυτής της γραμμής

Σχήμα Β



Σχήμα Β19-9

Απαντήσεις στα Προβλήματα ΣΤΕ

24. Η εικόνα όπως έχει τυπωθεί είναι όρθια. Αν δεν υπήρχε καμιά διαταραχή στην επιφάνεια του νερού, ίσως ήταν δύσκολο να ξεχωρίσουμε το είδωλο από το αντικείμενο, αν και το είδωλο

18. Βλέπε σχ. Β 19 - 9

19. Θα πρέπει να τροχίσουμε και να λειάνουμε τα εξωτερικά πρίσματα ώστε οι γωνίες κορυφής να γίνουν μικρότερες, καθώς επίσης και τις πλευρές των ενδιαμέσων τραπεζοειδών πρισμάτων, ώστε να πλησιάζουν να γίνουν παράλληλες. Στο κεντρικό πρίσμα δεν χρειάζεται να επιφέρουμε καμιά αλλαγή.

20. Οι φακοί ίσως να είναι κατασκευασμένοι από υλικά με διαφορετικούς δείκτες διαθλάσεως.

21. Η εστιακή απόσταση του κατόπτρου δεν θα μεταβληθεί, ενώ του φακού θα αυξηθεί.

22. (α) Σε απόσταση f από το F_2 .

(β) Τα τέσσερα σκιασμένα τρίγωνα θα ήταν ίσα μεταξύ τους.

23. Η απόσταση S_i υποδιπλασιάζεται.

είναι λίγο πιο σκοτεινό. Στο νερό όμως υπάρχει κάποια διαταραχή, όπως προκύπτει απ' το λεπτό άσπρο δοκάρι στο μέσο της εικόνας όπου φαίνονται παραμορφώσεις στο είδωλο.



Σχήμα Γ

25. (α) και (β). Το μήκος του κανόνα που φαίνεται μέσα στον καθρέφτη είναι διπλάσιο από το ύψος του καθρέφτη, ανεξάρτητα από την απόσταση του καθρέφτη από το μάτι. Για να το αποδείξουμε κατασκευάζουμε το είδωλο Α'Β' ολόκληρου του κανόνα (σχ. Β19 - 10) και παρατηρούμε ότι το μάτι μας βλέπει μόνο το τμήμα Η'Ζ', όσο επιτρέπει το «παράθυρο» ΓΔ του καθρέφτη. Τα τρίγωνα ΕΓΔ και ΕΖ'Η' είναι όμοια. Άρα

$$\frac{Z'H'}{\Gamma\Delta} = \frac{\text{ύψος τριγ. } EZ'H'}{\text{ύψος τριγ. } E\Gamma\Delta} = \frac{2d}{d} = 2 \Rightarrow$$

$$Z'H' = 2\Gamma\Delta$$

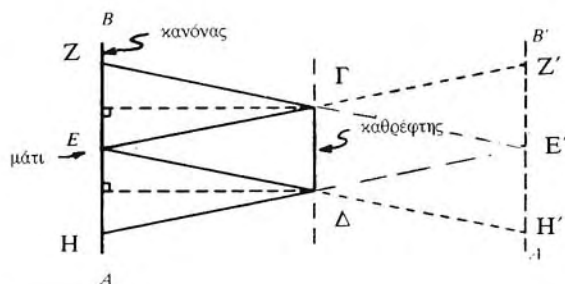
Το είδωλο $Z'H'$ είναι ίσο με το ZH ,
 άρα $ZH = 2 \cdot \Gamma\Delta$.

Η σχέση αυτή ισχύει για οποιαδήποτε απόσταση του καθρέφτη από το μάτι μας και ανεξάρτητα από το αν το μάτι μας βρίσκεται ή όχι στο ίδιο ύψος με το κέντρο του καθρέφτη.

Μια εναλλακτική λύση θα ήταν να σχηματίσουμε το είδωλο E' του ματιού μέσα στον καθρέφτη και από τα όμοια τρίγωνα $E'ZH$ και $E'T\Delta$ να καταλήξουμε στην ίδια σχέση.

- (γ) Όχι. Οι ακτίνες, που ξεκινούν από τα παπούτσια και χτυπούν στον καθρέφτη και στη συνέχεια εισέρχονται στο μάτι μας, καθορίζουν το ύψος του κατώτερου χείλους του καθρέφτη.
- (δ) Το μέγιστο επιτρεπόμενο ύψος του κατώτερου χείλους του καθρέφτη είναι 75 cm (βλ. σχ. B19 - 10). Είναι δηλ. ίσο με το μισό του ύψους στο οποίο βρίσκεται το μάτι Ε του χαμηλότερου πελάτη.

Αφού το είδωλο είναι πάντοτε σε διπλάσια απόσταση από το μάτι από ότι είναι ο καθρέφτης, με αναλογία, συμπεραίνουμε ότι το ύψος του ειδώλου που μπορούμε να δούμε είναι πάντα διπλάσιο του ύψους του καθρέφτη.



Σχήμα B19-10

- 26.** Οι ποσότητες του φωτός που ανακλώνται στα κάτοπτρα είναι ανάλογες με τα εμβαδά των κατόπτρων, τα οποία εμβαδά είναι ανάλογα με τα τετράγωνα των διαμέτρων τους. Έρα το κάτοπτρο του Palomar ανακλά $(5,0/2,5)^2 = 4$ φορές περισσότερο φως από το άλλο κάτοπτρο.

- 27.** Για να διευκολύνετε τους μαθητές να βρουν την απάντηση, ρωτήστε τους: «Τι συμβαίνει με την εστιακή απόσταση ενός παραβολικού κατόπτρου, καθώς αυτό γίνεται όλο και πιο επίπεδο;». Τελικά, το παραβολικό κάτοπτρο γίνεται τόσο επίπεδο που μοιάζει με επίπεδο κάτοπτρο. Η εστιακή, λοιπόν, απόσταση του επιπέδου κατόπτρου είναι άπειρη. Μιλώντας πιο σωστά, η εστιακή απόσταση επιπέδου κατόπτρου δεν ορίζεται. Είναι το όριο της εστιακής απόστασης παραβολικού κατόπτρου που τείνει να γίνει επίπεδο.

- 28.** Το πρόβλημα μας λέει ότι η Γκαουσσιανή μορφή της εξισώσεως των φακών προκύπτει από τη Νευτώνεια μορφή $S_o S_i = f^2$.

Η σχέση αυτή γράφεται και ως εξής: $(D_o - f)(D_i - f) = f^2 \Rightarrow D_o D_i - f D_i - f D_o = 0$.

Διαιρώντας και τα δύο μέλη με το $D_o D_i f$ προκύπτει:

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{D_o} - \frac{1}{D_i} = 0 \Rightarrow \frac{1}{D_o} + \frac{1}{D_i} = \frac{1}{f}$$

- 29.** Το πρόβλημα αυτό με φανταστικά είδωλα ωθεί τους μαθητές να σκεφτούν γύρω από τις ιδιότητες κοίλου κατόπτρου. Μπορούμε να γράψουμε κατευθείαν $S_o S_i = f^2$. Αν το αντικείμενο και το είδωλο βρίσκονται στην ίδια θέση τότε $S_o = S_i$ και τότε $S_o = S_i = f$. Οι μαθητές μπορούν να δουν ότι υπάρχει και άλλη λύση της εξίσωσης $S_o S_i = f^2$, δηλ. $S_o = S_i = -f$.

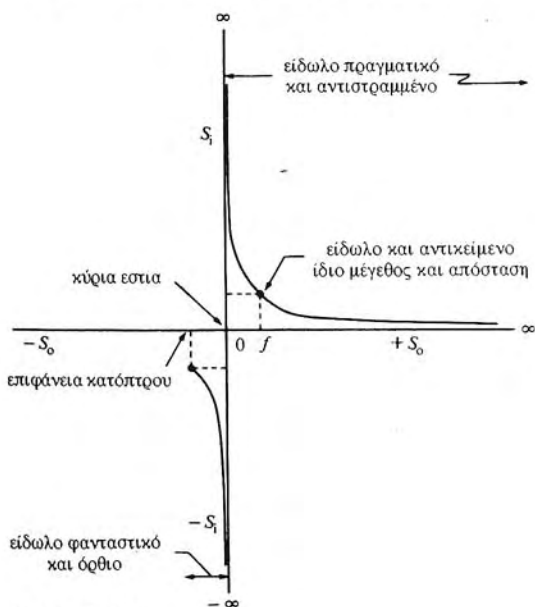
Μην εισάγετε σύμβαση προσήμων κατά τη συζήτηση αυτού του προβλήματος. Απλώς πείτε ότι το αντικείμενο θα μπορούσε να τεθεί ακριβώς πάνω στον καθρέφτη, δηλαδή σε απόσταση από την εστία ίση με την εστιακή απόσταση. Το είδωλο τότε θα είναι φανταστικό και θα σχηματίζεται πάνω στον καθρέφτη. Θα είναι μάλιστα ίσο με το αντικείμενο. Καλό θα είναι να έχετε έναν κοίλο καθρέφτη για να το δείξετε πειραματικά. (Ένας καθρέφτης ξυρίσματος θα έκανε).

- 30.** Όταν το αντικείμενο βρίσκεται στο άπειρο, το είδωλο βρίσκεται στην κύρια εστία, είναι πραγματικό και αντεστραμμένο. Καθώς το αντικεί-

μενο πλησιάζει, το είδωλο απομακρύνεται από την κύρια εστία και το μέγεθός του αυξάνεται, ενώ εξακολουθεί να είναι πραγματικό και αντεστραμμένο. Το αντικείμενο και το είδωλο συναντιούνται σε ένα σημείο που βρίσκεται σε απόσταση f μπροστά από την κύρια εστία, δηλ. $2f$ από το φακό, όπου τα μεγέθη τους γίνονται ίσα. Καθώς το αντικείμενο πλησιάζει κι άλλο προς την κύρια εστία, το είδωλο απομακρύνεται περισσότερο απ' αυτήν, ενώ ταυτόχρονα αυξάνει το μέγεθός του. Όταν το αντικείμενο φτάνει στην εστία, το είδωλο φτάνει στο άπειρο.

Αν το αντικείμενο προχωρήσει πέρα από την εστία πλησιάζοντας στο κάτοπτρο, το είδωλο αρχίζει τώρα να πλησιάζει στο κάτοπτρο από τα πίσω και είναι φανταστικό και όρθιο. Όταν το αντικείμενο συναντά το κάτοπτρο, το είδωλο βρίσκεται επίσης πάνω στο κάτοπτρο και έχει το ίδιο μέγεθος με το αντικείμενο.

Το σχ. B19 - 11 δείχνει τη θέση του ειδώλου σε συνάρτηση με αυτή του αντικειμένου, χρησιμοποιώντας το εστιακό σημείο ως αρχή των αξόνων. Οι θετικές τιμές του S_o αναφέρονται σε θέσεις του αντικειμένου μπροστά από την κύρια εστία και οι αρνητικές τιμές πίσω.



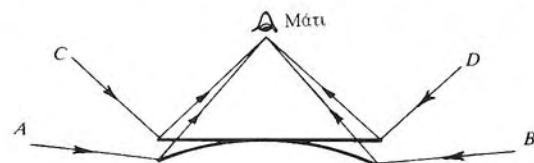
Σχήμα B19-11

31. Το πρόβλημα αυτό απαιτεί από το μαθητή να αναπαραγάγει για κυρτό κάτοπτρο ένα μεγάλο μέρος από αυτά που συνάντησε σε κοίλο κάτοπτρο.

Η άσκηση αυτή θα μπορούσε να γίνει προς το

τέλος και αφού οι μαθητές έχουν κατανοήσει βαθιά τα φαινόμενα του κεφαλαίου. Τα κυρτά κάτοπτρα δεν εξετάζονται στο διδακτικό διδύκιο και έτσι δεν είναι αναγκαίο να δοθεί μια τέτοια εργασία, εκτός κι αν υπάρχει διαθέσιμος χρόνος. Βέβαια, θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί και σαν μέσο υψηλού ελέγχου στην κατανόηση των προηγηθέντων. Εάν οι μαθητές σας είναι σε θέση να αντιμετωπίσουν το πρόβλημα αυτό καθώς και το 35, να είστε σίγουροι ότι έχουν αφομοιώσει τα ουσιαστά του κεφαλαίου. Σε καμιά περίπτωση δεν πρέπει να εισαχθούν συμβάσεις προσημίων εδώ.

(α) Όπως είναι προφανές από το σχ. B19 - 12, το φως που μπορεί να φτάσει στο μάτι από ανάκλαση στο κυρτό κάτοπτρο προέρχεται από όλο το τόξο που βρίσκεται ανάμεσα στις

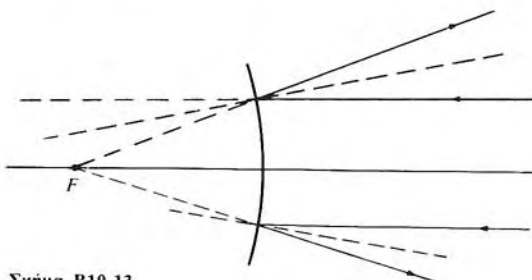


Σχήμα B19-12

ακτίνες A και B, ενώ αυτό που μπορεί να φτάσει στο μάτι από ανάκλαση στο επίπεδο κάτοπτρο προέρχεται από το τόξο ανάμεσα στις ακτίνες C και D. Έτσι το κυρτό κάτοπτρο ανακλά προς το μάτι μεγαλύτερη επιφάνεια απ' ό,τι το επίπεδο κάτοπτρο.

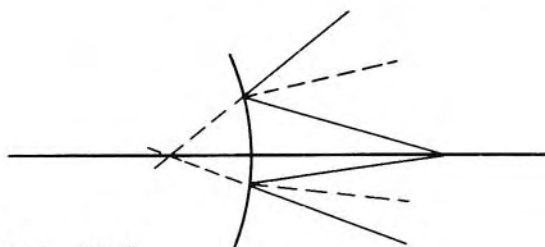
(β) Κατασκευάζοντας την πορεία ακτίνων, για ακτίνες που πέφτουν παράλληλα προς τον άξονα του κατόπτρου, παρατηρούμε ότι οι ανακλώμενες φαίνονται να προέρχονται από σημείο που βρίσκεται πίσω από το κάτοπτρο (σχ. B19 - 13). Το σημείο αυτό ονομάζεται φανταστική εστία, διότι δεν περνούν απ' αυτό πραγματικές ακτίνες, αλλά οι προεκτάσεις τους.

(γ) Μια πρόχειρη κατασκευή θα ήταν αρκετή



Σχήμα B19-13

εδώ. Από το διάγραμμα είναι προφανές ότι οι ακτίνες αποκλίνουν έτσι που να φαίνονται ότι προέρχονται από ένα φανταστικό είδωλο πάνω στην προέκταση του άξονα στο πίσω μέρος του κατόπτρου. (Βλ. σχ. B19 - 14).



Σχήμα B19-14

32. (α) Βλέπε σχ. B19 - 15.

(β) Είναι όμοιο με το είδωλο στο σχ. 19-22 με την έννοια ότι είναι φανταστικό και όρθιο. Είναι διαφορετικό με την έννοια ότι είναι μικρότερο από το αντικείμενο και σε μικρότερη απόσταση από το κάτοπτρο από ότι είναι το αντικείμενο.

(γ) Το είδωλο κινείται προς τη φανταστική εστία, απομακρυνόμενο από το κάτοπτρο (το S_i μικραίνει) μέχρις ότου τελικά το S_o γίνεται πολύ μεγάλο (θεωρητικά ∞), οπότε το S_i μηδενίζεται (είδωλο πάνω στην εστία).

33. Σκοπός του προβλήματος είναι να βάλει τους μαθητές να σκεφτούν ποιοτικά πάνω στο σφάλμα της σφαιρικής εκτροπής. Θα μπορούσε να

χρησιμοποιηθεί και σαν ποσοτικό πρόβλημα εάν προεκτεινόταν και σε κατασκευή οπτικών διαγραμμάτων.

Η σφαιρική επιφάνεια καμπυλώνεται περισσότερο προς τον κύριο άξονα από ότι η παραβολική, ιδίως προς τα χείλη. Αυτό το καμπύλωμα αυξάνει τη γωνία προσπίψεως, επομένως και τη γωνία ανακλάσεως για ακτίνες που πέφτουν στο κάτοπτρο παράλληλα προς τον κύριο άξονα. Άρα οι ακτίνες που ανακλώνται στο χείλος του σφαιρικού κατόπτρου, τέμνουν τον κύριο άξονα σε σημεία που βρίσκονται ανάμεσα στην κύρια εστία F και το κάτοπτρο.

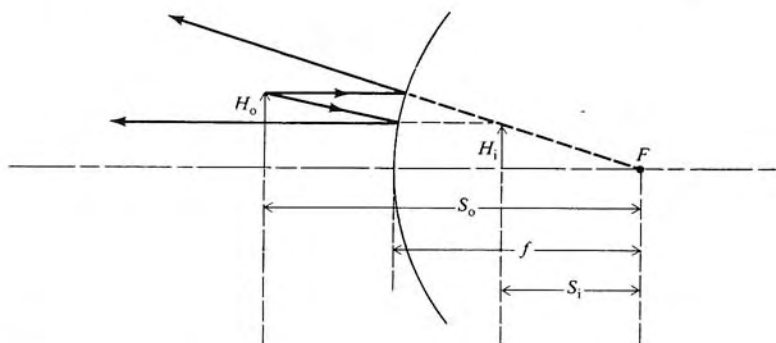
34. Βλέπε σχ. B19 - 16.

Μπορεί επίσης να αποδειχτεί και αναλυτικά. Ας υποθέσουμε ότι ο παρατηρητής βρίσκεται σε απόσταση $3f$ μακριά από το κάτοπτρο. Τότε η απόστασή του από το H_o είναι $2f + S_o$ και από το H_i είναι $2f + S_i$. Εάν α_o είναι η γωνία οράσεως για το αντικείμενο και α_i για το είδωλο τότε:

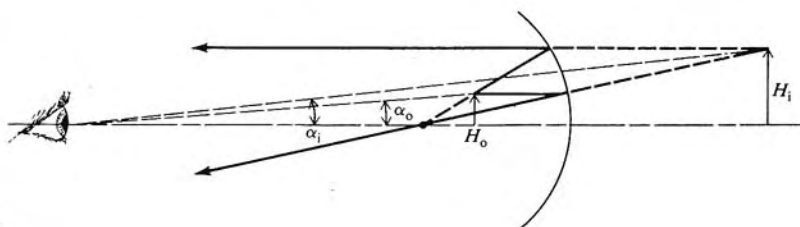
$$\tan \alpha_o = \frac{H_o}{2f + S_o} \quad \text{και} \quad \tan \alpha_i = \frac{H_i}{2f + S_i}$$

$$\text{Επειδή } S_i = \frac{f^2}{S_o} \quad \text{και} \quad H_i = \frac{H_o f}{S_o} \quad \text{συνεπάγεται:}$$

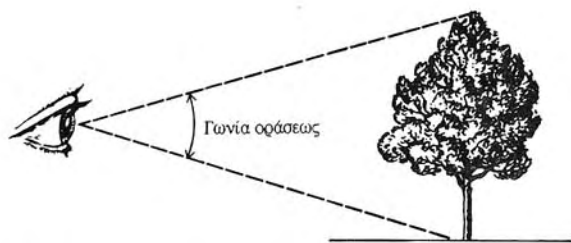
$$\tan \alpha_i = \frac{\frac{H_o f}{S_o}}{\frac{f^2}{2f + \frac{f^2}{S_o}}} = \frac{H_o}{2S_o + f}$$



Σχήμα B19-15



Σχήμα B19-16



Σχήμα Δ

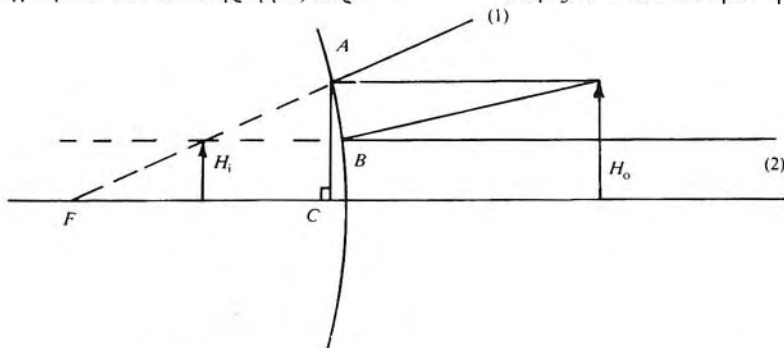
$$\text{Επειδή } S_o < f \Rightarrow S_o + f < 2f \Rightarrow 2S_o + f < 2f + S_o$$

$$\text{Άρα } \tan \alpha_i > \tan \alpha_o \text{ και } \alpha_i > \alpha_o.$$

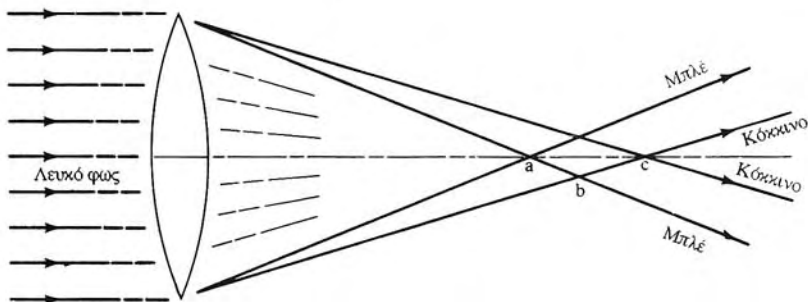
Επειδή η γωνία οράσεως του ειδώλου είναι μεγαλύτερη από αυτή του αντικειμένου, το είδωλο θα μοιάζει μεγαλύτερο.

35. (α) Σχεδιάζοντας τις κύριες ακτίνες, όπως φαίνεται στο σχ. B19 - 17, παρατηρούμε ότι η κορυφή του ειδώλου βρίσκεται πάντοτε στη γραμμή FA, έτσι ώστε το H_i να είναι μικρότερο από το AC. Επειδή $AC = H_o$, το είδωλο είναι πάντα μικρότερο από το αντικείμενο. Είναι επίσης πάντα όρθιο, επειδή η κύρια ακτίνα (1) βρίσκεται πάνω από τον άξονα του κατόπτρου, εφόσον το αντικείμενο βρίσκεται πάνω από τον άξονα.

- (β) Στο προηγούμενο οπτικό διάγραμμα, παρα-



Σχήμα B19-17



Σχήμα B19-18

τηρούμε ότι, όταν το αντικείμενο πλησιάζει προς το κάτοπτρο το σημείο B, όπου ανακλάται η κύρια ακτίνα (2) (η παράλληλη προς τον κύριο άξονα), πλησιάζει προς το A. Το είδωλο μεγαλώνει, διότι η απόσταση από το B μέχρι τον άξονα είναι ίδια με το ύψος του ειδώλου. Αλλά για να συμβαίνει αυτό, πρέπει να κινείται προς το κάτοπτρο διότι η κορυφή του πρέπει να βρίσκεται πάντα πάνω στην ευθεία FA.

- (γ) Επειδή, όταν το αντικείμενο πλησιάζει το κάτοπτρο, το είδωλο επίσης πλησιάζει στο κάτοπτρο, η μέγιστη απόσταση του ειδώλου πρέπει να παρατηρείται όταν το αντικείμενο βρίσκεται στο άπειρο. Όταν το αντικείμενο βρίσκεται πολύ μακριά, οι ακτίνες του φτάνουν στο κάτοπτρο σχεδόν παράλληλες προς τον κύριο άξονα και το είδωλο σχηματίζεται σχεδόν πάνω στην κύρια εστία.

Το είδωλο δεν μπορεί ποτέ να είναι μακρύτερα από το κάτοπτρο από ό,τι η κύρια εστία.

36. (α) Ο δείκτης διαθλάσεως του γυαλιού είναι λίγο διαφορετικός για τα διάφορα χρώματα (βλ. πίνακα 3, παράγρ. 18-10).

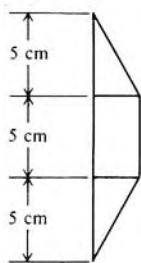
- (β) Βλέπε σχ. B19 - 18. Το μπλε χρώμα εστιάζεται στο a και το κόκκινο στο c. Το είδωλο είναι μικρότερο στη θέση b, αλλά είναι ασαφές. Αν τοποθετηθεί η οθόνη στο a, το

είδωλο θα έχει ένα λαμπερό κέντρο και γύρω του θα υπάρχει κόκκινη άλως (στεφάνι), ενώ στο c το είδωλο έχει πάλι λαμπερό κέντρο, αλλά περιβάλλεται από μπλε άλως. Τα είδωλα στις θέσεις a και c είναι μεγαλύτερα από αυτό στη θέση b.

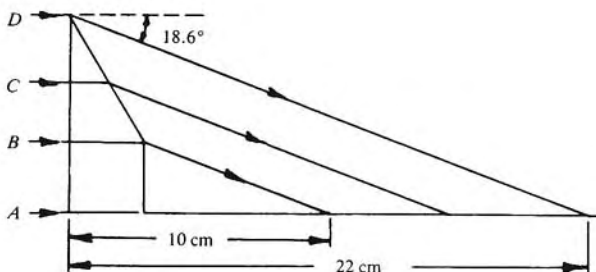
37. Οι μαθητές μπορούν να λύσουν αυτό το πρόβλημα με δύο τρόπους: 1) Αναλυτικά, υπολογίζοντας τη γωνία εκτροπής της δέσμης με το νόμο του Snell και μετά την εστιακή απόσταση τριγωνομετρικά και 2) γραφικά, κατασκευάζοντας το οπτικό διάγραμμα υπό κλίμακα, αφού βέβαια έχουν υπολογίσει τη γωνία εκτροπής με το νόμο του Snell. (Βλ. σχ. B19 - 19). Τα αποτελέσματα εξαρτώνται από τη μεριά που πέφτει το φως στο πρίσμα, αλλά για την ώρα αυτό δεν είναι σημαντικό.

(α) Η κεντρική ακτίνα A διέρχεται χωρίς εκτροπή. Αν πάρουμε για δείκτη διαθλάσεως του γυαλιού το 1,5, τότε οι τρεις ακτίνες B, C και D θα τέμνουν την A στα σημεία που απέχουν από την επίπεδη επιφάνεια περίπου 10 cm, 16 cm και 22 cm αντιστοίχως. Μια απάντηση 15 cm είναι αρκετά καλή, αλλά ακόμη και το 10 cm ή 20 cm θα ήταν αποδεκτό με προσέγγιση ενός σημαντικού ψηφίου.

(β) Ένας τέτοιος φακός δεν θα μπορούσε να δώσει καθαρά είδωλα, αφού η παράλληλη δέσμη δεν εστιάζεται σ' ένα σημείο, αλλά χοντρικά συγκεντρώνεται σε κάποια μικρή περιοχή.



Σχήμα E



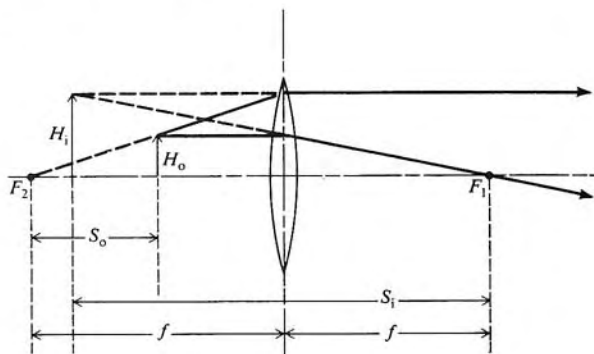
Σχήμα B19-19

38. Ο σχετικός δείκτης διαθλάσεως για μια ακτίνα που πηγαίνει από το γυαλί στο νερό είναι

$$\frac{n_{\text{γυαλ.}}}{n_{\text{νερ.}}} = \frac{1,5}{1,33} = 1,13$$

Συνεπώς η σύγκλιση ακτίνων παραλλήλων προς τον άξονα του φακού είναι μικρότερη στο νερό παρά στον αέρα και η εστιακή απόσταση του φακού μέσα στο νερό είναι μεγαλύτερη απ' ό,τι στον αέρα.

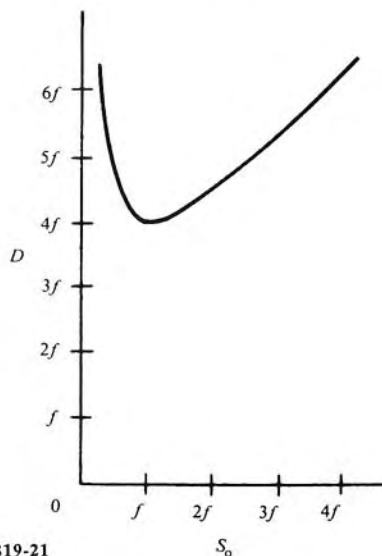
39. (α) Ανάμεσα στην κύρια εστία και το φακό.
(β) Βλέπε σχ. B19 - 20.



Σχήμα B19-20

40. Το πρόβλημα αυτό είναι καλό για να εισαχθούν οι μαθητές στην ιδέα του ελαχίστου συναρτήσεως.

Η ολική απόσταση είναι $D = S_o + S_i + 2f$. Λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση $S_o S_i = f^2$ βρίσκουμε



Σχήμα B19-21

$$D = S_o + \frac{f^2}{S_o} + 2f$$

Εάν χρησιμοποιηθεί ως μονάδα μήκους το f , τότε προκύπτει το διάγραμμα του σχ. B19 - 21.

41. Όπως και στο πρόβλημα 54 του κεφ. 18 καθένα από τα διαγράμματα αναφέρεται σε μια πραγματική φυσική περίπτωση. Ένας τρόπος να πραγματοποιηθεί το κάθε φαινόμενο δείχνεται στο σχ. B19 - 22.

42. Εάν οι μαθητές σας γνωρίζουν διαφορικό λογισμό, μπορούν να λύσουν το πρόβλημα αναλυτικά.

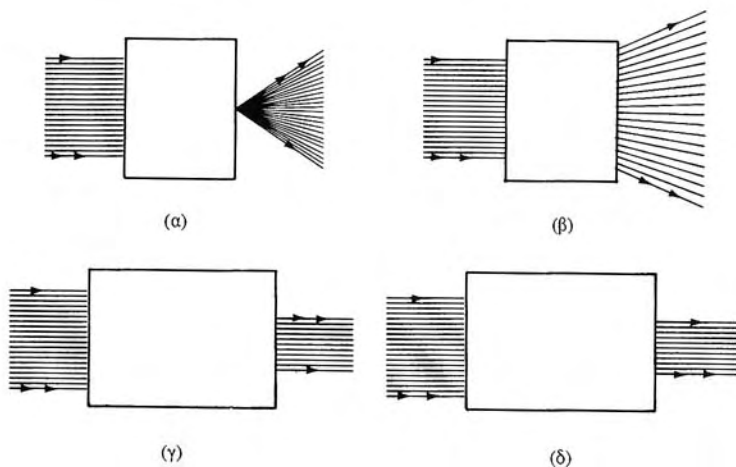
Από τη σχέση $D = S_o + \frac{f^2}{S_o} + 2f$ παραγωγίζο-

$$\text{ντας ως προς το } S_o \text{ βρίσκουμε } \frac{dD}{dS_o} = 1 - \frac{f^2}{S_o^2} + 0$$

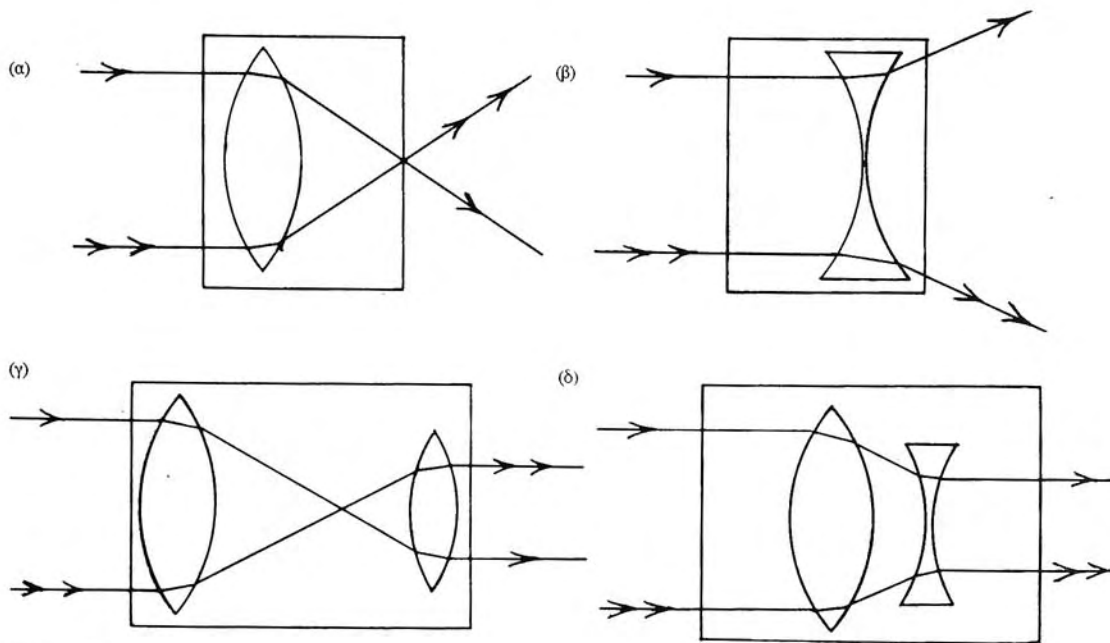
Έχουμε ελάχιστο στην καμπύλη όταν

$$\frac{dD}{dS_o} = 0, \quad \text{ή} \quad \frac{f^2}{S_o^2} = 1$$

$$\text{Άρα, } S_o = f \text{ και } D = f + \frac{f^2}{f} + 2f = 4f$$



Σχήμα Z



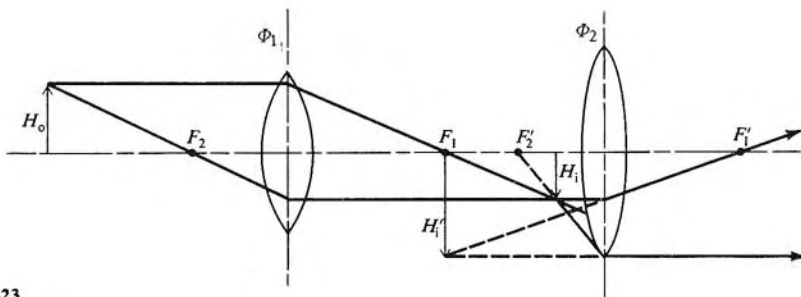
Σχήμα B19-22

- (α) Βλέπετε ένα φανταστικό είδωλο αναποδο-
γυρισμένο σε σχέση με το αντικείμενο (σχ.
B 19 - 23).
- (β) Η γωνία οράσεως του ειδώλου είναι μεγαλύ-
τερη από αυτήν του αντικειμένου, λόγω της
μεγάλης αποστάσεως του τελευταίου από το
μάτι του παρατηρητή.
- (γ) Τοποθετούμε το αντικείμενο σε απόσταση
μεταξύ f και $2f$ από τον πρώτο φακό (αν-
τικειμενικός φακός), κατά προτίμηση κοντά
στην κύρια εστία. Αυτή η τοποθέτηση δίνει
πραγματικό είδωλο αναποδογυρισμένο και
μεγαλύτερο από το αντικείμενο στην άλλη
μεριά του αντικειμενικού φακού από αυτήν
που βρίσκεται το αντικείμενο. Τοποθετούμε
το δεύτερο φακό (προσοφθάλμιο), έτσι ώ-
στε το παραπάνω είδωλο να βρίσκεται ανά-
μεσα στην κύρια εστία του προσοφθάλμιου

και τον προσοφθάλμιο φακό. Με τον τρόπο
αυτό ο προσοφθάλμιος θα σχηματίσει μεγε-
θυμένο φανταστικό είδωλο του πραγματι-
κού ειδώλου που σχημάτισε ο αντικειμενικός
φακός. Το δεύτερο αυτό είδωλο σχηματίζε-
ται σε απόσταση από το μάτι, βολική για τον
παρατηρητή.

- 43.** Αυτό το πρόβλημα φέρνει και πάλι την προσο-
χή του μαθητή στο γεγονός ότι για να δει καθα-
ρά τα αντικείμενα, πρέπει να προσαρμόσει κα-
τάλληλα τα μάτια του.

Η μικρότερη απόσταση ευκρινούς οράσεως
για μαθητή Λυκείου που έχει φυσιολογικό μάτι
είναι γύρω στα 10 cm και μπορεί να είναι κάπου
1 m για ηλικιωμένους (που δεν πάσχουν από
μυωπία κτλ.). Συνήθως τα δύο μάτια είναι λίγο
πολύ όμοια, αλλά όχι πάντοτε. Η απόσταση
«παίζει» σε σχέση με την κόπωση του ματιού.



Σχήμα B19-23

Φως, θερμότητα και ηλεκτρισμός

Επισκόπηση και Στόχοι

Τα Κεφ. 18 και 19 αποτελούν μέρος από την κινηματική του φωτός (περισσότερα θα αναπτυχθούν στο Κεφ. 25): ούτε η ανάκλαση, ούτε η διάθλαση του φωτός συσχετίστηκαν με την ενέργεια και την ορμή της ύλης ή με τα άτομα από τα οποία αποτελείται η ύλη. Τώρα στρέφουμε την προσοχή στη δυναμική του φωτός, την εκπομπή του και την απορρόφησή του και καταδεικνύουμε ότι τέτοιες διαδικασίες περικλείουν ανταλλαγή ενέργειας με τα αντικείμενα που εκπέμπουν και τα αντικείμενα που απορροφούν φως.

Αρχικά ερευνούμε την εκπομπή φωτός από λάμπα πυρακτώσεως σε ένα πείραμα όπου μετράμε το ηλεκτρικό έργο που παράγεται πάνω στη λάμπα και την αύξηση της εσωτερικής ενέργειας του θερμιδόμετρου μέσα στο οποίο έχουμε βάσει τη λάμπα (Παράγρ. 20 - 1 και 20 - 2).

Αφού πούμε λίγα για την ηλιακή ενέργεια (Παρ. 20 - 3), επιστρέφουμε στην απορρόφηση του φωτός από ελεύθερα ηλεκτρόνια παγιδευμένα μέσα στα μέταλλα (Παρ. 20 - 4 και 20 - 5).

Με δύο λόγια το παρόν κεφάλαιο συνδέει τη μελέτη του φωτός με το Κεφ. 7 (έργο, κινητική ενέργεια), το Κεφ. 9 (μοριακή κίνηση, εσωτερική ενέργεια και διατήρηση της ενέργειας) και το Κεφ. 16 (ηλεκτρικά κυκλώματα). Συγχρόνως προετοιμάζει το έδαφος για το σωματιδιακό μοντέλο του φωτός (Κεφ. 21).

Αν και είναι σύντομο κεφάλαιο, χρειάζεται προσεκτική ανάπτυξη.

Υποδείξεις για τη Διδασκαλία

Παράγραφοι 20 - 1 και 20 - 2

Δίνοντας για επανάληψη τις Παραγρ. 9 - 6 και 16 - 1 διευκολύνετε τη μελέτη των παραγράφων αυτών. Το πείραμα θερμιδομετρίας που περιγράφεται εδώ δεν προσφέρεται για επίδειξη στον πάγκο, αλλά μπορεί να ανατεθεί σαν ατομική εργασία.

Θα χρειασθείτε μια λάμπα Νο 41, μια δάση λάμπας και καλά μονωμένα καλώδια, ένα θερμόμετρο $10^{\circ}\text{C} - 40^{\circ}\text{C}$, ένα τροφοδοτικό 6 V (ή κατάλληλο αριθμό ξηρών στοιχείων), ένα αμπερόμετρο και ένα βολτόμετρο.

ΠΡΟΣΟΧΗ: Η λάμπα Νο 41 λειτουργεί πολύ πάνω από την κανονική της περιοχή, όταν συνδέεται με πηγή 6 V. Στον αέρα θα καεί πολύ γρηγορότερα παρά μέσα στο νερό. Το θερμιδόμετρο είναι κατασκευασμένο από δύο κύπελλα από αφρολέξ και καπάκι επίσης από αφρολέξ. Το νερό περιέχεται σε πλαστική σακκούλα (saranwrap) με διαστάσεις $25\text{ cm} \times 25\text{ cm}$ περίπου.

Παράγραφος 20 - 3

Ίσως απορήσετε γιατί η μέτρηση του ποσού της ενέργειας που απορροφείται ανά μονάδα χρόνου γίνεται όπως φαίνεται στο σχ. 20 - 4 και όχι μετρώντας την ανύψωση της θερμοκρασίας σε συνάρτηση με το χρόνο σε μαυρισμένο θερμιδόμετρο. Η τελευταία μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για χοντρικές μετρήσεις (π.χ. με το θερμιδόμετρο του Πειράμ. 25). Οπωσδήποτε, η μέθοδος στο βιβλίο διδασκαλίας είναι περισσότερο ακριβής.

Προσέξτε τη χρήση του όρου «ροή» στην παράγραφο αυτή. *Ροή ενέργειας*, εδώ, ορίζεται το *πηλίκο* της ακτινοβολούμενης ενέργειας, που πέφτει κάθετα σε μια επιφάνεια ανά μονάδα χρόνου, δια του εμβαδού της επιφάνειας. Στο Κεφ. 15 ορίσαμε τη *ροή μαγνητικού πεδίου* ως το *γινόμενο* της εντάσεως του μαγνητικού πεδίου επί το εμβαδόν της επιφάνειας που είναι κάθετη στο πεδίο. Και οι δύο χρήσεις του όρου «ροή» είναι συνηθισμένες.

Παράγραφοι 20 - 4 και 20 - 5

Επειδή το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο είναι σπουδαίο στη σύνθεση του σωματιδιακού και κυματικού μοντέλου του φωτός, είναι άκρως επιθυμητό και να επιδείξετε πειραματικά τα φαινόμενα που περιγράφονται στις παραγράφους αυτές.

Μπορείτε να ηλεκτρίσετε το ηλεκτροσκόπιο μ' ένα κομμάτι πλαστικού που το έχετε τρίψει με χαρτοπετσέτα. Ανεξάρτητα από το είδος του πλαστικού που χρησιμοποιείτε (βινυλίτη ή οξεική κυτταρίνη), το ηλεκτροσκόπιο θα φορτιστεί, τη μια φορά με επαφή και την άλλη με επαγωγή, με αντίθετα φορτία. Να καθαρίσετε προσεκτικά και τις δύο επιφάνειες της πλάκας του ψευδαργύρου με λεπτό σύρμα κουζίνας για να φύγουν τυχόν οξειδία ή άλλα επιχρίσματα.

Κάνοντας επίδειξη των κυριοτέρων σημείων στο πείραμα του σχ. 20 - 9, θα διευκολύνετε τους μαθητές να καταλάβουν τα διαγράμματα στα σχ. 20 - 10 μέχρι 20 - 12 και θα συντομέψετε το χρόνο στο στήσιμο του Πειρ. 33. (Βάλαμε αυτό το πείραμα στο Κεφάλαιο 21, ώστε όταν εργάζονται οι μαθητές σε αυτό να σκέφτονται με όρους σωματιδιακής θεωρίας του φωτός. Οπωσδήποτε όμως, η πρώτη τους επαφή μ' αυτό πρέπει να γίνει χωρίς καμιά αναφορά σε συγκεκριμένο μοντέλο).

Κατάταξη των Προβλημάτων Παραγράφων και ΣΤΕ

Παράγραφος	Εύκολα	Μέτρια	Δύσκολα
20 - 1	1, 2, 3		
20 - 2	4, 5		
20 - 3		6, 7	
20 - 4	8, 9, 10, 11		
20 - 5	12, 13, 14		
ΣΤΕ	17	15, 16, 18, 19, 20, 21	

Απαντήσεις στα Προβλήματα

(Περιεχόμενο προβλημάτων όπως στο διδύλιο διδασκαλίας)

1. (α) Θα μπορούσαν να διαφέρουν (1) στη μεταβολή της θερμοκρασίας που στην περίπτωση της γλυκόλης θα ήταν μεγαλύτερη από αυτήν του νερού, για την ίδια ποσότητα της παρεχόμενης ενέργειας στα δύο υγρά ή να διαφέρουν (2) στο χρόνο που απαιτείται να ανυψωθεί κατά ορισμένο ποσό η θερμοκρασία ίσων ποσοτήτων γλυκόλης και νερού. Ο χρόνος αυτός για τη γλυκόλη θα ήταν μικρότερος.

- (β) Τα συμπεράσματα θα ήταν τα ίδια. Η γλυκόλη είναι διαφανής και το φως που θα διαφύγει θα απομακρύνει ενέργεια, η οποία έτσι δεν διατίθεται για θέρμανση της γλυκόλης. Το πηλίκο στο τέλος του Πίνακα 1 θα εξακολουθεί ακόμη να είναι μικρότερο της μονάδας. Βέβαια, δεν μπορούμε να πούμε αν αυτό το πηλίκο είναι το ίδιο με του νερού γιατί δεν γνωρίζουμε πώς συγκρίνονται η γλυκόλη με το νερό στην απορρόφηση του φωτός. Τα πηλίκια, όμως, στο τέλος του Πίνακα 2 θα ήταν κοντά σ' αυτά που βρίσκονταν και με τη γλυκόλη. Επειδή το αλουμίνιο είναι αδιαφανές, σχεδόν όλη η ενέργεια που φέρεται από το φως μετατρέπεται σε εσωτερική ενέργεια της γλυκόλης.

2. Η θερμοχωρητικότητα του νερού είναι

$$4,19 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \times 75 \text{ g} = 314 \frac{\text{J}}{^\circ\text{C}}.$$

Η θερμοχωρητικότητα του αλουμινίου είναι

$$0,90 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \times 0,2 \text{ g} = 0,18 \frac{\text{J}}{^\circ\text{C}}.$$

Επομένως η θερμοχωρητικότητα του αλουμινίου είναι αμελητέα μπροστά σ' αυτή του νερού.

3. Η μέση τάση μετρίοταν με βολτόμετρο και η έντασή του με αμπερόμετρο. Το ηλεκτρικό έργο ήταν $W = IVt = (0,67 \text{ A}) \times (5,0 \text{ V}) \times (180 \text{ s}) = 600 \text{ J}$.

Η μάζα μετρήθηκε με ζυγαριά και οι θερμοκρασίες με κατάλληλο θερμόμετρο.

Η εσωτερική ενέργεια αυξήθηκε κατά $mc\Delta T$

$$= (77 \text{ g}) \times \left(4,19 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \right) \times (1,55 ^\circ\text{C}) = 500 \text{ J}.$$

Το πηλίκο είναι $\frac{500}{600} = 0,83$

4. Το 10% περίπου της ενέργειας που παρέχεται στο λαμπάκι εμφανίζεται με τη μορφή ορατού φωτός.

5. Μετατρέπεται σε εσωτερική ενέργεια του τζαμιού του παραθύρου.

$$6. 0,60 \times 1,38 \times 10^3 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = 0,83 \times 10^3 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Επομένως η διαθέσιμη ισχύς θα ήταν

$$0,83 \times 10^3 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}.$$

Όμως, μόνο περίπου το 20% αυτής της ισχύος μετατρέπεται σε ηλεκτρική ισχύ. Αν υποθέσουμε ότι η ισχύς της φρυγανιέρας ή του θερμαντικού σώματος είναι 1500 W, το εμβαδόν A που απαιτείται για να συλλέγεται η αναγκαία ενέργεια είναι

$$A = \frac{1,5 \times 10^3 \text{ W}}{0,83 \times 10^3 \times 0,2 \text{ W/m}^2} = 9,0 \text{ m}^2$$

7. (α) Η ηλιακή ενέργεια που λαμβάνεται μέσα σε δύο ώρες θα είναι $1,38 \times 10^3 \times 1,0 \times 7200 \text{ J} = 9,94 \times 10^6 \text{ J}$.

Η ανύψωση της θερμοκρασίας του νερού υπολογίζεται από τον τύπο:

$$\text{Ενέργεια} = \text{Μάζα νερού} \times \text{ειδ. θερμ. νερού} \times \Delta T.$$

$$\text{Ο όγκος του νερού είναι } (100 \text{ cm})^2 \times 10 \text{ cm} = 1,0 \times 10^5 \text{ cm}^3.$$

Η πυκνότητα του νερού είναι $1,0 \text{ g/cm}^3$, άρα η μάζα του νερού είναι:

$$1,0 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times 1,0 \times 10^5 \text{ cm}^3 = 1,0 \times 10^5 \text{ gram}$$

Η ειδική θερμότητα του νερού είναι $4,19 \text{ J/}^\circ\text{C} \cdot \text{g}$. Άρα έχουμε $1,0 \times 10^5 \times 4,19 \times \Delta T = 9,94 \times 10^6$

$$\text{και } \Delta T = \frac{9,94 \times 10^6}{4,19 \times 10^5} = 24^\circ\text{C}$$

- (β) Μέρος της ηλιακής ενέργειας απορροφάται στο πέρασμά της μέσα από την ατμόσφαιρα. Αν εξαιρέσουμε τις μεσημβρινές ώρες που ο ήλιος βρίσκεται ψηλά, τις άλλες ώρες οι ηλιακές ακτίνες πέφτουν πλάγια και παθαίνουν έντονη απορρόφηση, άρα η ισχύς ανά m^2 που φτάνει στη γη θα είναι μικρότερη από ό,τι τη στιγμή της μεσουρανήσεως. Από τη στιγμή που η θερμοκρασία του νερού φθάνει πάνω από τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος θα αρχίσει να χάνει ενέργεια με ακτινοβολία προς το περιβάλλον.

8. Ναι, με θετικό φορτίο.
9. Το ηλεκτροσκόπιο θα εκφορτίζεται και στις δύο περιπτώσεις (α) και (β). Ο ιοντισμένος αέρας περιέχει τόσο αρνητικά όσο και θετικά φορτισμένα σωματίδια. Τα θετικά σωματίδια θα εκφορτίζουν ένα αρνητικά φορτισμένο ηλεκτροσκόπιο και τα αρνητικά θα εκφορτίζουν ένα θετικά φορτισμένο ηλεκτροσκόπιο.
10. (α) Το ηλεκτρικό πεδίο απωθεί το ηλεκτρόνιο μακριά από την επιφάνεια.
 (β) Το ηλεκτρικό πεδίο έλκει τα ηλεκτρόνια πίσω στην επιφάνεια.
 (γ) Το φως διώχνει ηλεκτρόνια από μεταλλική επιφάνεια (εάν έχει αρκετή ενέργεια). Επειδή η διαδικασία αποβολής ηλεκτρονίων βοηθείται από το πεδίο όταν το ηλεκτροσκόπιο είναι φορτισμένο αρνητικά, το φως εκφορτίζει ένα αρνητικά φορτισμένο ηλεκτροσκόπιο. Αντίθετα, η διαδικασία αποβολής ηλεκτρονίων εμποδίζεται από θετικά φορτισμένο ηλεκτροσκόπιο και το φως δεν το εκφορτίζει. (Υποτίθεται ότι το δυναμικό του ηλεκτροσκοπίου είναι πάντοτε αρκούντως μεγάλο).
11. Φωτοηλεκτρόνια θα εκπέμπονται από το λίθιο και το καΐσιο. Από μια συνηθισμένη λάμπα πυρακτώσεως δεν ακτινοβολείται υπεριώδης φως. (Ακόμη και αν κάποιο υπεριώδες φως ακτινοβολείται από το νήμα, αυτό απορροφάται από τη γυάλινη φούσκα). Άρα δεν εκπέμπονται φωτοηλεκτρόνια από το μαγνήσιο.
12. Ένα ampere είναι ίσο με ένα coulomb ανά second, ή $6,25 \times 10^{18}$ στοιχ. φορτία ανά sec. Άρα θα περνούν από την κάθοδο στην άνοδο.

$$\left(6,25 \times 10^{18} \frac{\text{στοιχ. φορτ.}}{\text{C}} \right) \times \left(\times 1,0 \times 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{s}} \right) =$$

= $6,25 \times 10^{12}$ ηλεκτρόνια ανά δευτερόλεπτο.

13. (α) Για $E_K \geq 0,40 \text{ eV}$ ρεύμα $i = 0,7 \times 10^{-7} \text{ A} = 0,7 \times 10^{-7} \times 6,25 \times 10^{18} \frac{\text{στοιχ. φορτία}}{\text{s}} = 4,4 \times 10^{11} \text{ ηλεκτρόνια / s}$
 (β) Με $E_K \geq 0,45 \text{ eV}$ είναι $i = 0,5 \times 10^{-7} \text{ A} = 3,1 \times 10^{11} \text{ στοιχ. φορτία / s}$.
 Άρα εκπέμπονται $3,1 \times 10^{11}$ ηλεκτρόνια / s.

Επομένως με E_K ανάμεσα σε $0,40 \text{ eV}$ και $0,45 \text{ eV}$ θα εκπέμπονται $(4,4 \times 10^{11} - 3,1 \times 10^{11}) \text{ ηλεκτρ./s} = 1,3 \times 10^{11} \text{ ηλεκτρόνια/s}$

14. Θα προβλέπατε ότι η μέγιστη κινητική ενέργεια των εκπεμπομένων ηλεκτρονίων με ιώδες φως θα ήταν μεγαλύτερη από αυτή με κυανό φως ($E_{K_{\max}} > 1,1 \text{ eV}$).

Απαντήσεις στα Προβλήματα ΣΤΕ

15. Θα παίρνατε τις στιγμιαίες ενδείξεις του αμπερομέτρου και βολτομέτρου σε τακτά (ίσα) χρονικά διαστήματα. Θα πολλαπλασιάζατε τις τιμές αυτές και θα βρίσκατε κάθε φορά τη στιγμιαία ισχύ. Θα παριστάνατε τη στιγμιαία ισχύ σε συνάρτηση με το χρόνο και τότε το εμβαδό κάτω από την καμπύλη του διαγράμματος θα έδινε το παραγόμενο ηλεκτρικό έργο.
16. Το κλάσμα της ενέργειας με τη μορφή ορατού φωτός θα είναι μικρότερο. Εάν η θερμοκρασία πέσει κάτω από μια ορισμένη τιμή δεν υπάρχει καθόλου ορατή ακτινοβολία.
17. (α) Η παρουσία θετικών ιόντων στον ιοντισμένο αέρα θα αυξήσει το ρυθμό με τον οποίο εκφορτίζεται το ηλεκτροσκόπιο.
 (β) Η παρουσία αρνητικών ιόντων στον ιοντισμένο αέρα θα προκαλεί μια βραδεία εκφόρτιση του ηλεκτροσκοπίου.
18. Για να ανυψώσουμε τη θερμοκρασία 200 λίτρων (200 kg) νερού από τους 15°C στους 65°C απαιτείται ενέργεια.

$$(2,0 \times 10^5 \text{ g}) \times \left(4,19 \frac{\text{J}}{^\circ \text{C}} \right) \times 50^\circ \text{C} = 4,2 \times 10^7 \text{ joule}$$

Υποθέτουμε ότι η επιφάνεια της οροφής που αντικρύζει τον ήλιο είναι 50 m^2 και ότι το μισό της ενέργειας στην «κορυφή» της ατμόσφαιρας φτάνει στην οροφή. Τότε για να συλλέξουμε ενέργεια $4,2 \times 10^7 \text{ joule}$, απαιτείται χρόνος.

$$\frac{4,2 \times 10^7}{0,5 \times 1,38 \times 10^3 \times 50} \text{ sec} = 1,2 \times 10^3 \text{ sec}$$

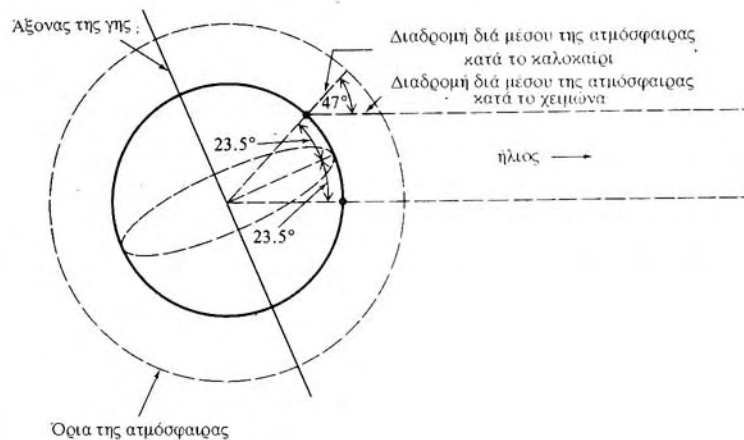
Θα χρειαζόταν, σ' αυτή την περίπτωση, μόνο 20 min για να ανέβει η θερμοκρασία του νερού στους 65°C .

(Οι απαντήσεις θα ποικίλουν ευρέως, ανάλογα με την εκτίμηση του εμβαδού της οροφής και του κλάσματος της ενέργειας που φθάνει στην οροφή).

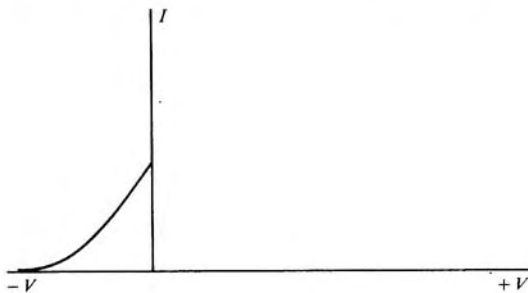
19. $I_{\text{σχ}} = 4 \times 1,83 \times 0,31 \times 1,38 \times 10^3 \times 0,15 = 4,7 \times 10^2 \text{ watt}$.

20. Βλ. σχ. B20 - 1

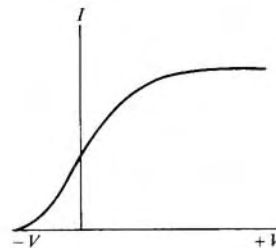
Το μήκος της διαδρομής του ηλιακού φωτός μέσα από τον αέρα το χειμώνα (αγνοώντας την καμπυλότητα της γης) είναι



Σχήμα B20-1



Σχήμα Α



Σχήμα B20-2

$$\frac{1}{\cos 47} = 1,47 \text{ φορές το μήκος της διαδρομής}$$

του ηλιακού φωτός μέσα από τον αέρα το καλοκαίρι.

21. Βλ. σχ. B20 - 2. Τα ηλεκτρόνια που εκπέμπονται από τη φωτοηλεκτρική επιφάνεια, σε απουσία διαφοράς δυναμικού, σχηματίζουν ένα νέφος κοντά στην επιφάνεια. Το αρνητικό φορτίο αυτού του νέφους απωθεί τα άλλα φωτοηλεκτρόνια και τα αναγκάζει να επιστρέψουν στην επιφάνεια. Μια θετική διαφορά δυναμικού έλκει τα ηλεκτρόνια μακριά από την κάθοδο και

τα οδηγεί στην άνοδο. Αν η τάση αυτή είναι μικρή ένα μέρος από τα παραγόμενα φωτοηλεκτρόνια θα παραμένουν στο νέφος κοντά στην κάθοδο. Καθώς θα αυξάνεται η τάση ολοένα και περισσότερα ηλεκτρόνια θα οδηγούνται στην άνοδο. Από μια τιμή της τάσεως και άνω, όλα τα παραγόμενα φωτοηλεκτρόνια θα οδηγούνται στην άνοδο. Από την τιμή αυτή και πάνω δεν θα υπάρχει αύξηση στην ένταση του ρεύματος. Συμβαίνει, δηλ., κάτι ανάλογο με τη μεταβολή του ρεύματος στην θερμική εκπομπή ηλεκτρονίων.

Επισκόπηση και Στόχοι

Ένα από τα πλεονεκτήματα της 6ης εκδόσεως της PSSC Φυσικής, πιστεύουμε, είναι η εγγύτητα στη συζήτηση του σωματιδιακού μοντέλου του φωτός (παρόν κεφάλαιο), με αυτήν του κυματικού μοντέλου του φωτός και της συνθέσεώς τους (και τα δύο κεφ. 25). Επειδή έρχεται μετά τη Μηχανική και τον Ηλεκτρισμό, προτιμήσαμε να παρουσιάσουμε το σωματιδιακό μοντέλο με αναφορά σε πειράματα του 20ου αιώνα, παρά να το τοποθετήσουμε με την ιστορική του διάσταση, όπως κάναμε σε προηγούμενες εκδόσεις. Σαν αποτέλεσμα αυτού, δεν παρουσιάζουμε τη διάθλαση από την άποψη του σωματιδιακού μοντέλου του Νεύτωνα, αφήσαμε όμως το πείραμα στον Εργαστηριακό Οδηγό δίνοντάς του την κατάλληλη ιστορική διάσταση.

Ο ρόλος ενός μοντέλου είναι (1) να συνδέει και να συνοψίζει γνωστά δεδομένα και (2) να προβλέπει τα αποτελέσματα νέων πειραμάτων. Θα πρέπει, όμως, κατά τη διδασκαλία οποιουδήποτε μοντέλου να κάνετε τους μαθητές να καταλάβουν, ότι ένα καλό μοντέλο όσο καλό και αν είναι αποτελεί μια χρήσιμη αφαίρεση, που περιέχει μαθηματικούς χειρισμούς, αλλά δεν είναι η ακριβής εικόνα του πραγματικού κόσμου. Αυτό είναι ιδιαίτερα σωστό για τα μοντέλα του φωτός. Το κείμενο το τονίζει αυτό σε κάθε βήμα (βλ. Υποδείξεις για τη Διδασκαλία). Τα μεγαλύτερα επιτεύγματα του σωματιδιακού μοντέλου που εκθέτονται σ' αυτό το κεφάλαιο είναι (1) ο νόμος του αντιστρόφου τετραγώνου για την ένταση του φωτός σε συνάρτηση με την απόσταση από τη σημειακή πηγή (παράγρ. 21 - 22), (2) μια ποιοτική ερμηνεία του φωτοηλεκτρικού φαινομένου και (2) η πρόβλεψη για την πίεση του φωτός (παράγρ. 21 - 3 και 21 - 6). Για να θεωρηθεί η συζήτηση της πίεσεως του φωτός ευλογοφανής, απαιτείται μια αναγκαστική επέκταση της Νευτώνειας δυναμικής σε μεγάλες ταχύτητες (παράγρ. 21 - 4 και 21 - 5). Το κεφάλαιο τελειώνει με τις αδυναμίες της σωματιδιακής θεωρίας, που εμφανίζονται, όταν προσπαθούμε να καταλάβουμε τη διάδοση του φωτός μάλλον παρά την αλληλεπίδρασή του με άτομα ή ηλεκτρόνια. Θα δούμε στο κεφ. 25 ότι οι επιτυχίες και αποτυχίες του κυματικού μοντέλου είναι συμπληρωματικές αυτών του σωματιδιακού μοντέλου. Το κυματικό μοντέλο δίνει εξήγηση για τη διάδοση του φωτός (ανάκλαση, διάθλαση και περίθλαση), αλλά αποτυγχάνει να δώσει εξήγηση για την αλληλεπίδραση του φωτός με μοναδικά άτομα. Μόνο η σύνθεση των δύο μοντέλων με τις βαθιές συνέπειές του εξηγεί ικανοποιητικά και τις δύο κατηγορίες φαινομένων.

Χρονοθέτηση των Πειραμάτων

- Πείραμα 32** Ένταση φωτός σε συνάρτηση με την απόσταση. Κάνετε το πείραμα αυτό μαζί με την παράγρ. 21 - 2.
- Πείραμα 33** Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο. Αυτό πρέπει να γίνει μαζί με την παράγρ. 21 - 3.
- Πείραμα 34** Σωματιδιακό μοντέλο του Νεύτωνα για τη διάθλαση του φωτός. Το πείραμα αυτό μπορεί να γίνει οποιαδήποτε στιγμή στη διάρκεια του κεφαλαίου.

Ταινίες

Η Έσχατη Ταχύτητα είναι μια κινηματογραφημένη παραλλαγή του πειράματος στην παράγρ. 21 - 5 και πρέπει να δειχθεί μαζί με αυτή την παράγραφο. Για περισσότερες τεχνικές λεπτομέρειες πάνω στο φιλμ βλ. W. Bertozzi, American Journal of Physics, Vol. 32, 551 (1964).

Η Πίση του Φωτός, του Καθηγητή Jerrold R. Zacharias, είναι σχεδιασμένο για χρήση μαζί με την παράγρ. 21 - 6. Το φιλμ δίνει αξιοσημείωτη οπτική μαρτυρία ότι το φως ασκεί πίεση. Επίσης δείχνει πώς μερικά πειράματα, σχεδιασμένα να αποδείξουν μια θεωρία, μπορεί να εισαγάγουν νέα προβλήματα και ανοίγουν νέους δρόμους για έρευνα. Διάρκεια 21 λεπτά.

Υποδείξεις για τη Διδασκαλία

Παράγραφος 21 - 1

Αν και τόσο μικρή η παράγραφος αυτή, περιέχει το κλειδί για την κατανόηση του σωματιδιακού μοντέλου του φωτός. Από την καθημερινή εικόνα των σωματιδίων κρατάμε μόνο την ιδέα ότι τα σωματίδια είναι ξεχωριστά πράγματα που κινούνται, έχουν ενέργεια και ορμή. Συγκεντρωνόμαστε πάνω σ' αυτά τα χαρακτηριστικά, επειδή μας είναι χρήσιμα στην ανάλυση και ερμηνεία των πειραμάτων. Ερωτηματικά γύρω από άλλα χαρακτηριστικά των σωματιδίων είναι στην καλύτερη περίπτωση δευτερεύοντα, όπως προκύπτει από τη συζήτηση των Προβλημάτων 1 και 2 στο τέλος της παραγράφου.

Είναι καλό να βάλετε τους μαθητές να επαναλάβουν τις ιδέες - κλειδιά της παραγράφου μέσα στην τάξη.

Παράγραφος 21 - 2

Υπάρχουν δύο ιδέες σ' αυτή την παράγραφο: (1) η πρόβλεψη του νόμου του αντίστροφου τετραγώνου, βασισμένη σε γεωμετρική σκέψη και (2) η μέθοδος βαθμονόμησης ενός φωτόμετρου, σαν να είναι "μαύρο κουτί", για να ελέγξουμε την ορθότητα του παραπάνω νόμου. Το πείραμα 32 δίνει την ευκαιρία στους μαθητές να δουν από μόνοι τους, την ποικιλία των πρακτικών σχεδιασμών που πρέπει να κάνουν ακόμα και όταν πρόκειται να ελέγξουν έναν τόσο απλό κανόνα, όπως αυτός του αντίστροφου τετραγώνου για το φως. Το πείραμα 32 μπορεί πολύ καλά να αντικαταστήσει το δεύτερο μέρος της παραγράφου αυτής ή τουλάχιστον να κάνει το διάβασμά της ευκολότερο.

Παράγραφος 21 - 3

Θα ήταν πολύ καλό αν μπορούσατε να χρησιμοποιήσετε αυτή την παράγραφο για να συνοψίσετε το πείραμα 33 “Φωτοηλεκτρικό Φαινόμενο”, και να επικεντρώσετε τη συζήτηση στα πειραματικά δεδομένα και στο σχ. 21 - 3.

Παράγραφοι 21 - 4 και 21 - 5

Η σκέψη ότι η ταχύτητα του φωτός έχει ένα ειδικό ρόλο στη φύση, πολύ πέρα από την ίδια τη διάδοσή του, δεν είναι καθόλου διαισθητική. Η ταινία “Η Έσχατη Ταχύτητα” θα βοηθήσει τα μέγιστα για να ενώσει τις δύο αυτές παραγράφους. Η παράγραφος 21 - 5 είναι στην ουσία μια περίληψη της ταινίας.

Μερικοί από τους μαθητές σας ίσως αντιληφθούν ότι οι παράγραφοι αυτές, τους φέρνουν στα όρια της Ειδικής Θεωρίας της Σχετικότητας. Εάν επιθυμούν πραγματικά να μάθουν περισσότερα για το θέμα αυτό μπορείτε να τους συστήσετε για ατομική μελέτη το Συμπλήρωμα σε Ανώτερα Θέματα του PSSC, κεφ. 4 και 5. Σε αυτό το σημείο των μαθημάτων έχουν όλα τα προαπαιτούμενα για να μπορέσουν να κάνουν κάτι τέτοιο.

Παράγραφος 21 - 6

Μια σύντομη επανάληψη στην παράγρ. 9 - 2 θα διευκολύνει τους μαθητές να εισαχθούν στην παρούσα παράγραφο, η ανάπτυξη της οποίας βασίζεται στην αναζήτηση σχέσεων μέσω των διαστάσεων των μεγεθών, μια ισχυρή τεχνική που δεν έχουμε ξαναχρησιμοποιήσει σ’ αυτή τη σειρά των μαθημάτων. Θα μπορούσατε να διευκρινίσετε την ισχύ, αλλά και τα όρια της διαστατικής ανάλυσεως με το παρακάτω παράδειγμα: πώς συνδέεται η περίοδος T ενός απλού εκκρεμούς με τη μάζα του m και το μήκος του l ; Επειδή η βαρυτική δύναμη είναι ουσιαστική στην κίνηση του εκκρεμούς, θα πρέπει χωρίς αμφιβολία η ένταση g του πεδίου βαρύτητας να εμφανίζεται στον τύπο.

Ας ρίξουμε μια ματιά στις μεταβλητές που εμπλέκονται:

περίοδος T , (s)

μάζα m , (kg)

ένταση πεδίου g , $\frac{m}{s^2}$

μήκος εκκρεμούς l , (m)

Βλέπουμε αμέσως ότι η περίοδος δε μπορεί να εξαρτάται από τη μάζα, επειδή, δεν υπάρχει πουθενά kg στις μονάδες των άλλων μεγεθών (l και g) για να απαλειφθεί. Εκείνο, λοιπόν, που πρέπει να αναζητήσουμε είναι ένας συνδυασμός των l και g ώστε να δίνουν οι μονάδες τους second. Ένας τέτοιος συνδυασμός είναι $\sqrt{l/g}$ επειδή

$$\sqrt{\frac{m}{m/s^2}} = s. \text{ Συνεπώς, πρέπει } T = (\text{ένας καθαρός αριθμός}) \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Αυτός ο καθαρός αριθμός, ή αδιάστατη σταθερά, ίσως να εξαρτάται από την αρχική γωνία του εκκρεμούς, επειδή η γωνία είναι ένα αδιάστατο μέγεθος. Η διαστατική ανάλυση δε μπορεί να μας

πει ποια πρέπει να είναι αυτή η σταθερά. Στην παράγρ. 4 - 6 βρήκαμε ότι η σταθερά αυτή είναι το 2π.

Η ταινία "*Η Πίεση του Φωτός*", αν και μόνο ποιοτικά, παρουσιάζει το φαινόμενο μ' έναν κομψό τρόπο.

Παράγραφος 21 - 7

Όπως και η παράγρ. 21 - 1, έτσι κι αυτή είναι μια σύντομη αλλά σπουδαία παράγραφος. Μην ξεχάσετε να παραπέμψετε τους μαθητές στα σχήματα της παραγράφου στη διάρκεια της συζητήσεως. Προτείνουμε να τελειώσετε το κεφάλαιο αυτό βάζοντας την τάξη να σας βοηθήσει να καταγράψετε στον πίνακα μια λεπτομερειακή λίστα επιτυχιών και αποτυχιών του σωματιδιακού μοντέλου.

Πείραμα 32. Μεταβολή της Εντάσεως του Φωτός με την Απόσταση

Υλικά

- 2 Κομμάτια παραφίνης
- Αλουμινόχαρτο
- 5 Λάμπες 6,3 volt
- Τροφοδοτικό (6,3 volt)
- Μέτρο
- Βάσεις για τις λάμπες

Ο κύριος σκοπός αυτού του πειράματος είναι να δείξει στους μαθητές ότι ακόμα και ο έλεγχος μιας απλής προβλέψεως με τόσο απλά μέσα απαιτεί να γίνεται προσεκτικός σχεδιασμός και να φέρονται σε λογαριασμό αντίθετες απαιτήσεις.

Το πείραμα αυτό χρησιμοποιεί μια διαφορετική μέθοδο στην αναζήτηση της εξαρτήσεως της φωτεινής εντάσεως από την απόσταση, σε αντίθεση με την παράγραφο 21 - 2 του βιβλίου. Εδώ χρησιμοποιούμε, ως μέτρο συγκρίσεως (πρότυπο), το φωτισμό σε κομμάτι παραφίνης, που παράγεται από μια μόνο λάμπα σε σταθερή απόσταση. Ένα δεύτερο κομμάτι παραφίνης, που το κρατάμε κολλητά δίπλα στο πρώτο, έχονταςβάλει ανάμεσά τους διπλό αλουμινόχαρτο, χρησιμεύει ως δείκτης του φωτισμού, τον οποίο δέχεται από την άλλη πλευρά από διαφορετικούς αριθμούς λαμπτήρων που τοποθετούνται σε διάφορες αποστάσεις από το κομμάτι της παραφίνης. Ενώ το ανθρώπινο μάτι, από τη μια μεριά, δεν μπορεί να μετρήσει απευθείας αλλαγές στο φωτισμό (εν μέρει επειδή η κόρη μεταβάλλει τη διάμετρό της με τις αλλαγές του φωτισμού), από την άλλη μπορεί να βρει με ακρίβεια, αν δύο διπλανές επιφάνειες δέχονται τον ίδιο φωτισμό. Κάνουμε χρήση αυτής της ικανότητας, συγκρίνοντας τους φωτισμούς των κομματιών της παραφίνης, όταν αυτές φωτίζονται με διάφορες πηγές.

Προσέξτε, ο πρότυπος λαμπτήρας πρέπει να βρίσκεται στην ίδια οριζόντια γραμμή με το κέντρο των τεσσάρων λαμπτήρων. Οι αποστάσεις πρέπει να μετρούνται από το νήμα του λαμπτήρα μέχρι την έδρα της παραφίνης, που βρίσκεται προς την πλευρά του λαμπτήρα. Οι μαθητές μπορούν να περιορίσουν το διάχυτο φως, τοποθετώντας τη διάταξη πάνω σε επίπεδο μαύρο χαρτί.

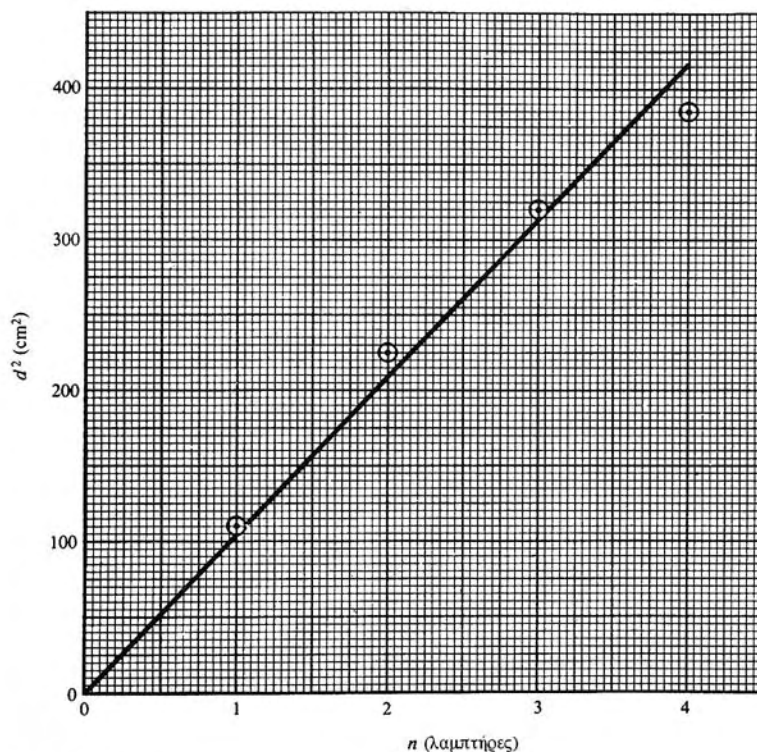
Για να κόψουν την εκθαμβωτική λάμψη του νήματος των λαμπτήρων που φθάνει απευθείας στο μάτι τους και δυσχεραίνει τη σύγκριση των εντάσεων του φωτός, οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν ένα οποιοδήποτε αδιαφανές αντικείμενο.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 32

- Γενικά, η ένταση του φωτισμού σε ένα από τα κομμάτια θα είναι μεγαλύτερη από την ένταση στο άλλο. Συνήθως το ένα κομμάτι θα εμφανίζεται λαμπρότερο του άλλου.
- Όχι. Εάν, για παράδειγμα, το αριστερό κομμάτι ήταν λαμπρότερο, τότε με μια περιστροφή που θα άλλαζε τις θέσεις τους, θα έκανε το άλλο κομμάτι που είναι τώρα στα αριστερά λαμπρότερο.
- Ναι.
- Να προσανατολίσετε τη διάταξη, έτσι ώστε και τα δύο κομμάτια να φαίνονται το ίδιο λαμπερά στο διάχυτο φως του δωματίου.
- Βάλετε τις φωτεινές πηγές κοντά στα κομμάτια παραφίνης.
- Το αποτέλεσμα του ότι δεν έχουμε τους λαμπτήρες ακριβώς απέναντι από τον πρότυπο λαμπτήρα θα είναι εντονότερα, όταν οι λαμπτήρες είναι πιο κοντά στα κομμάτια παραφίνης. Το φαινόμενο αυτό έχει μικρότερη σημασία, όταν οι λαμπτήρες τοποθετούνται μακριά.

Δείγμα δεδομένων:

n (Λαμπτήρες)	d (cm)	d^2 (cm ²)
1	10,7	115
2	15,0	225
3	17,9	321
4	19,6	384



Σχήμα B21-1

- Οι δύο ερωτήσεις απαιτούν αντίθετες απαντήσεις. Ένας συμβιβασμός πρέπει να βρεθεί. Το πείραμα πρέπει να γίνει με τους λαμπτήρες ούτε πολύ κοντά ούτε πολύ μακριά από τα κομμάτια παραφίνης.
- Σχεδιάστε το d^2 σε συνάρτηση με το n .
- Λαμβάνεται μια ικανοποιητικά ευθεία γραμμή. Το d^2 είναι ανάλογο του n και το πηλίκο n/d^2 είναι σταθερό. Βλ. σχήμα B21 - 1.

Πείραμα 33. Φωτοηλεκτρικό Φαινόμενο

Υλικά

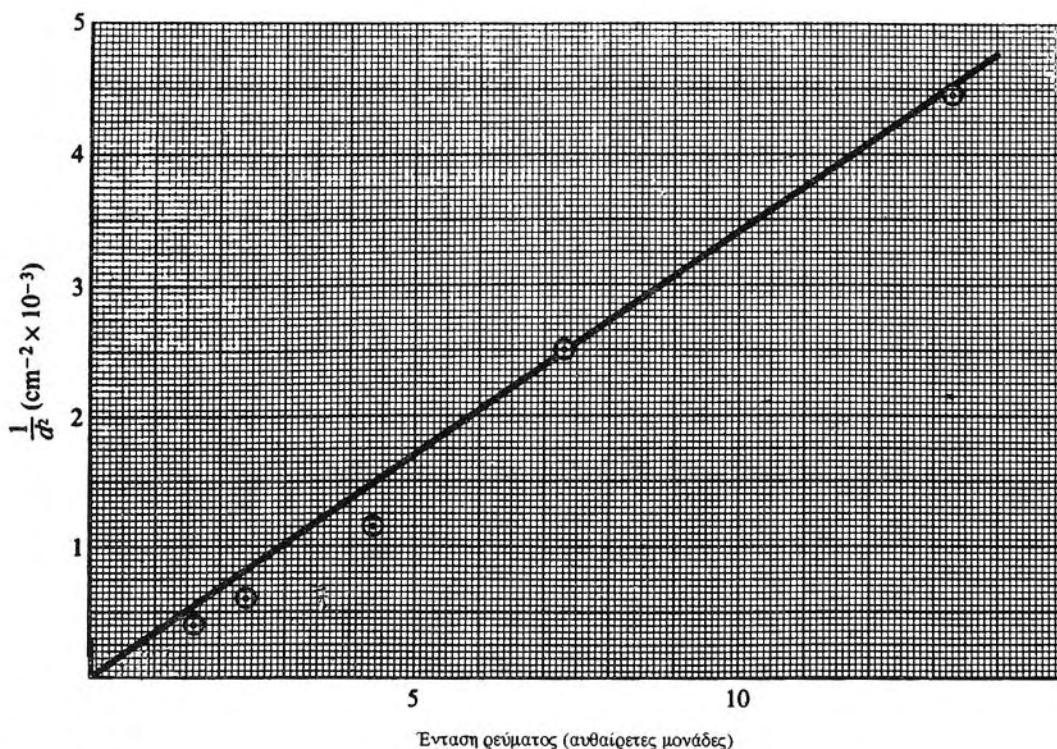
Φωτοκύτταρο, σκέπασμα και φίλτρα, βάση στηρίξεως
Τροφοδοτικό, +8 volt, 0, -8 volt DC σταθεροποιημένο, 6,3 volt AC ή DC
Μέτρο
Λάμπα (6,3 volt), βάση και ασπίδα
Βολτόμετρο, 0 - 3 volt
Ευαίσθητο αμπερόμετρο, διπλής κλίμακας: Μια μικρής ευαισθησίας περίπου 2×10^{-7} A σε πλήρη κλίμακα και μια μεγαλύτερης ευαισθησίας περίπου 2×10^{-8} A σε πλήρη κλίμακα.

Βεβαιωθείτε ότι οι μαθητές σας ελέγχουν για να δουν ότι το σύρμα της ανόδου προφυλάσσεται από το κατευθείαν φως της πηγής, με τη μαύρη ταινία, όταν το φωτοκύτταρο και η πηγή ευθυγραμμίζονται κατάλληλα. Σ' αυτό θα τους βοηθήσει, αν μετακινήσουν την πηγή από τη μια πλευρά στην άλλη, σε διεύθυνση κάθετη στον άξονα της συσκευής. Όταν η μαύρη ταινία είναι κατάλληλα τοποθετημένη και το φωτοκύτταρο με την πηγή στην κατάλληλη θέση, σχηματίζεται μία μόνο σκιά στην κάθοδο. Αν χρειάζεται, οι μαθητές ας ρυθμίσουν τη θέση της ταινίας, ώστε να συμβαίνει αυτό.

Το κλειδί για την επιτυχή εκτέλεση του δεύτερου μέρους του πειράματος βρίσκεται στις τελικές ρυθμίσεις που πρέπει να γίνουν για να βρεθεί η τάση ανακοπής V_0 . Οι μαθητές πρέπει να ακολουθήσουν την πορεία που δίνεται στον Εργαστηριακό Οδηγό. Όταν το ποτενσιόμετρο ρυθμίζεται ώστε να δημιουργείται μηδενικό ρεύμα, ελέγξτε μήπως το έχουν ρυθμίσει πάνω από το δέον. Κανονίστε το ρεύμα να είναι λίγο πάνω από το μηδέν. Έπειτα, ολοκληρώνοντας την τελική ρύθμιση - με το χέρι να σκεπάζει και να ξεσκεπάζει το φωτοκύτταρο περιοδικά - οι μαθητές πρέπει να γυρίσουν το ποτενσιόμετρο (με το κουμπί της ευαισθησίας κάτω) μέχρι να φθάσουν ακριβώς στο σημείο που δεν παρατηρούν το φαινόμενο. Τότε να διαβάσουν το βολτόμετρο.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 33

- Επειδή η ένταση του φωτισμού μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με το τετράγωνο της αποστάσεως από την πηγή, θα πρέπει να σχεδιάσαμε το φωτοηλεκτρικό ρεύμα σε συνάρτηση με το $1/d^2$.



Σχήμα B21-2

- Όπως και στο προηγούμενο πείραμα, η πηγή δεν θα συμπεριφέρεται ως σημειακή πηγή, αν είναι πολύ κοντά στο φωτοκύτταρο. Από την άλλη μεριά, εάν είναι πολύ μακριά από το φωτοκύτταρο, το ρεύμα θα είναι πολύ ασθενικό για να μετρηθεί. Γι' αυτό πρέπει να προτιμηθούν ενδιάμεσες αποστάσεις.
- Το διάγραμμα του φωτοηλεκτρικού ρεύματος σε συνάρτηση με το $1/d^2$ είναι μια γραμμή αρκετά ευθεία, δείχνοντας ότι το φωτοηλεκτρικό ρεύμα είναι ανάλογο προς την ένταση του φωτισμού. Τυπικές τιμές για φωτοκύτταρο χωρίς φίλτρο είναι οι παρακάτω:

Ρεύμα (αυθαίρετες μονάδες)	Απόσταση (cm)
13,3	15
7,3	20
4,3	30
2,4	40
1,6	50
1,3	60

Για το διάγραμμα βλ. σχήμα B21 - 2. Η εξάρτηση του φωτοηλεκτρικού ρεύματος από την ένταση του φωτισμού για το πράσινο, το κυανό και το ιώδες χρώμα είναι παρόμοια, αν και οι τιμές του ρεύματος αλλάζουν με το φίλτρο που χρησιμοποιείται κάθε φορά.

- Ναι. Έχει εφαρμοσθεί μια επιβραδυντική τάση ανάμεσα στην άνοδο και κάθοδο του φωτοκυττάρου.
- Εάν το ρεύμα δεν ελαττώνεται, η εφαρμοσμένη τάση έχει λαθεμένη φορά, ή δεν έχει συνδεθεί. Κάντε έλεγχο στις συνδέσεις με τους πόλους της πηγής, για να δείτε αν είναι με τη σωστή φορά συνδεδεμένοι.
- Η τάση ανακοπής V_0 δεν εξαρτάται από την ένταση του φωτός για ένα δοσμένο χρώμα.
- Επειδή η μέγιστη κινητική ενέργεια $E_{\kappa, \max}$ είναι ίση με $e V_0$ και το V_0 δεν εξαρτάται από την ένταση του φωτός για ένα ορισμένο χρώμα, συνεπάγεται ότι και $E_{\kappa, \max}$ δεν εξαρτάται από την ένταση του φωτός για δεδομένο χρώμα.
- Η τάση ανακοπής εξαρτάται από το χρώμα και είναι μεγαλύτερη για το μπλε και ιώδες χρώμα παρά για το πράσινο.
- Η $E_{\kappa, \max}$ εξαρτάται επίσης από το χρώμα του φωτός.
Τυπικές τιμές:

<u>Μπλε Φίλτρο</u>		<u>Πράσινο Φίλτρο</u>	
V_0 (volt)	d (cm)	V_0 (volt)	d (cm)
1,1	15	0,79	15
1,1	20	0,70	20
1,1	25	0,68	25
1,1	30	0,68	30

Πείραμα 34. Σωματιδιακό Μοντέλο του Νεύτωνα για τη Διάθλαση

Υλικά

- 1 Χαλύβδινη σφαίρα (2,5 cm διάμετρο)
 - 2 Κομμάτια 0,6 cm Μασονίτης (Masonite) ~ 30 cm x 38 cm και 8 cm x 38 cm
 - 2 - 4 Φύλλα άσπρου χαρτιού 22 cm x 28 cm
 - 2 - 4 Φύλλα από μαλακό καρμπόν
- Κανόνα (σανίδι) με αυλάκι (Ένα κομμάτι ξύλο 5 cm x 3 cm x 3 cm, για να στηρίζει τον κανόνα κατά το ριζισμό της σφαίρας, ή κάτι άλλο)
Μοιρογνωμόνιο
Κολλητική αδιαφανή ταινία (δυνατή)

Στο πείραμα αυτό οι μαθητές έρχονται να ελέγξουν μια υπόθεση για το φως. Παρόλο που οι μαθητές έχουν το απαραίτητο υπόβαθρο να προβλέψουν την κίνηση των χαλυβδίνων σφαιρών, δεν ενδιαφερόμαστε εδώ για τη μηχανική της κινήσεώς τους. Μας ενδιαφέρει ειδικά να δούμε, αν η αλλαγή στην πορεία των σφαιρών καθώς κυλάνε στον κατήφορο υπακούει στο νόμο του Snell.

Η κεκλιμένη επιφάνεια και η ανώτερη επιφάνεια της εξέδρας (πλατφόρμας) πρέπει να είναι από λείο και στερεό υλικό όπως ο Μασονίτης (Masonite). Τα δύο κομμάτια, περίπου 30 cm x 30 cm και 8 cm x 30 cm μπορούν να ενωθούν αρθρωτά μεταξύ τους με την κολλητική ταινία. Το μεγαλύτερο κομμάτι μπορεί να τοποθετηθεί περίπου 4 cm πάνω από το τραπέζι. Ίσως είναι αναγκαίο να κολλή-

σετε ένα χαρτί στην κεκλιμένη επιφάνεια για να μη γλιστράει η σφαίρα.

Τόσο η ανώτερη επιφάνεια όσο και το τραπέζι πρέπει να είναι λεία και αλφαδιασμένα. Εάν το τραπέζι είναι ανώμαλο (τραχύ), μπορεί να τοποθετηθεί ένα άλλο κομμάτι Μασονίτη στη βάση της κεκλιμένης επιφάνειας.

Ένας γρήγορος οπτικός τρόπος, για να δούμε αν χρειάζεται περισσότερο αλφάδιασμα, είναι να αφήσουμε να κυλήσει αργά η ατσάλινη σφαίρα στην πάνω και κάτω επιφάνεια. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν χάρτινες σφήνες για να αλφαδιασθούν οι δύο επιφάνειες.

Η ράμπα (κεκλιμένο επίπεδο) που θα δώσει στη σφαίρα την αρχική της ταχύτητα μπορεί να κατασκευασθεί από ένα (πλαστικό ή κανόνα) που έχει κατά μήκος του άξονά του αυλάκι. Ένα κομμάτι 8 cm και ένα 3 cm του κανόνα μπορούν να στερεωθούν μεταξύ τους με κόλλα. Είναι αναγκαίο να κρατιέται η ράμπα καθώς η σφαίρα επιταχύνεται, έτσι ώστε να αποκτή την ίδια ταχύτητα η σφαίρα σε κάθε προσπάθεια.

Τα χαρτιά τα κολλημένα στην ανώτερη και κατώτερη επιφάνεια πρέπει να είναι προσεκτικά τοποθετημένα, ώστε οι άκρες τους να είναι παράλληλες μεταξύ τους και να παραμένουν παράλληλες σε κάθε προσπάθεια.

Με μικρή ράμπα εκκινήσεως, είναι δυνατό να πάρετε μεγάλες γωνίες προσπτώσεως. Οπωσδήποτε, όμως, ίσως χρειαστεί να μετακινήσετε το χαρτί στην κατώτερη επιφάνεια προς τα δεξιά ή αριστερά για να “πιάσετε” το ίχνος της σφαίρας.

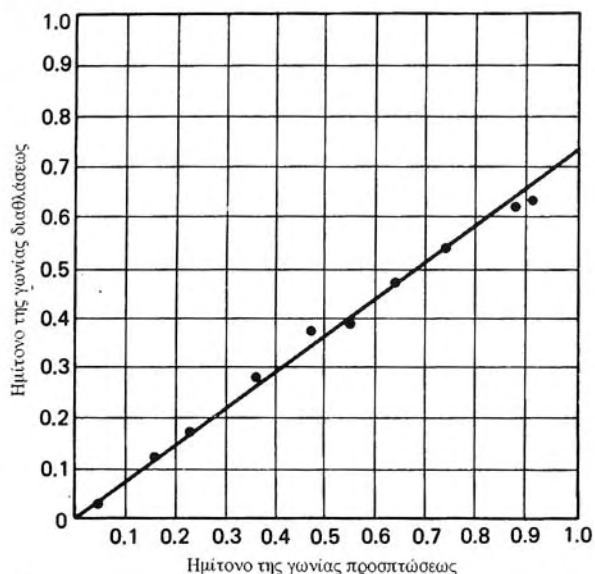
Άλλοι μαθητές ίσως βρουν διαφορετικούς δείκτες διαθλάσεως, επειδή η αρχική ταχύτητα της σφαίρας, ή το ύψος της ανώτερης επιφάνειας είναι διαφορετικά.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 34

- Η σφαίρα πρέπει να αφήνεται από το ίδιο ύψος κάθε φορά, ώστε να έχει την ίδια πάντα ταχύτητα όταν φθάνει στο ανώτερο επίπεδο. Αυτό αντιστοιχεί σε σταθερή ταχύτητα του φωτός στον αέρα.
- Ναι. Το διάγραμμα του $\sin r$ σε συνάρτηση με το $\sin i$ είναι μια ευθεία γραμμή. Βλέπε σχήμα B21 - 3 σαν ένα δείγμα γραφικής παραστάσεως.
- Η σωματιδιακή θεωρία για το φως προβλέπει ταχύτητα του φωτός στο νερό μεγαλύτερη από αυτή στον αέρα.

Επέκταση του Πειράματος

Η ολική ανάκλαση μπορεί να καταδειχθεί, αν κυλήσουμε τη σφαίρα προς τα πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. Σ' αυτή την περίπτωση θα χρειασθεί να βάλομε ένα κομμάτι Μασονίτη στο τραπέζι, σε συνέ-



Σχήμα B21-3

χεια με την κεκλιμένη επιφάνεια, ώστε να υπάρχει ομοιογένεια στην επιφάνεια. Το χαρτί και το μαλακό καρμπόν πρέπει να τακτοποιηθούν πάνω στις δύο επιφάνειες όπως περιγράψαμε προηγουμένως. Μια ράμπα εκκινήσεως φτιαγμένη από έναν κανόνα και ένα κομμάτι ξύλο περίπου 3 cm ψηλότερα από την ανώτερη επιφάνεια, θα δίνει στη σφαίρα αρκετή ταχύτητα ώστε να ξεπερνάει την κορυφή της κεκλιμένης επιφάνειας. Η γωνία προσπτώσεως μπορεί να αυξάνεται μέχρι να φθάσουμε στην οριακή (κρίσιμη) γωνία. Για γωνία προσπτώσεως μεγαλύτερη της οριακής, η σφαίρα δεν θα φθάνει στην ανώτερη επιφάνεια, αλλά θα στρίβει και θα επιστρέφει κάτω.

Κατάταξη των Προβλημάτων Παραγράφων και ΣΤΕ

Παράγραφος	Εύκολα	Μέτρια	Δύσκολα
21 - 1	1	2	
21 - 2	3	4	
21 - 3	5, 7	6, 8	
21 - 4	10	9	
21 - 5	11	12, 13	
21 - 6	14, 16, 17	15	
21 - 7	18		
ΣΤΕ	22	19, 20, 21, 23, 24	

Απαντήσεις στα Προβλήματα

(Περιεχόμενο προβλημάτων όπως στο βιβλίο διδασκαλίας)

1. Τα σωματίδια πρέπει να είναι πολύ μικρά.
2. Το φως καλύπτει την απόσταση του 1 km σε χρόνο

$$\frac{1 \times 10^3 \text{ m}}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} \approx 3 \times 10^{-6} \text{ s.}$$

Εάν τα σωματίδια του φωτός ήταν σαν τα συνηθισμένα σωματίδια, θα έπεφταν κατακόρυφα κατά $\frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times (9,8 \text{ m/s}^2) \times (3 \times 10^{-6} \text{ s})^2 = 4 \times 10^{-11} \text{ m}$. Μια τέτοια μικρή απόκλιση δε μπορεί να ανιχνευθεί.

3. Σε απόσταση $r/\sqrt{2} = 0,71r$.
4. Έστω x η απόσταση σε m της οθόνης από την πηγή S_1 . Τότε η απόσταση από την πηγή S_2 θα είναι $1,0 - x$. Συνεπώς

$$\begin{aligned} \frac{1}{x^2} &= \frac{3}{(1-x)^2} \Rightarrow x^2 - 2x + 1 \\ &= 3x^2 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow \\ x &= \frac{-2 \pm \sqrt{4+8}}{4} \Rightarrow x_1 = 0,366 \text{ m} \end{aligned}$$

και $x_2 = -1,366 \text{ m}$.

Επομένως η οθόνη πρέπει να τοποθετηθεί ανάμεσα στις λάμπες σε απόσταση 36,6 cm από την S_1 .

(Μια οθόνη, τοποθετημένη σε απόσταση 1,366 m από την S_1 και από τη μεριά που είναι μακριά από την S_2 , θα δεχόταν τον ίδιο φωτισμό και από τις δύο πηγές, αλλά στη μια μόνο όψη, πράγμα που δεν μας ενδιαφέρει).

5. (α) Λαμπρότητα είναι ο αριθμός των σωματιδίων που αναχωρούν κάθε δευτερόλεπτο ανά μονάδα επιφάνειας της πηγής.
- (β) Φωτισμός επιφάνειας, είναι ο αριθμός των σωματιδίων που χτυπούν στη μονάδα επιφάνειας ανά δευτερόλεπτο.
6. Όταν μεταβάλλουμε την τάση στα άκρα της λάμπας, μεταβάλλεται η ένταση του ρεύματος και η θερμοκρασία της λάμπας. Η αλλαγή στη θερμοκρασία της λάμπας, αλλάζει την ποιότητα του φωτός που εκπέμπεται, δηλαδή την κατανομή της ενέργειας ανάμεσα στα χρώματα του φωτός. Ενώ, όταν μετακινούμε την πηγή, το μόνο

που αλλάζει είναι ο φωτισμός στη φωτοκάθοδο, χωρίς άλλες ποιοτικές αλλαγές.

7. Η ένταση του φωτισμού του φωτοκυττάρου όταν έγινε το διάγραμμα του σχ. 20 - 11 ήταν διπλάσια από εκείνη που υπήρχε όταν έγινε το διάγραμμα του σχ. 20 - 10.
8. Η μέγιστη κινητική ενέργεια για τα φωτοηλεκτρόνια που εκπέμπονται από το καίσιο θα είναι μεγαλύτερη από εκείνη για τα φωτοηλεκτρόνια που εκπέμπονται από το λίθιο, όταν και τα δύο μέταλλα φωτίζονται με το ίδιο ιώδες χρώμα.

Φωτόνια με μικρότερη ενέργεια μπορούν να εκτινάξουν ηλεκτρόνια από το καίσιο, ενώ τα ίδια φωτόνια δεν μπορούν να εκτινάξουν ηλεκτρόνια από το λίθιο. Άρα το έργο εξαγωγής (ενέργεια συνδέσεως) των ηλεκτρονίων για την επιφάνεια του καϊσίου είναι μικρότερο από το έργο για την επιφάνεια του λιθίου. Συνεπώς όταν φωτίζονται οι επιφάνειες του καϊσίου και του λιθίου με το ίδιο ιώδες χρώμα στην περίπτωση του καϊσίου μεγαλύτερο μέρος της ενέργειας των φωτονίων περισσεύει και γίνεται κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων που φεύγουν από την επιφάνεια.

9. Η μικρότερη συχνότητα, με την οποία πρέπει να στρέφεται ο καθρέφτης, είναι η συχνότητα εκείνη που επιτρέπει στο επόμενο κομμάτι του καθρέφτη να καταλάβει τη θέση που κατέχει τώρα εκείνο το κομμάτι που ανακλά το φως προς το μάτι του παρατηρητή, μέσα σε χρόνο ίσο με το χρόνο που χρειάζεται το φως να πάει στο μακρινό καθρέφτη και να επιστρέψει. Με τον τρόπο αυτό ο παρατηρητής θα συνεχίσει να βλέπει το φως από ανάκλαση. Επειδή υπάρχουν 8 κομμάτια, ο καθρέφτης πρέπει να περιστραφεί κατά το $1/8$ μιας ολόκληρης περιστροφής σ' αυτό το χρόνο.

$$\begin{aligned} \text{Ο χρόνος είναι } \frac{70 \times 10^3 \text{ m}}{3,0 \times 10^8 \text{ m/s}} &= \\ &= 2,33 \times 10^{-4} \text{ s.} \end{aligned}$$

Επειδή αυτός είναι ο χρόνος για $\frac{1}{8}$ περιστροφής, ο καθρέφτης πρέπει να κάνει $\frac{1}{2,33 \times 10^{-4} \text{ s}} = 536$ περιστροφές ανά sec.

10. Επειδή ο αστέρας σουπερνόβα εμφανίζεται λευκός και όχι με μια συνεχή διαδοχή χρωμάτων, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η ταχύτητα όλων των χρωμάτων στο κενό είναι η ίδια (μέσα στα όρια διακριτικής ικανότητας του ματιού μας), υποθέτοντας ότι όλα τα χρώματα ξεκίνησαν ταυτόχρονα.

11. Περίπου $3,2$ έως $3,4 \times 10^{-8}$ s.

12. Περίπου $2,5$ έως $2,6 \times 10^8$ m/s.

13. Για ένα ηλεκτρόνιο που κινείται με ταχύτητα $v = 0,9 c$ είναι

$$v^2 = (0,9 \times 3 \times 10^8 \frac{m}{s})^2 = 7,3 \times 10^{16} m^2/s^2.$$

Από το διάγραμμα προκύπτει ότι, σε τέτοια ταχύτητα αντιστοιχεί ενέργεια ίση με $0,2$ MeV, αν υπολογισθεί από τον τύπο $E_K = \frac{1}{2}mv^2$, και $0,65$ MeV αν ληφθεί υπόψη η καμπύλη που δείχνει την πραγματική κινητική ενέργεια. Άρα:

$$\frac{E_K (\text{πραγματική})}{E_K (\text{από τους νόμους του Νεύτωνα})} = \frac{0,65}{0,2} = 3,2$$

14. Η ένταση αυτού του φωτός θα είναι

$$\left(0,8 \frac{\text{watt}}{\text{cm}^2}\right) \times \left(100 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}^2}\right) = 8 \times 10^3 \text{ watt/m}^2$$

Η ηλιακή σταθερά είναι $1,38 \times 10^3$ watt/m². Συνεπώς η λάμπα αποδίδει ενέργεια με ρυθμό 5,8 φορές την ηλιακή σταθερά.

15. Πίεση $P = \frac{2}{c}$ x ένταση ηλιακής ενέργειας

$$P = \frac{2}{3 \times 10^8 \text{ m/s}} \times 1,38 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{m}^2} = 9,2 \times 10^{-6} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Άρα η δύναμη F ανά $m^2 = 9,2 \times 10^{-6}$ N.

16. Το φως ασκεί μεγαλύτερη πίεση στον καθρέφτη. Με τον καθρέφτη τα περισσότερα από τα προσερχόμενα φωτόνια ορμής P ανακλώνται και αλλάζουν την ορμή τους κατά $-2P$. Με το καθαρό τζάμι, τα περισσότερα από τα φωτόνια περνάνε μέσα από το γυαλί, χωρίς να ανταλλάσσουν ορμή με αυτό. Για όσα από τα φωτόνια παθαίνουν απορρόφηση, η αλλαγή στην ορμή είναι $-P$ μόνο.

17. Επειδή οι πιέσεις των δεσμών είναι ίδιες, θα είναι ίδιες και οι εντάσεις φωτός. Ε-

πειδή τα φωτόνια του κόκκινου φωτός μεταφέρουν μικρότερη ενέργεια από τα φωτόνια του μπλε φωτός, πρέπει να υπάρχουν περισσότερα φωτόνια στην κόκκινη δέσμη.

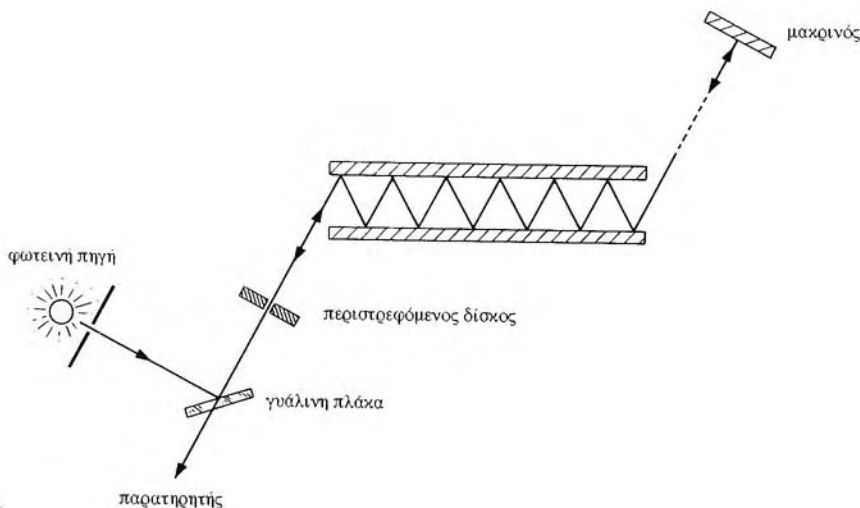
18. Οι μεγαλύτερες γωνίες προσπτώσεως αναγκάζουν περισσότερα σωματίδια να ανακλαστούν από την επιφάνεια.

Απαντήσεις στα Προβλήματα ΣΤΕ

19. Θα σταθείτε στην όχθη του ποταμού, θα στρέψετε το φωτόμετρο κατευθείαν προς την πηγή και θα σημειώσετε την ένδειξή του. Θα κινηθείτε απομακρυνόμενοι από την πηγή, σε ευθεία πάντα γραμμή η πηγή με τις διαδοχικές θέσεις σας, ώσπου να δείξει το φωτόμετρο το $1/4$ της αρχικής τιμής. Σ' αυτή τη θέση, η απόστασή σας από την όχθη (αρχική θέση) είναι ίση με την απόσταση της όχθης από την πηγή που βρίσκεται απέναντι. Έτσι θα υπολογίσετε το πλάτος της κοίτης του ποταμού.

20. Ακόμα και αν μπορούμε να μετράμε την ταχύτητα του φωτός, θα υπάρχει ένα όριο στην ακρίβεια με την οποία μπορούμε να το κάνουμε, όπως υπάρχει και για κάθε άλλη μέτρηση. Εάν συνέβαινε μείωση της ταχύτητας του φωτός με την ανάκλαση, η μείωση αυτή ίσως ήταν τόσο μικρή που θα ήταν αδύνατο να ανιχνευθεί. Γι' αυτό θα ήταν αναγκαίο να ενισχύσουμε το φαινόμενο, προτού ελπίσαμε να το διαπιστώσουμε πειραματικά. Συνεπώς η πειραματική μας πορεία θα έπρεπε να περιλαμβάνει πολλές διαδοχικές ανακλάσεις. Υπάρχει μια ευρεία ποικιλία από διευθετήσεις που μπορούν να γίνουν γι' αυτό το σκοπό. Για παράδειγμα, θα μπορούσαμε να κάνουμε το φως να ανακλάται πολλές φορές ανάμεσα σε δύο μακριές παράλληλες και επαγγυρωμένες εξωτερικά επιφάνειες, ώστε να μην περνάει το φως καθόλου μέσα από γυαλί (σχ. B21 - 4).

Σε μια τέτοια περίπτωση θα είχατε να προσδιορίζετε το μήκος του δρόμου που ακολουθεί το φως και κατόπιν να προχωρήσετε δια μέσου της συσκευής στην εύρεση της ταχύτητας του φωτός κατά μήκος διαδρομής ίσου μήκους, με μόνη ανάκλαση στο μακρινό καθρέφτη όπως φαίνεται στο σχ. B21 - 4. Μέχρι στιγμής δεν έχουμε πει τίποτα για το μηχανισμό της ανακλάσεως. Θα μπορούσαμε να υποθέ-



Σχήμα B21-4

σομε ότι συμβαίνει μια μικρή καθυστέρηση σε κάθε ανάκλαση χωρίς να αλλάζει η ταχύτητα, παρό να υποθέτομε ότι μόνο η ταχύτητα αλλάζει χωρίς να συμβαίνει τέτοια καθυστέρηση. Το ποιο από τα δύο θα μπορούσε να συμβαίνει, είναι δυνατό να το ξεχωρίσουμε, αν τροποποιούσαμε τη διάταξη και βάζαμε τὰ παράλληλα κάτοπτρα ανάμεσα στη φωτεινή πηγή και στον περιστρεφόμενο δίσκο, παρό ανάμεσα στο στρόβο και στο μακρινό καθρέφτη.

- 21.** Το έργο εξαγωγής (ενέργεια συνδέσεως) των λιγότερο δεσμών ηλεκτρονίων στο λίθιο είναι 0,4 eV περισσότερο από αυτό στο καίσιο.
- 22.** Φωτίζουμε με λευκό φως το φωτοκύτταρο. Τοποθετούμε τα χρωματικά φίλτρα, με τη σειρά από το ιώδες στο κόκκινο, μπροστά από το φωτοκύτταρο και σημειώνουμε το χρώμα του φίλτρου για το οποίο δεν κυκλοφορεί ρεύμα στο φωτοκύτταρο. Παρεμβάλλουμε τη γυάλινη πλάκα στην πορεία του λευκού φωτός και επαναλαμβάνουμε το ίδιο με τα φίλτρα. Εάν το ρεύμα στο φωτοκύτταρο διακόπτεται στο ίδιο χρώμα, το διαφανές γυαλί δεν φέρνει κανένα αποτέλεσμα στις ενέργειες των φωτονίων.

- 23. (α)** Για μια επιφάνεια που απορροφάει φωτόνια

$$P = \frac{1}{c} \times \text{ένταση ηλιακής ακτινοβολίας}$$

$$F = P \cdot A = \left(\frac{1}{3,0 \times 10^8 \text{ m/s}} \right) \times$$

$$\left(1,38 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \right) \times (\pi \times 6,38 \times 10^6 \text{ m})^2$$

$$\Rightarrow F = 5,9 \times 10^8 \text{ N}$$

$$(β) F = \frac{GM_{\text{H}} \cdot m_{\Gamma}}{r^2}$$

$$F = \frac{6,67 \times 10^{-11} \times 1,98 \times 10^{30} \times 5,98 \times 10^{24}}{(1,49 \times 10^{11})^2} \text{ N}$$

$$= 3,6 \times 10^{22} \text{ N}$$

Η βαρυτική δύναμη είναι 6×10^{13} φορές μεγαλύτερη από τη δύναμη που ασκεί η ηλιακή ακτινοβολία.

- 24.** Αν και μπορούμε να μετρήσουμε κατευθείαν την ενέργεια που μεταφέρεται από μια δέσμη φωτός οποιουδήποτε χρώματος, δεν έχουμε σ' αυτό το στάδιο τρόπο να απαριθμήσουμε τα φωτόνια που μεταφέρουν αυτή την ενέργεια.

Επισκόπηση και Στόχοι

Οι μαθητές έχουν περισσότερη εμπειρία από την καθημερινή ζωή γύρω από τα σωματίδια παρά γύρω από τα κύματα. Γι' αυτό, για να είναι σε θέση να εξετάσουν τη χρησιμότητα ενός κυματικού μοντέλου για το φως, οι μαθητές πρέπει πρώτα να εξετάσουν τη συμπεριφορά των κυμάτων, έχοντας συνεχώς στο νου τους τον τελικό σκοπό των ερευνών τους. Αυτό θα γίνει στο παρόν κεφάλαιο καθώς και στα Κεφάλαια 23 και 24. Και τα τρία κεφάλαια μπορεί να διεξαχθούν πρωτίστως στο εργαστήριο. Σας ενθαρρύνουμε να το κάνετε.

Χρονοθέτηση Πειραμάτων

*Πείραμα 35**.* Κύματα σε σπειροειδές ελατήριο. Το πείραμα είναι διαιρεμένο σε τρία μέρη που ταιριάζουν στις Παραγρ. 22-2, 22-3 και 22-4 αντίστοιχα.

Υποδείξεις για τη Διδασκαλία

Παράγραφος 22-1

Το ζήτημα αν κάτι μπορεί να κινείται χωρίς να είναι υλικό σώμα, δεν είναι τετριμμένο και αξίζει να συζητηθεί στην τάξη. Καλό θα ήταν να ζητήσετε από τους μαθητές σας να προτείνουν μερικά δικά τους παραδείγματα κυματικής κίνησης. Αν το κάνουν, μην ξεχάσετε να τους ρωτήσετε να αντιπαραβάλουν την κίνηση (διάδοση) του κύματος μέσα από το υλικό με την τοπική κίνηση του ίδιου του υλικού.

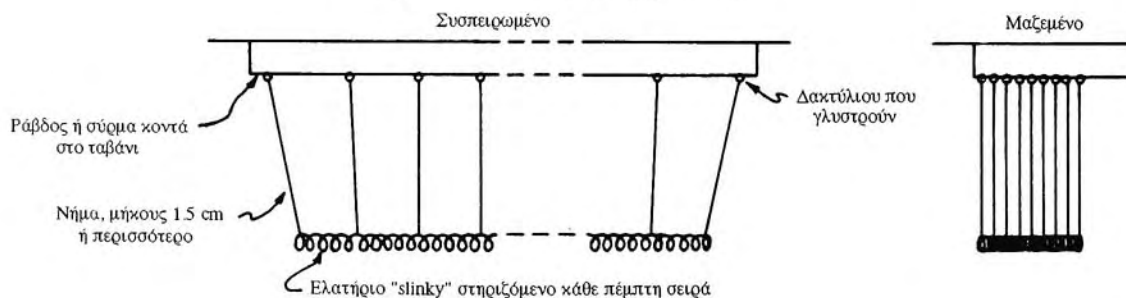
Επίτηδες αρχίζουμε τη μελέτη των κυμάτων με παλμούς και όχι με περιοδικά κύματα, επειδή είναι πολύ ευκολότερο να δούμε κίνηση στον παλμό, όπου το υλικό μένει ατάραχο μπροστά και πίσω από τον παλμό, παρά σε περιοδικό κύμα που απλώνεται σε όλο το μέσο. Επειδή είστε περισσότεροι εξοικειωμένοι με τα περιοδικά κύματα παρά με τους παλμούς, πρέπει να είστε προσεκτικοί να μη χρησιμοποιείτε όρους όπως μήκος κύματος, συχνότητα, φάση κτλ., προτού οι μαθητές φτάσουν σ' αυτά, στο επόμενο κεφάλαιο. (Για παράδειγμα, στην ανάκλαση από ένα σταθερό άκρο ο παλμός αντιστρέφεται, όμως μην αναφέρετε τίποτα περί φάσεως).

Παράγραφοι 22-2 έως 22-4

Αυτές οι παράγραφοι ακολουθούν τα τρία μέρη του Πειράματος 35. Εάν δεν διαθέτετε αρκετά σπειροειδή ελατήρια, ή αρκετό χώρο στο πάτωμα για πειραματισμό κατά μικρές ομάδες, τουλάχιστον βάλτε τους παρατηρητές κοντά σ' αυτούς που κινούν τα ελατήρια για να βλέπουν καλά. Τα σχήματα στο διδύο βοηθάνε για να υπενθυμίζουν αυτά που είδαν στο πείραμα.

Παράλληλα με το Πείρ. 35, το οποίο γίνεται στο πάτωμα, αξίζει τον κόπο να κρεμάσετε ένα σπειροειδές ελατήριο με νήματα και να το αφήσετε στην τάξη για μερικές ημέρες. Έτσι, σχεδόν μηδενίζεται η τριβή και οι μαθητές μπορούν να πειραματίζονται ανεπίσημα κατά καιρούς.

Το «τριπλού μήκους» σπειροειδές ελατήριο «Slinky» (από σύρμα πλακέ) που προμηθεύεται ως εργαστηριακό εξάρτημα της σειράς PSSC, είναι το πιο ικανοποιητικό ελατήριο για το σκοπό αυτό. Κάθε πέμπτη ή έκτη σπείρα του ελατηρίου πρέπει να κρέμεται από ένα νήμα και το δήμα που θα αποφασίσετε (π.χ. 5 σπείρες) να το κρατήσετε σταθερό. Για να προκαλέσετε κύματα μεγάλου πλάτους, έτσι που να είναι εύκολα ορατά από όλη την τάξη, τα νήματα στηρίξεως πρέπει να έχουν μήκος τουλάχιστον 1,5 m. Όταν χρησιμοποιείται η διάταξη αυτή, το ελατήριο θα εκτείνεται σε μήκος 7 m περίπου. Στις περισσότερες περιπτώσεις πρέπει η εξάρτηση να είναι τέτοια που το ελατήριο να συσπειρώνεται μετά τη χρήση. Γι' αυτό πρέπει τα επάνω άκρα των νημάτων να προσδένονται σε δακτυλίους ή γάντζους κουρτίνας ώστε να είναι δυνατή η έκταση του ελατηρίου κατά τη χρήση και η συσπείρωσή του μετά τη χρήση. Ο σιδηρόδρομος των γάντζων μπορεί να στερεωθεί από το ταβάνι (σχ. B22-1).



Σχήμα B22-1

Για καλύτερη θέαση, το ελατήριο πρέπει να βρίσκεται περίπου στο ύψος της μέσης. Αν εμποδίζουν τα τραπέζια, ή οι πάγκοι, το ελατήριο μπορεί να κρεμαστεί λίγο ψηλότερα.

Προσοχή: Εάν χρησιμοποιείτε σύρμα για να γλιστράνε πάνω του οι δακτύλιοι των νημάτων, πρέπει να είναι αρκετά χοντρά και καλά τεντωμένο. Τεντωμένο σχοινί για άπλωμα ρούχων είναι μια οριακή περίπτωση, κι αυτό γιατί τα κύματα στο ελατήριο μεταδίδονται στο σχοινί και το δάζουν σε ταλάντωση και η ταλάντωση αυτή στη συνέχεια επηρεάζει τα κύματα που σχηματίζονται στο ελατήριο. Εάν στερεώσετε το σχοινί ή σύρμα σε ενδιάμεσα σημεία, τότε και αυτό των ρούχων θα έκανε, αλλά δεν θα μπορούσατε να συσπειρώσετε το ελατήριο μετά τη χρήση, γιατί τα στηρίγματα θα εμποδίζαν τους δακτυλίους να γλιστρήσουν και να μαζετούν στη μία άκρη.

Μια άλλη προειδοποίηση: Όταν έχετε τεντώσει το σπειροειδές ελατήριο στα 7 m ή κάπου εκεί γύρω, μην το αφήνετε να μαζευτεί απότομα. Μπορεί να κουλουριαστεί και να μπλεχτεί τόσο πολύ, που μόνο μια καταστροφική «χειρουργική» επέμβαση θα ήταν η τελική δυνατότητά σας.

Για να κρατήσετε το ελατήριο τεντωμένο στα 7 m περίπου, πρέπει να εφαρμόσετε κάποια οριζόντια δύναμη. Το σχ. B22-1 δείχνει τα ακραία νήματα στηρίξεως αρκετά πλάγια. Τέτοια λοξά νήματα δεν μπορούν να κρατήσουν το ελατήριο τεντωμένο. Τα άκρα πρέπει να κρατούνται. Να κρατούνται σταθερά ώστε να προξενείται καλή ανάκλαση.

Παράγραφος 22-5

Συζητήστε αυτή την παράγραφο διεξοδικά, επειδή είναι θεμελιώδης για τη Φυσική. Πέρα από τα παραδείγματα που δίνονται από την οπτική, παροτρύνετε τους μαθητές σας να σκεφτούν και να δώσουν άλλα παραδείγματα που συνάντησαν σε προηγούμενα μαθήματα. Για παράδειγμα, μπορούμε να θεωρήσουμε την πτώση χαλύβδινης σφαίρας για μικρά διαστήματα σαν ελεύθερη πτώση, παραβλέποντας την αντίσταση του αέρα. (Δεν μπορούμε να κάνουμε το ίδιο για τις πλαστικές σφαίρες στο πείραμα του Millikan ακόμα και για διαστήματα του ενός mm). Μπορούμε να παραβλέψουμε τις ακτίνες δύο φορτισμένων σφαιρικών αγωγών και να θεωρήσουμε αυτές σαν ιδανικά σημειακά φορτία, εφόσον η απόσταση μεταξύ τους είναι πολύ μεγαλύτερη από τις ακτίνες τους. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο ρευματοφόρου σωληνοειδούς πηνίου είναι πρακτικά ανεξάρτητη του μήκους του σωληνοειδούς, αρκεί το μήκος του να είναι πολύ μεγάλο σε σχέση με την ακτίνα του. Κάτω από τέτοιες συνθήκες μπορούμε να εξομοιώσουμε το πραγματικό πεπερασμένο σωληνοειδές πηνίο με ένα ιδανικό πηνίο απείρου μήκους.

Παράγραφος 22-6

Καλό θα ήταν να γράψετε μια σύντομη λίστα στον πίνακα με τις επιθυμητές ιδιότητες των κυμάτων που μας χρειάζονται στο κυματικό μοντέλο του φωτός καθώς και τις παραπέρα έρευνες που πρέπει ακόμα να γίνουν.

Μερικοί μαθητές ίσως σας ρωτήσουν, αν ένα κυματικό μοντέλο μπορεί να δώσει εξήγηση για την πίεση του φωτός, δηλ. αν ασκούν τα κύματα πιέσεις. Μπορείτε να επιδείξετε ότι πράγματι τα κύματα ασκούν πιέσεις χρησιμοποιώντας το σπειροειδές ελατήριο.

Βάλτε ένα κομμάτι χάρτινου σωλήνα με διάμετρο γύρω στα 5 cm και 15 cm μήκος μέσα στο ελατήριο Slinky και στείλτε μερικούς παλμούς. Κάθε φορά που ένας παλμός περνάει από εκεί, ο χάρτινος σωλήνας μετατοπίζεται λίγο, απομακρυνόμενος από την πηγή παλμών. Εάν ο σωλήνας προσεγγίσει το ακλόνητο άκρο, επιβραδύνεται, επειδή οι ανακλώμενοι παλμοί τον ωθούν προς την αντίθετη κατεύθυνση.

Ο σωλήνας δεν θα κινείται, εάν εγκατασταθούν στάσιμα κύματα, διότι οι ωθήσεις των αντιθέτως κινουμένων κυμάτων θα αλληλοαναιρούνται.

Πείραμα 35. Κύματα σε Σπειροειδές Ελατήριο

Υλικά

- 1 Σπειροειδές ελατήριο με πλακέ σύρμα, 10 cm μήκος, 8 cm διάμετρο
- 1 Μέτρο
- 1 Μακρύ νήμα
- 1 Σπειροειδές ελατήριο με κυλινδρικό σύρμα, 1,75 m μήκος, 2 cm διάμετρο
- Χρονόμετρο

Το Κεφάλαιο 22 παρουσιάζει πολλές νέες ιδέες και έννοιες, οι οποίες μπορούν να γίνουν καλύτερα αντιληπτές από τους μαθητές, εάν έχουν την ευκαιρία να τις μελετήσουν εργαστηριακά. Το πείραμα αυτό καλύπτει ουσιαστικά ολόκληρο το κεφάλαιο και επομένως δεν πρέπει να γίνει σε μία μόνο εργαστηριακή «ώρα» (περίοδο), αν και είναι ποιοτικό πείραμα. Εάν το πρόγραμμά σας δεν σας επιτρέπει δύο ημίωρα, τότε είναι καλύτερα να γίνει το πείραμα περί το μέσο του κεφαλαίου.

Οι διάφορες παράγραφοι είναι σχεδόν ανεξάρτητες η μία της άλλης, έτσι που κάποια μέρη του πειράματος μπορούν να γίνουν με επίδειξη στην τάξη. Για παράδειγμα, θα μπορούσατε να δείξετε το μέρος που απαιτεί δύο διαφορετικά ελατήρια ενωμένα μεταξύ τους.

Χρησιμοποιούμε σπειροειδές ελατήριο στο πείραμα αυτό, επειδή οι παλμοί διαδίδονται αργά και γίνονται εύκολα αντιληπτοί. Το πάτωμα πρέπει να είναι αρκετά λείο. Ο συνδυασμός του στενού ελατηρίου με το στρόγγυλο σύρμα και του φαρδιού ελατηρίου με το πλακέ σύρμα (σχ. 35-1) δίνει έναν άριστο διχασμό του παλμού σε μεταδιδόμενο και ανακλώμενο μέρος. Η μερική μετάδοση και ανάκλαση στην ένωση των δύο ελατηρίων φαίνεται καλύτερα όταν τα δύο ελατήρια τεντώνονται και έχουν ίσο μήκος. Για να το πετύχετε αυτό, τεντώστε το ένα τρίτο του μεγάλου ελατηρίου.

Ο Εργαστηριακός Οδηγός δεν περιέχει οδηγίες πώς να παράγετε παλμούς. Πιστεύουμε ότι αυτό μαθαίνεται καλύτερα, όταν το βλέπετε να γίνεται. Για να πετύχετε βραχείς παλμούς πρέπει να κινήσετε απότομα το χέρι σας. Πρέπει να προσέξετε, όμως, να μην ξεπεράσετε την αρχική θέση κατά την παλινδρόμηση του χεριού. Έτσι θα αποφύγετε παλμούς πολύπλοκης μορφής. Οι μαθητές μπορούν να αποφύγουν το ξεπέρασμα της αρχικής θέσεως βάζοντας το πόδι τους ως εμπόδιο στην πορεία του χεριού. Στη διάρκεια που το μεγάλο ελατήριο τεντώνεται, παθαίνει ένα στρίψιμο. Αυτό προκαλεί διαφορετική εξασθένηση στην κεφαλή (αρχή) και στην ουρά (τέλος) του παλμού και συνεπώς τον παραμορφώνει. Για να το αποφύγετε, βάλτε τους μαθητές σας να δέσουν μια κλωστή στο ένα άκρο του ελατηρίου, όπως φαίνεται στο σχ. 35-2, και να κρατάνε το σχοινί όσο διαρκεί το τέντωμα του ελατηρίου. Το σχοινί επιτρέπει στο ελατήριο να ξεστρίβεται και έτσι δεν συσσωρεύεται το στρίψιμο.

Για να μελετήσετε την ανάκλαση του παλμού στην ένωση του μεγάλου ελατηρίου και του νήματος, το νήμα πρέπει να έχει μερικά μέτρα μήκος. Εάν χρησιμοποιηθεί κοντό νήμα, η κεφαλή του παλμού θα ανακλαστεί στο ακλόνητο (σταθερό) άκρο του νήματος και επιστρέφοντας θα συμβάλλει με την ουρά του παλμού, πριν ακόμη αυτή φτάσει στην ένωση ελατηρίου-νήματος.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 35

- Ο παλμός οπωσδήποτε εξασθενίζει καθώς ταξιδεύει κατά μήκος του ελατηρίου. Μόνο αν το πάτωμα είναι αρκετά λείο, το ελατήριο αρκετά τεντωμένο και χωρίς συστροφή, θα μπορούσαν οι μαθητές να συμπεράνουν ότι το σχήμα του παλμού παραμένει, βασικά, αμετάβλητο.
- Η ταχύτητα του παλμού δεν αλλάζει καθώς κινείται κατά μήκος του ελατηρίου.
- Η ταχύτητα είναι ανεξάρτητη του μεγέθους του παλμού, μέσα στα όρια ακρίβειας που μπορούμε να έχουμε με ένα χρονόμετρο.
- Η υπόθεση, ότι η ταχύτητα του παλμού δε μειώνεται με την κάθε ανάκλαση, μπορεί να ελεγχθεί συγκρίνοντας το χρόνο, που χρειάζεται ο παλμός να κάνει δύο ή περισσότερες διαδρομές με επιστροφή, με το χρόνο μιας διαδρομής με επιστροφή.
- Η ταχύτητα του παλμού αυξάνει, καθώς αυξάνει η τάση στο ελατήριο.
- Δύο ίδια ελατήρια και από το ίδιο υλικό που επιμηκύνονται κατά διαφορετικό μήκος είναι, επομένως, διαφορετικά μέσα διαδόσεως κυμάτων.
- Όταν οι παλμοί συγκρούονται, φαίνονται να περνάνε ο ένας μέσα από τον άλλο χωρίς αλλαγή.

- Η μέγιστη απομάκρυνση του ελατηρίου από τη θέση ηρεμίας, όταν οι παλμοί συναντούνται, είναι προσεγγιστικά ίση με το άθροισμα των δύο ξεχωριστών απομακρύνσεων. Οι μαθητές μπορούν να το επαληθεύσουν με σφάλμα 10 έως 20 στα εκατό.
- Όταν ο παλμός συναντά την ένωση ανάμεσα στα δύο ελατήρια, ένα μέρος του ανακλάται και ένα μεταδίδεται στο άλλο ελατήριο. Οι παλμοί που διαδίδονται στο μικρό ελατήριο ανακλώνται παραμένοντας όρθιοι (χωρίς αντιστροφή), ενώ οι παλμοί που διαδίδονται στο μεγάλο ελατήριο ανακλώνται αναποδογυρισμένοι (αντεστραμμένοι).
- Οι παλμοί στο μεγάλο ελατήριο ανακλώνται όρθιοι, όταν συναντούν το νήμα.
- Οι παλμοί ανακλώνται αναποδογυρισμένοι σε σταθερά (ακλόνητα) άκρα.
- Η ταχύτητα του παλμού σε ένα νήμα είναι πολύ μεγαλύτερη από αυτή σε ένα ελατήριο.

Βοηθητικές Νύξεις για Επιδείξεις Κυμάτων

Ένας μακρύς λαστιχένιος σωλήνας, ή ένα σχοινί για άπλωμα ρούχων μπορούν να δεθούν σε δύο σημεία και να γίνει επίδειξη έξω από την αίθουσα. Έχουν το πλεονέκτημα της μικρής εξασθενήσεως.

Μέσα στην αίθουσα το σπειροειδές σωληνοειδές ελατήριο (με στρόγγυλες ή πλακέ σπείρες) μπορεί να αναρτηθεί οριζόντια από το ταβάνι. Το ελατήριο, βέβαια, θα πρέπει πάντοτε να είναι τεντωμένο για να μεταδίδει το είδος των κυμάτων που μελετάμε.

Κατάταξη των Προβλημάτων Παραγράφων και ΣΤΕ

Παράγραφος	Εύκολα	Μέτρια	Δύσκολα
22-1 και 2	1, 2, 3, 5	4	
22-3	6, 7, 9, 10, 11	8	
22-4	12, 13, 14, 15, 16		
22-5	18	17	
22-6	—	—	—
ΣΤΕ	20, 22, 24, 25	19	21, 23

Απαντήσεις στα Προβλήματα

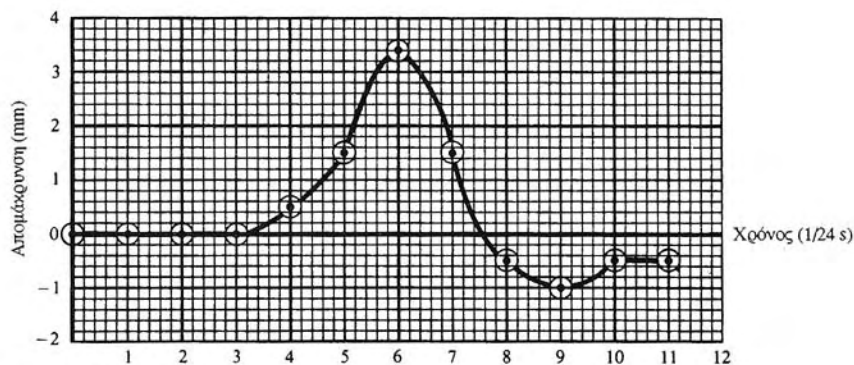
(Περιεχόμενο προβλημάτων όπως στο βιβλίο διδασκαλίας)

1. Στο σημείο της μέγιστης απομακρύνσεως.
2. Θα εκκινείτο επίσης προς τα πάνω πρώτα.
3. Οι στιγμιαίες απομακρύνσεις στο σχ. 22-2 βρέθηκαν μετρώντας τις αποστάσεις από την κορυφή του βέλους αναφοράς μέχρι τη βάση του ελατηρίου, ακριβώς κάτω του βέλους.

Η γραφική παράσταση φαίνεται στο σχ. Β 22 - 2.

4. Το πρόβλημα αυτό είναι καλό για να ελεγχθεί η γνώση του μαθητή γύρω από τη σχέση ανάμεσα στη μορφή του κύματος και την ταχύτητα των

Αριθμός «καρτέ» (στιγμιότ.)	Χρόνος (1/24 s)	Απόσταση (mm)	Απομάκρυνση (mm)
1	0	-6,5	0
2	1	-6,5	0
3	2	-6,5	0
4	3	-6,5	0
5	4	-6,0	0,5
6	5	-5,0	1,5
7	6	-3,0	3,5
8	7	-5,0	1,5
9	8	-7,0	-0,5
10	9	-7,5	-1,0
11	10	-7,0	-0,5
12	11	-7,0	-0,5



Σχήμα B22-2



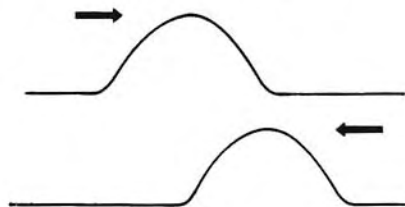
Σχήμα Α

σωματιδίων του μέσου. Ξεκαθαρίσετε στους μαθητές σας, αν ζητάτε μόνο δύο διαδοχικές θέσεις του κύματος (δύο στιγμιότυπα) και να σημειώσουν τα «βελάκια ταχυτήτων» ή ένα διάγραμμα των μέσων ταχυτήτων που έχουν τα σωματίδια του μέσου σε συνάρτηση με την (αρχική) θέση τους. (Βλ. σχ. Β 22 - 3).

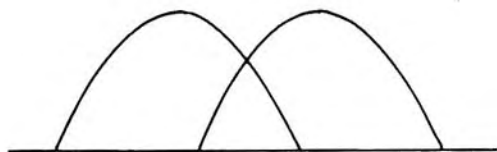
5. Η ενέργεια προέρχεται από την κινητική ενέργεια της πέτρας, μέρος της οποίας καταναλώθηκε στο χαμήλωμα της επιφάνειας του νερού.
6. Όχι.
7. Θα είναι 7 cm.
8. Οι ξεχωριστοί παλμοί, όπως θα φαίνονταν αν ήταν ένας μόνο κάθε φορά, φαίνονται στο σχ. Β 22 - 4.

Προσθέστε τις απομακρύνσεις γραφικά, σε κάθε θέση, για να βρείτε το σύνθετο παλμό, που φαίνεται στο σχ. Β 22 - 5.

Όταν οι παλμοί είναι ο ένας ακριβώς πάνω στον άλλο, ο σύνθετος παλμός έχει διπλάσιο ύψος, όπως φαίνεται στο σχ. Β 22 - 6.

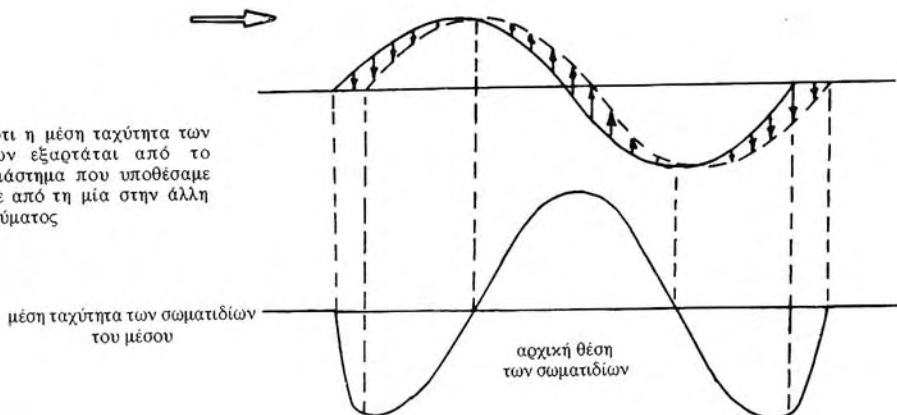


Σχήμα Β

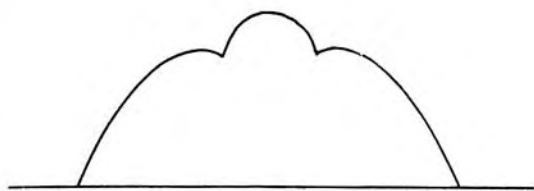


Σχήμα B22-4

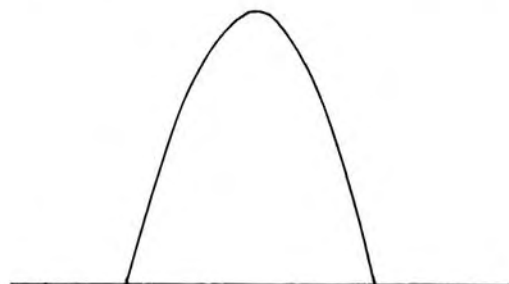
Πρόσεξε ότι η μέση ταχύτητα των σωματιδίων εξαρτάται από το χρονικό διάστημα που υποθέσαμε ότι πέρασε από τη μία στην άλλη θέση του κύματος



Σχήμα B22-3



Σχήμα B22-5

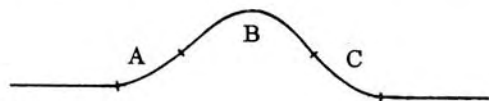


Σχήμα B22-6

9. Στην έβδομη εικόνα, από πάνω στο σχ. 22 - 5, η απουσία ασάφειας στην αριστερή πλευρά και η ελάχιστη μόνο ασάφεια στη δεξιά πλευρά του παλμού δηλώνει ότι τη στιγμή αυτή δεν υπήρχε κίνηση ή αν υπήρχε, ήταν πολύ αργή.

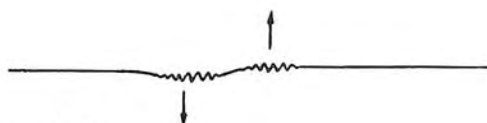
Βλ. σχ. Β 22 - 7. Μελετώντας τη διαδοχή των εικόνων (από πάνω προς τα κάτω στο σχ. 22 - 5) φαίνεται ότι τα τμήματα Α και C του σχοινιού κινήθηκαν προς τα κάτω στο χρονικό διάστημα ανάμεσα στο 6ο και 7ο στιγμιότυπο. Στο 7ο στιγμιότυπο τα τμήματα Α και C είναι ακίνητα. Στο διάστημα ανάμεσα στο 7ο και 8ο στιγμιότυπο, τα κομμάτια αυτά κινούνται προς τα πάνω.

Το κομμάτι Β, κινήθηκε προς τα πάνω στο διάστημα ανάμεσα στην 6η και 7η φωτογραφία, είναι ακίνητο στην 7η φωτογραφία και κινείται προς τα κάτω στο επόμενο διάστημα από την 7η στην 8η φωτογραφία.



Σχήμα B22-7

10. Οι μαθητές μπορούν να αντιμετωπίσουν το πρόβλημα αυτό, εξετάζοντας τις εικόνες, ανεξάρτητα από το αν καταλαβαίνουν την επαλληλία ταχυτήτων. Οπωσδήποτε, το πρόβλημα είναι ιδιαίτερα διδακτικό, αν οι μαθητές έχουν μάθει για την επαλληλία ταχυτήτων. Σαν βάση αναφοράς κοιτάζετε την τέταρτη και έκτη εικόνα. Στην 5η εικόνα, όπως είναι φανερό, τα σημεία κινούνται όπως φαίνεται στο σχ. Β 22 - 8.



Σχήμα B22-8

Προσέξτε το μέρος που δεν έχει ασάφεια στο μέσο. Αυτό δεν κινείται. Είναι τα σημεία στα οποία η ταχύτητα αλλάζει φορά. (Εφόσον οι δύο παλμοί είναι ακριβώς αντίθετοι, το μεσαίο σημείο είναι δεσμός).

11. Βλέπε σχ. Β 22 - 9.

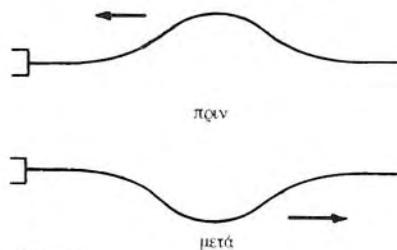


Σχήμα Γ



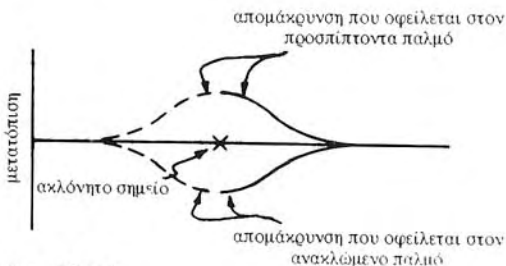
Σχήμα B22-9

12. Στο σχ. 22.10 υπάρχει ένας συμμετρικός παλμός που πέφτει πάνω σε ακλόνητο άκρο και ανακλάται. Τότε συμβαίνει κάτι ανάλογο με αυτό που φαίνεται στο σχ. Β 22 - 10.

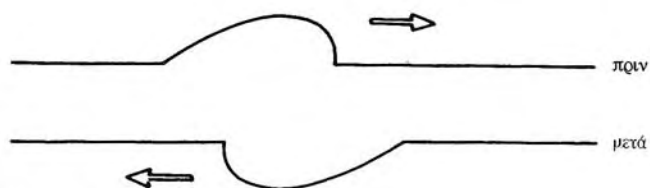


Σχήμα B22-10

Τη στιγμή ακριβώς που ο παλμός βρίσκεται στο μισό της πλήρους ανακλάσεώς του, οι απομακρύνσεις από τον προσπίπτοντα παλμό και το ανακλώμενο προστίθενται και η ολική απομάκρυνση γίνεται μηδέν. Δηλ. το ελατήριο εκείνη τη στιγμή είναι ευθύγραμμο. (Βλ. σχ. Β 22 - 11).



Σχήμα B22-11



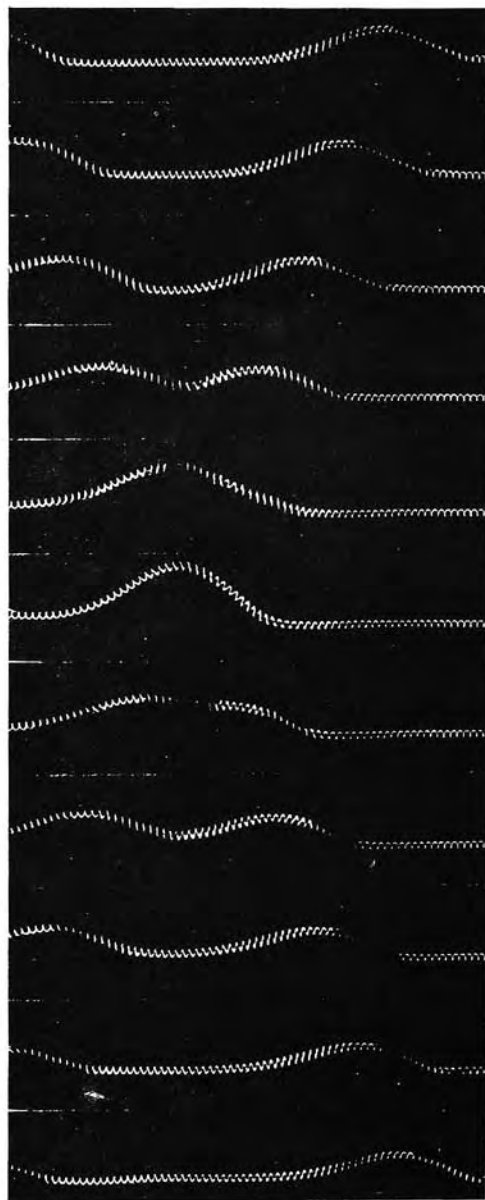
Σχήμα B22-12

Προσοχή, το ελατήριο δεν μπορεί να δρίσκεται ταυτόχρονα στη θετική και στην αρνητική απομάκρυνση. Το σχήμα, λοιπόν, δείχνει τη μορφή του ελατηρίου, αν υπήρχε μόνο ο ένας από τους παλμούς κάθε φορά.

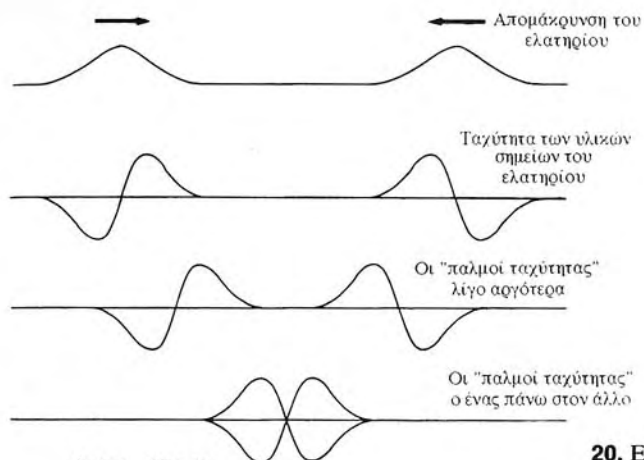
13. Βλ. σχ. B 22 - 12
14. Ο προσπίπτων παλμός.
15. Ο λόγος είναι τρία. (Οι ταχύτητες είναι ανάλογες προς τις αποστάσεις διαδόσεως των παλμών ανάμεσα σε δύο διαδοχικές φωτογραφίες).
16. Ο παλμός είναι μικρότερος στις κάτω φωτογραφίες από ό,τι στις πάνω.
17. (α) Μπορούμε να αμελήσουμε αυτή την ελάττωση εφόσον μελετούμε την κίνηση για μικρό χρονικό διάστημα, οπότε η μείωση (απόσβεση) δεν είναι παρατηρήσιμη.
(β) Το πλεονέκτημα με την αγνόηση της απόσβεσεως είναι ότι περιγράφουμε και προβλέπουμε ευκολότερα τη συμπεριφορά ενός «ιδανικού» ελατηρίου παρά ενός πραγματικού.
18. Με την έννοια «ιδανικό ελατήριο» εννοούμε ένα ελατήριο, στο οποίο οι απώλειες λόγω τριβών είναι μηδενικές και το οποίο είναι αρκετά εύκαμπτο, ώστε η σύνθεση απομακρύνσεων και ταχυτήτων να γίνεται με μεγάλη ακρίβεια, όπως προβλέπεται από την αρχή της επαλληλίας.

Απαντήσεις στα Προβλήματα ΣΤΕ

19. (α) Ίσως είναι καλύτερα να σχεδιάσουμε το διάγραμμα ταχυτήτων των σημείων του ελατηρίου σε συνάρτηση με τις θέσεις τους. Βλ. σχ. B 22-13. Οι μαθητές πρέπει να προσέξουν ότι η ταχύτητα των σημείων που βρίσκονται στο μπροστινό μέρος των παλμών έχουν ταχύτητες με κατεύθυνση προς τα πάνω, ενώ τα σημεία στο πίσω μέρος των παλμών έχουν ταχύτητες με κατεύθυνση προς τα κάτω. Η αρχή της επαλληλίας ισχύει τόσο για ταχύτητες όσο και για απομακρύνσεις. Προσθέστε τις ταχύτητες των δύο κυμάτων που φαίνονται στο τελευταίο σχήμα, ώστε να πάρετε μηδέν. Έτσι για



Σχήμα Δ



Σχήμα B22-13

μια στιγμή η ταχύτητα των υλικών σημείων του ελατηρίου είναι μηδέν.

- (6) Εάν το ελατήριο παραμορφωθεί, όπως φαίνεται στην έκτη εικόνα του σχ. Δ, κρατηθεί ακίνητο και μετά ελευθερωθεί, θα φύγουν προς αντίθετες κατευθύνσεις δύο παλμοί, που θα έχει ο καθένας ύψος ίσο με το μισό του αρχικού. Αυτό μπορεί να γίνει αντιληπτό με το ακόλουθο σκεπτικό: «Στην εικόνα 6 του σχ. Δ, φαίνεται ένας μόνον παλμός και μετά εμφανίζονται δύο που κινούνται αντίθετα. Εάν σκεπάσουμε τις προηγούμενες εικόνες 1, 2, 3, 4 και 5, δεν θα ξέραμε πώς το ελατήριο έφτασε στην παραμόρφωση που βλέπουμε στην εικόνα 6. Άρα ανεξάρτητα από τον τρόπο με τον οποίο το ελατήριο έφτασε στην κατάσταση της εικόνας 6, θα συμβούν τα ίδια πράγματα μετά».

Ίσως κάποιοι μαθητές ισχυριστούν ότι θα μπορούσαμε να πάρουμε την ίδια εικόνα 6 με ένα μόνο παλμό, που ταξιδεύει πάνω στο ελατήριο. Αν και θα μπορούσε να έχει αυτός ο παλμός το ίδιο ύψος, υπάρχει προφανώς μια ουσιαστική διαφορά διότι αν υπήρχε μόνον ένας παλμός τα μέρη του ελατηρίου (ιδιαίτερα οι πλαγιές του παλμού) θα κινούνταν.

Θα ήταν καλή ιδέα να τονίσετε ότι, αν θέλουμε να προβλέψουμε τι θα συμβεί στο άμεσο μέλλον σ' ένα κύμα, πρέπει να γνωρίζουμε την απομάκρυνση και ταχύτητα κάθε σημείου του ελαστικού μέσου.

Να λάβετε υπόψη σας ότι αυτό είναι ένα νέο στοιχείο, που με κανένα τρόπο δεν είναι προφανές. Οι μαθητές θα μπορούσαν να υποθέσουν, για παράδειγμα, ότι η επι-

τάχυνση – ή κάποια άλλη ιδιότητα της κινηματικής ή της δυναμικής που δεν είναι ακόμα γνωστή – θα ήταν ικανή να μας επιτρέψει να προβλέψουμε τη μελλοντική κίνηση. Το ουσιαστικό καινούργιο γεγονός είναι ότι η απομάκρυνση και η ταχύτητα καθορίζουν τελείως το μέλλον (και συνεπώς και το παρελθόν) ενός κύματος πάνω σε τεντωμένο σχοινί, αν δεν υπάρχουν επί πλέον δυνάμεις. Οι μαθητές θα βρουν αρκετό ενδιαφέρον να επιβεβαιώσουν πειραματικά τέτοιες ιδέες.

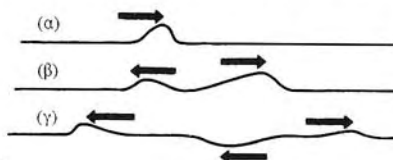
20. Εδώ έχουμε μια περίπτωση όμοια με αυτή του σχ. 22-11, όπου ένα μέρος του παλμού μεταδίδεται στο άλλο μέσο και ένα μέρος ανακλάται με αντιστροφή (αναποδογύρισμα) και μείωση του ύψους. Στην περίπτωση αυτή η ταχύτητα του παλμού στο δεύτερο ελατήριο είναι μικρότερη από αυτήν του πρώτου.

21. Στο (6) διάγραμμα φαίνεται ότι ο παλμός του (α) έχει υποστεί μερική ανάκλαση και μερική μετάδοση, άρα πρέπει να υπάρχει κάποια σύναψη (ένωση) στο σχοινί ανάμεσα στους δύο παλμούς. Επειδή υπάρχουν ίσα χρονικά διαστήματα μεταξύ των διαγραμμάτων, ο αριστερός παλμός διατρέχει το ίδιο διάστημα από τη στιγμή (α) στη στιγμή (6) και από τη (6) στη (γ). Επομένως η απόσταση l'' στο σχ. Β 22-14 πρέπει να ισούται με $l'' = l' + 2l$ και η ένωση J τοποθετείται σε απόσταση

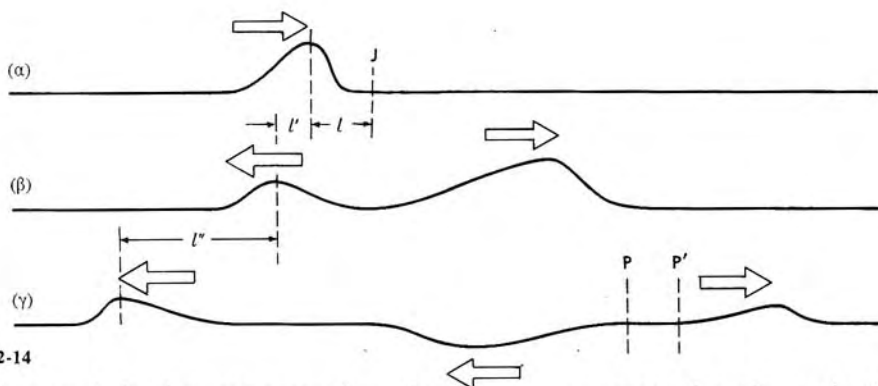
$$l = \frac{l''}{2} - \frac{l'}{2}$$

από την κορυφή του παλμού (α).

Επειδή η ανάκλαση είναι ορθή (χωρίς αναποδογύρισμα του παλμού) το σχοινί προς τα δεξιά της ενώσεως είναι λιγότερο παχύ από το σχοινί προς τα αριστερά. Προσέξτε επίσης ότι ο μεταδιδόμενος παλμός είναι γρηγορότερος από τον προσπίπτοντα. Στο (γ) ο παλμός, που διαδίδεται προς τα δεξιά του (6), παρατηρούμε ότι «κόβεται» σε δύο, σε μεταδιδόμενο και ανακλώμενο. Άρα πρέπει να υπάρχει και πάλι ένωση κάπου ανάμεσα στα P και P'. Ο δεύτερος από



Σχήμα E



Σχήμα B22-14

ανάκλαση παλμός είναι αντεστραμμένος, άρα το σχοινί προς τα δεξιά της δεύτερης ενώσεως πρέπει να είναι παχύτερο από αυτό προς τ' αριστερά.

22. Εάν ένας παλμός διαδίδεται από ένα ελατήριο σε άλλο, στο οποίο η ταχύτητά του είναι μικρότερη, ο ανακλώμενος παλμός αντιστρέφεται. Εφαρμόζοντας την παρατήρηση αυτή στο φως, συμπεραίνουμε ότι ο φωτεινός παλμός που διαδίδεται στον αέρα θα ανακλαστεί με αντιστροφή στην επιφάνεια του νερού, επειδή η ταχύτητα του φωτός στο νερό είναι μικρότερη από ότι στον αέρα.

23. Αυτό θα μπορούσε να είναι μια καλή δοκιμή για την ικανότητα του μαθητή να παρατηρεί γεγονότα, όταν δεν είναι βέβαιος από πριν για το αποτέλεσμα. Υπάρχει στην προκειμένη περίπτωση μια δυσκολία για τους μαθητές να καταλάβουν γιατί το κυκλικό κύμα ανακλάται, όπως ανακλάται. Ειδικά, εάν οι μαθητές προσπαθήσουν να χρησιμοποιήσουν παρόμοιο συλλογισμό με αυτόν που περιέχεται στην Παράγρ. 4, θα βγάλουν λάθος συμπέρασμα. Μια άλλη δυσκολία στους μαθητές είναι να βρουν το κατάλληλο λεξιλόγιο να περιγράψουν ένα κυκλικό κύμα.

Θα είναι ίσως δύσκολο να παραγάγετε ένα καλό κυκλικό κύμα τριών κύκλων (περιόδων), αλλά του ενός ή των δύο κύκλων κύμα δείχνει αρκετά καλά τις απαραίτητες ιδιότητες ανακλάσεως.

- (α) Το κύμα που παράγεται είναι μια αριστερόστροφη έλικα τριών σπειρών (ελικώσεων).
(β) Όπως φαίνεται από τον παρατηρητή, το σχοινί περιστρέφεται κατά την ίδια φορά στο ανακλώμενο κύμα. Όμως, επειδή το κύμα διαδίδεται σε αντίθετη κατεύθυνση, το ανακλώμενο κύμα θα έπρεπε να ονομάζεται δεξιόστροφο ελικοειδές κύμα τριών σπειρών (ελικώσεων).

- (γ) Καθώς το κύμα διέρχεται, κάθε σωματίδιο

του σχοινιού κινείται κυκλικά και διαγράφει τρεις κύκλους. Όταν το κύμα απομακρύνεται από τον παρατηρητή, το σωματίδιο διαγράφει κυκλική τροχιά κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού (όπως φαίνεται από τον παρατηρητή). Όταν το κύμα κινείται πλησιάζοντας τον παρατηρητή, το σωματίδιο κινείται επίσης κατά την ίδια φορά, δηλαδή των δεικτών του ρολογιού (όπως φαίνεται από τον ίδιο παρατηρητή).

Σημείωση: Για ένα τέτοιο κυκλικό κύμα, η κίνηση του σωματιδίου, μετά την ανάκλαση γίνεται κατά την ίδια φορά (κυκλικά), ανεξάρτητα από το αν το άκρο του σχοινιού όπου γίνεται η ανάκλαση είναι ελεύθερο ή ακλόνητο.

24. Ένας αριθμός από παραδείγματα θα περάσουν από το μυαλό σας και το μυαλό των μαθητών αρκετά εύκολα. Μερικά παραδείγματα είναι τα ακόλουθα:

Με καλή προσέγγιση η επιφάνεια της θάλασσας είναι επίπεδη, όταν αναφερόμαστε στο ύψος των βουνών πάνω από το «επίπεδο της θάλασσας», όταν υπολογίζουμε το μήκος του σωλήνα που χρειάζεται για υποθαλάσσια άντληση πετρελαίου, όταν περιγράφουμε το μέσο βάθος των θαλασσών και ωκεανών κτλ.

Με κακή προσέγγιση η επιφάνεια της θάλασσας είναι επίπεδη, όταν αναφερόμαστε σε πλοίο μέσα σε θαλασσοταραχή, όταν ένας άνθρωπος πάνω σε σχεδία προσπαθεί να χρησιμοποιήσει εξάντα ή τηλεσκόπιο, όταν διανοίγονται πηγάδια άντλησεως πετρελαίου σε βαθιές θάλασσες.

25. Η συμπιεσμένη περιοχή (πύκνωμα) διαδίδεται κατά μήκος του ελατηρίου. Ο παλμός ανακλάται στο άλλο άκρο του ελατηρίου, αλλά σήνει γρήγορα. Οι σπείρες του ελατηρίου κινούνται μπρος - πίσω πάνω στη διεύθυνση του ελατηρίου και όχι κάθετα στη διεύθυνση διαδόσεως του παλμού.

Επισκόπηση και Στόχοι

Ο σκοπός αυτού του κεφαλαίου είναι να εξοικειωθούν οι μαθητές με τη διάδοση κυμάτων στο επίπεδο. Το δοχείο κυματισμών εισάγεται στο διδακτικό βιβλίο και στο εργαστήριο ως όργανο για την παρατήρηση και τον πειραματισμό με τέτοια κύματα στο επίπεδο. Η παρατήρηση του δοχείου κυματισμών δείχνει κύματα, τα οποία υφίστανται ανάκλαση, διάθλαση, διασκεδασμός και περίθλαση. Η αναλογία μεταξύ της συμπεριφοράς υδατηρών κυμάτων και της συμπεριφοράς του φωτός είναι τόσο ισχυρή ώστε να υπονοεί ότι το φως μπορεί να διαδίδεται ως μια κυματική διαταραχή κάποιας μορφής.

Επικεντρώστε αυτό το κεφάλαιο στα πειράματα του εργαστηρίου, χρησιμοποιώντας το διδακτικό βιβλίο για να δώσετε συνέχεια και για να κάνετε επανάληψη του τι έχει διδαχθεί στο εργαστήριο. Δεν αρκεί οι μαθητές μόνο να παρατηρούν πειράματα “επιδείξεις” με δοχείο κυματισμών. Οι μαθητές πρέπει να δουλεύουν σε μικρές ομάδες και να μελετούν το καθένα φαινόμενο προσεκτικά για να αποκτήσουν μian ικανοποιητική κατανόηση της κινήσεως των κυμάτων.

Η δουλειά σε αυτό το κεφάλαιο έχει αποδειχθεί από τις πιο συναρπαστικές της όλης σειράς μαθημάτων. Πολλοί λίγοι μαθητές θα ξεκινήσουν με οποιαδήποτε πραγματική γνώση γύρω από τις ιδέες που εκτίθενται, παρόλο που έχουν παρεπιπτόντως δει πάρα πολλές φορές υδατηρά κύματα. Θα χρειαστεί να είστε γενναιόδωρος στη διάθεση χρόνου για το Εργαστήριο.

Χρονοθέτηση των Πειραμάτων

- | | |
|---------------|-----------------------------|
| Πείραμα 36 ** | Παλμοί σε Δοχείο Κυματισμών |
| Πείραμα 37 ** | Περιοδικά Κύματα |
| Πείραμα 38 ** | Διάθλαση Κυμάτων |
| Πείραμα 39 ** | Κύματα και Εμπόδια |

Να γίνουν όλα τα πειράματα στη σειρά και χρησιμοποιήστε χρονικά διαστήματα στην τάξη για επανάληψη και προβλήματα.

Υποδείξεις για τη Διδασκαλία

Παράγραφοι 23 - 1, 23 - 2 και 23 - 3

Μετά από μια σύντομη εισαγωγή για το στήσιμο του δοχείου κυματισμών συμπεριλαμβανομένων και κάποιων υποδείξεων (Βλέπε Πείραμα 36) αφήστε την τάξη να δουλέψει στο εργαστήριο.

Επιστημάνετε στους μαθητές σας το γεγονός ότι η κατεύθυνση διαδόσεως των παλμών (σε νερό σταθερού βάθους) είναι πάντοτε

κάθετη προς την κορυφογραμμή του παλμού. Άρα στην περίπτωση κυκλικού παλμού το κάθε μικρό τμήμα του έχει διαφορετική κατεύθυνση διαδόσεως. Μόνο ένας μακρύς (δηλαδή από τοίχωμα σε τοίχωμα) ευθύγραμμος παλμός έχει μόνο μια εννιαία κατεύθυνση διαδόσεως. Ένας βραχύς ευθύγραμμος παλμός γίνεται σχεδόν κυκλικός καθώς κινείται: τα άκρα του δρουν σαν κέντρα δημιουργίας ημικυκλικών κυμάτων. Επομένως χρειάζεται να δημιουργηθούν μακρείς παλμοί για τη μελέτη της ανακλάσεως.

Παράγραφος 23 - 4

Βλέπε Πείραμα 37 για υποδείξεις σχετικές με τη χρήση του χειροκίνητου στροβοσκοπίου. Σημειώστε τη γενικότητα της σχέσεως $v = \nu \lambda$. Η ταχύτητα διαδόσεως δεν είναι ίδια για όλα τα κύματα και ούτε η εξάρτηση του v από την ν είναι ίδια για όλα τα κύματα όταν υπάρχει τέτοια εξάρτηση (βλέπε παράγραφο 23 - 6). Όμως για όλα τα περιοδικά κύματα ισχύει $v = \nu \lambda$ διότι η απόδειξη της σχέσεως αυτής στηρίζεται μόνο σε κυματική θεωρηση και όχι σε δυναμική όπως το τι κάνει το κύμα να διαδίδεται.

Παράγραφος 23 - 5

Η αντιγραφή του σχ. 23 - 16 στον πίνακα ή η προβολή του σχήματος αυτού με κατάλληλο προβολέα επί οθόνης ίσως βοηθήσει τους μαθητές στην ανάλυση του Πειράματος 38. Όπως και στην προηγούμενη παράγραφο, η συλλογιστική είναι καθαρά κινηματική και επομένως ισχύει για όλα τα κύματα από όπου και η ευρεία ισχύς του αποτελέσματος.

Παράγραφος 23 - 6

Ο διασκεδασμός (ανάλυση) των κυμάτων είναι στην πραγματικότητα μια μεγαλύτερη λεπτομέρεια (εμβάθυνση) της διαθλάσεως, αλλά στο δοχείο κυματισμών παρατηρείται εύκολα ακόμη και χωρίς προσπάθεια. Γι' αυτό και αναφέρομε αυτό το φαινόμενο. Όμως, όπως τονίσαμε πριν δύο παραγράφους το πώς μεταβάλλεται με τη συχνότητα η ταχύτητα διαδόσεως του κύματος εξαρτάται από το μηχανισμό διαδόσεως και επομένως διαφέρει για διαφορετικά κύματα. Έτσι, είναι λάθος να συμπεράνει κάποιος ότι το μπλε φως έχει μεγαλύτερο μήκος κύματος από ότι το κόκκινο φως στήριζόμενος απελώς στο γεγονός ότι υδατηρά κύματα με μεγαλύτερα μήκη κύματος διαθλώνται περισσότερο σε δοχείο κυματισμών, από ότι κύματα με μικρό μήκος κύματος.

Παράγραφος 23 - 7

Ο σκοπός της παραγράφου που ακολουθεί το πείραμα 39 είναι να βγει το ποιοτικό συμπέρασμα ότι τα κύματα φαίνεται ότι προσεγγίζουν "δέσμες" όταν διέρχονται δια μέσου σχισμής ή γύρω από ένα εμπόδιο το οποίο είναι κατά πολύ μεγαλύτερο από το μήκος κύματος. Άρα ένα κυματικό μοντέλο του φωτός πρέπει να περιέχει μάλλον μικρά μήκη κύματος σε σύγκριση με συνήθη αντικείμενα μεγέθους της τάξεως του 1 cm.

Πείραμα 36. Παλμοί σε Δοχείο Κυματισμών

Υλικά

- 1 Δοχείο κυματισμών και αποσβεστήρες
- 1 Σημειακή πηγή φωτός με υποστήριγμα και τροφοδοτικό
- 1 Μεγάλη άσπρη χάρτινη τετράγωνη οθόνη περίπου 65 cm x 65 cm
- 1 Ορθογώνιο μεταλλικό τεμάχιο, περίπου 3 cm x 30 cm.

Να προηγηθεί της δουλειάς στο εργαστήριο μια σύντομη επεξήγηση της διαδικασίας της εστίασεως, με την οποία φαίνονται τα κύματα του δοχείου κυματισμών.

Το βάθος του νερού στο δοχείο να είναι περίπου 5 - 7 mm για όλα τα πειράματα εκτός αν αναφέρεται κάποιο άλλο βάθος. Η δημιουργία ενός ευθύγραμμου παλμού απαιτεί κάποια εξάσκηση. Πάντοτε υπάρχουν μικρότεροι παλμοί προηγούμενοι και επόμενοι του κυρίως παλμού. Οι παλμοί μπορεί να καμπυλώνονται αν η ράβδος κινείται πολύ γρήγορα· αν κινείται πολύ αργά, οι παλμοί θα είναι πολύ ασθενικοί και δεν θα φαίνονται. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένας χάρακας αντί για κάποια ράβδο.

Η απέναντι πλευρά του δοχείου μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως ευθύγραμμο ανακλαστικό εμπόδιο αν η πλευρά του δοχείου είναι κατακόρυφη. Μεταβάλλοντας τη διεύθυνση της ράβδου (κυματισμών), μεταβάλλεται η γωνία προσπτώσεως. Αφαιρέστε τον αποσβεστήρα από την απέναντι πλευρά αν αυτή η πλευρά πρόκειται να χρησιμοποιηθεί ως ανακλαστική επιφάνεια αλλά ξαναβάλετε τον πίσω για το μέρος του πειράματος το οποίο ασχολείται με τον παραβολικό ανακλαστήρα.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 36

- Ο παλμός ξεκινά σχεδόν από ένα σημείο και εκτείνεται ακολουθώντας κυκλικό σχηματισμό.
- Το μέτρο της ταχύτητας του παλμού είναι το ίδιο προς όλες τις κατευθύνσεις.
- Ευθύγραμμοι παλμοί παραμένουν ευθύγραμμοι καθώς κινούνται μέσα στο δοχείο, υπό την προϋπόθεση ότι είναι αρκετά εκτεταμένοι ώστε να καλύπτουν το όλο δοχείο. Όταν ένας παλμός δεν καλύπτει όλο το δοχείο, καμπυλώνεται στα άκρα του. Αυτό φαίνεται περισσότερο αφού ο παλμός ανακλαστεί.
- Οι παλμοί ανακλώνται πίσω κατά την ίδια διεύθυνση όπως ήρθαν.
- Ανακλώμενοι παλμοί είναι ευθύγραμμοι κοντά στον ανακλαστήρα.
- Η γωνία ανακλάσεως φαίνεται ότι είναι ίση με τη γωνία προσπτώσεως.
- Η “φανταστική” πηγή (είδωλο) του κυκλικού παλμού, ο οποίος έχει ανακλασθεί από ένα ευθύγραμμο εμπόδιο βρίσκεται πίσω από το εμπόδιο σε απόσταση όση, η πηγή μπροστά από το εμπόδιο.
- Αυτό μπορεί να εξηγηθεί μόνο με την υπόθεση ότι η γωνία προσπτώσεως ισούται προς τη γωνία ανακλάσεως. Ένα ευθύγραμμο εμπόδιο ανακλά έναν ευθύγραμμο παλμό κατά όμοιο

τρόπο όπως ένα επίπεδο κάτοπτρο ανακλά μια παράλληλη δέση φωτός και ανακλά έναν κυκλικό παλμό κατά όμοιο τρόπο που ένα επίπεδο κάτοπτρο ανακλά μια αποκλίνουσα (κωνική) δέση φωτός.

- Οι ανακλώμενοι παλμοί είναι τόξα κύκλων και συγκεντρώνονται σε ένα σημείο (εστία).
- Η κατεύθυνση κινήσεως ενός μικρού τμήματος ενός παλμού μπορεί να παρασταθεί σχεδιάζοντας την κατεύθυνση κινήσεως κάθετα στο μικρό τμήμα. Συνδέοντας τις διαδοχικές καθέτους σε κάποιο μικρό τμήμα, το οποίο μετατοπίζεται προκύπτει μια εικόνα παρόμοια με το διάγραμμα ακτίνων που μελετήθηκε στο Κεφάλαιο 18 (σχ. 18 - 11).
- Η απόσταση του σημείου εστίασεως των παλμών από την παραβολή εξαρτάται από το πώς σχημάτισαν οι μαθητές την παραβολή.
- Όταν δημιουργούνται κυκλικοί παλμοί στην εστία της παραβολής, οι ανακλώμενοι (ανακλασθέντες) παλμοί είναι ευθύγραμμοι.
- Το φως ανακλάται κατά παρόμοιο τρόπο με τα υδατηρά κύματα.
- Ναι.

Πείραμα 37. Περιοδικά Κύματα

Υλικά

- 1 Πλήρες σύστημα δοχείου κυματισμών, αποτελούμενο από:
 - 1 Δοχείο κυματισμών και τέσσερις αποσβεστήρες
 - 1 Γεννήτρια υδατηρών κυμάτων και στηρίγματα
 - 1 Σημειακή φωτεινή πηγή, τροφοδοτικό και υποστήριγμα
 - 1 Τροφοδοτικό 0 - 5 volt D.C. (ή ισοδύναμο)
 - 1 Χάρτινη οθόνη, περίπου 65 cm x 65 cm
- 2 Εμπόδια, τεμάχια παραφίνης
- 2 Χειροκίνητα στροβοσκόπια
- 1 Χρονόμετρο ή ρολόι με δευτερολεπτοδείκτη
- 1 Κανόνας ή μέτρο

Το Στροβοσκόπιο

Επειδή αυτή είναι η πρώτη φορά που οι μαθητές έρχονται σε επαφή με το στροβοσκόπιο, αφήστε τους χρόνο για να εξοικειωθούν με τα χαρακτηριστικά του και τη χρήση του. Ένας καλός τρόπος για να γίνει αυτό είναι να στερεώσετε έναν ανεμιστήρα, ο οποίος μπορεί να λειτουργήσει σε περισσότερες από μια ταχύτητες, αν χρειάζεται συνδέοντας τον σε σειρά με έναν αντιστάτη. Σημαδέψτε ένα από τα πτερύγια του ανεμιστήρα με ένα κομμάτι λευκής ταινίας· σκοτεινιάστε κάπως το δωμάτιο και φωτίστε δυνατά τον ανεμιστήρα. Βάλτε τους μαθητές να εξασκηθούν “στο σταμάτημα” της κινήσεως του ανεμιστήρα. Πρέπει να δουν ότι αυτό μπορεί να γίνει με διαφορετικές ταχύτητες περιστροφής του δίσκου του στροβοσκοπίου και με διαφορετικούς αριθμούς σχισμών του δίσκου του στροβοσκοπίου κλεισμένες με ταινία. Θα δουν ότι η κίνηση του ανεμι-

στήρα μπορεί να “σταματήσει” κατά τέτοιο τρόπο που να παρατηρούνται περισσότερα από ένα κομμάτια άσπρης ταινίας τοποθετημένα σε περύγια του ανεμιστήρα και πρέπει να καταλάβουν ότι αυτό σημαίνει ότι παρατηρούν με ρυθμό, ο οποίος είναι γρηγορότερος ή βραδύτερος από το ρυθμό που πραγματικά κινείται ο ανεμιστήρας. Άρα, για να μετρηθεί η ταχύτητα περιστροφής του ανεμιστήρα πρέπει να χρησιμοποιηθεί η μέγιστη ταχύτητα, με την οποία μπορεί να περιστραφεί το στροβοσκόπιο ενώ “σταματά” την κίνηση του ανεμιστήρα με παρατήρηση μόνο μιας λευκής ταινίας.

Πρέπει να γίνει εξάσκηση με μερικές περιπτώσεις: Ένας δίσκος στροβοσκοπίου με έξι σχισμές περιστρέφεται 20 φορές σε 10 δευτερόλεπτα ενώ “σταματά” την κίνηση ενός ανεμιστήρα· πόσο γρήγορα περιστρέφεται ο ανεμιστήρας; Επειδή η κάθε μια περιστροφή του δίσκου οδηγεί σε έξι ματιές (παρατηρήσεις) του ανεμιστήρα, ο ανεμιστήρας παρατηρήθηκε 120 φορές σε 10 δευτερόλεπτα· επομένως, ο ρυθμός παρατήρησης είναι 12 φορές ανά δευτερόλεπτο. Αν αυτός ήταν ο μέγιστος ρυθμός που μπορεί να περιστραφεί το στροβοσκόπιο ενώ σταματά τον ανεμιστήρα παρατηρώντας μια μόνο άσπρη λωρίδα, τότε η συχνότητα του ανεμιστήρα είναι 12 Hz· αν αυτός δεν είναι ο μέγιστος ρυθμός περιστροφής του στροβοσκοπίου, τότε ο ανεμιστήρας περιστρέφεται με συχνότητα, η οποία είναι πολλαπλάσια αυτής της συχνότητας.

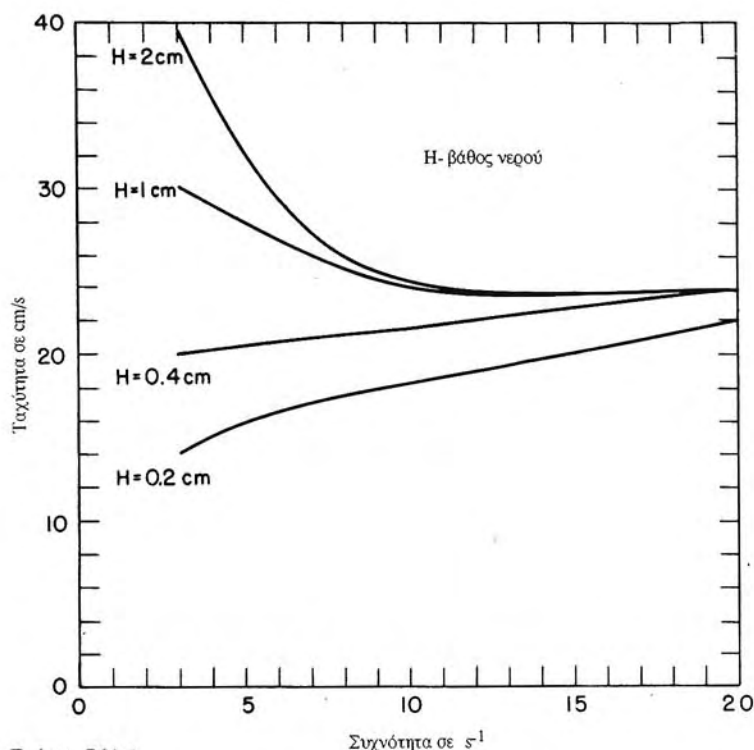
Στη συνέχεια αν το στροβοσκόπιο χρησιμοποιηθεί για τη μελέτη των κυμάτων σε ένα δοχείο κυματισμών, οι μαθητές ξέρουν ότι η μέγιστη συχνότητα του στροβοσκοπίου, f_s , η οποία δίνει μια “ακίνητη” εικόνα του κατάλληλου μήκους κύματος, δίνει τη συχνότητα f_x , της κυματιστής διαταραχής, η οποία παρατηρείται:

$$f_x = (f_s)_{\text{μεγ. ακιν.}}$$

Το Δοχείο

Για να δημιουργηθούν ευκρινή κύματα, συνδέστε το τροφοδοτικό έτσι ώστε το πάνω μέρος του κινητήρα να περιστρέφεται κατά τη φορά απομακρύνσεως από το δοχείο. Μπορεί να επιτευχθεί μια μικρή σταθερή συχνότητα, θέτοντας το ροοστάτη λίγο πιο πάνω από το σημείο που ο κινητήρας ακινητεί. Αυτό θα οδηγήσει σε συχνότητα περίπου 5 με 7 hertz. Για κύματα μικρής συχνότητας, ρυθμίστε το “παξιμάδι” στον άξονα ώστε να επιτευχθεί μεγαλύτερο πλάτος ταλαντώσεως. Πριν να προβείτε σε ποσοτικές μετρήσεις ίσως χρειάζεται κάποια εξάσκηση, ώστε να εξασφαλισθεί ότι η γεννήτρια κυμάτων θα λειτουργεί σε χαμηλές συχνότητες επί αρκετό χρόνο ώστε να ληφθούν πολλές μετρήσεις συχνότητας και μήκους κύματος. Είναι σημαντικό να δουλεύει κάποιος σε χαμηλή συχνότητα. Για συχνότητες 10 hertz ή περισσότερες, μια μεταβολή του βάθους του νερού από το συνήθες $\frac{1}{2}$ με $\frac{3}{4}$ σε 2 cm θα προκαλέσει μια αισθητή μεταβολή στην ταχύτητα των κυμάτων. Το σχήμα B23 - 1 δείχνει την εξάρτηση της ταχύτητας των υδατηρών κυμάτων από τη συχνότητα και το βάθος.

Κατά τη διαδικασία δημιουργίας κυμάτων σε ελικοειδές ελατήριο και τα τελευταία πειράματα με δοχείο κυματισμών με χρήση εμποδίων, οι περισσότεροι μαθητές θα παρατηρήσουν στάσιμα κύ-



Σχήμα B23-1

ματα. Ίσως θελήσετε να ασχοληθείτε λίγο με αυτά τα κύματα ως ειδική περίπτωση επαλληλίας και ως έναν άλλο τρόπο μετρήσεως μήκους κύματος. Τα στάσιμα κύματα συζητούνται με μεγαλύτερη λεπτομέρεια στο κεφάλαιο 27.

Αν συνδεθούν μαζί ένα μικρό και ένα μεγάλο ελικοειδές ελατήριο (βλέπε Πείραμα 35), είναι καλύτερο να επιτραπεί μόνο στο ένα τρίτο του μεγάλου ελατηρίου να εκταθεί ενώ το υπόλοιπο κρατείται με το χέρι.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 37

- Όταν τα κύματα “ακινητοποιηθούν” παρατηρούμενα δια του στροβοσκοπίου με τις δύο σχισμές ανοιχτές, η συχνότητά τους είναι διπλάσια της συχνότητας περιστροφής του στροβοσκοπίου· με τέσσερις σχισμές ανοιχτές, η συχνότητα των κυμάτων είναι τέσσερις φορές αυτή του στροβοσκοπίου - με την προϋπόθεση ότι δεν “σταματά” την κίνηση των κυμάτων μεγαλύτερη συχνότητα περιστροφής.
- Όχι. Αν ο ρυθμός με τον οποίο παρατηρείτε τα κύματα είναι υποπολλαπλάσιος ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, κτλ.) της συχνότητας των κυμάτων, επίσης θα δείτε τα κύματα “ακινητοποιημένα”.
- Μπορείτε να βάλετε ένα κομμάτι ταινίας στο πτερύγιο ενός ανεμιστήρα ή επί ενός άλλου αντικειμένου το οποίο μπορεί να περιστραφεί ομοιόμορφα και να το θέσετε σε κίνηση. Παρατηρήστε τον ανεμιστήρα δια του στροβοσκοπίου, περιστρέφοντας στην αρχή το στροβοσκόπιο αργά και αυξάνοντας τη γωνιακή ταχύτητα ενώ παρατηρείτε. Κάποτε ο ανεμιστήρας θα φαίνεται ακίνητος. Αν εξακολουθήσετε να αυξάνετε τη γωνια-

κή ταχύτητα περιστροφής του στροβοσκοπίου, ίσως βρείτε μια άλλη ταχύτητα, στην οποία ο ανεμιστήρας θα φαίνεται επίσης ακίνητος. Αν περιστρέψετε το στροβοσκόπιο αρκετά γρήγορα, ίσως δείτε τον ανεμιστήρα με δύο σηματοδεδεμένα πτερύγια να φαίνεται ακίνητος. Αυτό σημαίνει ότι παρατηρείτε τον ανεμιστήρα με ρυθμό διπλάσιο του ρυθμού με τον οποίο περιστρέφεται ο ανεμιστήρας.

- Το ποσοστιαίο (σχετικό) σφάλμα στον προσδιορισμό του μήκους κύματος ελαττώνεται αν η μέτρηση γίνεται κατά μήκος πολλών μηκών κύματος αντί για ένα.
- Επειδή οι εικόνες των κυμάτων είναι μεγεθυμένες πάνω στην οθόνη, είναι αναγκαίο να σμικρυνθούν κατάλληλα οι μετρήσεις αποστάσεων. Μπορούν οι μαθητές να προσπαθήσουν να βρουν το συντελεστή σμικρύνσεως. Υπάρχουν πολλοί τρόποι να γίνει αυτό. Ένας τρόπος είναι να τοποθετηθεί ένα αδιαφανές κομμάτι γνωστού μήκους στο δοχείο και να συγκριθεί το μήκος του με αυτό της σκιάς του στην οθόνη. Για να αποφευχθούν οι μη ευκρινείς σκιές που ρίχνονται από το μηνίσκο νερού στις πλευρές του κομματιού, το κομμάτι αυτό μπορεί να κρατηθεί μόλις κάτω από το γυαλί στο δοχείο κυματισμών. Ένας άλλος τρόπος είναι να μετρηθεί η απόσταση από τη φωτεινή πηγή του δοχείου μέχρι το δοχείο, και από τη φωτεινή πηγή μέχρι την οθόνη και να ληφθεί ο λόγος τους.
- Η ακρίβεια προσδιορισμού της ταχύτητας μπορεί να βρεθεί υπολογίζοντας πρώτα τη μέση τιμή όλων των μετρήσεων, κατόπιν υπολογίζοντας τις αποκλίσεις από τη μέση τιμή και τελικά, τη μέση τιμή των απολύτων τιμών των αποκλίσεων. (Αυτή η διαδικασία είναι απλούστερη από την εύρεση της τετραγωνικής ρίζας της μέσης τιμής). Η μέση απόκλιση διαιρούμενη δια της μέσης τιμής δίνει το σχετικό σφάλμα, το οποίο μπορεί να εκφρασθεί επί τοις εκατό.
- Η απόσταση μεταξύ δύο φωτεινών λωρίδων στην εικόνα των στασίμων κυμάτων ισούται με το μισό του μήκους κύματος του οδεύοντος κύματος.
- Το μήκος κύματος μπορεί να προσδιορισθεί από την εικόνα στασίμων κυμάτων βρίσκοντας την απόσταση κατά μήκος, ας πούμε, δέκα φωτεινών λωρίδων και διαιρώντας δια πέντε.
- Όταν η συχνότητα είναι αρκετά μικρή είναι εύκολο να επιτευχθεί μια αύξηση στην ταχύτητα των κυμάτων με την αύξηση του βάθους του νερού. Στα 5 Hz, μια αύξηση στο βάθος από 1 cm σε 2 cm θα προκαλέσει μιαν αύξηση 4 cm/s στην ταχύτητα των κυμάτων.
- Όχι. Και τα δύο άκρα του ελατηρίου μπορεί να θεωρηθούν ως δεσμοί με την προϋπόθεση ότι το χέρι που διατηρεί με την κίνησή του τα στάσιμα κύματα κινείται με μικρό πλάτος. Αυτό θα συμβεί μόνον αν το μισό μήκος κύματος ταιριάζει έναν ακέραιο αριθμό φορών στο μήκος του ελατηρίου. Σε αυτό το σημείο, δεν είναι σημαντικό οι μαθητές να βρουν την ποσοστική σχέση μεταξύ δυνατών μηκών κύματος στασίμων κυμάτων και του μήκους του ελατηρίου· αν όμως το κάνουν, αυτό θα

τους είναι πολύ χρήσιμο κατά τη μελέτη τους των σταθμών ενέργειας του ατόμου. Μπορείτε επίσης να αναφέρετε τα στάσιμα κύματα σε όργανα παραγωγής ήχου.

- Αν χρησιμοποιήσετε τα δύο σπειροειδή ελατήρια του πειράματος 35 συνδεδεμένα μεταξύ τους, η συχνότητα θα είναι ίδια και για τα δύο· το μήκος κύματος θα είναι μικρότερο στο μικρό ελατήριο από ότι είναι στο μεγάλο· άρα η ταχύτητα στο μικρό ελατήριο είναι μικρότερη από ότι είναι στο μεγάλο.

Πείραμα 38. Διάθλαση Κυμάτων

Υλικά

- 1 Πλήρης διάταξη δοχείου κυματισμών (βλέπε Πείραμα 37)
- 1 Μια τραπεζοειδής γυάλινη πλάκα
Υποστηρίγματα για γυάλινη πλάκα (νομίσματα, ροδέλες κτλ.)
- 1 Χειροκίνητο στροβοσκόπιο
- 1 Χρονόμετρο ή ρολόι με δευτερολεπτοδείκτη
- 1 Μέτρο ή κανόνας

Λαμβάνοντας προσεχτικές μετρήσεις, μπορεί επίσης να επιβεβαιωθεί η ποσοτική σχέση μεταξύ των γωνιών προσπτώσεως και διαθλάσεως αλλά με αυτή τη διάταξη μόνο λίγοι μαθητές θα ενθαρρυνθούν να το κάνουν. Το κυρίως πρόβλημα είναι να κρατηθεί η συχνότητα σταθερή.

Κύματα με συχνότητες 5 με 7 Hz θα διαθλώνται αισθητά καθώς θα διέρχονται (πέφτοντας υπό γωνία) από το βαθύτερο μέρος στο ρηχότερο. Να χρησιμοποιηθεί μια σημειακή φωτεινή πηγή για να εξασφαλισθεί η δημιουργία εικόνων των κυμάτων, οι οποίες είναι εξίσου σαφείς ανεξάρτητα από κατεύθυνση.

Κατά την εκτέλεση αυτού του πειράματος, είναι πολύ σημαντικό να λειτουργεί συνεχώς ο κινητήρας ώστε η συχνότητα να παραμένει σταθερή. Αυτό θα εμποδίζει να παρατηρηθεί διασκεδασμός που δεν είναι ο σκοπός μας να δείχθει αυτή τη στιγμή. Στο τέλος του πειράματος, ίσως θελήσετε να δείξετε στους μαθητές το διασκεδασμό λέγοντάς τους να παρατηρήσουν τη μεταβολή στη γωνία διαθλάσεως όταν αυξηθεί η συχνότητα.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 38

- Προβλέψτε ότι τα διαθλώμενα κύματα θα είναι ευθύγραμμα και παράλληλα προς τα αρχικά κύματα και θα διαδίδονται πιο αργά πάνω από τη γυάλινη πλάκα.
- Η συχνότητα δε θα μεταβληθεί. Το μήκος κύματος θα ελαττωθεί.
- Τα διαθλώμενα κύματα είναι ευθύγραμμα.
- Χωρίς την ανάγκη να ληφθούν ποσοτικές μετρήσεις, βλέπει κάποιος ότι η γωνία διαθλάσεως είναι μικρότερη από τη γωνία προσπτώσεως.
- Και το μήκος κύματος και το μέτρο της ταχύτητας διαδόσεως των κυμάτων στο αβαθές μέρος είναι μικρότερα από ότι στο βαθύτερο μέρος.

- Επειδή το μέτρο της ταχύτητας διαδόσεως των κυμάτων στο αβαθές νερό είναι μικρότερο, το κυματικό μοντέλο (πρότυπο) συμφωνεί με τη διάθλαση του φωτός καλύτερα από ότι συμφωνεί το σωματιδιακό μοντέλο για το φως.
- Οι γωνίες προπτώσεως πρέπει να είναι στην περιοχή από 20° μέχρι περίπου 70° .
- Ο λόγος $\sin i / \sin r$ θα είναι σχεδόν σταθερός. Εντούτοις, η ακρίβεια δεν είναι αρκετή για να συμπεράνει κάποιος ότι ο παραπάνω λόγος είναι περισσότερο σταθερός από ότι είναι ο λόγος i/r .

Πολλά προβλήματα του τύπου ΣΤΕ του κεφαλαίου 23 σχετίζονται με περιπτώσεις οι οποίες μπορούν να πραγματοποιηθούν εύκολα στο δοχείο κυματισμών. Η αξία αυτών των προβλημάτων θα ενισχυθεί αν οι μαθητές τα δουλέψουν στο εργαστήριο.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 21. Μπορεί να φτιαχθεί μια ικανοποιητική έλλειψη κατά τον ακόλουθο τρόπο: πρώτα φτιάξτε έναν κύκλο από ένα κομμάτι λαστιχένιου σωλήνα, συνδέοντας τα δύο άκρα του με μια κονή ράβδο ή γυάλινο σωλήνα. Τοποθετήστε τον κύκλο μέσα στο δοχείο κυματισμών και δώστε του ελλειπτικό σχήμα συγκρατώντας τον (πιέζοντάς τον), με δύο κομμάτια από κάποιο υλικό τοποθετημένα σε δύο απέναντι μεριές.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 22. Για να έχετε ικανοποιητικά αποτελέσματα βεβαιωθείτε ότι οι ανακλαστήρες είναι ευθύγραμμοι και κάθετοι μεταξύ τους. Οιαδήποτε απόκλιση από αυτά μεγεθύνεται λόγω της ανακλάσεως.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 28. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μια γυάλινη πλάκα, η οποία να στηρίζεται στη μια της μεριά στο δοχείο και από την άλλη σε μερικές ροδέλες. Είναι σημαντικό να είναι μικρή η κλίση της πλάκας ώστε να επιτευχθεί σταδιακή απόκλιση· είναι κατάλληλο ένα βάθος περίπου $\frac{3}{4}$ cm.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ 30 ΚΑΙ 31. Μπορεί να κοπεί ένα κομμάτι πλεξιγκλάς και να φτιαχθεί ένας φακός. Πρέπει να είναι αρκετά μακρύς για να καλύψει περίπου το μισό μέρος του δοχείου ή περισσότερο αλλά πρέπει να είναι μάλλον λεπτός ώστε τα κύματα να μην εξασθενούν πολύ ενώ διέρχονται από πάνω του. Το ακριβές σχήμα του φακού δεν είναι σημαντικό· είναι ικανοποιητικό να υπάρχουν δύο τεμνόμενα τόξα ή μια έλλειψη. Στη δεύτερη περίπτωση, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το έξω κομμάτι του πλεξιγκλάς (κοιλότητα από όπου ελήφθη ο φακός), ως ελλειπτικό ανακλαστήρα στο Πρόβλημα 21. Το βάθος του νερού στο βαθύ μέρος του δοχείου πρέπει να είναι τουλάχιστον 1,5 cm και όχι περισσότερο από 2 mm πάνω από το φακό.

Πείραμα 39. Κύματα και Εμπόδια

Υλικά

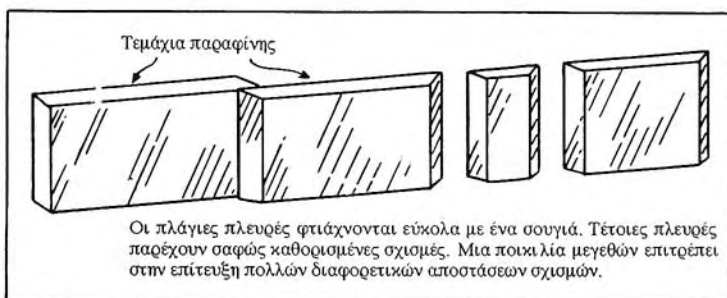
- 1 Πλήρης διάταξη δοχείου κυματισμών (βλέπε Διάταξη Πειράματος 37)
- 1 Μικρό εμπόδιο, παραφίνη
- 4 Εμπόδια, κομμάτια παραφίνης

1 Χειροκίνητο στροβοσκόπιο

1 Μέτρο ή κανόνα

Για να επιτευχθούν σαφή κύματα με μεγάλη συχνότητα, τα άκρα της γεννήτριας κυμάτων πρέπει να είναι ομαλά. Βάλτε τους μαθητές να ακολουθήσουν τις οδηγίες που δίνονται με τη διάταξη (το κιτ). Οι φυσαλίδες αέρα μπορούν να απομακρυνθούν τρίβοντας με το δάκτυλο κατά μήκος της ακμής της γεννήτριας αφού τοποθετηθεί στο νερό. Πριν να χρησιμοποιηθούν με εμπόδια κύματα μεγάλης συχνότητας, βάλτε τους μαθητές να ελέγξουν ότι δημιουργούνται ευθύγραμμα κύματα χωρίς τα εμπόδια. Αν δημιουργούνται περιέργες γραμμές και σχηματισμοί, η γεννήτρια δεν είναι αρκετά ομαλή. Αυτός, ο έλεγχος είναι ουσιαστικός.

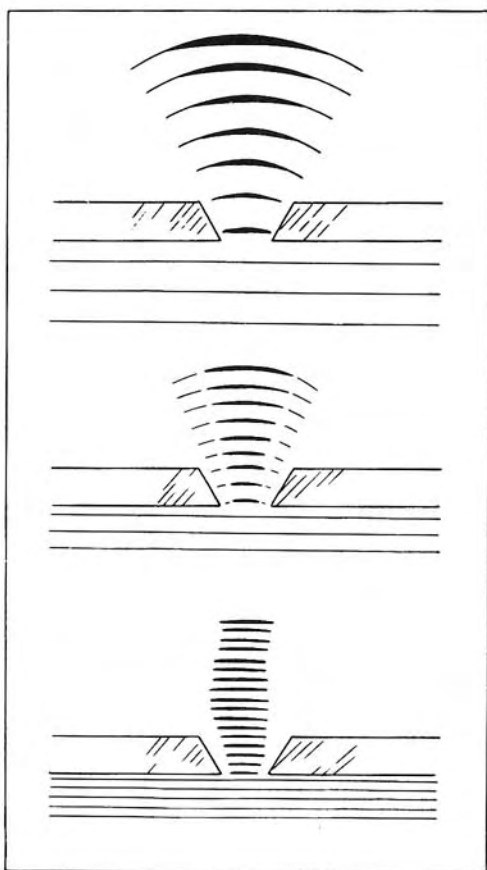
Τα άκρα των τεμαχίων από παραφίνη που χρησιμοποιούνται ως εμπόδια πρέπει να κοπούν ομαλά ώστε να σχηματίζουν ένα τραπεζοειδές 45° όπως φαίνεται στο σχ. B23 - 2. Η μακρύτερη πλευρά να είναι προς το μέρος της γεννήτριας. Ένα κομμάτι από παραφίνη μήκους περίπου 5 cm αποτελεί ένα καλό εμπόδιο. Υπό κανονικές συνθήκες το φαινόμενο μήκος του στην οθόνη θα είναι περίπου 10 cm.



Σχήμα B23-2

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 39

- Όταν το μήκος κύματος είναι περίπου το μισό του μεγέθους του εμποδίου ή μεγαλύτερο (και τα δύο μετρούνται στην οθόνη), τα κύματα καμπυλώνονται ισχυρά γύρω από το εμπόδιο.
- Μακριά πίσω από το εμπόδιο τα κύματα συγχωνεύονται έτσι που δεν μπορεί να ανιχνευθεί η παρουσία του εμποδίου.
- Στην πραγματικότητα, το κομμάτι δεν σχηματίζει σαφή σκιά.
- Καθώς ελαττώνεται το μήκος κύματος, η σκιά γίνεται πιο σαφής.
- Το κομμάτι θα δώσει σαφή σκιά όταν οι διαστάσεις του είναι πολύ πιο μεγάλες από το μήκος κύματος των κυμάτων.
- Όχι.
- Μόνον το κέντρο του κύματος συνεχίζει να διαδίδεται κατά την αρχική κατεύθυνσή του. Τα έξω μέρη των κυμάτων διαδίδονται ακτινικά προς τα έξω.
- Καθώς το μήκος κύματος ελαττώνεται, τα κύματα γίνονται πιο ευθύγραμμα και είναι περισσότερο σχεδόν εντοπισμένα στην



Σχήμα B23-3

περιοχή του δοχείου στην ευθεία με τη σχισμή. Βλέπε σχ. B23 - 3. Έχομε σχεδιάσει μόνο το κεντρικό μέγιστο της εικόνας. Σε μερικές περιπτώσεις, οι μαθητές θα παρατηρήσουν δευτερεύοντα μέγιστα. (Δεν είναι αυτή η στιγμή για να εμβαθύνετε στη λεπτομερή δομή της εικόνας περιθλάσεως μοναδικής σχισμής. Αυτό γίνεται στο Κεφάλαιο 24). Αυτή τη στιγμή αρκεί να αναφερθεί ότι τα δευτερεύοντα μέγιστα είναι πολύ ασθενικά και ότι και αυτά συμβαίνουν σε μικρότερες γωνίες από την αρχική κατεύθυνση διαδόσεως καθώς το μήκος κύματος ελαττώνεται.

- Για σταθερό μήκος κύματος, διαδοχικά μικρότερες σχισμές παράγουν περισσότερη εκτροπή.
- Η μεταβολή της εικόνας, η οποία προκύπτει από την ελάττωση του εύρους της σχισμής, μπορεί να αντισταθμισθεί ελαττώνοντας το μήκος κύματος. Μια ποσοτική εξέταση θα έδειχνε ότι η εικόνα καθορίζεται από το λόγο του μήκους κύματος δια του εύρους της σχισμής. Δεν είναι εξυπνο να επιχειρηθεί αυτό στο δοχείο κυματισμών διότι η ποιότητα των εικόνων των κυμάτων που φαίνονται στην οθόνη μεταβάλλεται με τη συχνότητα. Λεπτομέρειες που φαίνονται για μια συχνότητα ίσως να μη φαίνονται για μιαν άλλη και αν ακόμη ο λόγος λ/w είναι ο ίδιος.

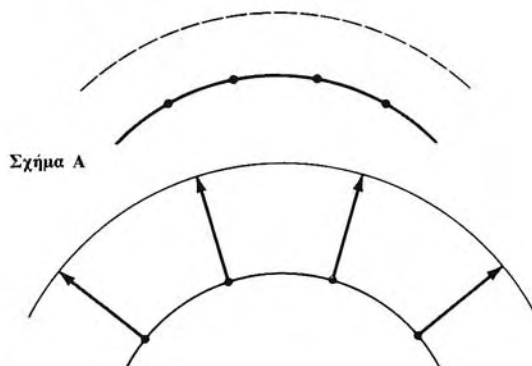
Κατάταξη των Προβλημάτων Παραγράφων και ΣΤΕ

Παράγραφος	Εύκολα	Μέτρια	Δύσκολα
23 - 1 και 23 - 2	1, 2, 3, 4,		22, 25
23 - 3	5, 6, 7, 8		
23 - 4	9, 10, 11	12, 13	
23 - 5	14, 15, 16	17	
23 - 6 και 23 - 7		18, 19	
ΣΤΕ	20, 26, 32,	21, 23	
	33, 34	24, 27, 28	
		29, 30, 31	

Απαντήσεις στα Προβλήματα

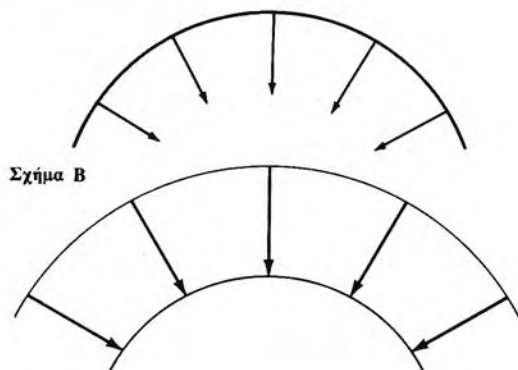
(Περιεχόμενο προβλημάτων όπως στο βιβλίο διδασκαλίας)

1. Περίπου 20 cm.
2. Κάθετα προς την κορυφογραμμή του.
3. Βλέπε σχήμα B23 - 4. Καμιά από τις κάθετες δεν είναι παράλληλες.



Σχήμα B23-4

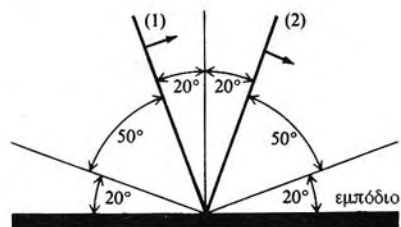
4. Βλέπε σχ. B23 - 5.



Σχήμα B23-5

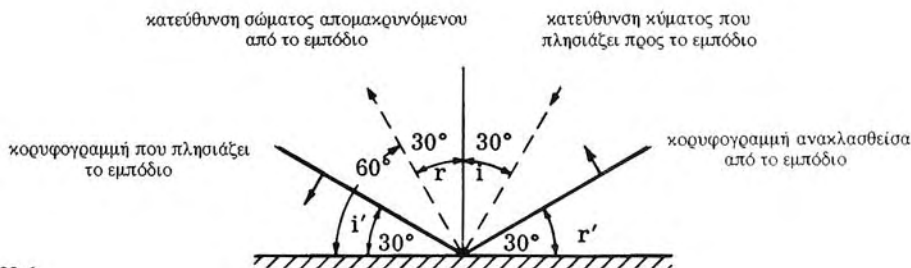
$$5. r' = 25^\circ$$

6. (α) Προσπίπτων παλμός: (2)
Ανακλώμενος παλμός: (1)
(β) $i = 70^\circ$.



Σχήμα Γ

7. Αν η κορυφογραμμή του κύματος σχηματίζει γωνία i , 30° με το εμπόδιο, τότε η κορυφογραμμή του ανακλώμενου κύματος σχηματίζει γωνία, r' , 30° με το εμπόδιο. Επειδή το κύμα διαδίδεται κατά κατεύθυνση κάθετη προς την κορυφογραμμή του κύματος, η κατεύθυνση διαδόσεως σχηματίζει γωνία 60° με το εμπόδιο ή 30° με την κάθετο στο εμπόδιο. Βλέπε σχ. B23 - 6.
8. Η πηγή αντικείμενο βρίσκεται στο αιχμηρό άκρο του στελέχους της γεννήτριας κυμάτων. Το είδωλο της πηγής είναι τοποθετημένο σε ένα σημείο που βρίσκεται σε ίση απόσταση όση και η ίδια η πηγή, αλλά πίσω από το εμπόδιο κάτω από το κάτω μέρος του σχήματος. Αυτά μπορούν να επιβεβαιωθούν χρησιμοποιώντας διαβήτη.
9. (α) 85 m.
(β) Ελαττώνεται.



Σχήμα B23-6

10. (α) $T = \frac{1}{4} \text{ s.}$

(β) $\nu = 4 \text{ Hz.}$

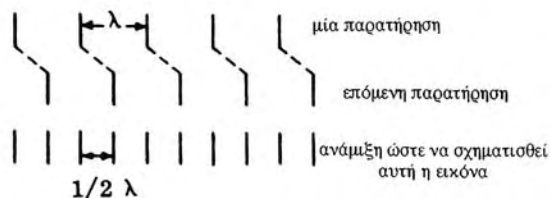
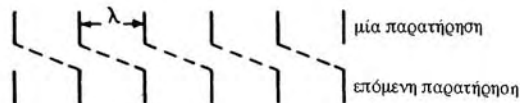
11. Θα ελαττώνετε τη συχνότητα.

12. Αυτό το πρόβλημα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να προκαλέσει συζήτηση επάνω στη σχέση $v = \nu \lambda$. Μπορεί επίσης να δουλευθεί λογικά χωρίς απευθείας αναφορά στη σχέση αυτή.

(α) $v = \nu \lambda = 10 \times 3 \text{ cm/s} = \underline{30 \text{ cm/s.}}$

(β) $v = \nu \cdot 30 = 2\lambda: \lambda = \underline{15 \text{ cm.}}$

13. Μια περιστροφή ανά δευτερόλεπτο του στροβοσκοπίου θα δώσει δύο παρατηρήσεις ανά δευτερόλεπτο. Μεταξύ παρατηρήσεων οιαδήποτε κορυφογραμμή θα κινηθεί ακριβώς κατά δύο μήκη κύματος. Έτσι η εικόνα θα "σταματήσει" με κορυφογραμμές σε απόσταση μεταξύ τους ένα μήκος κύματος. Βλέπε σχ. B23 - 7.



Σχήμα B23-7

Δύο περιστροφές ανά δευτερόλεπτο του στροβοσκοπίου οδηγούν σε 4 παρατηρήσεις ανά δευτερόλεπτο, πράγμα που είναι το ίδιο με τη συχνότητα του περιοδικού κύματος. Θα δείτε ένα ακίνητο σχηματισμό με κορυφογραμμές σε μεταξύ τους αποστάσεις (διαδοχικά) ένα μήκος κύματος. Ο σχηματισμός φαίνεται να είναι ο ίδιος όπως και στην περίπτωση μιας περιστροφής ανά δευτερόλεπτο.

Τέσσερις περιστροφές ανά δευτερόλεπτο δίνουν 8 παρατηρήσεις ανά δευτερόλεπτο και θα οδηγήσει σε μια ακινητοποιημένη εικόνα με κορυφογραμμές σε απόσταση μεταξύ τους μισό μήκος κύματος.

14. Κοντά στην πέμπτη κορυφογραμμή από τα κάτω.

15. $n \approx 1,8.$

16. $5\lambda_1 = 6,8 \text{ cm} \quad 4\lambda_2 = 3,3 \text{ cm}$

$\lambda_1 = 1,4 \text{ cm} \quad \lambda_2 = 0,83 \text{ cm}$

$n_{12} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{1,4}{0,83} = \underline{1,7}$

$\angle i \approx 55^\circ \quad \angle r \approx 29^\circ \quad n_{12} \approx \frac{\sin 55^\circ}{\sin 29^\circ} \approx \underline{1,7.}$

Αυτά τα αποτελέσματα συμφωνούν καλά μέσα στα όρια ακριβείας των μετρήσεων.

17. (α) $\frac{v_{\text{βαθύ}}}{v_{\text{επικό}}} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{0,866}{0,707} = \underline{1,23}$

(β) $v_{\text{επικό}} = \frac{v_{\text{βαθύ}}}{1,23} = \frac{25 \text{ cm/s}}{1,23} = \underline{20,3 \text{ cm/s.}}$

18. Αυτό το πρόβλημα ασχολείται με την τάξη μεγέθους των φαινομένων περιθλάσεως.

Το φως μπορεί να διέλθει δια σχισμής εύρους 1 cm και να σχηματισθεί σκιά με σαφή άκρα που αντιστοιχούν στα άκρα της σχισμής. Μπορούμε να συμπεράνουμε από την εξάρτηση της περιθλάσεως από το μήκος κύματος ότι το μήκος κύματος

του φωτός πρέπει να είναι πολύ μικρότερο από 1 cm.

19. Αν το μήκος κύματος του φωτός ήταν 0,1 mm, θα βλέπαμε μόνον αντικείμενα μεγαλύτερα από 0,1 mm και άρα δεν θα μπορούσαμε να δούμε καθαρά την τρύπα μιας βελόνας ραψίματος. Λόγω του μεγέθους της κόρης του ανθρώπινου ματιού, θα μπορούσαμε μόνο να διακρίνουμε μεταξύ σημείων τα οποία έχουν γωνιακή “απόσταση” μεταξύ τους μεγαλύτερη από μερικές μοίρες. (Δεν θα μπορούσαμε ούτε τη βελόνα να δούμε καθαρά).

Απαντήσεις στα Προβλήματα ΣΤΕ

20. Βεβαιωθείτε ότι οι μαθητές καταλαβαίνουν ότι ο όρος “ιδανικός” σημαίνει “ιδανικός ανακλαστήρας” και “ιδανική διάδοση κύματος”. (Αφού δουλέψουν με το δοχείο κυματισμών μερικοί μαθητές ίσως συνδέσουν στο μυαλό τους ένα ιδανικό δοχείο με ένα το οποίο έχει τέλεια απορροφητικές πλευρές). Αυτό είναι ένα καλό πρόβλημα για να ξεκινήσει συζήτηση για εστίαση κυμάτων.

Αν βυθιστεί ένα δάκτυλο στο κέντρο ενός κυκλικού δοχείου κυματισμών, δημιουργείται ένα κυκλικό κύμα το οποίο διαδίδεται προς τα έξω, ανακλάται, εστιάζει πίσω στο κέντρο, διέρχεται διαμέσου του ίδιου του εαυτού του και ξανά προς τα έξω κ.ο.κ. Οι μαθητές πρέπει να

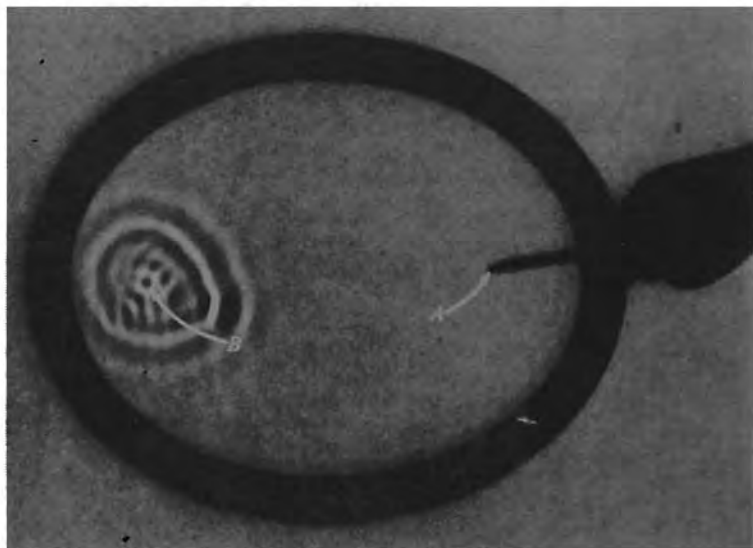
σημειώσουν ότι η κατεύθυνση διαδόσεως του καθενός σημείου επί του αποκλίνοντος κυκλικού κύματος είναι κατά μήκος της καθέτου επί την ανακλώσα επιφάνεια. Άρα, η κατεύθυνση του αντίστοιχου τμήματος του ανακλασθέντος κύματος είναι πάνω στην ίδια ευθεία αλλά προς το κέντρο.

Μπορείτε να δείτε αυτό το φαινόμενο πολύ ωραία σε ένα φλιτζάνι με υγρό αφήνοντας να πέσει μια σταγόνα στο κέντρο του.

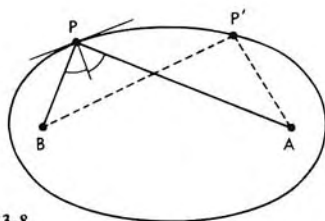
21. (α) Γνωρίζουμε ότι, όταν ένας παλμός, που ξεκινά από το σημείο A εστιασθεί στο σημείο B , τότε ο χρόνος που χρειάστηκε το κάθε τμήμα του παλμού αυτού, που ανακλάσθηκε επί της ελλείψεως, για να φθάσει στο B είναι ο ίδιος. Άρα διήνυσε την ίδια απόσταση ανεξάρτητα του σημείου της ελλείψεως στο οποίο ανακλάστηκε. Στο σχ. B23 - 8, η διαδρομή APB πρέπει να έχει το ίδιο μήκος ανεξάρτητα από το σημείο P επί της ελλείψεως.

Αυτό είναι σύμφωνο με τον ορισμό της ελλείψεως από τη γεωμετρία: “Ελλειψη είναι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων των οποίων το άθροισμα των αποστάσεων από δύο σταθερά σημεία (λεγόμενα εστίες) είναι σταθερό”.

Για κάθε τμήμα ενός κυκλικού παλμού ο οποίος ξεκινά από το A και



Σχήμα Δ Ανάκλαση από ένα ελλειπτικό εμπόδιο. Ένας παλμός έχει παραχθεί στο A και φωτογραφίζεται καθώς συγκεντρώνεται στο B .



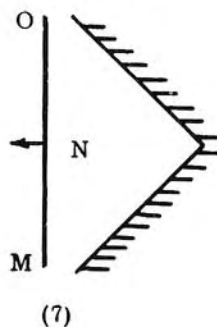
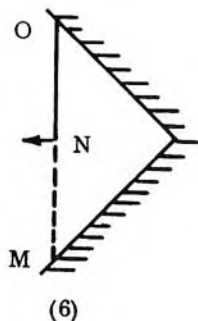
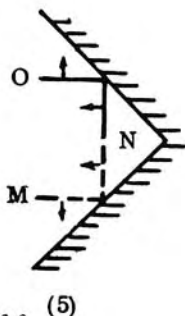
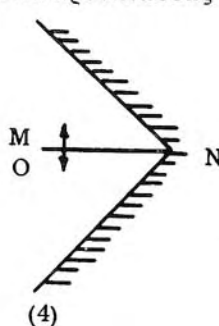
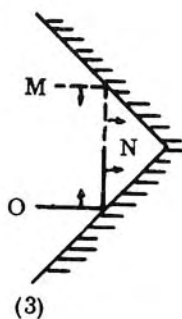
Σχήμα B23-8

φθάνει στο B μετά από ανάκλαση, η κάθετος επί την εφαπτομένη ευθεία επί της ελλείψεως στο σημείο P πρέπει να διχοτομεί τη γωνία APB . Αυτή είναι πράγματι μια ιδιότητα της ελλείψεως.

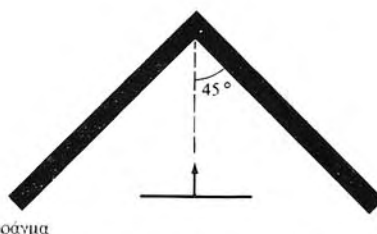
(β) Περιμένουμε, λόγω συμμετρίας, ότι παλμός ο οποίος ξεκινά από το B να εστιασθεί στο A .

(γ) Όχι.

22. (α) Ο ευθύγραμμος παλμός ανακλάται ως ευθύγραμμος παλμός, αλλά με εναλλαγμένα μεταξύ τους τα άκρα του. Για μια ποιοτική κατανόηση είναι ίσως καλύτερα πρώτα να θεωρήσουμε το μισό παλμό όπως το ON , στο σχ. B23 - 9, να τον ακολουθήσουμε καθώς ανακλάται και κατόπιν να προσθέσουμε και το διακεκομμένο άλλο μισό. Αφήστε την απόδειξη για το μέρος (β).



Σχήμα B23-9

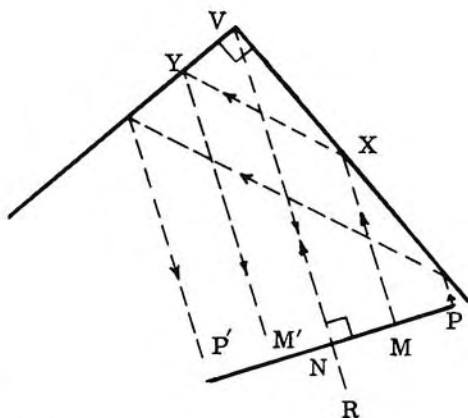


φράγμα

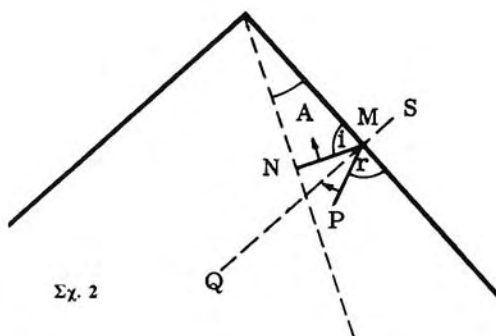
Σχήμα E Ένας ευθύγραμμος παλμός που πλησιάζει ένα εμπόδιο με μορφή ορθής γωνίας

(β) Αυτό το μέρος του προβλήματος είναι κάπως δύσκολο. Θεωρήστε ξανά μόνο το μέρος NP του παλμού στο σχ. 23 - 10 (1). Το σημείο M θα ακολουθήσει τη διακεκομμένη τροχιά δια του M' η οποία φαίνεται στο σχήμα και το σημείο P θα ακολουθήσει την τροχιά δια του P' η οποία φαίνεται επίσης στο σχήμα.

Τα σχήματα B23 - 10 (2), (3), (4) και (5), δείχνουν τη θέση του τμήματος PMN του παλμού σε ενδιάμεσες θέσεις. Στο (2), φαίνεται ο παλμός μετά από μερική ανάκλαση. Η QS είναι κάθετη προς το πρώτο κάτοπτρο και άρα παράλληλη προς το δεύτερο κάτοπτρο. Αφού $\angle r = \angle i$, οι συμπληρωματικές τους γωνίες PMQ , NMQ και η A είναι επίσης ίσες μεταξύ τους. Η γωνία προσπτώσεως στο δεύ-



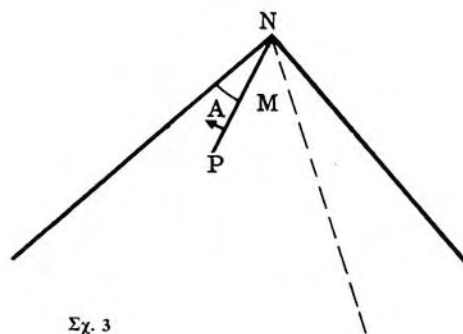
Σχ. 1



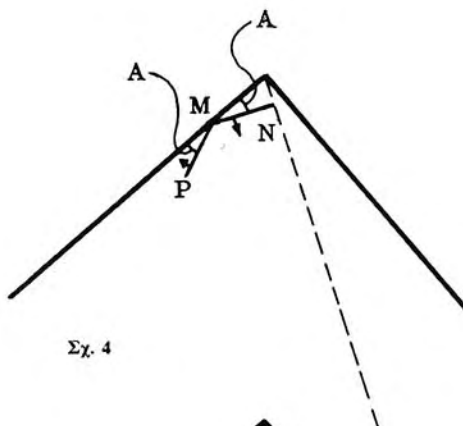
Σχ. 2

Σχήμα B23-10

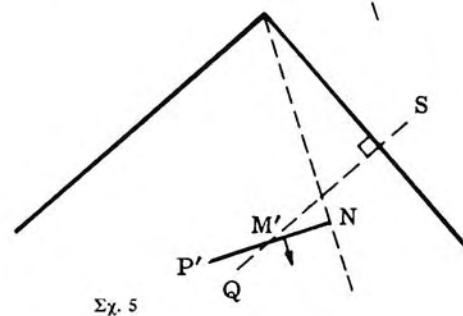
τερο κάτοπτρο ισούται με $\angle PMQ$ και για απλότητα έχει παρασταθεί με $\angle A$ στο (3). Στο σχήμα (4), η γωνία ανακλάσεως επίσης παριστάνεται με $\angle A$. Στο (5), η $\angle SM'N$ ισούται με την $\angle A$ (γωνία ανακλάσεως στο (4), αφού οι πλευρές τους είναι μεταξύ τους παράλληλες). Έτσι δείχτηκε ότι ο ανακλασθείς παλμός είναι παράλληλος προς τον προπίπτοντα παλμό, αλλά διαδίδεται κατά την αντίθετη φορά και με τα άκρα P και N εναλλαγμένα. Μπορεί να θελήσετε να συζητήσετε τη διαδρομή του σημείου N του παλμού κατά μήκος της ευθείς RV προς



Σχ. 3



Σχ. 4



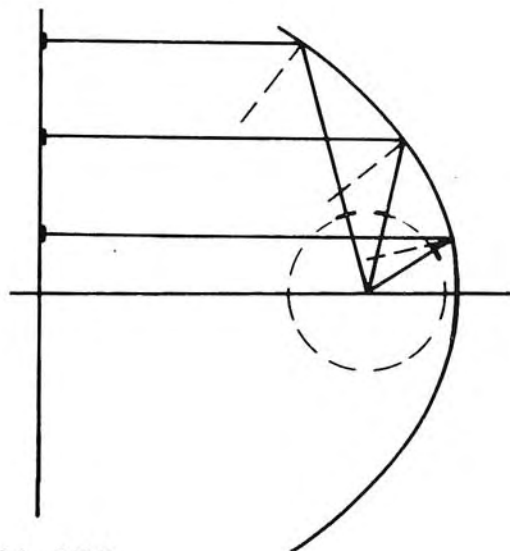
Σχ. 5

τα κάτοπτρα και πίσω. Αυτή η τροχιά μπορεί να θεωρηθεί ως όριο προς το οποίο πλησιάζει η τροχιά $MXYM'$ καθώς το σημείο M κινείται προς το N κατά μήκος του μετώπου κύματος PN .

Σημειώστε ότι κατά την ανάκλαση από ένα επίπεδο κάτοπτρο, το αριστερό και το δεξί μέρος δεν εναλλάσσονται. Αυτό οδηγεί στο να είναι το αριστερό σας χέρι το δεξί χέρι του ειδώλου σας. Χρησιμοποιώντας όμως ένα γωνιακό κάτοπτρο, θα βρείτε ότι όταν κινείτε το δεξί σας χέρι, το είδωλό σας επίσης θα κινεί το δεξί του

χέρι. Αυτός είναι ένας τρόπος να δείτε τον εαυτό σας όπως σας βλέπουν οι άλλοι.

23. Ας ακολουθήσουμε τρία τμήματα του κυκλικού παλμού (βλέπε σχ. B23 - 11). Μετά την ανάκλαση, γίνονται τμήματα ευθύγραμμου παλμού, ο οποίος κάποια στιγμή συμπίπτει με την ευθεία γραμμή του σχήματος. Η απόσταση την οποία διανύει το κάθε τμήμα του παλμού από την εστία μέχρι οιοδήποτε σημείο της παραβολής και στη συνέχεια στην ευθεία γραμμή πρέπει να είναι σταθερή. Για να ανακλασθούν τα διάφορα τμήματα του κυκλικού παλμού σε διεύθυνση παράλληλη προς τον άξονα, η κάθετος επί την παραβολή σε κάθε σημείο πρέπει να διχοτομεί τη γωνία μεταξύ της ευθείας γραμμής από την εστία και την ευθεία την παράλληλη προς τον άξονα.



Σχήμα B23-11

Μπορεί να είναι διδακτικό να συγκρίνετε αυτό το πρόβλημα με το πρόβλημα 21, το οποίο έχει να κάνει με ελλειπτικό ανακλαστήρα. Αν μετακινήσουμε την εστία B όλο και περισσότερο προς τα αριστερά, οι ευθείες από τον ανακλαστήρα στο B τείνουν να γίνουν παράλληλες και ο ανακλώμενος παλμός γίνεται ευθύγραμμος. Έτσι, η παραβολή μπορεί να θεωρηθεί ως μια έλλειψη με τη μια εστία στο άπειρο.

24. (α) $5\lambda = 10 \text{ cm/s}$. Άρα, $\lambda = 2 \text{ cm}$.

Μερικοί μαθητές θα κάνουν το σφάλμα να σκεφθούν ότι υπάρχουν έξι μήκη κύματος μεταξύ έξι κορυφογραμμών.

- (β) Κάθε χρονική στιγμή, είναι δύσκολο να πει κάποιος αν υπάρχει μια κορυφή κύματος στο κέντρο (πηγή). Επομένως μπορεί να διαπράξουμε σφάλμα ίσο με κάποιο κλάσμα του μήκους κύματος. Πιο επιστημονικά μπορούμε να πούμε ότι δεν ξέρομε τη φάση του κύματος στο κέντρο.
- (γ) Αν κάνουμε ένα συγκεκριμένο σφάλμα στον προσδιορισμό της θέσεως μιας κορυφογραμμής, ή στη μέτρηση, το σφάλμα στο μήκος κύματος αν μετρήσουμε πέντε μήκη κύματος είναι μόνο το $\frac{1}{5}$ του σφάλματος αν μετρήσουμε μόνο ένα μήκος κύματος.
25. (α) Το κύμα διανύει $1,2 \text{ cm}$ μεταξύ παλμών (μεγίστων, κορυφών). Επειδή το μήκος κύματος ελαττώνεται κατά $0,4 \text{ cm}$ όταν κινείται η πηγή, η πηγή πρέπει να κινείται κατά $0,4 \text{ cm}$ μεταξύ κορυφών. Επομένως, ο λόγος της ταχύτητας του κύματος προς την ταχύτητα της πηγής είναι 3.
- (β) Ο κάθε παλμός (κορυφή) θα δημιουργείται $0,4 \text{ cm}$ πιο μακριά και επομένως το μήκος κύματος θα είναι $1,2 \text{ cm} + 0,4 \text{ cm} = 1,6 \text{ cm}$. Σημείωση: Το φαινόμενο Doppler μπορεί να επιδειχθεί εύκολα σε ένα δοχείο κυματισμών με ένα κομμάτι ελαστικού σωλήνα όπου έχει προσαρμοσθεί ένας γυάλινος σωλήνας ο οποίος έχει καμφθεί κατά 90° στο ένα άκρο. Κρατήστε το άκρο του γυάλινου σωλήνα περίπου 1 cm πάνω από την επιφάνεια του νερού και φυσάτε ρυθμικά με σταθερό γρήγορο ρυθμό, ενώ συγχρόνως κινείτε το γυάλινο σωλήνα. Θα δημιουργηθεί ένα χρονιστικό κύμα αν η ταχύτητα της πηγής είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα των κυμάτων.

26. Όχι· εκτός αν μια συχνότητα ήταν ακέραιο πολλαπλάσιο της άλλης.
27. Πολλοί μαθητές θα λύσουν αυτό το πρόβλημα χωρίς να συνειδητοποιήσουν ότι έκαναν δύο υποθέσεις: 1) Το φως είναι κύ-

μα και (2) η συχνότητα του φωτός δε μεταβάλλεται καθώς το φως μεταβαίνει από το ένα μέσον στο άλλο. Ίσως θελήσετε να τους τονίσετε αυτά κατά τη συζήτηση του προβλήματος.

(α) Το αυτοκίνητο διανύει 2,2 m σε κάθε κύκλο (περιστροφή). άρα, $2,2 \text{ m/κύκλος} \times 200 \text{ κύκλοι/min} = 440 \text{ m/min}$.

(β) $v = \nu \lambda = 6,0 \times 10^{14} \text{ κύκλοι/s} \times 3 \times 10^{-5} \text{ cm} = 1,8 \times 10^{10} \text{ cm/s}$

(γ) $\lambda = \frac{3 \times 10^{10} \text{ cm/s}}{6 \times 10^{14} \text{ κύκλοι/s}} = 5 \times 10^{-5} \text{ cm στο κενό.}$

(δ) $n = \frac{v_{\text{κενό}}}{v_{\text{νερό}}} = \frac{3 \times 10^{10} \text{ cm/s}}{1,8 \times 10^{10} \text{ cm/s}} = 1,7.$

28. Αυτό το πρόβλημα είναι περισσότερο κατάλληλο για συζήτηση στην τάξη παρά να δοθεί στο σπίτι.



Σχήμα Ζ Καμπύλωση ενός-ευθύγραμμου κύματος, όταν το νερό γίνεται όλο και περισσότερο ρηχό από τη μία πλευρά στην άλλη.

(α) Επειδή τα υδατηγρά κύματα διαδίδονται πιο αργά σε ρηχό νερό, το δεξί μέρος πρέπει να είναι το ρηχό μέρος.

(β) Αυτό το φαινόμενο θα συμβεί σε μέσον για το οποίο ο δείκτης διαθλάσεως μεταβάλλεται σταδιακά. Η ατμοσφαιρική διάθλαση είναι ένα τέ-

τοιο παράδειγμα. Βλέπε πρόβλημα 34, Κεφάλαιο 21.

Η ατμοσφαιρική διάθλαση είναι επίσης υπεύθυνη για τον αντικατοπτρισμό, ο οποίος είναι συνηθισμένο φαινόμενο στους δρόμους κατά τις ζεστές μέρες. Ο ήλιος θερμαίνει το δρόμο και ο αέρας κοντά στην επιφάνεια γίνεται θερμότερος (και λιγότερο πυκνός), από ότι ψηλότερα. Σε αυτή την περίπτωση, η ταχύτητα του φωτός είναι μεγαλύτερη κοντά στην επιφάνεια του δρόμου από ότι είναι μερικές δεκάδες εκατοστά πιο πάνω. Τότε το φως από μια μακρινή πηγή φωτός το οποίο κατευθύνεται προς την επιφάνεια του δρόμου μπροστά από τον παρατηρητή θα καμπυλωθεί σταδιακά προς τα πάνω. Αν η γωνία είναι η κατάλληλη, φαίνεται ο ουρανός ενώ κοιτάζει κάποιος λίγο προς τα κάτω προς την επιφάνεια του δρόμου. Αυτό το φαινόμενο νομίζει ο παρατηρητής ότι προκύπτει από την ανάκλαση από νερό στην επιφάνεια του δρόμου.

29. (α) Η γωνία μεταξύ του μετώπου κύματος και του συνόρου μεταξύ των διαφόρων μερών είναι ίδια με τη γωνία προσπτώσεως. Από την παράγραφο 5,

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n = \frac{v_{\text{αθρό}}}{v_{\text{ρηχό}}}$$

οπότε

$$\sin r = \frac{v_{\text{ρηχό}}}{v_{\text{αθρό}}} \cdot \sin i$$

Στην πρώτη περίπτωση,

$$\sin r = \frac{24}{34} \sin 60^\circ = 0,611 \text{ και } r = 38^\circ.$$

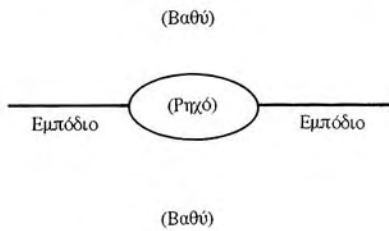
Στη δεύτερη περίπτωση,

$$\sin r = \frac{24}{34} \sin 60^\circ = 0,650 \text{ και } r = 41^\circ$$

(β) Είναι ευκολότερο να βρεθεί η διαφορά μεταξύ των δύο ταχυτήτων έμμεσα μετρώντας τις γωνίες.

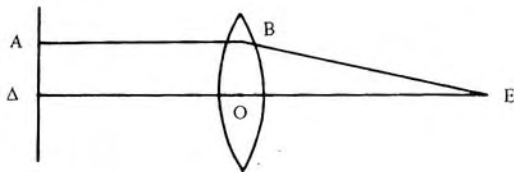
(γ) Μετρώντας τις διαφορές των γωνιών διαθλάσεως. Η ταχύτητα του φωτός είναι πολύ δύσκολο να μετρηθεί.

30. (α) Τα ευθύγραμμα μέτωπα κύματος καμπυλώνονται κατά τέτοιο τρόπο που συγκλίνουν σε μια “εστία” στο βαθύ μέρος πίσω από το εμπόδιο.

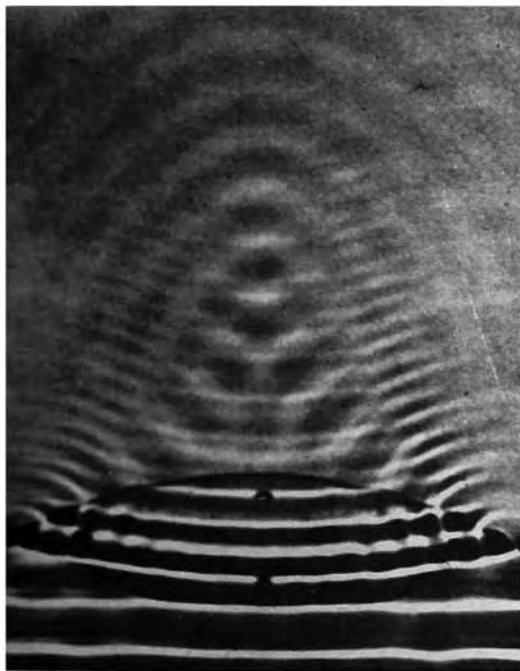


Γεννήτρια ευθυγράμμων κυμάτων

Σχήμα Η Η διάταξη του δοχείου κυματισμών για τη φωτογραφία του σχήματος Θ. Η ελλειπτική περιοχή μεταξύ των εμποδίων έχει ρηχό νερό, ενώ στο υπόλοιπο τμήμα του δοχείου το νερό είναι βαθύ.



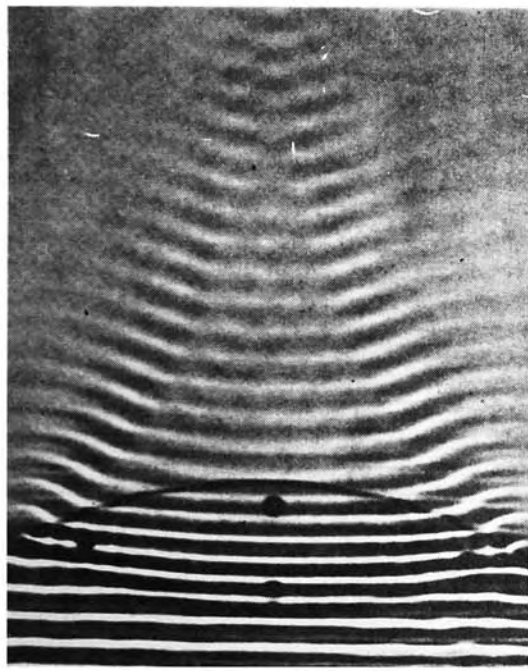
Σχήμα B23-12



Σχήμα Θ Η μορφή περιοδικών με μία διάταξη όπως στο σχήμα Η.

- (β) Αυτό είναι ένα μοντέλο συγκλίνοντος φακού. Βλέπε σχ. B23 - 12. Σημειώστε ότι το κύμα διαδίδεται πιο αργά στη ρηχή περιοχή και ότι το κύμα “συγκεντρώνεται”, δηλαδή εστιάζεται, στο σημείο E του οποίου η θέση είναι τέτοια ώστε, ο χρόνος για οποιοδήποτε τμήμα οποιουδήποτε μετώπου κύματος για να φθάσει στο E , είναι ο ίδιος όπως για οιοδήποτε άλλο. Ο χρόνος για να πάει από το A στο B και το E είναι ίδιος όσο για να πάει από το Δ στο O και το E . Προφανώς ο ABE είναι μακρύτερος δρόμος, αλλά αυτό αντισταθμίζεται ακριβώς από το γεγονός ότι ο δρόμος ΔOE διέρχεται δια ρηχού νερού μεγαλύτερης διαδρομής όπου το κύμα διαδίδεται με μικρότερη ταχύτητα.

31. (α) Στο σχήμα K, το μήκος κύματος είναι βραχύτερο και η εστιακή απόσταση είναι μεγαλύτερη από ότι στο σχήμα Θ.
- (β) Η φωτογραφία του σχήματος K δείχνει ότι τα κύματα έχουν μικρότερο μήκος κύματος από ότι αυτά του σχήματος Θ. Επομένως, συμπεραίνουμε ό-



Σχήμα Ι Η ίδια μορφή κυμάτων όπως στο σχήμα Θ αλλά με μικρότερο μήκος κύματος.

τι η γεννήτρια κυμάτων ταλαντώνεται σε αυτή την περίπτωση με μεγαλύτερη συχνότητα.

Μπορούμε επίσης να δούμε ότι η ενεργός εστιακή απόσταση του φακού έχει αυξηθεί για τη μεγαλύτερη συχνότητα και το μικρότερο μήκος κύματος. Αυτό δείχνει ότι ο λόγος των ταχυτήτων για βαθύ και για ρηχό νερό έχει ελαττωθεί για τη μεγαλύτερη συχνότητα.

32. (α) Ένα κύμα θα διαδοθεί ταχύτερα σε βαθύ νερό από ότι σε ρηχό. Έτσι, επειδή το μεσαίο τμήμα ενός ευθύγραμμου κύματος ταξιδεύει περισσότερο σε περιοχή βαθιού νερού από ότι τα άκρα του, το μεσαίο τμήμα θα προσπεράσει. Το κύμα, αφού διέλθει δια του βαθιού νερού, θα καμπυλωθεί προς τα έξω σε να προερχόταν από σημειακή πηγή. Ο σχηματισμός θα είναι αυτός τμημάτων κινουμένων προς τα έξω τα οποία ανήκουν σε κυκλικά μέτωπα κύματος.

- (β) Αυτή η διάταξη είναι ένα μοντέλο ενός αμφίκυρτου φακού από αέρα μέσα σε γυαλί ή σε νερό.

33. Αυτό το πρόβλημα ασχολείται ποιοτικά με την περίθλαση ηχητικών κυμάτων. Η

περίθλαση ηχητικών κυμάτων μας επιτρέπει να ακούμε πίσω από γωνίες ακόμη και χωρίς ανακλαστικές επιφάνειες που θα μπορούσαν να βοηθήσουν στο “στρίψιμο στη γωνιά”. Μικρά μήκη κύματος περιθλώνται λιγότερο από ότι μεγάλα μήκη κύματος. Αυτό μπορεί να ελεγχθεί πολύ ποιοτικά, αλλά να είστε προσεκτικοί με τις ανακλάσεις. Οι λάτρεις των συστημάτων ήχου υψηλής πιστότητας (Hi - Fi) ξέρουν ότι ο τουήτερ (tweeter) (το μικρό μεγάφωνο για τις υψηλές συχνότητες ή για τα μικρά μήκη κύματος) πρέπει να κατευθύνεται προς τον ακροατή. Ο γούφερ (woofer), το μεγάφωνο για χαμηλές συχνότητες, μπορεί να κατευθύνεται προς οποιαδήποτε κατεύθυνση. Επειδή τα φαινόμενα περιθλάσεως του ήχου είναι τόσο σημαντικά, ακόμη και για μεγάλα αντικείμενα, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι το μήκος κύματος του ήχου πρέπει να είναι της τάξεως του μέτρου.

34. Αφού $v = \nu \lambda$, $\lambda = \frac{v}{\nu}$

$$\lambda_1 = \frac{330 \text{ m/s}}{30 \text{ κύκλοι/s}} = \underline{11 \text{ m.}}$$

$$\lambda_2 = \frac{330 \text{ m/s}}{15.000 \text{ κύκλοι/s}} = \underline{0,022 \text{ m.}}$$

Επισκόπηση και Στόχοι

Στα Κεφάλαια 18 και 19 μελετήσαμε την ανάκλαση και διάθλαση του φωτός. Στα Κεφάλαια 22 και 23 μελετήσαμε τα φαινόμενα αυτά στα κύματα. Στο κεφάλαιο αυτό αντιστρέφουμε αυτή την προσέγγιση στα φαινόμενα και μελετούμε πρώτα τη συμβολή στα κύματα, φαινόμενο που οι μαθητές δεν έχουν ακόμη παρατηρήσει στο φως και στο επόμενο κεφάλαιο θα μελετήσουμε τη συμβολή του φωτός.

Η δουλειά του μαθητή σε αυτό το κεφάλαιο εστιάζεται κυρίως στο πείραμα και ενισχύεται με γεωμετρικές κατασκευές, τις οποίες θα επισημάνουμε στις Υποδείξεις για τη Διδασκαλία. Σκοπός αυτού του συνδυασμού είναι να κάνει τους μαθητές να κατανοήσουν το ρόλο του λ/d (μήκος κύματος δια της διαχωριστικής αποστάσεως μεταξύ των πηγών) και την καθυστέρηση φάσεως στα διάφορα σημεία της εικόνας συμβολής.

Χρονοθέτηση Πειραμάτων

Πείραμα 40.** Κύματα από δύο σημειακές πηγές. Το πείραμα αυτό διαιρείται σε δύο μέρη. Το πρώτο μέρος είναι ποιοτικό και πάει καλύτερα σαν εισαγωγή στην Παράγρ. 24-2. Το δεύτερο μέρος είναι ποσοτικό και χρησιμεύει σαν μια περίληψη της Παραγρ. 24-4.

Πείραμα 41*. Συμβολή και Φάση. Το πείραμα αυτό είναι καλύτερα να γίνει αμέσως μετά το Πείραμα 40, προτού αρχίσει η συζήτηση της Παραγρ. 24-5.

Υποδείξεις για τη Διδασκαλία

Παράγραφος 24-1

Μπορείτε να διευκολύνετε τους μαθητές σας στην κατανόηση της παραγράφου αυτής, κάνοντας επίδειξη συμβολής ανάμεσα σε ένα περιοδικό κύμα που διαδίδεται σ' ένα μέσο και στο κύμα από την ανάκλασή του σ' ένα ακλόνητο άκρο. Είναι καλύτερα εδώ να χρησιμοποιήσετε ένα κρεμασμένο ελατήριο, όπως αυτό περιγράφεται στο Κεφ. 22. Να πραγματευτείτε αυτή την παράγραφο σύντομα.

Παράγραφοι 24-2, 24-3 και 24-4

Αυτές οι παράγραφοι συνιστούν μια προοδευτική ανάπτυξη του θέματος. Αρχίζουμε με μια γενική γεωμετρική εφαρμογή της επαλληλίας των κινήσεων για την κατανόηση της εικόνας συμβολής (σχ. 24-6), συνεχίζουμε με μια ακριβή γεωμετρική κατασκευή των δεσμικών γραμμών (γραμμών, όπου παρατηρείται διαρκώς απόσβεση, δηλ. δεσμός) (σχ. 24-11) και τελειώνουμε με μια αλγεβρική έκφραση για τη σχέση ανάμεσα στην ασύμπτωτη διεύθυνση μιας δεσμικής γραμμής, το μήκος κύματος και την απόσταση μεταξύ των πηγών:

$$\sin\theta_n = \left(n - \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{\lambda}{d}$$

Η Παράγρ. 24-2 μπορεί να διδαχτεί από το πρώτο μέρος του Πειράματος 40. Τα προβλήματα Σ.Τ.Ε. 14 και 17 δίνουν αρκετή εξάσκηση για τη μετάβαση από την Παράγραφο 24-2 στην Παράγραφο 24-3. Θα ήταν καλό να βάλετε τους μαθητές να αρχίσουν και τα δύο προβλήματα στην τάξη.

Το κλειδί στην Παράγρ. 24-4 είναι η κατανόηση των σχ. 24-12 και 24-13. Η παρακάτω σύνοψη των σκέψεων, ίσως σας βοηθήσει στην παρουσίαση:

- 1) Η σχέση $PS_1 - PS_2 = (n - 1/2) \lambda$ ισχύει για κάθε σημείο P που βρίσκεται πάνω στη δεσμική γραμμή n.
- 2) Όταν το P είναι πολύ μακριά, τα ευθύγραμμα τμήματα PS_1 και PS_2 είναι πρακτικά παράλληλα (σχ. 24-12) και $PS_1 - PS_2 = AS_1$.
- 3) Από το τρίγωνο AS_1S_2 βλέπουμε ότι $AS_1 = d \sin\theta_n$.
- 4) Επομένως από τις σχέσεις (2) και (3) βρίσκουμε $PS_1 - PS_2 = d \sin\theta_n$
- 5) Από τη σχέση (1) βρίσκουμε $d \sin\theta_n = (n - 1/2) \lambda$

Το σχ. 24-13 έχει κατασκευαστεί υπό κατάλληλη κλίμακα για να δείξει ένα μακρινό σημείο P. Και πάλι, όταν το P είναι αρκετά μακριά, τα τμήματα PS_1 και PS_2 (το δεύτερο δεν φαίνεται στην εικόνα) είναι πρακτικά παράλληλα, όπως επίσης τα τμήματα PS_1 και PC. Τα υπόλοιπα περιέχονται στον υπότιτλο λεζάντα του σχ. 24-13.

Διαφάνειες με τα σχ. 24-12 και 24-13 θα είναι χρήσιμες. Να διαθέσετε αρκετό χρόνο για συζήτηση στο κείμενο και στα προβλήματα.

Παράγραφος 24-5

Ένας αποτελεσματικός τρόπος να αρχίσετε την παράγραφο αυτή, είναι να χτυπήσετε ελαφρά το γραφείο σας με τα δύο χέρια ταυτόχρονα και με σταθερή συχνότητα, μετά αφήσετε το ένα χέρι σας να καθυστερεί λίγο (να «μένει πίσω»), έπειτα κάνετε το ένα χέρι να χτυπάει στο μέσο, ανάμεσα στα χτυπήματα του άλλου κτλ. Μετά από αυτήν την επίδειξη διαφόρων καθυστερήσεων στη φάση, αλλά διατηρώντας τη συχνότητα σταθερή, χωρήστε σε μια άλλη επίδειξη. Κρατήστε την υστέρηση (καθυστέρηση) στη φάση σταθερή (το ένα χέρι να χτυπάει στο μέσο από τα χτυπήματα του άλλου) και αλλάξτε τη συχνότητα.

Αυτές οι απλές επιδείξεις όχι μόνο μεταφέρουν στο μαθητή την εντύπωση της υστερήσεως στη φάση, αλλά ταυτόχρονα δείχνουν γιατί ο ορισμός $p = t / T$ έρχεται σαν φυσική συνέπεια. (Ο ορισμός της φάσεως σαν γωνία έχει νόημα αν χρησιμοποιήσει κάποιος μαθηματική έκφραση της μορφής $\sin(\omega t - p)$, πράγμα που εμείς δεν κάνουμε στη σειρά αυτή των μαθημάτων).

Μετά τη σύντομη αυτή εισαγωγή, αφήστε το Πείραμα 41 να δγάλει πέρα την παράγραφο.

Παράγραφος 24-6

Προσπαθήστε να δγάλετε τα κύρια σημεία της περιλήψεως από τους μαθητές και μετά να δώσετε έμφαση στη σημασία που έχει δύο πηγές να βρίσκονται σε φάση (κλειδωμένες σε φάση). Εάν διαθέτετε δύο ρυθμιζόμενες γεννήτριες κυμάτων, μπορείτε να δείξετε με δραματικό τρόπο τι συμβαίνει αν δεν είναι σε φάση, αλλά και πόσο δύσκολο είναι να κρατήσετε

τις δύο ανεξάρτητες γεννήτριες κυμάτων σε σταθερή υστέρηση (διαφορά) φάσεως.

Βάλτε τις δύο γεννήτριες δίπλα-δίπλα με τις δύο εσωτερικές κεφαλές (σφαιρίδια) να εγγίζουν την επιφάνεια του νερού και τις εξωτερικές κεφαλές να μην εγγίζουν το νερό, έτσι ώστε μόνο ένα από τα σφαιρίδια από κάθε γεννήτρια να θυθίζεται ελαφρά στο νερό. Συνδέστε τις γεννήτριες σε δύο τροφοδοτικά ή μπαταρίες και φροντίστε η μία τουλάχιστον γεννήτρια κυμάτων να τροφοδοτείται μέσω ενός καλού ποτενσιομέτρου. Προσπαθήστε να φτιάξετε μία σταθερή εικόνα συμβολής και αφήστε την τάξη να παρακολουθήσει πόσο καιρό παραμένει η εικόνα σταθερή. Τα αποτελέσματα καθιστούν σαφές γιατί στο επόμενο κεφάλαιο χρησιμοποιούμε φωτεινές πηγές που τις κρατάμε «κλειδωμένες» στην ίδια φάση, όταν ψάχνουμε για εικόνες συμβολής με φως.

Πείραμα 40. Κύματα από Δύο Σημειακές Πηγές

Υλικά

1 Πλήρης συσκευή παραγωγής υδατηρών κυμάτων (Βλ. Πείρ. 37)

1 Χειροκίνητο στροβοσκόπιο

1 Μέτρο ή κανόνα

1 Μικρό ή κανένα εμπόδιο (κομμάτι παραφίνης)

4 Εμπόδια (κομμάτια παραφίνης)

Είναι αρκετά μόνο λίγα δευτερόλεπτα για να δείτε την εικόνα συμβολής, αλλά απαιτείται πολύς χρόνος για να παρατηρήσετε τις λεπτομέρειες και να φτάσετε σε θέση να την περιγράψετε. Το να μάθει κάποιος να περιγράφει το τι βλέπει, είναι ένα σπουδαίο μέρος της επιστήμης. Το πείραμα αυτό δεν μπορεί να αντικατασταθεί με επίδειξη.

Ένα μήκος κύματος 2 cm περίπου στην οθόνη είναι καλό για ξεκίνημα.

Ενδιαφερόμαστε κυρίως για τη μορφή της συμβολής μακριά από τις πηγές. Γι' αυτό το πλάτος κύματος πρέπει να είναι σχετικά μεγάλο. Εάν ενδιαφέρεστε να παρατηρήσετε τα κύματα σε περιοχές κοντά στις πηγές, το πλάτος τους πρέπει να ελαττωθεί. Αυτό γίνεται, ρυθμίζοντας το παξιμάδι και τοποθετώντας τη γεννήτρια συχνοτήτων, έτσι ώστε τα σφαιρίδια μόλις να εγγίζουν το νερό.

Στο δεύτερο μέρος του πειράματος, το μήκος κύματος ενός περιοδικού κύματος υπολογίζεται από μετρήσεις πάνω στην εικόνα συμβολής και από την απόσταση των πηγών. Το αποτέλεσμα κατόπιν ελέγχεται με κατευθείαν μέτρηση πάνω στην οθόνη, ώστε να δυναμώσει την εμπιστοσύνη των μαθητών στη μέθοδο που θα χρησιμοποιήσουν στο Πείραμα 42 για να μετρήσουν το μήκος κύματος του ερυθρού φωτός.

Βεβαιωθείτε ότι οι μαθητές σας μετρούν σωστά τα x , L και d πάνω στην οθόνη, που τους δίνει το μήκος κύματος, όπως αυτό εμφανίζεται στην οθόνη.

Καλό θα ήταν οι μαθητές σας να καλύψουν τη μία σχισμή και να δουν τι συμβαίνει. Πιθανώς να βρείτε ευκαιρία να αναφερθείτε σε αυτήν την παρατήρηση στο Πείραμα 42. Καμιά φορά οι μαθητές, όταν ετοιμάζουν τις σχισμές για το πείραμα αυτό, χαράζουν μία αντί για δύο σχισμές.

Δεν είναι απαραίτητο να επαναλάβουν όλες τις μετρήσεις με σχισμές. Χρειάζονται απλά να πετύχουν την εικόνα συμβολής και να πειστούν ότι μπορούν να μετρήσουν το μήκος κύματος από την εικόνα αυτή.

Για να καταφέρετε αρκετά ευρεία περίθλαση, το άνοιγμα της σχισμής πρέπει να είναι μικρότερο από το μήκος κύματος. Εάν, από την άλλη

μεριά, τα ανοίγματα των σχισμών είναι πολύ στενά, δεν θα περνά αρκετή ένταση κύματος. Το κομμάτι των 5 cm, που χρησιμοποιήθηκε στο Πείραμα 39, μπορεί να χρησιμεύσει σαν εμπόδιο ανάμεσα στις δύο σχισμές. Φαινόμενα συμβολής θα παρατηρηθούν εκεί, όπου φτάνουν κύματα και από τις δύο σχισμές, δηλ. κυρίως στην κεντρική περιοχή.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 40

- Τα κύρια γνωρίσματα της εικόνας συμβολής είναι: Τα κύματα διαδίδονται απομακρυνόμενα από τις πηγές. Τα κύματα διαχωρίζονται από γραμμές, όπου δεν υπάρχει διαταραχή (δεσμικές γραμμές, ή κροσσοί αποσθέσεως).

Μακριά από τις πηγές, αυτές οι γραμμές γίνονται ευθείες και φαίνονται να ξεκινούν από τη μέση μεταξύ των πηγών, ενώ κοντά στις πηγές είναι καμπύλες.

«Ακίνητοποιώντας» τα κύματα μ' ένα στροβοσκόπιο, παρατηρούμε ότι τα κύματα που διαχωρίζονται από τις δεσμικές γραμμές είναι σε αντίθεση φάσεως: κάθε κορυφογραμμή (όρος) είναι πλευρισμένη από δύο κοιλάδες.

Όταν χρησιμοποιούνται κύματα μικρού πλάτους, μπορούν να παρατηρηθούν στάσιμα κύματα ανάμεσα στις πηγές.

- Ναι. Αυτές οι περιοχές είναι οι δεσμικές γραμμές.
- Όταν το μήκος κύματος μικραίνει, ο αριθμός των δεσμικών γραμμών (γραμμές χωρίς διατάραξη) αυξάνει. Οι εικόνες είναι πάντοτε συμμετρικές ως προς τη μεσοκάθετη στο ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τις δύο πηγές. Βλέπομε πάντοτε τρέχοντα (οδεύοντα, διαδιδόμενα) κύματα κατά μήκος της μεσοκάθετης.
- Όταν η απόσταση μεταξύ των πηγών μεγαλώνει, μεγαλώνει επίσης και ο αριθμός των δεσμικών γραμμών.

Οι μαθητές καλό θα είναι να ενθαρρυνθούν να κατασκευάζουν σχέδια στον πίνακα (ή στο τετράδιο), όταν απαντούν σ' αυτές τις ερωτήσεις.

- Τα αποτελέσματα των δύο μετρήσεων συμφωνούν μεταξύ τους μέσα σε 5 έως 10%. Οι κύριες πηγές σφαλμάτων είναι οι μεταβολές στη συχνότητα του κινητήρα και η αδυναμία να «σταματήσουμε» τα κύματα για αρκετό χρονικό διάστημα για να μετρήσουμε το μήκος τους με ακρίβεια.
- Ναι. Οι δύο «σχισμές» στο εμπόδιο από παραφίνη, μοιάζουν να λειτουργούν σαν δύο σημειακές πηγές όταν επίπεδα κύματα από τη γεννήτρια χτυπούν στο φράγμα και παρατηρείται εικόνα συμβολής σαν αυτή που ήδη πήραμε με τις δυο σημειακές πηγές.

Πείραμα 41. Συμβολή και Φάση

Υλικά

- 1 Πλήρης συσκευή παραγωγής υδατηρών κυμάτων (Βλ. Πείρ. 37)
- 1 Χειροκίνητο στροβοσκόπιο
- 1 Γεννήτρια κυμάτων μεταβλητής διαφοράς φάσεως
- 2 Μέτρα
- 1 Μικρό εμπόδιο (κομμάτι παραφίνης)
- 4 Εμπόδια (κομμάτια παραφίνης)

Όταν ο ρυθμιστικός κοχλίας του ενός πασσάλου της γεννήτριας κυμάτων (κυματιστής) που φαίνεται στο σχ. 41-1, απορυθμιστεί λίγο σε σχέση με τον

άλλο, η φάση της γεννήτριας κυμάτων την οποία κινεί, μπορεί να προηγείται ή να έπεται από τη φάση της άλλης γεννήτριας κυμάτων, ανάλογα με τη φορά περιστροφής του κινητήρα. Η φορά αυτή εξαρτάται από τη σύνδεση με το τροφοδοτικό. Οι μαθητές που κάνουν αυτό το πείραμα, πρέπει να έχουν το χρόνο να ανακαλύψουν μόνοι τους τη φορά περιστροφής του κινητήρα και τον «κυματιστή» που αρχίζει πρώτος, όταν εισάγεται διαφορά φάσεως. Μετά μπορούν να προχωρήσουν με κάποια βεβαιότητα και να συσχετίσουν τη μετατόπιση της εικόνας συμβολής με την αλλαγή στη φάση των κυματιστών.

Υπάρχει και άλλος τρόπος να δημιουργήσουμε κύματα με ρυθμιζόμενη διαφορά φάσεως. Στήσετε τη λεκάνη, όπως ήταν στο δεύτερο μέρος του Πειράματος 40 με τον «κυματιστή» και το εμπόδιο με τις δύο σχισμές. Φέρνοντας το ένα στέλεχος του «κυματιστή» προς τα μπρος και το άλλο προς τα πίσω, εισάγουμε κάποια διαφορά φάσεως στα κύματα. Με τον τρόπο αυτό ο «κυματιστής» τοποθετείται υπό κάποια γωνία ως προς το εμπόδιο, με αποτέλεσμα ένα ορισμένο μέτωπο κύματος (π.χ. μία κορυφή), να φτάνει πρώτα στη μία και μετά στην άλλη σχισμή. Εάν στραφούν αργά τα στέλεχη του «κυματιστή», χωρίς να διαταράσσεται η κίνησή του, μπορεί να παρατηρηθεί καθαρά το αποτέλεσμα της αλλαγής της φάσεως.

Απαντήσεις στα Ερωτήματα του Πειράματος 41

- Ναι.
- Κοιτάξτε στην εικόνα συμβολής από τη σκοπιά του «κυματιστή». Όταν η δεξιά πηγή καθυστερεί σε σχέση με την αριστερή, όλος ο σχηματισμός μετατοπίζεται προς τα δεξιά. Όταν η καθυστέρηση στη φάση είναι $1/2$, η πρώτη δεσμική γραμμή προς τα αριστερά της μεσοκάθετης, που λαμβανόταν με συμφασικές πηγές, μετατοπίζεται και παίρνει τη θέση της μεσοκάθετης στις δύο πηγές, όπου εμφανίζονταν μέγιστα ύψη με τις πηγές συμφασικές. Όταν η καθυστέρηση στη φάση είναι 1, η παραπάνω δεσμική γραμμή έρχεται δεξιά της μεσοκάθετης, στη θέση όπου σχηματιζόταν η πρώτη προς τα δεξιά δεσμική γραμμή με συμφασικές τις πηγές. (Η εικόνα τώρα δεν διαφέρει από αυτή με συμφασικές τις πηγές). Η πρώτη προς τα δεξιά δεσμική γραμμή με συμφασικές τις πηγές, μετατοπίζεται και καταλαμβάνει τη θέση της δεύτερης προς τα δεξιά δεσμικής γραμμής, όταν η καθυστέρηση στη φάση μεταβάλλεται από 0 έως 1.
- Η δεύτερη δεσμική γραμμή προς τα αριστερά μετατοπίζεται και καταλαμβάνει τη θέση της πρώτης δεσμικής γραμμής προς τα αριστερά που σχηματίζεται με συμφασικές πηγές. Κατά τον ίδιο τρόπο, η δεύτερη δεσμική γραμμή προς τα δεξιά πηγαίνει στη θέση της τρίτης δεσμικής γραμμής προς τα δεξιά που σχηματίζεται με συμφασικές πηγές.
- Μεταβάλλοντας την φάση καθώς οι κυματιστές λειτουργούν, θα οδηγήσει σε κίνηση-σάρωση των δεσμικών γραμμών και σε καμπύλωσή τους σε σχέση με τη διεύθυνση κινήσεώς τους.

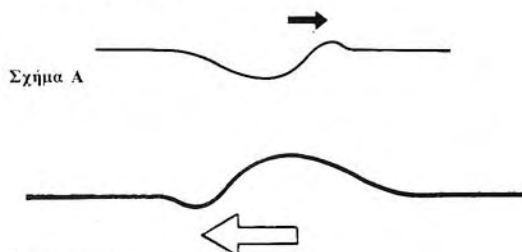
Κατάταξη των Προβλημάτων Παραγράφων και ΣΤΕ

Παράγραφος	Εύκολα	Μέτρια	Δύσκολα
24-1	1, 2		
24-2	3, 4		
24-3	5, 6, 7	8	
24-4			
24-5	9, 10		
24-6	11		
	12, 13, 15	14, 16, 17, 18	
	21, 27, 28	19, 20, 23	22
		24, 25, 26	

Απαντήσεις στα Προβλήματα

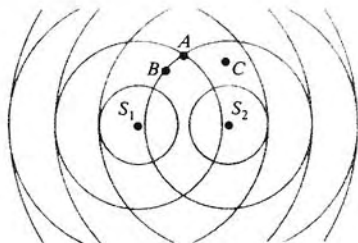
(Περιεχόμενο προβλημάτων όπως στο διδύλιο διδασκαλίας)

1. Βλ. σχ. Β 24-1.



Σχήμα Β24-1

2. Σε απόσταση λ από τον τοίχο.
3. Κορυφή με διπλάσιο ύψος: Α.
Κοιλιά με διπλάσιο βάθος: C.
Δεσμικό σημείο (δεσμός): B.



Σχήμα Β

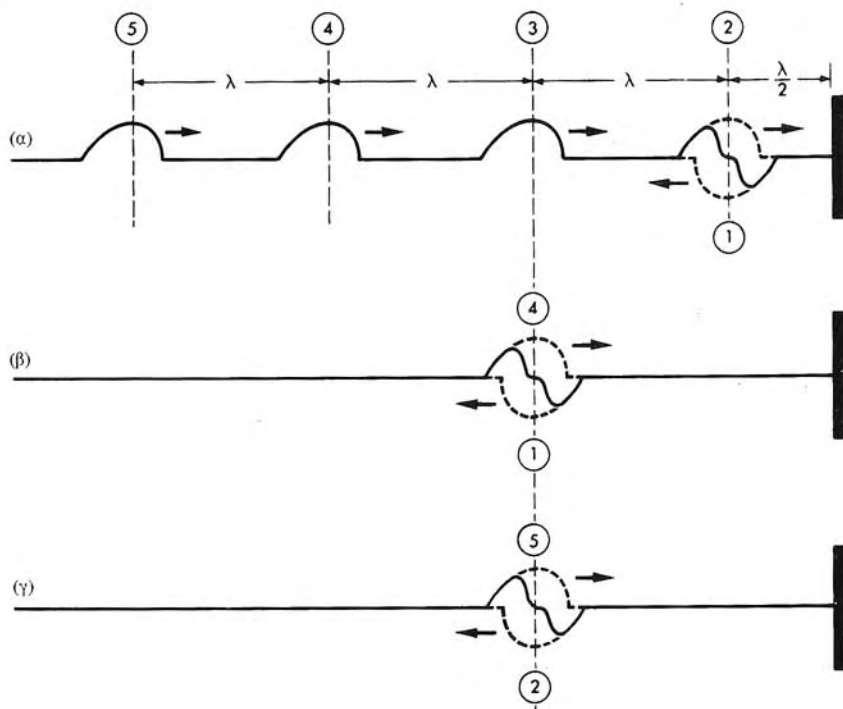
4. (α) Το μήκος κύματος είναι μεγαλύτερο στο σχ. 24-9.
(β) Υπάρχουν περισσότερες δεσμικές γραμμές (χρυσόσι αποσβέσεως) στο σχ. 24-6 από ό,τι στο σχ. 24-9.
5. Η δεύτερη δεσμική γραμμή προς τα αριστερά της κεντρικής γραμμής, δηλ. της μεσοκάθετης.
6. Πρέπει να γνωρίζουμε τη δεσμική γραμμή πάνω

στην οποία βρίσκεται το σημείο, δηλ. την τιμή του n .

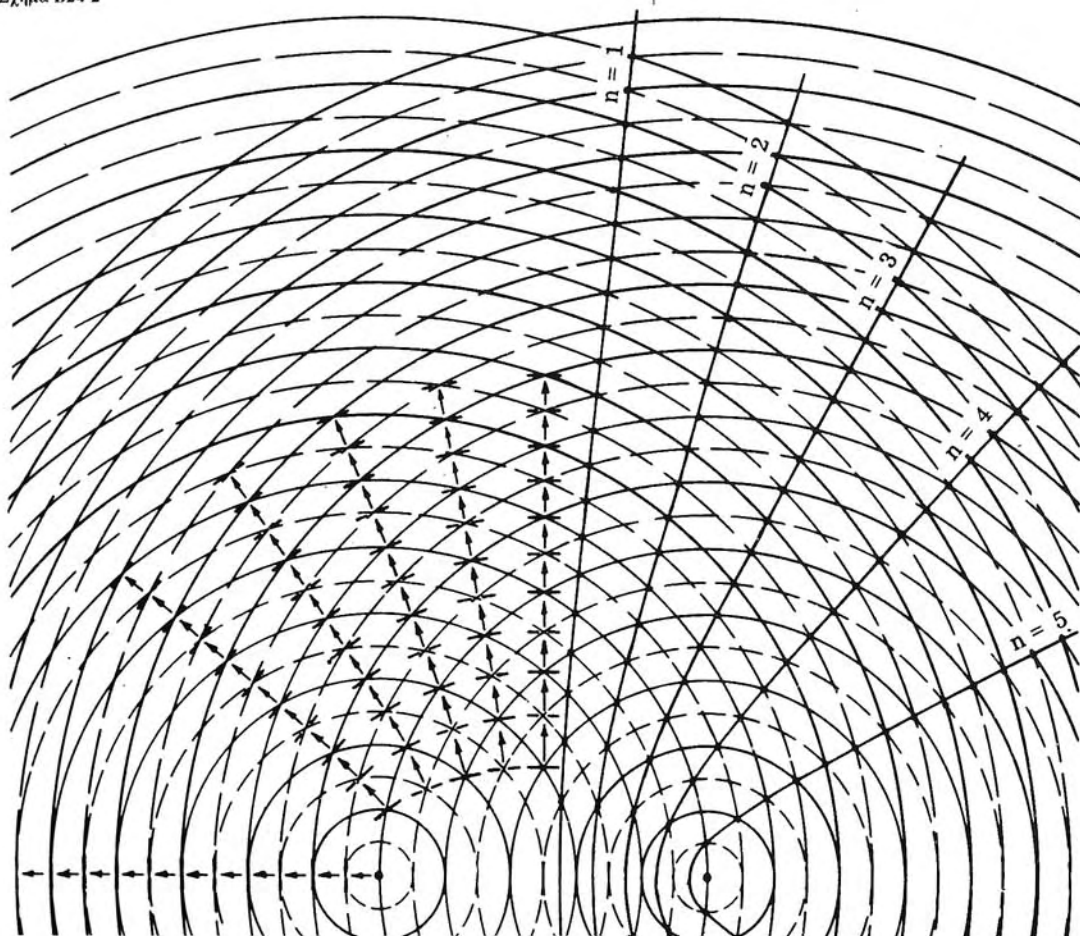
7. Οι δεσμικές γραμμές θα παρέμεναν στις ίδιες θέσεις, αλλά θα γίνονταν ολοένα και πιο δυσδιάκριτες. Δεν θα υπήρχε πλέον πλήρης απόσβεση και γι' αυτό το νερό στα σημεία αυτών των γραμμών θα παρουσίαζε ολοένα και πιο έντονο κυματισμό. Όταν η δεύτερη πηγή τελικά «σιγήσει» (πάψει να στέλνει κύματα), θα υπάρχουν μονάχα τα κυκλικά κύματα της πηγής που λειτουργεί.
8. Ναι, για όλα τα κύματα που έχουν μήκος $\lambda > 2d$.
9. $p = 0,36$.
10. Ναι, και στις δύο περιπτώσεις τα σφαιρίδια των πηγών βυθίζονται ταυτόχρονα.
11. $p = 0,5$.

Απαντήσεις στα Προβλήματα ΣΤΕ

12. Σχεδιάστε ένα διάγραμμα σαν αυτό του σχ. Β24-2 (α), το οποίο είναι στην ουσία ίδιο με το σχ. 24-3, στο διδύλιο, εκτός από τους δύο πρόσθετους παλμούς 4 και 5 που διαδίδονται προς τα δεξιά. Σε χρόνο T μετά το στιγμιότυπο του σχ. 24-3, οι παλμοί 1 και 4 θα έχουν ο καθένας διανύσει μια απόσταση λ , όπως φαίνεται στο σχ. Β24-2 (β) και θα συναντηθούν στο σημείο P_2 , όπου ο ένας θα αναιρεί τον άλλο. Μέσα σε χρόνο $2T$ μετά το στιγμιότυπο του σχ. Β24-2 (α), οι παλμοί 2 και 5 θα συναντηθούν και θα αλληλοαναιρευθούν στο P_2 , όπως φαίνεται στο σχ. Β24-2 (γ). Έτσι, διαδοχικά ισαπέχοντες παλμοί θα συντίθενται πάντα στο P_2 με αντίστοιχους ανακλώμενους παλμούς και θα σχηματίζουν δεσμό στο σημείο αυτό.
13. Η λύση στο πρόβλημα αυτό θα βοηθήσει τους μαθητές να καταλάβουν τις Παραγράφους 24-2 και 24-3. Να παροτρύνετε τους μαθητές να σχεδιάσουν προσεκτικά. Χωρίς προσεκτικό σχεδιασμό θα χαθεί η κανονικότητα της εικόνας συμβολής στις μεγαλύτερες αποστάσεις.
(α) Το σχ. Β24-3 είναι υπό κλίμακα ώστε $\lambda = 1$ cm. Οι κορυφογραμμές στη χρονική στιγμή της περιπτώσεως (α) σημειώνονται με συνεχή γραμμή και οι κοιλάδες με διακεκομμένη. Απόσβεση συμβαίνει εκεί που ένα όρος συναντά μία κοιλάδα. Τα σημεία αποσβέσεως σημειώθηκαν στο σχήμα με μαύρες κουκίδες και ενώθηκαν, στη δεξιά πλευρά, με συνεχείς γραμμές για να φανεί ο σχηματισμός των δεσμικών γραμμών.



Σχήμα Β24-2



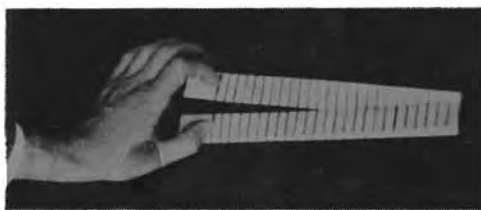
Σχήμα Β24-3

(6) Για την περίπτωση (6) δεν είναι απαραίτητο να γίνει νέο διάγραμμα. Το ίδιο διάγραμμα μπορεί να χρησιμοποιηθεί, αν τώρα αφήσουμε τις συνεχείς γραμμές να παριστάνουν κοιλάδες και τις διακεκομμένες γραμμές όρη. Κρατώντας τη νέα παράσταση στο μυαλό μας, μπορούμε να αντιληφθούμε τι αλλαγές έχουν συμβεί ανάμεσα στη στιγμή (α) και (6), δηλ. μισή περίοδο αργότερα.

Στο αριστερό μέρος του σχήματος, οι κοντές συνεχείς γραμμές προσδιορίζουν τις θέσεις των κορυφών των ενισχυμένων (διπλάσιων) ορέων τη στιγμή (α) και οι κοντές διακεκομμένες γραμμές προσδιορίζουν τις θέσεις των κορυφών των ενισχυμένων ορέων τη στιγμή (6). Τα βέλη ανάμεσά τους δείχνουν τον τρόπο που μετακινήθηκαν οι κορυφές από τη στιγμή (α) στη στιγμή (6), δηλαδή μετά από μισή περίοδο.

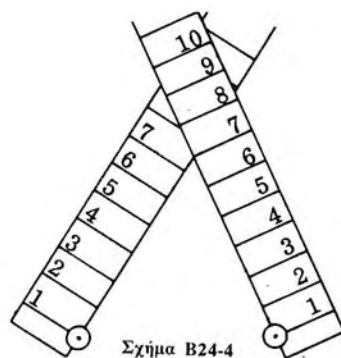
Μερικοί μαθητές ίσως προτιμούν να χρησιμοποιήσουν χρωματιστά μολύδια για να δείξουν τα διάφορα μέρη αυτού του διαγράμματος.

14. Εάν η κατασκευή του σχήματος για το Πρόβλ. 13 έγινε προσεκτικά, θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για τη λύση αυτού του προβλήματος. Για να πάρετε ευθείες δεσμικές γραμμές, οι μεγαλύτεροι κύκλοι πρέπει να έχουν ακτίνες περίπου από 9λ μέχρι 13λ.
15. Οι λωρίδες μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην ανεύρεση των δεσμικών γραμμών. Εάν οι γραμμές στις λωρίδες αριθμηθούν, όπως στο σχ. Β



Σχήμα Γ

24 - 4, μπορούμε να ανιχνεύουμε τα σημεία από τα οποία περνούν οι δεσμικές γραμμές. Για παράδειγμα, εάν επιθυμείτε να ανιχνεύσετε την πρώτη δεσμική γραμμή προς τα δεξιά, βάλτε τις λωρίδες έτσι ώστε το 3,5 της δεξιάς να ακουμπά στο 4 της αριστερής λωρίδας, και σημειώστε μία κουκίδα εκεί. Ύστερα βάλτε το 4,5 της μιας με το 5 της άλλης, σημειώστε μια κουκίδα κτλ.



Η δεύτερη δεσμική γραμμή μπορεί να βρεθεί με τον ίδιο τρόπο, φέρνοντας το 3,5 της μιας λωρίδας στο 5 της άλλης, το 4,5 της μιας στο 6 της άλλης κτλ. (Βλ. σχ. Β 24 - 4).

Αυτή η «κατ' οίκον» εργασία παρέχει έναν άλλο τρόπο αντιλήψεως της κατασκευής μιας εικόνας συμβολής από δύο σημειακές πηγές. Ο εντοπισμός των δεσμικών γραμμών με τη συσκευή αυτή θα είναι ανακριδής εκτός και αν κάθε λωρίδα περιστρέφεται περί άξονα που διέρχεται ακριβώς από το εσωτερικό χείλος της. Θα βοηθούσαν πολύ δύο πινέζες, ή καρφίτσες, σαν άξονες περιστροφής, γιατί έτσι θα παρέμεινε σταθερή η απόσταση των δύο «πηγών» και ταυτόχρονα θα έκανε τη συσκευή ευκολότερη στο χειρισμό.

Για να προσομοιώσουμε πηγές σε φάση, οι δύο λωρίδες θα πρέπει να καρφισωθούν στα ίδια σημεία, π.χ. και οι δύο πάνω στην πρώτη γραμμή.

Πέρα από το γεγονός ότι είναι μια σπουδαία δουλειά για το σπίτι, η χρήση της παραπάνω συσκευής στη τάξη θα οφελούσε επίσης, αν οι διαστάσεις της ήταν κατάλληλες για επίδειξη.

Με τη συσκευή αυτή μπορούν να βρεθούν σημεία ενισχύσεως, αποσβέσεως, σημεία ενδιαμέσης καταστάσεως σε κάθε σημείο της επιφάνειας γύρω από τις πηγές, φέρνοντας τις λωρίδες μαζί στο εν λόγω σημείο. Φέρνοντας αντίστοιχα σημεία των λωρίδων (γραμμές, μεσαία σημεία κ.τλ.) μαζί, γίνεται ενίσχυση και το εντοπιζόμενο έτσι σημείο βρίσκεται σε περιοχή με κίνηση. Όταν η γραμμή της μιας λωρίδας συναντά τη μέση από την άλλη τότε έχουμε τις περιοχές αποσβέσεως των κυμάτων.

16. (α) Γνωρίζουμε ότι $\sin \theta = \left(n - \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{d}$. Επει-
δή το $\sin \theta$ έχει μέγιστη τιμή το 1 πρέπει:

$$\left(n - \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{d} \leq 1.$$

Για $\sin \theta = 1$ ($\theta = 90^\circ$) δεν μπορεί να παρατηρηθεί δεσμική γραμμή, επειδή ο ένας «κυματιστής» εμποδίζει τα κύματα του άλλου σε τέτοια γωνία. Άρα πρέπει

$$\left(n - \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{d} < 1 \text{ και } n < \frac{d}{\lambda} + \frac{1}{2}$$

Επομένως ο αριθμός των δεσμικών γραμμών θα είναι διπλάσιος του μέγιστου ακεραίου αριθ-

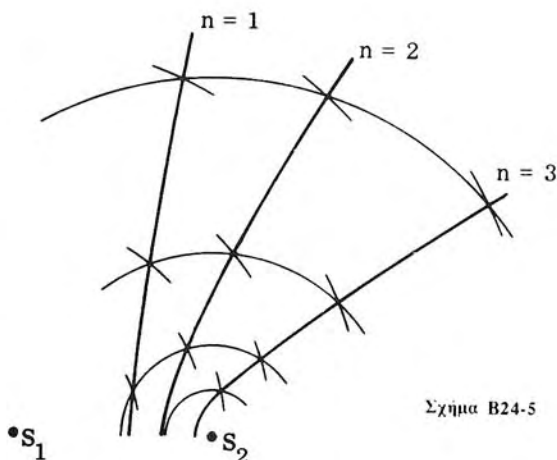
μού που είναι μικρότερος του $\frac{d}{\lambda} + \frac{1}{2}$

- (β) Από το σχ. 24 - 9, $d = 2,1$ cm. Από την εξωτερική περιοχή της εικόνας είναι $3\lambda = 1,9$ cm $\Rightarrow \lambda = 0,63$ cm. Τότε $2,1/0,63 + 0,5 = 3,8$. Επομένως προβλέπουμε να σχηματίζονται 6 δεσμικές γραμμές συνολικά. Πράγματι αυτό συμβαίνει.

17. Αυτή η γραφική άσκηση επεξηγεί την ιδιότητα που έχουν οι αποστάσεις των σημείων κάθε δεσμικής γραμμής από τις δύο πηγές να διαφέρουν κατά περιττό πολλαπλάσιο του $\lambda/2$.

Το σχ. Β 24 - 5 κατασκευάστηκε με κλίμακα τέτοια ώστε $\lambda = 1$ cm και με φροντίδα ώστε να χρησιμοποιηθεί ο ελάχιστος δυνατός αριθμός ρυθμίσεων του διαδήτη. Χαράζουμε στην αρχή ένα μεγάλο τόξο κύκλου με κέντρο το S_2 και μια οποιαδήποτε ακτίνα r . Κατόπιν ρυθμίζεται ο διαδότης διαδοχικά σε ακτίνες $r + \lambda/2$, $r + 3\lambda/2$, $r + 5\lambda/2$ και με κέντρο το S_1 κατασκευάζονται μικρά τόξα των αντιστοίχων κύκλων. Έτσι βρίσκονται τα σημεία τομής των κύκλων αυτών με το αρχικό μεγάλο τόξο. Αυτό επαναλαμβάνεται για ένα πλήθος τιμών της ακτίνας r , όσο μας είναι απαραίτητο για να καλύψουμε την επιθυμητή έκταση. Ενώνομε κατόπιν τα κατάλληλα σημεία τομής (τα σημεία για τα οποία οι δρόμοι από τις δύο πηγές διαφέρουν κατά το ίδιο πολλαπλάσιο του $\lambda/2$) και κατασκευάζουμε έτσι τις διάφορες δεσμικές γραμμές.

Το πλεονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι ότι μπορούμε να παίρνομε οποιαδήποτε τιμή του r (που μας βολεύει) και τόσες φορές, όσες θέλουμε, ανάλογα με το πόσο πυκνά σημεία χρει-



αζόμαστε. Δεν υπάρχει λόγος να σχεδιάσουμε ολόκληρη τη σειρά των κύκλων που απέχουν κατά λ μεταξύ των, όπως στα προβλήματα 13 και 14. Μια φυσική ερμηνεία για τη μέθοδο αυτή, τη μέθοδο της «διαφοράς δρόμων», είναι ότι συγκεντρώνουμε την προσοχή μας στα σημεία εκείνα που τα κύματα τα οποία φτάνουν από τις δύο πηγές, προκαλούν αντίθετες απομακρύνσεις των σωματιδίων του ελαστικού μέσου. Με τη μέθοδο αυτή, ξεκινώντας από μικρές τιμές του r και πηγαίνοντας προς μεγαλύτερες, παρακολουθούμε την κίνηση των σημείων μηδενικής απομακρύνσεως (αποσβέσεως) καθώς τα κύματα από τις δύο πηγές απομακρύνονται προς τα έξω. Από μια άποψη, αυτή η μέθοδος είναι συμπληρωματική της μεθόδου των προβλημάτων 13 και 14, όπου παρακολουθούσαμε ολόκληρη την επιφάνεια σε μια ορισμένη στιγμή και βλέπαμε τις γραμμές μηδενικής απομακρύνσεως.

Οι δύο παραπάνω μέθοδοι είναι απλά διαφορετικοί τρόποι ανευρέσεως διαφορών δρόμων.

18. Αυτή η γραφική άσκηση επιβεβαιώνει τον αναλυτικό τύπο της Παραγρ. 24 - 4 για τη γωνιακή θέση των δεσμικών γραμμών. Θα είναι πολύ πειστικό, αν το σχήμα κατασκευαστεί με προσοχή.

Το σχ. Β 24 - 6 κατασκευάστηκε με την ίδια μέθοδο που χρησιμοποιήθηκε στο Προβλ. 17, έχει όμως υποστεί σμίκρυνση. Το αρχικό είχε ακτίνα $r = 15$ cm. Μόνο τα σημεία των δεσμικών γραμμών, τα οποία βρίσκονται μακριά από τις πηγές ενδιαφέρουν. Τα σημεία τα κοντινά στις πηγές τα δάλαμε για να φανεί η απόκλιση από την ευθεία γραμμή.

Η αριθμητική τιμή του $\sin \theta_2$ βρίσκεται γραφικά ως ακολούθως:

$$AB = 6,05 \text{ cm}, AC = 15,84 \text{ cm}$$

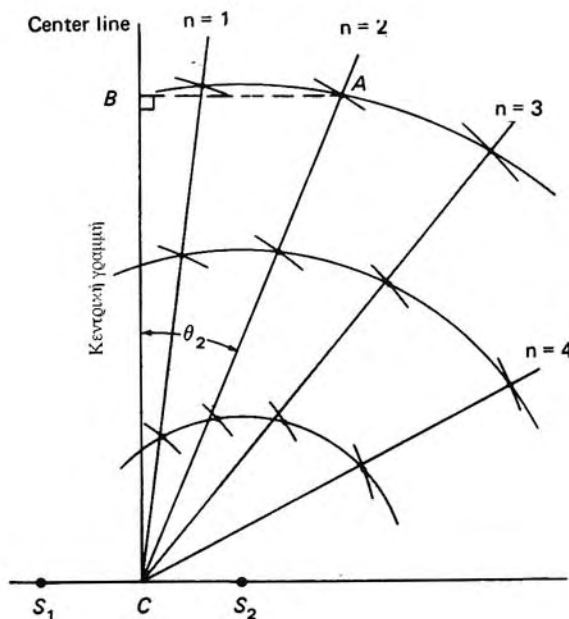
$$\sin \theta_2 = \frac{6,05 \text{ cm}}{15,84 \text{ cm}} = \underline{0,382} \text{ (γραφικά)}$$

Από τον τύπο της διαφοράς δρόμων έχουμε:

$$\sin \theta_2 = \frac{\left(n - \frac{1}{2}\right) \lambda}{d} = \frac{\left(2 - \frac{1}{2}\right) (1,5 \text{ cm})}{6,0 \text{ cm}} = \underline{0,375} \text{ (θεωρητικά)}$$

Παρατηρούμε ένα σχετικό σφάλμα

$$\frac{0,382 - 0,375}{0,375} = 1,9\%$$



Σχήμα B24-6

19. Αυτό το πρόβλημα επεξηγεί την εφαρμογή της τεχνικής του παρόντος κεφαλαίου σ' ένα διαφορετικό, αλλά οικείο, φαινόμενο. Το πρόβλημα πρέπει να παραμείνει θεωρητικό και συλλογιστικό, επειδή είναι δύσκολο να γίνουν πραγματικά πειράματα. Εάν ενδιαφέρονται για τις διαστάσεις στο υποτιθέμενο πείραμα που θα προτείνουν οι μαθητές, μπορούν να ανατρέξουν στην περιοχή των μηκών των ηχητικών κυμάτων που αναφέρονται στο Προβλ. 34 του Κεφ. 23. Τα παρακάτω είναι μία απλή επίδειξη του τρόπου με τον οποίο θα μπορούσαμε να παρατηρήσουμε φαινόμενα συμβολής με ηχητικά κύματα.

Ένα διαπασών με λογικά υψηλή συχνότητα τοποθετείται σε απόσταση λ από ένα λείο σωματική τοίχο (Βλ. σχ. Β 24 - 7). Εάν ο μαθητής κινήσει το κεφάλι του κατά μήκος της γραμμής που φαίνεται στο σχήμα, θα παρατηρήσει περιοχές με σαφή ήχο και περιοχές σιγής. Ο εντοπισμός των δεσμών (περιοχή σιγής) θα είναι αρκετός για να υπολογίσουμε την τάξη μεγέθους του μήκους κύματος λ . (Προσπαθήστε να χτυπήσετε το διαπασών με τρόπο που να διεγείρετε μόνο τη θεμελιώδη συχνότητά του. Η παρουσία ανώτερων αρμονικών προκαλεί σύγχυση).

20. Πρέπει να υπογραμμίσετε ότι αποκλίσεις στις μετρήσεις ίσως οδηγήσουν σε ελαφρά διαφορετικές τιμές.

(α) Οποιαδήποτε από τις τέσσερις δεσμικές γραμμές που φαίνονται στο σχ. 24 - 6 ή τις τρεις που φαίνονται στο σχ. 24 - 9 μπορεί να χρησιμοποιηθεί. Επειδή η κεντρική γραμμή δεν εντοπίζεται εύκολα, οι γωνίες μετρήθηκαν λαμβάνοντας το μισό της γωνίας ανάμεσα στη νιοστή γραμμή προς αριστερά και στη νιοστή προς τα δεξιά.

Για σχήμα 24 - 6

Αριθμός δεσμικής γραμμής	Γωνία θ	λ/d
1	7°	0,25
2	21°	0,23
3	37°	0,24
4	53°	0,23

$$\text{Μια αρκετά καλή μέση τιμή είναι } \frac{\lambda}{d} = \underline{0,24}$$

Για σχήμα 24 - 9

Αριθμός δεσμικής γραμμής	Γωνία θ	λ/d
1	10°	0,35
2	32°	0,35
3 (πολύ χοντρικά)	55°	0,33

$$\text{Η μέση τιμή είναι } \frac{\lambda}{d} = \underline{0,35}$$



Σχήμα B24-7

- (6) Για το σχ. 24 - 9 η μετρούμενη απόσταση των πηγών είναι περίπου 2,1 cm, που συνεπάγεται μια απόσταση 8,4 cm για τις πραγματικές πηγές.

Τυπικές τιμές που μετρήθηκαν για τα σχήματα 24 - 6 και 24 - 9 είναι:

$$\text{Για το σχ. 24 - 6 } \lambda = 0,24 \times 8,4 \text{ cm} =$$

$$2,0 \text{ cm.}$$

$$\text{Για το σχ. 24 - 9 } \lambda = 0,35 \times 8,4 \text{ cm} = 2,9 \text{ cm.}$$

21. Ελπίζουμε ότι ο ορισμός της υπερβολής, που θα δρουν οι μαθητές, είναι ακριδώς ίδιος με αυτόν που συναντήσαμε για τις δεσμικές γραμμές: ο γεωμετρικός τόπος των σημείων που οι αποστάσεις τους από δύο σταθερά σημεία έχουν σταθερή διαφορά. Από αυτό θα γνωρίζουν ότι οι δεσμικές γραμμές είναι υπερβολές, το οποίο από φυσική άποψη δεν προσφέρει τίποτα στην κατανόηση της συμβολής, αλλά τους επιτρέπει να μιλάνε με μαθηματικούς όρους.

Υπάρχουν και άλλοι ορισμοί της υπερβολής, που είναι ισοδύναμοι με τον ορισμό της διαφοράς των αποστάσεων, αλλά θα ήταν καλό να περιορίσετε τη συζήτηση της τάξεως στον προηγούμενο ορισμό.

22. Έστω b η βάση του ορθογωνίου τριγώνου που βρίσκεται απέναντι από τη γωνία $\alpha = 30^\circ$. Τότε $b = L \cdot \sin \alpha$. Όταν $L = 50 \text{ cm}$, $b = (50 \text{ cm}) \cdot \sin 30^\circ = 25 \text{ cm}$

Για τη γωνία θ θα έχουμε:

$$\sin \theta = \frac{25 \text{ cm} - d/2}{50 \text{ cm}} = \frac{25 \text{ cm} - 5 \text{ cm}}{50 \text{ cm}} = \frac{20}{50} = 0,40$$

$$\text{Άρα } \theta = 23,6^\circ.$$

Για τη γωνία γ :

$$\sin \gamma = \frac{25 \text{ cm} + d/2}{50 \text{ cm}} = \frac{25 \text{ cm} + 5 \text{ cm}}{50 \text{ cm}} = \frac{30}{50} = 0,60$$

$$\text{Άρα } \gamma = 36,9^\circ$$

$$\text{Όταν } L = 500 \text{ cm} \Rightarrow b = (500 \text{ cm}) \times \sin 30^\circ = 250 \text{ cm.}$$

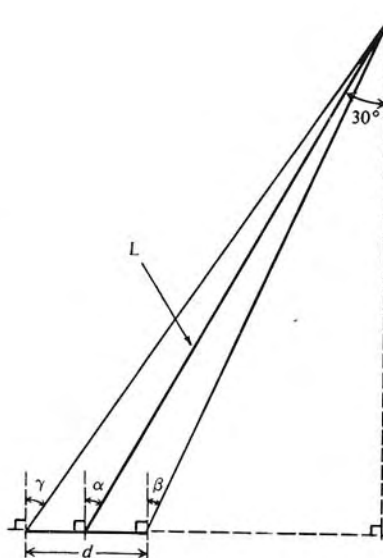
$$\sin \theta = \frac{250 \text{ cm} - 5 \text{ cm}}{500 \text{ cm}} = \frac{245}{500} = 0,490 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \theta = 29,3^\circ$$

$$\sin \gamma = \frac{250 \text{ cm} + 5 \text{ cm}}{500 \text{ cm}} = \frac{255}{500} = 0,510 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \gamma = 30,7^\circ$$

Επειδή $29,3^\circ \approx 30^\circ \approx 30,7^\circ$, οι μαθητές πρέπει να πειστούν ότι, όταν το L γίνεται πολύ μεγαλύτερο από το d , όπως συμβαίνει στο πείραμα του Young, $\gamma \approx \alpha \approx \theta$.



Σχήμα Δ

23. (α) Η περίοδος του κάθε αυτοκινήτου είναι 2,5 min. Η καθυστέρηση των 0,50 min αντιστοιχεί στο 1/5 της περιόδου. Επομένως η υστέρηση στη φάση ρ είναι $\frac{1}{5}$.

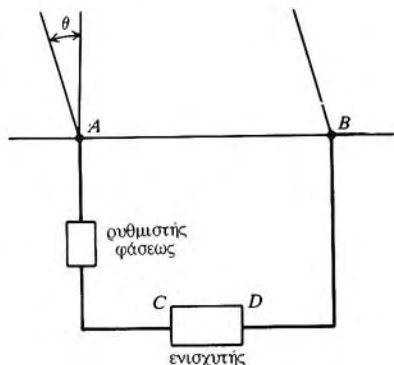
(δ) Η ταχύτητα κάθε αυτοκινήτου είναι το πηλίκο της περιφέρειας 5 km προς τον απαιτούμενο χρόνο 2,5 min. Άρα $v = 5\text{ km}/2,5\text{ min} = 2\text{ km/min}$.

(γ) Εάν το μήκος της κλειστής τροχιάς ήταν 4 km και οι χρόνοι παρέμειναν οι ίδιοι, η υστέρηση στη φάση p θα παρέμεινε αμετάβλητη ($p=1/5$), επειδή η υστέρηση στη φάση εξαρτάται μόνο από τη «χρονοθέτηση» (που βρίσκονται μέσα στο χρόνο) των αυτοκινήτων, και αυτή παραμένει αμετάβλητη. Η ταχύτητα όμως αλλάζει: $v = 4\text{ km}/2,5\text{ min} = 1,6\text{ km/min}$. Η φάση είναι ανεξάρτητη του πλάτους και της ταχύτητας της κινήσεως. Αυτό το συμπέρασμα ταιριάζει επίσης στα κύματα στο δοχείο κυμάτων. Η εικόνα συμβολής που βλέπομε εξαρτάται μόνο από το p και όχι από τις ταχύτητες των κυμάτων ή τα πλάτη τους.

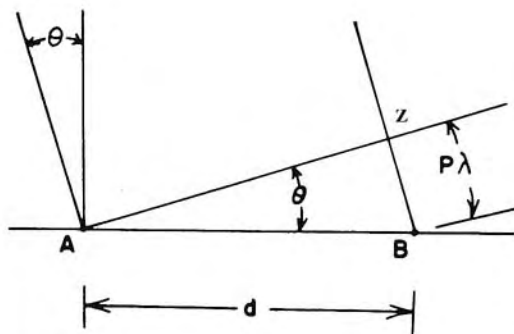
24. Το σήμα που φτάνει στο B πρέπει να μένει πίσω κατά ένα κλάσμα p (διαφορά φάσεως) του μήκους κύματος λ σε σχέση με το σήμα στο A. Από το σχ. B24 - 8:

$$\sin \theta = p\lambda/d \Rightarrow p = d \sin \theta / \lambda$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{2 \times 10^7 \text{ Hz}} = 15 \text{ m} \Rightarrow$$



Σχήμα E



Σχήμα B24-8

$$p = \frac{100 \text{ m} \times 0,087}{15 \text{ m}} \Rightarrow p = 0,58$$

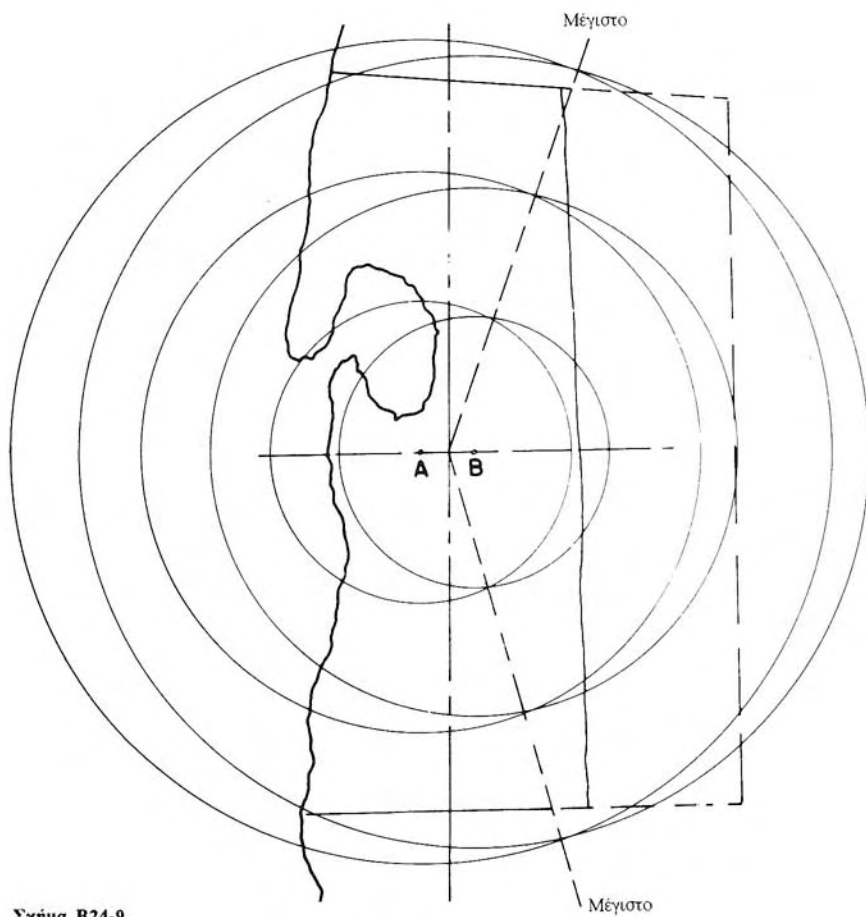
25. (α) Στην ουσία, το πρόβλημα ανάγεται στην εύρεση μιας τέτοιας διευθετήσεως που θα εξασφαλίζει ενίσχυση του σήματος σε διεύθυνση παράλληλη προς την ακτή και εξασθένησή του κάθετα προς αυτή. Δεν επιθυμούμε να έχουμε δεσμικές γραμμές, διότι οι κάτοικοι που θα ζούσαν πάνω σε αυτές δεν θα μπορούσαν να λάβουν ποτέ σήμα. Σε κάθε περίπτωση που υπάρχουν δύο πηγές σε φάση, υπάρχει μια γραμμή μέγιστης ενισχύσεως κατά μήκος της μεσοκάθετης. Αλλά, όπως είδαμε στο Προβλ. 8, όταν η απόσταση των πηγών είναι μικρότερη από $\lambda/2$, δεν παρατηρούνται δεσμικές γραμμές. Γι' αυτό οι κεραίες πρέπει να στηθούν σε απόσταση λίγο μικρότερη από το μισό του μήκους κύματος στις θέσεις A και B του σχ. B 24 - 9.

(β) Μια λύση θα ήταν η διαφορετική τοποθέτηση των κεραίων. Όμως, μπορούμε να στρέψουμε τις γραμμές μέγιστης ενισχύσεως προς την ενδοχώρα, μικραίνοντας το μήκος του καλωδίου (γραμμής μεταφοράς) που τροφοδοτεί την αντένα A, ώστε το σήμα της να προηγείται, κατά ένα μικρό κλάσμα του μήκους κύματος, του σήματος από την αντένα B. Αυτό σημαίνει ότι οι δύο πηγές δεν βρίσκονται σε φάση και ότι η πηγή A προηγείται σε φάση από την πηγή B. Οι δυο νέες γραμμές μέγιστης ενισχύσεως σημειώνονται στο σχ. B 24 - 9.

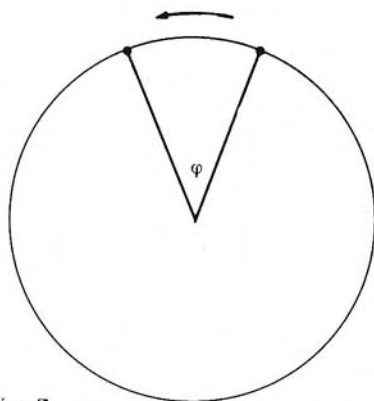
26. Επειδή οι πηγές δεν λειτουργούν στην ίδια συχνότητα, υπάρχει μια διαρκώς μεταβαλλόμενη διαφορά φάσεως, με την πηγή των 15 Hz να μένει συνεχώς πίσω. Αυτό καταλήγει σε έναν σχηματισμό συμβολής, όπου οι δεσμοί σαρώζουν συνεχώς την εικόνα μετατοπιζόμενοι πλάγια προς την πηγή χαμηλότερης συχνότητας και εξαφανίζονται, ενώ νέοι δεσμοί εμφανίζονται προς την πλευρά της πηγής υψηλότερης συχνότητας. Οι δεσμοί εμφανίζονται με συχνότητα ένας ανά δευτερόλεπτο, όση είναι η διαφορά των συχνοτήτων.

27. Θα παρατηρηθεί μια απότομη στροφή («σπάσιμο») στον όλο σχηματισμό. Αυτό το «σπάσιμο» θα απλωθεί προς τα έξω με την ταχύτητα του κύματος. { Σχ. Z

28. (α) $p = \frac{1}{2}$ (β) $\Phi = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$



Σχήμα Β24-9



Σχήμα Ζ

Επισκόπηση και Στόχοι

Αυτό το κεφάλαιο, ένα από τα πλουσιότερα κεφάλαια αυτού του μαθήματος, αποτελείται από τρία κύρια μέρη. Πρώτα υπάρχει η άμεση εφαρμογή και στην περίπτωση του φωτός, της συμβολής κυμάτων από δύο σύμφωνες σημειακές πηγές (Παράγραφοι 25 - 1 και 25 - 2). Κατόπιν επεκτείνουμε την ανάλυση της συμβολής από δυο σημειακές πηγές σε πολλές σημειακές πηγές και έτσι συμπεριλαμβάνουμε την περίθλαση από μοναδική σχισμή και από δυο σχισμές (διπλή σχισμή) (Παράγραφοι 25 - 3 μέχρι 25 - 5). Μετά από μια σύντομη επισκόπηση της ηλεκτρομαγνητικής φύσεως του φωτός (Παράγραφος 25 - 6) ερχόμαστε στο τρίτο μέρος: τις δυσκολίες του κυματικού μοντέλου και τη σύνθεση του κυματικού και του σωματιδιακού μοντέλου. Τα δύο πρώτα μέρη μαθαίνουν στους μαθητές να εφαρμόζουν τη θεωρητική τους γνώση και την εργαστηριακή τους εμπειρία ποσοτικά σε νέες καταστάσεις. Σε αντίθεση, το τελευταίο μέρος οδηγεί σε βαθύτερη σκέψη επί των διαφόρων εννοιών. Έτσι, δεν πρέπει να κινηθείτε πολύ γρήγορα κατά τη μελέτη αυτού του κεφαλαίου.

Αν βρεθείτε στην αρχή αυτού του κεφαλαίου ενώ σας έχουν μείνει μόνο 8-10 ημέρες διδασκαλίας, σας συστήνουμε να χρησιμοποιήσετε αυτό το κεφάλαιο για να «δέσετε» μαζί όλη τη σειρά μαθημάτων του διδακτικού βιβλίου και να μην διαστείτε να προχωρήσετε με το σκοπό να καλύψετε μέρος από τα απομένοντα κεφάλαια. Όμως, αν σας λείπουν μόνο μια ή δύο μέρες, μπορεί να θελήσετε να παραλείψετε τις Παραγράφους 25 - 3 μέχρι 25 - 5, ώστε να έχετε περισσότερο χρόνο για το υπόλοιπο του βιβλίου.

Χρονοθέτηση των Πειραμάτων

Πείραμα 42** Πείραμα του Young. Καλύτερα να γίνει μαζί με την Παράγραφο 25 - 1.

Κινηματογραφικές Ταινίες

Ηλεκτρομαγνητικά κύματα του George Wolga. Αυτή η ταινία δείχνει γιατί πιστεύουμε στην ενότητα του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος. Εκτελούνται πειράματα για να δείξουν ότι δημιουργείται ακτινοβολία από επιταχυνόμενα φορτία, ότι αυτή η ακτινοβολία αποτελείται από εγκάρσια κύματα τα οποία μπορούν να πολωθούν και ότι μπορεί να δημιουργηθεί συμβολή σε τέσσερις διαφορετικές περιοχές του φάσματος: ακτίνων X, ορατού φωτός, μικροκυμάτων και ραδιοκυμάτων. Διάρκεια 33 λεπτά.

Φωτόνια του John G. King. Η ταινία επιδεικνύει τη σωματιδιακή φύση του φωτός με τη βοήθεια φωτοπολλαπλασιαστή και παλμογράφου. Διέρχονται

βραχείες ριπές πολύ ασθενούς φωτός διά μέσου ενός διαφράγματος το οποίο ανοιγοκλείνει και στη συνέχεια πέφτουν επί του φωτοπολλαπλασιαστή. Η έξοδος εξετάζεται με τον παλμογράφο και έτσι φαίνεται ότι το φως δεν έρχεται με μορφή «συνεχούς ροής», αλλά κατά «πακέτα» σε τυχαίους χρόνους. Διάρκεια 18 λεπτά.

Συμβολή φωτονίων του John G. King. Χρησιμοποιώντας το ίδιο ανιχνευτικό σύστημα όπως στην ταινία *φωτόνια*, χρησιμοποιείται ένα κινητό σύστημα διπλής σχισμής ώστε να μπορεί να μετακινηθεί ένα σύστημα κροσσών συμβολής κατά μήκος του παραθύρου του φωτοπολλαπλασιαστή. Έχει ελαττωθεί η ένταση του φωτός, τόσο ώστε κάθε φορά να υπάρχουν πολύ σπάνια περισσότερα από ένα φωτόνια μεταξύ της φωτεινής πηγής και του φωτοπολλαπλασιαστή. Η προκύπτουσα παρατήρηση του χαρακτηριστικού συστήματος κροσσών συμβολής, δείχνει τη συνύπαρξη κυματικής και σωματιδιακής συμπεριφοράς του φωτός. Διάρκεια 13 λεπτά.

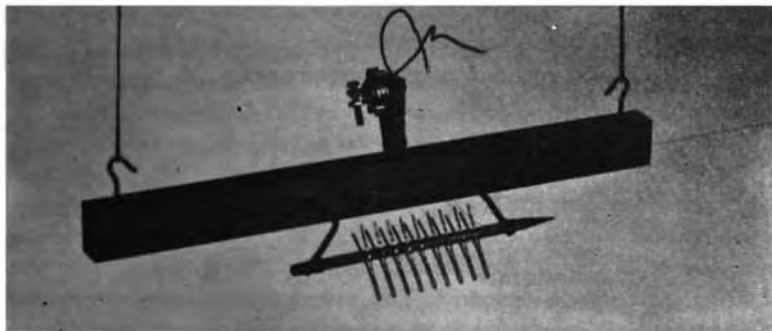
Υποδείξεις για τη Διδασκαλία

Παράγραφοι 25 - 1 και 25 - 2

Αφού κάνετε μια περίληψη των προηγούμενων κεφαλαίων βάλτε την τάξη να κάνει το Πείραμα 42, κατόπιν δώσετε αυτές τις δύο παραγράφους για μελέτη στο σπίτι. Τονίστε ότι το Πείραμα του Young, όχι μόνο δείχνει ότι το φως παρουσιάζει συμβολή, αλλά δίνει τρόπο μετρήσεως μηκών κύματος της τάξεως των 5×10^{-7} m με πολύ απλά εργαλεία: έναν κοινό κανόνα και τις ιδιότητες ομοίων τριγώνων!

Παράγραφοι 25 - 3 μέχρι 25 - 5

Το βασικό στην Παράγρ. 25 - 3 είναι να αναγνωρίσει κάποιος την ομοιότητα των δεσμικών γραμμών στις δύο φωτογραφίες στο σχ. 25 - 5. Η ακόλουθη επίδειξη θα σας βοηθήσει πάρα πολύ να δείξετε ότι πολλές σημειακές πηγές πολύ κοντά ή μια στην άλλη παράγουν την ίδια εικόνα περιθλάσεως όπως μια ευθύγραμμη πηγή πίσω από μια σχισμή. Τοποθετήστε τα κομμάτια από παραφίνη ώστε να σταματήσουν μια σχισμή ίση στο πλάτος με την «πηγή πολλών σημείων». Δείξτε την εικόνα περιθλάσεως με την ευθύγραμμη πηγή, σημειώνοντας τα ίχνη των δεσμικών γραμμών επί του πετάσματος. Κατόπιν τοποθετήστε τη σειρά των σημειακών πηγών (σχ. B25 - 1) στη σχισμή και ρυθμίστε το μήκος κύματος ώστε να είναι το ίδιο όπως προηγουμένως. Συγκρίνετε τα ίχνη των δεσμικών γραμμών με αυτές που σημειώθηκαν επί του πετάσματος προηγουμένως.



Σχήμα B25-1

Για να είναι αποτελεσματική η επίδειξη πρέπει να χρησιμοποιηθεί μήκος κύματος τόσο βραχύ όσο είναι δυνατόν ώστε ο λόγος του εύρους της σχισμής διά του μήκους κύματος να είναι όσο το δυνατόν μεγάλος· να χρησιμοποιηθεί λόγος τουλάχιστον 3:1 και κατά προτίμηση μεγαλύτερος. Αν οι σχηματισμοί περιθλάσεως είναι αρκετά διακριτοί, θα είναι άξιο λόγου να διαπιστωθεί η ισχύς της σχέσεως $\sin\theta = \lambda/w$ για την πρώτη δεσμική γραμμή (η δεύτερη δεσμική γραμμή θα είναι πιθανόν δύσκολο να ιδωθεί).

Σημειώστε ότι αν επιτύχετε να επιβεβαιώσετε τη σχέση μεταξύ λ/w και $\sin\theta$ με το πείραμα του δοχείου κυμάτων, τότε έχετε μια λογική ερμηνεία της περιθλάσεως του φωτός ως τη βάση του κυματικού μοντέλου ανεξάρτητα από τις θεωρητικές προβλέψεις που αναπτύχθηκαν στην Παράγραφο 25-4. Επειδή μερικοί μαθητές ίσως βρουν τη συλλογιστική του διδλίου μάλλον δύσκολη, αυτή η εναλλακτική αντιμετώπιση ίσως τους βοηθήσει.

Αν κάνετε χρήση αυτής της εναλλακτικής αντιμετώπισης, παραλείψετε τις Παραγράφους 25 - 4 και 25 - 5. Αν ασχοληθείτε με την ανάλυση της Παραγράφου 25-5, χρησιμοποιήστε το σχ. 25 - 11 της Παραγράφου 25 - 5 για να κάνετε μια περίληψη και των τριών παραγράφων μαζί.

Παράγραφος 25 - 6

Δώστε αυτή την παράγραφο για μελέτη στο σπίτι και δείξτε την ταινία *Ηλεκτρομαγνητικά Κύματα*. Ίσως είναι χρήσιμο να ζητήσετε από τους μαθητές σας να κάνουν τις αλγεβρικές αποδείξεις με χαρτί και μολύδι διότι παρόμοιες αποδείξεις θα υπάρξουν στην Παράγραφο 27-5.

Παράγραφοι 25 - 7 και 25 - 8

Πραγματευτείτε τις προσεκτικά. Για να συνδέσετε τις δυο παραγράφους μαζί δάλτε την τάξη να συμμετάσχει με το να φτιάξει έναν κατάλογο με φαινόμενα τα οποία δείχνουν ότι το φως διαδίδεται όπως τα κύματα και αλληλεπιδρά με την ύλη όπως τα σωματίδια.

Παράγραφος 25 - 9

Αποφύγετε από το να καθηλωθείτε εσείς και η τάξη σας σε μια άγονη συζήτηση γύρω από το ερώτημα, «Μα τι είναι το φως, σωματίδιο ή κύμα;». Βοηθήστε τους μαθητές σας να συνηθίσουν στην ιδέα ότι η φύση δεν μας διευκολύνει, κατ' ανάγκην, μπαίνοντας ωραία ωραία μέσα σε απλά μοντέλα τα οποία βασίζονται στην ανθρώπινη εμπειρία πάνω σε μια περιορισμένη περιοχή. Οι δυο ταινίες, *Φωτόνια* και *Συμβολή Φωτονίων*, θα σας βοηθήσουν στο να περάσετε αυτή την ιδέα δείχνοντας πώς δημιουργείται μια εικόνα συμβολής χρησιμοποιώντας ασθενές φως.

Παράγραφος 25 - 10

Ασχοληθείτε σύντομα, τονίζοντας το κύριο σημείο, που είναι ότι για χαμηλές συχνότητες (μεγάλα μήκη κύματος) οι ενέργειες των μεμονωμένων φωτονίων είναι τόσο μικρές ώστε μπορούμε να ανιχνεύσουμε μόνο ένα μεγάλο πλήθος από φωτόνια μαζί. Έτσι παρατηρείται μόνο η μέση συμπεριφορά τους. Καθώς ελαττώνεται το μήκος κύματος, κυριαρχεί περισσότερο ο σωματιδιακός χαρακτήρας τους.

Πείραμα 42. Πείραμα του Young

Υλικά

1 Λαμπτήρας για διτρίνες, από διαφανές γυαλί, με ευθύγραμμο νήμα, 40 W.

1 Βάση (ντουί) και καλώδιο.

2 Πλακίδια μικροσκοπίου, $1'' \times 3'' (\approx 2,5 \text{ cm} \times 7,5 \text{ cm})$.

2 Ξυριστικές λεπίδες (ξυραφάκια).

1 Κομμάτι κόκκινου σελοφάν, $4'' \times 4'' (\approx 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm})$.

1 Κομμάτι μπλε σελοφάν, $4'' \times 4'' (\approx 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm})$.

Κολλοειδές αιώρημα γραφίτη ή κερί για δημιουργία καπνιάς.

Ταινία αδιαφανής αυτοκόλλητη ή σελοτέιπ.

2 Λαστιχάκια.

1 Στατίφ (ορθοστάτη).

1 Σφιγκτήρα Burette.

1 Κανόνα.

2 Χάρτινους σημειοδείκτες για τον κανόνα.

Για την κατασκευή των σχισμών, επιτυγχάνονται τα άριστα αποτελέσματα χρησιμοποιώντας πλακίδια μικροσκοπίου τα οποία καλύπτετε με επίστρωμα από κολλοειδές αιώρημα γραφίτη σε νερό. Μπορείτε να τοποθετήσετε επί των πλακιδίων ένα στρώμα λεπτού πάχους από κολλοειδές, χρησιμοποιώντας ένα μαλακό πινέλο. Οι σχισμές να γίνουν όπως υποδεικνύεται στο σχ. 42 - 1 μέσα σε μιαν ώρα αφότου ξεράθηκε το επίστρωμα.

Ως εναλλακτική λύση, μπορούν τα πλακίδια να καλυφθούν με αιθάλη άνθρακα. Αυτό γίνεται κρατώντας το πλακίδιο πάνω από τη φλόγα κεριού μέχρις ότου εναποτεθεί ένα λεπτό στρώμα από άνθρακα. Προσπάθειες να φτιαχθούν καλές σχισμές με πλακίδια που είχαν καλυφθεί με άλλα είδη υλικών δεν ήταν επιτυχείς· το επίχρισμα μαδούσε όταν χαράσσονταν.

Δυο καθαρά ξυραφάκια (λεπίδες) με δυο κόψεις με ελαφρά κλίση προς τα εμπρός όπως φαίνεται στο σχ. 42 - 1 θα φτιάξουν σχισμές οι οποίες απέχουν μεταξύ τους απόσταση ίση με το πάχος της μιας λεπίδας.

Ένας λαμπτήρας με διαφανές γυαλί από αυτούς που χρησιμοποιούνται σε διτρίνες είναι μια καλή κατάλληλη πηγή φωτός λόγω του ότι έχει μακρύ ευθύγραμμο νήμα πυρακτώσεως. Αν δεν έχετε τέτοιο λαμπτήρα μπορείτε να χρησιμοποιήσετε έναν άλλο λαμπτήρα με ευθύγραμμο νήμα. Πάντως οπωσδήποτε οι σχισμές πρέπει να είναι παράλληλες προς το νήμα.

Ίσως αξίζει τον κόπο να έχετε στήσει ένα δοχείο κυμάτων κατά την εκτέλεση αυτού εδώ του πειράματος. Έτσι οι ομοιότητες και οι διαφορές μεταξύ μετρήσεων των δεσμικών γραμμών στο δοχείο κυμάτων μπορούν να συσχετισθούν με τις μετρήσεις για φως. Σημειώστε ότι σε αυτό το πείραμα η κόρη του ματιού εμπεριέχει τον όλο σχηματισμό συμβολής των φωτεινών κυμάτων. Η ανάλογη περίπτωση για το δοχείο κυμάτων θα χρειαζόταν ένα «μάτι» μεγάλο όσο το δοχείο.

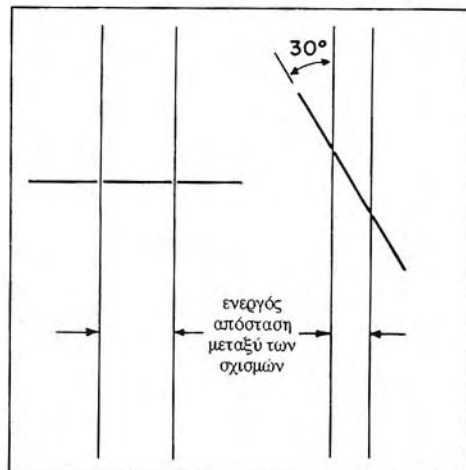
Αν είναι δυνατόν, έχετε ένα μικρόμετρο στη διάθεσή σας για να μετρηθούν τα πάχη των λεπίδων. Αν δεν έχετε μικρόμετρο, μετρήστε ένα μάτσο από πολλές λεπίδες με έναν συνήθη κανόνα και διαιρέστε το αποτέλεσμα διά του αριθμού των λεπίδων.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 42

Το φως του λαμπτήρα διέρχεται διά των λεπτών σχισμών και υφίσταται περίθλαση. Το φως από τις δυο σχισμές επικαλύπτεται, δημιουργώντας σχηματισμούς συμβολής. Εμφανίζονται σκοτεινές ραβδώσεις κατά μήκος

των δεσμικών γραμμών και φωτεινές ραβδώσεις κατά μήκος των γραμμών μέγιστης «διαταραχής».

- Οι ραβδώσεις κοντά στο πέρας του σχηματισμού θα είναι έγχρωμες αν τα χρώματα από τα οποία αποτελείται το λευκό φως είναι κύματα με διαφορετικά μήκη κύματος. Τέτοια κύματα θα παρουσιάζουν μέγιστα και δεσμικές γραμμές σε διαφορετικές διευθύνσεις.
- Όταν ο λαμπτήρας καλύπτεται με κόκκινο σελοφάν, τα άλλα χρώματα εμποδίζονται (κόβονται), φτιάχνοντας έναν ευκρινέστερο σχηματισμό από κόκκινες και σκοτεινές λωρίδες. Φαίνονται καθαρά περισσότερες λωρίδες.
- Από το σχ. 42 - 2 φαίνεται ότι θ_n ισούται με το μισό της αποστάσεως μεταξύ 2_n δεσμικών γραμμών διηρημένης διά της αποστάσεως μεταξύ του κανόνα και των σχισμών. (Αφού η θ_n είναι μικρή γωνία, η απόσταση από τις σχισμές μέχρι τα σημεία του κανόνα κατά μήκος οιασδήποτε από τις δεσμικές γραμμές είναι ίδια, μέσα στο πειραματικό σφάλμα).
- Οι μαθητές θα βρουν τιμές για το μήκος κύματος του κόκκινου φωτός που πέφτουν μέσα στα κανονικά όρια του κόκκινου φωτός, δηλαδή μεταξύ 750 και 610 nm.
- Το μήκος κύματος του ερυθρού φωτός μπορεί να προσδιορισθεί με ακρίβεια 10 με 20 στα εκατό. Οι κύριες πηγές σφάλματος είναι οι μετρήσεις του x και η απόσταση των σχισμών. Πρέπει να θυμάται κάποιος ότι ακόμη και οι πιο ακριβείς μετρήσεις δίνουν μια τιμή η οποία εξαρτάται από το εύρος των μηκών κύματος που διέρχονται από το φίλτρο.
- Το μπλε φως θα παρουσιάσει εναλλασσόμενες φωτεινές και σκοτεινές ραβδούς οι οποίες είναι πιο κοντά η μια στην άλλη απ' ό,τι οι ραβδοί στο ερυθρό φως· άρα, το μπλε φως έχει βραχύτερο μήκος κύματος.
- Ο σχηματισμός συμβολής διευρύνεται όταν το πλακίδιο περιστραφεί ώστε να σχηματίσει μια οριζόντια γωνία περίπου 30° με την ευθεία οράσεως.
- Αυτό οφείλεται στην «ενεργό» ελάττωση της αποστάσεως μεταξύ των σχισμών [σχ. B25 - 2].



Σχήμα B25-2

Κατάταξη των Προβλημάτων Παραγράφων και ΣΤΕ

Παράγραφος	Εύκολα	Μέτρια	Δύσκολα
25-1	1, 2		
25-2	3, 4, 5		
25-3	7	6	
25-4		8, 9, 10	
25-5	11, 12, 13	14	
25-6	15, 16		
25-7		17, 18	
25-8	19, 20, 21	22, 23, 24	
25-9	25	26	27
ΣΤΕ	29, 31, 32, 34 37	28, 30, 33, 35 38, 39, 40, 42	36, 41

Απαντήσεις στα Προβλήματα

(Περιεχόμενο προβλημάτων όπως στο διδύλιο διδασκαλίας)

1. Δεν θα υπάρχουν κροσσοί συμβολής. Η S_1 θα λειτουργεί ως σημειακή πηγή φωτός, η οποία θα φωτίζει την οθόνη πιο έντονα στην περιοχή της οθόνης η οποία είναι πλησιέστερα προς τη σχισμή. Η ένταση φωτισμού θα είναι κάπως ελαττωμένη στις δυο πλευρές της φωτιζόμενης περιοχής.

Στην πράξη είναι δύσκολο να φτιάξετε σχισμές αρκετά λεπτές ώστε να επιτύχετε το σχηματισμό του σχ. 25 - 2. Αυτό που θα δει κάποιος πιθανότατα με την S_2 σκεπασμένη είναι κάτι παρόμοιο προς τους σχηματισμούς που παρατηρούνται με το δοχείο κυμάτων που φαίνονται στο σχ. 23 - 20 και σχ. 23 - 21. Δηλαδή, θα δει ένα ευρύ κεντρικό μέγιστο το οποίο καταλήγει σε δεσμικές γραμμές και προς τις δυο πλευρές του και με πολύ λιγότερο έντονα δευτερεύοντα μέγιστα.

2. (α) Οι διαδοχικές φωτεινές και σκοτεινές περιοχές θα ήταν περισσότερο απομακρυσμένες η μια από την άλλη.

(β) Οι διαδοχικές φωτεινές και σκοτεινές περιοχές θα ήταν πιο κοντά η μια στην άλλη.

3. $\Delta x = 0,68 \text{ mm}$.

4. Σε μεγαλύτερη απόσταση μεταξύ τους.

5. (α) 3 κόκκινες και 4 μπλε.

(β) Αφού $\Delta_{\chi\mu\tau\lambda\epsilon} = 3/4 \Delta_{\sigma\kappa\omicron\kappa}$, $\lambda_{\mu\tau\lambda\epsilon} = 3/4 \lambda_{\sigma\kappa\omicron\kappa}$

$$\text{οπότε } \frac{\lambda_{\mu\tau\lambda\epsilon}}{\lambda_{\sigma\kappa\omicron\kappa}} = \frac{3}{4}$$

6. Δημιουργήστε ευθύγραμμο κύματα και αφήστε τα να χτυπήσουν ένα μικρό αντικείμενο τοποθετημένο μέσα στο δοχείο.

7. Η μοναδική σχισμή δημιουργεί μια ευρεία, κεντρική, φωτεινή περιοχή με μικρότερου εύρους φωτεινές περιοχές οι οποίες διαχωρίζονται από κάπως φαρδύτερες σκοτεινές περιοχές (δεσμοί). Οι πλευρικές περιοχές γίνονται όλο και λιγότερο φωτεινές όσο πιο μακριά βρίσκονται από την κεντρική περιοχή. Η κεντρική περιοχή έχει διπλάσιο εύρος από κάθε πλευρική. Η διπλή σχισμή δημιουργεί μια σειρά από ισαπέχουσες φωτεινές και σκοτεινές περιοχές (ράβδους).

8. Τα κύματα από όλες τις πηγές συμβάλλουν σε φάση κατά τη δημιουργία του κεντρικού μέγιστου. Στο σχήμα 25 - 9, δυο τρίτα των πηγών δίνουν κύματα τα οποία αλληλοαναιρούνται και το απομένον ένα τρίτο έχουν διαφορές φάσεων διαδοχικά μεταξύ τους μικρότερες από $1/2$.

9. Οι δεσμικές γραμμές στο σχηματισμό περιθλάσεως συμβαίνουν σε γωνίες τέτοιες που η διαφορά δρόμων $w \cdot \sin\theta$ από τα δυο άκρα της σχισμής μέχρι το πέτασμα ισούται με ακέραιο αριθμό μηκών κύματος: $w \cdot \sin\theta_n = n\lambda$ οπότε $\sin\theta_n = n\lambda/w$.

Για $\lambda = 5,8 \times 10^{-7} \text{ m}$ και $w = 10^{-3} \text{ m}$, 10^{-2} m , 10^{-4} m αντιστοίχως, λαμβάνουμε για τον πρώτο

δεσμό με τη σχισμή εύρους 1 mm,

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{w} = \frac{5,8 \times 10^{-5} \text{ cm}}{10^{-1} \text{ cm}} = 5,8 \times 10^{-4}.$$

Για μικρές γωνίες η γωνία σε ακτίνια ισούται με το $\sin$ της γωνίας. Η γωνία σε ακτίνια = $5,8 \times 10^{-4}$. Για τη μετατροπή σε μοίρες έχουμε,

$$\frac{\theta}{5,8 \times 10^{-4}} = \frac{180(^{\circ})}{\pi(\text{rad})}$$

δηλαδή $\theta = 0,033^{\circ}$.

n/w	(α) 1 mm	(β) 10 mm	(γ) 0,1 mm
1	$\theta = 0,033^{\circ}$	0,0033°	0,33°
2	$\theta = 0,066^{\circ}$	0,0066°	0,66°
3	$\theta = 0,100^{\circ}$	0,0100°	1,00°

- 10 (α) Αν καλυφθεί το δεξί μισό των πηγών, η ολική φωτεινότητα του σχηματισμού συμβολής θα γίνει η μισή, η κεντρική γραμμή του θα μετατοπιστεί κατά $1/4 w$ προς τα αριστερά και ο σχηματισμός θα είναι περίπου διπλάσιου εύρους απ' ό,τι ήταν.

- (β) Η κεντρική γραμμή θα παραμείνει στην αρχική θέση αλλά η φωτεινότητα και το εύρος του σχηματισμού θα μεταβληθεί όπως στο (α).

11. Βλέπε σχ. B25 - 3.

Η καμπύλη (α) παριστάνει την κατανομή της ακτινοβολίας η οποία αναμένεται για περίθλαση από μια σχισμή.

Η καμπύλη (β) παριστάνει την κατανομή της εντάσεως της ακτινοβολίας η οποία αναμένεται από τη συμβολή φωτός από δυο σημειακές (ή γραμμικές) συμφασικές πηγές οι οποίες εκπέμπουν φως ομοιόμορφα προς όλες τις κατευθύνσεις.

Η καμπύλη (γ) η οποία δρίζεται από τον πολλαπλασιασμό των (α) και (β) δίνει την κατανομή φωτεινότητας η οποία αναμένεται όταν έχουμε δυο γραμμικές πηγές οι οποίες εκπέμπουν φως σύμφωνα με το σχηματισμό περιθλάσεως μιας σχισμής και όχι ομοιόμορφα προς όλες τις κατευθύνσεις.

12. Μετακινείτε τις δυο σχισμές σε μεγαλύτερη μεταξύ τους απόσταση αλλά κρατήστε το εύρος της καθενιάς ίδιο.

13. Οι λεπτές σχισμές δημιουργούν φαργδιά κεντρικά μέγιστα τα οποία θα επικαλύπτονται αρκετά ώστε να φαίνονται πολλές από τις γραμμές διπλής σχισμής.

14. (α) 6.

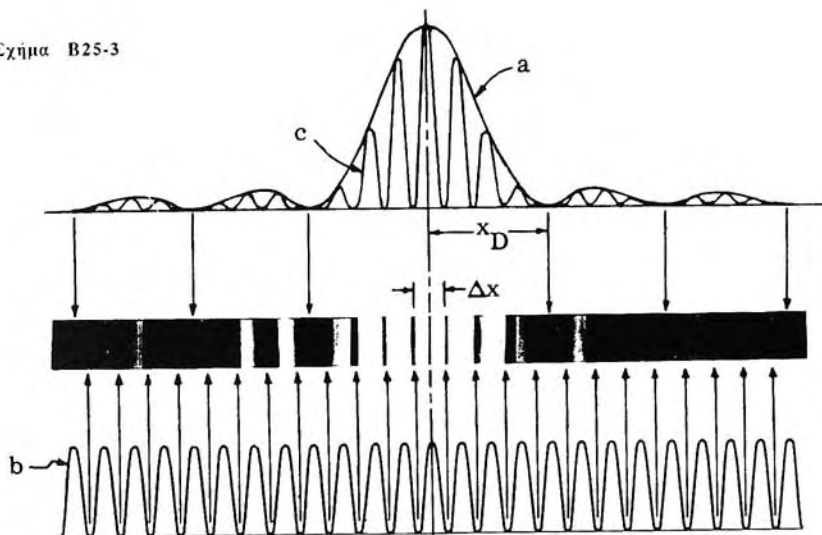
- (β) Όταν $n = 3$ στο σχηματισμό διπλής σχισμής, τότε $n = 1$ στο σχηματισμό μοναδικής σχισμής.

$$\begin{array}{ll} \text{Διπλή σχισμή:} & \text{Απλή σχισμή:} \\ \frac{x}{L} = \left(3 - \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{d} & \frac{x}{L} = 1 \frac{\lambda}{w} \end{array}$$

$$\text{'Αρα} \quad \frac{2,5}{d} = \frac{1}{w}$$

$$\text{και επομένως} \quad \frac{w}{d} = 0,4$$

Σχήμα B25-3



Τα βέλη δείχνουν σκοτεινές περιοχές που οφείλονται στην περίθλαση από κάθε μία σχισμή χωριστά.

Τα βέλη δείχνουν σκοτεινές ράβδους που οφείλονται στην συμβολή μεταξύ διαφορετικών σχισμών.

15. Για ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία, $v\lambda = c$. Οι υποδιαιρέσεις της κλίμακας για τη συχνότητα ν βρίσκονται διαιρώντας το 3×10^8 m/s δια της τιμής του μήκους κύματος σε μέτρα. Αφού οι υποδιαιρέσεις αντιστοιχούν σε λογαριθμική κλίμακα, οι υποδιαιρέσεις για τη συχνότητα είναι μετατοπισμένες από τις αντίστοιχες για το μήκος κύματος κατά $\log 3$.

16. Επιφάνεια καθοδικού σωλήνα (οθόνη) τηλεοράσεως: ακτίνες-X, υπεριώδες, ορατό. Από το νήμα του καθοδικού σωλήνα: υπέρυθρο.

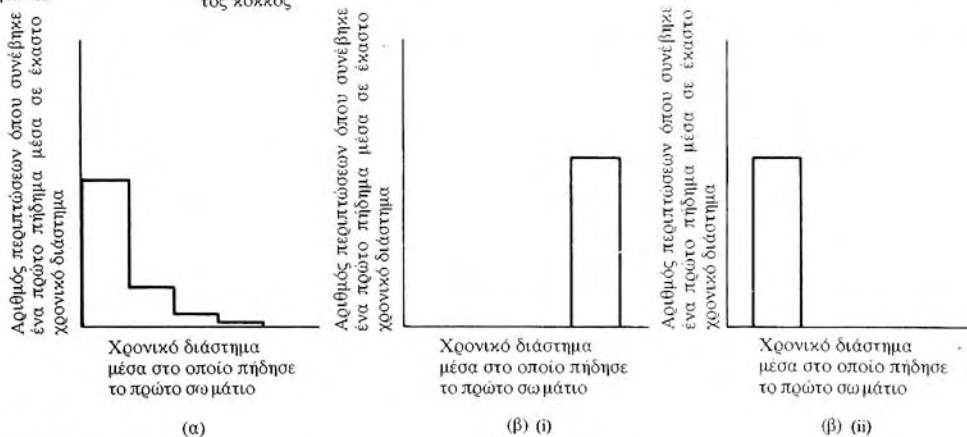
Είσοδος δέκτη: μικροκύματα.

Εσωτερικό κύκλωμα δέκτη: ραδιοκύματα (ενδιάμεση συχνότητα).

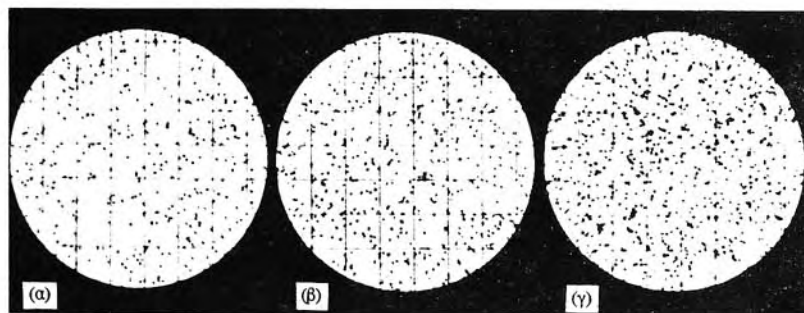
(Πιθανόν μόνο μαθητές με ειδικό ενδιαφέρον στο θέμα θα ξέρουν για το τελευταίο).



Σχήμα Α



Σχήμα Β25-4



Σχήμα Β (Από το βιβλίο "Εισαγωγή στην επιστήμη της Φυσικής" από την ομάδα IPS Prentice Hall Inc. Englewood Cliffs N.J. 1967).

17. (α) Βλέπε σχ. Β25 - 4(α).

(β) Βλέπε σχ. Β25 - 4(β)(i) και (β)(ii).

18. (α) Το φωτογραφικό φιλμ θα φαινόταν παρόμοιο όπως στο σχ. Β.

(β) Ανάλογα με το χρόνο εκθέσεως, ένα ή περισσότερα από τα τρία φιλμ ίσως να μην έχουν καθόλου κόκκους. Αν ο χρόνος ήταν αρκετά μεγάλος ώστε τουλάχιστον ένα από τα φιλμ να επηρεαστεί, η κατανομή των κόκκων θα ήταν ομοιόμορφη μέσα σε καθένα από τα τετράγωνα. [Το φωτογραφικό φιλμ έχει μέσα του φωτοευαίσθητους κόκκους, ο κάθε κόκκος είτε επηρεάζεται ολόκληρος είτε δεν επηρεάζεται καθόλου· έτσι το αρνητικό θα παρουσιάζει κοκκώδη εικόνα].

19. Τα σημεία που αντιστοιχούν σε συχνότητα $7,4 \times 10^{14}$ Hz.

20. 2eV.

21. Αν το κάθε φωτόνιο έχανε 20% της ενέργειάς του, το χρώμα του ανακλώμενου φωτός θα μετατοπιζόταν προς τα χρώματα με μεγαλύτερο μήκος κύματος απ' ό,τι το προσπίπτον φως. Αφού το ανακλώμενο φως έχει το ίδιο χρώμα με το

προσπίπτουν φως, συμπεραίνουμε ότι 20% από τον αριθμό των φωτονίων έχουν τελείως απορροφηθεί.

$$22. (\alpha) \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{6,5 \times 10^{-7} \text{ m}} = 4,6 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$(6) E = h\nu = 6,6 \times 10^{-34} \text{ joule} \cdot \text{s} \times 4,6 \times 10^{14} \text{ Hz} = 3,0 \times 10^{-19} \text{ joule}.$$

$$(\gamma) E = 3,0 \times 10^{-19} \text{ joule} \times \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \times 10^{-19} \text{ joule}} = 1,9 \text{ eV}$$

(δ) Μπορείτε να «δείτε» φως όλων των μηκών κύματος από 400 nm (ιώδες) μέχρι 700 nm (κόκκινο). Χρησιμοποιώντας το γεγονός ότι $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$, μπορούμε με αναλογίες να βρούμε τις ενέργειες φωτονίων μήκους κύματος 400 nm και 700 nm από την ενέργεια των φωτονίων 650 nm.

$$\frac{E_{700}}{E_{650}} = \frac{650}{700},$$

$$E_{700} = 1,9 \times \frac{650}{700} \text{ eV} = 1,8 \text{ eV}.$$

$$\frac{E_{400}}{E_{650}} = \frac{650}{400}.$$

$$E_{400} = 1,9 \times \frac{650}{400} \text{ eV} = 3,1 \text{ eV}.$$

23. Η ενέργεια φωτονίων 500 nm είναι $E = 2,5 \text{ eV}$.

Μέρος αυτής της ενέργειας, ίσο με 2,0 eV, χρησιμοποιείται για την εξαγωγή του ηλεκτρονίου από το μέταλλο, ενώ το υπόλοιπο, 0,5 eV, γίνεται κινητική ενέργεια των (ταχύτερων) ηλεκτρονίων. Χρειάζεται επομένως ένα επιβραδυντικό δυναμικό 0,5 volt για να σταματήσει αυτά τα ηλεκτρόνια. (Τα πλείστα των ηλεκτρονίων τα οποία εξέρχονται χάνουν μέρος από αυτή την ενέργεια των 0,5 eV λόγω των συγκρούσεων μέσα στο στερεό).

$$24. (\alpha) \lambda = \frac{d}{L} \Delta x = \frac{3,5 \times 10^{-4} \times 2,8 \times 10^{-3}}{2,0} \text{ m}$$

$$= 4,9 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \text{Ενέργεια} &= h\nu = \frac{hc}{\lambda} \\ &= \frac{6,6 \times 10^{-34} \times 3,0 \times 10^8}{4,9 \times 10^{-7}} \text{ J} = \\ &= 4,0 \times 10^{-19} \text{ J} \end{aligned}$$

$$= \frac{4,0 \times 10^{-19}}{1,6 \times 10^{-19}} \text{ eV} = 2,5 \text{ eV}$$

Η τιμή του B για επιφάνεια καυσίου είναι -2,0 eV, οπότε η μέγιστη κινητική ενέργεια των εξερχομένων ηλεκτρονίων είναι 0,5 eV.

(6) Ο προσδιορισμός των μηκών κύματος προήλθε μόνον από τις κυματικές ιδιότητες του φωτός. Ο προσδιορισμός της ενέργειας προήλθε από τη σύνθεση και των δύο μοντέλων για το φως.

$$25. E = \frac{1,24 \times 10^3 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{600 \text{ nm} \cdot \text{φωτόνιο}} \times 10^2 \frac{\text{φωτόνια}}{\text{s}} = 2,1 \times 10^2 \text{ eV/s}$$

$$26. (\alpha) E = h(c/\lambda) = \frac{6,6 \times 10^{-34} \text{ joule} \cdot \text{s} \times 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}}{500 \text{ nm} \times 10^{-9} \text{ m/nm}}$$

$$E = 4,0 \times 10^{-19} \text{ joule}.$$

(6) Ο μέσος χρόνος μεταξύ της ελεύσεως δυο διαδοχικών φωτονίων είναι:

$$\frac{4,0 \times 10^{-19} \text{ joule}}{5 \times 10^{-13} \text{ joule/s}} = 8 \times 10^{-7} \text{ s}$$

(γ) Αφού τα φωτόνια στον αέρα κινούνται με ταχύτητα $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ και φτάνουν, κατά μέσον όρον, κατά χρονικά διαστήματα $8 \times 10^{-7} \text{ s}$, αν η δέσμη ταξίδευε στον ελεύθερο χώρο, τα φωτόνια θα απείχαν το ένα από το άλλο κατά $8,0 \times 10^{-7} \text{ s} \times 3 \times 10^8 \text{ m/s} = 240 \text{ m}$.

(δ) Για να εξαντλήσετε αυτή την ερώτηση σας βοηθά αν φανταστείτε μια δέσμη φωτός στο χώρο με μέση απόσταση μεταξύ διαδοχικών φωτονίων ίση με 240 m, αλλά με ίση πιθανότητα να βρεθεί οιοδήποτε φωτόνιο οπουδήποτε κατά μήκος της δέσμης οιαδήποτε χρονική στιγμή λόγω του τυχαίου στη διαδικασία εκπομπής. Τότε αν κάνετε την επί πλέον υπόθεση ότι η διαμήκης έκταση του φωτονίου είναι πολύ μικρή, μπορείτε να κάνετε τον ακόλουθο συλλογισμό. Ένα κουτί μήκους 1,2 m τοποθετημένο στη δέσμη, εκτείνεται κατά 1/200 της μέσης αποστάσεως μεταξύ διαδοχικών φωτονίων. Επομένως, όταν παρατηρείτε μέσα στο κουτί οιαδήποτε χρονική στιγμή, θα παρατηρήσετε ένα φωτόνιο μια φορά στις κάθε 200 φορές που παρατηρείτε.

27. Ο σχηματισμός του σχ. 25 - 4 δημιουργήθηκε με χρήση μονοχρωματικού κόκκινου φωτός το οποίο διερχόταν διά μέσου δύο λεπτών σχισμών που ήταν κοντά η μια στην άλλη και προερχόμενο από μια πηγή μικρών διαστάσεων. Η διαδρομή του καθενός φωτονίου από την πηγή και μέσα από κάποιαν από τις σχισμές είναι τυχαία και δεν μπορεί να υπάρξει πρόβλεψη για το πού θα πάει το κάθε ένα φωτόνιο. Όμως, ο φωτισμός των διαφόρων περιοχών του σχηματισμού συμβολής σχετίζεται με την πιθανότητα που έχει ένα φωτόνιο να φτάσει σε ένα ειδικό σημείο του σχηματισμού (εικόνας) συμβολής. Εκεί όπου είναι τα μέγιστα, υπάρχει μεγάλη πιθανότητα ότι θα φτάσουν φωτόνια· αντιστρόφως, υπάρχει μικρή πιθανότητα να φτάσουν φωτόνια στις θέσεις των ελαχίστων. Η εικόνα συμβολής μπορεί να παρατηρηθεί μόνον αφού διέλθουν πολλά φωτόνια διά των σχισμών.

Απαντήσεις στα Προβλήματα ΣΤΕ

$$28. \Delta_{\chi\kappa\omicron\kappa} = L \frac{\lambda_{\kappa\omicron\kappa}}{d}$$

$$L = d \frac{\Delta_{\chi\kappa\omicron\kappa}}{\lambda_{\kappa\omicron\kappa}} = \frac{0,01 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}}{6,5 \times 10^{-5} \text{ cm}}$$

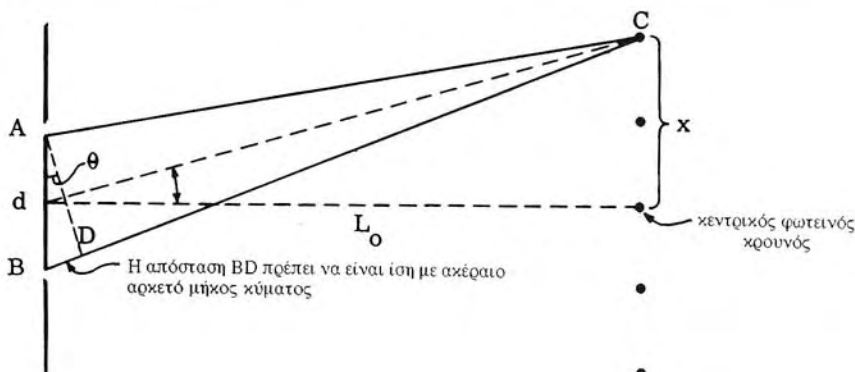
$$= 1,5 \times 10^2 \text{ cm} = \underline{1,5 \text{ m.}}$$

Αν χρησιμοποιήσουμε διαφορετικό μήκος κύματος, οι αποστάσεις μεταβάλλονται άμεσα με το μήκος κύματος (διότι η διαφορά δρόμων σε μήκη κύματος πρέπει να μείνει η ίδια).

$$\frac{\Delta_{\chi\iota\omega\delta}}{\Delta_{\chi\kappa\omicron\kappa}} = \frac{\lambda_{\iota\omega\delta}}{\lambda_{\kappa\omicron\kappa}}$$

$$\Delta_{\chi\iota\omega\delta} = \frac{\lambda_{\iota\omega\delta}}{\lambda_{\kappa\omicron\kappa}} \times \Delta_{\chi\kappa\omicron\kappa} = \frac{4,5 \times 10^{-7} \text{ m}}{6,5 \times 10^{-7} \text{ m}} \times 1 \text{ cm}$$

$$= \underline{0,7 \text{ cm.}}$$



Σχήμα B25-5

29. Το κεντρικό μέγιστο στην εικόνα συμβολής δημιουργείται όταν τα μήκη διαδρομών (οπτικοί δρόμοι) από τις δυο σχισμές μέχρι το πέτασμα είναι ίσοι - υποθέτοντας ότι οι σχισμές βρίσκονται σε ίσες αποστάσεις από την πηγή φωτός. Δημιουργούνται επίσης μέγιστα όταν οι οπτικοί δρόμοι από τις δυο σχισμές μέχρι το πέτασμα διαφέρουν κατά ακέραιο αριθμό μηκών κύματος.

Θεωρήστε το σχήμα B25 - 5. Το φως το οποίο ταξιδεύει από τη σχισμή B στο σημείο, C, μεγίστου πρέπει να διάνυσε απόσταση μεγαλύτερη απ' ό,τι αυτό από τη σχισμή A μέχρι το μέγιστο στο C. Αυτή η διαφορά είναι ίση με ακέραιο αριθμό μήκους κύματος. Όμως η BC είναι μεγαλύτερη από την AC κατά την απόσταση BD. Άρα, $BD = n\lambda$, όπου $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

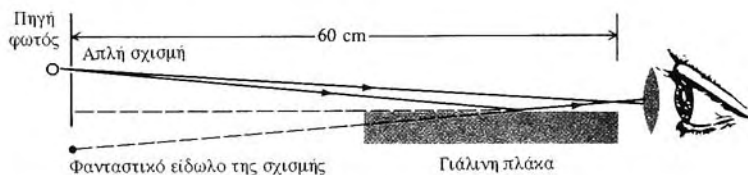
Μπορεί ναδειχθεί ότι αν το C είναι πολύ μακριά (δηλαδή το μήκος AC είναι πολύ μεγαλύτερο από το AB), τότε $BD = AB \sin\theta$. Όμως $AB = d$, που είναι η απόσταση μεταξύ των σχισμών. Τελικά, $d \sin\theta = n\lambda$ και $\sin\theta = n\lambda/d$ όπου $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

30. (α) Η καθυστέρηση φάσεως είναι $1/2$. Αυτή η καθυστέρηση φάσεως συμβαίνει διότι το φως ανακλάται στην επιφάνεια γυαλιού και το φως διαδίδεται με μικρότερη ταχύτητα στο γυαλί απ' ό,τι στον αέρα.

(β) Η επόμενη σκοτεινή γραμμή στο P σημαίνει μια πρόσθετη διαφορά φάσεως μιας περιόδου λόγω διαφοράς οπτικών δρόμων από τις πηγές ίσης με λ . Από το σχ. Γ έχουμε:

$$\frac{x}{L} = \frac{\lambda}{d}$$

$$d = \frac{\lambda L}{x} = \frac{(5,4 \times 10^{-5})(60 \text{ cm})}{(0,09)} = 0,036 \text{ cm}$$



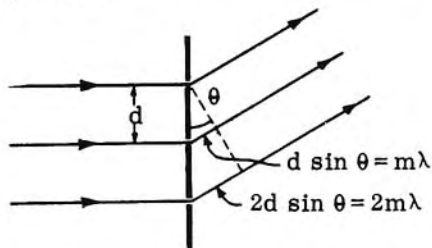
Σχήμα Γ

και η πηγή βρίσκεται σε απόσταση $d/2 = 0,018$ cm πάνω από το επίπεδο της ανακλώσας επιφάνειας.

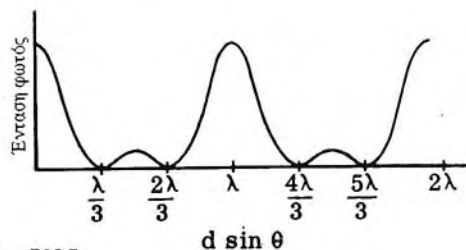
- 31.** Μια εύκολη μέθοδος είναι: στήσετε μια πηγή φωτός (μια σχισμή ή λεπτό νήμα πυρακτώσεως) μπροστά από τη σχισμή η οποία πρόκειται να μετρηθεί και μετρήστε την απόσταση x μεταξύ του κεντρικού μεγίστου και της πρώτης σκοτεινής περιοχής της εικόνας η οποία εμφανίζεται στο πέτασμα. Τώρα ξέρουμε το x και μπορούμε να μετρήσουμε το L . Για να βρούμε το εύρος της σχισμής w ξέρουμε ότι: $x/L \approx \sin \theta = \lambda/w$ οπότε $w = \lambda L/x$.

- 32.** Θα παρατηρήσετε στάσιμα κύματα μεταξύ της πηγής ευθυγράμμων κυμάτων και των εμποδίων.

- 33.** Η απαραίτητη συνθήκη για να επιτευχθεί πλήρης ενίσχυση μεταξύ οιοδήποτε αριθμού κυμάτων τα οποία προέρχονται από ένα σύνολο συμφώνων πηγών είναι προφανώς ότι οι διαδρομές των κυμάτων από οιοδήποτε δυο πηγές πρέπει να είναι ακέραιος αριθμός μηκών κύματος. Αν οι πηγές είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες, αυτή η συνθήκη ικανοποιείται όταν η διαφορά δρόμων από τις διαδοχικές πηγές είναι ακέραιος αριθμός μηκών κύματος. Βλέπε σχ. B25 - 6.



Σχήμα B25-6



Σχήμα B25-7

Φαίνεται ότι θα δημιουργηθούν δευτερεύοντα μέγιστα εκεί όπου συμβαίνει μερική ενίσχυση κυμάτων. Στην πραγματικότητα, η μορφή της εντάσεως του φωτός από τρεις σχισμές φαίνεται όπως στο σχ. B25 - 7.

Υποδεικνύεται από τη συζήτηση στο βιβλίο (σχήματα 25 - 7 και 25 - 8) ότι συμβαίνουν ελάχιστα όταν $N \cdot d \cdot \sin \theta = (\text{ακέραιος}) \times \lambda$, (N = αριθμός σχισμών), χωρίς $d \sin \theta / \lambda$ να είναι ακέραιος. Αυτό είναι γενικά σωστό αλλά μπορεί να αποδειχθεί μόνον όταν το N είναι δύναμη του 2 με το τέχνασμα του ζευγαρώματος των σχισμών. Για περισσότερες από 2 σχισμές τα κύρια ελάχιστα συμβαίνουν στις ίδιες γωνίες όπως και με δυο σχισμές μόνο που είναι μικρότερου εύρους.

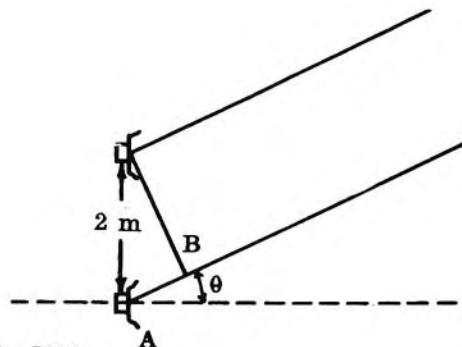
- 34.** Αυτό το πρόβλημα χρειάζεται την επέκταση της γνώσεως των μαθητών περί συμβολής του φωτός και στην περιοχή του ήχου.

(α) Δεν θα ακούγεται καθόλου (ή θα ακούγεται πολύ λίγο) ήχος σε γωνία θ τέτοια ώστε η απόσταση AB να είναι $\lambda/2, 3\lambda/2, 5\lambda/2$ κ.τ.λ., διότι ο ήχος από τα μεγάφωνα θα αλληλοαναιρείται. Βλέπε σχ. B25 - 8.

$$\Sigma' \text{ αυτό το πρόβλημα } \lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{300 \text{ m/s}}{1000 \text{ s}^{-1}} =$$

$= 0,3 \text{ m}$, $AB = 2 \sin \theta \text{ meter}$. Δεν θα ακούγεται ήχος όταν

$$2 \sin \theta = \frac{0,3}{2}, \frac{0,9}{2}, \frac{1,5}{2}, \frac{2,1}{2} \text{ κτλ.}$$



Σχήμα B25-8

οπότε

$$\sin \theta = 0,075, 0,225, 0,375, 0,525, \\ 0,675, 0,825, 0,975 \text{ και} \\ \theta = 4,3^\circ, 13,0^\circ, 22,0^\circ, 31,7^\circ \\ 42,5^\circ, 55,6^\circ, 77,0^\circ.$$

(6) Επειδή ο ήχος θα υφίστατο πολλαπλές ανακλάσεις, θα έφτανε στο αυτί ή στο μικρόφωνο ακολουθώντας πολλές διαφορετικές διαδρομές με διαφορετικά μήκη.

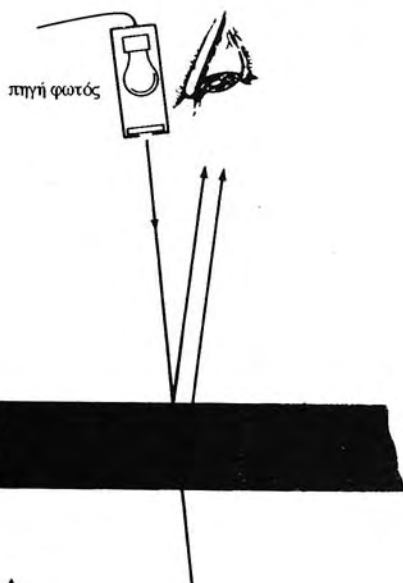
Επειδή θα έφτανε με πολλές διαφορετικές φάσεις, δεν μπορεί γενικά να παρουσιαστεί κάποιο σύστημα δεσμών (δηλαδή δεν μπορούν να εμφανιστούν φαινόμενα συμβολής).

35. Θα σαρώσουν την περιοχή, μπροστά από τα μεγάφωνα, δεσμικές «γραμμές» κινούμενες προς την πηγή των 995 Hz και ξεκινώντας από την πλευρά της πηγής των 1000 Hz με ρυθμό 5 φορές ανά δευτερόλεπτο. (Συγκρίνετε με το πρόβλημα 26, κεφάλαιο 24). Περιμένετε ότι θα ακούτε ήχο συχνότητας γύρω από 1000 Hz ο οποίος γίνεται συνεχώς εντονότερος και κατόπιν εξασθενεί με ρυθμό 5 φορές ανά δευτερόλεπτο.

36. (α) $p = \frac{1}{2}$

(6) $p = 0$.

(γ) Όταν δεν υπάρχει ανάκλαση, το πάχος d του πλακιδίου είναι $\frac{1}{2} \lambda$, λ , $\frac{3}{2} \lambda$ κ.λπ. Όταν το πλακίδιο έχει πάχος $\frac{1}{2} \lambda$, η λεπτή δέσμη φωτός η οποία ανακλάστηκε στην κάτω επιφάνεια έκανε διαδρομή μεγαλύτερη κατά



Σχήμα Δ

ένα μήκος κύματος απ' ό,τι η δέσμη η οποία ανακλάστηκε στην άνω επιφάνεια. Όμως, η δέσμη η οποία ανακλάστηκε στην άνω επιφάνεια υφίσταται μια μεταβολή φάσεως κατά $\frac{1}{2}$, ενώ η δέσμη που ανακλάστηκε στην κάτω επιφάνεια δεν υφίσταται τέτοια μεταβολή. Επομένως οι δυο δέσμες έχουν αντίθετες φάσεις και αλληλοεξουδετερώνονται τελείως.

Πρέπει να σημειωθεί ότι λ είναι το μήκος κύματος του φωτός μέσα στο γυαλί· ισούται με το μήκος κύματος του φωτός στον αέρα διαιρούμενο διά του δείκτη διαθλάσεως του γυαλιού.

37. Βλέπε σχ. B25 - 9.

38. (α) $\frac{E_{\mu\pi\lambda\epsilon}}{E_{\kappa\omicron\kappa}} = \frac{hc/\lambda_{\mu}}{hc/\lambda_{\kappa}} = \frac{\lambda_{\kappa}}{\lambda_{\mu}} = \frac{630 \text{ nm}}{450 \text{ nm}} = 1,4.$

(6) $E_{\kappa\omicron\kappa} = \frac{1,24 \times 10^3 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{630 \text{ nm}} = 1,97 \text{ eV}$

$E_{\mu\pi\lambda\epsilon} = 1,4 E_{\kappa\omicron\kappa} = 2,76 \text{ eV}$

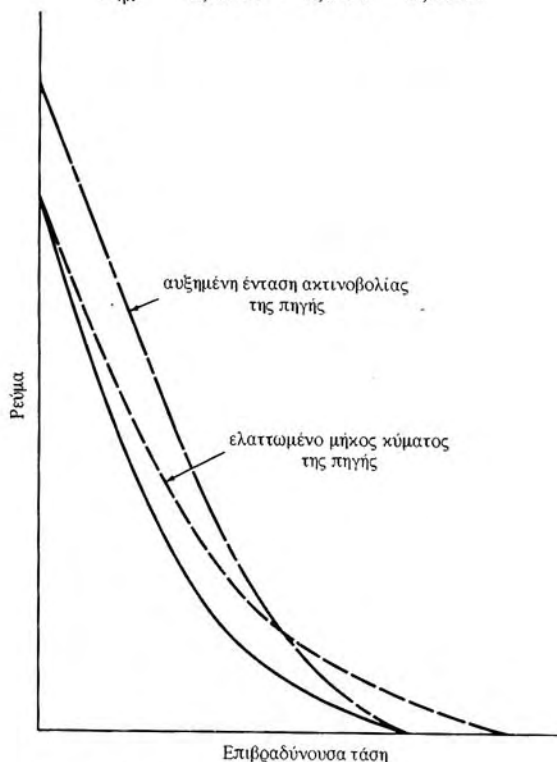
$E_{\eta\lambda} = E_{\text{φωτ}} - E_{\text{συνδ}}$

για κόκκινο φως:

$E_{\eta\lambda} = 1,97 \text{ eV} - 1,8 \text{ eV} = 0,17 \text{ eV}$

για μπλε φως:

$E_{\eta\lambda} = 2,76 \text{ eV} - 1,8 \text{ eV} = 0,96 \text{ eV}$



Σχήμα B25-9

$$\frac{E_{\eta\lambda} \text{ με μπλε φως}}{E_{\eta\lambda} \text{ με κόκκινο φως}} = \frac{0,96 \text{ eV}}{0,17 \text{ eV}} = 5,6.$$

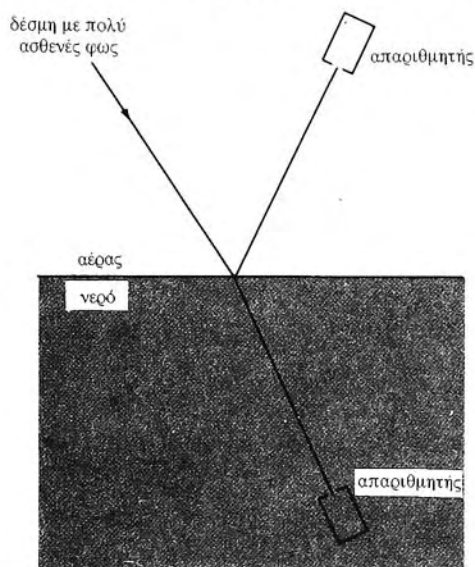
$$\begin{aligned} 39. (\alpha) \quad \frac{\text{Φωτόνια}}{\text{μέτρο}} &= \frac{\text{Φωτόνια/s}}{\text{Ταχύτητα (σε m/s)}} \\ &= \frac{(E_{\text{εκπεμπ/s}})(E/\text{φωτόνιο})}{\text{Ταχύτητα (σε m/s)}} \\ &= \frac{V_i \times 0,01/(hc/\lambda)}{c} \\ &= \frac{10^{-2} V_i \lambda}{hc^2} \\ &= \frac{10^{-2}(3,0V)(2,5 \times 10^{-1}A) \times (5,8 \times 10^{-7}m)}{(6,62 \times 10^{-34} \text{joule} \cdot s) \times (3,0 \times 10^8 \text{m/s})^2} \end{aligned}$$

Δηλαδή $7,3 \times 10^7$ Φωτόνια ανά μέτρο.

$$\begin{aligned} (6) \quad \frac{\text{Φωτόνια/s}}{\text{cm}^2} &= \frac{10^{-2} V_i \lambda}{(hc)(10 \text{ cm}^2)} = \\ &= \frac{(10^{-2})(3,0V) \times (2,5 \times 10^{-1}A) \times (5,8 \times 10^{-7}m) \times (3,0 \times 10^8 \text{m/s})}{(6,62 \times 10^{-34} \text{joule} \cdot s)(10 \text{ cm}^2)} \\ &= 2,2 \times 10^{15} \text{ φωτόνια/cm}^2 \cdot s \end{aligned}$$

40. (α) Όχι, εκτός από την σπάνια περίπτωση που ίσως δυο φωτόνια είναι μέσα στη συσκευή την ίδια χρονική στιγμή. Ένα μοναχικό φωτόνιο είτε θα ανακλασθεί είτε θα διαθλασθεί.

(6) Όχι. Οι παλμοί («οι χτύποι») είναι ανεξάρ-



Σχήμα Ε

τητοι ο ένας από τον άλλο.

(γ) 1/3 των παλμών στον άνω απαριθμητή και 2/3 στον κάτω.

$$\begin{aligned} 41. (\alpha) \quad E &= h\nu = h(c/\lambda) \\ &= \frac{6,6 \times 10^{-34} \text{ j} \cdot s \times 3 \times 10^8 \text{ m/s}}{3} \\ &= 6,6 \times 10^{-26} \text{ joule}. \end{aligned}$$

(6) Αν το καθένα φωτόνιο μεταφέρει περί τα 10^{-25} joule, ο αριθμός των φωτονίων ανά δευτερόλεπτο που χρειάζεται για ισχύ ακτινοβολίας 10^4 watt είναι

$$\frac{10^4 \text{ watt}}{10^{-25} \text{ joule/φωτόνιο}} = 10^{29} \text{ (φωτόνια/s)}.$$

(γ) Όταν τα ραδιοκύματα φτάσουν σε απόσταση (ακτίνα) 100 km, η ολική τους ενέργεια είναι κατανεμημένη σε επιφάνεια εμβαδού Α ίσου με το εμβαδόν επιφάνειας σφαίρας ακτίνας 100 km: $A = 4\pi R^2 = 4\pi \times 10^{10} \text{ m}^2$.

Ένα τμήμα αυτής της επιφάνειας με εμβαδόν 1 m^2 θα «πιάσει» ένα κλάσμα της ολικής ακτινοβολούμενης ενέργειας, ίσο με $1 \text{ m}^2 / (4\pi \times 10^{10} \text{ m}^2)$.

Δηλαδή ο δέκτης συλλαμβάνει αυτό το ποσοστό του ρυθμού εκπομπής των 10^{29} φωτονίων/s του πομπού, δηλαδή $[1/(4\pi \times 10^{10})] \times 10^{29} \approx 10^{18}$ φωτόνια/s.

Μια πλήρης ταλάντωση του ήχου «s» διαρκεί $1/4000 \text{ s}$ άρα $1/4000 \text{ s} \times 10^{18}$ φωτόνια / s $\approx 10^{14}$ φωτόνια φτάνουν στο δέκτη κατά τη

διάρκεια μιας ταλάντωσης του ήχου του γράμματος «s».

(δ) Δεν μπορείτε να αντιληφθείτε ένα φωτόνιο μέσα στα 10^{14} !

42. (α) Αφού κάθε φωτόνιο ακτίνων Χ δημιουργείται από ένα μοναδικό ηλεκτρόνιο, η μέγιστη ενέργεια την οποία μπορεί να έχει ένα τέτοιο φωτόνιο ισούται με την κινητική ενέργεια την οποία χάνει το ηλεκτρόνιο καθώς επιβραδύνεται και σταματά στο στόχο. Το μήκος κύματος το οποίο αντιστοιχεί σε αυτή τη μέγιστη ενέργεια είναι:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{E_{\text{μεγ}}}$$

Δεν μπορούμε να έχουμε μικρότερα μήκη κύματος διότι θα αντιστοιχούσαν σε μεγαλύτερες ενέργειες φωτονίων τα οποία δεν δημιουργούνται (δεν υπάρχουν).

$$(6) \quad \lambda = \frac{1,24 \times 10^3 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{2,00 \times 10^4 \text{ eV}} = 0,062 \text{ nm}$$

Άτομα και φάσματα

Επισκόπηση και Στόχοι

Υπάρχουν δύο στόχοι, τους οποίους πρέπει να έχει κάποιος στο μυαλό του. Πρώτα θέλουμε να τονίσουμε τις θεμελιώδεις και αγεφύρωτες δυσκολίες, οι οποίες προκύπτουν όταν προσπαθούμε να εφαρμόσουμε τους νόμους της μηχανικής και του ηλεκτρομαγνητισμού στα ηλεκτρόνια των ατόμων. Η νευτώνεια μηχανική δεν μπορεί να ερμηνεύσει την ύπαρξη των ατόμων (Παράγραφος 26 - 1). Ο δεύτερος στόχος είναι ναδειχθεί ότι η εσωτερική ενέργεια των ατόμων μπορεί να διαφέρει μόνον κατά διακριτές ποσότητες. Αυτό το συμπέρασμα βασίζεται σε δύο είδη πειραμάτων: μη ελαστικές (ανελαστικές) συγκρούσεις (Παράγραφος 26 - 2) και φάσματα εκπομπής και απορρόφησης (Παράγραφοι 26 - 3 και 26 - 4). Η συζήτηση είναι γενική, τονίζοντας την πειραματική μεθοδολογία.

Η Παράγραφος 26 - 5 παρέχει έναν εμπειρικό κανόνα για την περιγραφή των ενεργειακών σταθμών του ατόμου του υδρογόνου. (Η θεωρητική εξαγωγή αυτού του κανόνα αφήνεται για το Κεφάλαιο 27). Τελικά ενισχύουμε την πειραματική μεθοδολογία περιγράφοντας και ανελαστικές συγκρούσεις και φάσματα στο επίπεδο του πυρήνα, δείχνοντας έτσι ότι οι πυρήνες, όπως τα άτομα, έχουν διακριτές στάθμες ενέργειας.

Κινηματογραφική Ταινία

Το Πείραμα Franck-Hertz, του Byron L. Youtz με επίλογο από τον James Franck. Αυτή η ταινία είναι μια χρήσιμη διασαφήνιση της ύλης του διδακτικού βιβλίου, παρόλο που η διάταξη η οποία χρησιμοποιήθηκε είναι κάπως διαφορετική από αυτή η οποία περιγράφεται στο βιβλίο. Διάρκεια 30 λεπτά.

Υποδείξεις για τη Διδασκαλία

Παράγραφος 26 - 1

Η λογική αυτής της παραγράφου είναι ποιοτική, αλλά όμως αυστηρή. Δώστε την για μελέτη και δαπανήστε αρκετό χρόνο για συζήτηση στην τάξη. Βεβαιωθείτε ότι έχουν φανεί καθαρά τα ακόλουθα σημεία ασυμφωνίας.

- 1) Τα άτομα είναι ευσταθή, ενώ θα περιμέναμε τα ηλεκτρόνια να πέσουν πρακτικά ακαριαία στον πυρήνα.
- 2) Το άτομο του Rutherford θα έπρεπε να εκπέμπει φως όλων των χρωμάτων. Στην πραγματικότητα τα άτομα εκπέμπουν φως μόνο με συγκεκριμένα διακριτά μήκη κύματος.
- 3) Τα άτομα του Rutherford (με δεδομένο αριθμό ηλεκτρονίων) θα έπρεπε να υπάρχουν σε όλα τα μεγέθη, ακριβώς όπως τα ηλιακά συστήματα, τα οποία είναι όπως το άτομο Rutherford, αλλά σε μεγάλη κλίμακα, μπορούν να έχουν διαφορετικά μεγέθη. Στην πραγματικό-

τητα, τα άτομα δεδομένου ισotόπου δεν διακρίνονται μεταξύ τους (είναι μη διακριτά).

Μερικοί μαθητές ίσως διερωτηθούν πώς υπολογίστηκαν ο χρόνος «πτώσεως», 10^{-17} s, και ο χρόνος σπειροειδούς κινήσεως, 2×10^{-11} s, οι οποίοι αναφέρονται στο βιβλίο. Ο χρόνος 10^{-17} s είναι ο χρόνος ελεύθερης πτώσεως από απόσταση 5×10^{-11} m υπό την επίδραση δυνάμεως που ακολουθεί το νόμο του αντιστρόφου τετραγώνου. Ο χρόνος της σπειροειδούς κινήσεως 2×10^{-11} s δρέθηκε υπολογίζοντας την ενέργεια την οποία χάνει το ηλεκτρόνιο σε κάθε περιφορά του και την προκύπτουσα ελάττωση της ακτίνας της τροχιάς. Γνωρίζοντας την περίοδο περιφοράς ως συνάρτηση της ακτίνας, μπορεί κανείς να βρει το χρόνο που χρειάζεται ώστε η τροχιά να σμικρυνθεί από το μέγεθος του ατόμου στο μέγεθος του πυρήνα. (Αυτή η αναλογία ισχύει αν η σπειροειδής κίνηση έχει μικρό βήμα, δηλαδή δεν διαφέρει πολύ από την κυκλική σε κάθε σημείο ή αλλιώς αν η σμίκρυνση αυτή διαρκεί πολύ περισσότερο από τη μια περιφορά).

Παράγραφος 26 - 2

Πρέπει να θυμάστε ότι η περιγραφή του πειράματος Franck-Hertz στο βιβλίο είναι εξιδανικευμένη για καλύτερη κατανόηση με την έννοια ότι πρώτα συμβαίνει η επιτάχυνση των ηλεκτρονίων και κατόπιν γίνονται οι συγκρούσεις (σχ. 26 - 2). Στο πραγματικό πείραμα, το οποίο δείχνεται στην ταινία το *Πείραμα Frank-Hertz*, υπάρχει μόνον ένας θάλαμος. Η ταινία είναι από τις δύο μόνο ταινίες της σειράς PSSC οι οποίες δείχνουν επίσης τους πραγματικούς πειραματικούς, οι οποίοι συζητούν τη δουλειά τους (η άλλη είναι η ταινία *Υλικά κύματα*). Σας λέμε ότι πρέπει όχι μόνο να δείξετε την ταινία ώστε να επιδείξετε το κύριο φαινόμενο, αλλά επίσης να αφιερώσετε χρόνο για να συζητήσετε τα ιστορικά σχόλια του αείμνηστου καθηγητή Franck.

Οι μαθητές ίσως σωστά σας ρωτήσουν: «Αν ένα ηλεκτρόνιο το οποίο συγκρούστηκε με ένα άτομο υδραργύρου και άφησε το άτομο διεγερμένο με 4,86eV, δεν θα μπορούσε ένα άλλο ηλεκτρόνιο να το χτυπήσει και να το ανυψώσει στα 6,67eV οπότε, στο παραπάνω παράδειγμα (B), θα έδινε τη δυνατότητα εμφανίσεως ηλεκτρονίων με ενέργεια 10,00eV - (6,67 - 4,86)eV = 8,19eV; Αυτό μπορεί να συμβεί καταρχήν, αλλά στην πράξη δεν συμβαίνει. Όταν το άτομο του υδραργύρου διεγερθεί με 4,86eV εκπέμπει πολύ γρήγορα αυτή την ενέργεια ως φωτόνιο σε περίπου 10^{-8} s. Επομένως ανά πάσα χρονική στιγμή πολύ λίγα άτομα είναι σε άλλη κατάσταση εκτός από τη θεμελιώδη και επομένως τα ηλεκτρόνια μπορούν να τα ανυψώσουν μόνον από τη θεμελιώδη σε άλλες διεγερμένες καταστάσεις.

Παράγραφοι 26 - 3 και 26 - 4

Το κύριο πράγμα στη φασματική ανάλυση είναι να βρεθεί ένα σύνολο από ενεργειακές στάθμες για το άτομο που εξετάζεται ώστε ο ελάχιστος αριθμός ενεργειακών σταθμών να μπορεί να ερμηνεύσει τις παρατηρούμενες ενέργειες φωτονίων:

$$E_{\Phi} = E_{\alpha\epsilon\chi} - E_{\tau\epsilon\lambda}$$

(για φάσματα απορροφήσεως αντιστρέφονται τα πρόσημα).

Μπορείτε να δώσετε έμφαση σε αυτό το σημείο με την προσεκτική μελέτη της υποπαραγράφου «Η Ανατομία του Φάσματος του Υδρογόνου» στην παράγρ. 26 - 3 του διδακτικού βιβλίου.

Μερικοί μαθητές ίσως να παρατηρήσουν ότι δεν συνδέονται όλες οι ενεργειακές στάθμες με βέλη που «παριστάνουν» φωτόνια με αντίστοιχες ενέργειες. Παρόλο που οι παραλειφθείσες μεταβάσεις είναι ενεργειακά δυνατές, υπάρχουν άλλοι νόμοι διατήρησης, οι οποίοι τις αποκλείουν.

Συγκρίνοντας τα σχ. 26 - 4 και 26 - 7 οι μαθητές ίσως να διερωτηθούν γιατί δεν υπάρχουν «ανελαστικές συγκρούσεις» φωτονίων με άτομα. Δηλαδή, γιατί στο σχ. 26 - 7 (γ) το φωτόνιο δεν έδωσε μέρος της ενέργειάς του στο άτομο κι έτσι να εξέλθει με μικρότερη ενέργεια (φως διαφορετικού χρώματος). Τέτοιες ανελαστικές συγκρούσεις φωτονίων είναι πράγματι δυνατές, αλλά σε αυτό το μέρος του φάσματος είναι μάλλον απίθανο να συμβούν. Έτσι, η ένταση του φωτός που σκεδάζεται ανελαστικά είναι πολύ μικρή. Για μεγαλύτερες ενέργειες φωτονίων, τέτοιες διαδικασίες γίνονται πιο πιθανές σε σχέση με την ολική απορρόφηση.

Παράγραφος 26 - 5

Ασχοληθείτε περιληπτικά αυτή τη στιγμή, διότι θα επανέλθετε στο φάσμα του υδρογόνου στην Παράγραφο 27 - 5.

Οι ακόλουθες μικρές ιστορικές πληροφορίες προσθέτουν περισσότερο στην εντυπωσιακή διαδικασία της ανακάλυψης του μαθηματικού τύπου για τις ενεργειακές στάθμες του υδρογόνου. Η κύρια επανάσταση έγινε το 1885 από τον Balmer. Μέχρι τότε είχαν παρατηρηθεί πολλά ατομικά φάσματα, αλλά οι συχνότητες των γραμμών που είχαν παρατηρηθεί δεν φαίνονταν να ακολουθούν κανέναν απλό νόμο (π.χ. να είναι αρμονικές κάποιας θεμελιώδους συχνότητας, όπως διάφορες δυνατές ταλαντώσεις μιας χορδής). Ο Balmer μελέτησε το φάσμα του υδρογόνου, το οποίο ήταν ιδιαίτερα απλό, αφού ήταν γνωστές μόνο 9 γραμμές. Βρήκε ότι τα μήκη κύματος δίνονταν από τη σχέση:

$$\lambda = 364,56 \frac{n^2}{n^2 - 4} \text{ όπου } n = 3, 4, 5, \dots, 10, 11 \text{ το } \lambda \text{ σε nanometer}$$

Αυτή η σχέση ήταν ακριβής καλύτερα από 1 στα 1000. Τώρα ξέρομε ότι περιγράφει τις συχνότητες των γραμμών του υδρογόνου που παράγονται κατά την πτώση του ατόμου από τις στάθμες $n = 3, 4, 5, \dots, 10, 11$ στη στάθμη $n = 2$. Ο Rydberg το 1890 βρήκε ότι μια πολύ παρόμοια σχέση περιγράφει τα μήκη κύματος των φασμάτων άλλων ατόμων. Ειδικά, βρήκε ότι ήταν απλούστερο να περιγράφει τα φάσματα ως προς τη *συχνότητα* των φασματικών γραμμών, με τη σχέση:

$$\nu = \nu_0 - \frac{R_c}{n^2} \quad n = 3, 4, 5, \dots, 10, 11$$

όπου ν_0 είναι μια σταθερά, c η ταχύτητα του φωτός και R μια σταθερά που ονομάστηκε σταθερά του Rydberg. Αυτή η προκλητική απλότητα δεν μπόρεσε να χρησιμοποιηθεί για περαιτέρω ανακαλύψεις επί είκοσι χρόνια. Χρειάζονταν η κατανόηση των φωτονίων, η οποία δόθηκε από τον Planck (1900) και τον Αϊνστάιν (1905) και το μοντέλο που πρότεινε ο Rutherford (1911), δηλαδή το μοντέλο του πυρήνα με τα πλανητικά ηλεκτρόνια, πριν ο Bohr (1913) να επινοήσει ένα μοντέλο για την κίνηση των ηλεκτρονίων, το οποίο να δίνει κάποιο φυσικό νόημα στην απλή αυτή σχέση.

Παράγραφος 26 - 6

Μια σύντομη επανάληψη των Παραγράφων 17 - 7 και 17 - 8 θα διευκολύνει

τη μελέτη αυτής της παραγράφου. Τα κύρια σημεία που πρέπει να τονιστούν είναι:

- 1) Το φάσμα των εκπεμπομένων φωτονίων και η ενεργειακή διαδικασία στις ανελαστικές συγκρούσεις δείχνουν ότι οι πυρήνες, όπως και τα άτομα, έχουν διακριτές ενεργειακές στάθμες. (Ενδιαφερόμαστε για το είδος της πληροφορίας που περιέχεται στα σχ. 26 - 9 και 26 - 11, αλλά όχι για τις λεπτομέρειες).
- 2) Οι ενεργειακές διαφορές μεταξύ των σταθμών ενεργείας για πυρήνες είναι περίπου 10^6 φορές οι ενεργειακές διαφορές για άτομα.
- 3) Αφού οι πυρήνες έχουν μέγεθος της τάξης του 10^{-14}m οι πυρηνικές δυνάμεις πρέπει να είναι τεράστιες για να προκαλούν ενεργειακές μεταβολές της τάξεως των 10^6eV σε τόσο μικρές αποστάσεις. Σε μεγαλύτερες αποστάσεις η πυρηνική δύναμη πρέπει να ελαττώνεται πολύ γρήγορα, διότι είναι ασήμαντη σε ατομικές αποστάσεις.

Κατάταξη των Προβλημάτων Παραγράφων και ΣΤΕ

Παράγραφος	Εύκολα	Μέτρια	Δύσκολα
26-1	1		
26-2	2	3	
26-3	5, 6	4	
26-4		7, 8	
26-5	9	10	
26-6	13	12, 14	11
ΣΤΕ	16, 21, 22,	17, 18, 20, 24	15, 19, 23

Απαντήσεις στα Προβλήματα

(Περιεχόμενο προβλημάτων όπως στο βιβλίο διδασκαλίας)

1. Ένα ηλεκτρόνιο, το οποίο περιφέρεται περί τον πυρήνα έχει επιτάχυνση και γι' αυτό ακτινοβολεί ηλεκτρομαγνητική ενέργεια. Καθώς χάνει ενέργεια η διάμετρος της τροχιάς του ελαττώνεται και η περίοδος περιφοράς επίσης ελαττώνεται. Άρα, η συχνότητα του φωτός που εκπέμπει πρέπει να αυξάνεται. Οιοδήποτε σύνολο, από πολλά άτομα, πρέπει να βρίσκεται συγχρόνως σε διάφορα στάδια αυτής της διαδικασίας και όλα μαζί τα άτομα παράγουν συνεχές φάσμα φωτός. Στην πραγματικότητα, όμως, τα φάσματα των αερίων αποτελούνται μόνον από ένα χαρακτηριστικό σύνολο από διακριτές συχνότητες.

2. $4,2\text{eV}$

$$3. 1,38\text{eV} = \frac{1,24 \times 10^3 \text{eV} \cdot \text{nm}}{\lambda}$$

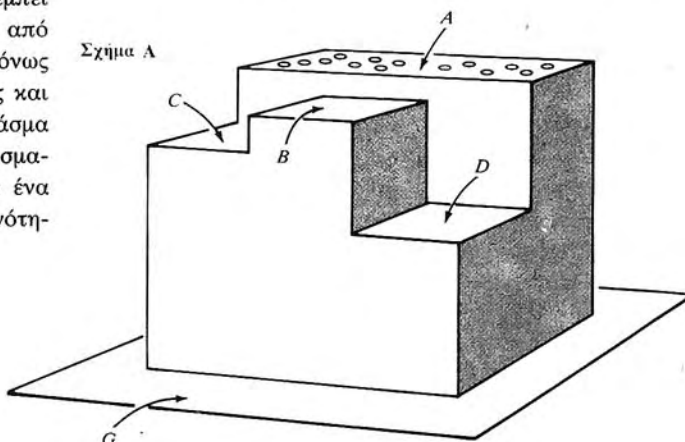
$$\text{άρα } \lambda = \frac{1,24 \times 10^3 \text{eV} \cdot \text{nm}}{1,38\text{eV}} = 897 \text{ nm}$$

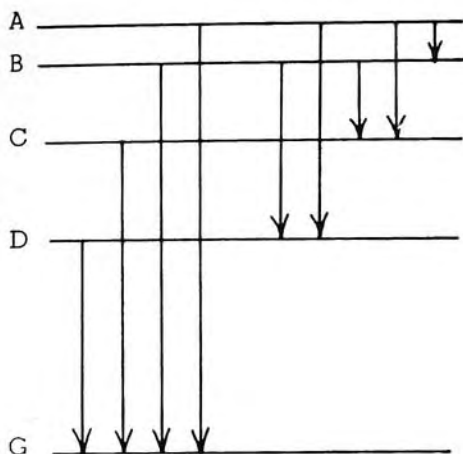
4. $6,67\text{eV}$, $4,86\text{eV}$, $1,81\text{eV}$.

5. $1,81\text{eV}$.

6. Όπως φαίνεται στο σχ. B26 - 1, υπάρχουν εννέα διαφορετικές πιθανές μεταβολές θερμοκρασίας. Σημειώστε ότι η μετάβαση από το C

Σχήμα Α





Σχήμα Β26-1

στο D είναι αδύνατη. Αυτό είναι μια εικόνα του τι γίνεται και στα άτομα. Δεν «συνδέονται» όλες οι ενεργειακές στάθμες σε ένα άτομο με εκπομπή φωτονίου, παρόλο που η εκπομπή είναι δυνατή από ενεργειακής πλευράς.

7. Το άτομο απορροφά 4,86eV από το ηλεκτρόνιο. Δεν απορροφά ενέργεια από το φωτόνιο.

8. (α) Επανεκπέμπεται.

(6) Η επανεκπομπή γίνεται προς όλες τις κατευθύνσεις, κάνοντας τη διερχόμενη δέσμη φωτός αυτών των συχνοτήτων ασθενέστερη και άρα «σκοτεινή» συγκρινόμενη με το φως από γειτονικές συχνότητες, οι οποίες δεν απορροφήθηκαν.

9. Οι πρώτες τέσσερις γραμμές της σειράς του Balmer βρίσκονται στο ορατό φάσμα. Άλλες γραμμές του φάσματος του υδρογόνου βρίσκονται είτε στο υπεριώδες ή στο υπέρυθρο στα οποία δεν είναι ευαίσθητο το μάτι.

10. (α) Η γραμμή H_δ του φάσματος του υδρογόνου προέρχεται από την στάθμη n = 4 (βλέπε σχ. 26 - 8). Αυτή η ενεργειακή στάθμη δρiscεται $E_4' = \left(13,6 - \frac{13,6}{4^2} \right) \text{eV} = 12,8 \text{ eV}$

πάνω από την θεμελιώδη στάθμη. Άρα η ελάχιστη ενέργεια την οποία πρέπει να δώσουν στο άτομο τα ηλεκτρόνια βλήματα είναι 12,8eV.

(6) Αν το άτομο βρεθεί σε μια συγκεκριμένη ενεργειακή στάθμη, το άτομο μπορεί να μεταβεί γενικά σε κάποια από τις κατώτερες στάθμες από αυτήν τη στάθμη. Άρα εν γένει περιμένετε ακτινοβολία των παρακάτω ενεργειών:

$$E_4 - E_3 = 12,8\text{eV} - 12,1\text{eV} = 0,7\text{eV}$$

$$E_4 - E_2 = 12,8\text{eV} - 10,2\text{eV} = 2,6\text{eV}$$

$$E_4 - E_1 = 12,8\text{eV} - 0 = 12,8\text{eV}$$

$$E_3 - E_2 = 12,1\text{eV} - 10,2\text{eV} = 1,9\text{eV}$$

$$E_3 - E_1 = 12,1\text{eV} - 0 = 12,1\text{eV}$$

$$E_2 - E_1 = 10,2\text{eV} - 0 = 10,2\text{eV}$$

11. Σε ανελαστικές συγκρούσεις πρωτονίων η ενέργεια, την οποία χάνει το πρωτόνιο, αντιστοιχεί στην ενέργεια που κερδίζει ο πυρήνας, καθώς μεταβαίνει από τη θεμελιώδη κατάσταση σε κάποια από τις διάφορες διεγερμένες καταστάσεις. Άρα η τιμή της ενεργειακής στάθμης μπορεί να βρεθεί αφαιρώντας την ενέργεια των πρωτονίων για δεδομένο μέγιστο (κορυφή) από την αρχική ενέργεια των πρωτονίων, που είναι 7,03MeV (διορθωμένη κατά την ενέργεια που μεταβιβάστηκε στο στόχο του πυρήνα για να διατηρηθεί η ορμή). Όμως κατά τη σύλληψη βραδώνων νετρονίων, ο πυρήνας που σχηματίζεται βρίσκεται σε κάποια διεγερμένη κατάσταση και στη συνέχεια υφίσταται μεταπτώσεις προς τη θεμελιώδη διά μέσου ενός μεγάλου πλήθους ενδιάμεσων καταστάσεων κατά τη διαδικασία αυτή εκπέμπει πλήθος από ακτίνες γάμμα, των οποίων οι ενέργειες αντιστοιχούν στις διαφορές ενέργειας που παρατηρούνται ανάμεσα σε όλες αυτές τις διάφορες στάθμες.

12. Μερικά πρωτόνια θα σκεδαστούν ελαστικά. Άλλα θα σκεδαστούν ανελαστικά, χάνοντας ένα ποσό ενέργειας το οποίο αντιστοιχεί σε μια από τις ενεργειακές στάθμες που βρίσκονται κάτω από 2,00MeV. Άρα περιμένουμε να παρατηρηθούν οι ακόλουθες ενέργειες σκεδασμένων πρωτονίων: 2,00 MeV, 1,87 MeV, 1,02 MeV, 0,71 MeV, 0,47 MeV και 0,12 MeV. Αυτές οι ενέργειες δίνονται χωρίς να ληφθεί υπόψη η ανάκρουση (λόγω διατήρησης ορμής) του πυρήνα. Βλέπε πρόβλημα 23 σχετικά με το πώς λαμβάνεται υπόψη η ανάκρουση.

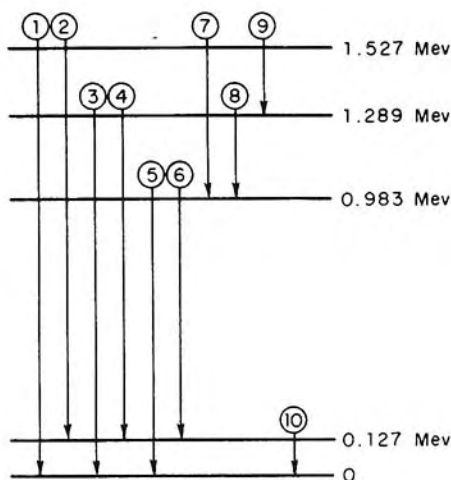
13. (α) $10^{11} \frac{\text{eV}}{\text{m}}$

(6) $10^{19} \frac{\text{eV}}{\text{m}}$

(γ) 10^8 φορές την ηλεκτρική δύναμη.

14. Για την θεμελιώδη συν τέσσερις διεγερμένες καταστάσεις έχουμε δυνατότητα εκπομπής $1/2 \times (5 \times 4) = 10$ διαφορετικών φωτονίων. Οι ενέργειές τους δίνονται στον Πίνακα Α και δείχνονται στο σχ. Β26 - 2.

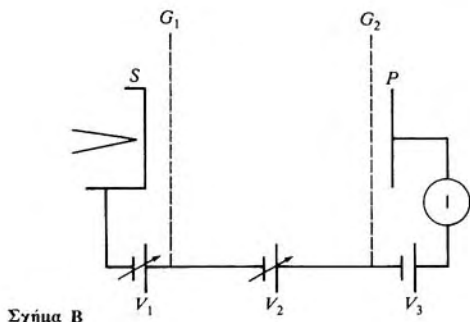
Πίνακας Α	
Φωτόνιο	Ενέργεια (MeV)
1	1,527
2	1,400
3	1,289
4	1,162
5	0,983
6	0,856
7	0,544
8	0,306
9	0,238
10	0,127



Σχήμα B26-2

Απαντήσεις στα Προβλήματα ΣΤΕ

15. (α) Οι ανελαστικές συγκρούσεις μπορούν να συμβούν μόνο μετά, αφού τα ηλεκτρόνια έχουν επιταχυνθεί από διαφορά δυναμικού 4,9 volt. Αυτό μπορεί να συμβεί μόνον πολύ κοντά στο G_2 .



Σχήμα Β

- (β) Η ενέργεια 4,9eV αποκτάται μόλις λίγο πριν το ηλεκτρόνιο βρεθεί στη μισή απόσταση από το G_1 στο G_2 . Οι ατμοί υδραργύρου μπορούν να δεχθούν άλλα 4,9eV ενέργειας από ηλεκτρόνια στο τελευταίο μισό της αποστάσεως από το G_1 στο G_2 . Τα ηλεκτρόνια θα δώσουν 6,7eV στο τελευταίο ένα τρίτο της αποστάσεως από το G_1 στο G_2 .
- (γ) Τα ηλεκτρόνια θα έχουν τώρα ενέργεια 10 eV όταν εισέλθουν στο αέριο δια του G_1 . Το κάθε ηλεκτρόνιο μπορεί να χάσει αμέσως, είτε 4,9eV ή 6,7eV. Αυτά που χάνουν 4,9eV μπορούν να χάσουν ξανά 4,9eV. Οι ενέργειες ηλεκτρονίων που είναι πιθανόν να μετρηθούν δεξιά του G_2 θα είναι:

$$\begin{aligned} 10,0\text{eV} - 0,0\text{eV} &= 10,0\text{eV} \\ 10,0\text{eV} - 4,9\text{eV} &= 5,1\text{eV} \\ 10,0\text{eV} - 6,7\text{eV} &= 3,3\text{eV} \\ 10,0\text{eV} - 2 \times 4,9\text{eV} &= 0,2\text{eV} \end{aligned}$$

- (δ) Στο (γ), ένα ηλεκτρόνιο έχει αρκετή ενέργεια να προκαλέσει οποιαδήποτε μετάδοση όταν φτάσει στο αέριο. Όμως στο (β) το κάθε ηλεκτρόνιο φτάνει τα 4,9eV στο μισό της αποστάσεως από το G_1 στο G_2 να μπορεί να δώσει αυτό το ποσό ενέργειας σε μια σύγκρουση μετά από αυτό το σημείο. Αν δεν παρατηρηθεί η ενέργεια 6,7eV, αυτό σημαίνει ότι τα περισσότερα ηλεκτρόνια έχουν δώσει την ενέργεια 4,9eV πριν να φτάσουν στο σημείο όπου έχουν κερδίσει 6,7eV, το οποίο είναι περίπου στα δύο τρίτα της αποστάσεως από το G_1 στο G_2 .
16. (α) Β είναι η απαιτούμενη ενέργεια για ν' αποσπαστεί ένα ηλεκτρόνιο από το μέταλλο.
- (β) Όλες οι τιμές του Β είναι μικρότερες από τις ενέργειες ιοντισμού.
- (γ) Το ποσό του έργου φαίνεται να επηρεάζεται από το αν το άτομο είναι μονήρες ή δέσμο με άλλα άτομα.
17. Είναι πολύ ευκολότερο να δημιουργήσει κανείς δέσμη ηλεκτρονίων.
18. Αυτό το πρόβλημα διατηρήσεως της ενέργειας, για συγκρούσεις ηλεκτρονίων, μπορεί επίσης να σχετιστεί με φάσματα απορροφήσεως.

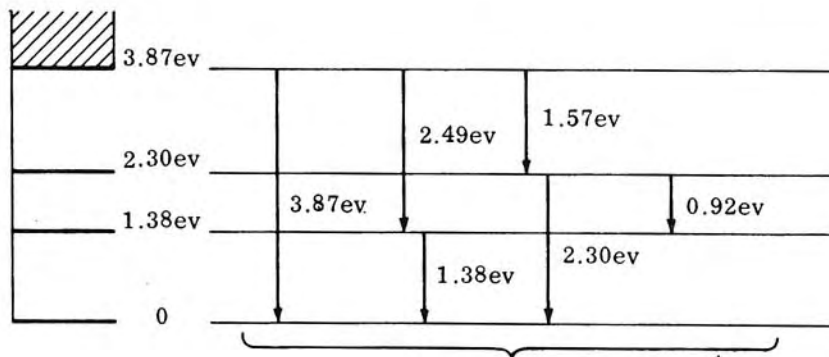
Συγκρούσεις Ηλεκτρονίων. Επειδή τα ηλεκτρόνια έχουν μεγαλύτερη κινητική ενέργεια από αυτήν που χρειάζεται για να εκδιωχθεί ένα ηλεκτρόνιο από το άτομο, μπορούν να συμβούν πολλά πράγματα. Το ηλεκτρόνιο είναι δυνατόν

να διεγείρει μια από τις διακριτές καταστάσεις, κατά τη διαδικασία θα χάσει 1,38eV ή 2,30eV. Μπορεί να σκεδαστεί ελαστικά, χωρίς να χάσει κινητική ενέργεια. Αν ιοντίζει το άτομο, το ηλεκτρόνιο που ανήκει στο άτομο και το ηλεκτρόνιο δόγμα μοιράζονται την απομεινούσα κινητική ενέργεια. Χρειάζονται 3,87eV για να απομακρυνθεί το ηλεκτρόνιο του ατόμου από το άτομο, άρα τα ηλεκτρόνια θα έχουν και τα δύο μαζί 4,00eV - 3,87eV = 0,13eV.

Φάσματα Εκπομπής. Αφού μερικά από τα άτομα ιοντίζονται, θα εμφανιστούν όλες οι δυνατές γραμμές εκπομπής. Ένα ιοντισμένο άτομο θα συναντηθεί με κάποιο ηλεκτρόνιο, το οποίο κινείται με μικρή ταχύτητα με πολύ μικρή κινητική ενέργεια, περίπου 3/2 kT, όπου T είναι η θερμοκρασία του αερίου καισίου (βλέπε παράγραφο 9-4). (Για συνήθεις θερμοκρασίες αυτή η κινητική ενέργεια θα είναι μικρότερη από 0,1eV). Το ηλεκτρόνιο έλκεται από το (φορτισμένο) ιόν. Είναι πιθανόν να «συλληφθεί» σε μια από τις διακριτές καταστάσεις εκπέμποντας ένα φωτόνιο, αφού πρέπει να διατηρείται η ενέργεια. Το σχ. B26-3 δείχνει μερικά πιθανά φωτόνια, τα οποία μπορεί να εκπεμφθούν καθώς το άτομο σταδιακά «χαλαρώνει» προς τη θεμελιώδη κατάστασή του.

Σημείωση: Το σχήμα 26 - 3 δείχνει μόνον μερικές στάθμες. Υπάρχουν πολλές άλλες στάθμες, οι οποίες βρίσκονται κοντά η μία στην άλλη κάτω από την ενέργεια ιοντισμού. Επομένως, το προσπίπτον ηλεκτρόνιο μπορεί να χάσει πολλές άλλες πιθανές ποσότητες ενέργειας και επίσης μπορούν να εκπεμφθούν πολλές άλλες φασματικές γραμμές.

$$19. (α) E = \frac{1,24 \times 10^3 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{589 \text{ nm}} = 2,1 \text{ eV}$$



Σχήμα B26-3

Πιθανές ενέργειες φωτονίων

$$(δ) E = \frac{3}{2} (kT)$$

Άρα

$$T = \frac{2}{3} (E/k) = \frac{2(2,1 \text{ eV})(1,6 \times 10^{-19} \text{ joule/eV})}{3(1,4 \times 10^{-23} \text{ joule/K})} = 1,6 \times 10^4 \text{ K}$$

(γ) Παρόλο που η μέση κινητική ενέργεια των μορίων σε μια φλόγα αερίου αντιστοιχεί σε θερμοκρασία 2100K και είναι 0,27eV, υπάρχουν πολλά μόρια με μεγαλύτερη ή μικρότερη ενέργεια και αρκετά μόρια με ενέργεια ίση με δέκα φορές τη μέση ενέργεια, οπότε μπορούν να διεγείρουν τα άτομα νατρίου δια συγκρούσεως.

20. Αυτό το πρόβλημα δείχνει γιατί τα άτομα συνήθως βρίσκονται στην ελάχιστη ενεργειακή τους κατάσταση. Το άτομο θα διεγερθεί μόνο όταν η κινητική ενέργεια του μορίου (ατόμου) του αερίου 3/2kT (βλέπε παράγραφο 9-4), γίνει συγκρίσιμη με 19,8eV. Τότε κατά τη σύγκρουση μεταξύ δύο ατόμων, η κινητική ενέργεια μεταφοράς μπορεί να δαπανηθεί στο να διεγείρει το ένα από αυτά.

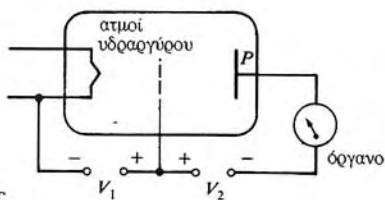
Σ' αυτή την ενέργεια η θερμοκρασία του αερίου είναι:

$$T = \frac{2}{3} (E/k) = \frac{2(19,8 \text{ eV})(1,6 \times 10^{-19} \text{ joule/eV})}{3(1,38 \times 10^{-23} \text{ joule/K})} \approx 10^5 \text{ K}$$

Η θερμοκρασία στην επιφάνεια του ήλιου είναι μόνο 6000K άρα ακόμη κι εκεί τα άτομα του στοιχείου ηλίου θα είναι κατά κύριο λόγο στη

θεμελιώδη κατάσταση τους.

21. Αυτές οι γραμμές παράγονται εξαιτίας της απορροφήσεως φωτός, το οποίο προέρχεται από τη φωτόσφαιρα του ηλίου, καθώς το φως διέρχεται διά μέσου αερίων στην ατμόσφαιρα του ηλίου και στην ατμόσφαιρα της γης. Στοιχεία τα οποία βρίσκονται σ' αυτές τις ατμόσφαιρες μπορούν να ανιχνευθούν από τα φάσματα απορροφήσεως.
22. Όχι, τα ηλεκτρόνια συγκρούστηκαν δύο φορές, στην καθεμία εκ' των οποίων έγινε μεταφορά ενέργειας 4,9eV προς τα άτομα υδρογόνου.



Σχήμα Γ

23. Τα 0,09MeV είναι η ενέργεια ανακρούσεως του πυρήνα του Mn^{55} . Μπορούμε να δείξουμε ότι αυτό είναι το σωστό ποσό ενέργειας ανακρούσεως για πρωτόνια 7,03MeV, τα οποία σκεδάζονται κατά γωνία 50° από πυρήνα Mn^{55} . Το διάγραμμα ορμών φαίνεται στο σχ. B26-4. Από τη διατήρηση της ορμής έχουμε,

$$P_1 = P_2 \cos 50^\circ + P_3 \cos \Phi.$$

και
$$0 = P_2 \sin 50^\circ + P_3 \sin \Phi.$$

Ξέρουμε ότι το πρωτόνιο χάνει πολύ λίγη ενέργεια, άρα κατά προσέγγιση ας πούμε ότι $P_1 \approx P_2$. Τότε η πρώτη εξίσωση γίνεται

$$P_1(1 - \cos 50^\circ) = P_3 \cos \Phi.$$

και η δεύτερη γίνεται

$$P_1 \sin 50^\circ = P_3 \sin \Phi.$$

Διαιρώντας τη δεύτερη δια της πρώτης κατά μέλη βρίσκουμε ότι:

$$\tan \Phi = \frac{\sin 50^\circ}{1 - \cos 50^\circ} = \frac{0,77}{1 - 0,64} = 2,1$$

ή
$$\Phi = 65^\circ.$$

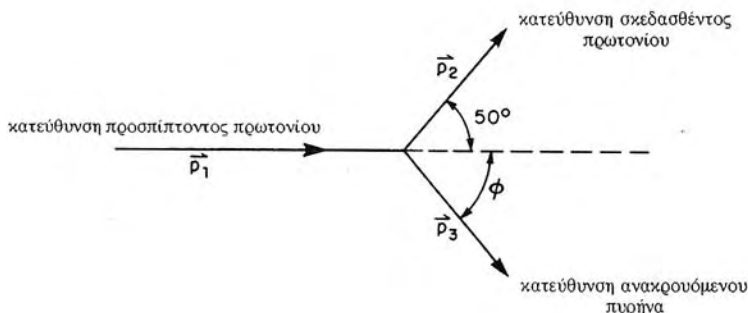
Άρα,

$$P_3 = P_1 \frac{\sin 50^\circ}{\sin 65^\circ}.$$

Η κινητική ενέργεια του πυρήνα του Mn^{55} είναι επομένως:

$$\begin{aligned} E_3 &= \frac{P_3^2}{2m_{Mn}} = \\ &= \frac{P_1^2 (\sin 50^\circ / \sin 65^\circ)^2}{2m_{Mn}} \cdot \frac{m_p}{m_p} = \\ &= \frac{P_1^2}{2m_p} \left(\frac{m_p}{M_{Mn}} \right) \left(\frac{\sin 50^\circ}{\sin 65^\circ} \right)^2 \\ &= E_1 \left(\frac{m_p}{M_{Mn}} \right) \left(\frac{\sin 50^\circ}{\sin 65^\circ} \right)^2 \\ &= (7,03 \text{ MeV}) \left(\frac{1 \text{ amu}}{55 \text{ amu}} \right) \left(\frac{0,77}{0,91} \right)^2 \\ &= 0,09 \text{ MeV} \end{aligned}$$

24. Οι ελαφρότεροι πυρήνες ανακρούουν περισσότερο κατά τις ελαστικές συγκρούσεις και πέρνουν περισσότερη ενέργεια ανακρούσεως. Τα σκεδασθέντα πρωτόνια έχουν αντιστοίχως λιγότερη κινητική ενέργεια. Από τη λύση του προβλήματος 23, μπορεί να δει κάποιος ότι η ενέργεια ανακρούσεως του πυρήνα είναι αντιστρόφως ανάλογη προς τη μάζα του πυρήνα, εφόσον η ενέργεια ανακρούσεως είναι μικρή.



Σχήμα B26-4

Επισκόπηση και Στόχοι

Στο τέλος αυτού του κεφαλαίου θα μπορούμε να υπολογίζουμε τις ενεργειακές στάθμες του ατόμου του υδρογόνου – και άρα το φάσμα του – γνωρίζοντας τις τιμές συγκεκριμένων θεμελιωδών φυσικών σταθερών. Το ότι αυτό μπορεί να γίνει είναι αποτέλεσμα μιας όλης σειράς από πειράματα, φυσικούς νόμους και λογικής τα οποία όλα αυτά έχουν παρουσιαστεί κατά την διάρκεια αυτού του μαθήματος όπως εξελίχθηκε με βάση αυτό το βιβλίο – το οποίο μάθημα όπως και το βιβλίο κατά καιρούς ίσως φαίνονταν σαν να χωρίζεται σε άσχετα μεταξύ τους μέρη. Όμως τώρα είναι ευνόητη η σύνθεση. Επομένως, παρόλο που αυτό το κεφάλαιο εισάγει νέες ιδέες, ο κύριος σκοπός του είναι να φέρει σε αρμονία τις αντιφάσεις οι οποίες έχουν εκτεθεί με προσοχή κατά την διάρκεια αυτού του μαθήματος μέχρις αυτού του σημείου. Για την επίτευξη αυτού του σκοπού, είναι σημαντικό να γίνονται συχνές αναφορές σε προγενέστερο υλικό και να αφιερώνεται αρκετός χρόνος για σκέψη.

Ίσως θελήσετε να ενισχύσετε τη γνώση σας σχετικά με την ύλη που σχετίζεται με αυτό το κεφάλαιο. Τα κεφάλαια 6 και 7 το Συμπλήρωμα σε Προχωρημένα θέματα του PSSC (διδασκτικό βιβλίο και βιβλίο του καθηγητή) θα σας παράσχει μια χρήσιμη επέκταση αυτού του κεφαλαίου σε συγκεκριμένο επίπεδο. Αυτά τα δύο κεφάλαια είναι επίσης κατάλληλα για να μελετηθούν κατ' ιδίαν από τους καλύτερους μαθητές σας.

Η δομή του κεφαλαίου είναι ως ακολούθως. Πρώτα αναφερόμαστε στη γενικότητα της σχέσεως de Broglie $\lambda = h/p$ και τις συνέπειές της (Παράγραφοι 27 – 1 και 27 – 2). Κατόπιν δείχνουμε ότι η σχέση του de Broglie εφαρμοζόμενη σε στάσιμα κύματα οδηγεί σε διακριτές στάθμες ενέργειας (Παράγραφοι 27 – 3 και 27 – 4). Τελικά εφαρμόζουμε ότι μάθαμε για να δρούμε τις ενεργειακές στάθμες του υδρογόνου. Ο επίλογος συνθέτει την όλη σειρά μαθημάτων βλέποντάς την από τη σωστή οπτική γωνία.

Χρονοθέτηση του Πειράματος

Το Πείραμα 43**. Το φάσμα του Υδρογόνου και η Σταθερά του Planck. Αυτό καλύτερα να γίνει με την παράγραφο 27 – 5.

Κινηματογραφική Ταινία

Υλικά κύματα, των Alan Holden και Lester Germer, πραγματικά παρουσιάζει την κυματική φύση των ηλεκτρονίων σε μια μοντέρνα παραλλαγή του αρχικού πειράματος των Davisson και Germer. Οι εικόνες περιθλάσεως ηλεκτρονίων εξηγούνται με την κυματική συμπεριφορά και εκτελείται ένα πείραμα οπτικού ανάλογου για ναδειχθεί ότι μπορεί να ληφθεί με φως σχεδόν πανομοιότυπος σχηματισμός. Αυτή η ταινία παρουσιάζει σχεδόν τη μόνη απευθείας εμπειρία που πρόκειται να έχει ο μαθητής με την κυματική

φύση της ύλης και γι' αυτό συστήνεται να δειχθεί οπωσδήποτε. Διάρκεια: 28 λεπτά.

Υποδείξεις για τη Διδασκαλία

Παράγραφοι 27 – 1 και 27 – 2

Αφού δείξετε τη σχέση $\lambda = h/p$, δάλτε την τάξη να μελετήσει τον Πίνακα 1, για να καταλάβουν πού και πώς να κοιτάζουν για απάντηση στα ερωτήματα τα σχετικά με τη σχέση του de Broglie. Συγκεκριμένα, με τα ελαφρότερα σωματίδια και μικρή ταχύτητα και με «σχισμές» από σειρές ατόμων σε έναν κρύσταλλο. Ένας καλός τρόπος για να ελέγξετε το πόσο κατάλαβαν οι μαθητές σας τις ιδέες αυτές, είναι να ζητήσετε να εξηγήσουν το περιεχόμενο των σχ. 27 – 3, 27 – 4 και 27 – 5. [Για παράδειγμα, αν τα νετρόνια δεν είχαν κυματικές ιδιότητες, δεν θα υπήρχε μέγιστο (κορυφή) στο σχ. 27 – 3 και θα υπήρχε μόνον το μέγιστο (κορυφή) στις 0° στο σχ. 27 – 4].

Παράγραφοι 27 – 3 και 27 – 4

Χρησιμοποιείτε ένα σπειροειδές ελατήριο και επιδείξετε (ή δάλτε δύο μαθητές να το κάνουν) στάσιμα κύματα όπως φαίνεται στο σχ. 27 – 6. Ενώ δημιουργείτε τα διάφορα στάσιμα κύματα με $d = \lambda/2$, λ , $3\lambda/2$ και 2λ όπου d είναι το μήκος του τεντωμένου ελατηρίου, ρωτήστε την τάξη τι ενέργειες αντιστοιχούν σε αυτά τα κύματα αν τα κύματα σχετίζονται με σωματίδια μάζας m .

$$(\text{Γράψτε στον πίνακα τη σχέση } E = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{p^2}{2m})$$

$$(\text{Απαντήσεις: } E = \frac{h^2}{8md^2}, \frac{4h^2}{8md^2}, \frac{9h^2}{8md^2} \text{ και } \frac{16h^2}{8md^2} \text{ αντιστοίχως.})$$

Αυτή η άσκηση θα τους δώσει μια καλή αρχή για την πιο αφηρημένη συζήτηση στην παράγραφο 27 – 4. Για να αποφύγετε να ξεφύγετε από το κυρίως θέμα από ερωτήσεις για το πώς έχουν φτιαχτεί: τέτοια «κουτιά», ξαναεπαναλάβετε αυτό που έχει λεχθεί στο διδακτικό βιβλίο, ότι δηλαδή το «κουτί» είναι μία εξιδανίκευση που χρησιμοποιείται για να δειχθεί με τα απλούστατα μαθηματικά μέσα ότι ο εντοπισμός (περιορισμός) του σωματιδίου σε περιορισμένο χώρο οδηγεί σε διακριτές ενεργειακές στάθμες. Τα ηλεκτρόνια στα άτομα είναι εντοπισμένα σε πεπερασμένους χώρους, επομένως το σωματίδιο στο «κουτί» μας δίνει μια ποιοτική κατανόηση των διακριτών ενεργειακών σταθμών.

Παράγραφος 27 – 5

Η εξαγωγή της σχέσεως για τις ενεργειακές στάθμες του ατόμου του υδρογόνου είναι προφανώς η μακρύτερη και πιο πολύπλοκη από τις άλλες αποδείξεις που εμφανίζονται σε αυτή σειρά μαθημάτων. Για να βοηθήσετε τους μαθητές σας να δουν την όλη εικόνα και να μην χαθούν στις λεπτομέρειες, δώστε έμφαση στα επί μέρους αποτελέσματα και στο περιεχόμενό τους: Η εξίσωση:

$$2\pi = \frac{-\pi ke^2}{E}$$

είναι καθαρή Νευτώνεια μηχανική εφαρμοζόμενη σε ηλεκτρόνιο που κινείται επί κυκλικής τροχιάς σε ένα πεδίο Coulomb. Η εξίσωση:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{-2 mE}}$$

είναι η σχέση του de Broglie εφαρμοζόμενη σε ηλεκτρόνιο που εκτελεί κυκλική τροχιά σε πεδίο Coulomb. Η εξίσωση:

$$\frac{2\pi}{\lambda} = n$$

είναι η συνθήκη στασίμου κύματος εφαρμοζόμενη σε κύμα που διαδίδεται μέσα σε κυκλικό κανάλι (δακτύλιο).

Για να βρεθεί η τελική απάντηση, απαλείψουμε τα r και λ από αυτές τις τρεις εξισώσεις και λύνουμε ως προς E .

Σημειώστε, ότι *εκ των προτέρων* περιμένουμε η διαδικασία μας, εξαγωγής της σχέσεως, να είναι μια βελτίωση από την Νευτώνεια μηχανική μόνον αν $n \gg 1$. Όμως, συμβαίνει να συμφωνεί με τα πειραματικά δεδομένα (αποτελέσματα) παντού μέχρι και για $n = 1$.

Παράγραφος 27 – 6

Αν δεν έχετε χρόνο για μια λεπτομερειακή ενασχόληση με την παράγραφο 27 – 5, τονίστε το τελικό αποτέλεσμα και ζητήστε από τους μαθητές να πιστέψουν στις αλγεβρικές πράξεις που έχουν γίνει αλλά όμως μην διαστείτε να περάσετε γρήγορα τον Επίλογο. Περάστε τον Επίλογο παράγραφο με παράγραφο και προκαλέστε όσο το δυνατόν περισσότερη συζήτηση είναι δυνατόν με αναφορές από τους μαθητές σε προηγούμενα μέρη του μαθήματος και τις προσωπικές τους σκέψεις σχετικά με τη δουλειά τους κατά τη διάρκεια της σειράς μαθημάτων.

Πείραμα 43. Το Φάσμα του Υδρογόνου και η Σταθερά του Planck

Υλικά

1 Φασματόμετρο

1 Κανόνας

Ταινία αυτοκόλλητη αδιαφανής

1 Φύλλο συνήθους χαρτιού

1 Σωλήνας (λυχνία) για φάσματα υδρογόνου

1 Σωλήνας (λυχνία) για φάσματα υδραργύρου

1 Πηγή υψηλής τάσεως

Η μελέτη του φάσματος του υδρογόνου παρέχει μοναδική ευκαιρία να συνδυαστούν ακριβείς μετρήσεις με τον έλεγχο της θεωρίας και τον προσδιορισμό μιας παγκόσμιας σταθεράς.

Πρέπει να δοθεί αρκετός χρόνος στους μαθητές ώστε να ευθυγραμμίσουν προσεκτικά το φασματόμετρο και να εξασκηθούν στη χρήση του για να εντοπίσουν όχι μόνον έντονες αλλά και ασθενικές γραμμές, ειδικά στα άκρα του ορατού φάσματος. Ένα σκληρό και μυτερό μολύβι είναι άκρως απαραίτητο για να μπορεί να γίνει αξιοποίηση της μέγιστης ακρίβειας του οργάνου. Είναι απαραίτητο να υπάρχει και φορητός υπολογιστής ή άλλος αρκετής ακρίβειας.

Πρέπει να δοθεί προσοχή ώστε να εστιαστεί το τηλεσκόπιο στο άπειρο και να τοποθετηθεί το φράγμα ακριδώς πάνω στο σημείο στηρίξεως του τηλεσκοπίου.

Παρατηρώντας όλες τις φασματικές γραμμές και στις δύο πλευρές του κεντρικού μεγίστου, ελαττώνονται τα μικρά σφάλματα ευθυγράμμισης και έτσι η ολική ακρίβεια αυξάνεται.

Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί κατά τη μέτρηση στη θέση της πράσινης γραμμής του υδραργύρου, διότι αυτή η γραμμή χρησιμοποιείται για τη βαθμονόμηση του φασματομέτρου. Οποιοδήποτε σφάλμα στη μέτρηση της θέσεως της θα οδηγήσει σε σφάλμα της σταθεράς αναλογίας και έτσι θα προκαλέσει συστηματικό σφάλμα στις μετρήσεις όλων των γραμμών του υδρογόνου για όλα τα μήκη κύματος.

Ο χρήσιμος χρόνος ζωής της λυχνίας (σωλήνα) υδρογόνου είναι μόνον μερικές ώρες. Μετά από αυτόν το χρόνο, θα αρχίσουν να εμφανίζονται και άλλες φασματικές γραμμές εκτός από αυτές του υδρογόνου, λόγω της μόλυνσεως του αερίου από στοιχεία τα οποία υπάρχουν στα υλικά από τα οποία έχει κατασκευαστεί ο σωλήνας. Είναι έξυπνο, επομένως, να προειδοποιηθούν οι μαθητές να λειτουργούν τη λυχνία μόνον όταν πραγματικά κάνουν μετρήσεις με το φασματοσκόπιο.

Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Πειράματος 43

- Η εικόνα της σχισμής είναι στο άπειρο αν το τηλεσκόπιο έχει εστιαστεί σωστά στο άπειρο από πριν. Όταν η εικόνα είναι ευκρινέστατη, η σχισμή βρίσκεται στο εστιακό επίπεδο του φακού του κατευθυντήρα και το φως από τη σχισμή εξέρχεται από το φακό ως παράλληλη δέσμη.
- Το φράγμα είναι παράλληλο προς τη σχισμή όταν η υπό παρατήρηση φασματική γραμμή περιθλάται κατά τη μέγιστη γωνία. Αν το φράγμα έχει κλίση ως προς τη σχισμή, η ενεργός απόσταση μεταξύ των γραμμών αυξάνεται και επομένως η γωνία περιθλάσεως ελαττώνεται.
- Από το σχ. B27 – 1 έχουμε,

$$\lambda = d \sin \theta = d \frac{x}{L}$$

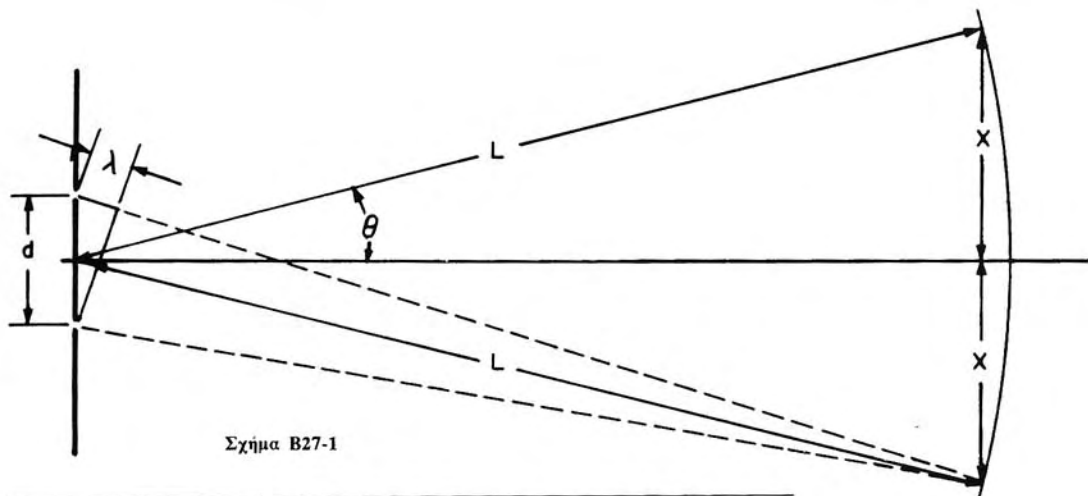
όπου L είναι η απόσταση από το κέντρο περιστροφής μέχρι την εγκοπή στο κέντρο της βάσης και x είναι η μετατόπιση, κάθετα, από το κεντρικό μέγιστο. Η σταθερά αναλογίας είναι d/L .

Μπορούμε να εκφράσουμε την σταθερά αναλογίας ως προς το μήκος κύματος βαθμονομήσεως, σε αυτή την περίπτωση έχουμε για την πράσινη γραμμή του υδραργύρου:

$$\lambda_{\text{Hg}} = x_{\text{Hg}} \cdot \frac{d}{L}$$

$$\frac{d}{L} = \frac{\lambda_{\text{Hg}}}{x_{\text{Hg}}}$$

- Μπορεί να δει κάποιος εύκολα τρεις από τις λαμπερές γραμμές του υδρογόνου. Σκοτεινιάζοντας το δωμάτιο και περιμένοντας μέχρις ότου τα μάτια συνηθίσουν (προσαρμοστούν) στο σκοτάδι, ίσως μπορεί κάποιος να δει μια τέταρτη γραμμή του υδρογόνου στο απώτερο ιώδες. Μερικοί μαθητές ίσως έχουν δυσκολία εκ φύσεως (ένεκα φυσιολογίας) να δούν την βαθύτερη ιώδη γραμμή.
- Στον Πίνακα Α παρουσιάζονται τα δεδομένα που λήφθηκαν με το φασματομέτρο. Το σφάλμα στο λ μπορεί να είναι περίπου 0,3 στα εκατό, αλλά δεν πρέπει να είναι πάνω από 1 στα εκατό. Έχουν συμπεριληφθεί μήκη κύματος από διδύο (πίνακες δεδομένων) για σύγκριση.



Σχήμα B27-1

Πίνακας Α

Δεδομένα από μετρήσεις με το φασματόμετρο

Φωτεινή πηγή	Χρώμα	Απόσταση (cm)	λ (μετρηθέν) (nm)	λ (Από πίνακες δεδομένων) (nm)
Υδράργυρος	Πράσινο	18,66	Πρότυπο	546,1
Υδρογόνο	1. Βαθύ ιώδες	14,03	410,7	410,2
	2. Ιώδες	14,81	433,5	434,0
	3. Μπλε-πράσινο	16,62	486,5	486,1
	4. Κόκκινο	22,39	655,4	656,3

- Ο πίνακας Β δείχνει μαζί τους υπολογισθέντες λόγους των αντιστρόφων των μηκών κύματος και τους λόγους που λήφθηκαν από τα μήκη κύματος τα οποία μετρήθηκαν με το φασματοσκόπιο. Οι υπολογισθέντες λόγοι βρέθηκαν από τη σχέση

$$\frac{1}{\lambda_1} = \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}$$

$$\frac{1}{\lambda_2} = \frac{1}{n_f'^2} - \frac{1}{n_i'^2}$$

Πίνακας Β

Ο λόγος των $1/\lambda_1$ δια του $1/\lambda_2$

n_i	n_i'	n_f	Υπολογιζόμενος Λόγος	Μετρούμενος Λόγος
2	3	1	0,8438	
2	4	1	0,8000	
2	5	1	0,7813	
3	4	2	0,7407	0,7426
3	5	2	0,6614	0,6615
3	6	2	0,6250	0,6267
4	5	3	0,6836	
4	6	3	0,5833	
4	7	3	0,5359	

Όπως μπορεί να δει κάποιος από τον Πίνακα Β, οι παρατηρούμενες γραμμές αντιστοιχούν σε μεταβάσεις από τις στάθμες με $n_i = 6, 5, 4$ και 3 αντιστοίχως στη στάθμη με $n_f = 2$.

- Η σταθερά του Planck προσδιορίζεται από την σχέση

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi^2 k^2 m}{h^3 c} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

Χρησιμοποιώντας κάθε μια από τις τιμές των μετρηθέντων μηκών κύματος κάθε φορά με τις κατάλληλες τιμές των n_i και n_f βρίσκεται μια μέση τιμή για το h ίση με $6,622 \times 10^{-34}$ J/s. Το σφάλμα που γίνεται από την μέτρηση του λ είναι πολύ μικρό – περίπου 0,3 στα εκατό. Επειδή $h \propto \lambda^{1/3}$, το σφάλμα στον προσδιορισμό του h με αυτό το πείραμα είναι περίπου 0,1 στα εκατό. Αυτό είναι συγκρίσιμο με τα πειραματικά σφάλματα των άλλων φυσικών σταθερών που χρησιμοποιούνται στην παραπάνω εξίσωση όπως μπορεί να δει κάποιος στους πίνακες φυσικών σταθερών.

Κατάταξη των Προβλημάτων Παραγράφων και ΣΤΕ

Παράγραφος	Εύκολα	Μέτρια	Δύσκολα
27 - 1, 27 - 2	1, 2, 4, 5		3
27 - 3	6, 7		
27 - 4	8, 9, 10	11	
27 - 5	12, 13		
ΣΤΕ	15, 25	14, 17, 18, 19, 20 21, 23, 24, 26	16, 22

Απαντήσεις στα Προβλήματα

(Περιεχόμενο προβλημάτων όπως στο διδύλιο διδασκαλίας)

1. $\lambda = 0,073 \text{ nm}$.

2. $2d\sin\theta = 2\lambda$.

3. $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,6 \times 10^{-34}}{10^{-15} \times 10^{-2}} \text{ m} = 6,6 \times 10^{-17} \text{ m}$

Οι σχισμές πρέπει να έχουν εύρος 10^{-6} m για να μπορούν τα σφαιρίδια να διέλθουν διά μέσου των σχισμών.

$$\frac{\lambda}{w} = \frac{6,6 \times 10^{-17}}{10^{-6}} = 6,6 \times 10^{-11}$$

οπότε η εικόνα περιθλάσεως μοναδικής σχισμής δεν θα παρατηρηθεί.

Αν οι σχισμές είχαν απόσταση μεταξύ τους ίση με 10^{-6} m , τότε $\lambda/d = 6,6 \times 10^{-11}$ και δεν θα παρατηρείτο ο σχηματισμός διπλής σχισμής.

4. Η γωνία θα ήταν μεγαλύτερη. Αφού $\lambda = 2d\sin\theta$ και αφού το μήκος κύματος δεν άλλαξε, η θ αυξάνεται καθώς ελαττώνεται το d .

5. Θα έπρεπε να ελαττώσει λίγο τη θερμοκρασία του κουτιού. Αυτό θα ελάττωνε το μέτρο ταχύτητας των ατόμων του ηλίου και την ορμή τους. Αφού $\lambda = h/p$, μικρότερη ορμή οδηγεί σε μεγαλύτερο μήκος κύματος· αυτό με τη σειρά του σημαίνει μεγαλύτερη τιμή για το $\sin\theta$.

6. (α) 0,125 Hz, 0,25 Hz, 0,375 Hz,...

- (β) 'Όχι' αυτά με δεσμό στη μέση δεν μπορούν να παραχθούν.

7. $1/2 \lambda$, λ , $3/2 \lambda$, 2λ .

8. 'Όχι' διότι ο μόνος περιορισμός είναι ότι το 2d ισούται με έναν ακέραιο αριθμό μηκών κύματος, υπάρχει ένα άπειρο πλήθος ενεργειών τις οποίες μπορεί να έχει το σωματίδιο.

9. 10^{-17} joule .

10.
$$E = \frac{3(6,63 \times 10^{-34})^2}{8 \times 1,66 \times 10^{-27} \times (10^{-14})^2} \text{ joule}$$

$$= 9,93 \times 10^{-13} \text{ joule}$$

$$11. (\alpha) \quad E_K = \frac{P_x^2 + P_y^2}{2m}$$

$$E_K = \frac{(n_x^2 + n_y^2) h^2}{8md^2}$$

$$\text{Όταν } n = 1, \quad E_0 = \frac{2h^2}{8md^2}$$

$$\text{Για το κυβικό κουτί,} \quad E_0 = \frac{3h^2}{8md^2}$$

Άρα η ελάχιστη ενέργεια είναι 2/3 αυτής του ηλεκτρονίου που είναι περιορισμένο μέσα στο κυβικό κουτί.

(β) Για το ηλεκτρόνιο στο κουτί:

$$E_2 = \frac{12h^2}{8md^2}, \quad E_1 = \frac{3h^2}{8md^2}$$

$$E_\Phi = E_2 - E_1$$

$$= \frac{9h^2}{8md^2}$$

$$= \frac{hc}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{8md^2c}{9h}$$

Για ηλεκτρόνιο «μέσα σε τετράγωνο»:

$$E_2 = \frac{8h^2}{8md^2}, \quad E_1 = \frac{2h^2}{8md^2}$$

$$E_\Phi = \frac{6h^2}{8md^2} = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{8md^2c}{6h}$$

Άρα το μήκος κύματος της ακτινοβολίας που εκπέμπει το ηλεκτρόνιο που βρίσκεται μέσα στο τετράγωνο είναι 3/2 αυτού που εκπέμπεται από το ηλεκτρόνιο στο κουτί.

$$12. E_1 = -13,6 \text{ eV} \quad E_2 = -3,4 \text{ eV} \quad E_3 = -1,5 \text{ eV} \quad E_4 = -0,85 \text{ eV. Συμφωνούν.}$$

13. Πρέπει να υπάρχει ένας ακέραιος αριθμός μηκών κύματος.

Απαντήσεις στα Προβλήματα ΣΤΕ

14. Από το σχ. 27 - 2 του βιβλίου βλέπουμε ότι $\lambda = 2d \sin \theta$. Επειδή $\sin 10^\circ = 0,17$ έχουμε ότι $\lambda = 2 (3 \times 10^{-10} \text{ m}) (0,17) \approx 0,1 \text{ nm}$. Η ενέργεια του κάθε φωτονίου δίνεται από τη σχέση:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1,24 \times 10^3 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{0,1 \text{ nm}}$$

άρα $E \approx 10^4 \text{ eV}$.

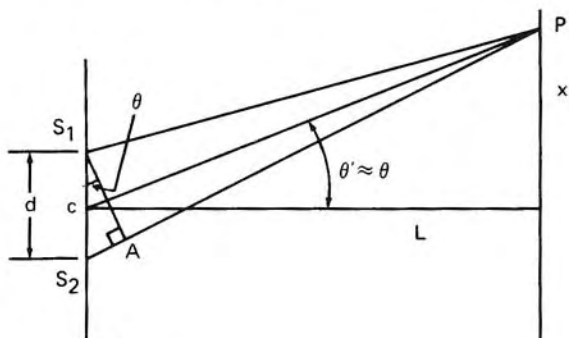
15. Η ανάλυση της συμβολής από δυο σχισμές έχει

δοθεί στην Παράγραφο 24 - 4. Αναφερόμενοι στο σχ. B27 - 2, θα υπάρχουν φωτεινοί κροσσοί στο P οπότε το μήκος AS_2 ισούται με ακέραιο αριθμό μηκών κύματος του de Broglie για τα ηλεκτρόνια, δηλ. $AS_2 = n\lambda$, όπου $n = 0, 1, 2, 3$ κ.λπ. Άρα από την Παράγραφο 24 - 4 έχουμε $x = n\lambda L/d$ και η διαχωριστική απόσταση πάνω στο πέτασμα μεταξύ των κροσσών είναι $\Delta x = \lambda L/d$. Για τα ηλεκτρόνια,

$$\lambda = h/p = h/\sqrt{2mE}.$$

$$\text{Άρα,} \quad \Delta x = \frac{hL}{d\sqrt{2mE}},$$

οπότε η απόσταση Δx είναι αντιστρόφως ανάλογη προς το $\sqrt{E}$. Μεταβάλλοντας την ενέργεια του ηλεκτρονίου μιας δέσμης ηλεκτρονίων από 50 σε 5000 eV αυξάνει το E πολλαπλασιάζοντάς το κατά έναν παράγοντα 100, το $\sqrt{E}$ κατά έναν παράγοντα 10 και επομένως το Δx μικραίνει διαιρούμενο διά 10.



Σχήμα B27-2

16. (α) Κατά τη συζήτηση του προβλήματος 15, δείξαμε ότι

$$\Delta x = \frac{hL}{d\sqrt{2mE}}.$$

Εδώ έχουμε $L = 3 \text{ m}$, $d = 10^{-9} \text{ m}$

και $E = 100 \text{ eV}$

ή $1,6 \times 10^{-17} \text{ J}$.

Επομένως: $\Delta x = 0,36 \text{ m}$.

(β) Δεν υπάρχει καμιά διαφορά μεταξύ των ηλεκτρονίων που φτάνουν στις περιοχές των φωτεινών κροσσών και αυτών που φτάνουν στους σκοτεινούς κροσσούς. Το μόνο που συμβαίνει είναι ότι περισσότερα ηλεκτρόνια φτάνουν στους φωτεινούς κροσσούς (αυτό είναι που τους κάνει φωτεινούς) από ότι στους σκοτεινούς κροσσούς. Το γεγονός ότι το εύρος των περιθλαστικών σχισμών είναι

συγκρίσιμο με το μήκος κύματος de Broglie του ηλεκτρονίου σημαίνει ότι η συμπεριφορά των ηλεκτρονίων κυριαρχείται από την κυματική τους φύση. Αυτό σημαίνει ότι η θέση στην οποία θα φτάσουν τα ηλεκτρόνια υπακούει σε μια πολύπλοκη μορφή κατανομής πιθανότητας. Δεν μπορεί να προβλεφθεί ο ακριβής προσορισμός (θέση), μέσα σε αυτή την κατανομή, οιοδήποτε μοναδικού ηλεκτρονίου· εντούτοις, η μάζα του, το φορτίο, η ενέργεια και το μέγεθος είναι τα ίδια με αυτά όλων των υπολοίπων 100 eV ηλεκτρονίων.

17. Όχι. Μπορεί να δει κάποιος από τον Πίνακα 1 ότι το μήκος κύματος 100 eV ηλεκτρονίων είναι $1,2 \times 10^{-10}$ m, πολύ πιο μικρό από τις αποστάσεις μεταξύ των ηλεκτροδίων.

Οι μαθητές μπορεί να θελήσουν να επιβεβαιώσουν το μήκος κύματος που δίνεται στον Πίνακα 1. Αυτό μπορεί να γίνει ως ακολούθως:

$$E_K = eV$$

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad p = \sqrt{2mE_K} = \sqrt{2 \text{ meV}}$$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \text{ meV}}}$$

Για 100 eV, ηλεκτρόνια,

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{6,6 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 0,91 \times 10^{-30} \times 1,6 \times 10^{-19} \times 10^2}} \text{ m} \\ &= \frac{6,6 \times 10^{-34}}{\sqrt{29 \times 10^{-48}}} \text{ m} = \\ &= \frac{6,6 \times 10^{-34}}{5,4 \times 10^{-24}} \text{ m} = 1,2 \times 10^{-10} \text{ m}. \end{aligned}$$

18. (α) Χρησιμοποιώντας τις πληροφορίες από την παράγραφο 25-8 ότι $\lambda = 1,24 \times 10^3 / E$ (λ σε nm και το E σε eV), δρίσκομε ότι ακτίνες 40.000 eV έχουν μήκη κύματος $(1,24 \times 10^3) / 40.000 \text{ nm} = 0,031 \text{ nm}$.

- (β) Χρησιμοποιώντας τη σχέση του Broglie, η ορμή p οιοδήποτε σωματιδίου με αυτό το μήκος κύματος δίνεται από

$$\begin{aligned} p &= \frac{h}{\lambda} = \frac{6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{3,1 \times 10^{-11} \text{ m}} = \\ &= 2,1 \times 10^{-23} \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

Για ηλεκτρόνιο, $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$.

$$\begin{aligned} E_e &= \frac{p^2}{2m_e} = \frac{(2,1 \times 10^{-23})^2}{2 \times 9,1 \times 10^{-31}} \text{ J} = \\ &= 2,5 \times 10^{-16} \text{ J} = 1,6 \times 10^3 \text{ eV}. \end{aligned}$$

Άρα, ηλεκτρόνια με αυτό το μήκος κύματος πρέπει να έχουν ενέργεια περίπου ίση με 1.600 eV.

- (γ) Για μπάλα του μπέιζμπολ, η ορμή p είναι η ίδια. Η μάζα, m_b , της καθιερωμένης μπάλας μπέιζμπολ είναι 0,14 kg. Αφού, για σταθερή ορμή p, $E \propto 1/m$, μπορούμε να δρούμε την ενέργεια της μπάλας, E_b , με αναλογίες:

$$\begin{aligned} \frac{E_b}{E_e} &= \frac{m_e}{m_b} \\ E_b &= 2,5 \times 10^{-16} \text{ joule} \times \frac{9,1 \times 10^{-31}}{0,14} \\ &= 1,6 \times 10^{-45} \text{ J} \quad \text{ή} \quad 1,0 \times 10^{-26} \text{ eV} \end{aligned}$$

Η ταχύτητα της μπάλας μπορεί να βρεθεί από το p:

$$v_b = \frac{p}{m_b} = \frac{2,13 \times 10^{-23}}{0,14} \text{ m/s} = 1,5 \times 10^{-22} \text{ m/s}$$

- (δ) Αν $v_b = 10 \text{ m/s}$, τότε $p = mv_b = 1,4 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$. Οπότε,

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,60 \times 10^{-34}}{1,4} \text{ m} = 4,7 \times 10^{-34} \text{ m}$$

Το δίδαγμα είναι φανερό: δεν είναι ανάγκη ποτέ να λάβουμε υπόψη την κυματική φύση των μπαλών μπέιζμπολ.

19. (α) Η σχέση μεταξύ κινητικής ενέργειας E_K ενός σωματιδίου και της ορμής του p είναι $p = (2mE_K)^{1/2}$.

Επειδή $\lambda = h/p$, η ζητούμενη σχέση είναι

$$\lambda = \frac{h}{(2mE_K)^{1/2}}$$

- (β) Η κινητική ενέργεια ηλεκτρονίου το οποίο επιταχύνθηκε από διαφορά δυναμικού V είναι $E_K = qV$, όπου q είναι το φορτίο του ηλεκτρονίου. Άρα, αν το V είναι σε volt, το μήκος κύματος σε μέτρα είναι

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{\sqrt{2m_e V}} = \\ &= \frac{6,6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{\sqrt{2(9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}) \times (1,6 \times 10^{-19} \text{ C}) \times V}} = \\ &= \frac{1,2 \times 10^{-9}}{\sqrt{V}} \quad (\text{σε μέτρα}) \end{aligned}$$

ή

$$\lambda = \frac{1,2}{\sqrt{V}} \quad (V \text{ σε volt, } \lambda \text{ σε nm}).$$

Αυτή η σχέση θα δώσει καλή προσέγγιση για μήκη κύματος ηλεκτρονίων με ενέργειες μέχρι 2.500 eV, οπότε το ηλεκτρό-

νιο έχει ταχύτητα περίπου ίση με το 1/10 της ταχύτητας του φωτός· για μεγαλύτερες ενέργειες, αρχίζει να γίνεται σημαντική η ειδική θεωρία της Σχετικότητας.

(γ) Από το μέρος (δ), αν το λ είναι σε nm τότε

$$V = \frac{(1,2)^2}{\lambda^2} \text{ (σε volt)} = \frac{1,44}{(590)^2} \text{ volt} = 4 \times 10^{-6} \text{ volt}$$

Σημείωση: Αυτή η πάρα πολύ μικρή διαφορά δυναμικού εξηγεί γιατί δεν μπορούμε να παράγουμε υλικά κύματα ηλεκτρονίων με μήκη κύματος συγκρίσιμα με αυτή του ορατού φωτός. Οιαδήποτε δέσμη ηλεκτρονίων με την οποία μπορεί να ξεκινήσουμε, έχει μια διασπορά ενέργειας που είναι μεγάλη σε σχέση με τα 4×10^{-6} eV· ηλεκτρόνια, που θα τα λέγαμε «ακίνητα», σε θερμοκρασία δωματίου έχουν μέση κινητική ενέργεια $2,5 \times 10^{-2}$ eV.

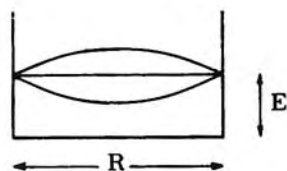
20. Δεν υπάρχει κάτι που να μπορεί να αντικαταστήσει τη δοκιμή με αυτό εδώ. Σχηματίζονται ακτινικές δεσμικές γραμμές από το κέντρο προς τα έξω· καθώς ένα μέρος της στεφάνης (περιφέρειας) κινείται προς τα πάνω, τα γειτονικά του κινούνται προς τα κάτω. Είναι δυνατόν επίσης να σχηματιστούν δεσμικές γραμμές με μορφή συγκεντρικών κύκλων γύρω από το κέντρο του κύμβалу· σε αυτήν την περίπτωση, αν όλη η περιφέρεια του κύμβалу κινείται προς τα πάνω, το γειτονικό προς τα μέσα μέρος θα κινείται προς τα κάτω. Συχνά δημιουργείται ένας πολύπλοκος συνδυασμός δεσμικών γραμμών και των δύο τύπων.

21. Αυτό το πρόβλημα θα δοθηθεί τους μαθητές να εκτιμήσουν τη σημασία των διαφορετικών τάξεων μεγέθους μεταξύ των ενεργειών του πυρήνα σε σχέση με τις ενέργειες του ατόμου (που οφείλονται στα ηλεκτρόνια του ατόμου). Βλέπε σχ. B27-3.

(α) $\lambda = 2R$ $p = h/\lambda = h/2R$.

$$\begin{aligned} E &= \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{8mR^2} = \frac{(6,6 \times 10^{-34})^2}{8 \times 1,7 \times 10^{-27} \times (6 \times 10^{-15})^2} \text{ J} = \\ &= 9 \times 10^{-13} \text{ J} = \\ &= \frac{9 \times 10^{-13}}{1,6 \times 10^{-19}} \text{ eV} \approx 5,5 \times 10^6 \text{ eV}. \end{aligned}$$

Αυτή η ενέργεια του πυρήνα είναι περί-



Σχήμα B27-3

που ένα εκατομμύριο φορές η ενέργεια του ατόμου (η οποία οφείλεται στα ηλεκτρόνια του ατόμου). Αυτό δημιουργεί και την χαρακτηριστική διαφορά μεταξύ πυρηνικών και ατομικών διαδικασιών και εξηγεί, για παράδειγμα, γιατί οι πυρηνικές δόμβες συντήξεως και σχάσεως είναι τόσο πολύ περισσότερο ισχυρές από ό,τι τα συνήθη χημικά εκρηκτικά.

(δ) Η ενέργεια μεταβάλλεται όπως $1/R^2$. Καθώς ελαττώνεται το R , η E πρέπει να αυξάνεται και μάλιστα γρήγορα. Οι τεράστιες ενέργειες που σχετίζονται με τα πυρηνικά φαινόμενα οφείλονται στο μικρό μέγεθος του πυρήνα, ακριβώς κατά αυτόν τον τρόπο. Βρήκαμε έναν παράγοντα 10^6 , παρόλο που το νετρόνιο είναι 2.000 βαρύτερο από το ηλεκτρόνιο, πράγμα που θα έτεινε να ελαττώσει τις ενέργειες κατά έναν τέτοιο παράγοντα.

22. Από την Παράγραφο 27-4, η έκφραση για την ενέργεια είναι

$$E_0 = 3h^2/8md^2$$

$$E_0 = \frac{3 \times (6,6 \times 10^{-34})^2}{8 \times 9,1 \times 10^{-31} \times (10^{-6})^2} \text{ J}$$

$$E_0 = 1,8 \times 10^{-25} \text{ J} = 1,1 \times 10^{-6} \text{ eV}.$$

Οι μέγιστες μεταβολές ενέργειας θα είναι συγκρίσιμες με την ελάχιστη ενέργεια της τάξεως των 10^{-6} eV. Τέτοιες μεταβολές θα ήταν μη ανιχνεύσιμες σε συνήθεις θερμοκρασίες, οι οποίες αντιστοιχούν σε μέσες κινητικές ενέργειες της τάξεως των 10^{-2} eV· ακόμη και στα 10 K η μέση κινητική ενέργεια ενός ατόμου είναι περίπου 10^{-3} eV.

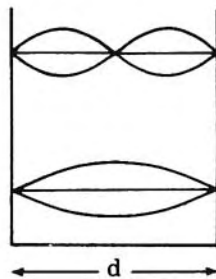
23. Για τις δύο καταστάσεις υπό συζήτηση,

$$\lambda_2 = d, \quad p_2 = \frac{h}{\lambda_2} = \frac{h}{d}.$$

$$\lambda_1 = 2d, \quad p_1 = \frac{h}{\lambda_1} = \frac{h}{2d}.$$

(Βλέπε σχ. B27-4).

Οι δύο ενέργειες είναι:



Σχήμα B27-4

$$E_1 = \frac{p_1^2}{2m} = \frac{h^2}{8md^2} \quad E_2 = \frac{p_2^2}{2m} = \frac{4h^2}{8md^2}$$

Το εκπεμπόμενο φωτόνιο θα έχει ενέργεια ίση με $E_\Phi = E_2 - E_1 = 3h^2/8md^2$.

24. Σε αυτήν την περίπτωση,

$$p_x = \frac{n_x h}{2d}, \quad p_y = \frac{n_y h}{2d}$$

$$\text{και} \quad p_z = \frac{n_z h}{2 \times 2d} = \frac{n_z h}{4d}$$

$$E_x = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m} = \frac{h^2}{2md^2} \left(\frac{n_x^2}{4} + \frac{n_y^2}{4} + \frac{n_z^2}{16} \right) =$$

$$= \frac{h^2}{32md^2} (4n_x^2 + 4n_y^2 + n_z^2).$$

Για τη θεμελιώδη κατάσταση,

$$E_0 = \frac{9h^2}{32md^2}.$$

Η ενέργεια της θεμελιώδους καταστάσεως για το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο είναι 3/4 της ενέργειας της θεμελιώδους καταστάσεως του σωματιδίου που είναι εντοπισμένο (περιορισμένο) μέσα στον κύβο.

25. Το ηλεκτρόνιο σε στάθμη με μεγάλη ενέργεια θα βρίσκεται στο πεδίο του πυρήνα, αλλά θα είναι «θωρακισμένο» από το ηλεκτρόνιο που βρίσκεται στη θεμελιώδη κατάσταση. Όσον αφορά το ηλεκτρόνιο σε τέτοια στάθμη με μεγάλη ενέργεια, βρίσκεται στο πεδίο του πυρήνα, ο οποίος έχει ένα θετικό στοιχειώδες φορτίο. Αυτό μοιάζει με το άτομο του υδρογόνου με το ηλεκτρόνιό του σε μια αντίστοιχη υψηλή στάθμη. Άρα, μεταβολές από τη μια στάθμη στην άλλη, όταν οι στάθμες είναι πολύ μακριά από τον πυρήνα, θα δώσουν φωτόνια με παρόμοιες ενέργειες και για τα δύο είδη ατόμων.

26. Όχι. Οι ενεργειακές στάθμες θα είναι σε ίδιες μεταξύ τους «αποστάσεις» και για τα δύο είδη ατόμων, άρα θα εκπέμπουν φωτόνια με τις ίδιες ενέργειες.

- 3 • 3 • 4 • 2 • 3 • 4

- (α) $A = \pi r^2 = 3,14 \times (2,12)^2 \text{ m}^2 = 14,1 \text{ m}^2$

- (β) 24,5 cm

- (γ) 0,3 cm

- (α) $V = 6,3 \times 12,1 \times 0,84 \text{ cm}^3 = 64 \text{ cm}^3$

- (β) $V' = 6,3 \times 12,1 \times 0,83 \text{ cm}^3 = 63 \text{ cm}^3$

$$V'' = 6,3 \times 12,1 \times 0,85 \text{ cm}^3 = 65 \text{ cm}^3$$

Άρα, η αυξημένη αβεβαιότητα στο ύψος προκαλεί μίαν αύξηση στην αβεβαιότητα του όγκου. Η απάντηση θα εξακολουθεί να είναι 64 cm^3 , αλλά ενώ στο προηγούμενο πρόβλημα η απάντηση εννοούσε $V = (64 \pm 0,5) \text{ cm}^3$, η νέα απάντηση είναι $V = (64 \pm 1) \text{ cm}^3$. (Γράφομε ακόμη και $V = 64 \pm 1 \text{ cm}^3$).

- (γ) Η αβεβαιότητα είναι $1/64$ (ή 2%) του ολικού όγκου.

- (α) 9,1 h

- (β) $\frac{5,5}{9,1} = 0,60$

- (γ) 3,5 h

Ανάλυση ενός Πειράματος, Εργαστηριακός Οδηγός

Παράρτημα 2

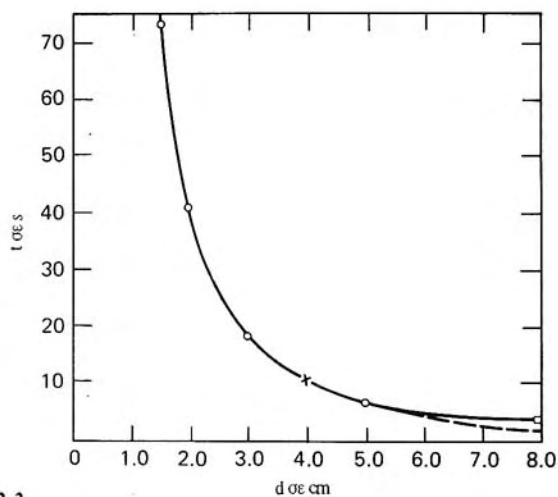
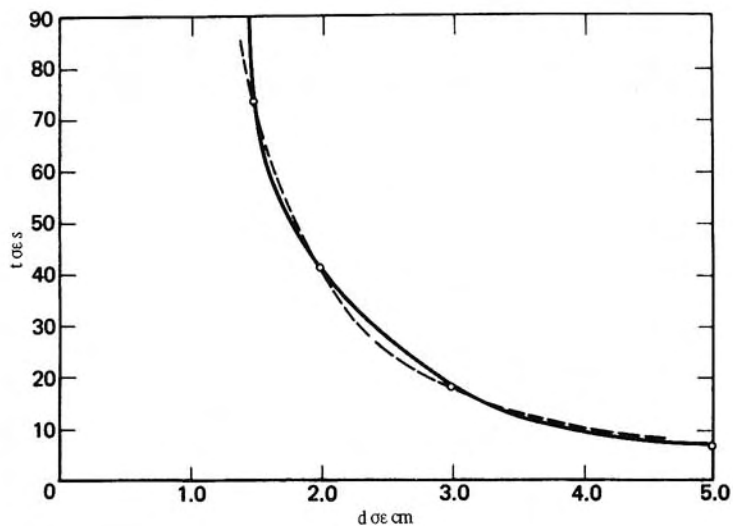
Αυτό το πείραμα έχει σχεδιαστεί για να δώσει στους μαθητές σας τη δυνατότητα να αφιερώσουν μια πλήρη εργαστηριακή περίοδο («ώρα») για την ανάλυση ενός πειράματος με τη βοήθειά σας. Το πείραμα σχεδιάστηκε έτσι, ώστε να ανταποκρίνεται σε μαθητές με διαφορετικές μαθηματικές γνώσεις. Όλοι οι μαθητές πρέπει να συμπληρώσουν τα γραφήματα του t ως προς d και του t ως προς $1/d^2$ και ένα γράφημα του t ως προς h . Οι καλύτεροι μαθητές μπορεί να ενθαρρυνθούν να προχωρήσουν στη διπλή παρεμβολή και στη διερεύνηση της μαθηματικής σχέσεως μεταξύ t και h . Μόνο μαθητές οι οποίοι διδάχθηκαν ή μελέτησαν λογαρίθμους να προσπαθήσουν να ασχοληθούν με τις τελευταίες δύο παραγράφους.

Συστήνεται να έχετε μιλιμετρέ χαρτί για τα γραφήματα. Να έχετε χαρτί για γραφήματα log-log για τους ενδιαφερόμενους μαθητές.

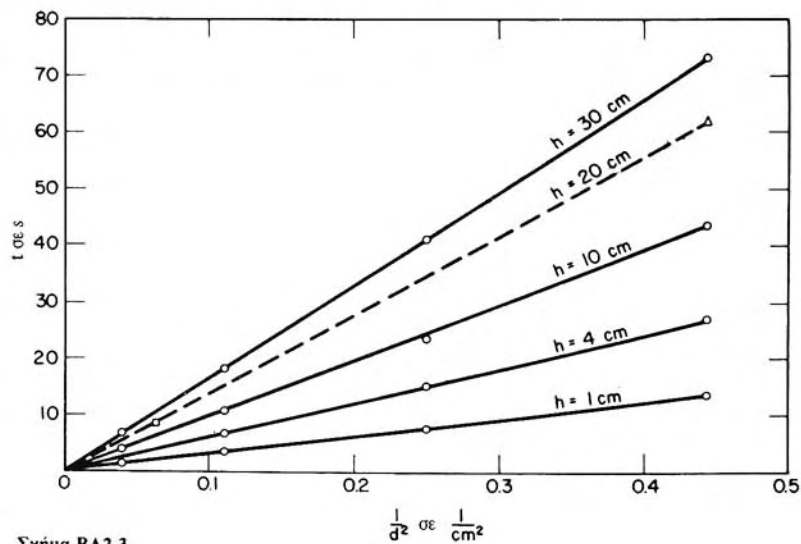
Απαντήσεις στις Ερωτήσεις του Παραρτήματος 2

- Το σχήμα BA2-1 δείχνει το γράφημα t ως προς d για $h = 30,0 \text{ cm}$ στη μέγιστη κλίμακα. Μπορεί να δει κάποιος καθαρά ότι η καμπύλη δεν είναι μοναδική ακόμη και αν υποθεθεί ότι δεν υπάρχουν ασυνήθιστες διαφορές μεταξύ των μετρηθέντων σημείων.
- Το x στο σχ. BA2-2 δείχνει το παρεδληθέν σημείο σε $d = 4,0 \text{ cm}$. Η τιμή του t μπορεί να «διαβαστεί» με ακρίβεια περίπου 5 με 10%. Για επέκταση σε $d = 8,0 \text{ cm}$, η κλίμακα του d πρέπει να ελαττωθεί όπως φαίνεται στο σχ. BA2-2. Η τιμή του t μπορεί να εκτιμηθεί με ακρίβεια 50%.
- Η άνω καμπύλη στο σχ. BA2-3 καταλήγει στην εκτίμηση ότι η σχέση της μορφής $t \propto 1/d^2$ είναι στην πραγματικότητα σωστή για $h = 30,0 \text{ cm}$.
- Για αυτό το ύψος, $t = 165 \text{ s/d}^2$.
- Είναι πιθανόν να ισχύει και για άλλα ύψη.
- Οι άλλες καμπύλες στο σχ. BA2-3 δείχνουν ότι η εκτίμηση φαίνεται να ισχύει επίσης και για τα άλλα ύψη.

Σχήμα ΒΑ2-1

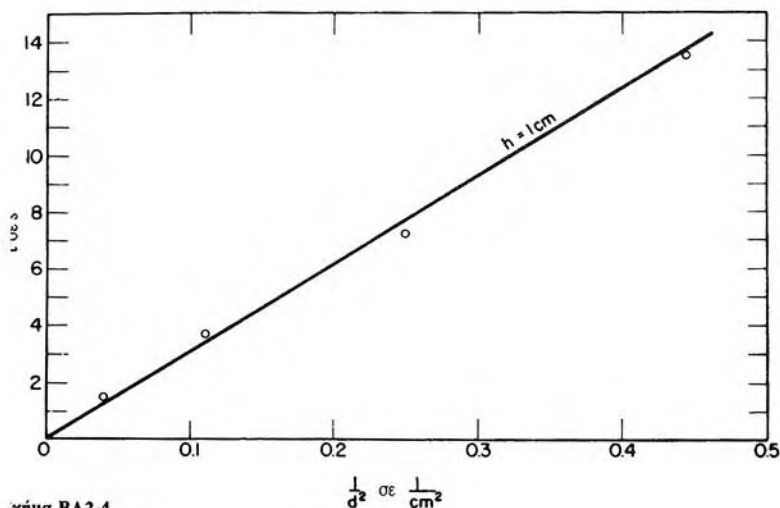


Σχήμα ΒΑ2-2



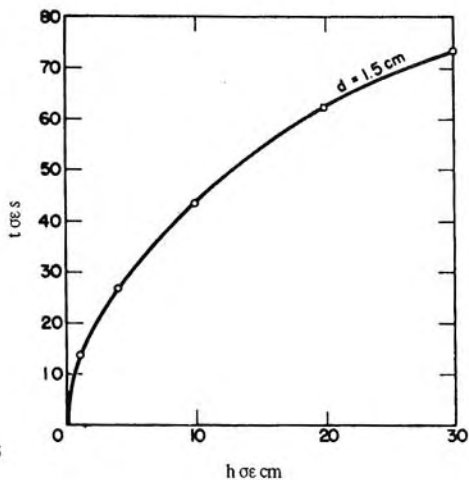
Σχήμα ΒΑ2-3

- Στη μεγεθυμένη κλίμακα του t (σχ. BA2-4), αναγνωρίζει κάποιος καθαρά ότι τα πειραματικά σημεία δεν βρίσκονται πάνω σε ευθεία γραμμή, αλλά βρίσκονται σε αποστάσεις οι οποίες είναι μέσα στα πειραματικά σφάλματα από μια τέτοια ευθεία.



σχήμα BA2-4

- Συμπεραίνουμε ότι για $h = 1,0 \text{ cm}$, το πείραμα είναι σε συμφωνία με νόμο αντιστρόφου τετραγώνου $t \propto 1/d^2$, αλλά δεν είναι αρκετά ακριβές ώστε να αποκλίσει σημαντικές διαφορές από μια τέτοια σχέση. Στην πράξη, συνήθως μια τέτοια περίπτωση κατευθύνει σε περισσότερο ακριβείς μετρήσεις.
- Το γράφημα του t ως προς h [σχ. BA2-5] πρέπει να διέρχεται από την αρχή των αξόνων αφού, αν δεν υπάρχει νερό στο δοχείο, ο χρόνος εκενώσεώς του είναι μηδέν.
- Για να γίνει η διπλή παρεμβολή για $h = 20,0 \text{ cm}$ και $d = 4,0 \text{ cm}$, πρώτα βρίσκουμε το t για $h = 20,0 \text{ cm}$ και $d = 1,5 \text{ cm}$ από το σχ. BA2-5. Επειδή έχουμε δεδαιωθεί ότι $t = \text{σταθερά} \times 1/d^2$, μπορούμε να σημαδέψουμε στο σχ. BA2-3 το σημείο που δρέθηκε στο σχ. BA2-5 και να χαράξουμε μια ευθεία γραμμή που να διέρχεται δια της αρχής των αξόνων. Επί αυτής της ευθείας διαβάζουμε την τιμή του t για $1/d^2 = 1/(4,0)^2$ (σε



Σχήμα BA2-5

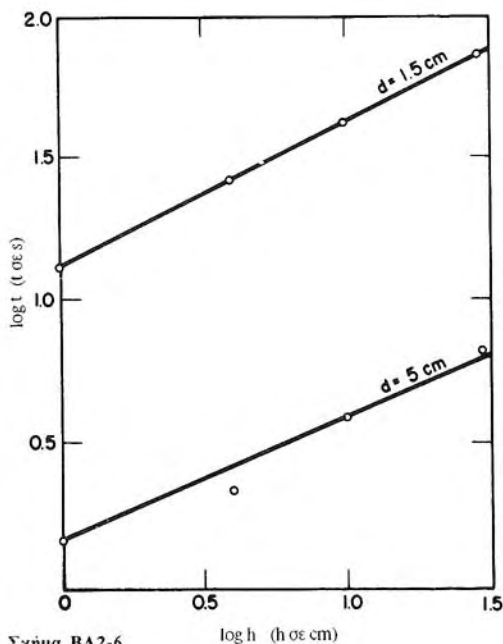
cm^{-2}). Μια διαφορετική μέθοδος είναι να διαβάσει κάποιος τις τιμές του t στο σχ. BA 2 - 3 και για τις τέσσερις τιμές του h και για $1/d^2 = 1/(4,0)^2$ (σε cm^{-2}) και κατόπιν να χρησιμοποιήσει αυτές τις τιμές για να χαράξει μια νέα καμπύλη του t ως προς h από την οποία με παρεμβολή να βρεθεί η τιμή του t για $h = 20 \text{ cm}$. Αυτή η μέθοδος θα ίσχυε και αν ακόμη το t δεν ήταν γραμμική συνάρτηση ως προς $1/d^2$.

- Οι μαθητές μπορεί να βρουν με δοκιμές ότι $t \propto \sqrt{h}$. Αυτή η σχέση δεν ισχύει με μεγάλη ακρίβεια για $d = 5,0 \text{ cm}$ όπως ισχύει για μικρότερες διαμέτρους και μεγαλύτερους χρόνους. Ο $\log t$ ως προς $\log h$ δίνει ευθεία γραμμή. Η κλίση της ευθείας του $\log t$ ως προς $\log h$ ή η κλίση του t ως προς h σε χαρτί γραφημάτων $\log - \log$ μετρείτε απευθείας με κανόνα (χάρακα) και είναι ίση με $1/2$ μέσα στο πειραματικό σφάλμα [σχ. BA2-6 και BA2-7].
- Γνωρίζοντας ότι η εξάρτηση του t από το d και από το h είναι της μορφής $t = \text{σταθερά} \times \sqrt{h}/d^2$, η σταθερά βρίσκεται πολλαπλασιάζοντας το χρόνο ο οποίος είναι γνωστός με τη μεγαλύτερη ακρίβεια επί $d^2/\sqrt{h}$, το αποτέλεσμα είναι: σταθερά = $30 \text{ cm}^{3/2} \cdot \text{s}$.
- Η υπολογισθείσα τιμή του t για $h = 20 \text{ cm}$ και $d = 4,0 \text{ cm}$ είναι πιο αξιόπιστη από την τιμή που βρίσκεται με γραφική παρεμβολή.

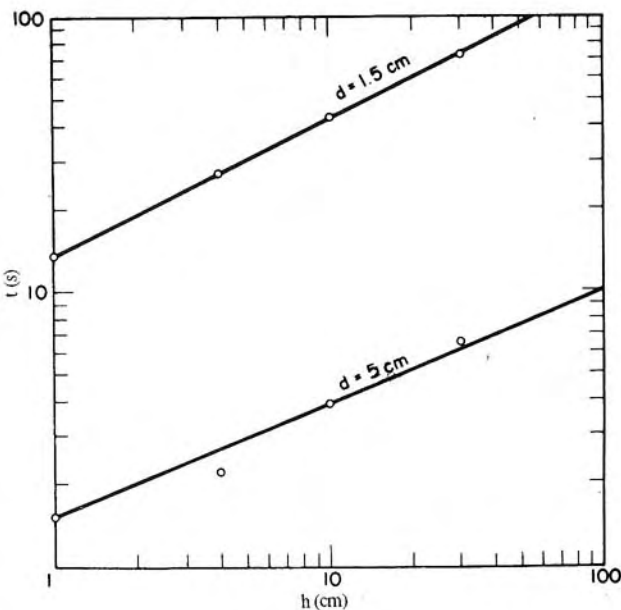
Υλικά

4 φύλλα χαρτιού γραφημάτων με ομοιόμορφες υποδιαίρεσεις

1 φύλλο χαρτιού γραφημάτων με υποδιαίρεσεις $\log - \log$ (ελάχιστου «κύκλου» 2×2).



Σχήμα BA2-6



Σχήμα BA2-7

